

UNIVERSIDADE FEDERAL DE LAVRAS

LUANA NATÁLIA LOPES REBOUÇAS

**UMA PROPOSTA PARA O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO  
GEOMÉTRICO NO ENSINO FUNDAMENTAL POR MEIO DA PERSPECTIVA  
LÓGICO-HISTÓRICA**

**LAVRAS  
2023**

UNIVERSIDADE FEDERAL DE LAVRAS

LUANA NATÁLIA LOPES REBOUÇAS

**UMA PROPOSTA PARA O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO  
GEOMÉTRICO NO ENSINO FUNDAMENTAL POR MEIO DA PERSPECTIVA  
LÓGICO-HISTÓRICA**

Trabalho de Conclusão de Curso,  
para a obtenção do título de  
Licenciatura plena em Pedagogia

Orientador

Dr. José Antônio Araújo Andrade

**LAVRAS  
2023**





## RESUMO

Este trabalho se constitui como um estudo dos conceitos lógico-históricos, das situações desencadeadoras de aprendizagem, dos nexos conceituais e da Atividade de Ensino. Partindo desses pressupostos, a proposta deste trabalho foi de mobilizar os nexos conceituais da geometria em situações desencadeadoras de aprendizagem. Assim, o objetivo é investigar como os estudantes compreendem os conceitos geométricos abordados sob o olhar da perspectiva lógico-histórica.

**Palavras-chave:** Educação Matemática. Geometria. Nexos conceituais. Lógico-histórico. Situações Desencadeadoras de Aprendizagem.

## SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO/JUSTIFICATIVA .....	1
2	A TEORIA HISTÓRICO- CULTURAL .....	4
3	METODOLOGIA .....	10
4	A GEOMETRIA .....	17
4.1	Desenvolvimento lógico-histórico da geometria .....	18
4.2	Nexos conceituais da Geometria.....	20
5	SITUAÇÕES DESENCADEADORAS DE APRENDIZAGEM.....	24
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	28
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	29

## 1 INTRODUÇÃO/JUSTIFICATIVA

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), publicados em 1997, representam um esforço em colaborar na melhoria da qualidade do ensino. Analisam-se situações que exemplificam a importância da Matemática no cotidiano, permitindo a solução de problemas e auxiliando em demais áreas do conhecimento. A constatação de que o ensino tem valorizado “procedimentos mecânicos, desprovidos de significados para o estudante” revela a urgência de se “reformular objetivos, rever conteúdos e buscar metodologias compatíveis” com a realidade (BRASIL, 1997, p. 15).

A partir desses pressupostos, trabalhar a matemática nas séries iniciais se torna uma das noções fundamentais para o desenvolvimento humano tendo em vista que a matemática surge da necessidade de sobrevivência humana, além de desempenhar um papel fundamental na cultura, em praticamente todas as áreas do conhecimento, pois impulsiona o progresso científico, tecnológico e econômico. Assim, cita-se a matemática desde dos simples gestos de comprar um alimento até transições financeiras importantes. Em todos os casos a matemática aparece como ferramenta necessária.

Baseado nessa perspectiva, enfatiza-se a importância de uma prática pedagógica que leve o estudante a reconhecer a matemática como algo além de simplesmente efetuar cálculos, mas como um conhecimento importante para a sua própria formação, pois é dessa maneira que se desenvolve um tipo de pensamento teórico tendo como base os conceitos matemáticos que possibilita uma participação crítica e atuante em uma cultura altamente tecnológica.

A partir das inquietações sobre o ensino matemático, este trabalho foi desenvolvido apoiado por uma investigação iniciada durante uma participação no Programa Institucional de Bolsas de Licenciatura da Universidade Federal de Lavras (PIBLIC- UFLA). No período de julho de 2020 a dezembro de 2021, foi realizado um estudo sobre o desenvolvimento lógico-histórico de conceitos matemáticos para a elaboração, desenvolvimento e investigação de situações desencadeadoras de aprendizagem.

Ao longo do desenvolvimento do projeto houve algumas inquietações que foram primordiais para o surgimento desse trabalho, como por exemplo, a ausência do ensino de geometria nas revisões bibliográficas realizadas, tendo em vista que nem sempre as pessoas percebem com clareza o valor cultural, educacional e científico da descoberta e da exploração matemática e geométrica. Assim, surge a preocupação de se resgatar o ensino de geometria como uma das áreas fundamentais do ensino matemático, pois existe a percepção de que a geometria não é enfatizada o suficiente ou é menos abordada no ambiente escolar.

De acordo com essa perspectiva, enfatiza-se o ensino de geometria como parte fundamental da educação matemática. Aponta-se que a geometria desempenha um papel crucial no desenvolvimento do pensamento abstrato e na capacidade de resolver problemas complexos. O estudo da geometria ajuda a desenvolver a habilidade de visualizar e manipular objetos e formas no espaço, o que contribui para o desenvolvimento de funções cognitivas superiores. Tais oportunidades podem, ainda, favorecer o desenvolvimento de um pensamento crítico e autônomo nos estudantes (PAVANELLO, 1993).

As funções cognitivas superiores surgem como os primeiros elementos para afirmar a natureza social do psiquismo humano, distinguindo-o definitivamente do psiquismo animal. Postularam que o desenvolvimento de funções psicológicas superiores, em termos vigotskianos, ou neoformações, nas palavras de Leontiev, é o atributo fundante da psique dos homens e condição central para os domínios que conquistam sobre o mundo, dentre os quais se destacam as capacidades para torná-lo inteligível.

Assim, o ensino geométrico possibilita compreender as propriedades e relações das formas geométricas e dos espaços ao redor, além de possibilitar o desenvolvimento de conhecimentos de pensamento espacial, resolução de problemas, raciocínio lógico que são alguns dos inúmeros benefícios da geometria para o desenvolvimento do pensamento tendo em vista que ela oferece aos estudantes “as oportunidades de olhar, comparar, medir, adivinhar, generalizar e abstrair” (BULOS, 2011, p.5)

Ainda hoje algumas pesquisas (Lorenzato, 1995 e Pavanello, 1993) apontam que os professores apresentam dificuldades em trabalhar os conceitos geométricos, considerados como os mais elementares, e que são recomendados nos PCN (1997) e na Matriz de Referência de Matemática nos primeiros anos do Ensino Fundamental. Desse modo, as pesquisas apontadas mostram que os professores não possuem confiança em ensinar algum conteúdo matemático de natureza geométrica.

Assim, a preocupação acerca do ensino geométrico vai para além do currículo. Podemos enfatizar a formação de professores nesse processo e como ocorreu o desenrolar dos estudos geométricos ao longo da história. Nesse sentido, busca-se proporcionar a estudantes e professores condições para que eles possam investigar a beleza das formas, das proporções e regularidades que existem no ensino geométrico.

Dessa maneira, esse estudo apresenta considerações acerca da natureza geométrica relativa à capacidade humana de comparar formas de diferentes tamanhos, conceitos geométricos, noção de distância, às primeiras noções de figuras geométricas simples, planas, noções de vertical, paralela e perpendicular, às quais podemos relacionar na construção de moradias, templos e ambientes do cotidiano.

Portanto, a geometria se configura como um conhecimento que deve ser apreendido logo no início da vida da criança e por isso a criança deve ter oportunidades para explorar. Freudenthal (1973, cit. por Costa, 2005) defendia que a geometria é o agarrar do espaço, esse espaço no qual a criança vive, respira e se movimenta. O espaço que a criança deve aprender a conhecer, explorar, dominar, com vista a viver, respirar e movimentar-se melhor.

Tendo por base esses estudos, a proposta deste trabalho foi de mobilizar os nexos conceituais da geometria de forma a desenvolver o pensamento teórico em situações desencadeadoras de aprendizagem. Buscamos produzir Situações Desencadeadoras de Aprendizagem que explorem alguns dos nexos conceituais de Geometria.



Tendo em mente a importância da Geometria, optamos por investigar como ocorre o desenvolvimento do pensamento a partir da perspectiva lógico-histórica, de maneira que explore os nexos conceituais da geometria em situações desencadeadoras de aprendizagem.

Assim, a fim de oferecer suporte às ideias apresentadas, o trabalho está estruturado da seguinte maneira: Seção 1 - **Introdução e justificativa**: As questões levantadas em torno da geometria, seção 2- Estrutura teórica da pesquisa: **A teoria histórico-cultural** e conceitos fundamentais da teoria, tais como, os conceitos de história, atividade, lógico-histórico, mediação, sentido e significado, os conceitos de pensamento empírico e teórico.

Na seção 3- Apresentaremos a **Metodologia** e os desdobramentos da atividade de ensino e estudo, assim como, os conceitos de lógico-histórico apoiados por Kopin (1978). Na seção 4- **A geometria** onde introduzimos algumas questões a respeito da geometria. Na sub seção 4.1 é tratado sob considerações sob a **Perspectiva Lógico Histórica da Geometria**. Na subseção 4.2 abordaremos os **Nexos Conceituais da Geometria**, tais como, os nexos de Forma, Medida, Visualização e Representação e Invariância.

Na seção 5- **Situações Desencadeadoras de Aprendizagem** onde propomos tarefas no intuito de trabalhar os nexos conceituais apresentados ao longo do trabalho. E ao final apresenta-se algumas considerações.

## 2 A TEORIA HISTÓRICO- CULTURAL

A teoria histórico cultural do desenvolvimento humano é fundamentada no materialismo histórico dialético proposto por Karl Marx (1818-1883), que é uma concepção filosófica e um método científico que tem como objetivo compreender a realidade a partir das grandes transformações da História e cultura, compreendendo que a realidade é concreta, ou seja, material.

A grande influência do materialismo histórico dialético para a teoria histórico cultural está precisamente no método que tinha por objeto de estudo as transformações sociais e econômicas determinadas pelos meios de produção e que surgiu a partir da publicação do Manifesto Comunista, em 1848. O filósofo Marx por meio do Manifesto Comunista contrapõe o idealismo liberal burguês e aponta para o aspecto histórico no qual os seres humanos são os autores da sua própria história.

Nesse sentido, a matéria se torna fonte de consciência e suporte para orientar as ações humanas. A teoria histórico cultural também conhecida como teoria sócio-histórica ou psicologia histórico cultural teve suas bases elaboradas por Vigotski, Leontiev e Lúria que enfatizam a influência do contexto cultural na formação do pensamento e do desenvolvimento humano.

Dessa maneira, o desenvolvimento cognitivo ocorre por meio das interações produzidas no âmbito da cultura. Os elementos culturais, como a linguagem, símbolos e sistemas de comunicação e os instrumentos desempenham um papel essencial na mediação do processo de aprendizagem e no desenvolvimento das funções cognitivas superiores.

Pauta-se na ideia de que o conhecimento humano não é construído individualmente, mas é resultado das interações e experiências culturais. Além de que o desenvolvimento não ocorre de maneira linear, mas sim em espiral, à medida que a pessoa se apropria dos códigos/conhecimentos estabelecidos pela cultura ao longo do tempo.

A Teoria Histórico-Cultural, portanto, consiste na compreensão dos processos psicológicos de natureza social e do funcionamento mental superior dos seres humanos, bem como de suas origens sociais, é uma corrente psicológica que explica o desenvolvimento da mente humana com base nos princípios do materialismo dialético.

Nesse contexto, as implicações são significativas para a educação pela importância de criar ambientes educacionais que promovam a colaboração, o diálogo e a participação ativa dos estudantes, e que mobilize diferentes elementos culturais para mediar o processo de ensino e

aprendizagem. Contribui-se para uma compreensão mais abrangente do desenvolvimento humano e do papel da cultura na formação do pensamento e da personalidade.

No entanto, para a construção do pensamento teórico se faz necessário a compreensão de conceitos fundamentais da teoria histórico cultural como o conceito de trabalho, história, atividade, lógico-histórico, mediação, sentido e significado, os conceitos de pensamento empírico e teórico.

Na filosofia marxista, a atividade é tomada como o trabalho. Entende-se por trabalho uma atividade laboral que tem por objetivo o desenvolvimento humano. Portanto, a atividade humana é essencialmente o trabalho que, por sua vez, é compreendido como práxis. Para Leontiev (2021), a atividade é constituída por ações e operações desempenhadas pelos sujeitos mediante utilização de instrumentos, que age sobre o objeto.

O ser humano concebido como ser histórico está em constante atividade. Para Leontiev (2021), a atividade é o processo pelo qual os seres humanos interagem com o mundo ao seu redor, mediado por instrumentos e signos. As atividades são orientadas por objetivos e motivadas por necessidades e interesses. Nesse sentido, a realidade histórica em que se vive, é entendida por meio do movimento da dialética baseado na ideia de que tudo está em constante mudança e contradição, e que o desenvolvimento e a transformação das coisas ocorrem por meio de conflitos e reflexões.

No mundo capitalista e individualista que vivemos o desenvolvimento do ser humano se dá pela necessidade de uma relação com o meio em que está inserido para a satisfação de alguma necessidade pessoal. Em outras perspectivas, a satisfação pessoal se submete a satisfação coletiva e que dê base a uma vida autossustentável. Dessa forma, o desenvolvimento das funções psíquicas superiores decorrerá de um processo de apropriação de algum saber, transformando a atividade externa em atividade interna.

Assim, a aprendizagem como uma atividade humana é movida por um objetivo, a qual concebe três pontos de relevância: acontece em um meio social; por meio de uma atividade mediada nas relações entre os sujeitos; e é uma atividade entre o sujeito e o objeto de aprendizagem.

Existem diversos tipos de atividade, contudo, destaca-se as atividades práticas e teóricas. A atividade prática envolve a interação direta com o mundo material e a realização de tarefas concretas. Isso inclui atividades como cozinhar, construir, dirigir, trabalhar e qualquer outra atividade que envolva a manipulação de objetos ou a realização de tarefas físicas. As atividades teóricas incluem estudar, fazer pesquisa acadêmica, resolver quebra-cabeças lógicos. Nesse sentido, é através da atividade que o ser humano estabelece um contato ativo

com o mundo exterior (PASQUALINI, 2006). Assim o que está no plano teórico é levado ao mundo material por meio da prática. Fazemos muito isso ao planejar um jantar e colocamos o que está em nossa mente, no plano teórico, em prática. Isso traz uma satisfação pessoal, uma sensação boa, chamando o emocional a fazer parte e validar as atividades intelectuais.

Ainda, há atividades que são cruciais no processo educacional, como por exemplo, a atividade de estudo e ensino. Para Davidov e Slobódchikov (1991), a atividade de estudo precisa conter todos os componentes relacionados à atividade, ou seja, necessidade, motivo, ações, operações, objetivos e também um objeto. Além da satisfação de dominar um determinado conteúdo. Nesse caso, defende-se que seu objeto é o conhecimento escolar.

Nesse sentido, a atividade de estudo é definida como uma via a partir da qual os estudantes podem se apropriar, ativamente, dos conhecimentos escolares e ao estabelecer uma relação com a atividade de ensino praticada por outros sujeitos, como por exemplo, professores compõem uma unidade dialética que nomeamos como atividade pedagógica (BERNARDES, 2012).

A atividade de ensino, um elemento de formação do professor, requer criar condições para que os sujeitos entrem em atividade de aprendizagem de um determinado objeto de conhecimento, o que só é possível quando essa aprendizagem assume para o sujeito uma forma concreta da atividade humana: o jogo, o estudo, o trabalho (ELKONIN, 1987).

Moraes (2008) defende que a atividade de ensino envolva toda a ação docente, desde a elaboração do currículo de uma determinada área do saber até as ações de ensinar o conteúdo selecionado. Ela é uma atividade complexa e comporta um grande número de ações, mas cada uma delas deve estar dirigida para a sua essência, o conceito.

A atividade de ensino que respeita os diferentes níveis dos indivíduos e que define um objetivo de formação como problema coletivo é o que chamamos de atividade orientadora de ensino cujas perguntas orientadoras são: a quem ensinar, para quem ensinar, o que ensinar e como ensinar.

De acordo com esses pressupostos, é importante destacar a cultura no processo de ensino e aprendizagem. A cultura em um mundo constituído de significações é o que orienta sobre a funcionalidade dos objetos, sobre o modo de ser, de agir e de interagir com outros, desse modo, “a cultura desempenha, um papel relevante, por permitir ao ser humano a interiorização dos modos historicamente determinados e culturalmente organizados de operar informações” (LIBÂNEO, 2004, p. 8).

Para a atividade de ensino, é necessário estar estabelecido a definição de sentido e significado. Segundo Leontiev (2021), o sentido pessoal é produzido subjetivamente pela

relação objetiva entre aquilo que move a sua ação e aquilo que a orienta. Ao ler um livro para se apropriar de seu conteúdo, por exemplo, um estudante pode fazê-lo mobilizado por diferentes motivos, como por exemplo, aprovação na disciplina. Em cada caso, esta atividade terá para este indivíduo um sentido bem diverso.

Como afirma Leontiev (2021, p. 95), "a realidade aparece ao homem na sua significação, mas de maneira particular". Cada ação que compõe uma determinada atividade adquire um sentido subjetivo, pessoal, na consciência do indivíduo que a realiza, porque se conecta ao motivo geral da atividade da qual é parte integrante. Em outras palavras, porque o indivíduo "conhece" (tem ciência ou consciência) a relação existente entre o motivo da atividade (necessidade e objeto/objetivo final da atividade que a satisfaz) e o resultado parcial de sua ação.

Na teoria histórico-cultural, a relação entre sentido e significado é fundamental para entender como o conhecimento é adquirido e como as pessoas constroem o entendimento do mundo ao seu redor. Enfatiza-se a ideia de que o desenvolvimento cognitivo e a aquisição de conhecimento são processos sociais e culturais, e não apenas individuais. Portanto, o sentido e o significado são conceitos essenciais para compreensão de como a cultura e o contexto social influenciam nesse processo.

No entanto, no processo de significação, que envolve a relação dialética entre significados pessoais e significados desenvolvidos socialmente a interpretação e a compreensão de informações, com base nos conhecimentos construídos socialmente experiências e contexto cultural, é necessário que exista uma mediação.

Ao tratar do conceito, conforme a teoria que sustenta o ensino, podemos ter diferentes tipos de generalização dos conhecimentos. A generalização constitui o eixo principal na formação do conceito. Dominar um conceito significa "dominar a totalidade de conhecimentos sobre os objetos a que se refere o conceito dado" (DAVIDOV, 1982, p. 31). De acordo com esse autor, ao expressarmos a realidade em forma de conceito, apropriamos do pensamento teórico. Ou seja, o pensamento teórico se sustenta a partir de sua base conceitual, pensar operando por conceitos.

O pensamento teórico se constitui como o processo de idealização de um dos aspectos da atividade objetivo-prática, a reprodução, nela, das formas universais das coisas, ou seja, é a forma de pensamento que supera, por incorporação, o pensamento empírico, ou um pensamento baseado apenas na lógica formal, ou seja, supera o pensamento que apenas categoriza e nomeia os fenômenos. Segundo Davidov (1988), o conteúdo do pensamento teórico é a existência

mediatizada, refletida, essencial, que chega à essência dos conceitos e articula os conceitos em sistemas, em totalidade.

No pensamento teórico, o sujeito opera com conceitos e não apenas com representações da realidade. Davidov (1988) explica ainda, como o pensamento teórico ascende do abstrato ao concreto, permitindo a superação da compreensão aparente dos fenômenos diferentes do pensamento empírico que tem caráter externo, imediato, as representações gerais estão ligadas diretamente com a atividade prática, e os dados são obtidos da atividade sensorial das pessoas.

Ainda das contribuições de Davidov, destaca-se a elaboração da teoria do "ensino desenvolvimental", no qual enfatiza a importância de ensinar aos estudantes os métodos de pensamento e raciocínio utilizados para produzir informações e não apenas o conteúdo pronto. Desse modo, defende-se que os estudantes pudessem aprender a pensar de maneira mais avançada e complexa desenvolvendo suas habilidades cognitivas superiores.

Assim, surgem os processos de formação das funções da consciência que são processos dinâmicos e contínuos, no qual o indivíduo interage com o ambiente social e cultural, internalizando as funções mediadas pelos outros e desenvolvendo sua capacidade de pensar, aprender e resolver problemas de forma cada vez mais eficiente.

Esse processo de desenvolvimento é influenciado pelo contexto cultural específico em que o indivíduo está imerso, refletindo a importância do ambiente social na construção das funções mentais superiores. Diante disso, a atividade de ensino passa a ser organizada de forma que gere no sujeito uma necessidade, que desencadeará o motivo para agir. Assim, destaca-se a relevância da conscientização, na perspectiva de que a atividade de estudo passe a assumir um sentido pessoal, convertendo-se na fonte do autodesenvolvimento delas.

Nessa perspectiva, o desenvolvimento mental de um indivíduo é, antes de tudo, o processo de formação de sua atividade, de sua consciência e dos processos mentais que os constituem, como por exemplo, processos cognitivos e emoções. Desse modo, a psique se desenvolve durante toda a vida da pessoa, do nascimento à morte.

A psique, o pensamento ou a consciência humana, constitui-se na interação com o mundo das pessoas e dos objetos. Os processos psicológicos humanos, os quais Vigotski (1995) denominam funções psicológicas superiores foram, antes, relações sociais. O autor explica esse fenômeno por meio da Zona de Desenvolvimento Iminente.

Desse modo, Vigotski com suas teorias enfatiza a importância do contexto social e cultural na formação do pensamento e desenvolvimento das crianças. Segundo o autor, a interação com outras pessoas, especialmente com adultos mais experientes que tem um certo domínio da cultura vigente da comunidade a qual pertencem, é fundamental para o

desenvolvimento cognitivo. Assim, o conceito de "zona de desenvolvimento iminente" se refere à diferença entre o nível de desempenho atual de uma criança e seu potencial de desenvolvimento com o suporte e a orientação de alguém mais experiente.

Algumas traduções das Obras de Vigotski, como por exemplo, as críticas apresentadas por William Corsaro substituí o termo Iminente por proximal. É importante esclarecer a mudança proposta do termo proximal para o iminente. Prestes (2013) enfatiza que registrar a mudança proposta de proximal, próximo ou imediato para iminente não é, como tem aparecido em algumas produções teóricas brasileiras mais recentes, apenas uma alteração de palavra, mas implica uma mudança importante para a compreensão do conceito que ainda hoje é alvo de debates e estudos no mundo inteiro. As palavras proximal, próximo ou imediato não transmite a característica essencial do conceito que é a da possibilidade de desenvolvimento.

Assim, o termo Zona de Desenvolvimento Iminente propõe a distância entre o nível de desenvolvimento real, que se costuma determinar através da solução independente de problemas, e o nível de desenvolvimento potencial, determinado através da solução de problemas sob a orientação de um adulto ou em colaboração com companheiros mais capazes. (VYGOTSKY, 1991, p. 97)

### 3 METODOLOGIA

Para Leontiev (1978) a educação se constitui como principal motor de socialização e apropriação da história cultural humana. Nesse sentido, a concepção histórico-cultural trata a educação como o principal canal de disseminação da cultura, ou seja, a função social da escola se constitui como meio de apropriação dos bens culturais produzidos pela humanidade, pois assim, o sujeito torna-se humano e se desenvolve cognitivamente.

Partindo desses pressupostos e tendo como princípio o conceito de atividade, idealiza-se que a escola seja o contexto institucional onde as situações desencadeadoras de aprendizagem são planejadas e organizadas. Nesse sentido, Davidov (1998) afirma que a atividade deve ser entendida como "uma unidade de vida do homem que abarca em sua estrutura integral as correspondentes necessidades, motivos, finalidades, tarefas, ações e operações" (p. 59).

Assim como tratamos na seção anterior, a atividade fundamental é o trabalho, pois faz com que o indivíduo seja parte do processo de crescimento da cultura em que está inserido. No entanto, surgem no processo de desenvolvimento outras atividades, entre elas a atividade de ensino. Para Davidov (1999), a questão central da aprendizagem escolar é o desenvolvimento do pensamento teórico como preparação para atuação em comunidade e principalmente nos ambientes de trabalho dos estudantes por meio do ensino e da educação, que ocorre com a cooperação entre adultos e crianças na atividade de ensino.

Portanto, é importante que a atividade de ensino se desenvolva estabelecendo um modo de ensino que propicie aos indivíduos a apropriação do conhecimento científico. Nesse sentido, é necessário estabelecer o objeto da atividade de ensino que configure a síntese conceitual do objeto da atividade humana, levando em consideração a área de conhecimento que atua, além de uma síntese das experiências e capacidades objetivadas nos diversos conteúdos, assuntos ou tópicos de ensino.

Dessa maneira, o objeto da atividade de ensino expressa uma relação entre forma e conteúdo e a pergunta orientadora é: *O que ensinar?* Além disso, é fundamental que, no processo de ensino, o objeto a ser ensinado seja compreendido pelos estudantes como objeto de aprendizagem.

Partindo desses pressupostos, os conhecimentos teóricos são ao mesmo tempo objeto e necessidade na atividade de aprendizagem. A organização pedagógica direcionada a desenvolver o pensamento teórico dos estudantes passa pelo objeto didático que constitui um



instrumento da atividade pedagógica necessário para a organização dos diferentes conteúdos, tópicos ou assuntos.

Prestes(2013) fala sobre a brincadeira de faz de conta para estruturar um ambiente de participação social simulado aos estudantes, para que nesse ambiente, seja potencializado para as crianças o desenvolvimento do pensamento teórico pois a apropriação do pensamento teórico é a forma universal do desenvolvimento psíquico humano, assim, é importante levar em consideração o desenvolvimento dos conhecimentos elaborados historicamente pela humanidade e os conhecimentos das diferentes ciências.

No processo de apropriação do conhecimento teórico, entendido também como objeto da aprendizagem, estruturam-se as operações do pensamento teórico. Tais operações devem ser também o objeto da aprendizagem, tornado possível pela atividade de ensino, em um movimento de análise e síntese que vai do geral ao particular, do abstrato ao concreto.

Desse modo, enfatiza-se a necessidade dos conceitos científicos partirem do abstrato para o concreto tornando possível o entendimento do conceito em sua essência. Para essa compreensão, é importante também levar em consideração o desenvolvimento histórico do conceito no intuito de compreender a marcha das ideias.

Segundo Kopnin (1978, p. 154) “o abstrato e concreto são categorias da dialética materialista elaboradas visando refletir a mudança da imagem cognitiva, tanto no que concerne a multilateralidade da abrangência do objeto, nessa imagem quanto à profundidade da penetração na essência dele”.

Para o desenvolvimento do conceito é necessário identificar quais elementos históricos são importantes para a compreensão da essência do conceito, para uma efetiva organização do ensino. Desse modo, o movimento lógico histórico do conceito expressa o próprio objeto da atividade científica, ou seja, aquilo a que a atividade científica se dirige e, por conseguinte, o critério de produção e avaliação dos conhecimentos nas diversas áreas acadêmicas.

A partir disso, no desenvolvimento de um conceito, Sousa (2004) afirma que não há como dissociar o lógico do histórico, uma vez que eles se desenvolvem juntos e interdependentes. Assim, a esse movimento de estruturação dos conceitos, a essa dialética, denomina-se de lógico-histórico do conceito.

Nesse sentido, a mediação pedagógica contribui com a identificação e a gestão de elementos pedagógicos tensionadores que são necessidades intelectuais que impulsionam pensar sobre o conceito, além de ser determinante para estabelecer uma relação subjetiva do sujeito com o conceito.

Partindo desses pressupostos o conceito surge de uma necessidade, desse modo, é importante observar os elementos pedagógicos tensionadores das situações problemas que os seres humanos se depararam para que determinados conhecimentos pudessem se desenvolver. Nesse sentido, é importante analisar o processo histórico de maturação, tensões, contradições, dúvidas que desenvolvem e levam ao conceito.

Para o processo de apropriação do conceito é importante observar o elo entre as formas de pensar o conceito e a fluência que se apresenta na elaboração do conhecimento humano. Tal movimento ou fluência compõe a natureza do pensar científico. Os nexos conceituais conjunto de conceitos cujo a síntese é o conceito em estudo levam em consideração os aspectos mais internos do conceito, são as estruturas fundamentadoras dos conceitos que foram se desenvolvendo dentro de um percurso histórico e sob um desencadeamento lógico até chegar a uma definição formal.

Para a apropriação dos conceitos e o entendimento dos processos de aprendizagem, utilizamos a perspectiva lógico-histórica. Kopin (1978), adota o lógico como a relação dialética e histórica. Ou seja, apesar da existência de muitas correntes lógicas, pode-se estabelecer, em modo geral, que a lógica é “o estudo da estrutura, dos meios de demonstração, do surgimento e evolução de uma teoria científica” (KOPNIN, 1978, p. 21).

Partindo dessa perspectiva e apoiados na perspectiva lógico-histórica (KOPNIN, 1978) que tem por pressuposto a possibilidade do estudo no movimento do pensamento no sentido da apreensão do objeto, o histórico é entendido no seu processo de mudança, etapas de seu surgimento e desenvolvimento e, o lógico como meio pelo qual o pensamento realiza a reprodução do processo histórico. Processo este não no sentido de guiar o pensamento impondo-lhe o desenvolvimento histórico, mas permitindo que a formação das ideias componha a lógica do movimento do pensamento.

Dessa maneira, o conceito formal lógico, normalmente apresentado, não nos permite ter um conhecimento profundo do conceito. Para ter acesso a essência do conceito precisamos conhecer o seu desenvolvimento histórico. O lógico histórico, unidade dialética entre ensino e aprendizagem, constitui uma forma em que concebemos o conhecimento humano e matemático, dada por uma sequência de desenvolvimento histórico onde a ordenação do desenvolvimento lógico faz com que o conhecimento se consolide.

Ainda de acordo com (DAVIDOV, p.166) “A atividade de estudo, como as outras formas de atividade reprodutiva das crianças, consiste em uma das vias de realização da unidade do histórico e do lógico no desenvolvimento da cultura humana.”. Dessa maneira, constitui

lógico-histórico ao estudar o movimento, desse modo, se a teoria é lógica, essa lógica tem história, ou seja, é parte de um ambiente revolucionário, um ambiente de mudanças.

Ao estudar a Matemática nesta perspectiva teórica, acredita-se que um conceito só fica bem compreendido quando se entende o seu significado, aquilo que ele representa. Por isso, considera-se um importante ponto de partida a compreensão do processo de construção do conceito, o seu desenvolvimento, a partir da necessidade pela qual se deu o seu surgimento.

Assim, observar esse processo lógico associado ao histórico nos possibilita relacionar o processo de apropriação de um conceito ao seu movimento de constituir-se teórico, processo esse, que não se dá de forma linear, pois se delineia aí um trajeto em que podemos nos deparar com incômodos, dúvidas, incertezas e impasse.

A motivação para que ocorra o desenvolvimento dos conceitos é estruturada através de uma resposta às necessidades, para que assim, haja novas descobertas e o conceito seja moldado, elaborado, estruturado. Assim, para a elaboração dos conceitos, enfatiza-se o lado histórico do conceito e um objeto de ensino que expressa os nexos conceituais estruturados nos elementos pedagógicos tensionadores.

Os elementos tensionadores estão relacionados à percepção das necessidades, motivações e condições objetivas (LEONTIEV, 1983) propõe ser um aprofundamento de seu movimento de criação na história humana buscando encontrar elementos pedagógicos tensionadores, da (re)criação conceitual em quem ensina e em quem aprende, pois são determinantes para estabelecer uma relação subjetiva do sujeito, com o conceito (LANNER DE MOURA, 2003, p. 2)

Os nexos conceituais possuem duas ramificações que se complementam, os nexos internos e externos. Os nexos internos estão presentes nos pensamentos teóricos e possibilitam compreender ideias em todo o contexto, são elementos perceptíveis do conceito e permitem compreender os aspectos históricos, filosóficos e culturais. Os nexos externos se referem a definição final, formal comumente responsáveis pela linguagem.

Desse modo, os nexos conceituais contribuem com o entendimento dos estudantes. No entanto, é importante levar em consideração que a mobilização dos nexos conceituais, por meio da criação do desenvolvimento iminente e da interação promovida pela intervenção pedagógica, é central para a aprendizagem e, conseqüentemente, para o desenvolvimento do pensamento teórico. Portanto, acredita-se que a interação contribui para que estudantes internalizem ações mentais que são feitas individualmente e coletivamente e que envolvem a aquisição dos nexos conceituais de determinado conteúdo.

Para a aquisição dos nexos conceituais de determinado conteúdo tratamos das situações desencadeadoras de aprendizagem de modo que a relação ocorra pelo sujeito e objeto que deseja aprender, esses processos ocorrem na interação do sujeito com um sujeito mais capaz, isto é, por meio da intervenção pedagógica onde se mobiliza os elementos de mediação produzidos pela cultura humana (signos e instrumentos). Dessa maneira, Vigotski (1995) aponta que os seres humanos não se relacionam diretamente com o mundo, mas de forma mediada. O meio, mais que físico, é também um meio cultural, organizado com o auxílio de ferramentas e signos.

Portanto, destaca-se a importância da linguagem como uma ferramenta crucial no desenvolvimento intelectual, a linguagem como uma forma de mediação entre o pensamento individual e o ambiente social, permitindo que se internalize conceitos e conhecimentos culturais. Desse modo, a internalização ocorre das funções externas para funções internas. É importante a ressalva de que a internalização não é mera transposição de um plano externo para outro interno, transformações qualitativas ocorrem durante a internalização, pois a mente não é cópia ou reflexo das relações sociais.

A consciência está nessa dinâmica tendo em vista que a atividade do homem é a substância de sua consciência. Na teoria da atividade de Leontiev, a dinâmica sujeito-atividade-objeto é uma síntese orientadora da formação da consciência. Em se tratando de desenvolvimento mental humano, os conceitos de atividade e consciência são indissociáveis.

Davidov (1988, p. 45) menciona que,

A formação das funções da consciência em um indivíduo acontece da seguinte forma: primeiro, essas funções são incluídas na estrutura da atividade coletiva; depois, modificadas, começam a propiciar o cumprimento da atividade individual. Baseando-se nos resultados dessa análise do problema da consciência individual, podemos oferecer a seguinte caracterização psicológica geral: a consciência é a reprodução pelo indivíduo da imagem ideal de sua atividade tendente a uma finalidade e da representação ideal nela, das posições de outras pessoas. A atividade consciente do homem está mediatizada pelo coletivo; durante sua realização o homem leva em consideração as posições de outros membros do coletivo.

As diferentes características psicológicas de vários tipos de atividade reprodutiva e suas associações com o ensino e aprendizagem das crianças, assim como as diferentes características do verdadeiro desenvolvimento mental das crianças, variam historicamente e dependem essencialmente dos objetivos da educação inerentes à uma formação social que, por sua vez, são inerentes a um determinado período histórico.

Nesse sentido, é necessário desenvolver tarefas que por meio de ações e operações de aprendizagem estimulem o desenvolvimento da consciência e da atividade humana, que se constitui como um componente da educação orientado para o desenvolvimento do pensamento, por meio da atividade de aprendizagem de estudantes, dessa maneira, a atividade humana está

orientada para um objeto e orienta na formação de conceitos teóricos, generalização, análise, síntese, raciocínio teórico, pensamento lógico.

Para o desenvolvimento do pensamento, é fundamental a noção de dialética. Porém em nossa cultura, a dialética não está presente. No entanto, nenhum fenômeno pode ser explicado isoladamente separado do processo, a dialética é o pensamento e a realidade em simultâneo, ou seja, a realidade é compreendida através de suas contradições. Assim, de acordo com as concepções de Hegel a dialética ocupa-se da síntese entre situações históricas concretas que visam à superação das oposições estabelecidas por cada povo, em cada época.

Dessa maneira, para a dialética o mundo só pode ser compreendido em um todo, a partir de um pensamento dialético que considere as contradições existentes. Assim, a tese e a antítese são conceitos fundamentais no movimento dialético, como desenvolvido por filósofos como Hegel e Marx. A tese representa uma ideia, conceito ou estado atual de uma situação. Ela é a proposição inicial que pode ser uma visão dominante ou estabelecida na sociedade. A antítese, por outro lado, é a posição oposta ou contraditória à tese. É uma negação ou crítica à ideia estabelecida.

Nesse sentido, a tese e a antítese se encontram, surge um conflito de ideias e interesses, criando uma tensão entre elas, dessa forma, o confronto de opostos é o motor da mudança e do desenvolvimento, pois impulsiona o surgimento de uma síntese, que é uma resolução ou reconciliação das contradições, resultando em um novo estágio ou conceito que incorpora aspectos de ambos. Esse processo dialético é cíclico, levando a novas teses e antíteses, promovendo um contínuo avanço e evolução do pensamento e da realidade.

Para a elaboração dos nexos conceituais e o desenvolvimento do pensamento, é importante levar em consideração o conceito de Práxis. De acordo com os pensamentos de Marx a práxis ocorre no processo de interação entre homem e natureza. Desse modo, “uma teoria que veja seu próprio âmbito como um limite que deve ser transcendido mediante sua vinculação consciente com a prática (VÁZQUEZ,2011, p. 111). Nesse sentido, a práxis possui duas atividades que se complementam, são elas: atividade prática (agir) e a atividade do pensamento (pensar).

Assim, a fim de oferecer suporte às ideias apresentadas, apoia-se na teoria dos conceitos de lógico-histórico para o desenvolvimento do trabalho. No intuito de definir e discutir sobre os nexos conceituais de Geometria, faz-se necessário trazer elementos que sirvam de suporte para tal. Desse modo, nos tópicos dos próximos capítulos serão apresentados alguns fatos <sup>1</sup>da teoria histórico-cultural e da história da humanidade, nos quais possamos estudar que fatores

podem ter contribuído para o desenvolvimento do pensamento geométrico.

## 4 A GEOMETRIA

A Geometria é um importante campo de conceitos da matemática, os quais foram descobertos, estudados, estruturados e utilizados nas mais diversas civilizações ao longo do tempo. Para a construção do pensamento geométrico é importante trazer elementos que sirvam de suporte para tal.

Nesse sentido, o ambiente nos coloca em interação com as pessoas e objetos presentes nele e ao mesmo tempo, nossos movimentos provocam a necessidade de que desenvolvamos uma linguagem associada à localização, visualização, representação e construção de imagens mentais e gráficas sobre as quais falamos e escrevemos para nos comunicarmos uns com os outros.

Assim, a literatura matemática inicia com a geometria que de acordo com Hogben (1952) as frases matemáticas se chamam equações. Uma equação nada mais é que uma frase completa em linguagens. A maneira hieroglífica, ou ilustrada chama-se geometria. Consiste em fazer um desenho em escala.

Para a construção do pensamento geométrico se faz necessário entender o desenvolvimento histórico dos conceitos, de desenvolver seus estudos aplicados ao uso social da geometria, além de construir, de modo gradual, com o estudante, a terminologia específica que é usada tanto na matemática quanto nas mais diversas ciências e ramos da tecnologia.

Nesses pressupostos, enfatizamos que a geometria é a mais eficiente conexão didático-pedagógica que a matemática possui: ela se interliga com a aritmética e com a álgebra porque os objetos e relações dela correspondem aos das outras; assim sendo, conceito, propriedades e questões aritméticas ou algébricas podem ser classificados pela geometria, que realiza uma verdadeira tradução para o aprendiz (LORENZATO, 1995, p. 6).

Das contribuições acerca do ensino de geometria, o Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa compromisso formal assumido pelos governos federal, dos estados e municípios propõe assegurar que todas as crianças estejam alfabetizadas até o final do 3º ano do ensino fundamental.

Na perspectiva geométrica o pacto tem como objetivo alcançar através do ensino da geometria os reconhecimentos de figuras geométricas, os conceitos de espaço e a construção de noções de localização e movimentação no espaço físico para que exista orientação espacial em diferentes situações do cotidiano.

Outras perspectivas trabalhadas ao longo do documento apontam que a aprendizagem geométrica que desenvolve a construção do pensamento demanda que o conteúdo seja

desenvolvido de maneira que conseguimos visualizar e manipular objetos, pois assim, a aprendizagem ocorre mais facilmente e o estudante consegue por meio de situações concretas construir o conhecimento com maior ênfase.

Assim, fundamentados por Fonseca (2009) essa seria uma das melhores oportunidades existentes para aprender a matematizar a realidade pois, se configura como uma oportunidade de fazer descobertas, sendo assim, os números são um domínio aberto às investigações, no qual pode também aprender a pensar por meio da realização de cálculos, no entanto as descobertas feitas pelos próprios olhos e mãos são mais surpreendentes e convincentes.

#### **4.1 Desenvolvimento lógico-histórico da geometria**

Para a compreensão do processo histórico da geometria apresentaremos pontos da história da humanidade, nos quais possamos estudar que fatores podem ter contribuído para o desenvolvimento do pensamento geométrico, tendo em vista que as manifestações matemáticas datam desde os tempos mais primitivos, por isso, é importante conhecermos ações desenvolvidas pelo ser humano que podem ter contribuído para o desenvolvimento do pensamento geométrico

Por conta das primeiras necessidades humanas, isto é, as necessidades fisiológicas, ou necessidade de sobrevivência, a humanidade pôde (ou teve que) se desenvolver. Dessa maneira, permite-se usufruir da natureza com a intencionalidade de satisfazer as suas necessidades. Assim, o ser humano transformou a natureza em prol de resolver os seus problemas do dia-a-dia e, tal como aponta Gerdes (2012, p. 13), “o homem, ao mudar a natureza, muda a si próprio”.

No início dos tempos, ao modificar a natureza o desenvolvimento ocorreu de modo cooperativo, ou seja, “a hominização resultou da passagem à vida numa sociedade organizada na base do trabalho[...], modificou a sua natureza e marcou o início de um desenvolvimento [...] submetido as leis sócio-históricas” (LEONTIEV, 2021, p. 261).

Perante o exposto, o ser humano passa a domesticar os animais, usavam técnicas de agricultura e economia, intensificaram a caça e a pesca, aperfeiçoamento de casas, delimitação de terrenos e o surgimento da roda, de aldeias ou comunidades. Logo, o aprimoramento das formas a partir da organização de uma sociedade, remete a ideia de figuras geométricas.

Desse modo, no próprio processo de desenvolvimento humano, ao plantar, manusear rebanho a geometria surge como aporte necessário para o controle e avanço da agricultura na época. O agricultor-criador tem necessidade de alterar o ambiente para poder adequá-lo às suas



necessidades. Para se trabalhar com a criação de animais e com a agricultura, exige-se muito mais habilidades do que uma pessoa que necessite somente coletar frutos ou caçar animais pequenos.

Assim, baseado nos escritos de Hogben (1952) enfatizamos que o agrupamento de números, ou seja, a necessidade de contar grandes números surge com a precisão de se contar rebanhos, como forma de controle para saber se algum tinha extraviado.

Hogben (1952, p. 44) nos afirma que não dispomos de elementos para poder dizer que a utilização dos números na contagem de animais antecedeu ou não alguma outra aplicação que a humanidade poderia ter lhes dado, tão logo emergiu do estado primitivo em que se limitava a coletar e a caçar. No entanto, ao começar a cultivar a terra e criar animais, que somente se reproduzem em determinadas épocas do ano, o ser humano sentiu a necessidade de registrar as estações.

Dessa maneira, registrar o tempo através de observações astronômicas foi algo fundamental para o desenvolvimento dos povos antigos. Segundo Hogben (1952, p. 54), a realização dessas observações é o que culminou com a necessidade das medições exatas e que seria quase certo que o ser humano aprendeu a medir ângulos muito antes de medir comprimentos.

Percebe-se que a partir das necessidades do ser humano em registrar as estações para poder lidar com o cultivo da terra e a criação de animais, as observações astronômicas, possibilitaram muitos avanços na construção de conceitos geométricos, como ângulos, paralelismo, perpendicularidade, comprimento, área e volume.

Os gregos antigos foram povos que tiveram grande influência sobre o pensamento matemático percebendo o conhecimento que os egípcios e babilônios construíram assimilaram com seus princípios empíricos e, para esse conhecimento deram o nome de Geometria, que quer dizer medida da Terra.

Por séculos o único problema geométrico era o traçado na areia. Os gregos desenvolveram uma grande pirâmide, de lógica rígida e inabalável. Assim, segundo Hogben (1952, p. 122) não restam dúvidas que os arquitetos, os templos e os coletores de impostos já haviam adquirido a prática de traçar modelos na areia para fins de orientação de sombras e dimensões.

Desse modo, as primeiras construções geométricas contaram com o auxílio de cordas e cavilhas. Outra característica da geometria grega é estar circunscrita em um determinado ambiente social, no qual é perceptível a existência do movimento lógico-histórico de elaboração deste campo de conceitos.

A partir dos fatos exibidos no trabalho, pudemos refletir sobre alguns aspectos que foram fundamentais para o desenvolvimento da Geometria. Na sequência desta Seção, será exposto aquilo que, com base em nossas investigações a partir da perspectiva lógico-histórica, constituem-se como nexos conceituais do campo de conceitos da Geometria.

## **4.2 Nexos conceituais da Geometria**

### **Forma**

No início da humanidade o ser humano começa a perceber algumas regularidades na natureza, De acordo com Hogben (1952), percebe-se que os instrumentos de caça, pesca, coleta de frutos seriam mais eficientes se a sua forma fosse diferente, como por exemplo, um cesto de forma arredonda seria melhor para coletar e transportar frutos.

Dessa maneira, o ser humano foi percebendo que dando formas à matéria poderia facilitar nos instrumentos de sobrevivência. Percebendo estes instrumentos, o homem pôde diferenciar sobre forma e matéria, aprendeu que podia dar forma à matéria e que poderia melhorar as formas.

A ideia de forma se estabelece também no reconhecimento de diferentes lugares. Ao se estabelecer em certo lugar, o ser humano precisa estruturar o local. No processo de construção de templos, pirâmides o ser humano foi percebendo que determinado modelo de blocos de tijolo facilitaria na construção de lugares.

Desse modo, podemos então, a partir da ideia de forma, analisar se algo arredondado, retangular, pontudo, reto ou curvo é adequado para atender a certa necessidade. Possibilita perceber o espaço em que estão inseridas por uma lente geométrica, estabelecendo as relações entre os objetos que o compõem. Ter a percepção de forma é algo que se mostra, então, fundamental para a Geometria e, desse modo, pode-se classificá-la como um nexo conceitual.

### **Medida**

Nos primórdios da humanidade com a necessidade de criar animais, cultivar a terra exigiu dos seres humanos diferentes percepções sobre o meio que estava inserido. Ao estimar o quanto de alimento seria suficiente ao sustento de uma família, ou mesmo a um povo, era necessário que se soubesse o quanto a terra poderia produzir.

Dessa maneira, houve a necessidade de se medir comprimentos, distâncias, medir também as dimensões da terra e calcular áreas, para que desse modo se desse a distribuição das terras aos agricultores. Os ângulos utilizados na medição da superfície se tornaram ferramentas eficientes, no entanto, foi necessário as análises para indicar o que a medida do ângulo significava. De acordo com Hogben ( 1952), a medição dos ângulos foi largamente utilizada para a construção e orientação dos edifícios dos povos antigos.

A necessidade de criar animais fez com que o uso da medida fosse aplicado nas noções de espaço e controle de animais. Os cercados eram construídos no intuito de conter os animais, assim, era necessário analisar quanto de espaço seria necessário para comportar todos os animais, e também o quanto de material seria suficiente para cercar ou cobrir esse espaço.

O comércio possui um papel importante para a necessidade da noção de medida. Os Sumérios que eram povos navegantes e comerciantes estabeleceram um sistema de medidas, a fim de padronizar as quantidades dos produtos. Percebe-se também que diferentes vasilhames, de variadas formas comportam quantidades diferentes, assim a utilização de uma medida padrão, constitui-se fundamental para a relação entre os povos.

Portanto, as propriedades das figuras geométricas, conceitos de perímetro, raio, circunferência, só se foi possível descobrir porque o ser humano se deu o trabalho de medir.

### **Visualização e representação**

Conforme ocorreu o desenvolvimento do ser humano, através da sua prática diária, o ser humano começou a apropriar de certos conceitos e de propriedades acerca da geometria. Temos como exemplo, o caso dos egípcios que deviam ter aprendido sobre o fato de que a soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a dois ângulos retos ou de que um paralelogramo tem a mesma área de um retângulo de mesma base e mesma altura (BARKER, 1974).

A partir disso, torna-se muitas vezes desnecessário construir marcações, edificar monumentos para que se verifique algo. Conhecendo as propriedades, torna-se mais prático e eficiente fazer as representações dessas situações para analisá-las.

Dessa maneira, temos como exemplo, a relação de volume. Se possuímos certa quantidade de material para produzir um recipiente que possa ocupar o maior volume possível, não seria viável ficar produzindo recipientes e medindo para saber qual ocupa o maior volume. A situação poderia ser representada e calculada, e dessa maneira a situação seria resolvida mais facilmente.

Partindo desses pressupostos, a representação é fundamental para o cálculo, no entanto, é necessário compreender o que está sendo representado, assim, a visualização torna-se importante, pois, de acordo com Santos (2009, p.19-20), a base da construção do pensamento geométrico é a visualização do espaço e de suas formas. Portanto, a visualização e a representação são elementos indissociáveis.

Nesse sentido, Santos (2009) nos afirma que a visualização não é apenas o ato de ver, no sentido de utilizar um órgão sensorial, mas que ela está relacionada com a capacidade de analisar o que se percebe como parte do mundo real e memorizar aspectos que caracterizem os objetos vistos. Refere-se então a contato visual físico, mas também a contato mental (imaginário) com o espaço (p. 21).

Apoiada em Gutiérrez (1996) a autora considera dois processos realizados na visualização que são i) a interpretação visual de informações, para que se possa criar as imagens mentais, e isso pode se dar por exemplo, através do uso de materiais manipulativos/objetos, e ii) a —interpretação de imagens mentais, para gerar informações verbais ou gráficas.

No entanto, Barbosa (2011, p. 5) aponta que: o raciocinar/pensar em objetos ou desenhos, em termos de imagens mentais, deve acontecer de maneira sistematizada, ou seja, levando em consideração as características e propriedades dos objetos.

A representação, também entendida como em Gutiérrez (1996), é um importante instrumento para expressar conhecimentos e ideias geométricas. A representação ajuda a criar ou transformar imagens mentais e produzir o raciocínio visual. Essa representação pode ser gráfica, através de um desenho em uma folha de papel ou de modelos concretos, ou mesmo através do uso da linguagem e gestos.

Assim, essa dialética visualização-representação, constitui-se para nós como nexo conceitual de Geometria.

## **Invariância**

Barbosa (2011, p. 5) aponta que: o raciocinar/pensar em objetos ou desenhos, em termos de imagens mentais, deve acontecer de maneira sistematizada, ou seja, levando em consideração as características e propriedades dos objetos.

Tendo em mente o processo de visualização e representação podemos pensar nas observações que surgem dos processos empíricos a partir da perspectiva de que certas características e padrões se mantêm, assim, torna-se possível fazer agrupamentos desses

elementos. dos elementos que permanecem os mesmos, mesmo que estejam sujeitos a algumas transformações. Para que assim desenvolvamos a ideia do conceito de invariância.

Partindo desses pressupostos a invariância nos permite organizar os objetos geométricos em grupos, aqueles que obedecem a certos padrões ou possuem as mesmas propriedades. A partir da observação das características, percebe-se que certas propriedades dos objetos se mantêm, ou seja, percebe-se que existe aí uma invariância nas propriedades. Isso possibilita que organizemos os conceitos e os estruturamos, dando suporte também para a compreensão de outros objetos ou conceitos mais complexos.

Tendo como exemplos das formas de agrupamentos desse processo podemos pensar que os triângulos possuem propriedades próprias que se mantêm, a soma dos ângulos internos é igual a dois ângulos retos, mesmo que mudemos a sua posição, ou se alterarmos suas medidas. Toda circunferência, independentemente de suas medidas, gozam das mesmas propriedades, como a de que a razão entre o perímetro e o seu raio é igual a  $2\pi$ . Todo polígono pode ser dividido em triângulos e a partir disso, podemos encontrar a soma dos ângulos internos de qualquer polígono como o produto do número de lados menos dois por  $180^\circ$ .

Desse modo, suponhamos a situação de lidar com trapézios. A princípio podemos não conhecer suas propriedades e como encontrar sua área, por exemplo, mas sabemos isso para os triângulos e sabemos que o trapézio pode ser dividido em triângulos e a partir disso podemos estudar o que acontece com os trapézios. Desse modo, podemos estruturar, organizando a Geometria como um campo de conceitos que respeitam determinadas propriedades.

## 5 SITUAÇÕES DESENCADEADORAS DE APRENDIZAGEM

A visão epistemológica da educação geométrica, enraizada no momento da elaboração das situações desencadeadoras de aprendizagem consistem no fato do ensino de geometria propiciar ao estudante, primeiramente, a formação do pensamento geométrico e, conseqüentemente, a manifestação desse pensamento por meio de uma linguagem matemática.

A situação desencadeadora de aprendizagem está estruturada de modo que atenda à necessidade de apropriação do conhecimento por parte do estudante, de forma que suas ações sejam realizadas em busca da solução de um problema que o mobilize para a atividade de aprendizagem (Moura, 2010)

De acordo com Moraes (2008) as situações desencadeadoras de aprendizagem são formas de organizar o ensino e tem como objetivo desencadear no estudante a necessidade de se apropriar de conhecimentos que o possibilitem resolver problemas, e assim, mobilizar funções mentais no estudante produzindo um novo nível de desenvolvimento.

Nesse sentido, devem propor ações que mobilizem os estudantes a buscar juntos com seus pares, possíveis soluções à situação que desencadeou o problema. É nesse processo de interação e mediação da aprendizagem que novas estruturas se formam possibilitando um conhecimento com outra perspectiva (VIGOTSKI, 2007).

Pressupõe-se que para a apropriação da linguagem geométrica científica é primordial uma organização do ensino que propicie o desenvolvimento do sentido para os sujeitos. Assim, para abordar os conceitos selecionados é importante organizar as tarefas de maneira estruturada e intencional.

Para Moura, a essência, isto é, a gênese do conceito, deve ser o que constitui a situação desencadeadora de aprendizagem, que está relacionado ao modo “como foram aparecendo os problemas e as necessidades humanas em determinada atividade e como os seres humanos foram elaborando as soluções ou sínteses no seu movimento lógico-histórico” (Moura, 2010, p. 103-104).

O intuito das tarefas apresentadas é possibilitar que os estudantes se apropriem dos conhecimentos fundamentais por meio de suas ações e operações, bem como a apropriação dos nexos conceituais de geometria. Assim, objetiva-se enfatizar a ideia de que a geometria constitui como uma necessidade humana para a representação das formas e seu processo de organização.

### **1. Introduzindo os conhecimentos geométricos através da Contação de História.**

A primeira situação com o intuito de desencadear a aprendizagem inicia com o conto da história apresentada a seguir, baseada em tarefas desenvolvidas pelo o clube de Matemática que é um projeto de encontros para que estudantes possam, através de atividades lúdicas, jogar e brincar. Nessa direção, as atividades planejadas e desenvolvidas no Clube de Matemática (CluMat) buscam auxiliar os aprendizes da docência no exercício e na compreensão do ensino e dos conceitos matemáticos, atrelando elementos curriculares ao modo de organizar a atividade pedagógica.

Certa vez, em um reino muito, mas muito, muito distante existia um princesinha chamada Anastácia. Ela era a mais velha de cinco irmãos, e era muito amada não só pelos seus familiares, mas também por todos os súditos no reino. Anastácia era aventureira, adorava viajar, viajava o mundo todo, conhecia povos, lugares, línguas e culturas diferentes. Em uma de suas viagens ele decidiu comprar presentes para seus amigos, familiares, mãe, pai, irmãos, primos, tios, todos, para mostrar que os amava também. Assim ela fez, comprou, comprou, comprou, até acabar todo seu dinheiro. Um dia antes de retornar para seu reino, ela foi arrumar suas malas e nesse momento pintou um enorme problema, eram muitas caixas de presentes que pareciam não caber nas malas, e como foi dito antes, ela gastou todo o dinheiro e já não havia como comprar outra mala. Ela se viu diante de um enorme dilema: Como voltar para casa sem levar presente para todos? O que fazer? Não podia deixar o presente de ninguém, pois amava todos, mas não tinha mala suficiente para levá-los. Anastácia pensou, pensou, pensou, e olhando para suas malas ela percebeu que, organizando melhor suas coisas sobraria uma mala e então poderia levar o presente. Vamos ajudar a princesa Anastácia a guardar seus presentes e assim poder voltar pra casa feliz.

Esta proposta tem como princípio trabalhar com o problema desencadeador. Vale ressaltar que o problema desencadeador de aprendizagem é entendido como um problema de aprendizagem pelo qual o estudante, ao resolvê-lo coletivamente, apropria-se de uma forma de ação geral, que se torna base de orientação das ações em diferentes situações que o cercam.

Após a história ser contada, é necessário um tempo para discussão do problema apresentado.

## **2. Os questionamentos em torno da organização dos grupos.**

No trabalho desenvolvido por Rodrigo Ferreira de Abreu em 2013 com o tema uma abordagem lógico-histórica da geometria ele desenvolve uma pesquisa com estudantes do

ensino fundamental de uma de uma escola pública estadual da cidade de Itutinga – MG. Assim, baseados na pesquisa de Abreu(2013) desenvolvemos situações desencadeadoras de aprendizagem possíveis a partir de estudos e Atividades de Ensino propostas pelo autor.

Após a discussão da história apresentada, a segunda questão a ser trabalhada, leva em consideração o apontamento de Van de Walle (2009, p. 49), de que a aprendizagem é enriquecida —quando o estudante se compromete e se envolve com os outros, explorando, todos juntos, as mesmas ideias, o intuito é continuar a proposta de maneira que os estudantes trabalhassem em grupos. Assim, como proposto no trabalho de Abreu(2013), o intuito é organizar grupos de quatro estudantes para que as próximas tarefas possam ser desenvolvidas.

Pensando na elaboração das propostas seguintes, no momento de organização da sala propõe-se que os estudantes se organizem da maneira que julgarem mais adequada, e dessa maneira, iniciar o trabalho com o nexa forma. Assim, levantar as seguintes questões: Qual o melhor jeito de organização das carteiras na sala? Vocês acreditam que essa organização seja a mais adequada? Por que?

Nesse sentido, espera-se que os estudantes se distribuam de diferentes formas. Ao colocar as carteiras da maneira que julgarem ser mais adequada, já estariam trabalhando com o nexa forma. Assim, como foi constatado no trabalho de Abreu(2013). Alguns questionamentos podem ser levantados: Vocês são quatro pessoas aqui. Teria alguma outra maneira de que vocês poderiam se sentar aqui neste grupo, que seria melhor ou pior do que esse jeito que vocês estão? Por quê?

Partindo desses pressupostos, a solução da situação-problema pelos estudantes deve ser realizada na coletividade. Pretende-se perceber a partir das discussões e das respostas dadas pelos grupos sobre a organização das carteiras o fato de que todos poderiam trabalhar como uma equipe, ou seja, de que todos poderiam participar e contribuir para o desenvolvimento da tarefa.

Nesse sentido, baseados na pesquisa de Abreu (2013) espera-se que as discussões levem para a concepção que a melhor forma de se organizar é um de frente para o outro, pois assim, comunicariam melhor. Tendo em vista que as diferentes distribuições, como por exemplo, a distribuição das cadeiras em linha reta prejudicaria a comunicação entre o grupo.

Dessa maneira, evidencia-se a importância de se pensar em diferentes formas para determinadas necessidades.

### **3. O desenvolvimento da tarefa e as diferentes concepções de forma e medida.**



Após a formação dos grupos, propomos a terceira situação desencadeadora de aprendizagem, a proposta é que cada grupo fique com objetos compostos por algumas embalagens com formatos de cubos, bolas da mesma dimensão, pedras, blocos de tamanhos variáveis e uma caixa grande. A proposta, baseada no Club da Matemática, é preencher a caixa grande com as embalagens na posição que preferirem, não podendo sobrepor as embalagens, nem colocar uma embalagem dentro da outra, ao término do preenchimento da caixa a “mala” deve fechar, sem estufar a tampa.

Ao terminar de preencher a caixa, os estudantes recebem uma folha para registro. Finalizada essa parte, o intuito é que cada grupo mostre como ficou a sua caixa, explicando qual a estratégia utilizada para preenchê-la, a fim de que a turma reflita e discuta sobre qual foi a melhor maneira para preencher o fundo da caixa.

Os grupos devem então decidir qual foi a melhor estratégia utilizada. O objetivo é que os estudantes utilizem os objetos para preencher a caixa da melhor maneira possível. Através dessa proposta, os estudantes também podem trabalhar com a ideia de medida, fazendo relações entre as dimensões da caixa com as dos objetos.

O intuito é que os estudantes argumentem sobre o fato de que ter um tamanho igual para os objetos facilita encaixá-los. Assim, seria possível perceber que os estudantes utilizam dos nexos, forma e medida para explicar suas ideias e formular suas conclusões.

Dentre as embalagens, é importante que eles percebam que as com formas arredondadas e irregulares deixam espaços entre elas não se encaixam muito bem deixando alguns espaços vazios. Ou seja, perceber a influência da forma para a solução do problema que esse caso era a medida do maior espaço a ser ocupado na caixa.

Com essa discussão, espera-se que o grupo consiga argumentar, da maneira que exibimos anteriormente a partir da obra de Hogben (1952), que para calcular o volume devemos fazer uso de objetos iguais, de mesmo tamanho, ou seja, seria mais fácil se houvesse um tamanho padrão, seja com paralelepípedos ou com cubos desde que tenham as mesmas dimensões.

De acordo com Lima e Moisés (2002, p. 5), forma é a correspondência que se estabelece entre a qualidade que se quer captar e a configuração usada para representá-la. As mais comuns, recriadas pelo ser humano ao longo de milhares de anos, foram registradas (em papiros, papéis, etc.) e receberam nomes.

#### **4. As diferentes concepções em torno de uma mesma tarefa.**

Dessa maneira, surge o suporte para discutirmos sobre as características, as nomenclaturas, as propriedades e os elementos dessas figuras, bem como sobre quais desses

aspectos são relevantes para os anos iniciais do Ensino Fundamental. As reflexões dirigiram-se, então, à possibilidade de pensar o movimento humano de apreensão das formas do espaço para o plano como orientador da organização do ensino de Geometria nos anos iniciais.

Assim, a ideia é analisar e direcionar os estudantes através de diálogo e trocas de informações e experiências.

## **6 CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Após os estudos apresentados neste trabalho, acredita-se que a perspectiva lógico-histórica contribui para que os estudantes possam ter uma compreensão significativa dos conceitos geométricos.

Pauta-se na ideia de que o conhecimento humano não é construído individualmente, mas é resultado das interações e experiências culturais. Além de que o desenvolvimento não ocorre de maneira linear, mas sim em espiral, à medida que a pessoa se apropria dos códigos/conhecimentos estabelecidos pela cultura ao longo do tempo.

Dessa maneira, fundamenta-se na Teoria Histórico-Cultural que consiste na compreensão dos processos psicológicos de natureza social e do funcionamento mental superior dos seres humanos, bem como de suas origens sociais, é uma corrente psicológica que explica o desenvolvimento da mente humana com base nos princípios do materialismo dialético.

Partindo desses pressupostos, o intuito foi perceber que a partir dos nexos conceituais os estudantes podem atribuir significados aos conceitos geométricos. Desse modo, o nosso intuito foi demonstrar a importância da elaboração de tarefas que se baseiam no desenvolvimento do pensamento.

Diante disso, buscamos contribuir com o desenvolvimento da pesquisa através das situações desencadeadoras de aprendizagem em torno desenvolvimento do pensamento geométrico.

## **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

ABREU, F.R. **Uma abordagem lógico-histórica da geometria**. UFLA, 2013.

BARBOSA, C. P. **Desenvolvendo o pensamento geométrico nos anos iniciais do ensino fundamental**: uma proposta de ensino para professores e formadores de professores. Departamento de Matemática – UFOP, 2011.

Disponível em: <[http://www.ppgedmat.ufop.br/arquivos/Produto\\_Educacional](http://www.ppgedmat.ufop.br/arquivos/Produto_Educacional)

BARKER, S. F. **Filosofia da Matemática**. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 2a ed, 1974.

BULOS, Adriana Mascarenhas Mattos. **O Ensino da Geometria nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental**. In: XIII CIAEM – IACME, Recife, Brasil, 2011.

Brasil. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. Secretaria da Educação Fundamental**. Brasília: MEC/SEF, 1997.

CARAÇA, B. de J. **Conceitos fundamentais da Matemática**. 1. ed. Lisboa: Livraria Sá da Costa Editora, 2011.

CASTRO, A. D.; CARVALHO, A. M. P. de (org.) **Ensinar a ensinar: didática para a escola fundamental e média**. 1a ed. São Paulo: Pioneira, 2001.

DAVIDOV, V. V. **Problemas do ensino desenvolvimental: A Experiência da Pesquisa Teórica e Experimental na Psicologia**. 1988

GERDES, P. **A Ciência Matemática**. Editor: INDE/Núcleo Editorial. Maputo. 1981.

MOURA, Manoel Oriosvaldo de et. al. **A Atividade Orientadora de Ensino como Unidade entre Ensino e Aprendizagem**. 2010.

PAVANELLO, R. M. **O abandono do ensino de da Geometria no Brasil: Causas e Consequências**. Revista Zetetikê. Campinas: UNICAMP, Ano 1, n1, 1993

HOGBEN, L. **As Maravilhas da Matemática: influência e função da Matemática nos conhecimentos humanos**. Porto Alegre: Editora Globo, 1952.

MOURA, M. O. de; ARAÚJO, E. S.; MORETTI, V. D.; PANOSSIAN, M. L.;

RIBEIRO, F. D. Atividade orientadora de ensino: unidade entre ensino e aprendizagem. Revista Diálogo Educacional, Curitiba, v. 10, n. 29, p. 205-229, jan./abr. 2010.

PRESTES, Z. R. **Quando não é quase a mesma coisa: análise de traduções de Lev Semionovitch Vigotski no Brasil: repercussões no campo educacional** (Tese de doutorado não-publicada). Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade de Brasília. 2010.

VIGOTSKI, L. S. **A construção do pensamento e da linguagem**. 2009.