



**LEONARDO MACEDO PETERLE**

**COMPARATIVO ENTRE MÉTODOS NORMATIVOS PARA  
AVALIAÇÃO DE EFEITOS DE SEGUNDA ORDEM EM  
PILARES DE CONCRETO ARMADO**

**LAVRAS-MG**

**2023**

**LEONARDO MACEDO PETERLE**

**COMPARATIVO ENTRE MÉTODOS NORMATIVOS PARA A AVALIAÇÃO DOS  
EFEITOS DE SEGUNDA ORDEM EM PILARES DE CONCRETO ARMADO.**

Monografia apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Curso de Engenharia Civil, para obtenção do título de Bacharel.

Prof. D.Sc. Ígor José Mendes Lemes  
Orientador

**LAVRAS-MG  
2023**

**LEONARDO MACEDO PETERLE**

**COMPARATIVO ENTRE MÉTODOS NORMATIVOS PARA A AVALIAÇÃO DOS  
EFEITOS DE SEGUNDA ORDEM EM PILARES DE CONCRETO ARMADO**

**COMPARISON OF NORMATIVE METHODS FOR THE ASSESSMENT OF SECOND-  
ORDER EFFECTS IN REINFORCED CONCRETE COLUMNS**

APROVADA em 15 de dezembro de 2023.

D.Sc. Ígor José Mendes Lemes UFLA

D.Sc. Luís Eduardo Silveira Dias UNILAVRAS

D.Sc. Rafael Cesário Barros CONCREMAT

Prof. D.Sc. Ígor José Mendes Lemes  
Orientador

**LAVRAS-MG  
2023**

*Dedico esse trabalho aos meus pais por  
me ensinarem o valor da educação.*

## **AGRADECIMENTOS**

Aos meus pais, Luiz Fernando Peterle e Venusta Maria Macedo Peterle, pelo tempo investido em mim e pela educação que me proporcionaram.

Ao professor Ígor J. M. Lemes, pela orientação, disposição e dedicação no desenvolvimento desse trabalho.

Aos professores do curso de Engenharia Civil, pelos tantos ensinamentos passados e tamanha dedicação ao curso.

À UFLA, pela qualidade no ensino e estrutura proporcionada a nós estudantes.

## RESUMO

A construção civil é responsável por garantir a infraestrutura dos mais diversos setores. Ao longo dos anos as necessidades da sociedade foram se tornando cada vez mais criteriosas e complexas, exigindo projetos que sejam economicamente viáveis, atendam prazos estipulados, se ajustando a estética, e que garantam segurança. Para que esse resultado seja atingido, o mercado oferece diversas tipologias estruturais, dentre elas o concreto armado é uma das soluções mais empregadas, principalmente no Brasil. Os pilares em concreto armado são comumente submetidos a momentos fletores e esforço normal de compressão, causando então flexão composta normal ou flexão composta oblíqua na peça. A aplicação desses esforços podem estar associados a excentricidades que resultam em efeitos de primeira e segunda ordem, os quais devem ser avaliados para a garantia de segurança da estrutura. As normas exigem algumas limitações de utilização dos métodos aproximados, além de apontar situações as quais o efeito de segunda ordem pode ser desconsiderado ou não deve ser utilizado, fazendo a obrigatoriedade do uso do método exato. As literaturas raramente descrevem a respeito da validação dos métodos ou da disparidade de resultados entre eles. Tendo isso em vista, o presente trabalho visa a elaboração de um comparativo entre os métodos aproximados apresentados na NBR 6118 (ABNT, 2023). Com a aplicação de uma planilha automatizada, foi possível determinar valores de momento total, com a consideração dos efeitos de segunda ordem, em diversas situações. Os resultados apontados pelo método da rigidez padrão foram até 42% dentro dos limites normativos quando comparado ao método da curvatura aproximada. Portanto o método da rigidez padrão se mostrou mais econômico para o processo de dimensionamento de um pilar, enquanto o método da curvatura aproximada foi mais conservador.

**Palavras-chave:** Efeitos de 2ª ordem; Método do pilar-padrão com curvatura aproximada; Método do pilar-padrão com rigidez aproximada; Índice de Esbeltez; Pilares.

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO.....</b>	<b>8</b>
<b>1.1</b>	<b>Considerações Iniciais.....</b>	<b>8</b>
<b>1.2</b>	<b>Motivação.....</b>	<b>9</b>
<b>1.3</b>	<b>Objetivo.....</b>	<b>9</b>
<b>2</b>	<b>REFERENCIAL TEÓRICO.....</b>	<b>10</b>
<b>2.1</b>	<b>Considerações iniciais .....</b>	<b>10</b>
<b>2.2</b>	<b>Análise dos efeitos de 2ª ordem em pilares de concreto armado .....</b>	<b>10</b>
<b>2.3</b>	<b>Normas e regulamentações relevantes .....</b>	<b>10</b>
<b>2.4</b>	<b>Métodos de cálculo dos efeitos de 2ª ordem .....</b>	<b>11</b>
<b>2.4.1</b>	<b>Métodos aproximados.....</b>	<b>11</b>
<b>2.4.1.1</b>	<b>Método do Pilar-Padrão com Curvatura (1/r) Aproximada.....</b>	<b>12</b>
<b>2.4.1.2</b>	<b>Método do Pilar-Padrão com Rigidez (k) aproximada.....</b>	<b>13</b>
<b>2.4.2</b>	<b>Momentos de 1ª ordem e Momento Total .....</b>	<b>15</b>
<b>2.4.2.1</b>	<b>Momentos de 1ª ordem .....</b>	<b>15</b>
<b>2.4.2.2</b>	<b>Momentos totais .....</b>	<b>15</b>
<b>2.5</b>	<b>Classificação dos pilares quanto a sua posição.....</b>	<b>16</b>
<b>2.5.1</b>	<b>Pilares de Centro ou Intermediários .....</b>	<b>16</b>
<b>2.5.2</b>	<b>Pilar de Extremidade .....</b>	<b>16</b>
<b>2.5.3</b>	<b>Pilar de Canto.....</b>	<b>17</b>
<b>3</b>	<b>METODOLOGIA .....</b>	<b>18</b>
<b>3.1</b>	<b>Validação da solução dos métodos aproximados .....</b>	<b>18</b>
<b>3.1.1</b>	<b>Situação 1 – Pilar de Centro ou Intermediário .....</b>	<b>18</b>
<b>3.1.1.1</b>	<b>Aplicação do método do pilar-padrão com curvatura (1/r) aproximada .....</b>	<b>21</b>
<b>3.1.1.2</b>	<b>Aplicação do método do pilar-padrão com rigidez (k) aproximada .....</b>	<b>22</b>
<b>3.1.2</b>	<b>Situação 2 – Pilar de Extremidade .....</b>	<b>23</b>
<b>3.1.3</b>	<b>Situação 3 – Pilar de Canto .....</b>	<b>24</b>
<b>3.1.4</b>	<b>Planilha automatizada .....</b>	<b>25</b>
<b>4</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÃO .....</b>	<b>28</b>
<b>4.1</b>	<b>Considerações Iniciais.....</b>	<b>28</b>
<b>4.2</b>	<b>Situação 1 – Pilar de canto ou intermediário .....</b>	<b>29</b>

<b>4.3</b>	<b>Situação 2 – Pilar de Extremidade .....</b>	<b>35</b>
<b>4.4</b>	<b>Situação 3 – Pilar de Canto .....</b>	<b>41</b>
<b>4.5</b>	<b>Considerações gerais.....</b>	<b>47</b>
<b>5</b>	<b>CONCLUSÃO .....</b>	<b>47</b>
<b>6</b>	<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>49</b>

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 Considerações Iniciais

A construção civil é responsável por garantir a infraestrutura dos mais diversos setores. Ao longo dos anos as necessidades da sociedade foram se tornando cada vez mais criteriosas e complexas, exigindo projetos que sejam economicamente viáveis, atendam prazos estipulados, se ajustando a estética, e que garantam segurança. Para que esse resultado seja atingido, o mercado oferece diversas tipologias estruturais, dentre elas o concreto armado é uma das soluções mais empregadas, principalmente no Brasil.

As primeiras experiências com concreto armado foram realizadas pelo francês Joseph Louis Lambot em 1850, porém o responsável por difundir o material na construção civil foi o também francês Joseph Monier em 1868, sendo um dos grandes disseminadores da técnica (FREITAS, 2022).

O concreto é resultante da mistura de agregados, cimento e água, podendo conforme necessidade serem acrescentados aditivos que melhorem a sua trabalhabilidade, temperatura durante a pega, características finais, etc. O concreto endurecido apresenta resistência à compressão compatível com as demandas atuais, em contrapartida não apresenta o mesmo desempenho quando submetido à tração, cerca de 10% da resistência à compressão. Para isso, o aço é adicionado às peças, com a função de suprir a resistência à tração necessária, dando origem ao concreto armado.

Os pilares em concreto armado são estruturas responsáveis por transmitir as solicitações da superestrutura para a fundação, bem como resistir a solicitações horizontais. Portanto os pilares são comumente submetidos a momentos fletores e ao esforço normal de compressão, causando então flexão composta normal ou flexão composta oblíqua na peça. A aplicação desses esforços podem estar associados a excentricidades que resultam em efeitos de primeira e segunda ordem, os quais devem ser avaliados para a garantia de segurança da estrutura.

## **1.2 Motivação**

A consideração dos momentos de segunda ordem em pilares de concreto armado é imprescindível para o dimensionamento da estrutura, uma vez que se avalia o comportamento da peça em sua condição deformada. As normas consideram a utilização de alguns métodos para essa avaliação, sendo um deles considerado exato, porém com complexo desenvolvimento analítico, e métodos aproximados que consistem em simplificações do método exato.

As normas exigem algumas limitações de utilização dos métodos aproximados, além de apontar situações as quais o efeito de segunda ordem pode ser desconsiderado ou não deve ser utilizado, fazendo a obrigatoriedade do uso do método exato. As literaturas raramente descrevem a respeito da validação dos métodos ou da disparidade de resultados entre eles.

## **1.3 Objetivo**

O presente trabalho foi elaborado visando a realização de um comparativo entre métodos aproximados apresentados na NBR 6118 (ABNT, 2023) para a determinação de momentos de segunda ordem em pilares de concreto armado. Com inúmeros resultados computados, analisados em situações distintas é possível avaliar características, diferenças e semelhanças entre os métodos aproximados expostos neste trabalho.

## **2 REFERENCIAL TEÓRICO**

### **2.1 Considerações iniciais**

Apresenta-se, neste tópico, uma revisão bibliográfica acerca do tema, também são discutidas determinações normativas que fundamentam a metodologia adotada.

### **2.2 Análise dos efeitos de 2ª ordem em pilares de concreto armado**

Em uma análise preliminar, os pilares de concreto armado estão submetidos a esforços predominantemente de compressão. Os pontos de aplicação destas solicitações podem não coincidir com o centro de gravidade da seção transversal da peça, gerando uma excentricidade inicial. Essa excentricidade e momentos fletores que independem da força normal são responsáveis pelos efeitos de 1ª ordem, os quais são estudados considerando a configuração indeformada das peças.

Os pilares possuem certa esbelteza, a qual aliada aos esforços de compressão, causam o fenômeno de flambagem, nos casos mais comum, este efeito, tende a flexionar a peça comprimida longitudinalmente e age sobre o estado inicial de tensões, causando momentos e tensões significativas que antes não eram consideradas em uma primeira análise, dando origem aos efeitos de 2ª ordem (CASAGRANDE e SILVA, 2011).

Estes efeitos são uma consequência da não linearidade geométrica e física do material e da estrutura quando submetida a carregamentos significativos. Dentro dos principais efeitos de 2ª ordem em pilares de concreto armado é possível citar os Momentos de 2ª ordem, foco do presente estudo, estes devem ser combinados aos de 1ª ordem. Estes momentos adicionais podem ser expressivos, sendo então necessária a sua consideração e avaliação no dimensionamento da estrutura.

### **2.3 Normas e regulamentações relevantes**

A NBR 6118 (ABNT, 2023) classifica os efeitos de 2ª ordem em globais, aqueles decorrentes do deslocamento horizontal dos nós das estruturas, e locais, aqueles que surgem devido a não linearidade dos eixos da peça, por exemplo em um lance único de um pilar.

A análise dos efeitos de 2ª ordem em pilares de concreto armado deve ser realizada considerando os efeitos globais e locais, uma vez que os globais apenas fornecem os esforços na extremidade das peças, devendo ser considerados os efeitos locais ao longo do eixo. Para essa avaliação a NBR 6118 (ABNT,2023) define alguns métodos de cálculos a serem utilizados:

- método do pilar-padrão com curvatura aproximada;
- método do pilar-padrão com rigidez k aproximada.

Para a utilização no dimensionamento e projeto de pilares em concreto armado, a NBR 6118 (ABNT, 2023) define algumas limitações para os métodos, de acordo com a esbeltez da peça, as quais são apresentadas na Tabela 1.

Tabela 1 – Aplicabilidade dos métodos aproximados na determinação de momentos de 2ª ordem

Índice de Esbeltez ( $\lambda$ )	Consideração dos Efeitos Locais de 2ª Ordem	Métodos de Cálculo Aproximados	
		Curvatura Aproximada	Rígidez Aproximada
$140 < \lambda \leq 200$	Obrigatória	Não Permitido	Não Permitido
$90 < \lambda \leq 140$	Obrigatória	Não Permitido	Não Permitido
$\lambda 1 < \lambda \leq 90$	Obrigatória	Permitido	Permitido
$0 < \lambda \leq \lambda 1$	-	-	-

Fonte – Adaptado da NBR 6118 (ABNT, 2023)

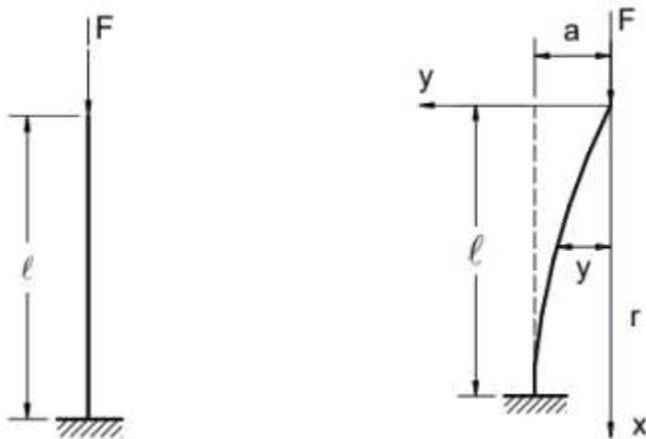
## 2.4 Métodos de cálculo dos efeitos de 2ª ordem

### 2.4.1 Métodos aproximados

Os métodos aproximados possuem formulação e aplicação direta. Estes métodos também tratam a não linearidade geométrica da estrutura utilizando o conceito do Pilar-Padrão, o qual é aplicável em pilares que possuem seção e armação constante ao longo de seu comprimento.

Fusco (1981) determinou o Pilar-Padrão como um pilar em balanço com distribuição de curvaturas que provocam uma flecha em sua extremidade, e possui deformada definida pela linha elástica apresentada na Figura 1 (FREITAS, 2022):

Figura 1 – Deformada do Pilar-Padrão



Fonte: Freitas (2022)

A flecha na seção intermediária do pilar (a), tem seu valor determinado pela seguinte equação (1):

$$a = \frac{l_e^2}{10} \left( \frac{1}{r} \right)_{base} \quad (1)$$

sendo:

$l_e$  - Comprimento equivalente do pilar

$\left( \frac{1}{r} \right)_{base}$  - Curvatura na base do pilar

#### 2.4.1.1 Método do Pilar-Padrão com Curvatura (1/r) Aproximada

Segundo a NBR 6118 (ABNT,2023) o método da Curvatura Aproximada pode ser empregado apenas em pilares com  $\lambda < 90$ , e que possuam seção e armadura simétrica (adequação ao Pilar-Padrão), a não linearidade da peça é analisada de maneira aproximada, considerando uma deformação senoidal da barra.

Em Bastos (2021) pode ser visto a metodologia de obtenção do momento de 2ª ordem ( $M_{2d}$ ) através do método da curvatura padrão pela seguinte equação (2):

$$M_{2d} = N_d \frac{l_e^2}{10} \frac{1}{r} \quad (2)$$

sendo:

$N_d$  = força normal solicitante de cálculo;

$l_e$  = comprimento equivalente;

$\frac{1}{r}$  = curvatura na seção crítica

A curvatura na seção crítica é avaliada isoladamente em cada eixo, sendo representada por uma equação a qual é inversamente proporcional a força adimensional e da altura da seção transversal (em relação ao eixo em questão) (FLORES,2022). A equação (3) representa a expressão aproximada para o raio de curvatura na seção crítica.

$$\frac{1}{r} = \frac{0,005}{h(v + 0,5)} \leq \frac{0,005}{h} \quad (3)$$

A força normal adimensional ( $v$ ) é definida pela equação (4):

$$v = \frac{N_d}{A_c f_{cd}} \quad (4)$$

em que:

$A_c$  = área de concreto da seção transversal do pilar;

$f_{cd}$  = resistência de cálculo do concreto à compressão ( $f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$ );

$f_{ck}$  = resistência característica do concreto à compressão;

$\gamma_c$  = coeficiente de majoração;

$h$  = dimensão da seção transversal no eixo avaliado.

A NBR 6118 (ABNT, 2023) explicita que para situações onde o  $\lambda$  do pilar for menor que o índice de esbeltez limite ( $\lambda_1$ ), os efeitos de 2ª ordem locais podem ser desprezados.

#### 2.4.1.2 Método do Pilar-Padrão com Rigidez (k) aproximada

Esta formulação possui as mesmas premissas do método da Curvatura Padrão, as quais segundo a NBR 6118 (ABNT, 2023), para a sua utilização o pilar deve possuir  $\lambda \leq 90$ , seção transversal e armadura constante ao longo do seu eixo.

Considerando a não linearidade física do pilar através de uma expressão aproximada da rigidez adimensional da estrutura, o momento total máximo no pilar, é calculado a partir de uma majoração do momento de 1ª ordem conforme definido na seguinte expressão (5):

$$M_{Sd,tot} = \frac{\alpha_b \cdot M_{1d}}{1 - \frac{\lambda^2}{120 \left(\frac{k}{v}\right)}} \geq M_{1d} \quad (5)$$

onde:

$\alpha_b$  = coeficiente que leva em consideração as condições de contorno, carregamentos e características geométricas do pilar, sendo regulado e equacionado na NBR 6118 (ABNT, 2023);

$M_{1d}$  = momento de 1ª ordem;

$\lambda$  = índice de esbeltez do pilar;

$k$  = rigidez aproximada.

A rigidez adimensional aproximada ( $k$ ) é definida pela seguinte equação (6):

$$k = 32 \left( 1 + 5 \frac{M_{Rd,tot}}{h \cdot N_d} \right) v \quad (6)$$

Para evitar a realização de inúmeras iterações é definida uma equação de 2º grau, a qual possibilita o cálculo direto de  $M_{Sd,tot}$ , a qual segue o seguinte modelo (7):

$$aM_{Sd,tot}^2 + bM_{Sd,tot} + c = 0 \quad (7)$$

Os termos  $a$ ,  $b$  e  $c$  são definidos por (8):

$$a = 5h \quad b = h^2 N_d - \frac{N_d l_e^2}{320} - 5h \alpha_b M_{1d} \quad c = -N_d h^2 \alpha_b M_{1d} \quad (8)$$

A formulação apresentada é mostrada tanto em Bastos (2021) quanto na NBR 6118 (ABNT, 2023), porém Bastos (2021) trás uma equação de 2º grau (9) a qual também elimina a necessidade de iterações:

$$19200M_{d,tot}^2 + (3840hN_d - \lambda^2 hN_d - 19200\alpha_b M_{1d})M_{d,tot} - 3840\alpha_b hN_d M_{1d} = 0 \quad (9)$$

## 2.4.2 Momentos de 1ª ordem e Momento Total

### 2.4.2.1 Momentos de 1ª ordem

Para a correta análise dos efeitos de 2ª ordem é imprescindível a definição dos momentos de 1ª ordem. Estes são resultados dos esforços de 1ª ordem que atuam na estrutura indeformada, sendo eles:

- Excentricidade Inicial: A excentricidade inicial acontece devido às condições de projeto e necessidade de apoio dos pilares. O tipo de pilar é determinante para que ocorram excentricidades de primeira ordem. O tipo de pilar pode variar entre intermediário, de extremidade e canto.
- Excentricidade de Forma: A excentricidade de forma ocorre devido à assimetria da seção transversal do pilar. Ocorre quando a carga aplicada não está alinhada com o centro de massa da seção.
- Excentricidade Acidental: Ocorre devido a erros de execução ou pequenas variações nas dimensões reais da estrutura em relação aos projetos e especificações.
- Excentricidade Suplementar: introduzida intencionalmente no projeto para garantir que o pilar possua capacidade suficiente para resistir às cargas aplicadas.
- Momento Mínimo: A NBR 6118 (ABNT,2023), trás o conceito de momento mínimo, como uma alternativa em relação a consideração da excentricidade acidental, que é a causada pelas imperfeições construtivas do pilar. O momento mínimo deve ser considerado na análise de efeitos de 2ª ordem, e sempre comparado aos momentos de 1ª ordem existentes na estrutura.

### 2.4.2.2 Momentos totais

Nas avaliações dos efeitos de 2ª ordem, os métodos estipulados pela NBR 6118 (ABNT, 2023), ora trazem diretamente o resultado do momento de 2ª ordem, como é o caso do Método da Curvatura Aproximada, ou trazem o resultado da avaliação em Momento Total, como no Método da Rigidez Aproximada.

O Momento Total ( $M_{d,tot}$ ) trata-se apenas da combinação entre os momentos de 1ª ordem ( $M_{1d}$ ) com os de 2ª ordem ( $M_{2d}$ ). O momento total é dado pela seguinte expressão (10):

$$M_{d,tot} = M_{1d} + M_{2d} \quad (10)$$

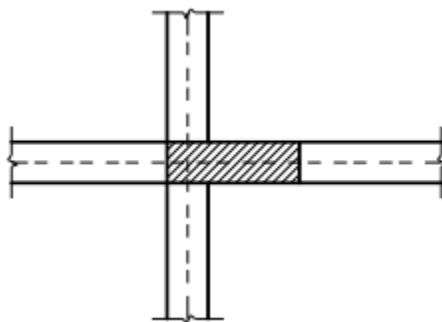
## 2.5 Classificação dos pilares quanto a sua posição

A transmissão das cargas verticais por um pilar é afetada devido à posição do pilar na planta da estrutura. A posição também interfere nas excentricidades e solicitações às quais o pilar está submetido.

### 2.5.1 Pilares de Centro ou Intermediários

Os pilares intermediários (Figura 2) são caracterizados pelo encontro de 4 vigas, ou pela continuidade de 2 vigas. Submetido à compressão simples. Faz-se necessário a determinação apenas do momento mínimo de 1ª ordem, uma vez que a excentricidade inicial é praticamente anulada devido a existência de carregamentos (vigas) em todas as direções.

Figura 2 – Distribuição de um pilar intermediário em planta baixa.



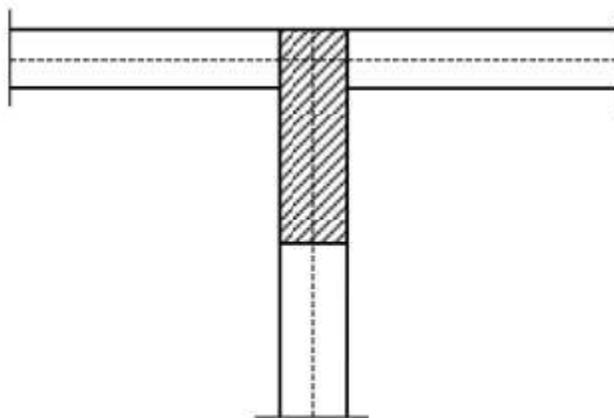
Fonte: Bastos (2021)

### 2.5.2 Pilar de Extremidade

De modo geral, o pilar de extremidade (Figura 3) ocorre nas bordas das edificações. Possui vinculação com vigas contínuas em um dos eixos e a extremidade de uma viga no outro, permitindo

a transmissão de momentos, e exercendo compressão e flexão em umas das direções (CASAGRANDE e SILVA,2011). Faz-se necessária a avaliação da excentricidade inicial.

Figura 3 – Distribuição de um pilar de extremidade em planta baixa

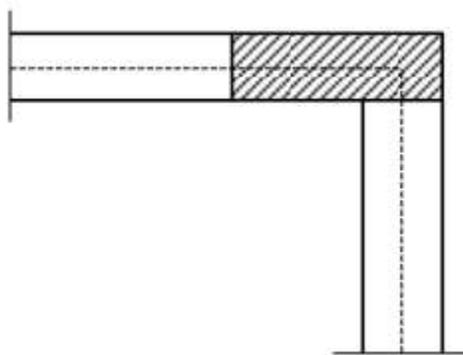


Fonte: Bastos (2021)

### 2.5.3 Pilar de Canto

Posicionado nos cantos das edificações, o pilar de canto (Figura 4) é definido pela vinculação de extremidades de vigas em ambos os eixos, causando a necessidade da avaliação da excentricidade inicial em ambas as direções.

Figura 4 – Distribuição de um pilar de canto em planta baixa.



Fonte: Bastos (2011)

### 3 METODOLOGIA

Para realizar o comparativo entre o método geral e os métodos aproximados, primeiramente validou-se um desenvolvimento de cálculo, baseado na resolução de três exemplos, cada um abordando um tipo diferente de pilar, sendo eles o intermediário, o de extremidade e o de canto. Esta validação teve como resultado a obtenção dos momentos de 2ª ordem utilizando os métodos aproximados, o método da curvatura aproximada e o da rigidez aproximada, possibilitando o desenvolvimento de uma planilha em Excel, automatizada que possibilita a rápida extração dos valores dos efeitos de 2ª ordem, variando apenas os dados da seção transversal do pilar e o seu comprimento equivalente.

Essa planilha teve como objetivo a retirada da maior quantidade possível de resultados a serem abrangidos neste comparativo.

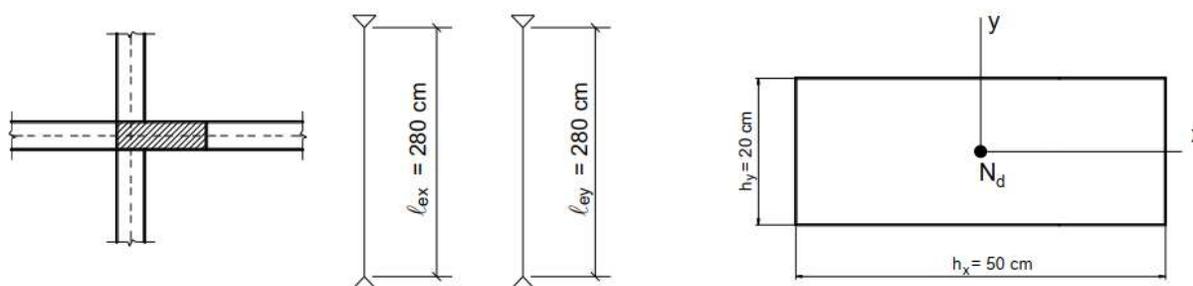
#### 3.1 Validação da solução dos métodos aproximados

Para a realização da validação da solução a ser utilizada na planilha, foram utilizados três exemplos abordados por Bastos (2021), os quais levam em conta pilares de diferentes tipos, de acordo com sua posição, carregamentos iniciais distintos, e características físicas diversas (seção transversal e comprimento). Estes exemplos também serão utilizados para a compilação de resultados para a realização do comparativo.

##### 3.1.1 Situação 1 – Pilar de Centro ou Intermediário

O primeiro pilar apresentado, é um pilar intermediário, e são conhecidas sua força normal característica ( $N_k$ ) de 1000 kN, seção transversal de 20 cm x 50 cm, comprimento equivalente ( $l_{ex} = l_{ey}$ ) de 280 cm e construído com concreto C30. Conforme esquema mostrado na Figura 5.

Figura 5 – Distribuição de cargas e dados da peça para a Situação 1



Fonte: Bastos (2021).

O primeiro passo é definir os esforços solicitantes do pilar. Dada a força normal característica atuante no pilar, é necessário calcular a força normal de cálculo, sendo ela definida como segue a equação (11):

$$N_d = \gamma_n \cdot \gamma_f \cdot N_k \quad (11)$$

Definido pelo item 13.2.3 NBR 6118 (ABNT, 2023), os pilares de concreto armado devem possuir sua menor dimensão superior a 19 cm, salvo casos especiais em que permite-se a consideração de dimensões entre 19 cm e 14 cm, desde que ocorra a majoração dos esforços por um coeficiente adicional ( $\gamma_n$ ). Os valores deste coeficiente são apresentados na Tabela 2.

Tabela 2 – Coeficiente adicional ( $\gamma_n$ ) para pilares e pilares parede

b	≥ 19	18	17	16	15	14
$\gamma_n$	1,00	1,05	1,10	1,15	1,20	1,25

Nota: O coeficiente  $\gamma_n$  deve majorar os esforços solicitantes finais de cálculo quando de seu dimensionamento.  
 $\gamma_n = 1,95 - 0,05 b$   
b = menor dimensão da seção transversal (cm).

Fonte: NBR 6118 (ABNT, 2023)

Os valores dos coeficientes e força normal característica para o pilar em questão são:  
 $\gamma_n = 1,00$ ;

$Y_f = 1,4$  – Fator de majoração definido pela NBR 6118 (ABNT,2023), para ação conjunta de cargas permanentes e ações de uso e ocupação da estrutura;

$$N_k = 1000 \text{ kN} ;$$

Deste modo:

$$N_d = Y_n \cdot Y_f \cdot N_k = 1,00 \cdot 1,40 \cdot 1000 \quad N_d = 1400 \text{ kN}$$

Por se tratar de um pilar intermediário os momentos de 1ª ordem devido a excentricidade inicial são desprezados.

O índice de esbeltez ( $\lambda$ ) deve ser calculado para o eixo  $x$  e  $y$  isoladamente e é calculado pela equação (12):

$$\lambda = \frac{l_e}{i} \quad , \text{sendo} \quad i = \frac{h}{\sqrt{12}} \quad (12)$$

$i$  – raio de giração da peça no eixo.

Portanto, para cada eixo:

$$\lambda_x = \frac{l_{ex}}{i_x} = \frac{l_{ex}}{\frac{h_x}{\sqrt{12}}} = \frac{280}{\frac{50}{\sqrt{12}}} \quad \lambda_x = 19,39 \leq 90 \quad \blacktriangleright \text{ok!}$$

$$\lambda_y = \frac{l_{ey}}{i_y} = \frac{l_{ey}}{\frac{h_y}{\sqrt{12}}} = \frac{280}{\frac{20}{\sqrt{12}}} \quad \lambda_y = 48,49 \leq 90 \quad \blacktriangleright \text{ok!}$$

A verificação acima, onde  $\lambda \leq 90$ , é realizada para avaliar a adequabilidade da utilização dos métodos aproximados na verificação dos efeitos de 2ª ordem para este pilar. Ainda sobre verificações do índice de esbeltez, a NBR 6118 (ABNT, 2023), traz o conceito de esbeltez limite ( $\lambda_1$ ) que define um valor limite, em pilares que apresentarem esbeltez inferiores ao limite, permite-se a desconsideração dos valores dos momentos de 2ª ordem. O valor de  $\lambda_1$  é dado pela expressão (13):

$$\lambda_1 = \frac{25 + 12,5 \cdot \frac{e_1}{h}}{\alpha_b} \quad \lambda_1 \geq 35 \quad (13)$$

sendo:

$e_1$  – excentricidade causada pelos momentos de 1ª ordem, no caso possui valor nulo, por se tratar de um pilar intermediário, nos quais não ocorrem momentos fletores iniciais de 1ª ordem.

$\alpha_b$  – por não ocorrer momentos de 1ª ordem –  $\alpha_b = 1,00$ .

portanto:

$$\lambda_1 = \frac{25 + 12,5 \cdot \frac{0}{50}}{1} \quad \lambda_{1,x} = \lambda_{1,y} = 25 \quad \lambda_{1,x} = \lambda_{1,y} \leq 35 \quad , \quad \lambda_{1,x} = \lambda_{1,y} = 35$$

Avaliando a esbeltez em cada eixo e a esbeltez limite, tem-se:

$$\lambda_x = 19,39 \leq \lambda_{1,x} = 35$$

$$\lambda_y = 48,49 \geq \lambda_1 = 35$$

Em função dos valores obtidos para os índices de esbeltez, no eixo  $x$  não são considerados os efeitos locais de 2ª ordem, já no eixo  $y$  tais efeitos devem ser avaliados.

A NBR 6118 (ABNT,2023) exige a consideração de um momento fletor mínimo, avaliado em ambos os eixos, que é dado pela equação (14):

$$M_{1d,min} = N_d \cdot (1,5 + 0,03h) \quad (14)$$

$$M_{1d,minx} = 1400 \cdot (1,5 + 0,03 \cdot 50) \quad M_{1d,minx} = 4200 \text{ kN.cm}$$

$$M_{1d,miny} = 1400 \cdot (1,5 + 0,03 \cdot 20) \quad M_{1d,miny} = 2940 \text{ kN.cm}$$

Com os valores de esbeltez, momento mínimo, e esforços solicitantes definidos é possível iniciar a avaliação dos momentos de 2ª ordem. Será avaliado apenas o eixo  $y$ , uma vez que não serão considerados os efeitos no eixo  $x$ .

### 3.1.1.1 Aplicação do método do pilar-padrão com curvatura (1/r) aproximada

A força normal adimensional ( $v$ ) é definida por:

$$v = \frac{1400}{(50 \cdot 20) \cdot \frac{3,0}{1,4}} \quad v = 0,65$$

A curvatura aproximada é dada pela equação:

$$\frac{1}{r_y} = \frac{0,005}{20 \cdot (0,65 + 0,5)} \leq \frac{0,005}{20} \quad \frac{1}{r_y} = 2,1739 \cdot \frac{10^{-4}}{\text{cm}} \leq 2,5 \cdot \frac{10^{-4}}{\text{cm}}$$

$$\frac{1}{r_y} = 2,1739 \cdot \frac{10^{-4}}{\text{cm}}$$

Com a curvatura aproximada definida é possível calcular o momento de 2ª ordem atuante no eixo y do pilar.

$$M_{2d,y} = \frac{N_d \cdot l_{ey}^2}{10} \cdot \frac{1}{r_y} \quad M_{2d,y} = \frac{1400 \cdot 280^2}{10} \cdot 2,1739 \cdot 10^{-4} \quad M_{2d,y} = 2380 \text{ kNcm}$$

O momento total, com consideração dos efeitos de 2ª ordem é dado por:

$$M_{d,totaty} = M_{1d,y} + M_{2d,y} = 2940 + 2380 \quad M_{d,totaty} = 5320 \text{ kNcm}$$

### 3.1.1.2 Aplicação do método do pilar-padrão com rigidez (k) aproximada

O método do pilar-padrão com curvatura aproximada, terá aplicação direta da equação proposta por Bastos (2021). Como não ocorreu momentos de 2ª ordem em x, a avaliação é feita apenas no eixo y:

$$19200M_{Sd,toty}^2 + (3840hN_d - \lambda_y^2 hN_d - 19200\alpha_b M_{1d,y})M_{Sd,toty} - 3840\alpha_b hN_d M_{1d,y} = 0$$

$$19200M_{Sd,toty}^2 + (3840 \cdot 20 \cdot 1400 - 48,49^2 \cdot 20 \cdot 1400 - 19200 \cdot 1,00 \cdot 2940)M_{Sd,toty} - 3840 \cdot 1,0 \cdot 20 \cdot 1400 \cdot 2940 = 0$$

$$19200 \cdot M_{Sd,toty}^2 + 14763842,8 \cdot M_{Sd,toty} - 3,161 \cdot 10^{11} = 0$$

Aplicando o teorema de Bháskara, tem-se como resultado a raiz positiva:

$$M_{d,toty} = 4459,54 \text{ kNcm}$$

A comparação entre os resultados obtidos entre os métodos analisados é apresentada na Tabela 3.

Tabela 3 – Resultados e disparidade entre momentos totais da situação 1.

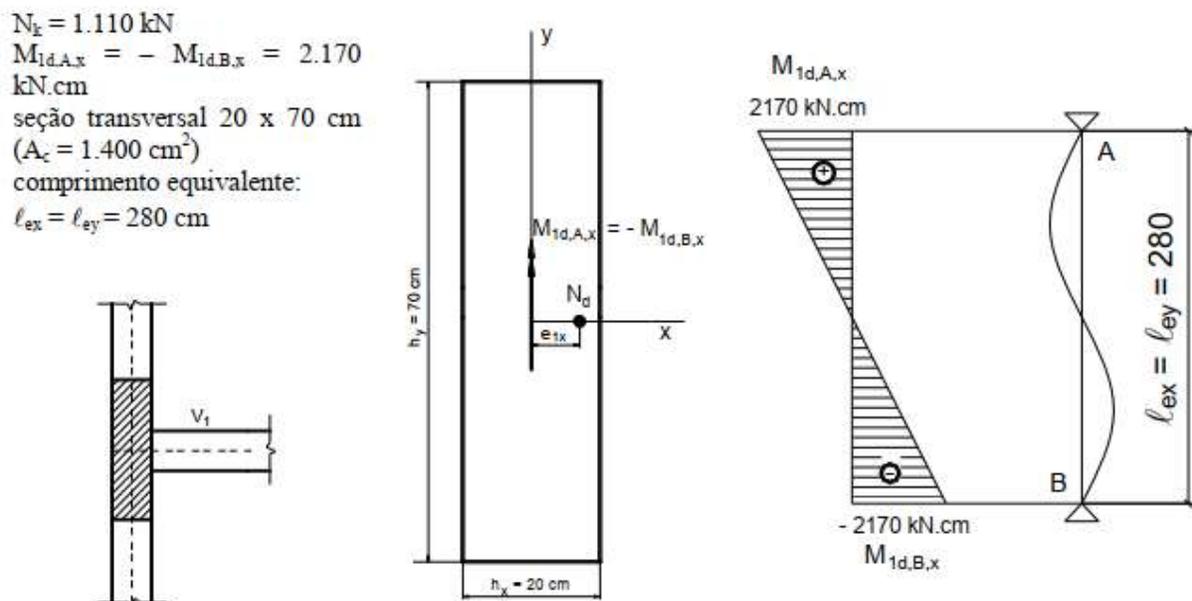
Método	Momento total, com efeitos de 2ª ordem ( $M_{d,tot}$ ) (kNcm)	Erro Relativo (%)
Curvatura Aproximada	5320	
Rigidez Aproximada	4459,54	-19%

Fonte: Do autor (2023)

### 3.1.2 Situação 2 – Pilar de Extremidade

O segundo exemplo proposto trata-se de um pilar de extremidade, apresentado na Figura 6. Possui sua seção transversal com medidas 20 cm x 70 cm,  $N_k = 1110 \text{ kN}$ ,  $l_{ex} = l_{ey} = 280 \text{ cm}$  e momentos de 1ª ordem com valor  $M_{1d,A,x} = -M_{1d,B,x} = 2170 \text{ kNcm}$ .

Figura 6 – Distribuição do pilar e solicitações para a situação 2.



Fonte: Bastos (2021)

O procedimento de cálculo para obtenção dos momentos de 2ª ordem é realizado igualmente ao Exemplo 1, com a obtenção dos esforços solicitantes. As diferenças com relação à primeira situação, é a posição do pilar, neste caso de extremidade, e a existência de uma excentricidade inicial:

$$e_{1x} = \frac{M_{1d,x}}{N_d} = \frac{2170}{1554} \quad e_{1x} = 1,4 \text{ cm}$$

A consideração dos efeitos de 2ª ordem para a situação 2 foi necessária apenas no eixo x.

Realizado todos os cálculos foi possível encontrar para o Exemplo 2, os resultados compilados na Tabela 4:

Tabela 4 - Resultados e disparidade entre momentos totais da situação 2.

Método	Momento total, com efeitos de 2ª ordem ( $M_{d,tot}$ ) (kNcm)	Erro Relativo (%)
Curvatura Aproximada	5979	
Rigidez Aproximada	4951,5	-21%

Fonte: Do autor (2023)

### 3.1.3 Situação 3 – Pilar de Canto

Como proposta de pilar de canto, Bastos (2021) apresenta um pilar com seção transversal de 18 cm x 50 cm,  $N_k = 850$  kN, executa em concreto C25,  $l_e = 350$  cm, momentos de 1ª ordem com valores  $M_{1k,A,x} = -M_{1k,B,x} = 2041$  kNcm e  $M_{1k,A,y} = -M_{1k,B,y} = 1360,5$  kNcm. O arranjo estrutural do pilar é mostrado na Figura 7.

Figura 7 – Distribuição do pilar e solicitações para a situação 3.

concreto C25 ;  $N_k = 850$  kN

$$M_{1k,A,x} = -M_{1k,B,x} = 2.041 \text{ kN.cm}$$

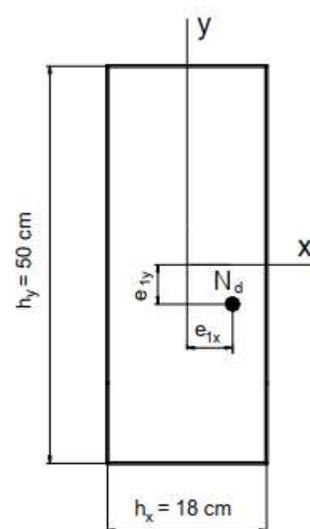
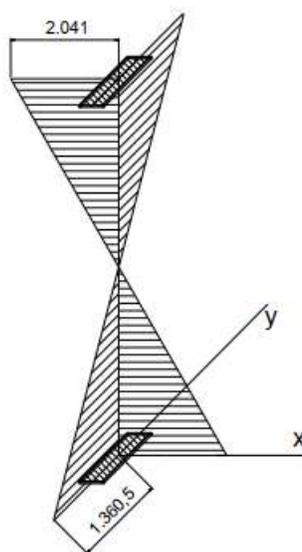
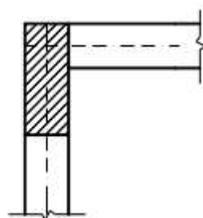
$$M_{1k,A,y} = -M_{1k,B,y} = 1.360,5 \text{ kN.cm}$$

seção transversal 18 x 50:

$$A_c = 900 \text{ cm}^2$$

comprimento equivalente:

$$l_{ex} = l_{ey} = 350 \text{ cm}$$



Fonte: Bastos (2021)

Por se tratar de um pilar de canto, existem excentricidades iniciais em ambos os eixos. O procedimento de cálculo é o mesmo apresentado anteriormente e os resultados obtidos são apresentados na Tabela 5.

Tabela 5 - Resultados e disparidade entre momentos totais da situação 3.

<b>Método</b>	<b>Momento total, com efeitos de 2ª ordem (<math>Md,tot</math>) (<math>kNcm</math>)</b>	<b>Erro Relativo (%)</b>
Curvatura Aproximada	6328,55	
Rigidez Aproximada	3541,09	-44%

Fonte: Do autor (2023).

### 3.1.4 Planilha automatizada

Com os procedimentos de cálculo e resultados das três situações compilados, foi desenvolvida uma planilha automatizada em Excel, para que fosse possível obter valores dos momentos de 2ª ordem pelos métodos aproximados. Com capacidade de determinar esses valores em situações distintas, variando seção transversal, comprimento equivalente e momentos de primeira ordem.

A primeira seção da planilha, é a entrada de dados, nela são inseridas as características de projeto e materiais do pilar. Como mostrado na Tabela 6.

Tabela 6 – Entrada de Dados da planilha automatizada, com valores referentes ao situação 3.

<b>Dados</b>	
b =	18 cm
h =	50 cm
le =	350 cm
Nk =	850 kN
M1k,x =	2041 kNcm
M1k,y =	1360,5 kNcm
$\gamma_n$ =	1,05
$\gamma_f$ =	1,4
fck =	25 MPa

Fonte: Do autor (2023)

Em seguida (Tabela 7) são apresentados os resultados dos esforços solicitantes, majorados e com suas excentricidades iniciais determinadas.

Tabela 7 – Resultado de esforços solicitantes da planilha automatizada, referente a situação 3.

ESFORÇOS SOLICITANTES	
Nd =	1249,5 kN
M1d,x =	3000,27 kNcm
M1d,y =	1999,935 kNcm
e1x =	2,401176 cm
e1y =	1,600588 cm

Fonte: Do autor (2023)

Para avaliação do índice de esbeltez, esbeltez limite e momento de 1ª ordem, foi desenvolvida uma coluna a parte, a qual leva em consideração as limitações de esbeltez (mínimas e máximas) e correção do fator  $\alpha_b$ , como prescrito na NBR 6118 (ABNT, 2023), essa correção se faz necessária em situações onde os valores dos momentos de 1ª ordem superam os valores de momento mínimo, a correção é realizada através da equação (15):

$$\alpha_b = 0,6 + 0,4 \cdot \left( \frac{M_{1B}}{M_{1A}} \right) \quad , \quad e \quad 0,4 \leq \alpha_b \leq 1,0 \quad (15)$$

Bem como é apresentada a necessidade da consideração dos momentos de 2ª ordem em cada eixo, como apresentado na Tabela 8.

Tabela 8 – Tratativa de esbeltez da planilha automatizada, com valores referentes ao Exemplo 3.

ESBELTEZ	
$\lambda_x$	= 67,35753
$\lambda_y$	= 24,24871
$\alpha_{b,x}$	= 0,2
$\alpha_{b,y}$	= 1
$\alpha_{b,x,corrige}$	= 0,4
$\alpha_{b,y,corrige}$	= 1
M1d,x,corrige	= 3000,27 kNcm
M1d,y,corrige	= 3748,5 kNcm
e1x,corrige	= 2,401176 cm
e1y,corrige	= 3 cm
$\lambda_{1x}$	= 66,66871
$\lambda_{1y}$	= 25,75
$\lambda_{1x,corrige}$	= 66,66871
$\lambda_{1y,corrige}$	= 35
Md2,x	SIM
Md2,y	NÃO
$\lambda_{1x,cons.}$	= 67,35753
$\lambda_{1y,cons.}$	= 0

Fonte: Do autor (2023)

Também foi adicionada a determinação dos momentos e excentricidades mínimas (Tabela 9).

Tabela 9 – Valores mínimos da planilha automatizada, com valores referentes ao Exemplo 3.

MOMENTOS MÍNIMOS	
M1d,mín,x	= 2548,98 kNcm
M1d,mín,y	= 3748,5 kNcm
e1x,mín	= 2,04 cm
e1y,mín	= 3 cm

Fonte: Do autor (2023)

Por fim foram acrescentados todos os procedimentos de cálculo do método do pilar-padrão com curvatura aproximada e do método com rigidez aproximada, apresentados na Tabela 10.

Tabela 10 – Aplicação dos métodos aproximados na planilha automatizada em Excel, com valores referentes ao Exemplo 3.

Método do Pilar Padrão com Curvatura (1/r) aproximada		Método do Pilar Padrão com Rigidez (k) aproximada (EIXO X)	Método do Pilar Padrão com Rigidez (k) aproximada (EIXO Y)
(1/r) <sub>x</sub> = 0,000217	/cm	b = -3,9E+07	b = 1,68E+08
(1/r) <sub>y</sub> = 7,83E-05	/cm	c = -1E+11	c = -9E+11
M2d, <sub>x</sub> = 3328,283	kNcm	Δ = 9,46E+15	Δ = 9,73E+16
M2d, <sub>y</sub> = DESCONSIDERADO	kNcm	Msd,tot, <sub>x</sub> = 3541,099 kNcm	Msd,tot, <sub>y</sub> = 3748,5 kNcm
		M2d, <sub>x</sub> = 2340,991 kNcm	M2d, <sub>y</sub> = 0 kNcm

Fonte: Do autor (2023)

Para maior abrangência e representatividades dos resultados a serem obtidos a partir da planilha automatizada, esta foi adaptada para que considerando o valor da esbeltez, analisada em cada eixo, gere os resultados dos momentos totais, após consideração dos efeitos de 2ª ordem.

Cada uma das 3 situações apresentadas neste Capítulo, foi avaliada na planilha, onde o valor de  $\lambda_x$  e  $\lambda_y$  foi variado entre  $0 \leq \lambda \leq 140$ , em um intervalo de 5, isoladamente. Portanto os dados de entrada para os cálculos são: seção transversal, momentos de 1ª ordem característicos, força normal característica, coeficiente de majoração, coeficiente adicional, resistência característica do concreto, esbeltez em  $x$  ou em  $y$ . Como um dos dados de entrada é o valor de  $\lambda$  em um dos eixos, tanto o  $\lambda$  no outro eixo quanto o valor do comprimento equivalentes são variados de acordo com a primeira informação.

## 4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

### 4.1 Considerações Iniciais

Neste Capítulo serão apresentados os resultados finais da aplicação da planilha automatizada para avaliação dos métodos aproximados do pilar-padrão com curvatura aproximada e o da rigidez aproximada, prescritos na NBR 6118 (ABNT, 2023).

Este capítulo é organizado de modo a apresentar os resultados em cada uma das 3 situações apresentadas anteriormente, realizadas separadamente, com uma análise individual, e por fim uma discussão geral em torno dos resultados obtidos.

## 4.2 Situação 1 – Pilar de canto ou intermediário

Os primeiros resultados gerados na planilha automatizada foram os valores dos momentos totais, variando o valor de  $\lambda_x$  entre  $0 \leq \lambda_x \leq 140$  em um intervalo de 5 unidades. Os resultados são apresentados na Tabela 11. A estrutura da tabela consta os valores dos índices de esbeltez ( $\lambda_x$  e  $\lambda_y$ ), o comprimento equivalente ( $l_e$ ), o momento de 1ª ordem considerado nos cálculos ( $M_{1d}$ ) (o qual pode alternar entre o momento inicial ou mínimo), os momentos totais resultantes da aplicação de cada método e a relação entre o método da rigidez padrão com o da curvatura aproximada, expresso em porcentagem.

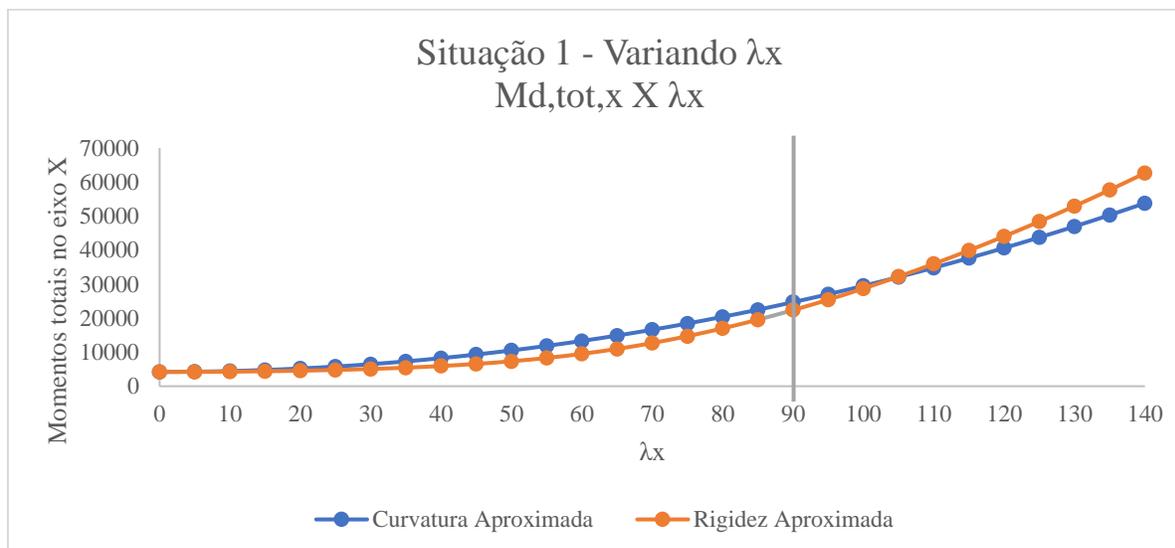
Tabela 11 – Resultados correspondentes a situação 1, variando  $\lambda_x$ .

Situação 1 - Variando em X										
Dados Iniciais					Curvatura Aprox		Rígidez Aprox.		Disparidade	
$\lambda_x$	$\lambda_y$	le (cm)	M1d,x (kNcm)	M1d,y (kNcm)	Md,tot,x (kNcm)	Md,tot,y (kNcm)	Md,tot,x (kNcm)	Md,tot,y (kNcm)	Disparidade em X (%)	Disparidade em Y (%)
0	0	0	4200	2940	4200	2940	4200	2940	0%	0%
5	12,5	72,16878	4200	2940	4263,223	3098,056	4221,115	3019,829	-1%	-3%
10	25	144,3376	4200	2940	4452,89	3572,225	4285,445	3276,434	-4%	-8%
15	37,5	216,5064	4200	2940	4769,003	4362,507	4396,027	3764,394	-8%	-14%
20	50	288,6751	4200	2940	5211,561	5468,902	4558,19	4580,332	-13%	-16%
25	62,5	360,8439	4200	2940	5780,564	6891,409	4779,972	5850,657	-17%	-15%
30	75	433,0127	4200	2940	6476,012	8630,029	5072,703	7685,376	-22%	-11%
35	87,5	505,1815	4200	2940	7297,905	10684,76	5451,724	10130,55	-25%	-5%
40	100	577,3503	4200	2940	8246,243	13055,61	5937,122	13173,15	-28%	1%
45	112,5	649,5191	4200	2940	9321,026	15742,57	6554,183	16778,3	-30%	7%
50	125	721,6878	4200	2940	10522,25	18745,64	7333,062	20913,69	-30%	12%
55	137,5	793,8566	4200	2940	11849,93	22064,82	8307,007	25555,85	-30%	16%
60	150	866,0254	4200	2940	13304,05	25700,12	9508,767	30688,98	-29%	19%
65	162,5	938,1942	4200	2940	14884,61	29651,52	10965,78	36302,64	-26%	22%
70	175	1010,363	4200	2940	16591,62	33919,05	12695,97	42389,85	-23%	25%
75	187,5	1082,532	4200	2940	18425,07	38502,68	14706,14	48945,9	-20%	27%
80	200	1154,701	4200	2940	20384,97	43402,43	16993,48	55967,5	-17%	29%
85	212,5	1226,869	4200	2940	22471,32	48618,29	19548,98	63452,33	-13%	31%
90	225	1299,038	4200	2940	24684,1	54150,26	22360,85	71398,72	-9%	32%
95	237,5	1371,207	4200	2940	27023,34	59998,35	25417,05	79805,42	-6%	33%
100	250	1443,376	4200	2940	29489,02	66162,54	28706,64	88671,51	-3%	34%
105	262,5	1515,544	4200	2940	32081,14	72642,85	32220,25	97996,29	0%	35%
110	275	1587,713	4200	2940	34799,71	79439,28	35950,18	107779,2	3%	36%
115	287,5	1659,882	4200	2940	37644,73	86551,81	39890,19	118019,9	6%	36%
120	300	1732,051	4200	2940	40616,18	93980,46	44035,29	128717,9	8%	37%
125	312,5	1804,22	4200	2940	43714,09	101725,2	48381,49	139873,1	11%	38%
130	325	1876,388	4200	2940	46938,44	109786,1	52925,58	151485,1	13%	38%
135	337,5	1948,557	4200	2940	50289,23	118163,1	57665	163553,9	15%	38%
140	350	2020,726	4200	2940	53766,47	126856,2	62597,67	176079,3	16%	39%

Fonte: Do autor (2023)

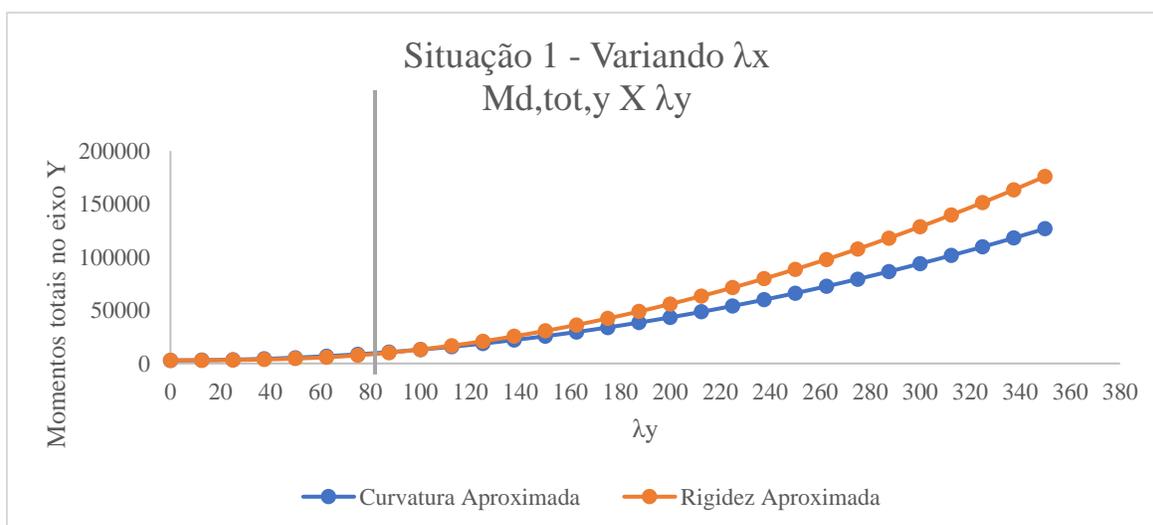
Foram plotados gráficos com os resultados da Tabela 11, a fim de avaliar os momentos totais, com consideração dos efeitos de 2ª ordem, determinados a partir de cada método em relação à variação de  $\lambda$ . A Figura 12, mostra as curvas analisadas no eixo  $x$  e a Figura 13 em  $y$ . Para efeitos de comparação. Foram adicionadas aos gráficos uma linha vertical que indica o valor de  $\lambda = 90$ , para avaliar os resultados dos métodos aproximados dentro e fora dos limites normativos.

Figura 12 – Curvas de  $M_{d,tot,x} \times \lambda_x$  para a situação 1, variando  $\lambda_x$ .



Fonte: Do autor (2023).

Figura 13 – Curvas de  $M_{d,tot,y} \times \lambda_y$  para a situação 1, variando  $\lambda_y$ .



Fonte: Do autor (2023).

Ao analisar as curvas dos gráficos e os valores de disparidade entre os métodos, nota-se que as curvas se cruzam em  $x$  no intervalo  $100 \leq \lambda_x \leq 105$ , e em  $y$  entre  $95 \leq \lambda_y \leq 100$ , o que mostra uma inversão na superioridade de valores entre os métodos.

Para a avaliação em questão, dentro dos limites de utilização dos métodos aproximados, prescritos na NBR 6118 (ABNT,2023), que conferem os valores compreendidos em  $0 \leq \lambda \leq 90$ , o método do pilar-padrão com curvatura aproximada apresentou resultados mais conservadores, ou seja, um fator de segurança maior. Em contrapartida o método do pilar-padrão com rigidez aproximada apresentou momentos totais menores, sendo uma solução mais econômica.

Os resultados encontrados avaliando a variação de  $\lambda_y$ , são apresentados na Tabela 12:

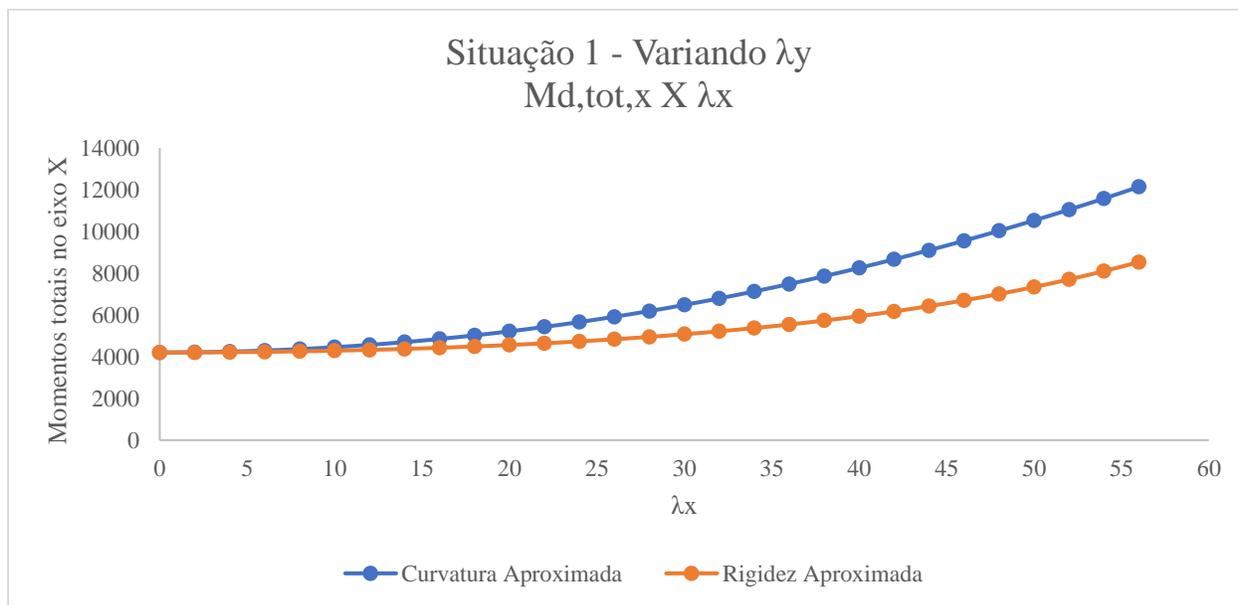
Tabela 12 – Resultados correspondentes a situação 1, variando  $\lambda_y$ .

Situação 1 - Variando em Y										
Dados Iniciais					Curvatura Aprox		Rígidez Aprox		Disparidade	
$\lambda_y$	$\lambda_x$	le (cm)	M1d,x (kNcm)	M1d,y (kNcm)	Md,tot,x (kNcm)	Md,tot,y (kNcm)	Md,tot,x (kNcm)	Md,tot,y (kNcm)	Disparidade em X (%)	Disparidade em Y (%)
0	0	0	4200	2940	4200	2940	4200	2940	0%	0%
5	2	28,86751	4200	2940	4210,116	2965,289	4203,367	2952,586	0%	0%
10	4	57,73503	4200	2940	4240,462	3041,156	4213,495	2990,77	-1%	-2%
15	6	86,60254	4200	2940	4291,04	3167,601	4230,457	3055,841	-1%	-4%
20	8	115,4701	4200	2940	4361,85	3344,624	4254,381	3150	-2%	-6%
25	10	144,3376	4200	2940	4452,89	3572,225	4285,445	3276,434	-4%	-8%
30	12	173,2051	4200	2940	4564,162	3850,405	4323,884	3439,392	-5%	-11%
35	14	202,0726	4200	2940	4695,665	4179,162	4369,99	3644,255	-7%	-13%
40	16	230,9401	4200	2940	4847,399	4558,497	4424,118	3897,538	-9%	-14%
45	18	259,8076	4200	2940	5019,364	4988,41	4486,687	4206,794	-11%	-16%
50	20	288,6751	4200	2940	5211,561	5468,902	4558,19	4580,332	-13%	-16%
55	22	317,5426	4200	2940	5423,988	5999,971	4639,195	5026,741	-14%	-16%
60	24	346,4102	4200	2940	5656,647	6581,618	4730,355	5554,228	-16%	-16%
65	26	375,2777	4200	2940	5909,538	7213,844	4832,414	6169,898	-18%	-14%
70	28	404,1452	4200	2940	6182,659	7896,647	4946,214	6879,152	-20%	-13%
75	30	433,0127	4200	2940	6476,012	8630,029	5072,703	7685,376	-22%	-11%
80	32	461,8802	4200	2940	6789,595	9413,988	5212,945	8589,984	-23%	-9%
85	34	490,7477	4200	2940	7123,41	10248,53	5368,126	9592,754	-25%	-6%
90	36	519,6152	4200	2940	7477,457	11133,64	5539,56	10692,3	-26%	-4%
95	38	548,4828	4200	2940	7851,734	12069,34	5728,697	11886,55	-27%	-2%
100	40	577,3503	4200	2940	8246,243	13055,61	5937,122	13173,15	-28%	1%
105	42	606,2178	4200	2940	8660,983	14092,46	6166,556	14549,7	-29%	3%
110	44	635,0853	4200	2940	9095,954	15179,88	6418,851	16013,94	-29%	5%
115	46	663,9528	4200	2940	9551,156	16317,89	6695,976	17563,84	-30%	8%
120	48	692,8203	4200	2940	10026,59	17506,47	7000	19197,61	-30%	10%
125	50	721,6878	4200	2940	10522,25	18745,64	7333,062	20913,69	-30%	12%
130	52	750,5553	4200	2940	11038,15	20035,38	7697,338	22710,78	-30%	13%
135	54	779,4229	4200	2940	11574,28	21375,69	8094,996	24587,73	-30%	15%
140	56	808,2904	4200	2940	12130,64	22766,59	8528,148	26543,6	-30%	17%

Fonte: Do autor (2023).

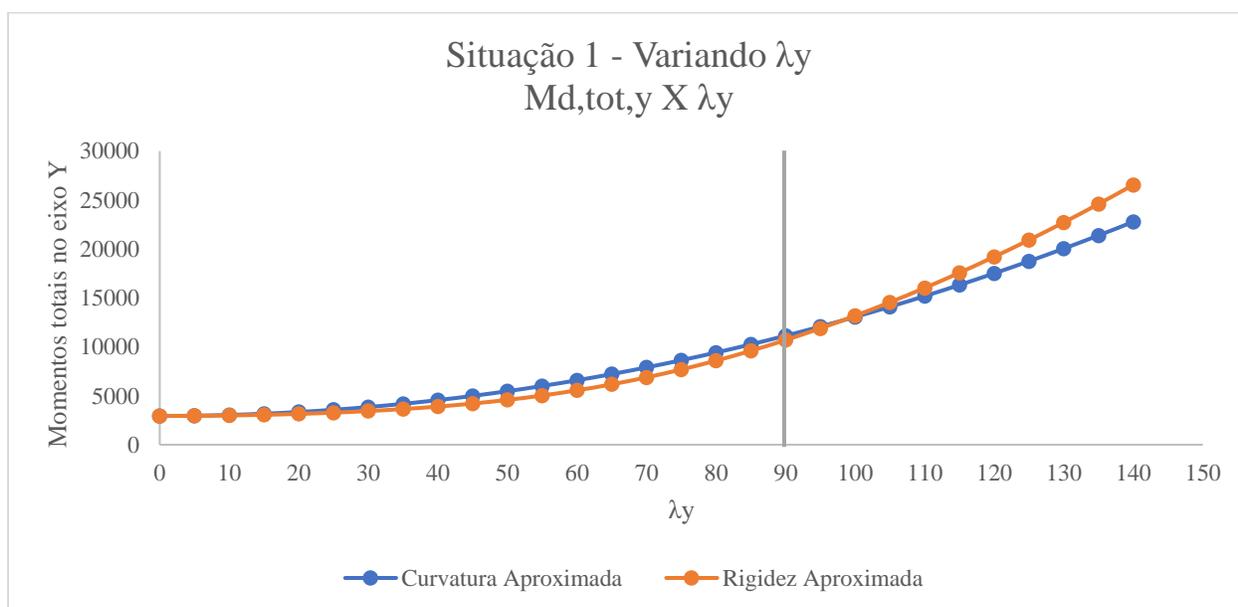
As curvas plotadas da relação  $M_{d,tot} \times \lambda$ , são mostradas na Figura 14, para o eixo  $x$ , e Figura 15, para o eixo  $y$ :

Figura 14 – Curvas de  $M_{d,tot,x} \times \lambda_x$  para a situação 1, variando  $\lambda_y$ .



Fonte: Do autor (2023).

Figura 15 – Curvas de  $M_{d,tot,y} \times \lambda_y$  para a situação 1, variando  $\lambda_y$ .



Fonte: Do autor (2023).

Quando analisados os resultados, é possível notar que no eixo  $x$  não ocorreu a inversão de valores, comportamento esperado uma vez que os valores de  $\lambda_x$  não superaram 90, como observado quando foi feita a variação em torno de  $x$ . Já em  $y$  observou-se que os momentos totais obtidos pelo método da curvatura padrão superaram os da rigidez no intervalo  $95 \leq \lambda_y \leq 100$ .

O método da rigidez aproximada mostrou-se menos conservador quanto aos valores de momentos totais, apresentando valores menores que os obtidos usando o método da curvatura aproximada, dentro dos limites da NBR 6118 (ABNT, 2023).

### **4.3 Situação 2 – Pilar de Extremidade**

Como adotado na situação anterior, foram calculados os momentos totais variando o valor de  $\lambda$ . A situação 2 traz um pilar de extremidade, que apresenta momentos iniciais de primeira ordem no eixo  $x$ . Os resultados calculados a partir da planilha automatizada, variando os valores de  $\lambda_x$ , são apresentados na Tabela 13:

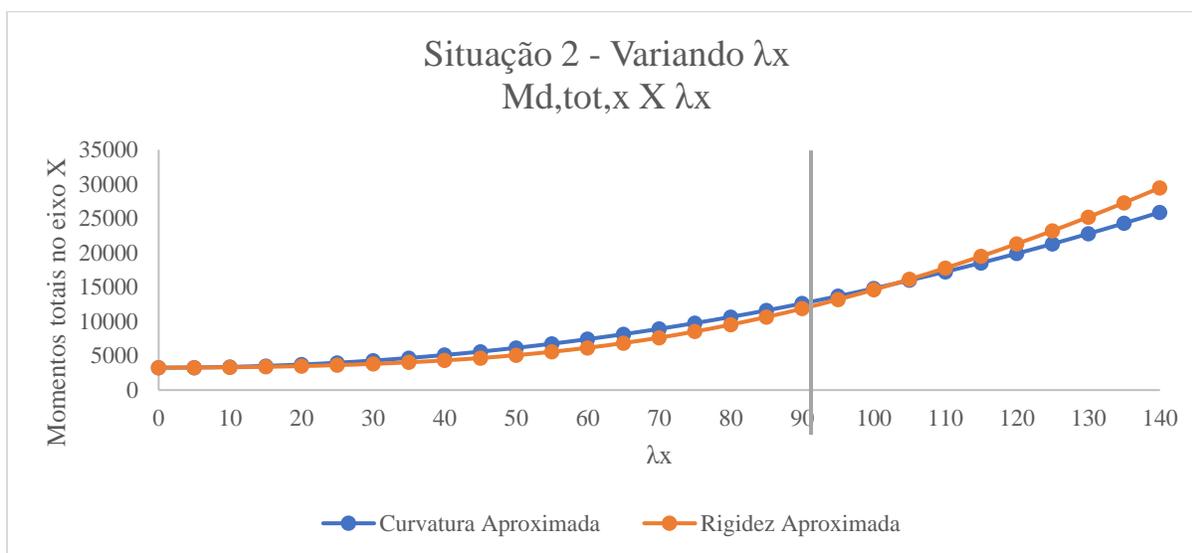
Tabela 13 – Resultados correspondentes a situação 2, variando  $\lambda_x$ .

Situação 2 - Variando em X										
Dados Iniciais					Curvatura Aprox.		Rígidez Aprox.		Disparidade	
$\lambda_x$	$\lambda_y$	le (cm)	M1d,x (kNcm)	M1d,y (kNcm)	Md,tot,x (kNcm)	Md,tot,y (kNcm)	Md,tot,x (kNcm)	Md,tot,y (kNcm)	Disparidade em X (%)	Disparidade em Y (%)
0	0	0	3263,4	5594,4	3263,4	5594,4	3263,4	5594,4	0%	0%
5	1,42857	28,8675	3263,4	5594,4	3292,265	5602,647	3277,371	5596,766	0%	0%
10	2,85714	57,735	3263,4	5594,4	3378,86	5627,389	3319,755	5603,873	-2%	0%
15	4,28571	86,6025	3263,4	5594,4	3523,185	5668,624	3391,983	5615,75	-4%	-1%
20	5,71429	115,47	3263,4	5594,4	3725,24	5726,354	3496,5	5632,445	-6%	-2%
25	7,14286	144,338	3263,4	5594,4	3985,025	5800,579	3636,842	5654,027	-9%	-3%
30	8,57143	173,205	3263,4	5594,4	4302,541	5891,297	3817,725	5680,582	-11%	-4%
35	10	202,073	3263,4	5594,4	4677,786	5998,51	4045,123	5712,221	-14%	-5%
40	11,4286	230,94	3263,4	5594,4	5110,761	6122,217	4326,267	5749,074	-15%	-6%
45	12,8571	259,808	3263,4	5594,4	5601,466	6262,419	4669,541	5791,294	-17%	-8%
50	14,28571	288,675	3263,4	5594,4	6149,901	6419,115	5084,169	5839,06	-17%	-9%
55	15,71429	317,543	3263,4	5594,4	6756,067	6592,305	5579,683	5892,574	-17%	-11%
60	17,14286	346,41	3263,4	5594,4	7419,962	6781,989	6165,193	5952,064	-17%	-12%
65	18,57143	375,278	3263,4	5594,4	8141,587	6988,168	6848,587	6017,79	-16%	-14%
70	20	404,145	3263,4	5594,4	8920,943	7210,841	7635,858	6090,038	-14%	-16%
75	21,42857	433,013	3263,4	5594,4	9758,028	7450,008	8530,767	6169,129	-13%	-17%
80	22,85714	461,88	3263,4	5594,4	10652,84	7705,67	9534,882	6255,417	-10%	-19%
85	24,28571	490,748	3263,4	5594,4	11605,39	7977,825	10647,96	6349,296	-8%	-20%
90	25,71429	519,615	3263,4	5594,4	12615,66	8266,476	11868,45	6451,195	-6%	-22%
95	27,14286	548,483	3263,4	5594,4	13683,67	8571,62	13194,07	6561,59	-4%	-23%
100	28,57143	577,35	3263,4	5594,4	14809,41	8893,259	14622,19	6680,999	-1%	-25%
105	30	606,218	3263,4	5594,4	15992,87	9231,392	16150,16	6809,991	1%	-26%
110	31,42857	635,085	3263,4	5594,4	17234,07	9586,019	17775,47	6949,186	3%	-28%
115	32,85714	663,953	3263,4	5594,4	18532,99	9957,141	19495,86	7099,258	5%	-29%
120	34,28571	692,82	3263,4	5594,4	19889,65	10344,76	21309,34	7260,939	7%	-30%
125	35,71429	721,688	3263,4	5594,4	21304,03	10748,87	23214,2	7435,023	9%	-31%
130	37,14286	750,555	3263,4	5594,4	22776,15	11169,47	25208,96	7622,366	11%	-32%
135	38,57143	779,423	3263,4	5594,4	24306	11606,57	27292,38	7823,89	12%	-33%
140	40	808,29	3263,4	5594,4	25893,57	12060,16	29463,39	8040,583	14%	-33%

Fonte: Dou autor (2023).

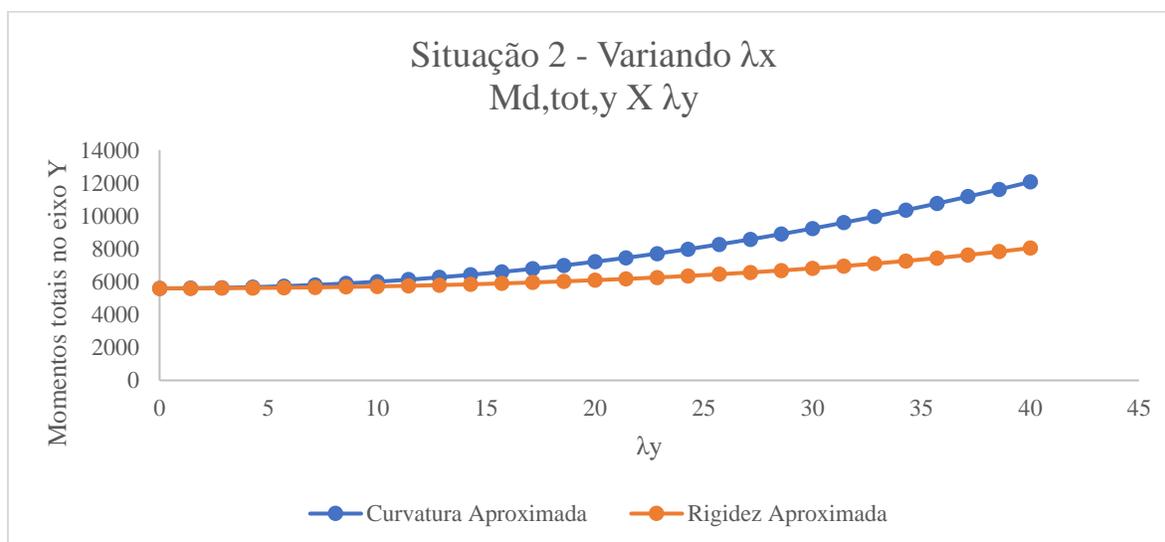
Nesta situação para todos os cálculos o valor considerado como momento de primeira ordem é o  $M_{1d,mín}$ , uma vez que  $M_{1d,mín,x} \geq M_{1d,x}$  e  $M_{1d,mín,y} \geq M_{1d,y}$ . E as curvas plotadas da relação  $M_{dtot}$  vs  $\lambda$ , são apresentadas na Figura 16, avaliando a variação no eixo  $x$  e na Figura 17, em  $y$ :

Figura 16 – Curvas de  $M_{d,tot,x}$  x  $\lambda_x$  para a situação 2, variando  $\lambda_x$ .



Fonte: Do autor (2023).

Figura 17 – Curvas de  $M_{d,tot,y}$  x  $\lambda_y$  para a situação 2, variando  $\lambda_y$ .



Fonte: Do autor (2023).

Nota-se que em ambas as situações, dentro dos limites de aplicação dos métodos aproximados estabelecidos pela NBR 6118 (ABNT, 2023), o método da curvatura aproximada obteve resultados que foram a favor da segurança se comparados aos da rigidez aproximada. Também ocorreu a inversão na superioridade dos valores de  $M_{d,tot,x}$  quando  $100 \leq \lambda_x \leq 105$ , a partir desses valores o método da rigidez aproximada assumiu resultados mais conservadores.

Os resultados associados à variação de  $\lambda_y$  são apresentados na Tabela 14.

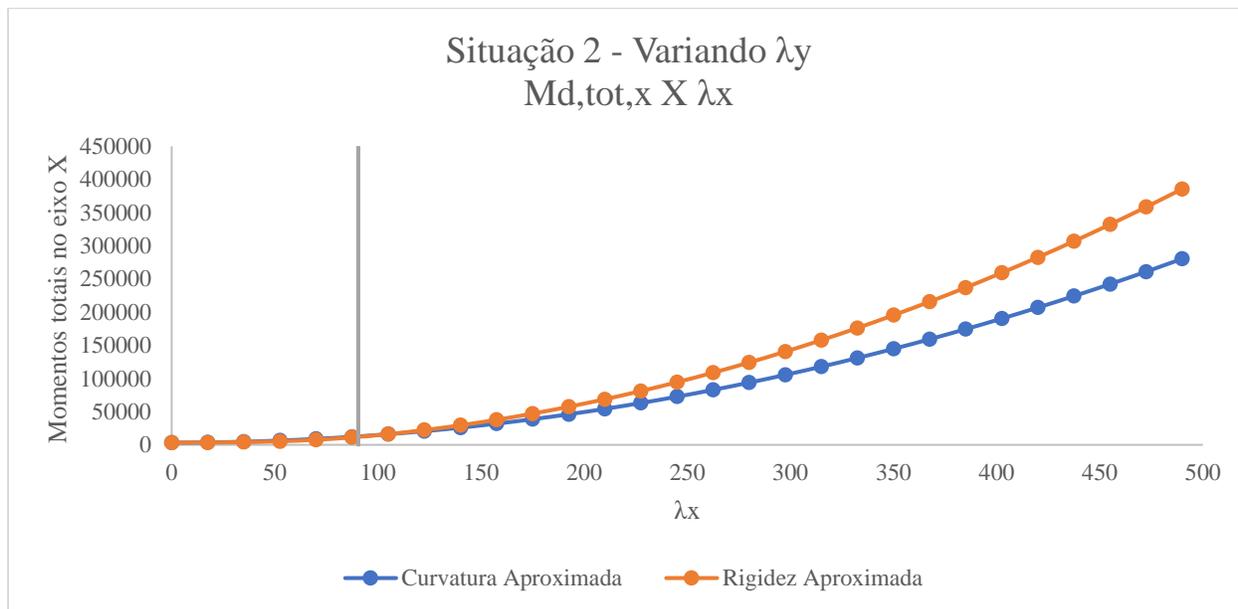
Tabela 14 – Resultados correspondentes a situação 2, variando  $\lambda_y$ .

Situação 2 - Variando em Y										
Dados Iniciais					Curvatura Aprox		Rígidez Aprox		Disparidade	
$\lambda_y$	$\lambda_x$	le (cm)	M1d,x (kNcm)	M1d,y (kNcm)	Md,tot,x (kNcm)	Md,tot,y (kNcm)	Md,tot,x (kNcm)	Md,tot,y (kNcm)	Disparidade em X (%)	Disparidade em Y (%)
0	0	0	3263,4	5594,4	3263,4	5594,4	3263,4	5594,4	0%	0%
5	17,5	101,0363	3263,4	5594,4	3616,996	5695,428	3440,011	5623,492	-5%	-1%
10	35	202,0726	3263,4	5594,4	4677,786	5998,51	4045,123	5712,221	-14%	-5%
15	52,5	303,1089	3263,4	5594,4	6445,768	6503,648	5321,226	5865,085	-17%	-10%
20	70	404,1452	3263,4	5594,4	8920,943	7210,841	7635,858	6090,038	-14%	-16%
25	87,5	505,1815	3263,4	5594,4	12103,31	8120,089	11244,91	6399,214	-7%	-21%
30	105	606,2178	3263,4	5594,4	15992,87	9231,392	16150,16	6809,991	1%	-26%
35	122,5	707,2541	3263,4	5594,4	20589,62	10544,75	22250,45	7346,378	8%	-30%
40	140	808,2904	3263,4	5594,4	25893,57	12060,16	29463,39	8040,583	14%	-33%
45	157,5	909,3267	3263,4	5594,4	31904,71	13777,63	37740,02	8934,287	18%	-35%
50	175	1010,363	3263,4	5594,4	38623,04	15697,15	47052,74	10078,65	22%	-36%
55	192,5	1111,399	3263,4	5594,4	46048,57	17818,73	57385,7	11531,57	25%	-35%
60	210	1212,436	3263,4	5594,4	54181,29	20142,37	68729,42	13350,97	27%	-34%
65	227,5	1313,472	3263,4	5594,4	63021,2	22668,06	81078,02	15585,14	29%	-31%
70	245	1414,508	3263,4	5594,4	72568,3	25395,8	94427,69	18263,99	30%	-28%
75	262,5	1515,544	3263,4	5594,4	82822,6	28325,6	108775,9	21396,05	31%	-24%
80	280	1616,581	3263,4	5594,4	93784,08	31457,45	124120,8	24972,28	32%	-21%
85	297,5	1717,617	3263,4	5594,4	105452,8	34791,36	140461,3	28973,36	33%	-17%
90	315	1818,653	3263,4	5594,4	117828,6	38327,33	157796,4	33376,58	34%	-13%
95	332,5	1919,69	3263,4	5594,4	130911,7	42065,35	176125,5	38160,16	35%	-9%
100	350	2020,726	3263,4	5594,4	144702	46005,42	195448,1	43305,21	35%	-6%
105	367,5	2121,762	3263,4	5594,4	159199,4	50147,55	215763,7	48796,2	36%	-3%
110	385	2222,799	3263,4	5594,4	174404,1	54491,73	237072,2	54620,77	36%	0%
115	402,5	2323,835	3263,4	5594,4	190315,9	59037,97	259373,2	60769,15	36%	3%
120	420	2424,871	3263,4	5594,4	206934,9	63786,27	282666,7	67233,68	37%	5%
125	437,5	2525,907	3263,4	5594,4	224261,2	68736,62	306952,4	74008,36	37%	8%
130	455	2626,944	3263,4	5594,4	242294,6	73889,02	332230,2	81088,44	37%	10%
135	472,5	2727,98	3263,4	5594,4	261035,2	79243,48	358500	88470,15	37%	12%
140	490	2829,016	3263,4	5594,4	280483	84800	385761,9	96150,5	38%	13%

Fonte: Do autor (2023).

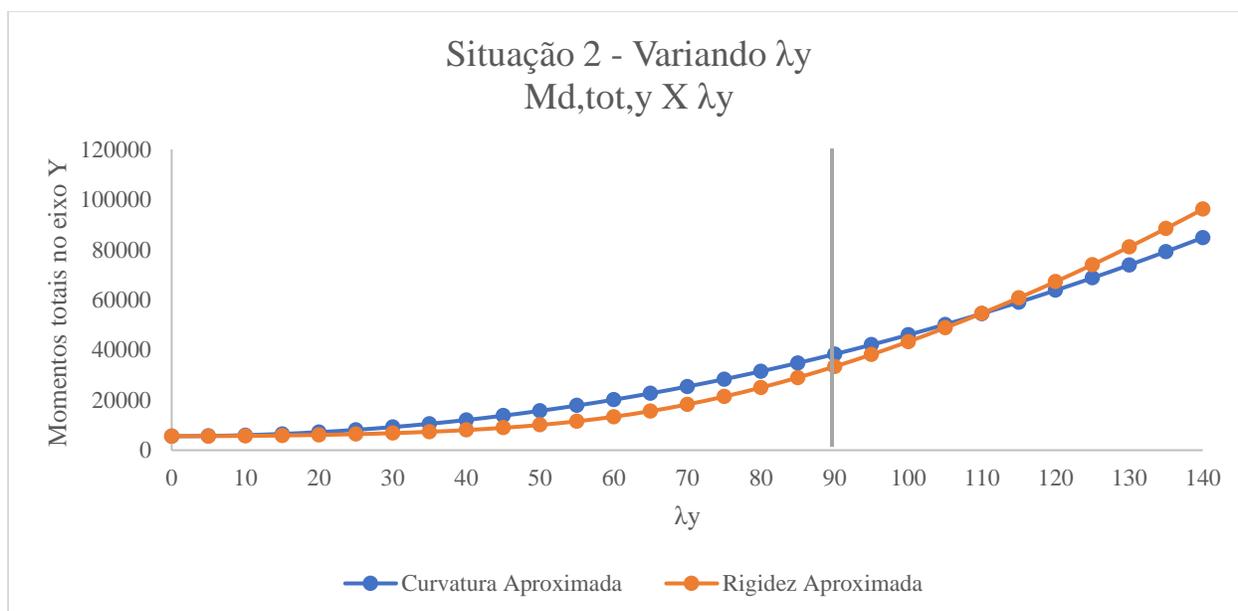
As curvas plotadas para o eixo  $x$  e  $y$ , são apresentadas respectivamente nas Figuras 18 e 19.

Figura 18 – Curvas de  $M_{d,tot,x}$  x  $\lambda_x$  para a situação 2, variando  $\lambda_y$ .



Fonte: Do autor (2023).

Figura 18 – Curvas de  $M_{d,tot,y}$  x  $\lambda_y$  para a situação 2, variando  $\lambda_y$ .



Fonte: Do autor (2023).

Tomando em conta as curvas plotadas no eixo  $x$  e as disparidades entre os métodos apresentados na Tabela 7, percebe-se que as curvas se cruzaram em ambos os eixos em  $105 \leq \lambda \leq 110$ . E que ao longo do intervalo  $0 \leq \lambda \leq 90$ , o método da rigidez aproximada também apresentou momentos totais menores.

#### **4.4 Situação 3 – Pilar de Canto**

Nesta situação o momento inicial ( $M_{1d,x}$ ) prevalece quando comparado ao momento mínimo ( $M_{1d,mín,x}$ ), enquanto em  $y$  é adotado o valor de  $M_{1d,mín,y}$ . E os valores dos momentos totais obtidos pelos métodos aproximados e a disparidade entre eles, variando  $\lambda_x$  são apresentados na Tabela 15.

Tabela 15 – Resultados correspondentes a situação 3, variando  $\lambda_x$ .

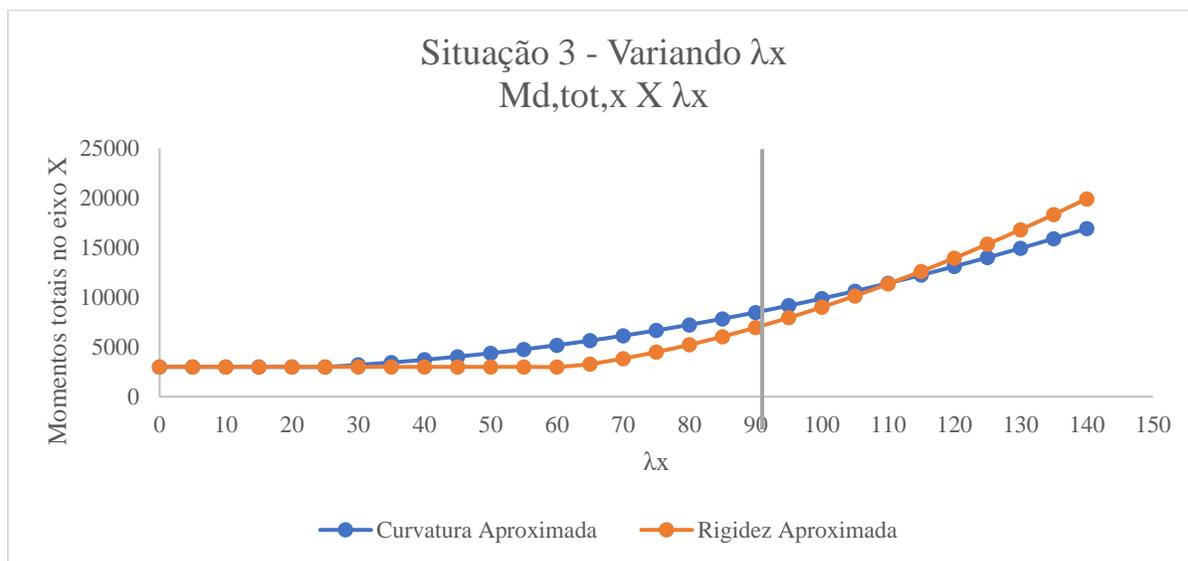
Situação 3 - Variando em X										
Dados Iniciais					Curvatura Aprox.		Rígidez Aprox.		Disparidade	
$\lambda_y$	$\lambda_x$	le (cm)	M1d,x (kNcm)	M1d,y (kNcm)	Md,tot,x (kNcm)	Md,tot,y (kNcm)	Md,tot,x (kNcm)	Md,tot,y (kNcm)	Disparidade em X (%)	Disparidade em Y (%)
0	0	0	3000,27	1999,935	3000,27	3748,5	3000,27	3748,5	0%	0%
5	1,8	25,9808	3000,27	1999,935	3000,27	3755,102	3000,27	3750,934	0%	0%
10	3,6	51,9615	3000,27	1999,935	3000,27	3774,909	3000,27	3758,251	0%	0%
15	5,4	77,9423	3000,27	1999,935	3000,27	3807,92	3000,27	3770,495	0%	-1%
20	7,2	103,923	3000,27	1999,935	3000,27	3854,136	3000,27	3787,739	0%	-2%
25	9	129,904	3000,27	1999,935	3007,468	3913,556	3000,27	3810,089	0%	-3%
30	10,8	155,885	3000,27	1999,935	3209,203	3986,18	3000,27	3837,679	-7%	-4%
35	12,6	181,865	3000,27	1999,935	3447,616	4072,009	3000,27	3870,68	-13%	-5%
40	14,4	207,846	3000,27	1999,935	3722,709	4171,043	3000,27	3909,294	-19%	-6%
45	16,2	233,827	3000,27	1999,935	4034,481	4283,28	3000,27	3953,764	-26%	-8%
50	18	259,808	3000,27	1999,935	4382,932	4408,723	3000,27	4004,368	-32%	-9%
55	19,8	285,788	3000,27	1999,935	4768,062	4547,369	3000,27	4061,43	-37%	-11%
60	21,6	311,769	3000,27	1999,935	5189,871	4699,221	3000,27	4125,317	-42%	-12%
65	23,4	337,75	3000,27	1999,935	5648,359	4864,276	3291,287	4196,445	-42%	-14%
70	25,2	363,731	3000,27	1999,935	6143,526	5042,537	3845,575	4275,281	-37%	-15%
75	27	389,711	3000,27	1999,935	6675,372	5234,001	4492,657	4362,352	-33%	-17%
80	28,8	415,692	3000,27	1999,935	7243,897	5438,67	5230,913	4458,243	-28%	-18%
85	30,6	441,673	3000,27	1999,935	7849,101	5656,544	6056,627	4563,603	-23%	-19%
90	32,4	467,654	3000,27	1999,935	8490,984	5887,622	6965,327	4679,151	-18%	-21%
95	34,2	493,634	3000,27	1999,935	9169,547	6131,904	7952,657	4805,68	-13%	-22%
100	36	519,615	3000,27	1999,935	9884,788	6389,391	9014,8	4944,058	-9%	-23%
105	37,8	545,596	3000,27	1999,935	10636,71	6660,082	10148,59	5095,231	-5%	-23%
110	39,6	571,577	3000,27	1999,935	11425,31	6943,978	11351,48	5260,228	-1%	-24%
115	41,4	597,558	3000,27	1999,935	12250,59	7241,078	12621,47	5440,155	3%	-25%
120	43,2	623,538	3000,27	1999,935	13112,54	7551,383	13956,94	5636,197	6%	-25%
125	45	649,519	3000,27	1999,935	14011,18	7874,892	15356,66	5849,608	10%	-26%
130	46,8	675,5	3000,27	1999,935	14946,5	8211,605	16819,63	6081,709	13%	-26%
135	48,6	701,481	3000,27	1999,935	15918,49	8561,524	18345,05	6333,868	15%	-26%
140	50,4	727,461	3000,27	1999,935	16927,16	8924,646	19932,3	6607,49	18%	-26%

Fonte: Do autor (2023).

Nos valores iniciais,  $0 \leq \lambda_x \leq 20$ , para a curvatura aproximada,  $0 \leq \lambda_x \leq 60$ , para a rigidez aproximada, o  $M_{d,tot,x}$  não superou o valor de  $M_{1d,x}$ , isso ocorre devido o fato de que em situações onde  $M_{1d} \geq M_{1d,min}$ , a NBR 6118 (ABNT, 2023) prescreve a minoração do valor de  $M_{1d}$  através do coeficiente  $\alpha_b$ , que é dado pela equação (15), apresentada anteriormente.

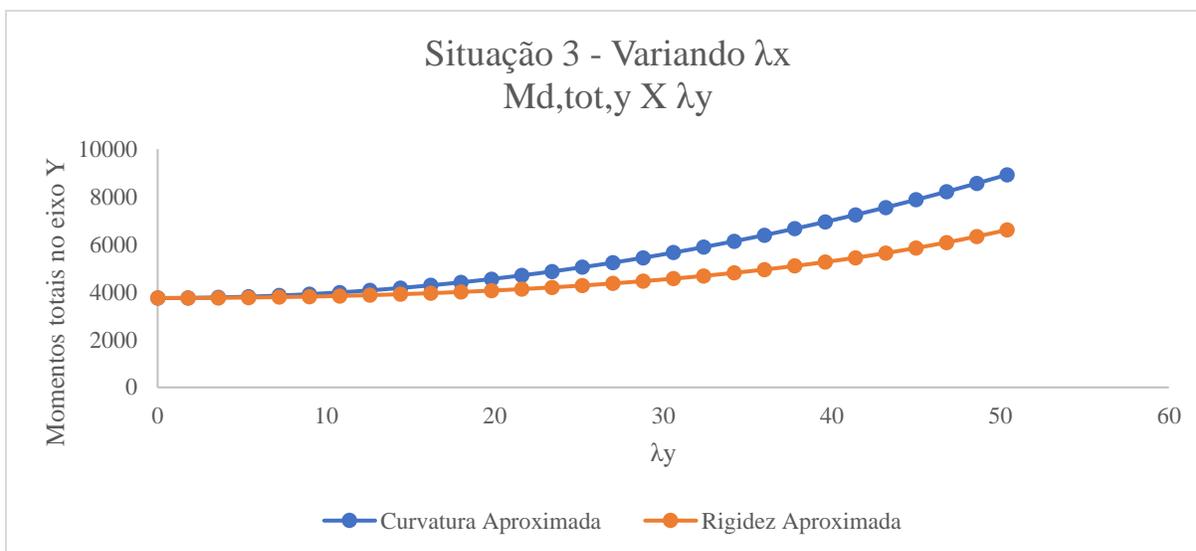
Desta forma é possível verificar uma constância nas curvas plotadas para cada situação. Como mostrado nas Figuras 19 e 20.

Figura 19 – Curvas de  $M_{d,tot,x}$  x  $\lambda_x$  para a situação 3, variando  $\lambda_x$ .



Fonte: Do autor (2023).

Figura 20 – Curvas de  $M_{d,tot,y}$  x  $\lambda_y$  para a situação 3, variando  $\lambda_x$ .



Fonte: Do autor (2023).

As curvas dos métodos tiveram comportamento semelhante às situações apresentadas anteriormente, onde os valores dos momentos totais através da rigidez aproximada foram menores comparados aos da curvatura aproximada. As curvas avaliadas no eixo x se interceptam em  $110 \leq \lambda_x \leq 115$ , e em y não houve o encontro das curvas, onde o máximo valor da esbeltez foi de  $\lambda_y = 50,4$ .

O compilado de resultados para Situação 3, variando  $0 \leq \lambda_y \leq 140$ , são apresentados na Tabela 16.

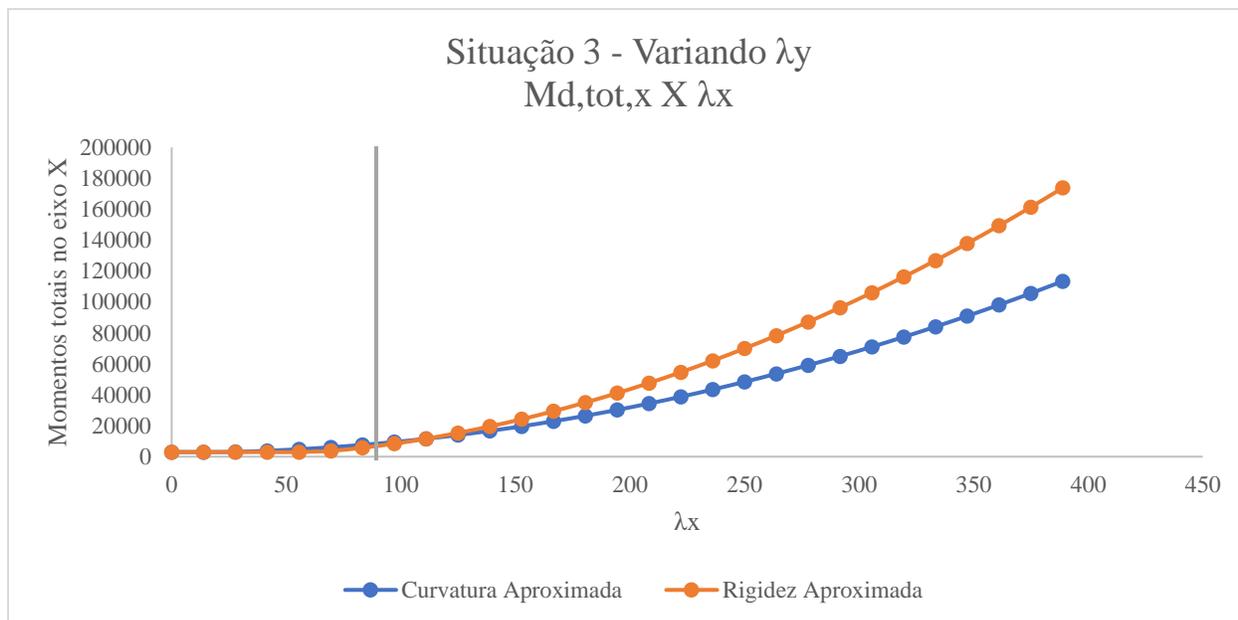
Tabela 16 – Resultados correspondentes a situação 3, variando  $\lambda_y$ .

Situação 3 - Variando em Y										
Dados Iniciais					Curvatura Aprox		Rígidez Aprox		Disparidade	
$\lambda_y$	$\lambda_x$	le (cm)	M1d,x (kNcm)	M1d,y (kNcm)	Md,tot,x (kNcm)	Md,tot,y (kNcm)	Md,tot,x (kNcm)	Md,tot,y (kNcm)	Disparidade em X (%)	Disparidade em Y (%)
0	0	0	3000,27	3748,5	3000,27	3748,5	3000,27	3748,5	0%	0%
5	13,8889	72,16878	3000,27	3748,5	3000,27	3799,443	3000,27	3767,345	0%	-1%
10	27,7778	144,3376	3000,27	3748,5	3115,015	3952,272	3000,27	3824,76	-4%	-3%
15	41,6667	216,5064	3000,27	3748,5	3822,558	4206,988	3000,27	3923,454	-22%	-7%
20	55,5556	288,6751	3000,27	3748,5	4813,118	4563,59	3000,27	4068,185	-38%	-11%
25	69,4444	360,8439	3000,27	3748,5	6086,696	5022,078	3779,404	4266,125	-38%	-15%
30	83,3333	433,0127	3000,27	3748,5	7643,291	5582,452	5771,944	4527,388	-24%	-19%
35	97,2222	505,1815	3000,27	3748,5	9482,903	6244,712	8415,688	4865,664	-11%	-22%
40	111,111	577,3503	3000,27	3748,5	11605,53	7008,859	11627,97	5298,881	0%	-24%
45	125	649,5191	3000,27	3748,5	14011,18	7874,892	15356,66	5849,608	10%	-26%
50	138,8889	721,6878	3000,27	3748,5	16699,84	8842,811	19574,27	6544,758	17%	-26%
55	152,7778	793,8566	3000,27	3748,5	19671,53	9912,616	24266,22	7414,004	23%	-25%
60	166,6667	866,0254	3000,27	3748,5	22926,22	11084,31	29424,43	8486,575	28%	-23%
65	180,5556	938,1942	3000,27	3748,5	26463,94	12357,89	35044,16	9786,96	32%	-21%
70	194,4444	1010,363	3000,27	3748,5	30284,67	13733,35	41122,46	11331,16	36%	-17%
75	208,3333	1082,532	3000,27	3748,5	34388,42	15210,7	47657,47	13125,23	39%	-14%
80	222,2222	1154,701	3000,27	3748,5	38775,19	16789,94	54647,91	15166,68	41%	-10%
85	236,1111	1226,869	3000,27	3748,5	43444,98	18471,06	62092,94	17447,46	43%	-6%
90	250	1299,038	3000,27	3748,5	48397,78	20254,07	69991,93	19957,06	45%	-1%
95	263,8889	1371,207	3000,27	3748,5	53633,6	22138,96	78344,43	22684,72	46%	2%
100	277,7778	1443,376	3000,27	3748,5	59152,44	24125,74	87150,14	25620,68	47%	6%
105	291,6667	1515,544	3000,27	3748,5	64954,29	26214,41	96408,78	28756,57	48%	10%
110	305,5556	1587,713	3000,27	3748,5	71039,16	28404,97	106120,2	32085,54	49%	13%
115	319,4444	1659,882	3000,27	3748,5	77407,05	30697,41	116284,2	35602	50%	16%
120	333,3333	1732,051	3000,27	3748,5	84057,96	33091,73	126900,7	39301,5	51%	19%
125	347,2222	1804,22	3000,27	3748,5	90991,88	35587,94	137969,6	43180,48	52%	21%
130	361,1111	1876,388	3000,27	3748,5	98208,82	38186,04	149490,8	47236,08	52%	24%
135	375	1948,557	3000,27	3748,5	105708,8	40886,03	161464,3	51466,01	53%	26%
140	388,8889	2020,726	3000,27	3748,5	113491,8	43687,9	173890,1	55868,42	53%	28%

Fonte: Do autor (2023).

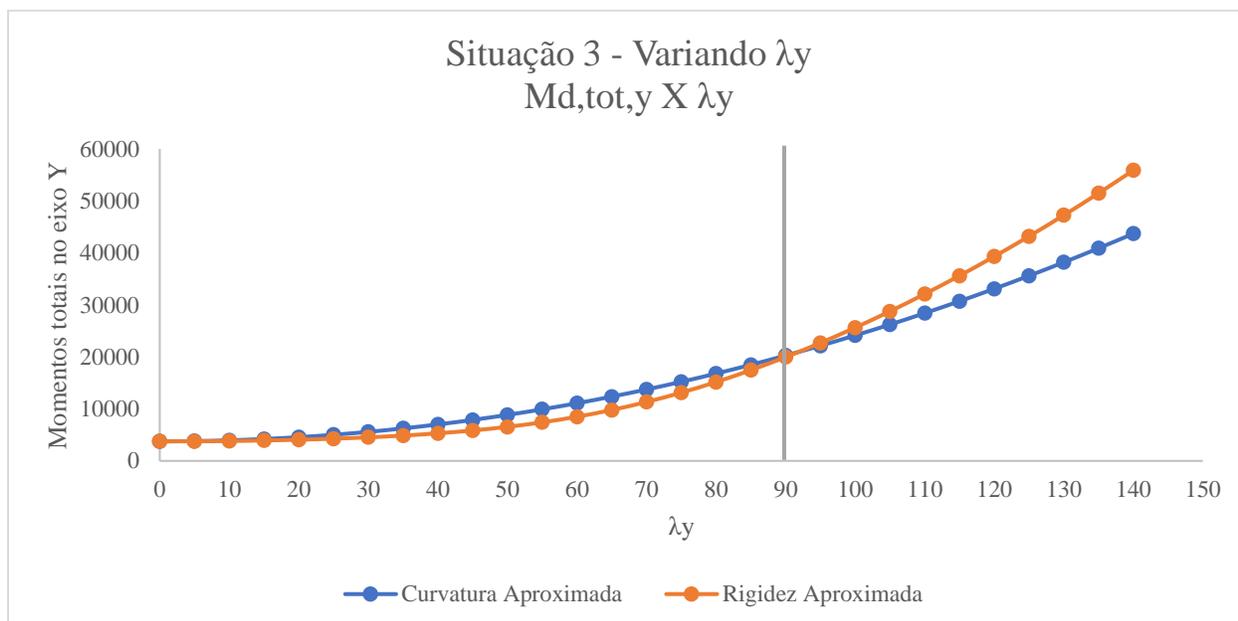
E as curvas plotadas que relacionam  $M_{d,tot}$  com a variação de  $\lambda$ , são apresentadas nas Figuras 21 e 22, para o eixo  $x$  e  $y$ , respectivamente.

Figura 21 – Curvas de  $M_{d,tot,x}$  x  $\lambda_x$  para a situação 3, variando  $\lambda_y$ .



Fonte: Do autor (2023).

Figura 22 – Curvas de  $M_{d,tot,y}$  x  $\lambda_y$  para a situação 3, variando  $\lambda_y$ .



Fonte: Do autor (2023).

As curvas se cruzaram em  $110 \leq \lambda_x \leq 115$  e  $90 \leq \lambda_y \leq 95$ . Dentro dos limites normativos de aplicação, o método da rigidez aproximada apresentou resultados até 38% menores quando comparados ao método da curvatura aproximada.

#### 4.5 Considerações gerais

A NBR 6118 (ABNT, 2023), estabelece o intervalo de  $0 \leq \lambda \leq 90$ , o qual é permitido a utilização de métodos aproximados para a consideração dos efeitos de 2ª ordem em pilares de concreto armado. Dentro desses limites o método da rigidez aproximada apresentou valores de momentos totais ( $M_{d,tot}$ ) até 42% menores quando comparado aos resultados utilizando o método da curvatura aproximada.

As curvas plotadas que relacionam os momentos totais ( $M_{d,tot}$ ) com os valores de  $\lambda$ , onde ocorreram  $\lambda > 90$ , as curvas se interceptam entre  $90 \leq \lambda \leq 115$  em todas as situações, a partir destes valores o método da curvatura padrão passou a ser menos conservador. A partir do ponto de encontro, a amplitude entre as curvas passou a ser cada vez maior, com a angulação do método da rigidez aproximada crescendo exponencialmente, enquanto a curvatura do método da curvatura aproximada teve o aumento de sua angulação de maneira menos acentuada.

## 5 CONCLUSÃO

Em síntese ao trabalho, o comparativo entre os métodos aproximados, curvatura (1/r) aproximada e rígides (k) aproximada, foi desenvolvido através da elaboração de uma planilha automatizada no software Excel. Esta que permite a determinação dos momentos totais, que levam em consideração os efeitos de 2ª, em pilares de concreto armado retangulares, a partir dos valores referentes à seção transversal da peça e solicitações de primeira ordem.

Os resultados compilados, apresentaram que entre  $0 \leq \lambda \leq 90$ , limites permitidos para aplicação dos métodos aproximados pela NBR 6118 (ABNT, 2023), o método da rigidez (k) aproximada apresentou valores até 42% menores comparados ao método da curvatura (1/r) aproximada. Uma vez que os momentos totais ( $M_{d,tot}$ ) serão utilizados para o dimensionamento da peça, o método da rigidez se mostrou uma solução mais econômica.

O método da curvatura ( $1/r$ ) por sua vez, obteve resultados mais conservadores dentro dos limites normativos, e foi mais consistente fora deles. Nas situações avaliadas, ocorreu um padrão nas curvas plotadas, onde o momento total obtido pela curvatura aproximada foi menor a partir do intervalo  $90 \leq \lambda \leq 115$ .

Por fim, um possível acréscimo ao comparativo, seria a aplicação do método geral (exato), realizando a validação da aplicação dos métodos aproximados dentro dos limites normativos, e avaliando a possibilidade de utilização dos mesmos fora destes limites.

## 6 REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto - Procedimento. Rio de Janeiro, 2023.

BASTOS, P. S. **Flexão composta e pilares de concreto armado**. Departamento de Engenharia Civil e Ambiental. Universidade Estadual de São Paulo. Bauru, SP, Brasil, 2021.

CASAGRANDE, A. F.; SILVA, D. S. **Análise do dimensionamento de pilares de concreto armado pelo método do pilar padrão com rigidez “k” aproximada e pelo método do pilar padrão com curvatura aproximada para efeitos de 2ª ordem**. Departamento de Engenharia Civil. Universidade do Extremo Sul Catarinense. 2011.

FREITAS, C. B. **Análise comparativa de métodos aproximados para cálculo de efeito local de segunda ordem em um pilar de concreto armado**. Faculdade de Engenharia. Universidade Federal de Dourados. Dourados, MS, Brasil, 2022.

FLORES, R. S. C. T. **Dimensionamento de pilares de concreto armado**: análise comparativa entre os métodos aproximados estabelecidos pela NBR6118:2014. Centro de Tecnologia. Universidade Federal de Santa Maria. Santa Maria, RS, Brasil, 2022.

ARAUJO, J. M. **Análise do processo aproximado da NBR-6118 para consideração dos efeitos localizados de segunda ordem**. Departamento de Materiais e Construção. FURG. Rio Grande, RS, Brasil, 2007.