



**PESQUISA EXPLORATÓRIA ENTRE A FOTOGRAFIA E A
MATEMÁTICA**

DANIEL FERNANDES ALMEIDA

LAVRAS – MG

2023

DANIEL FERNANDES ALMEIDA

**PESQUISA EXPLORATÓRIA ENTRE A FOTOGRAFIA E A
MATEMÁTICA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Colegiado do
Curso de Matemática como requisito para elaboração da
monografia de conclusão de curso em Licenciatura em
Matemática.

Orientadora Prof^ª. Daiane Alice Henrique Ament

Discente Daniel Fernandes Almeida

**LAVRAS – MG
2023**

Dedico este trabalho à minha amada família, em especial aos meus queridos pais, Fânis Antônio de Almeida e Maria Clarete Fernandes Almeida. Sem o amor, apoio e orientação de vocês, esta jornada acadêmica teria sido muito mais desafiadora. Cada conquista alcançada é um reflexo do amor e do sacrifício que vocês dedicaram a mim.

Agradeço por serem minha inspiração constante e por me motivarem a perseguir os meus sonhos. Este Trabalho de Conclusão de Curso é, de certa forma, um tributo a vocês, e espero que ele representa a dedicação e o esforço que vocês me ensinaram a valorizar ao longo dos anos.

Com todo o meu amor e gratidão, Daniel Fernandes Almeida.

AGRADECIMENTOS

Gostaria de expressar a minha sincera gratidão a todas as pessoas que tornaram possível a realização deste trabalho e que desempenharam papéis cruciais em minha jornada acadêmica.

Primeiramente, à minha amada família: meus pais Fânis Antônio de Almeida e Maria Clarete Fernandes Almeida, irmãos Dayvid Fernandes Almeida e Daiane Fernandes Almeida, sobrinhos Júlia Fernandes Pereira Almeida, Miguel Pereira Almeida, Estevão Almeida Carvalho e Lucas Almeida Carvalho e aos cunhados Marcelle Mendes Pereira Almeida e Junio Sales Carvalho. Seu amor incondicional, apoio constante e compreensão profunda foram a força motriz por trás de cada passo que dei neste caminho. Obrigado por serem meu alicerce e fonte de inspiração.

Gostaria de expressar minha profunda gratidão aos dedicados professores do Departamento de Matemática, que ao longo do meu percurso acadêmico me proporcionaram conhecimento, orientação e inspiração. Com as aulas e mentorias desempenharam um papel crucial na minha formação. Além disso, quero agradecer aos meus amigos da matemática, em especial a Julia Avelar Almeida e Thiago Barros Mesquita, que por terem sido amigos marcantes dentro do curso e pelos momentos de descontração. Sua amizade e apoio foram fundamentais para enfrentar os desafios do curso e para celebrar as conquistas. Agradeço do fundo do coração por fazerem parte da minha jornada e enriquecerem a minha experiência acadêmica.

Gostaria de expressar minha profunda gratidão à minha orientadora, Daiane Alice Henrique Ament, que desempenhou um papel fundamental ao longo deste processo. Sua orientação, incentivo e apoio incansáveis foram a luz que iluminou o caminho deste trabalho. Ela não apenas me motivou a dar o meu melhor, mas também compartilhou generosamente seu conhecimento e experiência, tornando a jornada da escrita deste TCC mais rica e enriquecedora. Sua orientação não apenas aprimorou este projeto, mas também a minha trajetória acadêmica como um todo. Sou imensamente grato por tê-la como mentora e guia nesta jornada.

À Atlética Odisseia, minha segunda família, que me acompanhou e apoiou em cada desafio e conquista durante meu curso. A amizade e união que encontrei neste grupo são inestimáveis. Meu coração sempre será rosa e turquesa. Obrigado Coruja.

As pessoas incríveis que conheci ao longo da minha trajetória acadêmica, em especial a Maria Fernanda Rodrigues, que se tornou minha melhor amiga e uma verdadeira parceira nesta jornada. Também, a Isaías Gonçalves Ribeiro, Otavio Augusto Sousa Resende, Gabriel Henrique Moreira Oliveira, Livia Gonçalves Tolentino, João Lucas Guerra Alvarenga, Ana Clara Faria Melo, Thaís Henriques Gabriel Barbosa Moreira, que me ofereceram apoio nos momentos difíceis e compartilharam alegrias nos dias de sucesso.

Aos grupos que fizeram parte da minha vida, como os Noias de Caneca e os Filhos do Zaza, obrigado por enriquecerem minha experiência e tornarem cada momento mais especial.

Aos meus companheiros de casa, Luiz Roberto Keles Junior e Cesar Augusto Gonçalves Ribeiro, por me acolherem calorosamente e tornarem a convivência tão agradável.

Por fim, a todos que cruzaram o meu caminho e contribuíram de alguma forma para o meu crescimento acadêmico e pessoal, o meu profundo agradecimento. Esta conquista é um reflexo do apoio e amizade que encontrei em todos vocês.

Muito obrigado por fazerem parte da minha jornada e por tornarem esta realização possível. Com gratidão eterna, Daniel Fernandes Almeida.

RESUMO

Este Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) tem como objetivo explorar a relação entre a fotografia e a matemática, identificando modelos matemáticos aplicados à fotografia. A escolha desse tema foi motivada pelo interesse pessoal do autor, que é fotógrafo profissional e atualmente está se graduando em matemática. A pesquisa teve início com uma busca criteriosa por artigos, livros e outras fontes relevantes que exploram a interação entre essas duas áreas do conhecimento. A análise das fontes selecionadas permitiu identificar possíveis conexões entre a fotografia e a matemática. Foram investigados aspectos como o uso de conceitos matemáticos na composição visual, a aplicação de algoritmos matemáticos na edição e processamento de imagens fotográficas, bem como o uso de técnicas fotográficas como ferramentas de visualização de conceitos matemáticos complexos. Durante a pesquisa, foram identificados conceitos fundamentais compartilhados tanto pela matemática quanto pela fotografia, como proporção, simetria, equilíbrio e geometria. Esses conceitos desempenham um papel essencial na composição visual das imagens fotográficas e na representação de fenômenos físicos e abstratos. Além disso, a pesquisa também se baseou em dissertações que abordaram a relação entre a matemática e a fotografia. Essas dissertações exploraram o uso de elementos matemáticos na fotografia, como a sequência de Fibonacci e a proporção áurea, bem como a presença da geometria na composição e estética das imagens. Ao aprofundar a compreensão dessa relação, espera-se contribuir para a ampliação do conhecimento nessa interseção entre a matemática e a fotografia. A pesquisa oferece percepções importantes sobre como os princípios matemáticos podem influenciar a composição visual, o enquadramento e a estética das imagens fotográficas. Por fim, o estudo destaca a importância do diálogo e da colaboração entre os campos da matemática e da fotografia, incentivando uma abordagem interdisciplinar que possa resultar em descobertas inovadoras e avanços nas práticas fotográficas e matemáticas.

Palavras-chave: composição visual, modelos matemáticos, interdisciplinaridade.

ABSTRACT

This Undergraduate Thesis aims to explore the relation between photography and mathematics, identifying mathematical models applied to photography. The choice of this topic was motivated by the author's interest, as he is a professional photographer currently pursuing a degree in mathematics. The research began with a thorough search for articles, books, and other relevant sources that explore the interaction between these two knowledge domains. The analysis of the selected sources allowed for the identification of potential connections between photography and mathematics. Aspects such as the use of mathematical concepts in visual composition, the application of mathematical algorithms in the editing and processing of photographic images, as well as the use of photographic techniques as tools for visualizing complex mathematical concepts, were investigated. During the research, fundamental concepts shared by both mathematics and photography, such as proportion, symmetry, balance, and geometry, were identified. These concepts play an essential role in the visual composition of photographic images and the representation of physical and abstract phenomena. Furthermore, the research was also based on dissertations that addressed the relation between mathematics and photography. These dissertations explored the use of mathematical elements in photography, such as the Fibonacci sequence and the golden ratio, as well as the presence of geometry in the composition and aesthetics of images. By deepening the understanding of this relation, it is expected to contribute to the expansion of knowledge at the intersection of mathematics and photography. The research provides important insights into how mathematical principles can influence the visual composition, framing, and aesthetics of photographic images. Finally, the study underscores the importance of dialogue and collaboration between the fields of mathematics and photography, encouraging an interdisciplinary approach that can lead to innovative discoveries and advancements in both photographic and mathematical practices.

Keywords: visual composition, mathematical models, interdisciplinarity.

LISTA DE FIGURAS

Figura 3.1 – Linha imaginária da regra dos terços.....	18
Figura 3.2 – Prédio de Convenções.....	18
Figura 4.1 – Pôr do sol no CIUNI.....	24
Figura 4.2 – Prédio Administrativo (Prédio das Bandeiras).....	25
Figura 4.3 – Salão de Convenções.....	25
Figura 4.4 – Corredor externo do Departamento.....	26
Figura 4.5 – Avenida principal da UFLA.....	27
Figura 4.6 – Prédio Diretório Central dos Estudantes.....	29
Figura 4.7 – Prédio Museu Bi Moreira.....	31
Figura 4.8 – Pôr do Sol para a cidade.....	32
Figura 4.9 – Pôr do sol na UFLA.....	33
Figura 4.10 – Divisão seguindo a proporção áurea.....	34
Figura 4.11 – Retângulo com divisões que seguem a proporção áurea.....	34
Figura 4.12 - Sequência de Fibonacci.....	35
Figura 4.13 - Proporção áurea entre a e b.....	36
Figura 4.14 – Retângulo de Fibonacci.....	37
Figura 4.15 – Retângulo de Fibonacci com a espiral.....	38
Figura 4.16 – Estátua Samuel Rhea Gammon.....	39

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	9
2 OBJETIVOS.....	11
3 REFERENCIAL TEÓRICO.....	13
4 METODOLOGIA.....	21
4.1 Geometria.....	22
4.2 Reta.....	23
4.3 Simetria.....	27
4.4 Isometria e Congruência.....	29
4.5 Proporção.....	31
4.6 Equilíbrio.....	32
4.7 Razão Áurea.....	33
4.8 Sequência de Fibonacci.....	34
4.9 Relação entre Razão Áurea e Sequência de Fibonacci.....	35
4.10 Escher.....	39
5 CONCLUSÃO.....	41
6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	43

1 INTRODUÇÃO

Entrar no curso de Matemática não era uma das minhas opções mas acabou que foi onde entrei e me encontrei. Quando comecei a pensar na temática que seguiria para a pesquisa do Trabalho de Conclusão de Curso (TCC), entrei em estado de pânico, pois eu não tinha em mente em que área eu gostaria de realizar a pesquisa. Até que uma professora em aula disse para trabalhar com algo que eu gostasse, nesse momento pensei: “será que conseguiria relacionar a fotografia com a matemática?”, já que essa área era um hobby e que durante a minha graduação se tornou uma fonte de renda extra. Então me senti encorajado a desbravar essa relação.

Considero uma das maiores e mais importantes criações da história, porque as imagens são muito mais do que apenas uma coleção de dados. “Como um código visual, ampliando a noção sobre o que valia a pena olhar e efetivamente registrar” (FISTAROL, 2008, p. 11). A fotografia explora o aspecto maior e mais generoso de nossa humanidade: nossa necessidade de compartilhar o que achamos formoso e eufórico com os outros. Trazer na bagagem toda a história e as características culturais da época, retratando o passado, o presente e os projetos do futuro. Originada com o objetivo de congelar um momento de nossas vidas e levar para a eternidade além de nossas memórias. É um ótimo estímulo visual para nos recordarmos de pessoas, lugares, fatos e momentos importantes.

Para o historiador francês Jacques Le Goff:

Memória é o fenômeno individual e psicológico, a memória liga-se também à vida social. Esta varia em função da presença ou da ausência de escrita e é objeto da atenção do Estado que, para conservar os traços de qualquer acontecimento do passado (passado/presente), produz diversos tipos de documentos/momentos; que escreve a história e acumula objetos. (LE GOFF, 2003, p. 419).

Assim como a pintura, a escrita e a gravação, a fotografia é um registro que é passado de geração em geração, deixando histórias familiares da nossa descendência para as vindouras. Trazendo uma herança e um sentimento de pertencimento à história, registrada naquele dado momento e lugar. “A máquina fotográfica é um espelho dotado de memória, porém incapaz de pensar”. (Newman, Arnold. 1918-2006 – Respeitável fotógrafo americano).

Por meio dessa pesquisa exploratória, espera-se identificar lacunas e possíveis direções de investigação, proporcionando uma base sólida para o desenvolvimento deste trabalho. As informações obtidas nessa etapa inicial servirão como fundamentação teórica

para aprofundar a compreensão das interações entre a fotografia e a matemática, abrindo caminho para futuras reflexões e análises mais aprofundadas.

Deste modo, comecei uma busca por teses e dissertações na mesma área de pesquisa que pretendo seguir. Entre as poucas encontradas, a dissertação de mestrado de Rodrigo José Abreu dos Santos, intitulada "A relação entre a matemática e a fotografia", chamou minha atenção de forma significativa. Nessa dissertação, o autor aborda toda a história da fotografia, desde sua origem até seu surgimento no Brasil, além de discutir sua evolução e as diferentes câmeras utilizadas ao longo do tempo.

Em seguida, o autor explora o conceito de matemática inserido na fotografia, abordando temas como frações, área e diâmetro de círculos, sequência de Fibonacci, proporção áurea, distância, ângulo, perspectiva e ilusão. Fiquei encantado com a pesquisa realizada pelo autor, pois sua estrutura e conteúdo foram exatamente como eu imaginava quando comecei a planejar meu Trabalho de Conclusão de Curso. Portanto, utilizei essa dissertação como base e pretendo aprimorar algumas áreas e conceitos dentro do meu próprio estudo.

Com base nas referências selecionadas que tratam do tema, busquei aprofundar a compreensão da relação entre a matemática e a fotografia, explorando como os princípios matemáticos podem influenciar na composição visual, no enquadramento e na estética das imagens fotográficas. Utilizei conceitos, como a sequência de Fibonacci e a proporção áurea, para analisar e aprimorar a minha prática fotográfica, além de contribuir para a ampliação do conhecimento nessa interseção entre a matemática e a fotografia.

2 OBJETIVOS

Com o intuito de aprofundar o estudo sobre a relação entre a fotografia e a matemática, o objetivo primordial foi identificar possíveis conexões entre essas duas áreas do conhecimento e verificar se existem estudos e pesquisas que as relacionam de alguma forma. A partir disso, foi conduzida uma pesquisa exploratória que envolveu a seleção criteriosa de artigos, livros e outras fontes de informação relevantes. O processo de seleção das fontes de informação foi baseado em critérios específicos, buscando-se trabalhos que explorassem a interação entre a fotografia e a matemática sob diferentes perspectivas. Foram consideradas publicações acadêmicas, obras teóricas, estudos de caso e materiais que apresentassem abordagens práticas e aplicadas.

A análise das fontes selecionadas permitiu um levantamento inicial das possíveis relações entre a fotografia e a matemática. Foram investigados aspectos como o uso de conceitos matemáticos na composição visual, a aplicação de algoritmos matemáticos na edição e processamento de imagens fotográficas, além da utilização de técnicas fotográficas como ferramentas de visualização de conceitos matemáticos complexos.

Ao explorar as obras consultadas, decidi seguir o caminho das composições visuais. A pesquisa permitiu verificar que as áreas de fotografia e matemática compartilham conceitos fundamentais, como proporção, simetria, equilíbrio e geometria. Estes conceitos, presentes tanto na matemática quanto na fotografia, são capazes de proporcionar uma linguagem comum para a representação de fenômenos físicos e abstratos.

3 REFERENCIAL TEÓRICO

O presente referencial teórico tem como base a dissertação intitulada "A relação entre a Matemática e a Fotografia", de autoria de Rodrigo José Abreu dos Santos, sob orientação de Marcos Craizer (SANTOS, 2021). Este trabalho busca explorar a intersecção entre a matemática e a fotografia, destacando a presença de elementos matemáticos e princípios geométricos na composição e na apreciação visual das imagens fotográficas.

Além da dissertação mencionada, também utilizarei como referências as dissertações "Números de Fibonacci: Propriedades e Aplicações" de Fabiana Correia Pereira (PEREIRA, 2022) e "A Razão Áurea e a Sequência de Fibonacci" de Marcelo Manechine Belini (BELINI, 2015). Essas dissertações apresentam estudos sobre a sequência de Fibonacci e a razão áurea, dois conceitos matemáticos que desempenham um papel relevante na compreensão da relação entre a matemática e a fotografia.

A relação entre a matemática e a fotografia tem sido objeto de estudo e análise, despertando interesse de pesquisadores nas áreas de artes visuais e matemática. A dissertação de Santos (2021) aborda essa temática, explorando a intersecção entre essas duas disciplinas aparentemente distintas.

A matemática e a fotografia são áreas de conhecimento que, à primeira vista, podem parecer não relacionadas. No entanto, ao analisar as características visuais e composicionais das imagens fotográficas, é possível identificar a presença de elementos matemáticos subjacentes. Santos (2021) busca investigar essas relações, mostrando como a matemática desempenha um papel fundamental na compreensão e na criação de imagens fotográficas.

Um dos principais aspectos abordados na dissertação de Santos (2021) é a geometria presente na fotografia. Através de conceitos matemáticos, como a proporção áurea e a geometria fractal, o autor explora como essas estruturas matemáticas podem influenciar a composição visual e estética das fotografias. Eles demonstram como o uso consciente desses princípios geométricos pode resultar em imagens equilibradas, harmônicas e atraentes.

Além disso, Santos (2021) discute a aplicação de conceitos matemáticos na captura e no processamento das imagens. O autor investiga como as técnicas de processamento digital de imagens, baseadas em algoritmos matemáticos, podem melhorar a qualidade e a manipulação das fotografias. Ele também explora o uso de equações e modelos matemáticos

para a análise e a reconstrução de imagens, abrindo possibilidades para aplicações mais avançadas na área fotográfica.

Outro ponto destacado na dissertação de Santos (2021) é a presença da matemática na percepção visual e na estética fotográfica. Ele investiga como a compreensão de conceitos matemáticos, como o contraste, a cor, a luz e a textura, podem influenciar a forma como as imagens são interpretadas e apreciadas pelo observador. Explora como o conhecimento desses princípios pode auxiliar os fotógrafos na criação de imagens com impacto visual e emocional.

Por fim, Santos (2021) aborda a importância do diálogo e da colaboração entre os campos da matemática e da fotografia. O autor enfatiza a necessidade de uma abordagem interdisciplinar, na qual fotógrafos e matemáticos possam trocar conhecimentos e explorar novas perspectivas. Ele ressalta que essa integração pode levar a descobertas inovadoras e avanços nas práticas fotográfica e matemática.

Em síntese, a dissertação de Santos (2021) é uma contribuição valiosa para o entendimento da interseção entre essas duas áreas. Ao explorar a presença da matemática na fotografia, a dissertação oferece insights importantes sobre como os princípios matemáticos podem influenciar a criação, a composição e a apreciação das imagens fotográficas. Esse estudo promove uma reflexão profunda sobre as relações entre arte e ciência, demonstrando que a matemática desempenha um papel significativo na construção visual do mundo fotográfico.

A minha pesquisa apresenta uma abordagem multidisciplinar que busca compreender as relações entre essas duas áreas aparentemente distintas. Dentro desse contexto, dois conceitos matemáticos se destacam: a sequência de Fibonacci e a razão áurea. A sequência de Fibonacci é uma sequência infinita de números em que cada número é a soma dos dois anteriores: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, e assim por diante. Essa sequência tem sido objeto de estudo e fascínio ao longo dos séculos devido às suas propriedades matemáticas e às suas aplicações em diversas áreas, incluindo a fotografia.

Uma das propriedades mais intrigantes da sequência de Fibonacci é a sua relação com a razão áurea, também conhecida como proporção áurea, que é representada pela letra grega phi (ϕ). A razão áurea é um número irracional aproximadamente igual a 1,6180339887. Essa proporção tem sido amplamente utilizada em arte, arquitetura e design, devido à sua

associação com a estética e a harmonia visual. Na fotografia, a razão áurea é aplicada na composição de imagens, auxiliando na criação de equilíbrio e beleza nas fotografias.

Baseando-se na dissertação intitulada "A Razão Áurea e a Sequência de Fibonacci" de Marcelo Manechine Belini, para explorar a importância desses conceitos matemáticos na arte e na estética (BELINI, 2015).

Belini (2015) destaca a influência da razão áurea na história da arte, desde os antigos gregos até os movimentos renascentistas e modernos. A razão áurea é uma proporção encontrada em diversos elementos visuais e arquitetônicos, ela transmite uma sensação de harmonia e equilíbrio visual. O autor argumenta que a razão áurea tem sido usada como uma ferramenta estética para criar obras de arte visualmente agradáveis e equilibradas.

Além disso, Belini (2015) explora a relação entre a razão áurea e a sequência de Fibonacci. Essa sequência possui várias propriedades matemáticas interessantes e também está presente em fenômenos naturais, como a disposição das folhas em uma planta ou a espiral de uma concha marinha. O autor ressalta como essa sequência está relacionada à razão áurea, uma vez que a divisão de dois termos consecutivos da sequência se aproxima do valor ϕ .

No contexto da arte, Belini (2015) explora como a sequência de Fibonacci e a razão áurea podem ser aplicadas na composição visual. O autor discute a possibilidade de utilizar proporções baseadas na sequência de Fibonacci, como o retângulo de ouro e a espiral logarítmica, para criar composições equilibradas e esteticamente agradáveis. Essas proporções podem ser aplicadas em diferentes elementos visuais, como fotografias, pinturas e esculturas, resultando em obras que seguem princípios matemáticos de harmonia visual.

Belini (2015) também destaca o uso da razão áurea e da sequência de Fibonacci na arquitetura e no design. Ele examina exemplos de construções arquitetônicas famosas que empregaram proporções baseadas na razão áurea, como a proporção do Parthenon, em Atenas. Belini (2015) argumenta que essas proporções matemáticas são capazes de criar uma sensação de equilíbrio e beleza nas estruturas arquitetônicas, influenciando a experiência estética dos observadores.

Por fim, Belini (2015) discute as aplicações contemporâneas da razão áurea e da sequência de Fibonacci em áreas como a publicidade, o design gráfico e a fotografia. O autor explora como esses conceitos são utilizados para criar layouts e composições visualmente

atraentes em anúncios, logotipos e imagens fotográficas. Enfatiza que o conhecimento dessas proporções matemáticas permite aos profissionais dessas áreas criar trabalhos que se destacam pela sua estética e capacidade de atrair a atenção do público.

Em conclusão, a dissertação de Belini (2015) evidencia a importância desses conceitos matemáticos na arte, na estética e em diversas áreas visuais. A compreensão e aplicação da razão áurea e da sequência de Fibonacci permitem criar composições visualmente equilibradas e atraentes, influenciando a experiência estética dos observadores. Essas proporções matemáticas têm sido usadas ao longo da história e continuam a ser relevantes na produção artística contemporânea.

Fabiana Correia Pereira, em sua dissertação intitulada "Números de Fibonacci: Propriedades e Aplicações", destaca a importância da sequência de Fibonacci na natureza e na arte. Ressalta a sequência de Fibonacci como uma das mais famosas e estudadas sequências numéricas. A autora evidencia que essa sequência possui propriedades matemáticas únicas e interessantes, como a convergência para a razão áurea (PEREIRA, 2022).

Além disso, Pereira (2022) explora as aplicações práticas da sequência de Fibonacci em diversos campos do conhecimento. Por exemplo, destaca como essa sequência pode ser encontrada em fenômenos naturais assim como Belini (2015), como a disposição de folhas em uma planta, a espiral de uma concha marinha ou mesmo a estrutura das pétalas de flores. Essas observações demonstram como a sequência de Fibonacci está presente na natureza e influencia a sua organização.

Pereira (2022) discute a relação entre a sequência de Fibonacci e a arte, explorando como essa sequência tem sido utilizada por artistas para criar obras visuais impactantes. A sequência de Fibonacci pode ser aplicada na disposição de elementos em uma pintura ou escultura, resultando em composições que transmitem uma sensação de harmonia e equilíbrio visual.

Por fim, Pereira (2022) destaca a importância da sequência de Fibonacci como ferramenta didática para o ensino de matemática. Através do estudo da sequência e de suas propriedades, é possível despertar o interesse dos estudantes pela matemática, demonstrando sua presença em diversas áreas e sua relevância para compreender o mundo ao nosso redor.

Em síntese, a dissertação de Pereira (2022) evidencia a importância da sequência de Fibonacci em diversos campos do conhecimento. Essa sequência possui propriedades

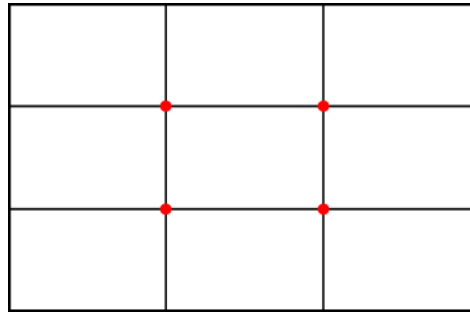
matemáticas fascinantes, pode ser visualizada na natureza e aplicada em áreas como a arquitetura, o design, a matemática financeira e a arte, destacando-se como um recurso valioso para a compreensão e a aplicação da matemática em diferentes contextos.

Ao unir a sequência de Fibonacci e a razão áurea à fotografia, é possível explorar a estética e o impacto visual das imagens. Através do estudo desses conceitos matemáticos, os fotógrafos podem desenvolver técnicas de composição mais sofisticadas e criar imagens que motivem e envolvam o espectador. A pesquisa exploratória entre a fotografia e a matemática proporcionou uma oportunidade única para aprofundar o conhecimento sobre essas duas áreas e descobrir novas possibilidades de expressão artística através da lente da câmera.

Em suma, a sequência de Fibonacci e a razão áurea desempenham papéis fundamentais da matemática na fotografia. Esses conceitos matemáticos oferecem uma base teórica sólida para a compreensão da estética visual, ajudando os fotógrafos a criar composições equilibradas e esteticamente agradáveis. Ao analisar as dissertações de Fabiana Correia Pereira e Marcelo Manechine Belini, podemos explorar as propriedades e aplicações desses conceitos, enriquecendo nossa compreensão das relações entre a fotografia e a matemática e ampliando as possibilidades criativas nessa área interdisciplinar.

Além da sequência de Fibonacci e razão áurea, temos a regra dos terços que é bastante utilizada na composição de uma fotografia. É um conceito fundamental que influencia a composição de uma imagem, tornando-a mais atraente e equilibrada visualmente. Essa técnica divide a cena em nove partes iguais, formando um grid de linhas horizontais e verticais, criando quatro pontos de intersecção (vide Figura 3.1). Ao posicionar os elementos-chave da imagem ao longo dessas linhas ou nos pontos de intersecção, os fotógrafos podem criar composições visualmente interessantes, equilibradas e tensão visual, destacando o assunto principal e criando uma sensação de profundidade na imagem. Daremos continuidade neste referencial teórico, explorando a importância da regra dos terços em fotografia, bem como suas implicações estéticas e psicológicas.

Figura 3.1 – Linha imaginária da regra dos terços



Fonte: Do autor (2023).

Essas linhas de tecnologia estão incorporadas nas câmeras profissionais e, na atualidade, já estão sendo amplamente utilizadas em smartphones. Esse avanço tecnológico desempenha um papel fundamental ao facilitar o processo de captura de imagens por meio desses dispositivos móveis.

A regra dos terços também está associada a princípios estéticos e psicológicos na composição visual. Por exemplo, ao posicionar o horizonte em uma das linhas horizontais, os fotógrafos podem criar uma sensação de equilíbrio entre o céu e a terra, evitando a divisão da imagem ao meio, o que geralmente resulta em composições menos interessantes. Além disso, a colocação do assunto principal nos pontos de intersecção pode criar um ponto focal forte e direcionar a atenção do espectador para o elemento mais importante da imagem (Figura 3.2).

Figura 3.2 – Prédio de Convenções



Fonte: Do autor (2023).

No decorrer deste capítulo, exploramos profundamente três conceitos fundamentais que desempenham papéis cruciais em diversos campos da matemática e na fotografia. A sequência de Fibonacci, a razão áurea e a regra dos terços são elementos que transcendem disciplinas e têm um impacto significativo em nossa compreensão do mundo ao nosso redor.

Em resumo, a sequência de Fibonacci, a razão áurea e a regra dos terços são conceitos que unem a matemática e a estética, demonstrando como os princípios matemáticos fundamentais podem ser aplicados à nossa apreciação da beleza, do equilíbrio no mundo natural, nas criações humanas e criações de artes visuais, como a fotografia. Esses conceitos continuam a influenciar diversas áreas, desde a arte e o design até a ciência e a tecnologia, enriquecendo nossa compreensão do universo que nos rodeia.

4 METODOLOGIA

Esta pesquisa teve como objetivo investigar e compreender a relação entre geometria e fotografia. O enfoque da pesquisa foi classificado como descritivo, com o intuito de descrever aspectos teóricos relacionados ao tema. O presente estudo adotou uma abordagem qualitativa, buscando explorar e compreender a percepção e a interpretação da presença da geometria em composições fotográficas.

Para alcançar os objetivos propostos, foram realizadas revisões bibliográficas de artigos científicos e dissertações relevantes na área de fotografia e geometria. Essa pesquisa bibliográfica proporcionou embasamento teórico, permitindo uma compreensão dos conceitos e das teorias referentes à relação entre as áreas.

Além disso, foram feitas fotografias autorais para exemplificar como os conceitos matemáticos estão presentes na fotografia. Estes registros envolveram a identificação de elementos geométricos presentes nas imagens, como linhas, formas, ângulos e padrões, bem como a investigação de como esses elementos contribuem para a composição visual e estética das fotografias. Para realizar esses registros, utilizou-se um smartphone iPhone 11 para apresentar os resultados, incluindo capturas de tela quando necessário, e explicar os conceitos mostrados na imagem. A escolha desse instrumento foi feita com a intenção de facilitar o processo de criação, embora também fosse possível utilizar uma câmera profissional ou qualquer outro dispositivo disponível para capturar fotografias.

Ao final da pesquisa, espero obter uma compreensão mais ampla e aprofundada sobre como a geometria está presente na fotografia, explorando suas implicações estéticas e visuais. Esses resultados contribuirão para o enriquecimento teórico e prático no campo da fotografia, proporcionando percepções valiosas para fotógrafos, estudantes e entusiastas que desejam aprimorar suas habilidades e conhecimentos nessa área específica.

A partir desse ponto, daremos início à exploração dos conceitos que existem tanto na geometria quanto na fotografia. Na geometria, encontramos diversos elementos e princípios que são fundamentais para compreendermos as formas e estruturas presentes em nosso ambiente. Esses conceitos nos auxiliam a descrever e analisar objetos, figuras e espaços de maneira precisa e sistemática.

Da mesma forma, a fotografia também faz uso desses conceitos geométricos para criar composições visuais atraentes e equilibradas. Ao compreendermos as propriedades das formas, linhas, ângulos, simetrias e proporções, somos capazes de utilizar esses elementos de maneira consciente na captura de imagens.

Nesta pesquisa, explorarei algumas dessas conexões entre a geometria e a fotografia. Analisei como as linhas convergentes podem criar um sentido de profundidade e perspectiva em uma imagem. Vi como a proporção áurea, também conhecida como a razão áurea, pode ser aplicada para criar uma harmonia visual agradável. Além disso, discutiremos o uso de formas geométricas como a importância do equilíbrio e da simetria na composição fotográfica.

Ao explorar esses conceitos, ampliei a percepção visual, tanto na geometria quanto na fotografia. Essa conexão entre as duas áreas nos mostra como a matemática e a arte estão intrinsecamente ligadas, oferecendo uma nova perspectiva sobre a forma como enxergamos o mundo ao nosso redor.

Então, vamos embarcar nessa jornada e explorar juntos as maravilhas da geometria e da fotografia!

4.1 Geometria

A geometria é um ramo da matemática que estuda as propriedades e as relações das figuras espaciais e planas, bem como suas transformações. Ela lida com a análise de pontos, retas, ângulos, formas, distâncias e outras características geométricas para descrever e compreender o espaço e as estruturas nele presentes.

A geometria é dividida em diferentes áreas, incluindo geometria euclidiana, geometria analítica, geometria projetiva, geometria diferencial, entre outras. A geometria euclidiana, baseada nos postulados de Euclides, é a forma mais comum e conhecida de geometria, abordando conceitos como pontos, retas, polígonos, circunferências e sólidos.

Além disso, a geometria desempenha um papel fundamental em outras disciplinas, como física, engenharia, arquitetura, design e computação gráfica. Ela é aplicada para resolver problemas práticos, modelar objetos e estruturas, entender as propriedades do espaço e até mesmo explorar conceitos abstratos.

A geometria desempenha um papel essencial na fotografia. Pode ser explorada por meio do uso de linhas, formas e perspectivas para criar efeitos visuais interessantes. A aplicação de princípios geométricos, como a regra dos terços, pode ajudar na composição visual.

4.2 Reta

O conceito de reta na Geometria Euclidiana Plana pode ser resumido da seguinte forma:

Uma reta é uma linha infinita que contém pontos em uma única dimensão. Na geometria plana são considerados os seguintes postulados de incidência em relação a pontos e retas:

1. Dados dois pontos distintos, existe uma única reta que os contém.
2. Em qualquer reta, estão presentes no mínimo dois pontos distintos.
3. Existem pelo menos três pontos distintos não colineares.

Esses postulados garantem que toda reta contenha pelo menos dois pontos e que nem todos os pontos do plano sejam colineares.

Além disso, a reta pode ter outras propriedades, como paralelismo e concorrência:

- Duas retas são paralelas se não se intersectam, ou seja, nenhum ponto pertence a ambas as retas.

- Duas retas distintas que se intersectam são chamadas de retas concorrentes.

O comprimento de um segmento de reta é definido como a distância entre seus pontos extremos. Um ponto médio é um ponto que divide o segmento em duas partes iguais. Um conjunto é convexo se o segmento de reta entre quaisquer dois pontos distintos desse conjunto estiver inteiramente contido nele. Essas definições e propriedades são essenciais para o estudo da Geometria Euclidiana Plana e suas aplicações.

O enquadramento de uma foto usando linhas é uma técnica de composição fotográfica que envolve o uso intencional de linhas presentes na cena para direcionar o olhar do espectador e criar uma sensação de equilíbrio e harmonia na imagem.

Existem várias maneiras de utilizar linhas no enquadramento de uma foto. Algumas das técnicas comuns incluem:

1. Linhas horizontais: As linhas horizontais podem transmitir uma sensação de estabilidade e tranquilidade. Elas podem ser usadas para criar uma divisão clara entre o céu e a terra, por exemplo, ao enquadrar um horizonte.

Figura 4.1 – Pôr do sol no CIUNI



Fonte: Do autor (2023).

2. Linhas verticais: Linhas verticais podem transmitir uma sensação de força e poder. Elas são frequentemente encontradas em edifícios altos ou árvores altas, por exemplo. As linhas verticais também podem ser usadas para criar uma sensação de altura e profundidade.

Figura 4.2 – Prédio Administrativo (Prédio das Bandeiras)



Fonte: Do autor (2023).

3. Linhas diagonais: Linhas diagonais podem adicionar dinamismo e movimento à imagem. Elas podem criar uma sensação de direção ou ênfase em um determinado objeto na foto.

Figura 4.3 – Salão de Convenções



Fonte: Do autor (2023).

4. Linhas convergentes: Quando as linhas paralelas convergem em um ponto de fuga no horizonte, isso cria uma sensação de profundidade e perspectiva. Essa técnica é comumente usada em fotografia arquitetônica ou de paisagem.

Figura 4.4 – Corredor externo do Departamento



Fonte: Do autor (2023).

5. Linhas curvas: Linhas curvas podem adicionar suavidade e fluidez à imagem. Elas podem ser encontradas em rios, estradas sinuosas ou formas orgânicas, e podem criar uma sensação de movimento ou elegância.

Figura 4.5 – Avenida principal da UFLA



Fonte: Do autor (2023).

No enquadramento de uma foto, é importante observar as linhas presentes na cena e pensar em como utilizá-las para compor a imagem de forma eficaz. Experimentar diferentes ângulos e posições de câmera pode ajudar a destacar ou enfatizar as linhas desejadas.

4.3 Simetria

A simetria é um conceito matemático que descreve a relação de correspondência exata entre duas partes de um objeto ou figura em relação a um eixo, plano ou centro. Essa correspondência exata significa que uma parte é uma imagem espelhada da outra, mantendo a mesma forma e tamanho, mas em posições opostas.

Antes mesmo de começar a definir simetria, iremos trazer a definição sobre o semiplano, pois será necessário para os próximos conceitos.

Para isto, seja m uma reta. Dois pontos distintos, não pertencentes à m , A e B , estão em um mesmo lado da reta m se o segmento AB não a intersecta, caso contrário dizemos que A e B estão em lados opostos de m . O conjunto dos pontos de m e dos pontos B tais que A e B estão em um mesmo lado da reta m é chamado de semiplano determinado por m contendo A e será representado por $P_{m,A}$.

Existem diferentes tipos de simetria, incluindo a simetria axial (também conhecida como simetria de reflexão) e a simetria radial (ou central).

A simetria axial ocorre quando uma figura pode ser dividida em duas partes iguais através de uma linha reta chamada eixo de simetria. Se dobrarmos a figura ao longo do eixo de simetria, as duas partes coincidirão perfeitamente.

Tendo como definição, consideremos no plano uma reta r .

O ponto P' é denominado simétrico de um ponto P , com relação à reta r , se os pontos P e P' :

- 1.º) Estão situados em semiplanos opostos em relação à reta r ;
- 2.º) A reta $\overline{PP'}$ é perpendicular à reta r ;
- 3.º) A distância de P a r é igual à distância de P' a r .

A reta r é denominada eixo de simetria dos pontos P e P' . Todo ponto do eixo de simetria diz-se simétrico de si mesmo.

A simetria axial é a transformação no plano que a cada ponto faz corresponder o seu simétrico com relação a uma reta.

A simetria radial ou central ocorre quando uma figura possui pontos que são equidistantes de um ponto central. Por exemplo, uma estrela de cinco pontas possui simetria radial em relação a seu ponto central, pois cada ponta está igualmente distante desse ponto.

Temos como definição:

Um ponto P' é simétrico de um ponto P , com relação a um ponto fixo O , se O é o ponto médio do segmento $\overline{PP'}$.

O ponto O , denominado centro de simetria, é simétrico a si mesmo. Dois pontos P e P' de um plano têm somente um centro de simetria: o ponto médio do segmento PP' .

A transformação no plano que a cada ponto faz corresponder o seu simétrico, com relação a um centro fixo O , é denominada simetria radial ou central.

A simetria é um conceito amplamente estudado em matemática e tem aplicações em diversas áreas, como geometria, álgebra, cálculo e teoria dos grupos. É também uma propriedade encontrada na natureza, na arte e no design.

Na fotografia, a simetria pode ser explorada tanto na composição, com a busca por padrões simétricos, como também no uso de reflexos ou espelhamentos. Já na matemática, a simetria é um conceito abstrato que envolve transformações geométricas que preservam a forma e as propriedades de um objeto. A simetria é amplamente estudada em geometria e descreve uma importante propriedade dos objetos e figuras.

Figura 4.6 – Prédio Diretório Central dos Estudantes



Fonte: Do autor (2023).

4.4 Isometria e Congruência

São as transformações no plano que nos permitem encontrar diferentes caminhos para resolver problemas de construções geométricas. As isometrias são transformações no plano que preservam distâncias.

Isso significa que, se T é uma isometria, para qualquer par de pontos A e B , a distância entre os pontos $T(A)$ e $T(B)$ é igual à distância entre os pontos A e B . Além disso, as isometrias têm outras propriedades importantes:

- Levam pontos colineares em pontos colineares e preservam a relação de "estar entre" para pontos colineares.
- Levam retas em retas, preservando o paralelismo entre retas.
- Preservam medidas de ângulos.

- Levam circunferências em circunferências.

Duas figuras no plano são congruentes se existe uma isometria que transforma uma figura na outra. Uma das isometrias mais importantes são as reflexões em retas. Uma reflexão em uma reta r leva cada ponto P do plano ao seu simétrico P' em relação a r . A reta r é chamada de eixo da reflexão. As reflexões em retas têm propriedades como:

- Se P está na reta r , então o ponto P' é o próprio P .
- Se s é uma reta perpendicular a r , então a reflexão de s em relação a r é a própria s .
- A reflexão da reflexão de um ponto P em relação à mesma reta r é o ponto original P .
- A inversa de uma reflexão em relação à r é também uma reflexão em relação à r .

Algumas aplicações das reflexões em retas incluem determinar o menor caminho entre dois pontos em relação a uma determinada reta, resolver problemas envolvendo construção de figuras simétricas em relação a uma reta e construir quadrados com vértices em uma reta e em duas circunferências.

Assim, as isometrias, em particular as reflexões em retas, são ferramentas valiosas para resolver problemas geométricos e construir figuras congruentes no plano.

Isometria e congruência são conceitos utilizados na composição de uma fotografia para criar harmonia, equilíbrio e uma sensação de ordem visual. Esses conceitos têm origem na matemática e geometria, mas também são aplicados na arte e na fotografia.

A isometria refere-se a uma transformação geométrica que preserva as distâncias e ângulos entre os objetos. Em uma fotografia, a isometria pode ser alcançada através do posicionamento cuidadoso dos elementos, de modo que eles estejam equidistantes uns dos outros e apresentem ângulos proporcionais semelhantes. Isso cria uma sensação de estabilidade e simetria na composição.

Por outro lado, a congruência refere-se à igualdade de forma, tamanho e proporção entre os elementos. Na composição fotográfica, a congruência pode ser alcançada através do uso de elementos semelhantes ou repetição de formas, tamanhos ou padrões. Essa repetição cria uma sensação de continuidade e harmonia visual.

Ao aplicar os conceitos de isometria e congruência, o fotógrafo busca criar uma composição visualmente agradável, equilibrada e esteticamente satisfatória. Esses princípios podem ser aplicados tanto na fotografia de paisagens, retratos, arquitetura ou qualquer outro gênero fotográfico.

Figura 4.7 – Prédio Museu Bi Moreira



Fonte: Do autor (2023).

A imagem capturada do Museu Bi Moreira reflete uma meticulosa aplicação dos princípios de isometria e congruência na composição fotográfica. A arquitetura do prédio exibe uma notável igualdade entre as janelas, evidenciada pela uniformidade de forma, tamanho e proporção. Cada janela contribui para a criação de uma composição visualmente coesa, onde a repetição desses elementos arquitetônicos estabelece uma sensação de continuidade e harmonia. A disposição simétrica das janelas, mantendo distâncias equitativas entre elas, amplifica o equilíbrio estético da imagem. Ao empregar esses princípios, não apenas busquei retratar o edifício, mas também procurei criar uma representação visualmente agradável e equilibrada, destacando a beleza intrínseca da arquitetura do Museu Bi Moreira.

4.5 Proporção

A proporção é um conceito matemático fundamental que descreve a relação entre duas quantidades ou conjuntos de quantidades. Ela envolve a comparação de duas grandezas através de uma razão, ou seja, a divisão de uma quantidade pela outra.

Em uma proporção, temos quatro termos: o antecedente e o conseqüente das duas grandezas envolvidas. A proporção é expressa na forma $a/b = c/d$, onde "a" e "c" são os antecedentes e "b" e "d" são os conseqüentes. A razão entre o antecedente e o conseqüente deve ser a mesma para ambas as grandezas a qual, neste caso, é denominada constante de proporcionalidade da razão.

Por exemplo, considere a proporção entre as alturas de dois triângulos. Se o primeiro triângulo tem altura 6 cm e base 4 cm, e o segundo triângulo tem altura 9 cm e base 6 cm, podemos escrever a proporção da seguinte maneira: $6/4 = 9/6$.

Essa proporção nos diz que, para cada unidade de aumento na base do triângulo, há um aumento proporcional de 1,5 unidades na altura.

A noção de proporção é amplamente utilizada em vários campos da matemática, como geometria e álgebra, com aplicações também em estatística, física e outras áreas. Ela desempenha um papel importante na resolução de problemas de escalas, semelhanças de figuras, cálculos de taxas e muitas outras aplicações práticas.

Na fotografia, a proporção refere-se à relação entre os elementos presentes na imagem, como o tamanho e a disposição dos objetos ou a relação entre as dimensões de uma cena. É um conceito fundamental para a composição visual, pois uma proporção adequada pode criar uma sensação de equilíbrio e harmonia na imagem. Da mesma forma, a matemática utiliza a proporção como uma relação quantitativa entre duas grandezas, sendo um conceito essencial para a compreensão de muitos fenômenos naturais e artificiais.

Figura 4.8 – Pôr do Sol para a cidade



Fonte: Do autor (2023)

4.6 Equilíbrio

Em nosso estudo, observamos que figuras geométricas simétricas desempenham um papel crucial na manifestação visual do conceito de equilíbrio na matemática. Um exemplo ilustrativo é o triângulo equilátero, no qual os três lados são idênticos em comprimento e os ângulos internos são todos iguais a 60 graus. Esta notável simetria faz com que o triângulo equilátero seja percebido intuitivamente como estando em perfeito equilíbrio. Essa harmonia geométrica demonstra como a simetria e o equilíbrio estão profundamente interligados, tanto conceitualmente quanto visualmente, e exemplifica como essa pesquisa busca explorar essa conexão fundamental em contextos matemáticos mais amplos. Além de que pode ser explorado em diversas áreas da matemática, como à estabilidade e à igualdade de forças ou grandezas em um sistema, na resolução de equações ou no estudo de sistemas físicos.

O equilíbrio na fotografia refere-se à distribuição visualmente harmoniosa dos elementos na imagem. Isso pode ser alcançado através do uso de diferentes elementos, como cores, formas e linhas, de modo que não haja uma concentração excessiva de elementos em uma única parte da imagem.

Figura 4.9 – Pôr do sol na UFLA



Fonte: Do autor (2023).

4.7 Razão Áurea

A proporção áurea (ou número de ouro) tem sua raiz na Matemática, pois se origina a partir da divisão de uma linha (ou qualquer outra forma) em duas partes. Quando uma linha (ou forma) é dividida de acordo com a proporção áurea, ela é dividida de forma que a razão entre o comprimento da parte mais longa e o comprimento da parte mais curta seja igual à razão entre o comprimento original da forma e o comprimento da parte mais longa.

Realizando os cálculos, encontramos uma proporção de 1 para 1,618. Um exemplo é apresentado na Figura 4.10. Essa proporção pode ser continuamente aplicada para dividir a forma original com base nesse princípio, conforme Figura 4.11.

Figura 4.10 – Divisão seguindo a proporção áurea

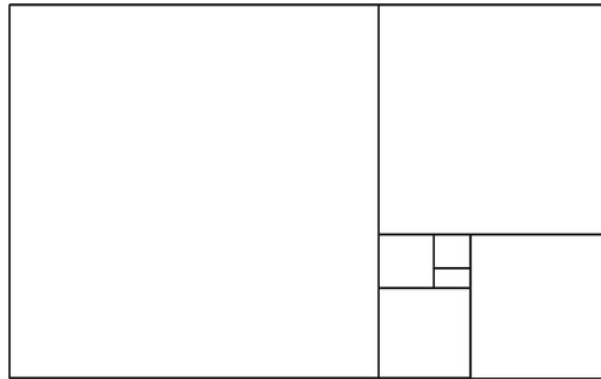


Fonte: Do autor (2023).

A fórmula da proporção áurea, que é a razão entre “ $a + b$ ” e “ a ” é igual à razão entre “ a ” e “ b ”:

$$\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b} = \varphi$$

Figura 4.11 – Retângulo com divisões que seguem a proporção áurea



Fonte: <https://static-cse.canva.com/blob/181359/113.c6aa8dc6.jpg>

4.8 Sequência de Fibonacci

A sequência de Fibonacci é uma sequência matemática em que cada número subsequente é obtido pela soma dos dois números anteriores. A sequência começa com o número 1, seguido do número 1, e a partir daí, cada número é a soma dos dois números anteriores. A sequência de Fibonacci continua infinitamente e os primeiros números da sequência são: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, ...

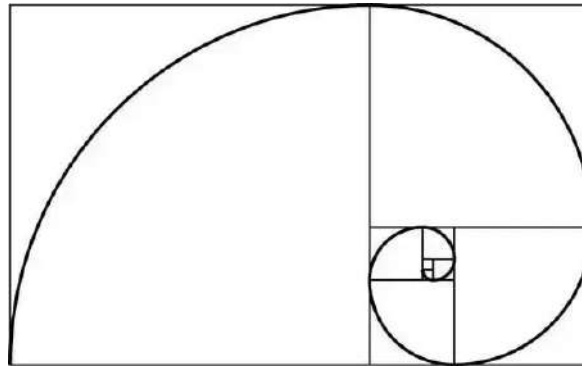
Como definição formal temos que $F_1 = 1$, $F_2 = 1$ e que sua característica fundamental é que cada elemento na série é equivalente à adição dos dois termos que o precedem. Utilizando a simbologia apresentada em 1634 pelo matemático Albert Girard, podemos observar:

$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

onde F_n representa o n -ésimo termo da sequência.

Se forem criados quadrados, cujos tamanhos dos lados são os números da sequência de Fibonacci, tem-se a espiral. Vide a Figura 4.12.

Figura 4.12 - Espiral de Fibonacci



Fonte:

<https://imagens-revista-pro.vivadecora.com.br/uploads/2019/03/Propor%C3%A7%C3%A3o-%C3%A1urea.jpg>

A sequência de Fibonacci possui diversas propriedades interessantes e está presente em várias áreas da matemática, bem como em fenômenos naturais, como o crescimento de plantas e a forma das conchas de caracóis. Ela também possui várias relações com a proporção áurea, apresentada na Seção 4.7, uma constante matemática amplamente estudada.

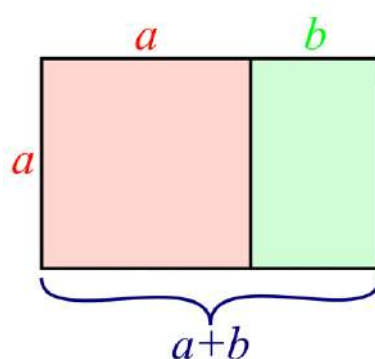
4.9 Relação entre Razão Áurea e Sequência de Fibonacci

A sequência de Fibonacci está diretamente associada à proporção áurea. Essa sequência infinita de números, concebida por Leonardo Fibonacci no século XIII, quando organizada em quadrados e disposta de forma geométrica em um retângulo, resulta no chamado "retângulo de ouro". Essa proporção áurea se encaixa perfeitamente no retângulo de ouro, e é considerada uma espiral de beleza harmoniosa, tão agradável à vista que passou a ser amplamente utilizada em arte, design e arquitetura. Além disso, essa proporção ocorre na natureza, desde moléculas de DNA e pétalas de flores até furacões e a estrutura da Via Láctea, e até mesmo no corpo humano.

O ponto crucial é que a espiral de Fibonacci é esteticamente agradável aos olhos humanos devido ao seu equilíbrio perfeito, sendo, por isso, frequentemente empregada em fotografia para criar composições harmoniosas. Além disso, a proporção áurea transcende o campo da Matemática e se manifesta na Arte. Pinturas famosas como a Mona Lisa e a Última Ceia incorporam essa proporção. Na fotografia, a proporção áurea serve para identificar o foco principal da imagem e guiar o olhar do espectador por toda a composição.

Essa regra tem sua origem na Matemática, onde duas grandezas, a e b , são consideradas em proporção áurea se a razão entre elas for a mesma que a razão entre sua soma ($a + b$) e a maior das duas quantidades (vide Figura 4.13). Quando dispostas dessa forma, a e b parecem agradáveis aos olhos, pois estão em proporção áurea. O valor de a é aproximadamente 1,618 vezes maior que o de b . Essa proporção áurea nos auxilia a criar composições que parecem naturais, orgânicas e visualmente agradáveis. Quando os lados de um retângulo satisfazem essa proporção, é chamado de retângulo áureo.

Figura 4.13 - Proporção áurea entre a e b



Fonte:

https://miro.medium.com/v2/resize:fit:450/format:png/1*CUiRZZ_5R0u4ztMkinoAow.png

A fórmula da proporção áurea, que é a razão entre “ $a + b$ ” e “ a ” é igual à razão entre “ a ” e “ b ”:

$$\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b} = \varphi$$

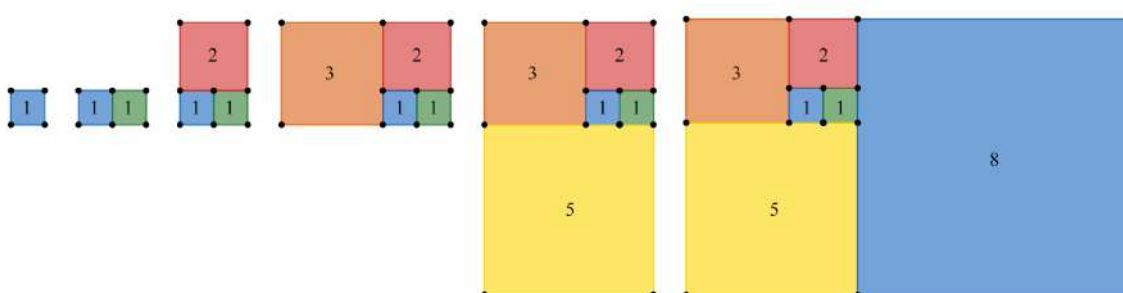
É por essa razão que ele é conhecido como o número divino. Sua aproximação é de 1,618 e é simbolizado pela letra grega φ (phi), em homenagem a Phidias, um renomado escultor grego do século V A.C., que estudiosos acreditam ter utilizado a proporção áurea em suas obras, especialmente nas estátuas do Partenon. O número áureo representa, portanto, uma constante que evoca harmonia e beleza.

A conhecida "regra dos terços" é uma simplificação da proporção áurea. Muitas pessoas equivocadamente as confundem, mas, na verdade, são diferentes. A proporção áurea é aproximadamente 1,618, enquanto a proporção do terço é aproximadamente 1,666.

O termo "retângulo de Fibonacci" é atribuído à criação de um retângulo que se assemelha consideravelmente ao retângulo áureo. Para realizar essa construção, iniciamos

com um quadrado de tamanho igual a 1 unidade de medida. Em seguida, posicionamos um quadrado idêntico ao do primeiro, resultando na formação de um retângulo. Após isso, procedemos à criação de um quadrado com um lado de comprimento igual a 2 unidades, utilizando como base os dois primeiros quadrados de tamanho 1. Dando continuidade na construção, um novo quadrado de lado 3 é criado do lado maior do retângulo criado anteriormente, de forma que a construção vai girando em torno do primeiro quadrado criado, assim sucessivamente, conforme ilustrado na Figura 4.14.

Figura 4.14 – Retângulo de Fibonacci

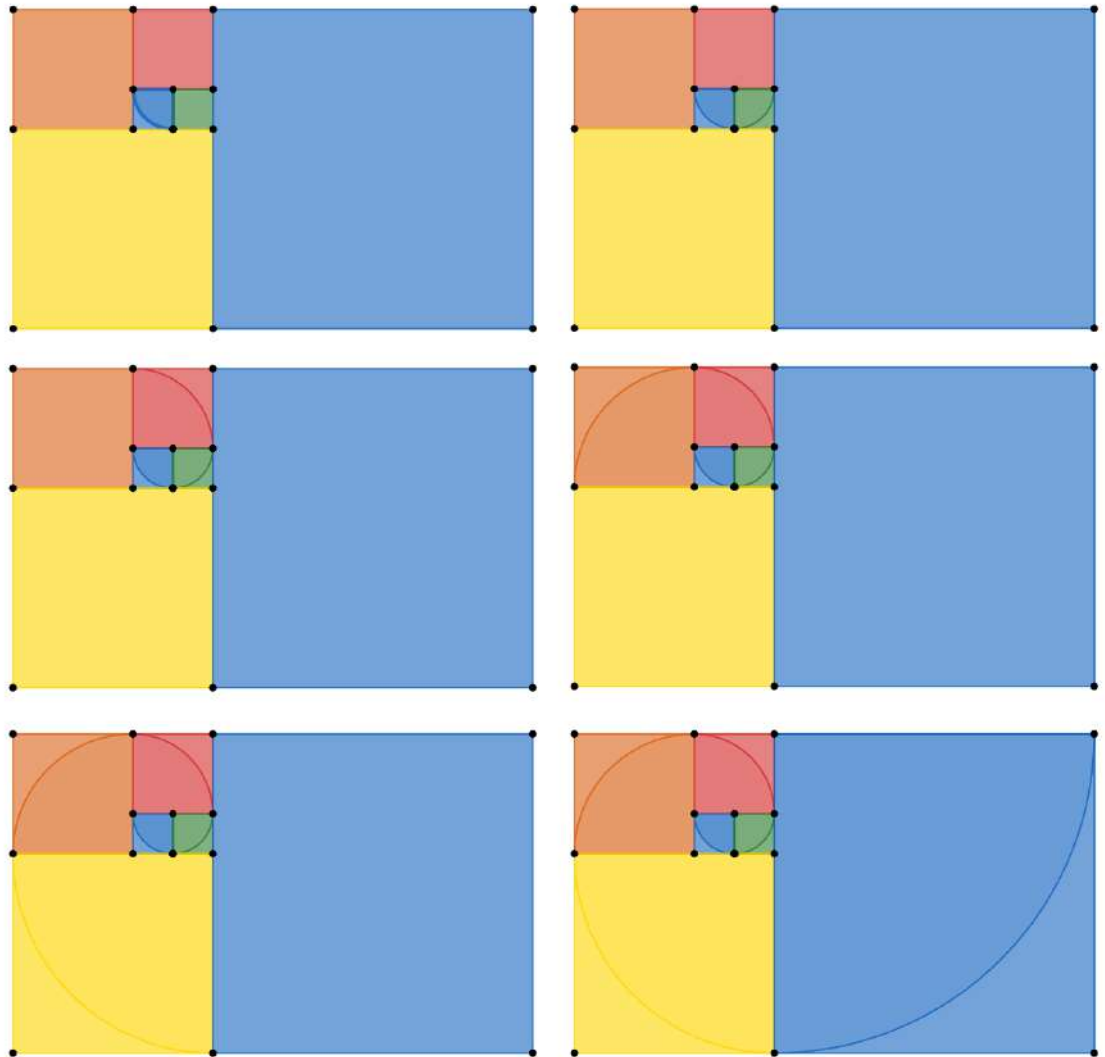


Fonte: Do autor (2023).

Esse procedimento implica na criação de quadrados cujos lados têm o mesmo comprimento que o lado maior do retângulo atual. Quanto mais vezes repetimos esse processo, mais o retângulo se aproxima do formato áureo. É importante destacar que a denominação "retângulo de Fibonacci" encontra sua razão de ser na sequência de medidas dos lados dos quadrados, que segue a progressão: 1, 1, 2, 3, 5, 8...

Iniciaremos a construção da espiral áurea com base no retângulo de Fibonacci. A partir do primeiro quadrado, desenhamos um arco de círculo com raio 1 em direção ao segundo quadrado recém-criado. Em seguida, repetimos o processo com um arco de raio 1 no segundo quadrado em direção ao quadrado de lado 2, mais um arco é criado de raio três no terceiro quadrado, e assim por diante em relação aos demais quadrados tendo como o tamanho do raio do arco o tamanho da lateral do quadrado, formando assim a espiral áurea, conforme demonstrado na Figura 4.15.

Figura 4.15 – Retângulo de Fibonacci com a espiral



Fonte: Do autor (2023).

A construção da espiral áurea, fundamentada no princípio do retângulo de Fibonacci, revela uma fascinante harmonia matemática e estética. Ao seguir a progressão dos quadrados, cada um relacionado ao anterior por meio de arcos de circunferência, testemunhamos a emergência da espiral áurea. Cada arco, com seu raio ajustado à medida da lateral do quadrado correspondente, contribui para a expansão graciosa e proporcional da espiral. Essa representação visual da espiral áurea transcende a simples manifestação geométrica, evocando uma simetria natural que ressoa em diversas manifestações artísticas e fenômenos na natureza. Na Figura 4.16, exemplificamos essa sublime conexão entre a teoria geométrica e a beleza

intrínseca da espiral áurea, ilustrando como a ordem matemática subjacente se manifesta visualmente.

Figura 4.16 – Estátua Samuel Rhea Gammon



Fonte: Do autor (2023).

4.10 Escher

Manrits Cornelis Escher (1898-1972), mais conhecido como M.C. Escher, foi um artista gráfico holandês famoso por suas obras que exploravam conceitos matemáticos e ilusões de ótica. Entre os temas que ele abordou em suas obras está a "Geometria das Transformações". Vamos explorar um pouco mais sobre esse tema em relação ao trabalho de Escher.

A geometria das transformações refere-se ao estudo das formas geométricas e suas propriedades quando submetidas a diferentes tipos de transformações, como rotações, translações, reflexões e expansões. Escher foi extremamente habilidoso em usar essas transformações para criar imagens intrigantes e desafiadoras.

Uma das características marcantes das obras de Escher é a forma como ele manipula o espaço e a perspectiva, desafiando as noções tradicionais de geometria. Ele frequentemente utilizava tesselações, que são padrões geométricos que preenchem completamente o plano,

sem sobreposições ou lacunas. Escher explorou tesselações de maneiras criativas, transformando formas básicas em figuras complexas e interligadas.

Além disso, Escher era fascinado pela simetria e pela repetição. Ele incorporava padrões simétricos em suas obras, muitas vezes usando reflexões e rotações para criar efeitos visuais interessantes. Suas composições muitas vezes desafiavam a percepção do espectador, apresentando ilusões de ótica e figuras impossíveis.

Um exemplo notável da geometria das transformações nas obras de Escher é sua famosa litografia "Relatividade". Nessa imagem, ele desafia as leis da gravidade e da perspectiva, criando uma estrutura labiríntica em que as escadas se conectam em diferentes direções. As figuras humanas que percorrem o espaço são afetadas por diferentes forças gravitacionais, desafiando a lógica espacial convencional.

Outra obra interessante de Escher é "Metamorfose II". Nessa litografia, ele explora a ideia de transformações graduais entre diferentes formas. A imagem apresenta uma sequência de transformações geométricas que se fundem suavemente, passando de um padrão a outro. Esse trabalho demonstra como Escher utilizava a geometria das transformações para criar imagens fluidas e mutáveis.

Incorporamos esta subseção como uma nota curiosa, embora as obras de Escher sejam principalmente litografias, devido ao fato de que o artista faz extenso uso de simetria e profundidade em suas criações, temas que foram previamente explorados. A simetria desempenha um papel central em suas composições, dando vida a padrões geométricos intrincados que desafiam as percepções tradicionais de espaço. A profundidade, por sua vez, é utilizada de forma magistral por Escher para criar ilusões óticas e figuras impossíveis que cativam a imaginação do observador. Esses elementos, embora destacados em diferentes contextos, se entrelaçam harmoniosamente na obra de Escher, enriquecendo seu impacto visual e matemático. Infelizmente suas obras não podem ser apresentadas visualmente neste trabalho, por motivos autorais, mas podem ser acessadas em seu site (ESCHER, 2019).

Em suma, M.C. Escher era um mestre em incorporar a geometria das transformações em suas obras de arte. Ele explorava a manipulação do espaço, a simetria e as ilusões de ótica para criar composições intrigantes e desafiadoras. Suas obras continuam a encantar e surpreender os espectadores até os dias de hoje, inspirando tanto artistas quanto matemáticos a explorar as conexões entre arte e geometria.

5 CONCLUSÃO

Desta pesquisa, conclui-se que a presença da matemática, especificamente a geometria, na composição visual de uma fotografia é inegável. A relação entre essas duas áreas do conhecimento vai além do simples enquadramento e da aplicação de regras estéticas; ela mergulha nas bases matemáticas que sustentam a composição visual e a percepção estética. A geometria fornece uma linguagem comum para descrever e analisar tanto objetos físicos quanto composições visuais, e os princípios matemáticos subjacentes à fotografia desempenham um papel essencial na criação de imagens visualmente atraentes.

As análises das fontes selecionadas demonstraram que a geometria é essencial na compreensão de conceitos como proporção, simetria, equilíbrio e a aplicação da razão áurea. Além disso, a relação entre a sequência de Fibonacci e a proporção áurea foi explorada, revelando como esses conceitos matemáticos desempenham um papel significativo na composição fotográfica, criando harmonia e equilíbrio visual.

Através da aplicação de princípios matemáticos e geométricos na fotografia, os fotógrafos podem aprimorar suas habilidades na criação de composições visualmente atraentes, explorando a simetria, o uso de linhas e ângulos, a proporção áurea e a sequência de Fibonacci. Esses conceitos não apenas enriquecem a estética das imagens, mas também proporcionam uma nova perspectiva sobre como a matemática e a arte estão intrinsecamente interligadas.

Em última análise, esta pesquisa reforça a ideia de que a matemática desempenha um papel fundamental na criação de composições visuais impactantes na fotografia, mostrando como a geometria é uma ferramenta valiosa para os fotógrafos que desejam aprimorar suas habilidades e percepções na captura do mundo ao seu redor. Portanto, a interseção entre a matemática e a fotografia é evidente e merece uma exploração contínua e aprofundada em busca de uma compreensão mais ampla e rica de ambos os campos.

6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ADOBE. **Como usar e quebrar a regra dos terços.** Adobe. Disponível em: <https://www.adobe.com/br/creativecloud/photography/discover/rule-of-thirds.html>. Acesso em: 13 de set. de 2023.
- AUDIN, M. **Geometry.** Springer. 2013.
- BELINI, Marcelo Manechine. **A razão áurea e a sequência de Fibonacci.** Dissertação de Mestrado – Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação - ICMC-USP, São Carlos, 2015.
- BREDA, A.; BONAN, M. . **Geometria: razão e beleza da simetria.** Editora Unicamp. 2012.
- ESCHER, M. C. **M.C. Escher Collection.** M.C. Escher Foundation, 2019. Disponível em: <https://mcescher.com>. Acesso em: 13 nov. 2023.
- FISTAROL, Eliane (Org.). **A terra é vida: movimentos políticos e sociais no oeste de Santa Catarina nos anos de 1980 e 1990.** Chapecó: Argos, 2008.
- FREEMAN, Michael. **The Photographer's Eye: Composition and Design for Better Digital Photos.** Elsevier. 2007.
- GIL, A. C. (2002). **Como elaborar projetos de pesquisa.** 4ª. ed. São Paulo: Atlas S/A.
- GOMES, E. R. **Elementos básicos de composição fotográfica.** Instituto de Física de São Carlos - Universidade de São Paulo. 2018. Disponível em: <https://www2.ifsc.usp.br/~esdras/ElementosBasicosdeComposicaoFotografica.pdf>. Acesso em: 13 de jul. de 2023.
- LE GOFF, Jacques. **História e memória.** 5 ed. Campinas: Editora da UNICAMP, 2003.
- MELO, Maria Isabel Afonso; COSTA, Christine Sertã. **Razão áurea e Números de Fibonacci: da teoria à prática através da fotografia.** Rio de Janeiro, 2017. 80p. Dissertação de Mestrado – Departamento de Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.
- PEREIRA, Fabiana Correia. **Números De Fibonacci: propriedades e aplicações.** Dissertação de Mestrado – Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica da Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2022.
- PINEZE, Reges. **Revelando as 7 principais importâncias da fotografia.** Fotografia DG, 2014. Disponível em: <https://www.fotografia-dg.com/7-principais-importancias-da-fotografia/>. Acesso em: 25 de mar. de 2022.
- REDE GLOBO. **Conheça a história da evolução da geometria e de seus estudiosos.** Rede Globo, 2011. Disponível em: <http://redeglobo.globo.com/globociencia/noticia/2011/12/conheca-historia-da-evolucao-da-geometria-e-de-seus-estudiosos.html>. Acesso em: 17 de abr. de 2022.
- REZENDE, Eliane Quelho Frota. **Geometria euclidiana plana e construções geométricas.** Eliane Quelho Frota Rezende e Maria Lúcia Bontorim de Queiroz. - 2º ed. - Campinas, SP: Editora da Unicamp. 200R.

SANTOS, Rodrigo José Abreu dos. **A relação entre a Matemática e a fotografia.** 61p. Dissertação de Mestrado – Departamento de Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2021.

STEWART, J.; REDLIN, L.; WATSON, S. **Álgebra e trigonometria.** Cengage Learning. 2011.

VOROBIEV, N. **Fibonacci Numbers.** CRC Press. 2016.