



NETHANIEL ANDERSON SILVA

**VERIFICAÇÃO DE MÉTODOS COMPUTACIONAIS PARA O
CÁLCULO DO DESEMPENHO AERODINÂMICO DO PERFIL
NACA4412**

LAVRAS-MG

2023

NETHANIEL ANDERSON SILVA

**VERIFICAÇÃO DE MÉTODOS COMPUTACIONAIS PARA O CÁLCULO DO
DESEMPENHO AERODINÂMICO DO PERFIL NACA4412**

Monografia apresentada à Universidade Federal de
Lavras, como parte das exigências do Curso de
Engenharia Mecânica, para a obtenção do título de
Bacharel.

Prof. Dr. Mauricio Francisco Caliri Junior
Orientador

LAVRAS-MG

2023

NETHANIEL ANDERSON SILVA

**VERIFICAÇÃO DE MÉTODOS COMPUTACIONAIS PARA O CÁLCULO DO
DESEMPENHO AERODINÂMICO DO PERFIL DE ASA NACA4412**

Monografia apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Curso de Engenharia Mecânica, para a obtenção do título de Bacharel.

Aprovada em 20 de Dezembro de 2023

Prof. Dr. Mauricio Francisco Caliri Junior - UFLA

Prof. Dra. Evelise Roman Corbalan Gois Freire - UFLA

Prof. Dr. Henrique Leandro Silveira - UFLA

Prof. Dr. Mauricio Francisco Caliri Junior
Orientador

LAVRAS-MG

2023

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, por chegar até aqui. Sua mão tem sido fiel, e se cheguei até aqui, foi tudo graças a Ele. Gostaria também de agradecer ao meu orientador Mauricio, pelo suporte, apoio e persistência ao longo dos anos da graduação.

RESUMO

Este trabalho aborda o estudo de diferentes metodologias para o desempenho aerodinâmico para o perfil de asa NACA 4412. O parâmetro principal será o perfil de pressão no aerofólio e o respectivo cálculo do coeficiente de sustentação (C_L) referente ao escoamento em torno do respectivo perfil de asa. O estudo inclui diferentes metodologias da área de Fluidodinâmica Computacional (CFD). Entre elas o método dos painéis e a modelagem RANS (*Reynolds Averaged Navier Stokes* em português Média de Reynolds da equação de Navier Stokes). O primeiro método trabalha o desempenho aerodinâmico sobre uma física simplificada baseada em escoamento potencial. Já a última, visa apresentar uma metodologia mais realística ao incorporar os efeitos de viscosidade e turbulência à solução do problema. Para esse trabalho foi feito uma rotina computacional em linguagem Python para implementar o método dos painéis em um perfil de asa NACA 4412, em que seus resultados foram comparados com o software XFLR5. Por outro lado, foi utilizado o software OpenFoam v.11 para o método RANS. Os resultados obtidos pela rotina computacional em Python e pelo software XFLR5 obtiveram um desvio aproximado de 16% e 10% respectivamente quando comparados aos resultados da metodologia RANS.

Palavras chave: Aerodinâmica, Escoamento Potencial, Métodos dos Painéis, CFD, RANS, NACA 4412.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Evolução da camada limite sobre uma placa plana.	3
Figura 2 - Decomposição da velocidade de um escoamento uniforme.	8
Figura 3 - Determinação de uma fonte.	9
Figura 4 - Linha de corrente e seção de uma linha de corrente.	10
Figura 5 - Composição de escoamento de fonte e escoamento uniforme paralelo.....	11
Figura 6 - Escoamento com fronteira circular (composição de fonte, sumidouro e escoamento uniforme paralelo).	11
Figura 7 - Circulação ao longo de perfil.....	12
Figura 8 - Modelagem da circulação ao redor de um aerofólio.....	13
Figura 9 - Condição de Kutta.	14
Figura 10 - Modelagem pelo método dos painéis.....	15
Figura 11 - Condição de Kutta para o método dos painéis.....	15
Figura 12 - Modelagem dos coeficientes de influência para os vórtices.....	16
Figura 13 - Componentes normal e tangencial da velocidade.....	17
Figura 14 - Exemplo de discretização utilizada no método dos volumes finitos.	20
Figura 15 - Relação entre y^+ e u^+	26
Figura 16 - Modelo de perfil de asa NACA 4412.	28
Figura 17 – Nomenclatura dos elementos de um perfil.....	29
Figura 18 - Pseudo código para a rotina computacional em Python.	30
Figura 19 - Curvas de C_p para convergência de malha para o método dos painéis.....	35
Figura 20 - Análise de convergência de malha para o método dos painéis.....	36
Figura 21 - Curvas de C_p . a) À esquerda a Curva de $1 - C_p$ por corda calculada pela rotina computacional em Python e o software XFLR5. b) À direita Curva de $1 - C_p$ calculado por Houghton et al. (2003).....	37
Figura 22 - Curva de $1 - C_p$ calculada pela rotina computacional em Python sobreposta da curva de C_p com correção viscosa calculada pelo software XFLR5.	38
Figura 23 - Curva de C_p calculada pela rotina, com divisão entre intradorso e extradorso.	39
Figura 24 - Curva de C_p Calculadas pela rotina computacional em Python em comparação com o software XFLR5.	40
Figura 25 - Curva de C_p calculada pela rotina computacional em Python sobreposta da curva de C_p com correção viscosa calculada pelo software XFLR5.....	41

Figura 26 - Curva de C_p Calculadas pela rotina computacional em Python em comparação com o software XFLR5.	42
Figura 27 - Curva de C_p Calculadas pela rotina computacional em Python em comparação com o software XFLR5.	43
Figura 28 - a) Curva de C_L por alpha para a rotina computacional em Python. b) Curva de C_L por alpha para a Houghton et. al (2006)	44
Figura 29: Malha utilizada para análise de 8° do perfil NACA4412.....	45
Figura 30- Malha utilizada para análise de 0° do perfil NACA4412.	45
Figura 31 - Malha utilizada para análise de -8° do perfil NACA4412.	45
Figura 32 - Valores de Convergência das velocidades na direção x (U_x), y(U_y), k, ϵ e pressão., para -8 , 0° e 8° respectivamente.	46
Figura 33 - Valores de Convergência para a variável C_L	47
Figura 34 - Perfil de velocidades em m^2/s para os ângulos de -8 , 0° e 8° respectivamente.	48
Figura 35 - Perfil de pressão em m^2/s^2 para os ângulos de -8 , 0° e 8° respectivamente.	49
Figura 36 - Gráficos de C_p , para o método k- ϵ para os ângulos de -8° , 0° e 8°	50

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Parâmetros de modelagem para o método dos painéis.	31
Tabela 2 - Parâmetros de modelagem para o método dos painéis.	31
Tabela 3 - Parâmetros de modelagem para o método k- ϵ	33
Tabela 4 - Condições de contorno nas fronteiras para velocidade e pressão.	33
Tabela 5 - Condições iniciais de contorno nas fronteiras para k, ϵ e ν	34
Tabela 6 - Resultados da variável de parede (y^+).	47
Tabela 7- Resultados de C_L	51
Tabela 8 - Resultados de C_L em porcentagem.	51

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	1
1.1. MOTIVAÇÃO	2
1.2. OBJETIVOS.....	4
2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	5
2.1. EQUAÇÃO DE NAVIER STOKES.....	5
2.1.1. EQUAÇÃO DE CONSERVAÇÃO DE MASSA (EQUAÇÃO DA CONTINUIDADE).....	5
2.1.2. EQUAÇÕES DE CONSERVAÇÃO DO MOMENTO (EQUAÇÕES DE NAVIER-STOKES).....	6
2.2. ESCOAMENTO POTENCIAL.....	6
2.2.1. ESCOAMENTOS COMUNS EM TERMOS DE Ψ E Φ	8
2.2.2. ESCOAMENTOS POTENCIAIS COMPLEXOS.....	10
2.2.3. VORTICIDADE E CIRCULAÇÃO.....	12
2.2.4. CIRCULAÇÃO E SUSTENTAÇÃO.....	13
2.2.5. CONDIÇÃO DE KUTTA.....	13
2.2.6. MÉTODO DOS PAINÉIS.....	14
2.3. FLUIDO-DINÂMICA COMPUTACIONAL (CFD – COMPUTATIONAL FLUID DYNAMICS).....	19
2.3.1. VOLUMES FINITOS.....	19
2.3.2. ESCOAMENTO TURBULENTO	21
2.3.3. EQUAÇÕES MÉDIAS DE REYNOLDS.....	21
2.3.4. MODELOS DE TURBULÊNCIA	23
2.3.5. K- E	24
2.4. DESEMPENHO AERODINÂMICO	26
3. METODOLOGIA	28
3.1. MÉTODO DOS PAINÉIS	29
3.1.1. PYTHON	29
3.1.2. PSEUDO CÓDIGO.....	29
3.1.3. PARÂMETROS DO MODELO	31
3.2. XFLR5.....	31
3.2.1. PARÂMETROS DE MODELAGEM PARA O XFLR5:	31
3.3. OPENFOAM	32
3.4. PARÂMETROS DE MODELAGEM PARA O OPENFOAM V.11.....	32
3.4.1. SIMPLEFOAM	33
4. RESULTADOS E DISCUSSÃO.....	35
4.1. MÉTODO DOS PAINÉIS	35
4.1.1. ÂNGULO DE 8º.....	36

4.1.2. ÂNGULO DE 0°	39
4.1.3. ÂNGULO DE -8°	41
4.1.4. COEFICIENTE DE SUSTENTAÇÃO (C_L).....	43
4.2. ANÁLISE EM OPENFOAM.....	44
4.2.1. SIMPLEFOAM	46
3.4 RESULTADO COMPARATIVO	51
5. CONCLUSÃO.....	52
6. REFERÊNCIAS	53
APÊNDICE A - CARACTERÍSTICAS DAS MALHA.....	55

1. Introdução

A mecânica dos fluidos desempenha um papel fundamental em diversas áreas da engenharia e ciências aplicadas, sendo crucial para compreender e analisar o comportamento dos fluidos, sejam eles líquidos ou gases. A aplicação dessa área de conhecimento abrange desde o design de aeronaves e veículos automotivos até processos industriais e sistemas ambientais. No cerne da mecânica dos fluidos está a equação de Navier-Stokes, uma expressão matemática que descreve as leis fundamentais que governam o movimento dos fluidos. Esta equação leva em consideração fatores como viscosidade, pressão e densidade, proporcionando uma ferramenta matemática robusta para modelar e prever o escoamento de fluidos em diferentes situações. Sua aplicação é essencial na resolução de problemas práticos, permitindo o desenvolvimento de tecnologias mais eficientes e a otimização de processos industriais, contribuindo assim para avanços significativos em diversas áreas da engenharia.

Entretanto, as equações de Navier Stokes (NS) não são lineares e não podem ser resolvidas analiticamente. Essa não linearidade torna difícil a aplicação dessas equações para escoamentos arbitrários (FOX, MCDONALD e PRITCHARD, 2014). Para tanto, Prandtl observou que os escoamentos de fluidos com baixa viscosidade, como os escoamentos de água e de ar, podem ser divididos em uma camada viscosa delgada, ou camada-limite, próxima às superfícies sólidas e interfaces, ligada a uma camada externa que pode ser considerada não viscosa (WHITE, 2010). Isso divide a análise do escoamento em duas regiões, uma com viscosidade e outra sem viscosidade, facilitando a análise do escoamento.

Além da não linearidade das equações de NS, o fenômeno da turbulência também está muito presente nas principais aplicações aerodinâmicas. A contabilização da turbulência pode ser feita de diferentes formas. A exemplo dessa contabilização, pode-se ver os trabalhos de Costa (2021) sobre uma ponte suspensa, ou o trabalho de Lin, Qin e Zhang (2019) sobre a aerodinâmica de trens e até mesmo o trabalho de Li et al. (2020) com uma simulação numérica de torres eólicas. Assim, é possível ver que o estudo da dinâmica dos fluidos continua bastante presente em nossos dias.

No que diz respeito ao escoamento não viscoso, uma abordagem comum derivada das equações de Navier-Stokes é o conceito de escoamento potencial, também conhecido como escoamento irrotacional. Um método frequentemente utilizado para analisar o escoamento sobre superfícies sólidas envolvendo escoamentos potenciais é o método dos painéis, que tem sido objeto de intensa pesquisa, como evidenciado pelo trabalho de Kotikalpudi et al. (2014). Este estudo concentra-se na criação de uma simulação não linear para um Veículo Aéreo Não

Tripulado (VANT). Além disso, em pesquisas conduzidas por Murua, Palacio e Graham (2012) e Changchuan et al. (2013), a metodologia das malhas de vórtices, também relacionada ao escoamento potencial, é empregada para calcular as forças aerodinâmicas em asas flexíveis.

Portanto, esse trabalho busca contribuir para o estudo, desenvolvimento e/ou aplicação de problemas envolvendo a Fluido-Dinâmica Computacional (do inglês - Computational Fluid Dynamics - CFD).

1.1. Motivação

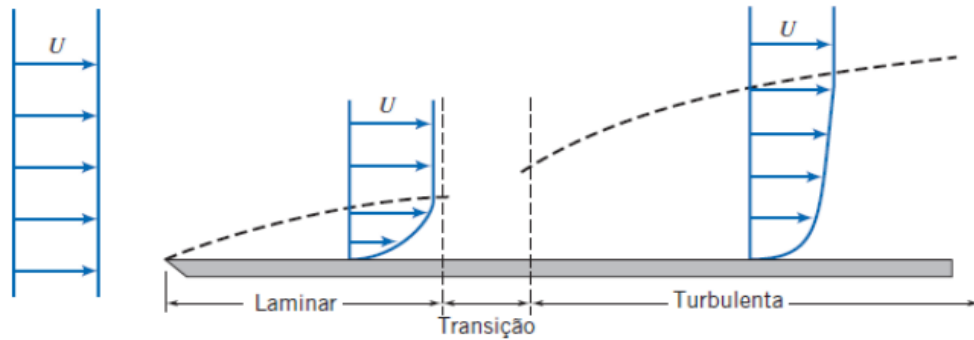
O estudo das interações entre fluido e estruturas se desenvolve desde o século 18 com o trabalho de Bernoulli e Euler, decorrendo o século 19 com os trabalhos de Navier e Stokes e se ajustando com o trabalho de Prandtl ao longo do século 20 (Houghton et al. 2017). Estes pioneiros, formularam a base do que é conhecida a aerodinâmica hoje. E com o uso e aprimoramento de recursos experimentais e computacionais, foi possível refinar esse trabalho analítico e chegar nos métodos e técnicas com as quais a aerodinâmica atual trabalha.

A aerodinâmica é uma subárea da mecânica dos fluidos, dedica-se ao estudo do movimento de fluidos, notadamente do ar, ao redor de objetos sólidos, como aeronaves. Este campo está intrinsecamente ligado à análise do comportamento e das forças que atuam sobre objetos em movimento através do ar, especialmente no que diz respeito ao estudo do escoamento externo.

O escoamento externo, se refere ao movimento do fluido sobre a superfície externa de objetos, desempenha um papel crucial nesse estudo. Essa interação é caracterizada pela formação de camadas limite, finas camadas de fluido que aderem à superfície do objeto devido à viscosidade do fluido.

A compreensão dessa camada limite é essencial, pois influencia diretamente o comportamento aerodinâmico, impactando fatores como resistência ao avanço (arrasto) e eficiência do veículo. Entretanto, a formação dessa camada contribui para a geração de gradientes de pressão adversa que afetam significativamente o desempenho aerodinâmico.

Figura 1 - Evolução da camada limite sobre uma placa plana.



Fonte: Fox, Mcdonald e Pritchard (2014).

Para exemplificar esse contexto, a Figura 1 demonstra o crescimento de uma camada limite sobre uma placa plana. Percebe-se que essa camada é laminar na entrada do bordo de ataque e passa por um período de transição ao longo do comprimento da placa. Essa região de transição se estende pela região da placa até o local onde o escoamento, eventualmente, se torna turbulento (FOX, MCDONALD e PRITCHARD, 2014.).

Outro ponto relevante é a modelagem da turbulência, um fenômeno complexo presente na camada limite e no escoamento externo. Resolver problemas não lineares associados à turbulência é desafiador, e diversos métodos, incluindo modelos de turbulência, são empregados para lidar com essa complexidade.

Em resumo, a aerodinâmica abrange uma variedade de fenômenos intrincados, desde a formação da camada limite até a modelagem da turbulência. O entendimento desses processos é fundamental para otimizar o design de veículos e objetos que interagem com fluidos, visando melhorar a eficiência e o desempenho global.

Como forma de estudar esses processos, o presente trabalho estudou diferentes metodologias computacionais para a quantificação do desempenho aerodinâmico no perfil de asa. Nesse trabalho, estudou-se o desempenho aerodinâmico do perfil NACA4412. O trabalho iniciou com um estudo simplificado resolvendo um problema de escoamento potencial via métodos dos painéis. Para isso um código em Python foi desenvolvido e seus resultados comparados com um software aberto de aerodinâmica, o XFRL5 (DEPERROIS, 2009). Esse software é uma ferramenta de análise aerodinâmica para aerofólios, asas e aviões operando sob baixos números de Reynolds. Entre os métodos implementados, estão a teoria de sustentação de linha, malha de vórtices e o método dos painéis.

Posteriormente, para incluir a influência da viscosidade e turbulência, um estudo do mesmo perfil aerodinâmico foi feito utilizando um software OpenFOAM v.11 (OpenFOAM,

2023), que é um pacote de softwares aberto para aberto de CFD baseado na técnica de volumes finitos.

1.2. Objetivos

Esse trabalho tem como objetivo principal o estudo de diferentes metodologias computacionais para o cálculo e previsão de parâmetros de desempenho aerodinâmico, tais como a distribuição de pressão e coeficientes de força aerodinâmica. Neste trabalho o perfil de asa NACA4412 foi utilizado. Esse estudo se desdobra em dois objetivos secundários.

- (a) Estudo do método dos painéis de vórtices e fontes para estudo do escoamento potencial. Para isso, uma rotina computacional em linguagem Python foi desenvolvida;
- (b) Estudo do método dos volumes finitos aplicado à Fluido-Dinâmica Computacional de escoamentos viscosos, incompressíveis e turbulentos.

2. Fundamentação teórica

Neste trabalho, a partir das equações de Navier Stokes, foram estudados dois tipos de escoamentos estacionários: O escoamento potencial e o escoamento viscoso (fluido Newtoniano, em que a viscosidade dinâmica (μ) é constante e independente da tensão), incompressível (densidade do fluido (ρ) é constante, o que implica que as variações de densidade são negligenciáveis) e turbulento.

Para o presente trabalho será empregado uma abordagem bidimensional. Ou seja, o fluido pode então fluir em qualquer direção em um plano, mas não pode fluir em planos perpendiculares paralelos aos planos (Houghton et al. 2016). Assim, neste trabalho, será considerado o escoamento ao redor de um perfil aerodinâmico, considerando apenas uma seção de uma asa infinita, desconsiderando os efeitos tridimensionais da ponta da asa (Couto 2020), como por exemplo, o arrasto induzido.

2.1. Equação de Navier Stokes

As equações de Navier-Stokes é o conjunto de equações mais famosa da mecânica dos fluidos (FOX, MCDONALD e PRITCHARD, 2014). Essas equações são creditadas a C. L. M. H. Navier e ao Sir George G. Stokes (1819-1903). Elas descrevem os escoamentos viscosos mais comuns. As equações podem ser simplificadas com as equações de conservação de massa e continuidade.

2.1.1. Equação de Conservação de Massa (Equação da Continuidade)

A equação da continuidade para um escoamento bidimensional é dada por:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

Esta equação representa a conservação da massa, onde ρ é a densidade do fluido, u é a velocidade na direção x , e v é a velocidade na direção y .

2.1.2. Equações de Conservação do Momento (Equações de Navier-Stokes)

A equação de conservação de momento é dada por:

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + u \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + v \frac{\partial(\rho u)}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + \rho g_x \quad (2)$$

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + u \frac{\partial(\rho v)}{\partial x} + v \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + \rho g_y \quad (3)$$

Nestas equações, p representa a pressão, μ é a viscosidade dinâmica, e g_x e g_y são as componentes da aceleração (que pode ser a aceleração da gravidade ou qualquer outra força de campo) na direção x e y respectivamente. Elas são equações diferenciais parciais não lineares de segunda ordem e possuem 3 incógnitas: p , u e v (WHITE, 2010).

Estas equações descrevem o comportamento de fluidos em duas dimensões e são utilizadas para analisar uma variedade de problemas em engenharia e ciências aplicadas, desde o escoamento ao redor de objetos até o design de sistemas fluidodinâmicos mais eficientes. Contudo, como é um sistema de equações não lineares é necessário o uso de outras metodologias não analíticas para se obter resultados. Dentre eles temos a proposta do escoamento potencial e o uso de modelagens da Fluido-Dinâmica Computacional (CFD).

2.2. Escoamento Potencial

Para esse método consideramos um escoamento invíscido (sem viscosidade). No plano do escoamento bidimensional, um elemento de fluido pode transladar, dilatar ou distorcer. Para um escoamento incompressível, a dilatação é nula. Já a distorção está relacionada com a taxa de rotação instantânea (ζ), (conhecida como a vorticidade) que é dada como:

$$\frac{\delta v}{\delta x} - \frac{\delta u}{\delta y} = \zeta \quad (4)$$

Para um fluido invíscido, a vorticidade é nula, pois os efeitos de rotação e distorção podem ser relacionados à viscosidade do fluido. Logo, para esse caso, o escoamento é irrotacional, portanto:

$$\frac{\delta v}{\delta x} - \frac{\delta u}{\delta y} = 0 \quad (5)$$

Com isso, matematica e fisicamente, define-se uma função potencial ϕ , da qual o campo de velocidades é derivável. Houghton et al. (2017) mostra que esse campo de velocidades pode, ser obtido como:

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial x}; \quad v = \frac{\partial \phi}{\partial y} \quad (6)$$

Substituindo a Equação 6 na equação da continuidade (Equação 1), para o caso de um escoamento incompressível e estacionário, tem-se:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0 \quad (7)$$

Essa equação é conhecida como equação de Laplace para o escoamento potencial. Nesse contexto, Houghton et al. (2017) também define uma outra função, a chamada função de corrente ψ (*stream function*). Essa função indica a vazão de fluido normal a essa linha. O caminho (linha) ao longo do escoamento definido pelos locais com o mesmo valor da função de corrente é chamado linha de corrente (*streamline*). Ou seja, uma linha de corrente é um caminho de vazão constante e a componente de velocidade normal das partículas a este caminho é nula. Essa função de corrente também pode ser usada para definir o escoamento potencial como:

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}; \quad v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (8)$$

Substituindo a Eq 8 na equação da continuidade (Equação 1), tem-se:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = 0 \quad (9)$$

Dessa forma, o escoamento potencial pode ser descrito através da função de corrente ou do potencial de velocidade. Essas linhas de correntes e as equipotenciais são locais derivados das respectivas funções e que têm a propriedade de serem ortogonais. Ou seja, dependendo da

simetria do problema, pode-se usar uma ou outra variável para se obter uma solução do problema mais simples.

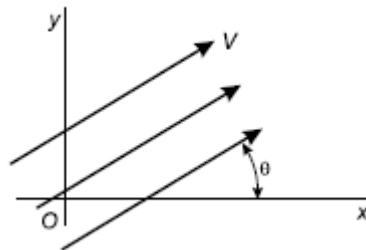
2.2.1. Escoamentos comuns em termos de ψ e ϕ

Existem 3 campos de escoamentos bidimensionais a partir dos quais muitos problemas podem ser resolvidos. Eles são: Fonte (Sumidouro); Vórtex pontual ou linha; Escoamento Paralelo Uniforme (HOUGHTON et al, 2017).

2.2.1.1. Escoamento uniforme

Considerando um escoamento qualquer que passa pelos eixos x, y formando um ângulo θ com o eixo x, como demonstrado na Figura 2, a velocidade V pode ser decomposta em duas componentes u e v paralelos aos eixos x e y (HOUGHTON et al, 2017).

Figura 2 - Decomposição da velocidade de um escoamento uniforme.



Fonte: Houghton et al. (2017)

A partir disso, as respectivas equações, para função corrente e a velocidade potencial são dadas por:

$$\psi = -vx + uy \quad (10)$$

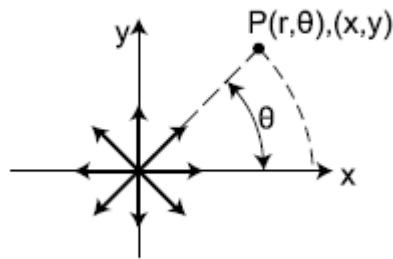
$$\phi = ux + vy \quad (11)$$

2.2.1.2. Fonte e Sumidouro

Segundo Houghton et al. (2017), uma fonte é um ponto a partir do qual o fluido escoar em todas as direções com uma taxa uniforme “m”. De forma ilustrativa, é possível fazer uma

analogia com um orifício em uma placa plana, em que um fluido sai do orifício a uma taxa constante em todas as direções, formando a imagem de um círculo, assim como é observado na Figura 3. Já um sumidouro é o contrário, é um ponto em que o fluido escoa para o respectivo ponto em uma taxa uniforme “-m”. O processo é semelhante a um ralo, para onde a água escoa a uma taxa uniforme.

Figura 3 - Determinação de uma fonte.



Fonte: Houghton et al. (2017).

Colocando a fonte na origem de um plano cartesiano, em que o ponto P é dado com as coordenadas (x,y), pode-se encontrar as seguintes equações para a função corrente (ψ) e a velocidade potencial (ϕ).

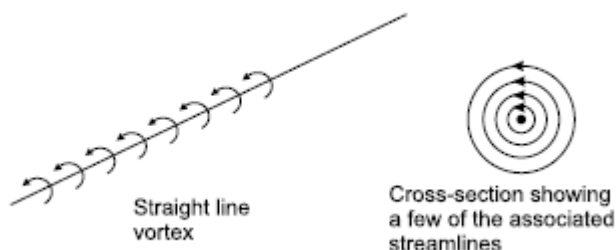
$$\psi = -\frac{m}{2\pi} \tan^{-1} \left(\frac{y}{x} \right) \quad (12)$$

$$\phi = +\frac{m}{4\pi} \ln (x^2 + y^2) \quad (13)$$

2.2.1.3. Linha (ou ponto) de vórtex

Uma linha de vórtex pode ser descrita como uma linha em torno da qual partículas estão girando, como demonstrado na Figura 4. Essas linhas de vórtice são circulares e, portanto, a velocidade da partícula em qualquer ponto deve ser apenas tangencial.

Figura 4 - Linha de corrente e seção de uma linha de corrente.



Fonte: Houghton et al. (2017).

Respectivamente, as equações para a função de corrente e a velocidade potencial para um ponto ou linha de vórtex, são dadas por:

$$\psi = -\frac{\Gamma}{2\pi} \ln(x^2 + y^2) \quad (14)$$

$$\phi = \frac{\Gamma}{2\pi} \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) \quad (15)$$

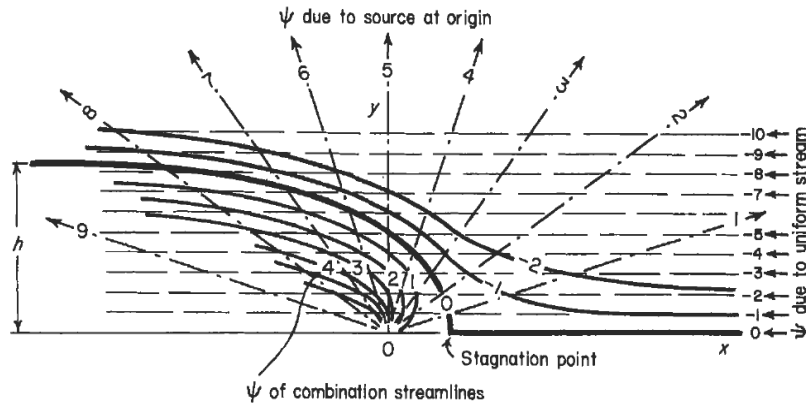
Em que Γ é conhecida como a circulação e representa o movimento rotacional de um fluido ao redor de um ponto central ou trajetória fechada.

2.2.2. Escoamentos potenciais complexos

Seriam escoamentos em torno de objetos e/ou escoamentos confinados a domínios específicos (problema de valor de contorno). A partir da combinação (sobreposição) dos escoamentos gerados pelos campos potenciais até aqui mencionados, é possível modelar e representar a geometria de um objeto ou uma fronteira. De modo geral uma linha de corrente em um escoamento invíscido (escoamento potencial) pode ser interpretada como o limite de um objeto sem afetar o restante do padrão de escoamento, uma vez que não há fluxo perpendicular às linhas de corrente. Caso uma linha de corrente forme uma curva fechada, isso separa o padrão de escoamento em dois escoamentos separados, um dentro e outro fora da região. Com essa separação natural advinda do equacionamento, um corpo sólido pode ser representado se o seu limite coincidir com o dessa linha de corrente fechada. O escoamento interno a essa fronteira pode ser desconsiderado.

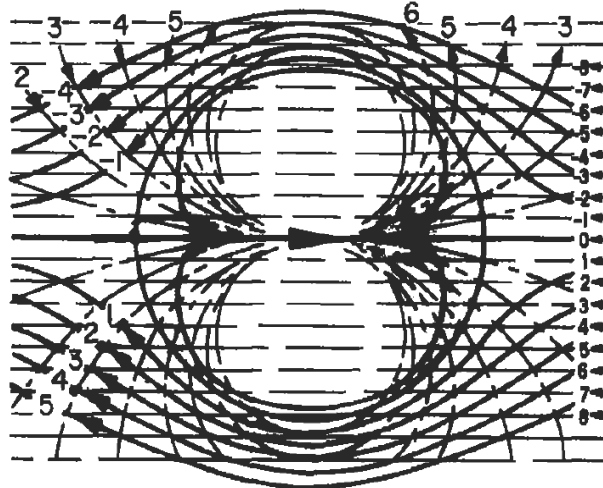
Na Figura 5, é possível ver a influência de uma fonte posicionada em um escoamento paralelo uniforme. Do mesmo modo, na Figura 6, pode-se ver o efeito de um par fonte-sumidouro, posicionados nos mesmos pontos (doublet) dando forma a uma fronteira circular.

Figura 5 - Composição de escoamento de fonte e escoamento uniforme paralelo.



Fonte: Houghton et al. (2006).

Figura 6 - Escoamento com fronteira circular (composição de fonte, sumidouro e escoamento uniforme paralelo).



Fonte: Houghton et al. (2006).

Assim, verifica-se que se escolhidos os campos potenciais adequados, é possível implementar uma rotina computacional em Python para modelar a fronteira de uma asa ou qualquer outra geometria. No entanto, para tratar de desempenho aerodinâmico, é preciso que o fenômeno da sustentação também seja representado, além das fronteiras do perfil aerodinâmico.

2.2.3. Vorticidade e circulação

Para se entender a sustentação é necessário primeiro compreender a vorticidade (ζ) e a circulação (Γ):

Como foi visto anteriormente, a vorticidade é a taxa de rotação instantânea do fluido. Matematicamente é definida como:

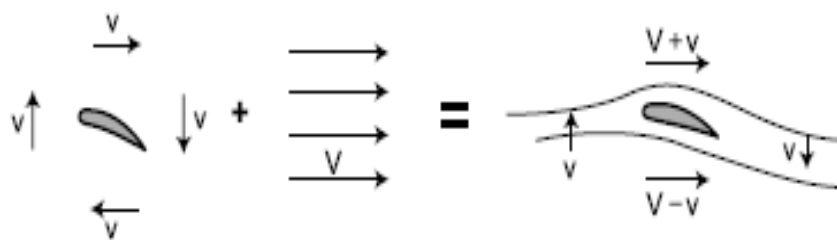
$$\zeta = \frac{dv}{dx} - \frac{du}{dy} \quad (16)$$

Enquanto que a circulação (Γ) é dado pela somatória da vorticidade ao longo de uma região plana dentro de um campo de escoamento e/ou uma área. Ela é expressa por:

$$\Gamma = \iint_A \zeta dA \quad (17)$$

É interessante notar o relacionamento entre essas duas variáveis. A circulação é uma propriedade da região, enquanto a vorticidade é uma característica do escoamento. A circulação ao redor de uma barreira implica em uma componente de rotação no escoamento. Isso pode implicar em fenômenos interessantes, como a sustentação. Através da Figura 7, fica claro que a soma de uma circulação e um escoamento paralelo, pode gerar uma diferença de pressão, devido à diferença de velocidades no intra e extradorso do perfil e assim, se obter a sustentação, que é uma força perpendicular ao escoamento.

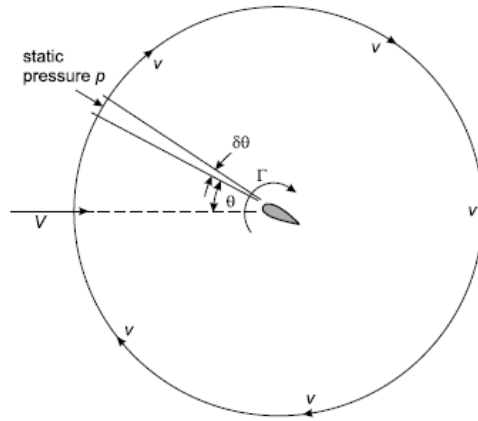
Figura 7 - Circulação ao longo de perfil.



Fonte: Houghton et al. (2017)

2.2.4. Circulação e sustentação

Figura 8 - Modelagem da circulação ao redor de um aerofólio.



Fonte: Houghton et al. 2017.

A sustentação de qualquer aerofólio se movendo relativamente sobre um fluido, segundo Houghton et al. (2017), pode ser derivado por análise direta. Considerando o aerofólio da Figura 8, de modo simplificado, pode-se inferir que a sustentação é a força dada pela soma da contribuição de força devida a variação de momento devido a vazão de ar pela fronteira e a força devida à pressão do ar nessa mesma fronteira circular situada a uma distância “r” suficientemente grande do perfil. Assim, após alguns equacionamentos, é possível chegar que as contribuições de força a partir das duas origens são iguais e, portanto, sustentação (L) é dada por:

$$L = 2vV\rho\pi = \rho V\Gamma \quad (18)$$

Sendo $v = \Gamma/2\pi$. Esse resultado é interessante, pois pode-se provar que ele é válido para qualquer da forma do perfil de asa.

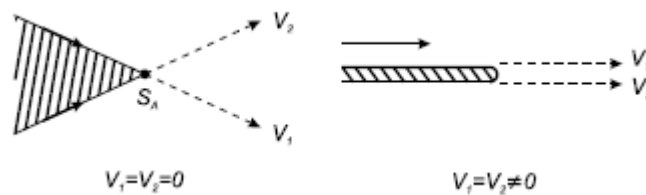
2.2.5. Condição de Kutta

A condição do matemático alemão Martin Wilhelm Kutta (1867-1944), provê uma maneira de definir a circulação ao longo de um aerofólio e dessa forma determinar sua sustentação em um escoamento potencial. Ela se baseia em que, somente com a definição do

ponto de estagnação na parte de trás do aerofólio, ou seja, no bordo de fuga, consegue-se definir a circulação e assim a sustentação de modo único para o aerofólio. Assim, o escoamento deve deixar as superfícies do extra e intradorso de modo suave. Dessa forma, a condição de Kutta pode ser expressa como:

- Para um determinado aerofólio em um determinado ângulo de ataque, a circulação deve possuir um valor específico através do qual o escoamento deixa o bordo de fuga suavemente.
- Para aerofólios com perfil realista os bordos de fuga possuem um ângulo finito. Assim, esta condição implica que o ponto de estagnação traseiro está localizado no bordo de fuga. Ao contrário de perfis teóricos finos onde a espessura do perfil é desprezível e, assim, não há componente de velocidade normal induzida pela presença da fronteira, como ilustrado na Figura 9.

Figura 9 - Condição de Kutta.



Fonte: Houghton et al. (2017).

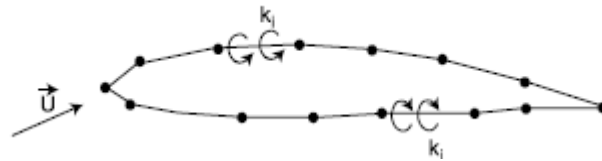
2.2.6. Método dos painéis

Visto que através das sobreposições de escoamentos potenciais complexos é possível representar formas geométricas em um escoamento. Essa lógica será utilizada para se modelar o perfil aerodinâmico. Ou seja, é preciso escolher uma distribuição espacial específica e única de fontes e/ou vórtices para se descrever e quantificar o desempenho de aerofólios.

Segundo Couto (2020), o método dos painéis utiliza da teoria do escoamento potencial para descrever os efeitos da aerodinâmica ao redor do corpo. Neste caso o perfil pode ser discretizado por um conjunto de pontos, ligados em pares por segmentos de reta, que dão origem aos painéis, delimitando o contorno do perfil como demonstrado na Figura 10. Em cada painel, pode-se prever uma fonte e/ou um vórtice com intensidade distribuída ao longo do

respectivo painel para que as fronteiras e/ou sustentação sejam definidas, a partir da definição das respectivas intensidades.

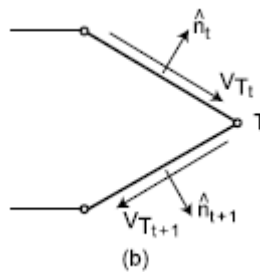
Figura 10 - Modelagem pelo método dos painéis.



Fonte: Houghton et al. (2017)

A utilização de vórtices, combinada com painéis, mostra-se mais vantajosa, principalmente devido à necessidade de se respeitar a condição de Kutta. De modo geral, essa condição mostra que a medida que se aproxima do bordo de fuga, as magnitudes de velocidade nas superfícies superior e inferior do aerofólio se aproximam do mesmo valor limite em módulo (Figura 11).

Figura 11 - Condição de Kutta para o método dos painéis.



Fonte: Houghton et al. (2017)

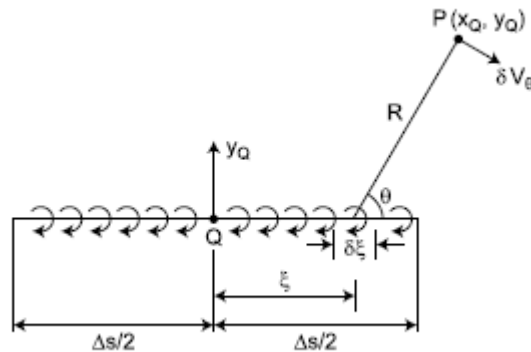
Assim, para a modelagem escolhida foram distribuídas fontes e vórtices, em que a intensidade dos vórtices é a mesma para todos os painéis, variando apenas a força das fontes nos painéis. Dessa forma, supondo um perfil de asa com N painéis, a distribuição de vórtices é dada por:

$$\gamma_i = \gamma (i = 1, 2, 3 \dots, N) \quad (19)$$

Assim, agora existem $N + 1$ quantidades desconhecidas, ou seja, as N intensidades da fonte e a intensidade de vórtice uniforme por unidade de comprimento para corresponder às $N + 1$ condições de contorno (escoamento zero através dos N painéis e a condição de Kutta).

Para chegar ao equacionamento que trata o método dos painéis, é necessário encontrar os coeficientes de influência de velocidade normal (N_{ij}') e tangencial (T_{ij}') para uma distribuição de vórtices (encontra-se uma derivação análoga para uma distribuição de fontes) nos painéis em cada ponto P do espaço (Figura 12).

Figura 12 - Modelagem dos coeficientes de influência para os vórtices



Fonte: Houghton et al. (2017)

O incremento de velocidade induzida $d\xi$, nesse ponto, por uma distribuição de vórtices no painel " ΔS ", é dada pelo incremento:

$$\delta V_{\theta} = \frac{\gamma}{R} d\xi \quad (20)$$

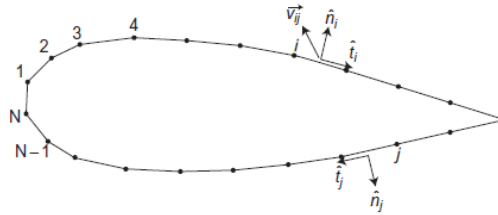
Após a integração, os componentes de velocidade nas direções de coordenadas baseadas no plano do painel (ou seja, nas direções x_Q e y_Q) são dadas por:

$$V_{x_Q} = \gamma \left[\tan^{-1} \left(\frac{x_Q + \frac{\Delta s}{2}}{y_Q} \right) - \tan^{-1} \left(\frac{x_Q - \frac{\Delta s}{2}}{y_Q} \right) \right] \quad (21)$$

$$V_{y_Q} = -\frac{\gamma}{2} \ln \left[\frac{(x_Q + \frac{\Delta s}{2})^2 + y_Q^2}{(x_Q - \frac{\Delta s}{2})^2 + y_Q^2} \right] \quad (22)$$

Assim, os coeficientes de influência N_{ij}' e T_{ij}' podem ser obtidos a partir das componentes da velocidade normal e tangencial em um ponto “i” em função da distribuição de vórtices nos painéis “j.”, como demonstrado na Figura 13.

Figura 13 - Componentes normal e tangencial da velocidade.



Fonte: Houghton et al. (2017).

Se \hat{t}_i e \hat{n}_i ($i = 1, 2, \dots, N$) são os vetores tangentes e normais unitários para cada painel no sistema de coordenadas global, então a forma vetorial da velocidade no painel “i” é:

$$\vec{V}_{PQ} = V_{xQ} \hat{t}_j + V_{yQ} \hat{n}_j \quad (23)$$

Para obter as componentes de influência desse vetor velocidade perpendicular e tangencial ao painel i, tomamos o produto escalar do vetor velocidade com \hat{t}_i e \hat{n}_i , respectivamente.

$$N'_{ij} = \vec{V}_{PQ} \cdot \hat{n}_i = V_{xQ} \hat{n}_i \cdot \hat{t}_j + V_{yQ} \hat{n}_i \cdot \hat{n}_j \quad (24)$$

$$T'_{ij} = \vec{V}_{PQ} \cdot \hat{t}_i = V_{xQ} \hat{t}_i \cdot \hat{t}_j + V_{yQ} \hat{t}_i \cdot \hat{n}_j \quad (25)$$

Essa derivação foi feita para uma distribuição de vórtices. Contudo, dado a perpendicularidade entre as equipotenciais e as linhas de corrente, as componentes de velocidade para uma distribuição de fontes podem ser obtidas diretamente pela equação 26:

$$[V_{xQ}]_{vórtices} = [V_{yQ}]_{fontes} \quad \text{e} \quad [V_{yQ}]_{vórtices} = -[V_{xQ}]_{fontes} \quad (26)$$

Supõe-se agora, que cada um dos N painéis agora tem um valor para a intensidade de fonte σ_i por unidade comprimento e a mesma distribuição de vórtice de intensidade “ γ ” por

unidade de comprimento, identificando-se dessa forma $N+1$ valores desconhecidos. Portanto, as matrizes com os coeficientes de influência são aumentadas em 1 coluna, tornando assim a dimensão do problema igual a $N(N+1)$. Assim o ponto $N_{i, N+1}$ representa a velocidade normal no i -ésimo painel induzida pelos vórtices sobre todos os painéis e similarmente, $T_{i, N+1}$, representa a velocidade tangencial. Esses termos são obtidos por:

$$N_{i, N+1} = \sum_{j=1}^N N'_{i,j} \quad (27)$$

e

$$T_{i, N+1} = \sum_{j=1}^N T'_{i,j} \quad (28)$$

A velocidade normal total em cada painel, devido ao efeito líquido de todas as fontes, vórtices e o escoamento que se aproxima, deve ser zero para se modelar a fronteira do perfil. Isso pode ser descrito na forma:

$$\sum_{j=1}^N \sigma_j N_{ij} + \gamma N_{i, N+1} + \vec{U} \cdot \hat{n}_i = 0, \quad (i = 1, 2, \dots, N) \quad (29)$$

onde o primeiro termo representa as fontes, o segundo termo representa os vórtices e o terceiro termo é o escoamento inicial (ou próximo).

Essas N equações, que vão definir o perfil aerodinâmico, devem ser suplementadas pela condição de Kutta. Para isso, igualamos o módulo da velocidade tangencial no painel do bordo de fuga do extradorso, com o negativo da velocidade no mesmo bordo de fuga, mas no painel do intradorso do perfil.

$$\sum_{j=1}^N \sigma_j T_{t,j} + \gamma T_{t, N+1} + \vec{U} \cdot \hat{t}_t = -(\sum_{j=1}^N \sigma_j T_{t+1,j} + \gamma T_{t+1, N+1} + \vec{U} \cdot \hat{t}_{t+1}) \quad (30)$$

Assim é possível combinar em uma matriz $M_{(N+1) \times (N+1)}$, e vetores coluna $a_{(1, N+1)}$ e $b_{(1, N+1)}$.

$$M_{N+1, N+1} \cdot a_{1, N+1} = b_{1, N+1} \quad (31)$$

Em que

$$M_{i,j} = N_{i,j}, \quad i = 1, 2, \dots, N; \quad j = 1, 2, \dots, N + 1. \quad (32)$$

$$M_{N+1,j} = T_{t,j} + T_{t+1,j}, \quad j = 1, 2, \dots, N + 1. \quad (33)$$

$$a_i = \sigma_i, \quad i = 1, 2, \dots, N \text{ e } a_{N+1} = \gamma \quad (34)$$

$$b_i = -\vec{U} \cdot \hat{n}_i, \quad i = 1, 2, \dots, N \text{ e } b_{N+1} = -\vec{U} \cdot (\hat{t}_t + \hat{t}_{t+1}) \quad (35)$$

Dessa forma, através da resolução deste sistema de equações se consegue definir um escoamento ao redor de um perfil aerodinâmico descrito por N painéis.

2.3. Fluido-Dinâmica Computacional (CFD – *Computational Fluid Dynamics*)

A Fluidodinâmica Computacional é um termo genérico e basicamente pode ser associado a qualquer método numérico que lide com problemas de fluidodinâmica, muito embora o termo CFD esteja comumente atrelado ao uso dos métodos numéricos para a solução das equações de Navier-Stokes. Essa ferramenta é bastante utilizada para aplicações industriais e científicas como aerodinâmica, hidrodinâmica e processos químicos.

Esse conjunto de métodos permite incorporar tanto a metodologia do escoamento potencial para escoamentos invíscidos quanto para escoamentos mais complexos. Contudo, segundo Couto (2020) ele possui alguns pontos onerosos como a complexidade em se gerar uma malha relacionada a escolha do modelo de turbulência que melhor represente o problema estudado e, dependendo da modelagem, um elevado custo computacional, em que uma análise pode demorar horas, ou até mesmo dias (VERSTEEG e MALASEKERA, 2007). Entretanto tais pontos são relativos, dependendo da representatividade de seu modelo e sua capacidade computacional.

2.3.1. Volumes finitos

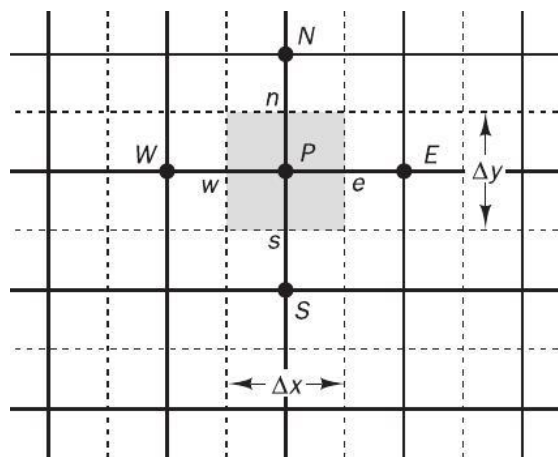
O método dos volumes finitos é uma abordagem numérica fundamentalmente importante na simulação e análise de problemas envolvendo o transporte de propriedades, como calor, massa e quantidade de movimento em sistemas físicos. É amplamente aplicado na área de Fluido-Dinâmica Computacional (CFD), mas também encontra utilidade em muitos outros campos da engenharia, como transferência de calor, mecânica dos sólidos, eletrônica e muito mais.

O método dos volumes finitos segundo Versteeg & Malalasekera (2006) consiste em dividir o domínio do problema em pequenas regiões, onde cada região é considerada como um volume finito. O método se baseia no princípio da conservação, que afirma que a quantidade total de uma propriedade conservada (como massa, energia ou quantidade de movimento) dentro de uma região permanece constante ao longo do tempo, desde que não haja entrada ou saída líquida dessa propriedade na célula. Isso é expresso matematicamente através da equação de conservação

$$a_p \phi_p = \sum a_n \phi_n + S \quad (36)$$

Onde, ϕ é a grandeza transportada/conservada através dos “n” vizinhos, e S é o termo fonte e para ajustes de condições de contorno. De modo geral, os domínios são discretizados em células como as da Figura 14, onde cada centro do volume de controle (VC), P, possui pontos vizinhos (W, E, N, S) para (ou a partir) dos quais uma grandeza é transmitida através do fluxo estimado nas fronteiras (w, e, n, s). Assim, para cada ponto, VC, é possível integrar as equações de NS e obter assim um sistema de equações algébricas como exemplificado e simplificado na equação 36.

Figura 14 - Exemplo de discretização utilizada no método dos volumes finitos.



Fonte: Versteeg & Malalasekera (2006).

Ao discretizar a equação de conservação para cada região na malha, o método dos volumes finitos permite calcular as variações das propriedades dentro de cada célula ao longo do tempo. Essas variações são usadas para aproximar o comportamento global do sistema, tornando-o uma ótima ferramenta para simulação e análise de sistemas complexos.

2.3.2. Escoamento turbulento

Segundo Fox, Mcdonald e Pritchard (2014), um escoamento turbulento é aquele em que as partículas fluidas rapidamente se misturam enquanto se movimentam ao longo do escoamento devido a flutuações aleatórias no campo tridimensional de velocidades. Enquanto seu oposto o escoamento laminar é aquele em que as partículas fluidas se movem em camadas lisas, ou lâminas. Uma forma comum de se classificar o escoamento é por meio do número adimensional conhecido como número de Reynolds (equação 37). Ele é dado através da razão entre as forças inerciais e viscosas, expresso pela equação:

$$Re = \frac{\rho V L_c}{\mu} \quad (37)$$

em que ρ é a densidade do fluido, V é a velocidade característica do fluido, L_c é o comprimento característico do escoamento e μ é a viscosidade dinâmica do fluido.

O número de Reynolds é utilizado para prever e determinar o tipo de escoamento que ocorre em torno de um objeto ou dentro de um domínio. Particularmente, ele é usado para se identificar a transição entre escoamentos laminares e turbulentos.

Devido à não linearidade das equações de Navier Stokes para escoamentos turbulentos é necessário a utilização de métodos numéricos para se encontrar as soluções para problemas de escoamento. Neste trabalho será utilizado um método baseado em RANS (Reynolds Averaged Navier Stokes). Esse método resolve o escoamento se utilizando das médias temporais das equações de Navier Stokes para obter as equações médias de Reynolds. Essa abordagem é muito utilizada na indústria devido ao seu baixo uso de recursos computacionais.

2.3.3. Equações Médias de Reynolds

2.3.3.1. Média Temporal e Decomposição de Reynolds.

Para se encontrar a solução de escoamentos turbulentos, é necessário levar em consideração as características da respectiva dissipação energética, o que é uma tarefa difícil

devido à natureza aleatória da turbulência. Dessa forma se propõe considerar a média temporal do escoamento para escoamentos estacionários, ou seja, um escoamento turbulento que em média não varia com o tempo. Assim, se pode definir, conforme Wilcox (2006), para uma variável $f(x,t)$, onde x representa as 3 direções do espaço, definindo-se a média temporal como:

$$\langle f(x, t) \rangle = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} f(x, t) dt \quad (38)$$

Considerando um escoamento turbulento com campo de velocidades instantâneo $V_i(x,t)$ esse pode ser descrito como a soma de uma parcela média ($\langle V_i(x) \rangle$) com uma parcela referente às flutuações ($v_i(x,t)$). Dessa forma, pode-se definir a decomposição de Reynolds como:

$$V_i(x, t) = \langle V_i(x) \rangle + v_i(x, t) \quad (39)$$

2.3.3.2. Equação Média de Reynolds

Ao se aplicar a equação de decomposição de Reynolds (39) na equação da continuidade (1) tem-se:

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} + \frac{\partial v_i}{\partial y} = 0 \quad (40)$$

É interessante perceber que a equação permanece a mesma, apenas substituindo as velocidades u e v em x e y pelas velocidades médias U_i e V_i .

Pode-se proceder do mesmo modo para as demais equações de Navier stokes, substituindo a decomposição de Reynolds (39) para a equações de conservação de momento (2 e 3). Dessa forma, tem-se:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(\rho U_i)}{\partial t} + \frac{\partial(U_i U_i)}{\partial x} + \frac{\partial(U_i V_i)}{\partial y} = \\ & - \frac{\partial P_i}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \left(\frac{\partial U_i}{\partial x} + \frac{\partial v_i}{\partial y} \right) - \rho \overline{u' u'} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \left(\frac{\partial v_i}{\partial x} + \frac{\partial U_i}{\partial y} \right) - \rho \overline{u' v'} \right) \end{aligned} \quad (41)$$

$$\frac{\partial(\rho V_i)}{\partial t} + \frac{\partial(V_i U_i)}{\partial x} + \frac{\partial(V_y V_y)}{\partial y} = -\frac{\partial P_i}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \left(\frac{\partial U_i}{\partial x} + \frac{\partial U_i}{\partial y} \right) - \rho \overline{v' u'} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \left(\frac{\partial V_i}{\partial y} + \frac{\partial U_i}{\partial x} \right) - \rho \overline{v' v'} \right) \quad (42)$$

Percebemos que agora temos a adição dos termos $\overline{u'u'}$, $\overline{u'v'}$ e $\overline{v'v'}$, que são uma média temporal da transferência de momento devido a turbulência (WILCOX, 2006), eles são conhecidos como tensores de Reynolds.

A partir das equações médias de Reynolds, pode-se escrever o tensor de Reynolds na forma matricial para o caso bidimensional.

$$\tau_{ij} = -\rho \begin{vmatrix} \overline{u'u'} & \overline{u'v'} \\ \overline{u'v'} & \overline{v'v'} \end{vmatrix} \quad (43)$$

2.3.3.3. Hipótese de Boussinesq

Como dito por Couto (2020) a introdução do tensor de Reynolds gera 3 novas incógnitas para serem determinadas, sendo elas termos $\overline{u'u'}$, $\overline{u'v'}$ e $\overline{v'v'}$. Esse problema foi resolvido pelo matemático e físico Joseph Valentin Boussinesq, que correlacionou o tensor de Reynolds com aos valores médios de distorção do fluido newtoniano (VERSTEEG e MALALASEKERA, 2007). Assim, de acordo com o que foi proposto por ele, o tensor de Reynolds pode ser considerado proporcional a taxa média de distorção de um fluido newtoniano ($\overline{S_{ij}}$):

$$\tau_{ij} = 2\nu_t \overline{S_{ij}} - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \quad (44)$$

Em que ν_t é a viscosidade cinemática turbulenta, k é a energia cinemática turbulenta e δ_{ij} é conhecido como o delta de Kronecker.

2.3.4. Modelos de turbulência

A descrição teórica de escoamentos reais dá origem a diversos modelos. Durante o desenvolvimento desses modelos, Couto (2020) menciona que eles buscam adequá-los de maneira a representar diferentes classes de escoamento, sendo estas diferenciadas pelo número

de Reynolds, intensidade de turbulência e compressibilidade do fluido. Dos modelos de turbulência existentes, será usado neste trabalho a abordagem algébrica de duas equações k-ε.

2.3.5. k- ε

A modelagem k- ε é uma abordagem bastante conhecida, segundo Wilcox (2006) sua modelagem data desde 1945 com Chou (1945), e a versão mais conhecida foi ajustada no trabalho de Launder e Sharma (1972). Ela é amplamente utilizada em simulações numéricas de fluidos (CFD) para prever os efeitos da turbulência. Neste contexto, o termo “k” refere-se à energia cinética turbulenta, enquanto “ε” representa a taxa de dissipação de energia turbulenta.

O cálculo da viscosidade turbulenta (μ_t) é dado por:

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (45)$$

em que C_μ é uma constante ajustável do modelo.

Já o cálculo da energia cinética turbulenta é dado por:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_i k)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P_k - \rho \varepsilon \quad (46)$$

E o cálculo da taxa de dissipação da energia turbulenta é dado por:

$$\frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_i \varepsilon)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} P_k - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (47)$$

onde ρ é a densidade do fluido, u_i são as componentes da velocidade, μ é a viscosidade dinâmica, μ_t é a viscosidade turbulenta P_k é a taxa de produção de energia cinética turbulenta, σ_k e σ_ε , $C_{1\varepsilon}$ e $C_{2\varepsilon}$ são constantes de ajuste do modelo. Para a modelagem k-ε padrão, segundo Versteeg e Malalasekera (2007), essas constantes assumem os seguintes valores:

$$C_\mu = 0,09; \quad \sigma_k = 1; \quad \sigma_\varepsilon = 1,3, \quad C_{1\varepsilon} = 1,44 \quad e \quad C_{2\varepsilon} = 1,92 \quad (48)$$

É importante destacar que o modelo k-ε é uma abordagem algébrica e isotrópica. Entre suas principais restrições está a limitação de seu uso em escoamento com baixas intensidades de turbulência, tipicamente de até 5%. Esse valor, de certo modo, tenta garantir que a turbulência é isotrópica, ou seja, que o fenômeno da turbulência não tenha direção preferencial. Para abordagens mais anisotrópicas e com maior intensidade de turbulência, outras abordagens são mais recomendadas, tais como o uso de modelos tensoriais para turbulência e/o a próprias solução do escoamento turbulento com análises transientes do tipo *Large Eddy Simulation* - LES.

2.3.5.1. Escoamento Confinado e y^+

Para fins de modelagem de turbulência, a variável adimensional chamada y^+ é interessante de ser monitorada. Segundo Wilcox (2006) ela representa a distância da parede até o centro da primeira célula (ou volume de controle) da malha. Esse parâmetro caracteriza a relação entre forças viscosas e inerciais dentro da camada limite nas paredes à qual o fluido se fixa, por hipótese. De modo simplificado, para valor abaixo de 11, temos um escoamento laminar, e acima de 11 temos considerações relacionadas ao escoamento turbulento. Essa variável pode ser definida como:

$$y^+ = \frac{y\rho U}{\mu} \quad (49)$$

onde y é a distância da parede para fora da superfície (normalmente, a parede sólida do objeto ou a superfície de uma parede em um canal), ρ é a densidade do fluido, U é a velocidade do escoamento livre e μ a viscosidade dinâmica do fluido.

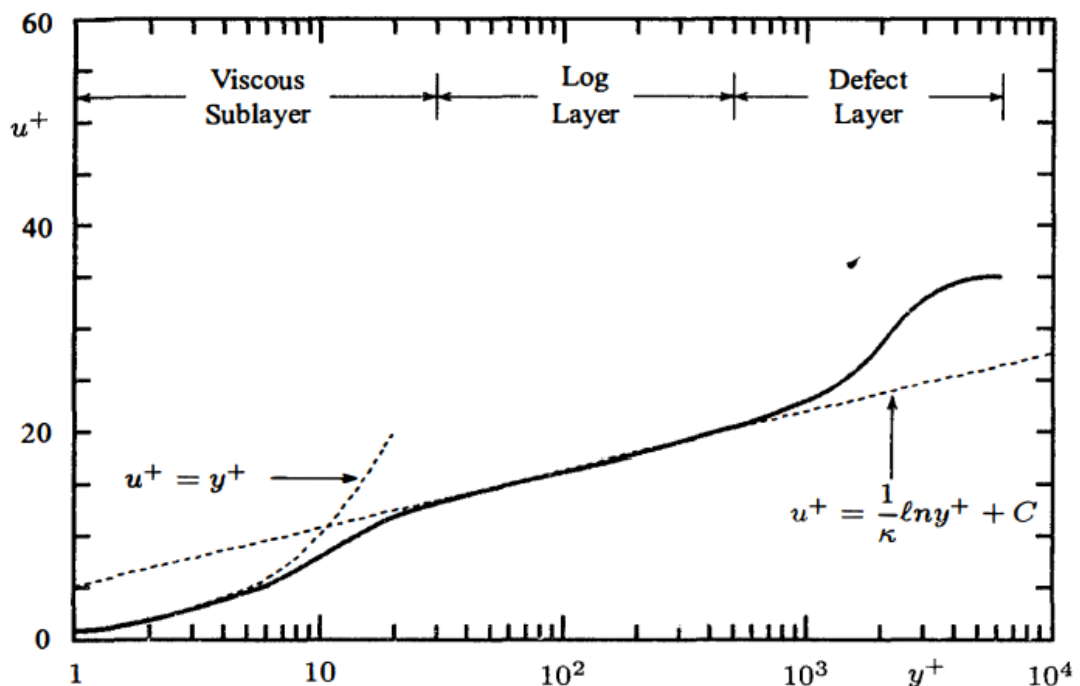
A variável adimensional y^+ está relacionada à camada limite e é frequentemente correlacionada com outra variável adimensional chamada u^+ , que representa a velocidade adimensional definida como:

$$u^+ = \frac{U}{u^*} \quad (50)$$

Em que “ u^* ” é a “velocidade de atrito” ($u^* = \sqrt{(\tau/\rho)}$, onde “ τ ” é a tensão cisalhante na parede) e “ U ” é a velocidade do escoamento livre (velocidade externa).

A relação entre y^+ e u^+ é conhecida como a “Lei de parede na teoria da camada limite”. Em que, segundo Wilcox (2006), as medições mostram que, para escoamentos internos e externos, a velocidade no sentido da corrente no escoamento próximo à parede varia de forma logarítmica com a distância da superfície. É possível perceber isso na Figura 15. Nesta Figura se observa que o perfil de velocidade, referenciado por lei de parede, tem três regiões bem definidas. A região mais linear e, portanto, a mais utilizada para modelagens, é a região da “camada logarítmica” que começa em aproximadamente $y^+=30$ e termina próxima de $y^+=500$.

Figura 15 - Relação entre y^+ e u^+



Fonte: Wilcox (2006)

Para essa região, muito modelos de turbulência foram propostos. Entre eles o método algébrico $k-\epsilon$, é comumente aplicado para discretizações (malhas) com valor de y^+ entre 30 e 500.

2.4. Desempenho aerodinâmico

Ao se estudar o comportamento de um perfil de asa em um escoamento de ar, duas medidas adimensionais são comumente utilizadas para se caracterizar o desempenho aerodinâmico. São elas o coeficiente de pressão C_p e o coeficiente de sustentação C_L . O

coeficiente de pressão oferece a percepção da distribuição de pressão ao redor do perfil, enquanto o coeficiente de sustentação está diretamente relacionado à força de sustentação gerada por um corpo em um escoamento de fluido (Houghton et al. 2017).

O coeficiente de pressão (C_p) é definido como a razão entre a pressão local p e a pressão dinâmica do escoamento:

$$C_p = \frac{p - p_{atm}}{0,5\rho V^2} \quad (51)$$

em que p é pressão local, p_{atm} a pressão atmosférica, ρ a densidade do fluido e V a velocidade do escoamento livre.

Para se definir C_L é preciso compreender a sustentação (L), ela é dada como a componente de força do fluido perpendicular ao seu movimento (FOX, MCDONALD, PRITCHARD, 2014). Ele pode ser encontrado através do C_p pela seguinte equação:

$$L = \int_S \left(p + \frac{C_p}{0,5\rho V^2} \right) dA \quad (52)$$

em que S é a superfície do perfil aerodinâmico e A é o elemento de área normal ao escoamento.

Assim, é possível encontrar o coeficiente de sustentação C_L através da equação:

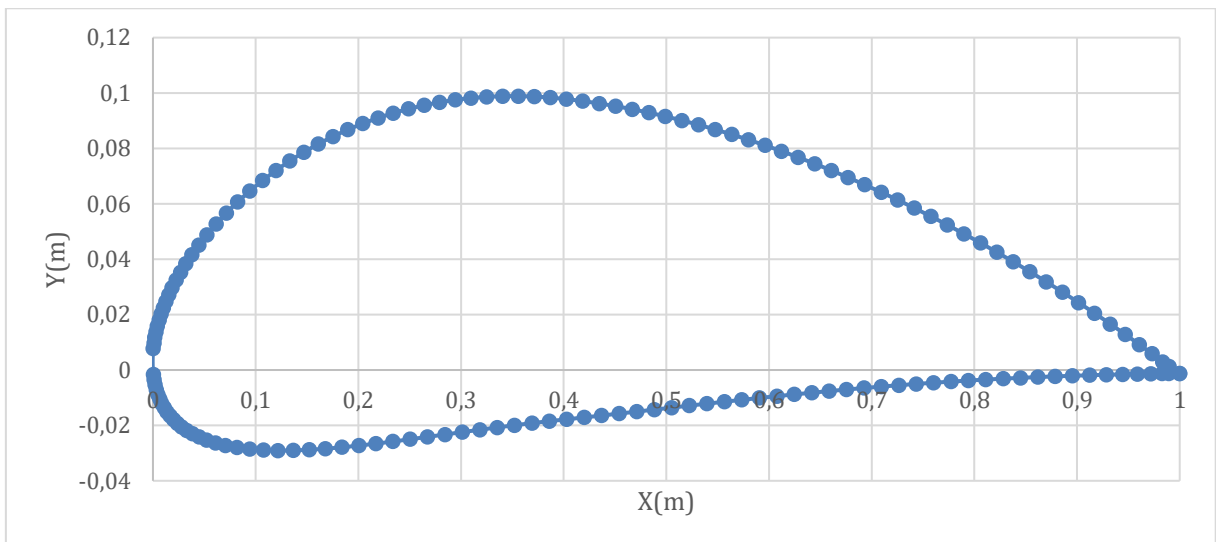
$$C_L = \frac{L}{0,5\rho V^2 A} \quad (53)$$

3. Metodologia

Como forma de estudo, para esse trabalho será implementado uma formulação em código aberto Python para o método dos painéis. Logo após, esses resultados serão comparados junto com a bibliografia de Houghton et al. (2003) e com os resultados do software XFLR5. Posteriormente, será feita uma comparação com os resultados do solver *simpleFoam* implementado pelo software OpenFoam.

Para as análises serão utilizados o perfil NACA 4412 demonstrado na Figura 16 para os ângulos de ataque -8° , 0° e 8° .

Figura 16 - Modelo de perfil de asa NACA 4412.

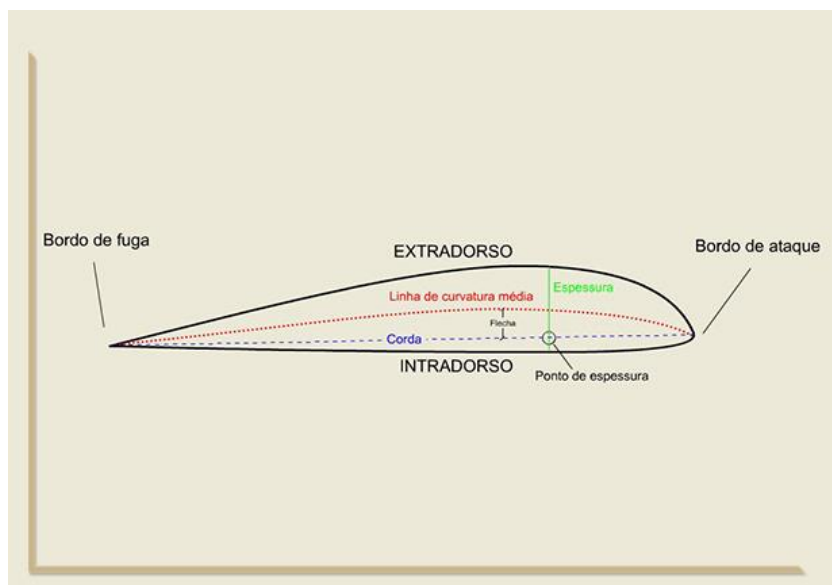


Fonte: Do Autor.

É interessante destacar os principais elementos geográficos que compõem o perfil de uma asa. Esses elementos estão dispostos na Figura 17 e incluem:

- Bordo de Ataque: é a extremidade dianteira do perfil;
- Bordo de Fuga: é a extremidade traseira do perfil;
- Extradorso: é a superfície ou linha superior do perfil;
- Intradorso: é a superfície ou linha inferior do perfil;
- Corda: é a linha reta que liga o bordo de ataque ao bordo de fuga;
- Linha Média (LCM): é a linha equidistante entre o intradorso e o extradorso.

Figura 17 – Nomenclatura dos elementos de um perfil



Fonte: Hangar 33 (2023).

3.1. Método dos painéis

3.1.1. Python

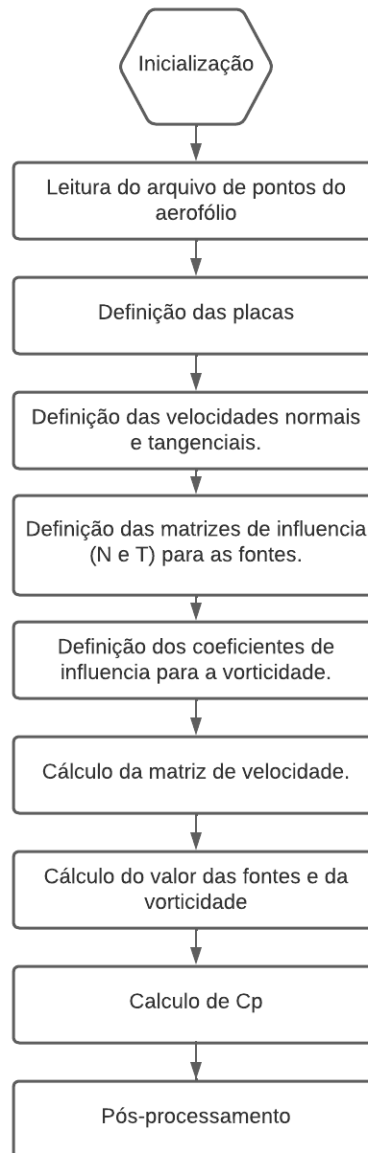
A linguagem de programação a ser implementada foi a Python. Segundo sua plataforma (Python, 2023) ele foi lançado no início da década de 90 pelo programador e matemático holandês Guido Van Rossum. A linguagem foi projetada para dar ênfase no trabalho do desenvolvedor, facilitando a escrita de um código limpo, simples e legível, tanto em aplicações menores quanto em programas mais complexos.

A linguagem oferece recursos como tipagem dinâmica e forte (tipo de dado do valor deve ser do mesmo tipo da variável), orientação a objetos, multiparadigmas (programação funcional e imperativa), além de recursos poderosos em biblioteca padrão e via módulos e frameworks desenvolvidos pela comunidade. Seu código é aberto e a utilização é gratuita, rodando em praticamente qualquer sistema operacional.

3.1.2. Pseudo Código

O código construído para análise apresenta a formulação base da Figura 18.

Figura 18 - Pseudo código para a rotina computacional em Python.



Fonte: Do autor

Inicialmente, o programa é iniciado com a leitura dos pontos X e Y de um perfil pré-existente. Posteriormente, são calculadas as coordenadas das placas, e os componentes normais e tangenciais são definidos. A partir dessas informações, são construídas as matrizes de influência N_{ij} e T_{ij} , segundo as equações 24 e 25.

Em seguida, a matriz de velocidades é calculada com base na velocidade do escoamento, e os valores das fontes são encontrados ao resolver a matriz de influência sobre a matriz de velocidades. Esse processo culmina na obtenção das pressões locais em cada painel.

3.1.3. Parâmetros do modelo

Para a análise do perfil com a rotina criada foi utilizado os parâmetros da Tabela 1. Os ângulos de ataque foram escolhidos de modo a investigar a linearidade e simetria dos resultados para o perfil NACA 4412

Tabela 1 - Parâmetros de modelagem para o método dos painéis.

<i>Item</i>	<i>Valor</i>
Perfil	NACA 4412
Quantidade de pontos	162 u
Quantidade de painéis	161 u
Tamanho da corda	1 m
Velocidade	1 m/s
Densidade do fluido (ρ)	1 g/cm ³
Ângulo de ataque	-8, 0° e 8°

Fonte: Do Autor.

3.2. XFLR5

Para comparação direta com resultados da rotina computacional em Python desenvolvida, foi utilizado o software XFLR5. É um software de código aberto desenvolvido por Andre Deperrois (DEPERROIS, 2009). Esse software, segue as mesmas linhas do programa Xfoil de Mark Drela do Instituto Tecnológico de Massachussets. Logo, ele se utiliza do método dos painéis com uma distribuição de fontes para o cálculo dos coeficientes (Xfoil, 2023).

3.2.1. Parâmetros de modelagem para o XFLR5:

Para o software XFLR5, foram utilizados os seguintes dados de entrada:

Tabela 2 - Parâmetros de modelagem para o método dos painéis.

<i>Grandeza</i>	<i>Valor</i>
Perfil	NACA 4412
Quantidade de pontos	162 u
Quantidade de painéis	161 u
Tamanho da corda	1 m
Número de Reynolds	1*10 ⁶
Ângulo de ataque	-8°, 0° e 8°

Fonte: Do Autor.

3.3. OPENFOAM

O OpenFOAM (Open Source Field Operation and Manipulation) é uma plataforma de código aberto para simulação computacional de dinâmica dos fluidos (CFD) (OPEN FOAM, 2023). O programa fornece um conjunto de ferramentas e bibliotecas para a resolução de equações que descrevem o comportamento dos fluidos, como o escoamento de fluidos incompressíveis e compressíveis, transferência de calor e outros fenômenos relacionados aos fluidos.

O OpenFOAM v.11 é amplamente utilizado em pesquisa e na indústria para realizar simulações computacionais em uma variedade de aplicações, como aerodinâmica, engenharia de sistemas de combustão, simulação de escoamentos de fluidos em dutos, e muitos outros campos relacionados à mecânica dos fluidos. Sendo de código aberto, ele permite que os usuários personalizem e estendam suas funcionalidades de acordo com suas necessidades específicas, tornando-o uma ferramenta flexível e poderosa para a análise e simulação de problemas de engenharia que envolvem fluidos.

3.4. Parâmetros de modelagem para o OpenFoam v.11

Como uma proposta de solução mais realística, para servir de referência e base de comparação, foi feita uma modelagem do perfil NACA4412 utilizando o solver *simpleFoam*¹ do pacote OpenFOAM v.11.

O solver *simpleFoam* (OPENFOAM,2023) é usado para um escoamento viscoso, incompressível, estacionário, isotérmico, de fase única e turbulento. Ele emprega o algoritmo SIMPLE (*Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equations*, em português Método semi-implícito para equações ligadas à pressão) para resolver as equações de Continuidade e momento. Nesta abordagem será utilizado o método k- ϵ para se resolver as equações para a energia cinética turbulenta k e a taxa de dissipação de energia turbulenta ϵ .

Para a análise foi utilizado o perfil NACA 4412, para os ângulos de -8° , 0° e 8° . As malhas foram criadas a partir do gerador de malha do próprio programa.

¹ Observação: o nome “*simpleFoam*” para o aplicativo utilizado foi descontinuado em algumas versões mais novas do OpenFOAM, mas utilizou-se aqui a nomenclatura mais antiga por questões históricas

3.4.1. simpleFoam

Após a escolha do perfil foram definidos os parâmetros presentes na tabela 3, em que os parâmetros k e ϵ foram calculados a partir dos parâmetros de velocidade do escoamento livre (U_∞), intensidade de turbulência (Tu) e tamanho de escala de turbulência (Tu_L). Esses parâmetros foram definidos considerando um túnel de vento bem dimensionado como por exemplo o de Özçakmak, et al (2018) e a escala de turbulência (Tu_L) como 2% do tamanho da corda do aerofólio. Assim seus valores estão distribuídos na Tabela 3.

Tabela 3 - Parâmetros de modelagem para o método $k-\epsilon$.

U_∞	Tu	Tu_L	k	ϵ
10 m/s ²	0.1%	0.02 m	$1,5 \cdot 10^{-4}$ J/kg	$8.26703 \cdot 10^{-6}$ J/kgs

Fonte: Do Autor.

Os parâmetros para as fronteiras da modelagem estão descritos nas Tabelas 4 e 5. A fronteira chamada “Wall” se refere às faces $\pm z$, e está definido como vazio (“empty”) para aproximar o problema para o caso bidimensional.

Tabela 4 - Condições de contorno nas fronteiras para velocidade e pressão.

	p	u
C_top(Extradorso)	type: zeroGradient	type: noSlip
C_bot (Intradorso)	type: zeroGradient	type: noSlip
Top	type: symmetry	type: symmetry
Bot	type: symmetry	type: symmetry
Inlet	type: zeroGradient	type: fixedValue; value: uniform (U_∞ 0 0)
Outlet	type : fixedValue; value: uniform 0	zeroGradient
Wall	type: empty	type: empty

Fonte: Do Autor.

Tabela 5 - Condições iniciais de contorno nas fronteiras para k , ϵ e ν .

	k	ϵ	ν
C_top(Extradorso)	type: kqRWallFunction; value: uniform k^*	type: epsilonWallFunction; value: uniform ϵ^*	type: nutkWallFunction; value: uniform 0
C_bot (Intradorso)	type: kqRWallFunction; value: uniform k^*	type: epsilonWallFunction; value: uniform ϵ^*	type: nutkWallFunction; value: uniform 0
Top	type: symmetry	type: symmetry	type: symmetry
Bot	type: symmetry	type: symmetry	type: symmetry
Inlet	type: kqRWallFunction; value: uniform k^*	type: epsilonWallFunction; value: uniform ϵ^*	type: nutkWallFunction; value: uniform 0
Outlet	type: zeroGradient	type: zeroGradient	type: calculated; value: uniform 0
Wall	type: empty	type: empty	type: empty

Fonte: Do Autor.

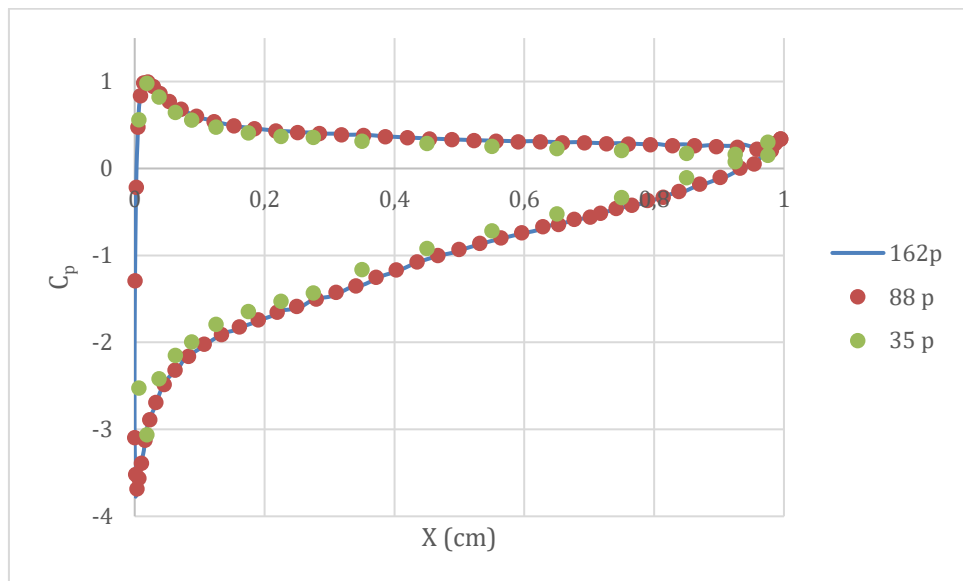
4. Resultados e Discussão

Primeiramente serão apresentados os resultados para a rotina computacional em Python desenvolvida. Na sequência, os resultados obtidos do XFRL5, *simpleFoam* e as respectivas comparações serão exibidas.

4.1. Método dos painéis

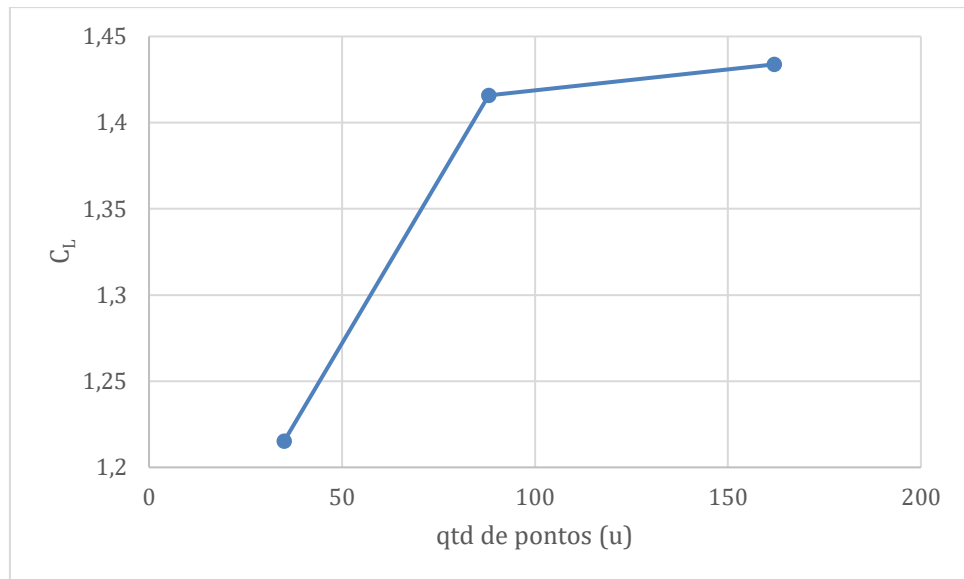
Para investigar a consistência física do código foi feita uma análise de convergência da malha. Para isso foram feitas as curvas de C_p para 3 malhas distintas, Figura 19, para avaliação geral das malhas. Na Figura 20 temos os dados de C_L para convergência da malha utilizados.

Figura 19 - Curvas de C_p para convergência de malha para o método dos painéis.



Fonte: Do Autor.

Figura 20 - Análise de convergência de malha para o método dos painéis.



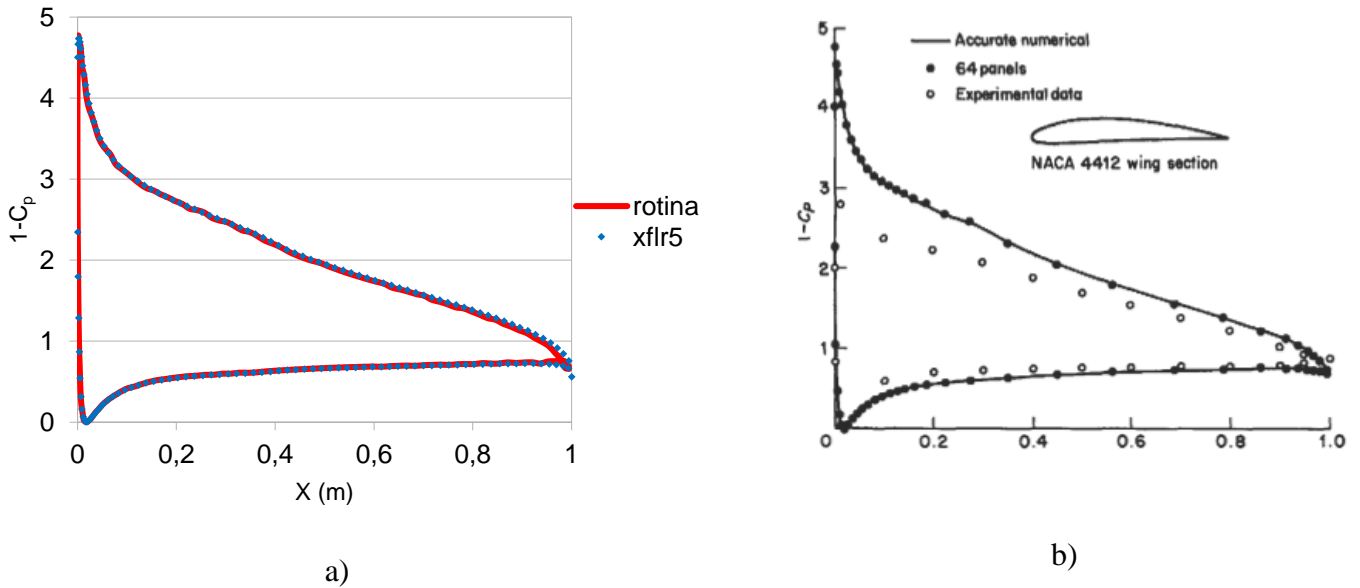
Fonte: Do Autor.

É possível perceber através da Figura 20, que conforme a quantidade de painéis aumenta, menor é a variação do parâmetro C_L , indicando que a modelagem está convergindo para um valor próximo a 1,45. Como o custo computacional para o cálculo de C_L para as 3 malhas foi a mesma, será utilizado para posteriores análises será utilizado a malha de 162 pontos.

4.1.1. Ângulo de 8°

A análise aerodinâmica começa com a investigação da distribuição de pressão em torno do perfil. A Figura 21a. representa as curvas obtidas pela rotina computacional em Python e o software XFLR5, enquanto a Figura 21b apresenta a curva de C_p levantada pela bibliografia de Houghton et al. (2003). Em todas essas análises foi utilizado o ângulo de ataque do perfil NACA 4412 como 8°.

Figura 21 - Curvas de C_p . a) À esquerda a Curva de $1 - C_p$ por corda calculada pela rotina computacional em Python e o software XFLR5. b) À direita Curva de $1 - C_p$ calculado por Houghton et al. (2003).

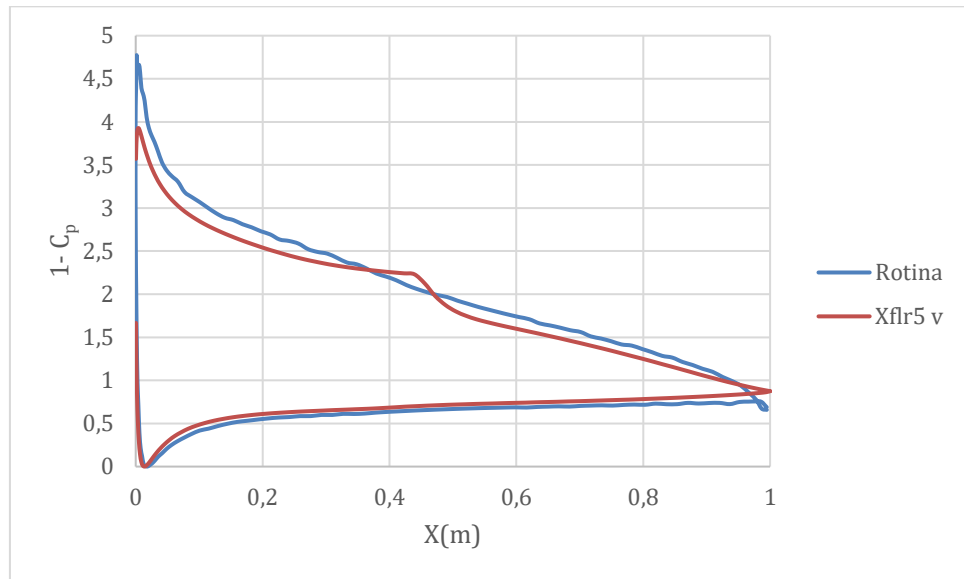


Fonte: a) Do Autor; b) HOUGHTON et al. (2006)

Ao se analisar os gráficos da Figura 21, é possível notar semelhanças nos diagramas. No bordo de ataque, se encontra um pico de pressão mais elevado, indicando uma região de maior sucção do fluido. Em seguida, ocorre um aumento gradual da pressão em direção à parte posterior do perfil. Pode-se perceber que não existe uma diferença notória entre as curvas apresentadas em 21(a) e 21(b), o que endossa o bom desempenho do método desenvolvido e na rotina escrita.

Na Figura 21 se encontram os resultados analíticos para o cálculo do coeficiente de pressão, e se percebe uma semelhança quase exata entre seus valores. Contudo, estes resultados são puramente para o escoamento potencial, desconsiderando a viscosidade do perfil. A contabilização de efeitos viscosos pelo software XFRL5, está na Figura 22, que compara com os resultados da rotina computacional em Python.

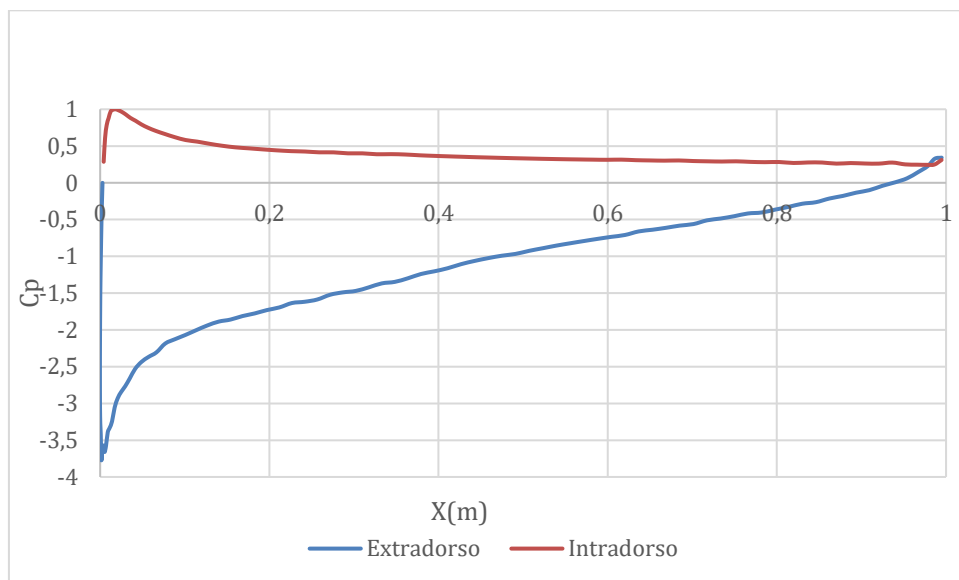
Figura 22 - Curva de $1-C_p$ calculada pela rotina computacional em Python sobreposta da curva de C_p com correção viscosa calculada pelo software XFLR5.



Fonte: Do Autor.

Ao analisarmos a Figura 22 percebe-se que os valores dos picos de pressão provenientes do software XFLR5, após a correção de viscosidade, são inferiores quando confrontados com os resultados calculados. É relevante compreender que o software XFLR5 incorpora uma correção analítica de atrito nos resultados do perfil. Diante disso, se percebe que, apesar das simplificações inerentes ao método potencial, escoamento incompressível e invíscido, ainda conseguimos obter resultados razoáveis para o escoamento. Por fim os resultados de C_p calculados estão na Figura 23.

Figura 23 - Curva de C_p calculada pela rotina, com divisão entre intradorso e extradorso.



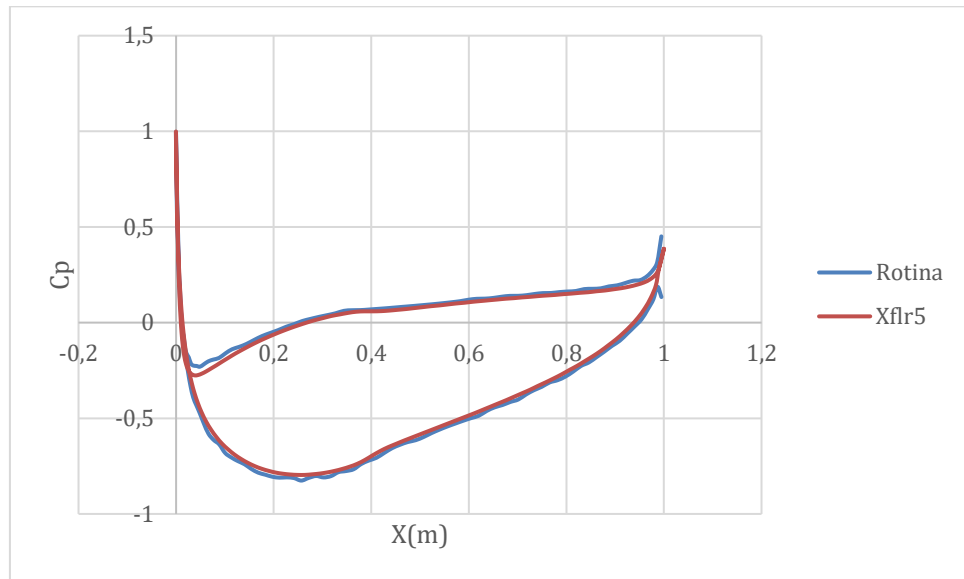
Fonte: Do Autor.

Ao examinar a Figura 23, é possível observar que a região do extradorso exibe um pico de pressão negativa no bordo de ataque, seguido por uma recuperação da pressão ao longo do bordo de fuga do perfil. Essa recuperação é tão eficaz que, eventualmente, a pressão torna-se positiva neste lado. Em contraste, o intradorso, ou a parte inferior do perfil, revela um pico de pressão positiva que se equipara à pressão de referência. A queda gradual dessa pressão ocorre de maneira menos pronunciada em comparação com a recuperação de pressão no bordo de fuga, eventualmente igualando-se à pressão do extradorso no final do bordo de fuga.

4.1.2. Ângulo de 0°

A Figura 24 representa as curvas obtidas pela rotina computacional em Python e o software XFLR5, sem a correção viscosa. Em todas essas análises foi utilizado o ângulo de ataque do perfil NACA 4412 com 0°

Figura 24 - Curva de C_p Calculadas pela rotina computacional em Python em comparação com o software XFLR5.

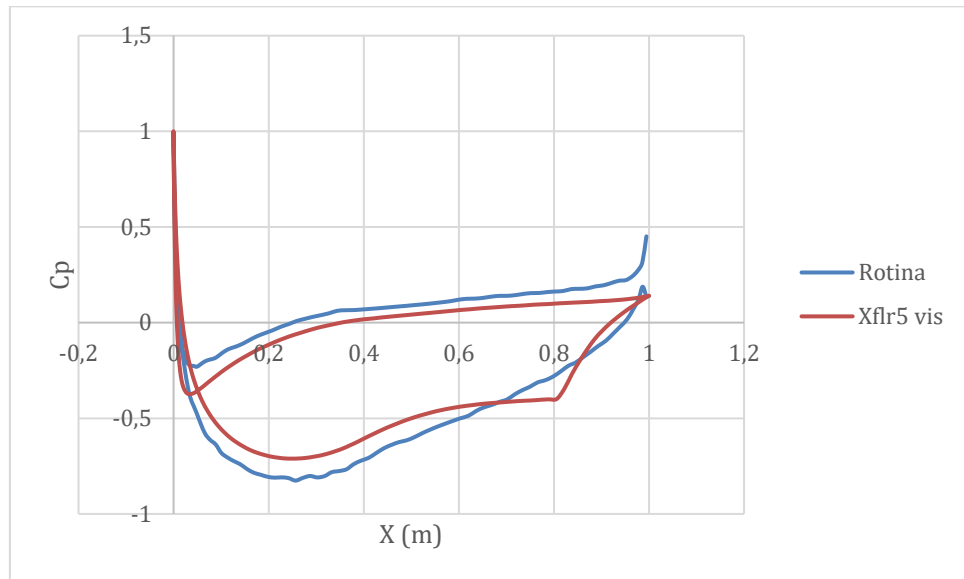


Fonte: Do Autor.

É possível perceber que para o ângulo de 0° se obtém valores muito menores de pressão. Novamente os valores do gráfico são muito próximos, e demonstra confiança para a rotina computacional em Python criada. Percebe-se que pelo gráfico, os valores começam no valor da pressão atmosférica, decaem para um valor próximo ao seu negativo e então se recuperam ao valor próximo de 0.

Na Figura 25 é possível comparar os resultados da rotina, com os resultados de correção para a modelagem viscosa.

Figura 25 - Curva de C_p calculada pela rotina computacional em Python sobreposta da curva de C_p com correção viscosa calculada pelo software XFLR5.



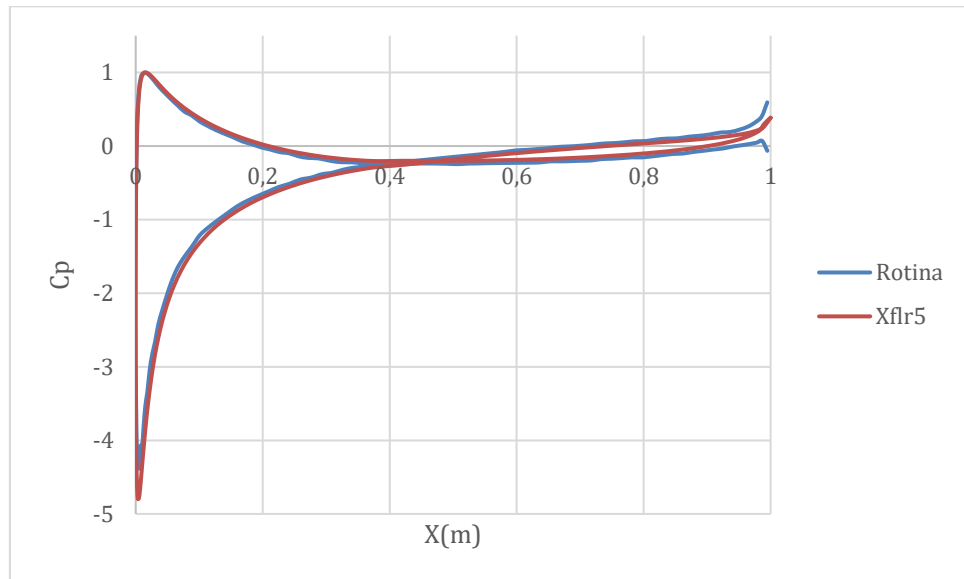
Fonte: Do Autor.

Ao se analisar a Figura 25 se percebe que os valores do pico de pressão provenientes do software XFLR5, após a correção de viscosidade, é o mesmo quando confrontado com o resultado da rotina. Isso ocorre pois o pico de pressão é o mesmo da pressão atmosférica, mostrando o ponto inicial de contato entre o fluido e o perfil. Se percebe que os outros valores da correlação viscosa são um pouco abaixo do modelo implementado. Mas, ainda é possível obter resultados aceitáveis e compreender o perfil de pressão ao longo do perfil através do modelo implementado.

4.1.3. Ângulo de -8°

A Figura 26 representa as curvas obtidas pelo modelo implementando e o software XFLR5. Em todas essas análises foi utilizado o ângulo de ataque do perfil NACA 4412 como -8° .

Figura 26 - Curva de C_p Calculadas pela rotina computacional em Python em comparação com o software XFLR5.

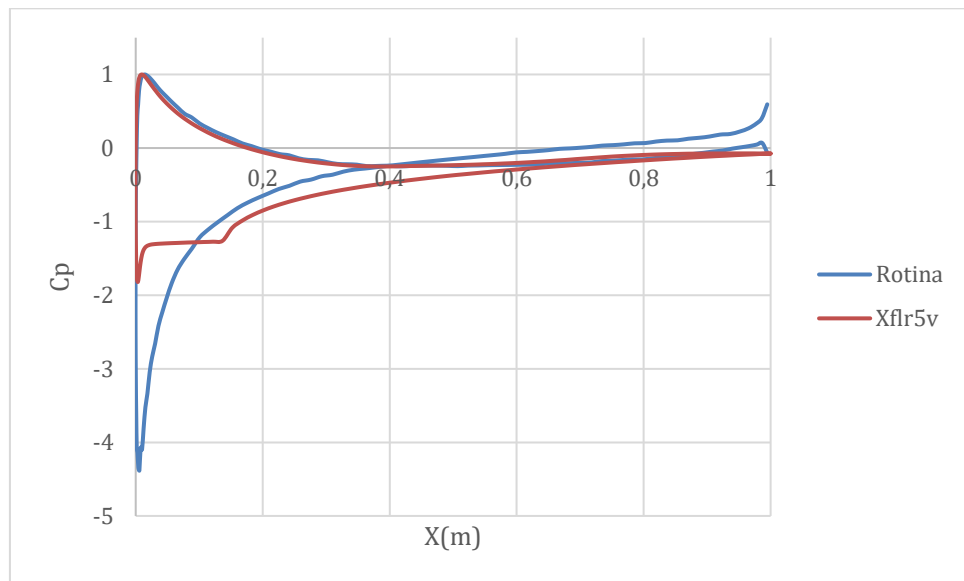


Fonte: Do Autor

Percebe-se que para o ângulo de -8° obtemos um pico de pressão negativa no bordo de entrada e então temos um aumento abrupto na pressão até um valor próximo de 0° , e ele permanece assim até o bordo de fuga. Novamente os valores implementados são muito próximos, e demonstra confiança para a rotina computacional em Python criada.

A seguir na Figura 27 podemos comparar os resultados da rotina, com os resultados de correção para a modelagem viscosa.

Figura 27 - Curva de C_p Calculadas pela rotina computacional em Python em comparação com o software XFLR5.



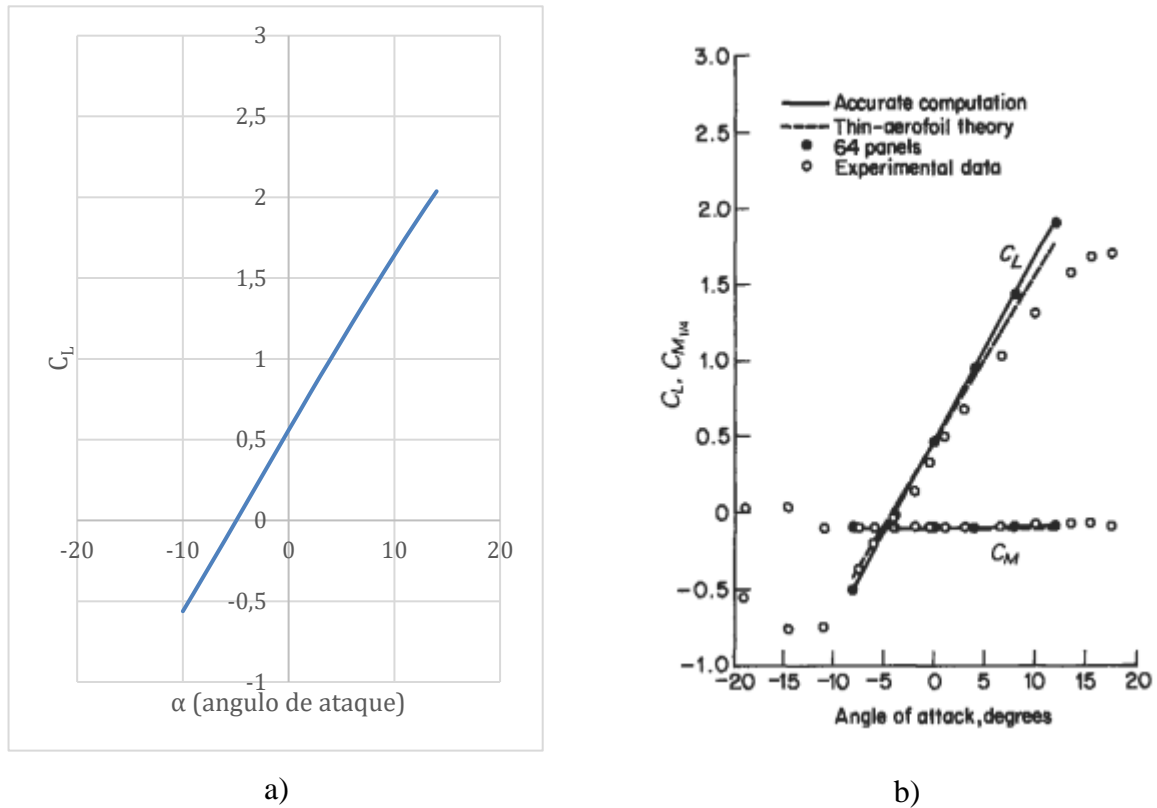
Fonte: Do Autor

Percebe-se que a correção viscosa para esse ângulo de ataque é bem expressiva. Ele não apresenta um pico muito baixo de pressão negativa se comparado a rotina computacional em Python e apresenta uma recuperação de pressão um pouco mais suave e próxima do valor de 0.

4.1.4. Coeficiente de sustentação (C_L)

Através de dados da rotina computacional em Python, foi possível obter os dados de coeficiente de sustentação, Figura 28(a) e novamente se consegue comparar com a bibliografia do Houghton et al. (2006), Figura 28(b). Podemos perceber que o gráfico da rotina calculada apresenta grande semelhança com os resultados da literatura. A reta começa em torno de -10° com um valor igual a $-0,5$ e tem um crescimento constante até cerca de 10° com um valor pouco maior que $1,5$.

Figura 28 - a) Curva de C_L por α para a rotina computacional em Python. b) Curva de C_L por α para a Houghton et. al (2006)



Fonte: a) Do Autor; b) Houghton et al. (2006).

Verifica-se também a rigidez do método numérico devido à não incorporação dos efeitos viscosos. Ou seja, a modelagem via escoamento potencial, superestima o cálculo dos respectivos coeficientes por não ter efeitos dissipativos, como evidenciado nos resultados experimentais na Figura 28(b).

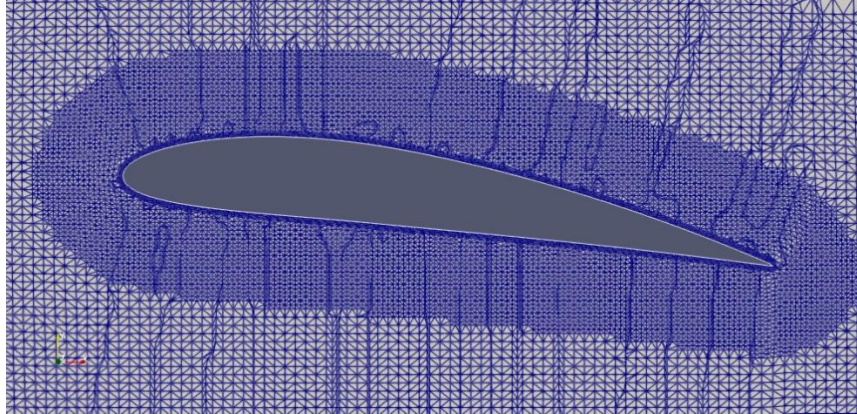
4.2. Análise em OpenFOAM

Para a realização das análises foi utilizado o OpenFoam v.11, com uma modelagem utilizando o solver *simpleFoam* para um escoamento viscoso, turbulento e incompressível. Para as análises foram utilizadas as malhas da Figura 29 para o ângulo de ataque 8° , a Figura 30 para o ângulo de ataque 0° e a Figura 31 para o ângulo de ataque -8° .

Essas malhas foram feitas com o malhador do tipo "wrapper" do pacote openFoam, denominado *snappyHexmesh*. O tamanho de célula a superfície do aerofólio é aproximadamente 0,0022m. As camadas de prisma, para modelar a camada limite, possuem 4 camadas com altura do primeiro elemento aproximada de 0,0018 m, e comprimento médio do

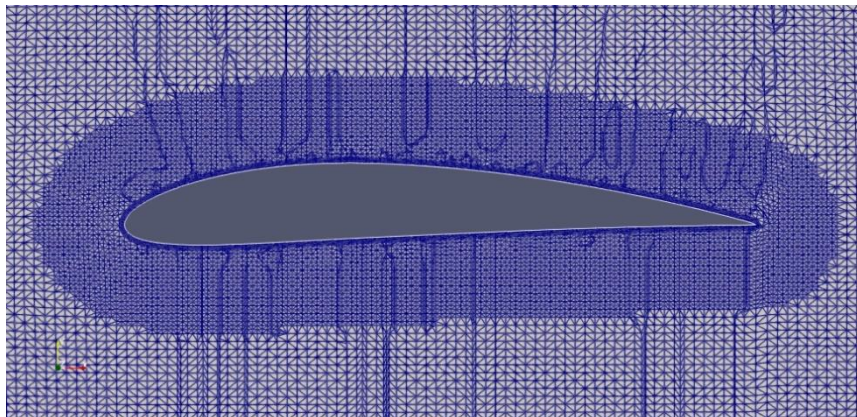
elemento no perfil de 0,00764m. As demais características numéricas das malhas estão presentes no Apêndice A – características das malhas.

Figura 29: Malha utilizada para análise de 8° do perfil NACA4412.



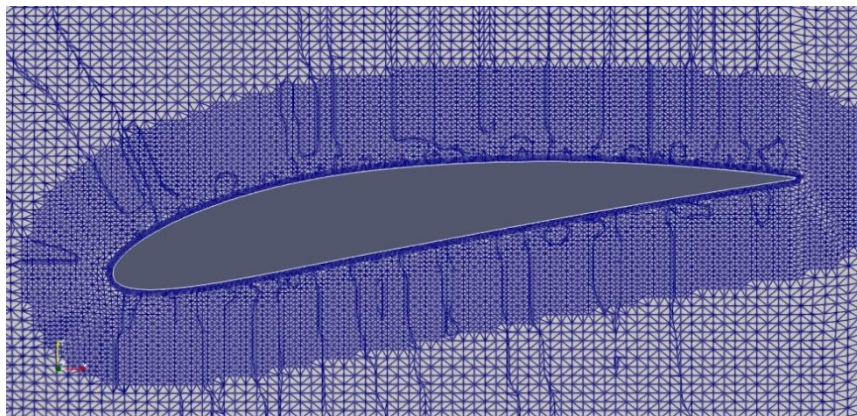
Fonte: Do Autor.

Figura 30- Malha utilizada para análise de 0° do perfil NACA4412.



Fonte: Do Autor.

Figura 31 - Malha utilizada para análise de -8° do perfil NACA4412.



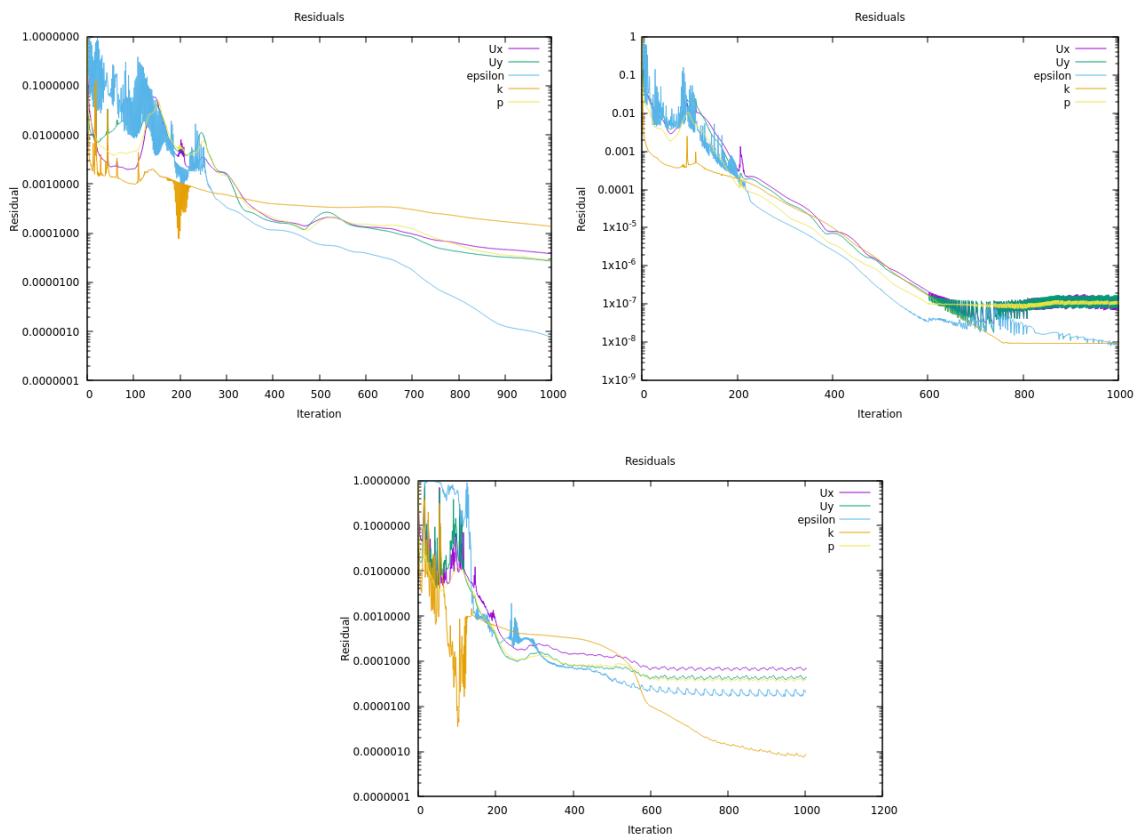
Fonte: Do Autor.

Todas as malhas foram criadas com uma densidade de elementos superior a do método dos painéis de forma a servir de referência para a comparação dos métodos.

4.2.1. simpleFoam

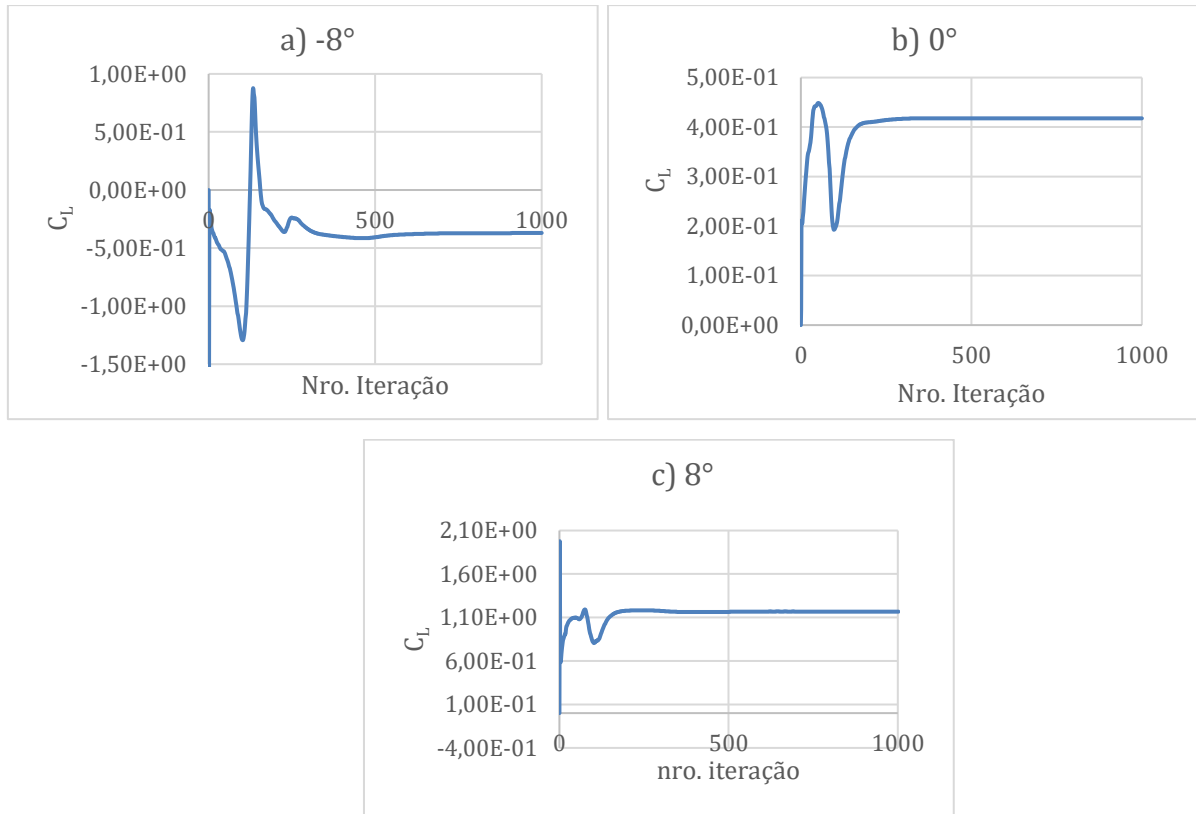
Para a análise usando o método de duas equações K- ϵ para a turbulência foram feitas para os ângulos de -8° , 0° e 8° do perfil NACA 4412. Para essas modelagens os resultados de convergência estão presentes para as velocidades U_x , U_y , k , ϵ e pressão na Figura 32. Para monitorar a convergência de modo mais efetivo, foi calculado e monitorado o coeficiente de sustentação (Figura 33).

Figura 32 - Valores de Convergência das velocidades na direção x (U_x), y(U_y), k , ϵ e pressão., para -8° , 0° e 8° respectivamente.



Fonte: Do Autor.

Figura 33 - Valores de Convergência para a variável C_L .



Fonte: Do Autor.

É possível perceber que os valores convergiram a partir de cerca de 800 iterações para os 3 ângulos, enquanto a variável monitorada C_L convergiu em menos de 400 iterações. Se observa que as velocidades nas direções x e y ainda possuem pequenas variações, mas os coeficientes de pressão, ϵ e k convergiram.

Para atestar a confiabilidade dos resultados, o valor médio da variável de parede y^+ , foi calculado. Os resultados médios foram encontrados pelo software, e estão dispostos na Tabela 8:

Tabela 6 - Resultados da variável de parede (y^+).

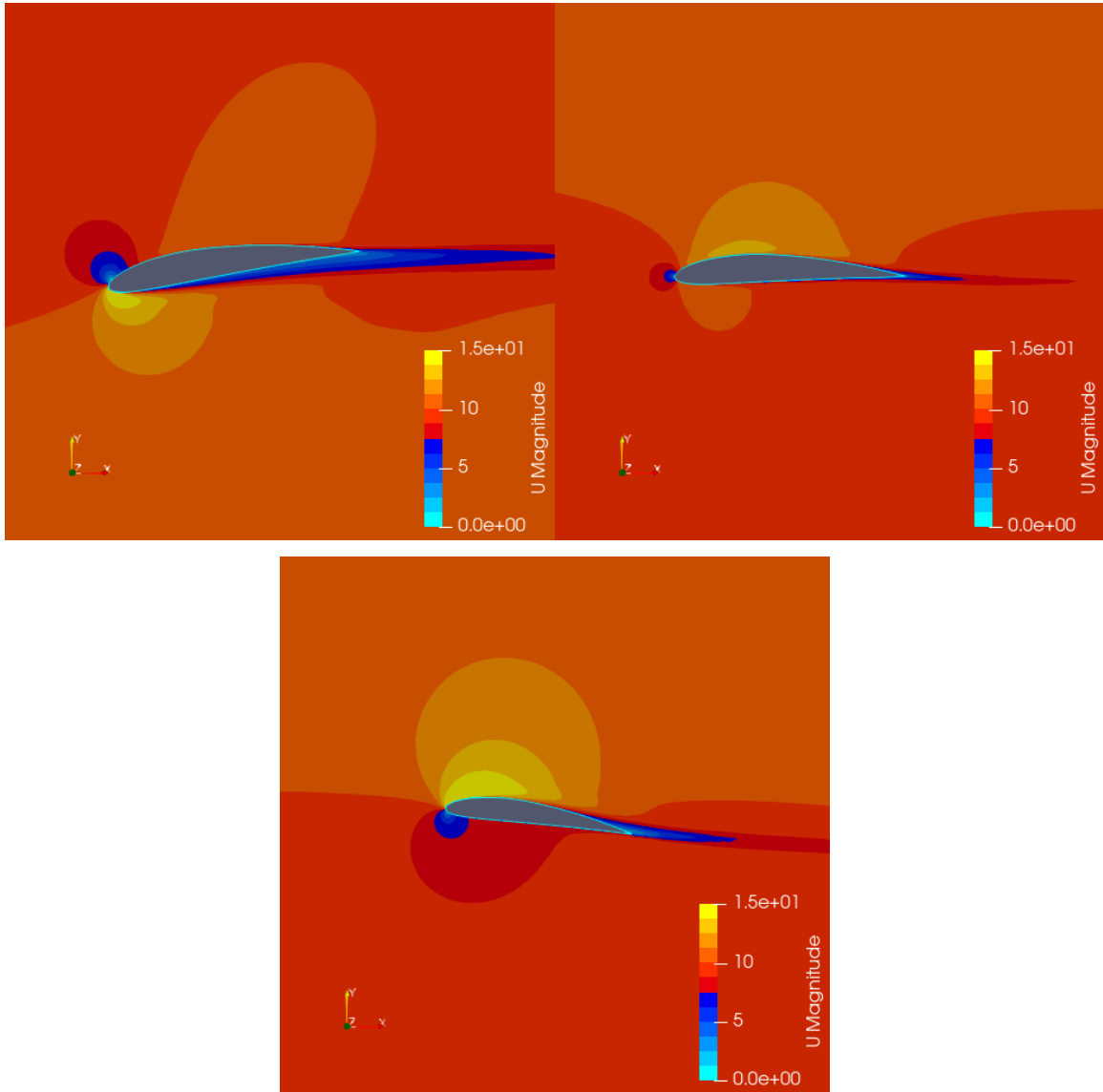
Ângulo de Ataque (α)	y^+ médio
-8	45.4601
0°	41.0715
8°	39.056

Fonte: Do Autor.

Como foram obtidos resultados de y^+ maior que 30 e menor que 500, podemos verificar que de fato, essa modelagem é para altos números de número de Reynolds e assim o método k- ϵ é aplicável.

Na Figura 34 se encontra os resultados de velocidade (na direção positiva do eixo x), e na Figura 35 os resultados de pressão para os ângulos de -8° , 0° e 8° respectivamente.

Figura 34 - Perfil de velocidades em m^2/s para os ângulos de -8° , 0° e 8° respectivamente.



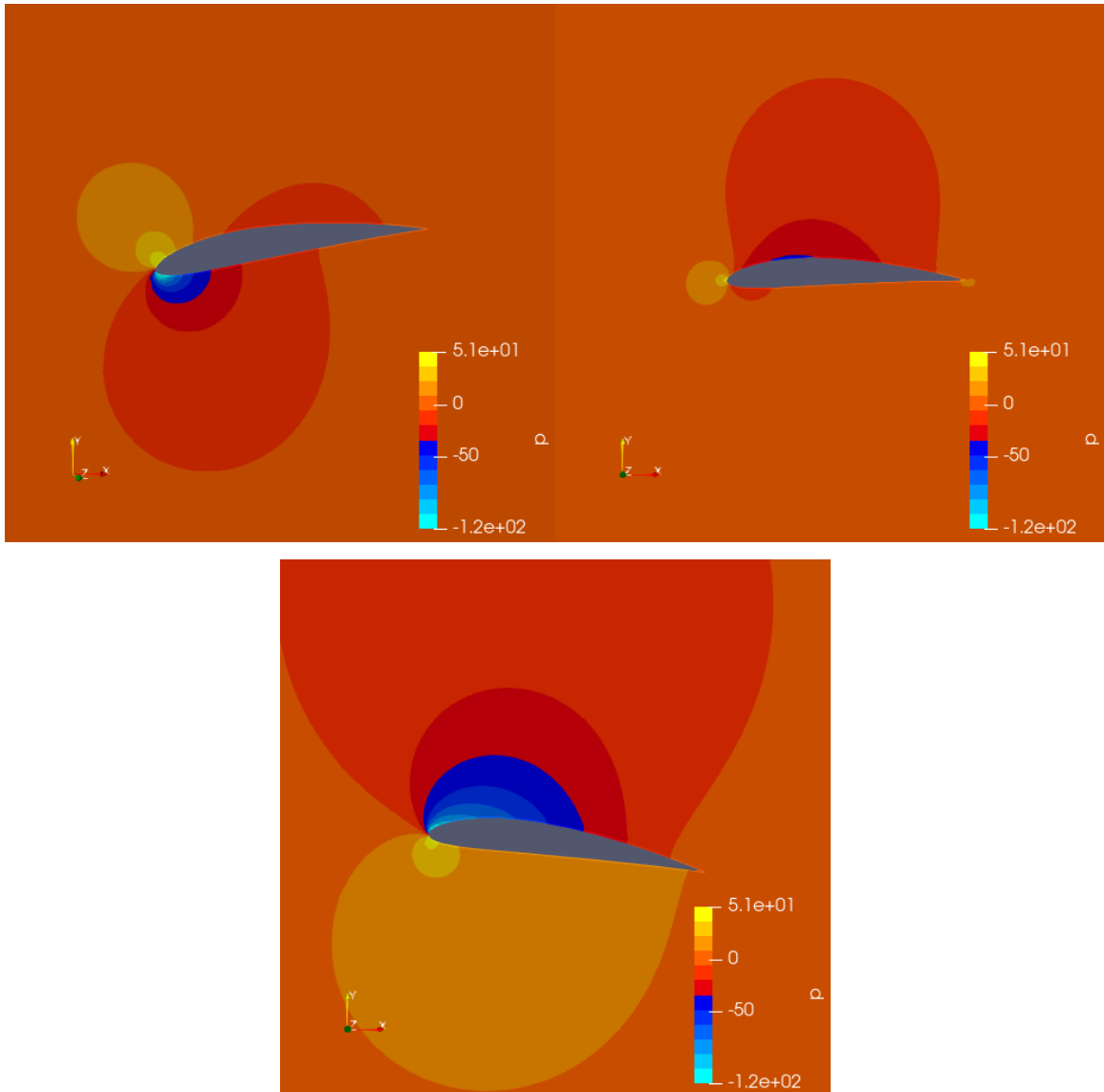
Fonte: Do Autor.

É possível perceber que com exceção do ângulo de ataque a -8° a velocidade no extradorso do perfil, é maior que a velocidade no intradorso. E se percebe que a velocidade máxima para os ângulos de 8° e 0° é maior na parte de maior espessura do perfil. Logo após se encontra uma diminuição da velocidade até o bordo de fuga do perfil, e uma velocidade menor que a do fluido nesse ponto. Já no extradorso, no bordo de entrada se encontra uma velocidade muito menor para o ângulo de -8° , enquanto a velocidade para o ângulo de 0° permanece

relativamente o mesmo. Enquanto para o ângulo de -8° ocorre o oposto, se encontra uma velocidade maior na parte do intradorso do perfil.

Na Figura 35, se encontra os gráficos de pressão.

Figura 35 - Perfil de pressão em m^2/s^2 para os ângulos de -8° , 0° e 8° respectivamente.



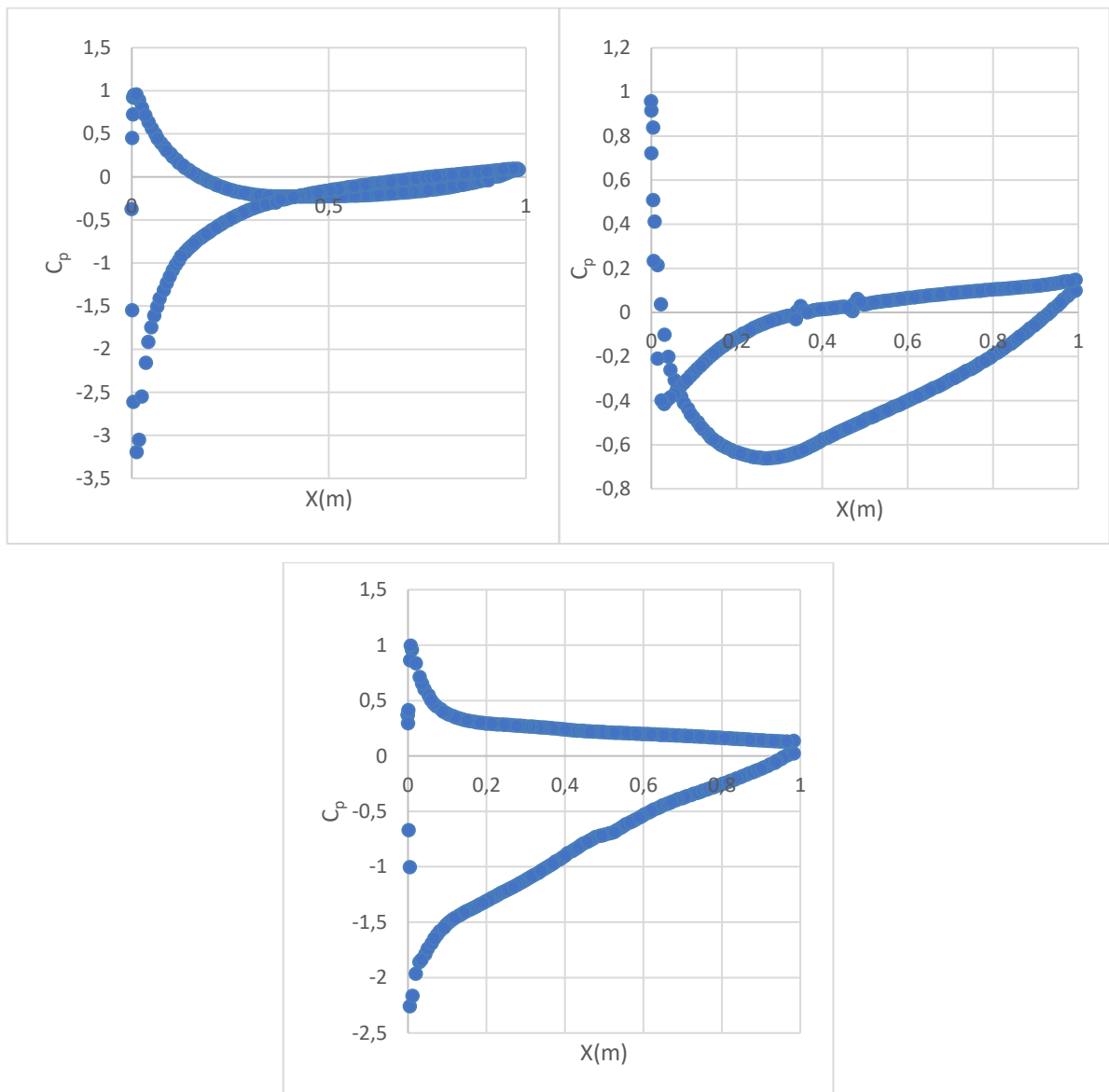
Fonte: Do Autor.

É possível perceber que o comportamento dos campos de pressão na Figura 35 são quase opostas ao perfil de velocidade. Isso é esperado devido ao princípio de Bernoulli, que diz dentro de um escoamento de fluido, se a velocidade de uma partícula em um fluido aumenta enquanto ele escoar ao longo de uma linha de corrente a pressão do fluido deve diminuir e vice versa (FOX, MCDONALD, PRITCHARD, 2014). Então, pode-se encontrar pressões mais baixas do bordo de entrada ao extradorso do perfil, e diminuindo gradativamente até o bordo de fuga.

Essa diminuição ocorre de forma mais gradativa no ângulo de 0° e mais abrupta no perfil de 8° . Enquanto para o ângulo de -8° , ocorre o contrário, surgindo uma pressão negativa no intradorso, e sugerindo uma geração de força negativa.

Além dos resultados de pressão e velocidade é possível extrair as curvas de coeficiente de pressão (C_p), que estão presentes na Figura 36.

Figura 36 - Gráficos de C_p , para o método k- ϵ para os ângulos de -8° , 0° e 8° .



Fonte: Do Autor.

É possível perceber que essas curvas se assemelham bastante às curvas obtidas pelo método potencial, principalmente no ângulo de ataque de 0° . Para o ângulo de -8° se verifica que a área da curva é muito menor, tendo um pico de pressão negativa de cerca de -3° no bordo de entrada, e uma recuperação muito rápida da pressão até um valor próximo de 0.

Destaca-se aqui, para o ângulo de 8° , que no bordo de ataque se identifica um pico de pressão negativo mais elevado, indicando uma região de maior sucção do fluido. É interessante notar que o valor do pico de pressão, embora continue elevado, é menor do que aqueles adquiridos pela rotina e o software XFLR5, inclusive para o resultado com correções viscosas. Isso se deve à viscosidade e ao desprendimento da camada limite.

3.4 Resultado comparativo

Para maior robustez de comparação entre os métodos, será utilizado o coeficiente de sustentação (C_L) como comparativo. Os valores de C_L para suas respectivas modelagens estão dispostos na tabela 7.

Tabela 7- Resultados de C_L .

Ângulo de ataque	Rotina	XFLR5	simpleFoam
-8°	-0,34233	-0,44768	-0,37067
0°	0,55627	0,42259	0,41777
8°	1,43382	1,24616	1,16876

Fonte: Do Autor.

Analisando a Tabela 8, percebemos que a rotina, teve uma maior diferença percentual, com uma média de 16% o que era esperado devido a seu resultado não possuir uma correção viscosa, enquanto o software XFLR5, possui uma média de 10% de diferença.

Tabela 8 - Resultados de C_L em porcentagem

Ângulo de ataque	Rotina	XFLR5
-8°	-8%	21%
0°	33%	1%
8°	23%	7%

Fonte: Do Autor.

5. Conclusão

Foram investigadas as metodologias via rotina computacional em Python, via software XFRL5 e o solver *simpleFoam* do pacote OpenFoam v11. O comparativo dos resultados se mostrou aceitável devido a natureza de suas modelagens e os objetivos foram cumpridos.

A rotina computacional em Python criada foi validada junto a bibliografia do Houghton et al. (2006) e o software XFLR5. De forma que se obteve resultados muito próximos para o escoamento potencial e se torna uma alternativa válida para os cálculos dos coeficientes. Os resultados da rotina se mostraram pouco maiores se comparados àqueles do software xflr5 com correção viscosa e aqueles resultados da modelagem de turbulência. Contudo, para fins puramente acadêmicos se mostra com bons resultados e fornece uma base para futuras implementações e melhorias.

A modelagem considerando efeitos viscosos e de turbulência via *simpleFoam*, se mostrou um bom referencial para validação e quantificação da representatividade das soluções analíticas via métodos dos painéis.

Por fim, conclui-se que o método dos painéis ainda é uma ferramenta muito poderosa na atualidade dado ao seu alto custo benefício de utilização, uma vez que as análises demoram segundos para serem executadas, frente a minutos ou horas para as modelagens via volumes finitos. Ademais, se recomenda também, sempre que possível, comparar os resultados a testes reais em túnel de vento, para se comprovar a eficácia das modelagens.

6. Referências

- CHANGCHUAN et al. "Static aeroelastic analysis of very flexible wings based on non-planar vortex lattice method". Chinese Journal of Aeronautics. Volume 26.2013
- COSTA, L. M. F. et al. "Influence of standard k- ϵ , SST κ - ω and LES turbulence models on the numerical assessment of a suspension bridge deck aerodynamic behavior". Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering. v. 44, n. 8, p. 350. 2022.
- COUTO, Mateus de Landa. Estudo Comparativo Entre O Método Vortex Lattice E Análise CFD Para a Obtenção De Carregamentos Aerodinâmicos. 2020.
- DEPERROIS, André. XFLR5. Analysis of foils and wings operating at low reynolds numbers. Guidelines for XFLR5. 2009.
- FOX, R. W., MCDONALD, A. T. e PRITCHARD, P. J. Introdução à Mecânica dos Fluidos. 8ª. Edição. LTC Editora. 2014.
- HANGAR 33. Disponível em: <<http://blog.hangar33.com.br/conheca-a-geometria-basica-de-uma-aeronave/>>. Acesso em 21 dez. 2023.
- HOUGHTON et al. Aerodynamics for Engineering Students. Butterworth Heinemann. Seventh Edition.2017.
- HOUGHTON et al. Aerodynamics for Engineering Students. Butterworth Heinemann. Fifth Edition.2003.
- KOTIKALPUDI et al. "Low Cost Development of a Nonlinear Simulation for a Flexible Uninhabited Air Vehicle." 2014 American Control Conference (2014): 2029-034. Web.
- LI, Ning et al. Numerical simulation of wind turbine wake based on extended k-epsilon turbulence model coupling with actuator disc considering nacelle and tower. IET Renewable Power Generation, v. 14, n. 18, p. 3834-3842, 2020.
- LI, Tian; QIN, Deng; ZHANG, Jiye. Effect of RANS turbulence model on aerodynamic behavior of trains in crosswind. Chinese Journal of Mechanical Engineering, v. 32, p. 1-12, 2019.

MURUA, Joseba; PALACIOS, Rafael; GRAHAM J. Michael R. Applications of the unsteady vortex-lattice method in aircraft aeroelasticity. Progress in Aerospace Sciences. 2012.

OPEM FOAM. Disponível em: <<https://www.openfoam.com/#>>. Acesso em 01 nov. 2023.

OPEM FOAM. Disponível em: <<https://doc.openfoam.com/2306/tools/processing/solvers/rtm/basic/potentialFoam/>>. Acesso em 15 dez. 2023.

OPEM FOAM. Disponível em: <<https://doc.openfoam.com/2306/tools/processing/solvers/rtm/incompressible/simpleFoam/>>. Acesso em 15 dez. 2023.

ÖZÇAKMAK, et al. Inflow Turbulence and Leading Edge Roughness Effects on Laminar-Turbulent Transition on NACA 63-418 Airfoil. Journal of Physics.2018.

PYTHON. Disponível em: <<https://www.python.org/about/>>. Acesso em 15 de Novembro de 2023.

VERSTEEG, H.K., MALALASEKERA, W. An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method. Pearson Education, Harlow. Second Edition.2007.

WHITE, Frank M. Mecânica dos fluidos. 6.ed. Rio de Janeiro: McGraw-Hill, 2010. 880p

WILCOX, David. Turbulence Modeling for CFD.Third Edition. 2006.

XFOIL. Disponível em: < <https://web.mit.edu/drela/Public/web/xfoil/>>.Acesso em 1 de dezembro de 2023.

APÊNDICE A – Características das malha

- Para Malha de -8°:

```
/*-----*\
===== /
|| / Field | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox
|| / Operation | Website: https://openfoam.org
|| / And | Version: 11
|| \ Manipulation |
\*-----*/

Build : 11-d5b4d966c3c5
Exec : checkMesh
Date : Dec 22 2023
Time : 05:15:22
Host : "nace-X555LF"
PID : 3541
I/O : uncollated
Case : /home/nace/OpenFOAM/SF/8dg
nProcs : 1
sigFpe : Enabling floating point exception trapping (FOAM_SIGFPE).
fileModificationChecking : Monitoring run-time modified files using timeStampMaster (fileModificationSkew 10)
allowSystemOperations : Allowing user-supplied system call operations
// *****//

Create time
Create polyMesh for time = 0
Time = 0s
Mesh stats
points: 468982
faces: 1307587
internal faces: 1228399
cells: 419676
faces per cell: 6.04272
boundary patches: 8
point zones: 0
face zones: 0
cell zones: 0

Overall number of cells of each type:
hexahedra: 411052
prisms: 1865
wedges: 2
pyramids: 0
tet wedges: 0
tetrahedra: 0
```

polyhedra: 6757

Breakdown of polyhedra by number of faces:

faces	number of cells
4	4
6	1340
7	87
8	6
9	4104
12	1188
15	24
18	4

Checking topology...

Boundary definition OK.

***Total number of faces on empty patches is not divisible by the number of cells in the mesh. Hence this mesh is not 1D or 2D.

Cell to face addressing OK.

Point usage OK.

Upper triangular ordering OK.

Face vertices OK.

Number of regions: 1 (OK).

Checking patch topology for multiply connected surfaces...

Patch	Faces	Points	Surface topology
Top	80	162	ok (non-closed singly connected)
Bot	80	162	ok (non-closed singly connected)
Inlet	80	162	ok (non-closed singly connected)
Outlet	80	162	ok (non-closed singly connected)
symFront	35360	36104	ok (non-closed singly connected)
symBack	35315	36066	ok (non-closed singly connected)
Chord_C_top	4032	4194	ok (non-closed singly connected)
Chord_C_bot	4161	4326	ok (non-closed singly connected)

Checking geometry...

Overall domain bounding box (-10 -8 -0.5) (10 8 0.5)

Mesh has 2 geometric (non-empty/wedge) directions (1 1 0)

Mesh has 2 solution (non-empty) directions (1 1 0)

***Number of edges not aligned with or perpendicular to non-empty directions: 522921

<<Writing 448744 points on non-aligned edges to set nonAlignedEdges

Boundary openness (5.49205e-18 2.29303e-18 -2.66097e-14) OK.

Max cell openness = 3.32977e-16 OK.

Max aspect ratio = 4.14944 OK.

Minimum face area = 2.47031e-06. Maximum face area = 0.250976. Face area magnitudes OK.

Min volume = 1.96757e-07. Max volume = 0.0504734. Total volume = 319.918. Cell volumes OK.

Mesh non-orthogonality Max: 68.2232 average: 8.3406

Non-orthogonality check OK.

Face pyramids OK.

Max skewness = 3.9894 OK.

Coupled point location match (average 0) OK.

End

- Para Malha de 0°:

```
/*-----*\
===== /
|| / Field | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox
|| / Operation | Website: https://openfoam.org
|| / And | Version: 11
|| \ Manipulation |
\*-----*/
Build : 11-d5b4d966c3c5
Exec : checkMesh
Date : Dec 22 2023
Time : 05:12:08
Host : "nace-X555LF"
PID : 3389
I/O : uncollated
Case : /home/nace/OpenFOAM/SF/0dg
nProcs : 1
sigFpe : Enabling floating point exception trapping (FOAM_SIGFPE).
fileModificationChecking : Monitoring run-time modified files using timeStampMaster (fileModificationSkew 10)
allowSystemOperations : Allowing user-supplied system call operations

// *****//

Create time

Create polyMesh for time = 0

Time = 0s

Mesh stats
points: 471221
faces: 1313982
internal faces: 1234476
cells: 421756
faces per cell: 6.04249
boundary patches: 8
point zones: 0
face zones: 0
cell zones: 0
```

Overall number of cells of each type:

hexahedra: 414000
prisms: 1246
wedges: 0
pyramids: 0
tet wedges: 0
tetrahedra: 0
polyhedra: 6510

Breakdown of polyhedra by number of faces:

faces	number of cells
4	2
6	1112
7	8
9	4400
12	976
15	12

Checking topology...

Boundary definition OK.

***Total number of faces on empty patches is not divisible by the number of cells in the mesh. Hence this mesh is not 1D or 2D.

Cell to face addressing OK.

Point usage OK.

Upper triangular ordering OK.

Face vertices OK.

Number of regions: 1 (OK).

Checking patch topology for multiply connected surfaces...

Patch	Faces	Points	Surface topology
Top	80	162	ok (non-closed singly connected)
Bot	80	162	ok (non-closed singly connected)
Inlet	80	162	ok (non-closed singly connected)
Outlet	80	162	ok (non-closed singly connected)
symFront	35446	36195	ok (non-closed singly connected)
symBack	35452	36203	ok (non-closed singly connected)
Chord_C_top	4096	4257	ok (non-closed singly connected)
Chord_C_bot	4192	4358	ok (non-closed singly connected)

Checking geometry...

Overall domain bounding box (-10 -8 -0.5) (10 8 0.5)

Mesh has 2 geometric (non-empty/wedge) directions (1 1 0)

Mesh has 2 solution (non-empty) directions (1 1 0)

***Number of edges not aligned with or perpendicular to non-empty directions: 484187

<<Writing 453183 points on non-aligned edges to set nonAlignedEdges

Boundary openness (1.55883e-17 -3.79098e-18 2.9357e-15) OK.

Max cell openness = 3.32637e-16 OK.
Max aspect ratio = 4.84901 OK.
Minimum face area = 4.42375e-06. Maximum face area = 0.251483. Face area magnitudes OK.
Min volume = 2.07286e-07. Max volume = 0.0503662. Total volume = 319.918. Cell volumes OK.
Mesh non-orthogonality Max: 62.3515 average: 8.18567
Non-orthogonality check OK.
Face pyramids OK.
Max skewness = 3.79472 OK.
Coupled point location match (average 0) OK.

End

- Para Malha de 8°:

```

/*-----*\
=====
|| / Field | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox
|| / Operation | Website: https://openfoam.org
|| / And | Version: 11
|| Manipulation |
\*-----*/

Build : 11-d5b4d966c3c5
Exec : checkMesh
Date : Dec 22 2023
Time : 05:15:22
Host : "nace-X555LF"
PID : 3541
I/O : uncollated
Case : /home/nace/OpenFOAM/SF/8dg
nProcs : 1
sigFpe : Enabling floating point exception trapping (FOAM_SIGFPE).
fileModificationChecking : Monitoring run-time modified files using timeStampMaster (fileModificationSkew 10)
allowSystemOperations : Allowing user-supplied system call operations

// *****//

Create time

Create polyMesh for time = 0

Time = 0s

Mesh stats
points: 468982
faces: 1307587
internal faces: 1228399

```

cells: 419676
faces per cell: 6.04272
boundary patches: 8
point zones: 0
face zones: 0
cell zones: 0

Overall number of cells of each type:

hexahedra: 411052
prisms: 1865
wedges: 2
pyramids: 0
tet wedges: 0
tetrahedra: 0
polyhedra: 6757

Breakdown of polyhedra by number of faces:

<i>faces</i>	<i>number of cells</i>
4	4
6	1340
7	87
8	6
9	4104
12	1188
15	24
18	4

Checking topology...

Boundary definition OK.

****Total number of faces on empty patches is not divisible by the number of cells in the mesh. Hence this mesh is not 1D or 2D.*

Cell to face addressing OK.

Point usage OK.

Upper triangular ordering OK.

Face vertices OK.

Number of regions: 1 (OK).

Checking patch topology for multiply connected surfaces...

<i>Patch</i>	<i>Faces</i>	<i>Points</i>	<i>Surface topology</i>
<i>Top</i>	80	162	<i>ok (non-closed singly connected)</i>
<i>Bot</i>	80	162	<i>ok (non-closed singly connected)</i>
<i>Inlet</i>	80	162	<i>ok (non-closed singly connected)</i>
<i>Outlet</i>	80	162	<i>ok (non-closed singly connected)</i>
<i>symFront</i>	35360	36104	<i>ok (non-closed singly connected)</i>
<i>symBack</i>	35315	36066	<i>ok (non-closed singly connected)</i>
<i>Chord_C_top</i>	4032	4194	<i>ok (non-closed singly connected)</i>

Chord_C_bot 4161 4326 ok (non-closed singly connected)

Checking geometry...

Overall domain bounding box (-10 -8 -0.5) (10 8 0.5)

Mesh has 2 geometric (non-empty/wedge) directions (1 1 0)

Mesh has 2 solution (non-empty) directions (1 1 0)

****Number of edges not aligned with or perpendicular to non-empty directions: 522921*

<<Writing 448744 points on non-aligned edges to set nonAlignedEdges

Boundary openness (5.49205e-18 2.29303e-18 -2.66097e-14) OK.

Max cell openness = 3.32977e-16 OK.

Max aspect ratio = 4.14944 OK.

Minimum face area = 2.47031e-06. Maximum face area = 0.250976. Face area magnitudes OK.

Min volume = 1.96757e-07. Max volume = 0.0504734. Total volume = 319.918. Cell volumes OK.

Mesh non-orthogonality Max: 68.2232 average: 8.3406

Non-orthogonality check OK.

Face pyramids OK.

Max skewness = 3.9894 OK.

Coupled point location match (average 0) OK.

End