



JOÃO PEDRO PEREIRA

**ANÁLISE COMPUTACIONAL PELO MÉTODO DOS
ELEMENTOS FINITOS DE UMA PONTE DE CONCRETO
ARMADO**

**LAVRAS – MG
2023**

JOÃO PEDRO PEREIRA

**ANÁLISE COMPUTACIONAL PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS DE
UMA PONTE DE CONCRETO ARMADO**

Monografia apresentada à
Universidade Federal de
Lavras, como parte das
exigências do Curso de
Engenharia Civil, para a
obtenção do título de
Bacharel.–

Prof. Dr. Wisner Coimbra de Paula
Orientador

**LAVRAS – MG
2023**

JOÃO PEDRO PEREIRA

**ANÁLISE COMPUTACIONAL PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS DE
UMA PONTE DE CONCRETO ARMADO**

**COMPUTACIONAL ANALYSIS BY THE FINITE ELEMENT METHOD OF A
REINFORCED CONCRETE BRIDGE**

Monografia apresentada à
Universidade Federal de
Lavras, como parte das
exigências do Curso de
Engenharia Civil, para a
obtenção do título de
Bacharel.

APROVADA em 14 de julho de 2023.
Dr. Wisner Coimbra de Paula, UFLA
Dr. Ígor José Mendes Lemes, UFLA
Dr. Rafael Santos de Moraes, UFLA

Prof. Dr. Wisner Coimbra de Paula
Orientador

**LAVRAS – MG
2023**

*Dedico este trabalho à minha família, meus amigos
e a todos que contribuíram tanto para minha
formação pessoal e profissional.*

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço a Deus por ser tão maravilhoso em minha vida e me permitir realizar meu sonho.

Aos meus pais, João Gualberto e Laura, pelo incentivo, por possibilitar, por acreditar e pelo carinho.

Aos meus irmãos, João Vítor e João Lucas, pelo companheirismo.

À minha namorada, Carla, por todo incentivo, ajuda, amor e companheirismo.

À Universidade Federal de Lavras, especialmente a todos professores do Departamento de Engenharia.

À FAPEMIG, pela concessão da bolsa de pesquisa

MUITO OBRIGADO!

RESUMO

Desde os primórdios, sempre houve o desafio das pessoas superarem obstáculos geográficos para sua locomoção, como rios, sendo necessária a construção de pontes. Com a evolução da tecnologia, a resolução de problemas de Engenharia tem se tornado cada vez mais fácil, utilizando-se de vários métodos numéricos, tal como o Método de Elementos Finitos (MEF). Ele torna possível modelar estruturas de geometrias complexas e encontrar os respectivos esforços ocorrentes nela. O objetivo deste trabalho foi a análise estrutural de uma ponte de concreto armado, baseada no livro de MARCHETTI (2008), a qual possui duas longarinas, cinco transversinas e lajes. A análise foi feita no *software* ANSYS[®], que utiliza o Método dos Elementos Finitos para resolução de problemas. Utilizou-se o modo APDL (*ANSYS Parametric Design Language*), que consiste em uma linguagem própria de programação. As lajes da ponte foram analisadas pelo método da analogia de grelha, o qual representa as lajes como um conjunto de barras coplanares rigidamente ligadas entre si. Esse estudo considera, além da representação das lajes por analogia de grelha, as suas propriedades geométricas e os materiais de sua composição. Para esse modelo de ponte estudado foram realizadas duas análises, uma considerando apenas a influência das cargas permanentes e outra a respeito das cargas móveis posicionadas em determinadas seções da ponte. Na primeira análise, encontrou-se um esforço cortante máximo, positivo, de 621,05 kN e um momento fletor máximo, positivo, de 3060 kN.m. Fazendo a comparação entre os valores com MARCHETTI (2008), há uma diferença de 8,53% nos esforços cortantes e 3,21% nos momentos fletores. Já na análise das cargas móveis, obteve-se um momento fletor, máximo, negativo, de 942,85 kN.m, na primeira seção estudada da ponte. Na outra seção analisada da ponte, encontrou-se um momento fletor máximo, positivo, de 3630 kN.m e também um momento fletor máximo, negativo, de 711,51 kN.m. Quando comparados estes valores obtidos na análise das cargas móveis com MARCHETTI (2008), verificaram-se as diferenças de 25,76% no momento fletor negativo na primeira seção estudada e de 1,15% e 3,13% nos momentos fletores positivo e negativo, respectivamente, na outra seção. Conclui-se que os valores obtidos na simulação numérica foram satisfatórios na maioria das análises, se comparados com os valores da bibliografia de referência, apresentando maiores divergências nos momentos fletores negativos quando consideradas apenas cargas permanentes e também na primeira seção estudada, à respeito das cargas móveis.

Palavras-Chave: ANSYS. Analogia de Grelha. Cargas Permanentes. Cargas Móveis. APDL.

LISTA DE FIGURAS

PRIMEIRA PARTE

Figura 1 – Ponte de madeira.....	11
Figura 2 – Representação de uma ponte.....	12
Figura 3 – Deslocamento de uma ponte obtido pelo <i>software</i> ANSYS®	12

SEGUNDA PARTE

Figura 1 – Representação de uma ponte.....	18
Figura 2 – Corte longitudinal da ponte, em metros.....	19
Figura 3 – Planta baixa representando metade da ponte, em metros.....	20
Figura 4 – Representação da ponte via analogia de grelha no <i>software</i> AutoCAD®	21
Figura 5 – Representação do elemento BEAM44.....	21
Figura 6 – Carregamento nos nós (P) e carregamento distribuído (q).....	23
Figura 7 – Área de influência em metros quadrados e comprimento (L) em metros de uma barra da grelha através do <i>software</i> AutoCAD®	23
Figura 8 - Dimensões do trem-tipo, em metros.....	25
Figura 9 - Distribuição dos esforços na seção transversal da ponte, em centímetros.....	26
Figura 10 - Seção 1 da ponte, em metros.....	27
Figura 11 - Seção 6 da ponte, em metros.....	27
Figura 12 - Representação da seção 1 da ponte no <i>software</i> AutoCAD®, em metros.....	28
Figura 13 - Representação da seção 6 da ponte no <i>software</i> AutoCAD®, em metros.....	28
Figura 14 – Vista superior da estrutura da ponte modelada no <i>software</i> ANSYS®	30
Figura 15 – Vista inferior da estrutura da ponte modelada no <i>software</i> ANSYS®	30
Figura 16 – Esforços cortantes devidos às cargas permanentes considerando a inércia à torção integral da seção transversal, em N.....	32
Figura 17 – Momentos fletores devidos às cargas permanentes considerando a inércia à torção integral da seção transversal, em N.m.....	32
Figura 18 – Momentos fletores devidos às cargas móveis na seção 1, considerando a inércia à torção integral da seção transversal, em N.m.....	34
Figura 19 – Momento fletor positivo devido às cargas móveis na seção 6, considerando 5% de inércia à torção da seção transversal, em N.m.....	36
Figura 20 – Momento fletor negativo devido às cargas móveis na seção 6, considerando 5% de inércia à torção da seção transversal, em N.m.....	36

LISTA –DE TABELAS

SEGUNDA PARTE

Tabela 1 – Vigas da ponte e suas respectivas dimensões.....	20
Tabela 2 – Peso específico dos materiais em kg/m ³	22
Tabela 3 - Cargas atuantes de acordo com a classificação da ponte.....	24
Tabela 4 - Características dos trens-tipo.....	25
Tabela 5 – Comparação dos resultados obtidos com Marchetti (2008).....	31
Tabela 6 – Comparação dos resultados de cargas móveis na seção 1 com Marchetti (2008).....	33
Tabela 7 – Comparação dos resultados de cargas móveis na seção 6 com Marchetti (2008).....	35

SUMÁRIO

PRIMEIRA PARTE.....	10
RESUMO GERAL.....	10
1. INTRODUÇÃO.....	11
2. REFERENCIAL TEÓRICO.....	13
3. CONSIDERAÇÕES GERAIS.....	14
4. REFERÊNCIAS.....	14
SEGUNDA PARTE.....	15
Artigo 1 - ANÁLISE COMPUTACIONAL PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS DE UMA PONTE DE CONCRETO ARMADO.....	15

PRIMEIRA PARTE

RESUMO GERAL

O presente estudo teve como objetivo realizar uma análise estrutural utilizando o Método dos Elementos Finitos (MEF) aplicado a uma ponte de concreto armado, cujo modelo é baseado na obra de referência de MARCHETTI (2008). A referida ponte é composta por duas longarinas, cinco transversinas e lajes. A análise foi conduzida por meio do software ANSYS®, que utiliza o MEF para avaliar os esforços internos na estrutura. No ANSYS®, empregou-se o modo APDL (ANSYS Parametric Design Language), uma linguagem de programação própria do software. As lajes da ponte foram analisadas utilizando o método da analogia de grelha, que representa as lajes como um conjunto de barras coplanares rigidamente conectadas entre si. Esse estudo considerou, além da representação das lajes por meio da analogia de grelha, as suas propriedades geométricas e os materiais utilizados em sua composição. Para o modelo de ponte analisado foram obtidos resultados satisfatórios ao considerar apenas as cargas permanentes, bem como as cargas móveis aplicadas em duas seções específicas, quando comparados aos valores encontrados na bibliografia de referência. O artigo "Análise computacional pelo Método dos Elementos Finitos de uma ponte de concreto armado" foi submetido ao 64º Congresso Brasileiro de Concreto - 2023 do IBRACON, onde foram apresentados de forma detalhada os resultados obtidos na análise estrutural da ponte, comparando-os com os valores obtidos por MARCHETTI (2008).

1 INTRODUÇÃO

Ao longo da história, a humanidade sempre enfrentou o desafio de superar barreiras geográficas para a locomoção e outras atividades diárias. Esses obstáculos geralmente eram rios, riachos ou vales e, para superá-los, foram necessárias a construção de pontes. Nas antigas civilizações, as pontes mais comuns eram feitas de pedra ou madeira, conforme ilustrado na Figura 1.

Figura 1 – Ponte de madeira.

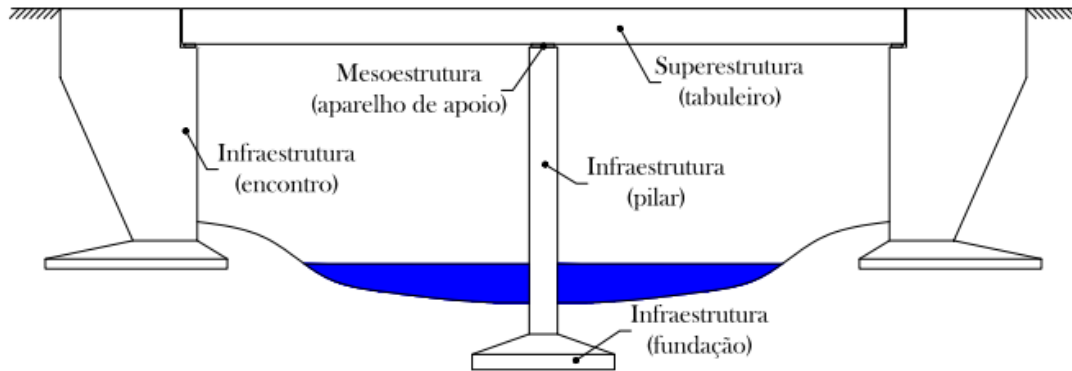


Fonte: USP (2006).

Segundo Marchetti (2008), denomina-se ponte a obra destinada a permitir a transposição de obstáculos, a continuidade de uma via de comunicação qualquer. Os obstáculos podem ser: rios, braços de mar, vales profundos, outras vias, etc. Propriamente, denomina-se ponte quando o obstáculo transposto é um rio. Denomina-se viaduto quando o obstáculo transposto é um vale ou outra via. Quando se tem um curso d'água de grandes dimensões, a ponte necessita de uma parte externa antes de atravessar o curso d'água. Essa parte em seco é denominada de viaduto de acesso.

Uma ponte, segundo o mesmo autor, pode ser dividida em três partes: infraestrutura, mesoestrutura e superestrutura, conforme Figura 2. A infraestrutura corresponde aos elementos que irão se apoiar no terreno, no caso rocha ou solo, como estacas, sapatas, tubulões, entre outros. A mesoestrutura corresponde aos pilares e aparelhos de apoios e encontros. Já a superestrutura é composta pelas vigas e lajes, sendo considerada a parte útil da obra.

Figura 2 – Representação de uma ponte.

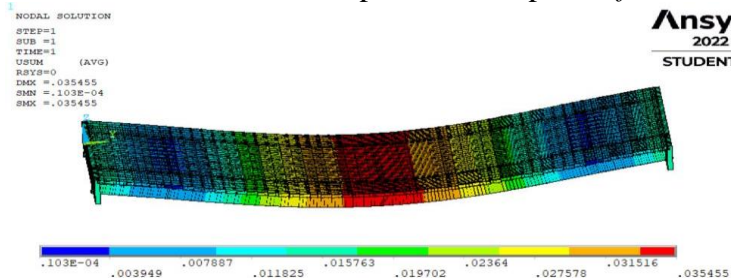


Fonte: CAVALCANTE (2019).

Ainda, segundo Marchetti (2008), uma ponte deve possuir alguns requisitos básicos como: funcionalidade, satisfazendo todas exigências de locomoção e tráfego; segurança, em que os materiais constituintes da ponte sejam solicitados por uma carga menor que a admissível, evitando rupturas; estética, devendo ser harmônica com o ambiente e apresentar uma arquitetura agradável; economia, compondo-se de várias cotações e diversas soluções de engenharia, de forma a se ter o menor gasto possível e; durabilidade, em que a ponte deve atender às exigências de uso pelo tempo determinado.

Para assegurar o cumprimento dos requisitos de uma ponte, é essencial considerar as deformações e os esforços, especialmente os provenientes de ações diretas, como peso próprio, cargas móveis, vento, entre outros. Graças à crescente evolução da tecnologia e da informática, a solução de problemas de engenharia tem se tornado cada vez mais fácil por meio de diversos métodos numéricos.

Particularmente, com a utilização do Método de Elementos Finitos (MEF), que é o método utilizado neste trabalho via *software* ANSYS®, é possível modelar estruturas de geometrias complexas e determinar os esforços solicitantes, como esforço cortante, momento fletor e momento torçor, deslocamentos, entre outros, conforme Figura 3.

Figura 3 – Deslocamento de uma ponte obtido pelo *software* ANSYS®.

Fonte: Autoria própria (2023).

2 REFERENCIAL TEÓRICO

As pontes são estruturas amplamente utilizadas na engenharia civil devido à sua grande resistência, durabilidade e versatilidade, existindo diversos tipos de pontes, cada um possuindo características estruturais e aplicações específicas, dependendo das condições do local, o tamanho dos vãos a serem vencidos e exigências de projeto.

Uma ponte pode ser classificada segundo o sistema estrutural da sua superestrutura, como: pontes em laje, que é um sistema que não há presença de vigas para apoiar as lajes; pontes em vigas, que é um sistema composto por longarinas com ou sem transversinas, sendo um suporte para lajes que receberão os carregamentos; pontes em pórtico, que apresentam ligações rígidas ou semirrígidas entre as partes do tabuleiro e dos pilares ou paredes dos encontros; pontes em quadro rígido, em que as vigas e pilares estão engastados entre si, permitindo que os pilares tenham menor seção transversal para combater grandes alturas; pontes em arcos, podendo esses arcos serem posicionados na parte superior, inferior ou intermediária, que geralmente são utilizadas quando há necessidade de transpor um obstáculo geográfico, como rios; pontes pênséis, que é um sistema estrutural no qual o tabuleiro é pendurado por cabos de aço, ou seja, a estrutura da ponte consiste em torres de ancoragem ligadas por um cabo parabólico; pontes estaiadas, também denominadas pontes atirantadas, são quando o tabuleiro da ponte e a torre de sustentação são ligados diretamente através dos cabos do aço.

Para o presente trabalho, utilizou-se como modelo a ponte apresentada no livro intitulado “Pontes de Concreto Armado”, de autoria de Osvaldemar Marchetti (2008), a qual possui duas longarinas, cinco transversinas e seis lajes. As lajes da ponte foram representadas pelo método da analogia de grelha, que consiste em representar a estrutura por meio de barras coplanares rigidamente ligadas entre si e solicitadas por carregamento perpendicular ao plano da estrutura, permitindo avaliar de maneira eficiente os esforços atuantes. Este método é amplamente utilizado na engenharia para projetar e analisar estruturas com base em métodos numéricos, como o Método dos Elementos Finitos (MEF).

A análise estrutural da ponte foi realizada no *software* ANSYS[®], via Método dos Elementos Finitos. Nele, utilizou-se o modo APDL (*ANSYS Parametric Design Language*), que consiste na linguagem de programação própria do programa, o qual, em conjunto com o método da analogia de grelha, facilitou bastante a modelagem da geometria da ponte. No *software* foi necessário a criação do modelo da ponte, a escolha dos materiais e suas respectivas propriedades, a aplicação das cargas, dos apoios, para que, dessa forma, fossem obtidos os esforços atuantes.

O presente trabalho consistiu na análise estrutural em duas etapas. A primeira avaliou os esforços ocorrentes levando em consideração somente as cargas permanentes, já a segunda foi a respeito das cargas móveis. Para a definição das cargas permanentes atuantes na ponte, como o peso próprio, levou-se em conta os materiais constituintes da ponte, sendo que as longarinas e transversinas são de concreto armado e as vigas que compõem a grelha da laje são de concreto armado com revestimento asfáltico na face superior. Em relação às cargas móveis, foram realizadas análises em duas seções da ponte, 1 e 6, respectivamente, as quais serão discutidas na segunda parte deste trabalho.

3 CONSIDERAÇÕES GERAIS

Por meio do Método dos Elementos Finitos, via ANSYS[®], foi possível modelar e simular o comportamento estrutural da ponte, levando em consideração as propriedades dos materiais presentes, a geometria da ponte e as cargas aplicadas, tanto as permanentes quanto as móveis.

Este trabalho foi dividido em duas partes distintas. A primeira parte fornece uma introdução abrangente sobre pontes, o Método dos Elementos Finitos e a fundamentação teórica relacionada. A segunda parte consiste em um artigo que explora detalhadamente a metodologia utilizada, seguido pelos resultados e discussões da análise estrutural da ponte, comparados com os resultados de Marchetti (2008).

Os resultados da segunda parte demonstraram que a análise estrutural da ponte, realizada através do *software* ANSYS[®], foi satisfatória em comparação com os valores obtidos por Marchetti (2008), havendo poucas diferenças na análise considerando apenas as cargas permanentes e também das cargas móveis.

4 REFERÊNCIAS

- MARCHETTI, O. Pontes de Concreto Armado. 1ª Edição. Editora Blücher, 2008.
- USP. Manual de Pontes de Madeira. Universidade de São Paulo, São Carlos. Julho de 2006.
- CAVALCANTE, G. H. F. Pontes em concreto armado: análise e dimensionamento. São Paulo. Editora Blücher, 2019.

SEGUNDA PARTE**Artigo 1 - ANÁLISE COMPUTACIONAL PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS DE UMA PONTE DE CONCRETO ARMADO**

O artigo foi submetido ao IBRACON 64º Congresso Brasileiro de Concreto - 2023 (64CBC0958).

ANÁLISE COMPUTACIONAL PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS DE UMA PONTE DE CONCRETO ARMADO

COMPUTACIONAL ANALYSIS BY THE FINITE ELEMENT METHOD OF A REINFORCED CONCRETE BRIDGE

João Pedro Pereira (1); Wisner Coimbra de Paula (2); Igor José Mendes Lemes (2); Joelma Rezende Durão Pereira (2).

(1) Estudante, Universidade Federal de Lavras.

(2) Professor Doutor, Departamento de Engenharia, Universidade Federal de Lavras.

RESUMO

Desde os primórdios, sempre houve o desafio das pessoas superarem obstáculos geográficos para sua locomoção, como rios, sendo necessária a construção de pontes. Com a evolução da tecnologia, a resolução de problemas de Engenharia tem se tornado cada vez mais fácil, utilizando-se de vários métodos numéricos, tais como o Método de Elementos Finitos (MEF). Ele torna possível modelar estruturas de geometrias complexas e encontrar os respectivos esforços ocorrentes nela. O objetivo deste trabalho foi a análise estrutural de uma ponte de concreto armado, baseada no livro de MARCHETTI (2008), a qual possui duas longarinas, cinco transversinas e lajes. A análise foi feita em um *software* ANSYS, que utiliza o MEF para resolução de problemas. Utilizou-se o modo APDL (*ANSYS Parametric Design Language*), que consiste em uma linguagem própria de programação. As lajes da ponte foram analisadas pelo método da analogia de grelha, em que representa as lajes como um conjunto de barras coplanares rigidamente ligadas entre si. Esse estudo considera, além da representação das lajes por analogia de grelha, as suas propriedades geométricas e os materiais de sua composição. Para esse modelo de ponte estudado, encontraram-se valores satisfatórios quando consideradas apenas as cargas permanentes, tanto para o esforço cortante quanto os momentos fletores, se comparados com os valores da bibliografia de referência. Outra análise feita foi com relação às cargas móveis posicionadas em determinadas seções da ponte, obtendo resultados um pouco mais distintos se comparados com a literatura de referência, os quais serão analisados mais profundamente no decorrer deste trabalho.

Palavras-Chave: ANSYS. Analogia de Grelha. Cargas Permanentes. Cargas Móveis. APDL.

ABSTRACT

Since ancient times, there has always been the challenge of overcoming geographical obstacles for people's mobility, such as rivers, which required the construction of bridges. With the advancement of technology, solving engineering problems has become increasingly easier by using various numerical methods, such as the Finite Element Method (FEM), which allows modeling structures with complex geometries and determining the corresponding internal forces. The objective of this work was the structural analysis of a reinforced concrete bridge, based on MARCHETTI's book (2008), which consists of two main girders, five crossbeams, and slabs. The analysis was performed using ANSYS software, which employs the FEM for problem-solving. The ANSYS Parametric Design Language (APDL), a programming language, was used for the analysis. The slabs of the bridge were analyzed using the grid analogy method, which represents the slabs as a set of coplanar bars rigidly interconnected. This study considers not only the representation of the slabs using the grid analogy but also their geometric properties and the materials used in their composition. For this studied bridge model, satisfactory values were obtained when considering only the permanent loads, both for the shear forces and bending moments, compared to the values found in the reference literature. Another analysis was performed considering the moving loads positioned at specific sections of the bridge, yielding slightly different results compared to the reference literature, which will be further analyzed in this work.

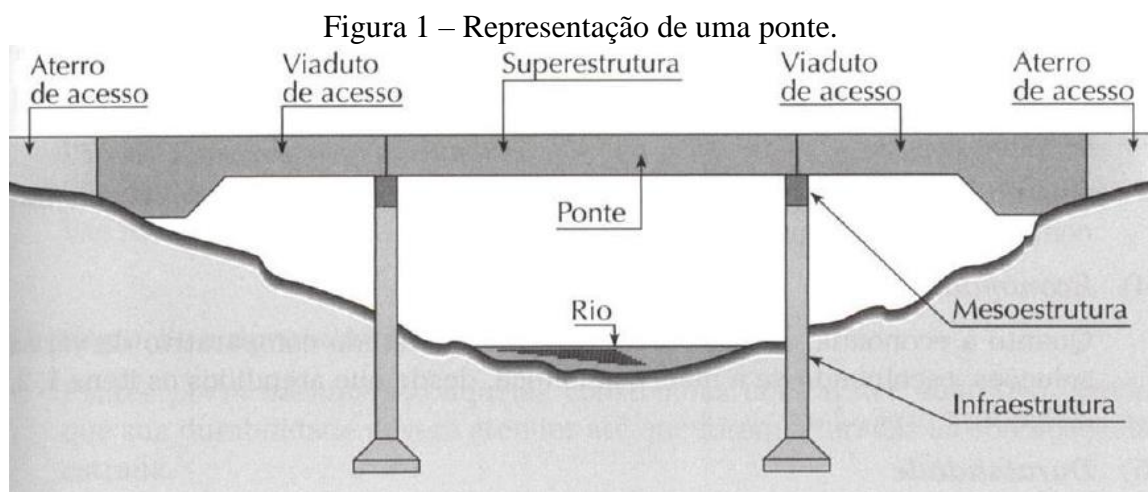
Keywords: ANSYS. Grillage analogy. Permanent loads. Moving loads. APDL.

1 Introdução

Desde a antiguidade, sempre houve o desafio de superar obstáculos geográficos a fim de locomoção ou outra qualquer atividade diária. Geralmente, esses obstáculos eram rios, riachos ou até mesmo vales, sendo necessário criar algum método para transpor esse desafio, dando início a construção de pontes. Nessa época, as pontes mais comuns eram feitas em estruturas de pedra ou madeira.

Segundo Marchetti (2008), denomina-se ponte a obra destinada a permitir a transposição de obstáculos, a continuidade de uma via de comunicação qualquer. Os obstáculos podem ser: rios, braços de mar, vales profundos, outras vias, etc. Propriamente, denomina-se ponte quando o obstáculo transposto é um rio. Denomina-se viaduto quando o obstáculo transposto é um vale ou outra via. Quando se tem um curso d'água de grandes dimensões, a ponte necessita de uma parte externa antes de atravessar o curso d'água. Essa parte em seco é denominada de viaduto de acesso.

Uma ponte, segundo o mesmo autor, pode ser dividida em três partes: infraestrutura, mesoestrutura e superestrutura, conforme Figura 1. A infraestrutura corresponde aos elementos que irão se apoiar no terreno, no caso rocha ou solo, como, por exemplo, estacas, sapatas, tubulões, entre outros. A mesoestrutura corresponde aos pilares e aparelhos de apoios e encontros. Já a superestrutura é composta pelas vigas e lajes, sendo considerada a parte útil da obra.



Fonte: MARCHETTI (2008).

Ainda, segundo Marchetti (2008), uma ponte deve possuir alguns requisitos básicos como: funcionalidade, satisfazendo todas exigências de locomoção e tráfego; segurança, em

que os materiais constituintes da ponte sejam solicitados por uma carga menor que a admissível, evitando rupturas; estética, devendo ser harmônica com o ambiente e apresentar uma arquitetura agradável; economia, compondo-se de várias cotações e diversas soluções de engenharia, de forma a se ter o menor custo possível e; durabilidade, em que a ponte deve atender às exigências de uso pelo tempo determinado.

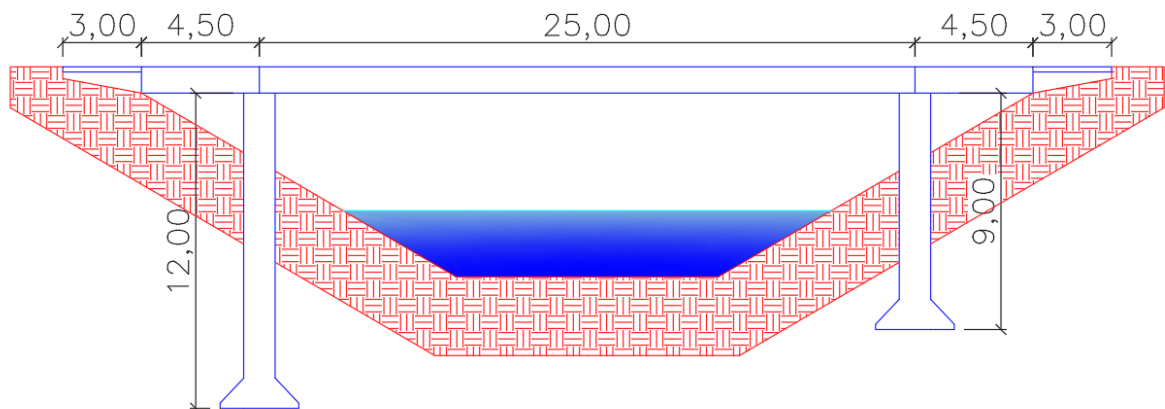
De acordo com o que foi descrito, a fim de garantir que todos requisitos para uma ponte sejam cumpridos, é muito importante também se atentar às deformações e aos esforços, principalmente aos advindos de ações diretas, como peso próprio, cargas móveis, vento, frenagem, empuxo, entre outros. Para isso, graças à crescente evolução da tecnologia e informática, a resolução de problemas de Engenharia tem se tornado cada vez mais fácil, utilizando-se de vários métodos numéricos.

Particularmente, com a utilização do Método de Elementos Finitos (MEF), que é o método utilizado neste trabalho por meio do *software* ANSYS®, é possível modelar estruturas de geometrias complexas e obterem-se os esforços ocorrentes, como esforço cortante, momento fletor e momento torçor, deslocamentos, entre outros.

2 Modelo estrutural investigado

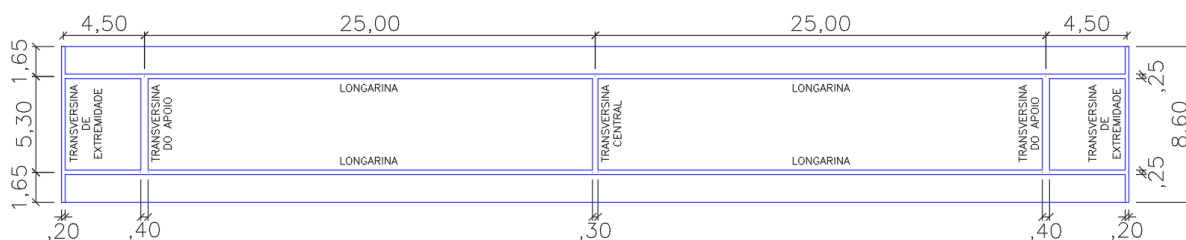
Para o presente artigo, usou-se como modelo a ponte apresentada no livro intitulado “Pontes de Concreto Armado”, de autoria de Osvaldemar Marchetti (2008), cujas representações se encontram nas Figuras 2 e Figura 3, a seguir:

Figura 2 – Corte longitudinal da ponte, em metros.



Fonte: Adaptada de MARCHETTI (2008).

Figura 3 – Planta baixa da ponte, em metros.



Fonte: Adaptada de MARCHETTI (2008).

Nota-se que a superestrutura da ponte possui sete vigas: duas longarinas, duas transversinas nas extremidades (transversinas de entrada ou cortina), duas transversinas de apoio e uma central (meio de vão), cuja as dimensões são descritas na Tabela 1.

Tabela 1 – Vigas da ponte e suas respectivas dimensões.

Viga	Largura (m)	Altura (m)	Comprimento (m)
Longarina	0,25	2,00	34,00
Transversina central	0,30	1,75	5,30
Transversina de apoio	0,40	2,00	5,30
Transversina de extremidade	0,20	2,00	8,60

Fonte: Autoria própria (2023).

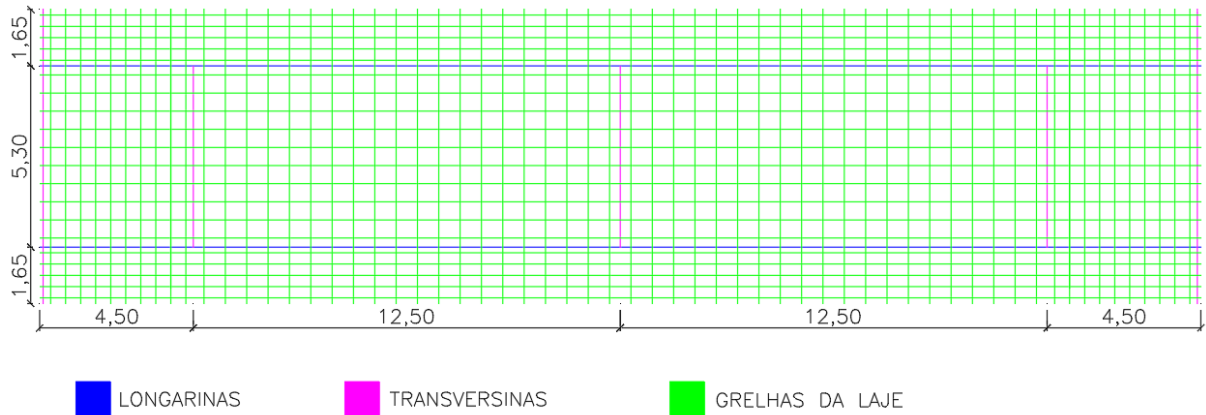
Além das vigas, a superestrutura da ponte conta com as lajes, cuja espessura adotada neste trabalho é de 25 cm, constante ao longo de toda ponte, sem considerar as mísulas, sendo algumas biapoiadas e outras em balanço nas laterais da ponte. Para a representação da laje no *software* ANSYS® utilizou a metodologia da analogia de grelha, que consiste em representar a estrutura por meio de barras coplanares rigidamente ligadas entre si, solicitadas por carregamento perpendicular ao plano da estrutura. Além das lajes, as vigas principais (longarinas e transversinas) também foram divididas em nós, de forma a acompanhar a grelha das lajes.

Considerando-se elementos de vigas associados a estruturas espaciais, sabe-se que existem 6 esforços solicitantes atuantes nesses elementos. Porém, para os elementos de grelha, devido à ausência de carregamento no plano da estrutura, somente três esforços são solicitantes

nas barras da grelha: esforço cortante, momento fletor e momento torçor, os quais são objetos de interesse nesta pesquisa.

Com auxílio do *software* AutoCAD®, obteve-se a representação da estrutura da ponte em conformidade com a analogia de grelha, tal como apresentado na Figura 4.

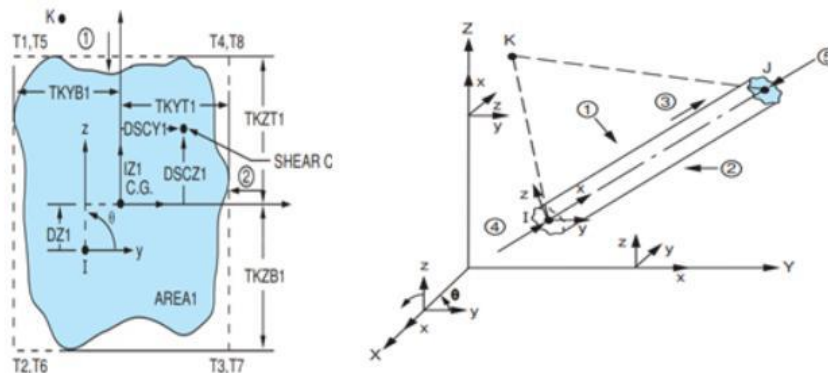
Figura 4 – Representação da ponte via analogia de grelha no *software* AutoCAD®, em metros.



Fonte: Autoria própria (2023).

Para o estudo da estrutura, utilizou-se o modo APDL (*ANSYS Parametric Design Language*), que consiste na linguagem de programação própria do *software*, na qual se usou a versão estudantil. Na utilização do programa, primeiramente definiram-se alguns parâmetros, como o tipo de elemento de viga que representaria a ponte, sendo que, para este trabalho, utilizou-se o elemento BEAM44, cujas informações são descritas na Figura 5.

Figura 5 – Representação do elemento BEAM44.



Fonte: ANSYS (1998).

Como pode-se notar na Figura 5, os eixos de referência adotados por esse elemento são: “y” no eixo horizontal, “z” no eixo vertical e “x” saindo do plano. Além disso, observam-se,

também, vários parâmetros que foram expressos no código de programação a fim de obter a geometria exata da ponte, tais como área da seção transversal, momentos de inércia, espessuras, entre outros. Esses parâmetros compõem o código de entrada no APDL para cada representação de viga utilizada (longarinas, transversinas, vigas da grelha da laje), denominada real constante.

Definiram-se, também, as propriedades físicas do material utilizado para todos elementos, sendo considerado o concreto armado de resistência à compressão de 20 MPa, cujo o módulo de elasticidade e coeficiente de Poisson são 21,287 GPa e 0,20, respectivamente, selecionados pelo autor.

Para a definição das cargas atuantes em cada uma das reais constantes, considerou-se o peso específico dos materiais constituintes da ponte, sendo que as longarinas e transversinas são de concreto armado e as vigas que compõem a grelha da laje são de concreto armado com revestimento asfáltico na face superior. Os pesos específicos desses materiais são apresentados na Tabela 2.

Tabela 2 – Peso específico dos materiais em kN/m³.

Material	Peso Específico (kN/m ³)
Concreto Armado	25
Revestimento	20

Fonte: Autoria própria (2023).

Baseado no peso específico dos materiais, pôde-se calcular o peso próprio de cada elemento da grelha, sendo considerado como carga uniformemente distribuída ao longo de cada uma das vigas (kN/m), de acordo com as Equações 1 e 2.

$$\text{peso próprio da grelha} = (\gamma_{conc.} * h_{laje} + \gamma_{rev.} * h_{rev.}) * \frac{A_{inf.}}{L} \quad (1)$$

$$\text{peso próprio da viga} = (\gamma_{conc.} * h_{viga} + \gamma_{conc.} * h_{laje} + \gamma_{rev.} * h_{rev.}) * \frac{A_{inf.}}{L} \quad (2)$$

Em que:

$\gamma_{conc.}$: peso específico do concreto armado;

$\gamma_{rev.}$: peso específico do revestimento;

h_{laje} : altura das lajes (0,25 metros, adotado para todas);

h_{viga} : altura das vigas;

h_{rev} : altura do revestimento (0,14 metros);

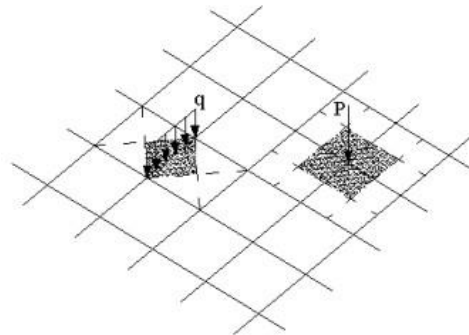
A_{inf} : área de influência;

L: comprimento do vão.

As cargas atuantes nas barras da grelha foram definidas por meio da Teoria das Charneiras Plásticas.

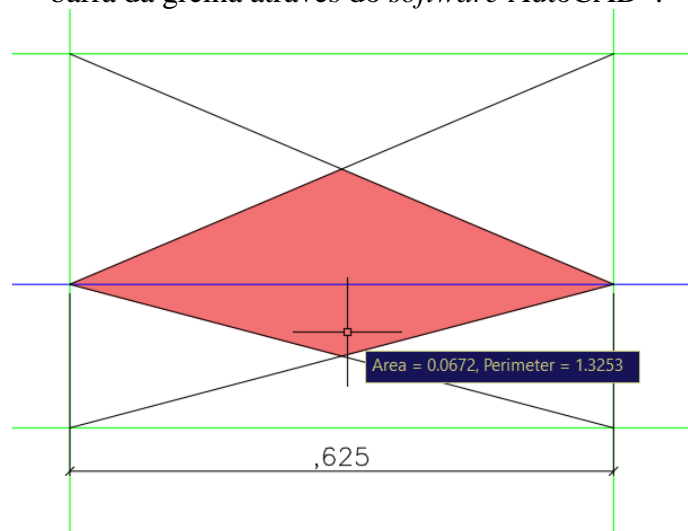
Segundo Carvalho e Figueiredo Filho (2004), as cargas se dividem entre as barras da grelha de acordo com a área de influência de cada uma, podendo ser distribuídas ou pontuais, conforme Figura 6. Tanto a determinação da área de influência quanto do comprimento entre as barras da grelha foram feitos pela Teoria das Charneiras Plásticas relativa às barras da grelha da ponte, como ilustrado na Figura 7.

Figura 6 – Carregamento nos nós (P) e carregamento distribuído (q).



Fonte: CARVALHO & FIGUEIREDO (2004).

Figura 7 – Área de influência em metros quadrados e comprimento (L) em metros, de uma barra da grelha através do *software* AutoCAD®.



Fonte: Autoria própria (2023).

Além do peso próprio da estrutura e do revestimento asfáltico, a ponte possui outros dois tipos de cargas permanentes, que consistem nas barreiras laterais e na carga que o solo exerce sobre as transversinas da extremidade, cujos dados foram obtidos na literatura de referência.

A ação exercida pelo solo nas transversinas de extremidade, detalhada na bibliografia de referência (Marchetti, 2008), é de 120,41 kN. Entretanto, neste trabalho, optou-se por considerar tal carregamento como carga distribuída atuante nas transversinas da extremidade, sendo obtido o valor de 14kN/m.

Durante a análise, uma consideração relevante para a obtenção dos resultados foi o refinamento da malha, que consiste na divisão dos elementos em um número específico de partes. Cada uma dessas subdivisões é associada às equações matemáticas que governam o comportamento físico do sistema, de acordo com as condições de contorno estabelecidas. Neste estudo, procedeu-se ao refinamento da malha de cada barra da grelha em quatro diferentes graus: 1 parte, 3 partes, 5 partes e 10 partes, buscando alcançar maior precisão nos resultados. Ao analisar as divisões em 3, 5 e 10 partes, observou-se que os resultados obtidos foram muito próximos e, portanto, optou-se pelo refinamento em 3 partes da malha, a fim de evitar sobrecarga desnecessária no computador utilizado para a análise.

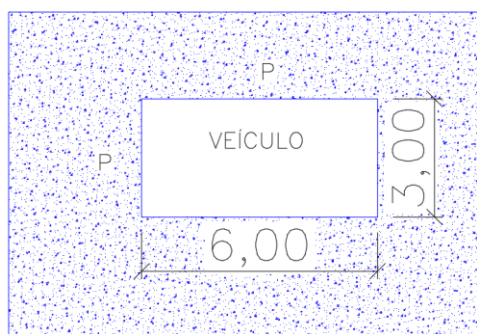
Para o caso das cargas móveis da ponte, utilizou-se como referência a NBR 7188 (ABNT, 2013), que trata das cargas móveis rodoviárias e de pedestres. As características do trem-tipo de acordo com a classificação da ponte são apresentadas na Tabela 3, Figura 8 e Tabela 4, respectivamente.

Tabela 3 - Cargas atuantes de acordo com a classificação da ponte.

Cargas dos veículos								
Classe de ponte	Veículo			Cargas uniformemente distribuídas				Disposição da carga
	Tipo	Peso total		p		p'		
		kN	tf	kN/m ²	Kgf/m ²	kN/m ²	Kgf/m ²	
45	45	450	45	5	500	3	300	Carga p em toda a pista Carga p' nos passeios
30	30	300	30	5	500	3	300	
12	12	120	12	4	400	3	300	

Fonte: MARCHETTI (2008).

Figura 8 - Dimensões do trem-tipo, em metros.



Fonte: Adaptada de MARCHETTI (2008).

Tabela 4 - Características dos trens-tipo.

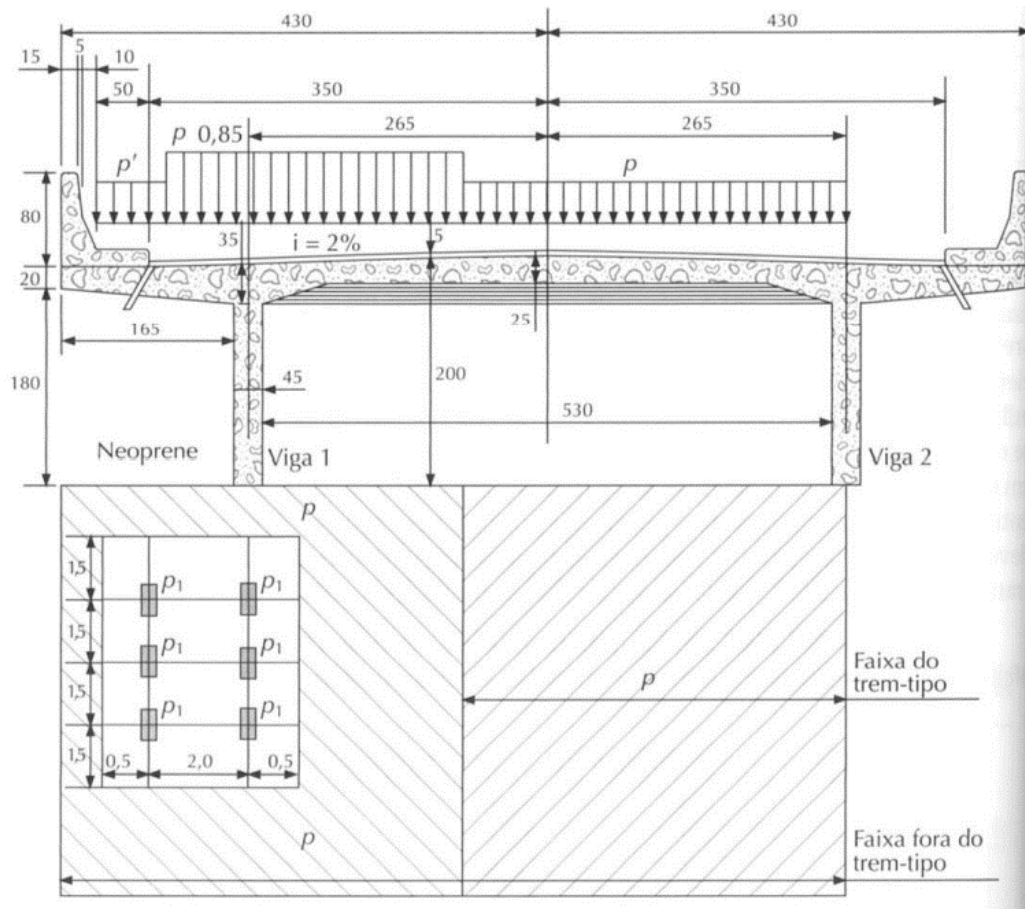
Características dos veículos				
	Unidade	Tipo 45	Tipo 30	Tipo 12
Quantidade de eixos	Eixo	3	3	2
Peso total do veículo	kN-tf	450-45	300-30	120-12
Peso de cada roda dianteira	kN-tf	75-7,5	50-5	20-2
Peso de cada roda traseira	kN-tf	75-7,5	50-5	40-4
Peso de cada roda intermediária	kN-tf	75-7,5	50-5	-
Largura de contato b, roda dianteira	m	0,50	0,40	0,20
Largura de contato b, roda traseira	m	0,50	0,40	0,30
Largura de contato b, roda intermediária	m	0,50	0,40	-
Comprimento de contato de cada roda	m	0,20	0,20	0,20
Área de contato de cada roda	m ²	0,20 x b	0,20 x b	0,20 x b
Distância entre eixos	m	1,50	1,50	3,00
Distância entre os centros de roda/ eixo	m	2,00	2,00	2,00

Fonte: Adaptada de MARCHETTI (2008).

Neste trabalho, considerou-se a ponte como Classe 45, tendo a atenção para seguir as recomendações da bibliografia de referência e da NBR 7188 (ABNT, 2013). Logo, deve-se considerar as rodas do trem-tipo encostadas no guarda-rodas e, também, não considerar carregamento móvel simultaneamente no outro balanço da ponte, o que aliviaria os esforços na

estrutura, em determinada análise. Abaixo, segue a distribuição das cargas móveis na seção transversal da ponte, como representado na Figura 9.

Figura 9 - Distribuição dos esforços na seção transversal da ponte, em centímetros.



Fonte: MARCHETTI (2008).

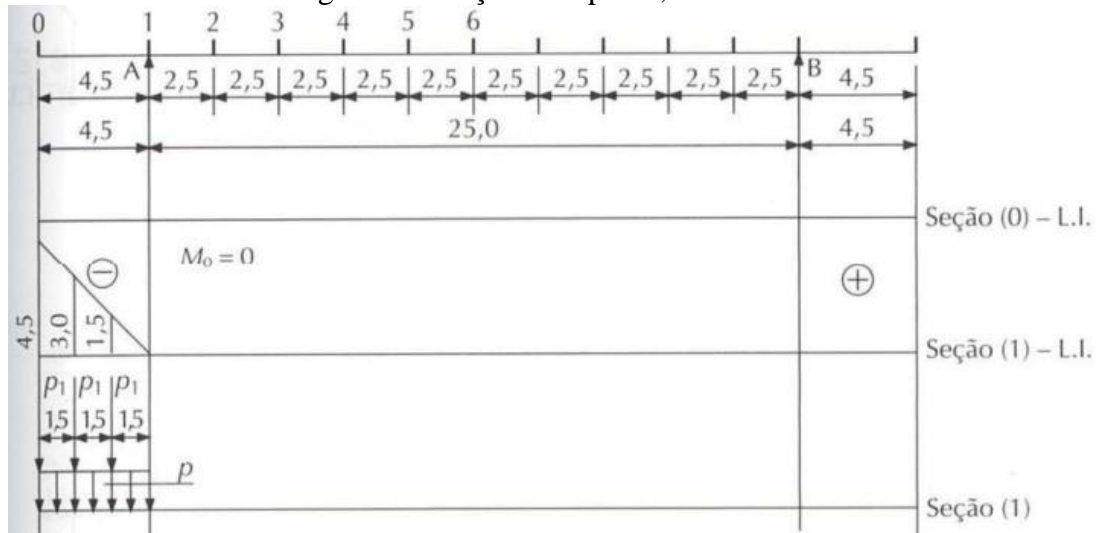
Portanto, no presente estudo, as cargas adotadas são:

- Carga uniformemente distribuída nos passeios: $p' = 3 \text{ kN/m}^2$;
- Cargas concentradas, correspondente a cada roda do trem-tipo: $p_1 = 75 \text{ kN}$;
- Carga uniformemente distribuída em toda pista: $p = 5 \text{ kN/m}^2$.

A bibliografia de referência analisou seis seções da ponte em que se poderiam atuar as cargas móveis. Nesse trabalho, focou-se em apenas duas, as seções 1 e 6, conforme Figura 10 e Figura 11. Cada uma dessas seções utiliza a distribuição dos esforços conforme Figura 9, alterando apenas a posição do trem-tipo no sentido longitudinal da ponte. Nas Figura 12 e Figura 13 são apresentadas as posições onde atuam as cargas ao longo do plano longitudinal da

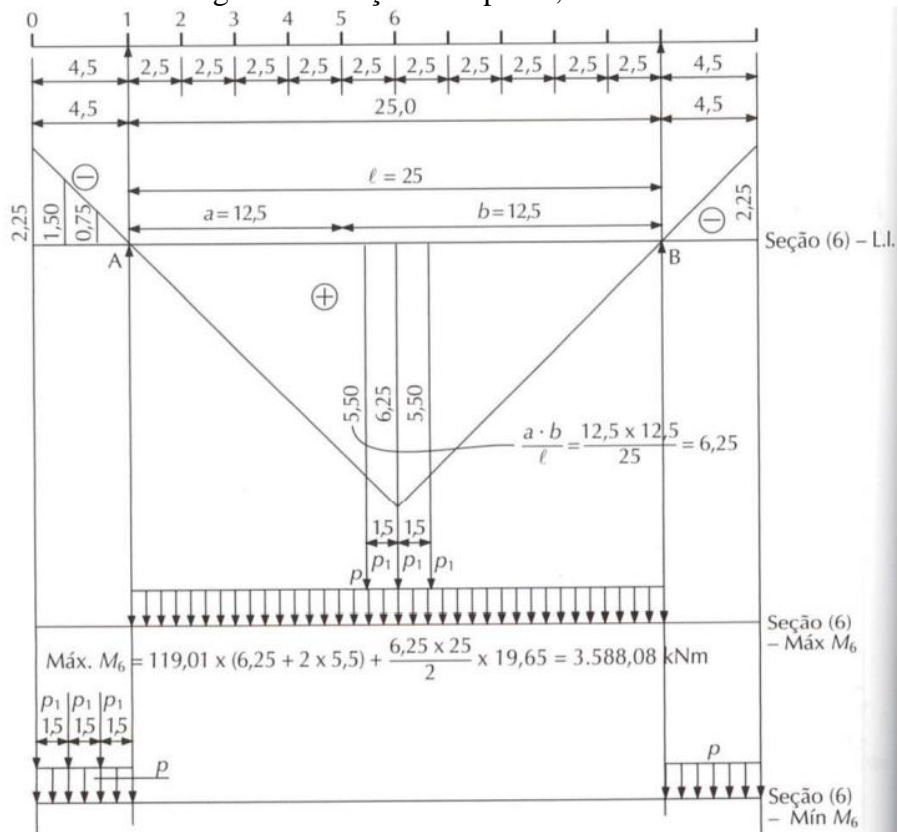
ponte, com auxílio do *software* AutoCAD®, onde as linhas da cor vermelha representam a carga uniformemente distribuída sobre os passeios (3 kN/m²); as linhas da cor verde, a carga uniformemente distribuída sobre a pista (5 kN/m²) e os círculos de cor preta demonstram as posições das cargas concentradas (75 kN).

Figura 10 - Seção 1 da ponte, em metros.



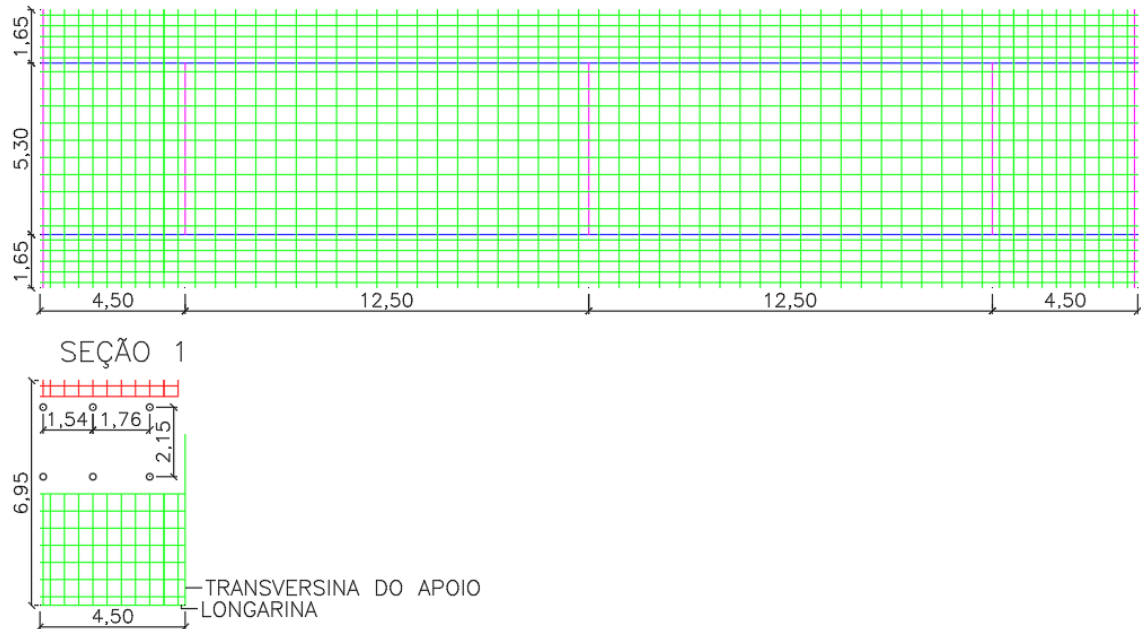
Fonte: MARCHETTI (2008).

Figura 11 - Seção 6 da ponte, em metros.



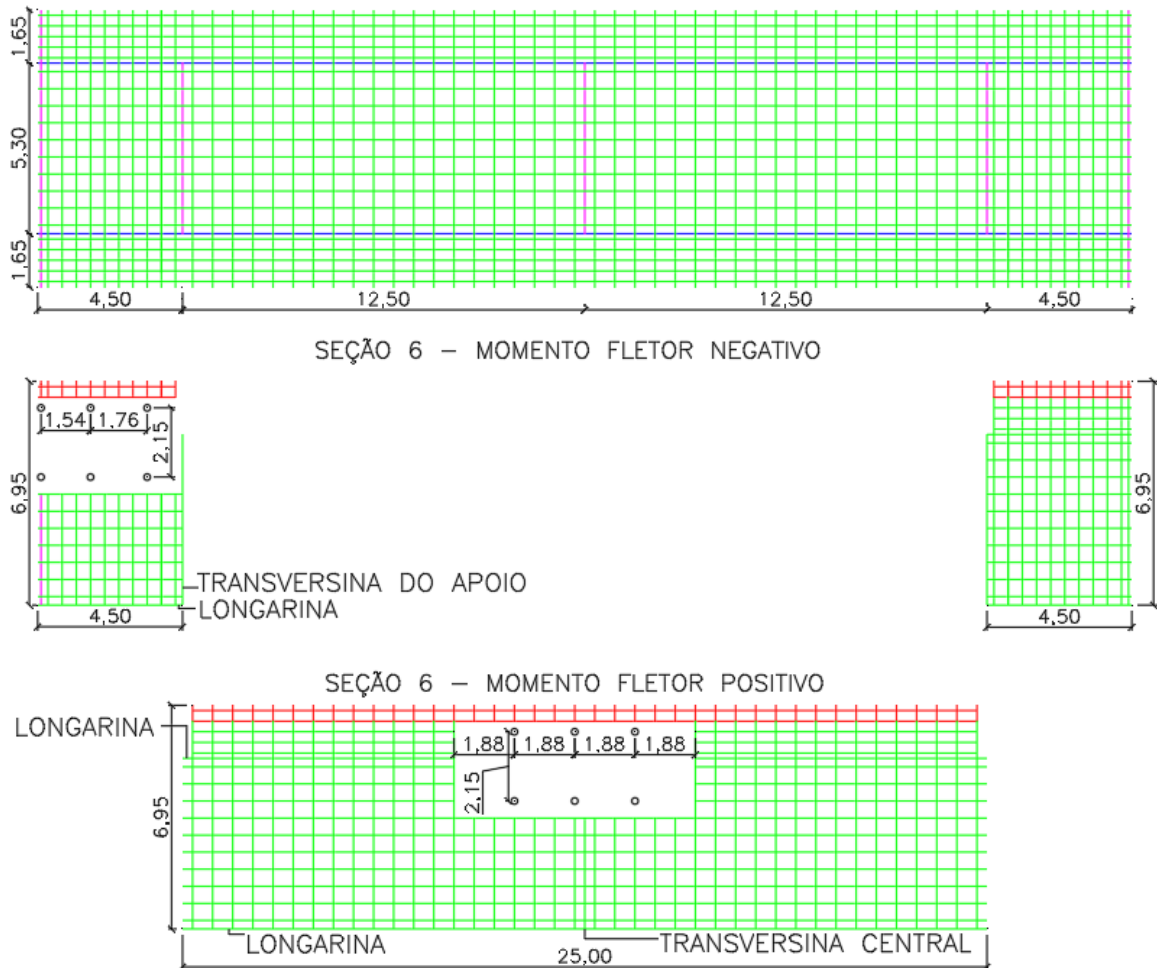
Fonte: MARCHETTI (2008).

Figura 12 – Representação da seção 1 da ponte no *software* AutoCAD®, em metros.



Fonte: Autoria própria (2023).

Figura 13 – Representação da seção 1 da ponte no *software* AutoCAD®, em metros.



Fonte: Autoria própria (2023).

Além disso, é importante ressaltar que a metodologia para inserção das cargas foi feita da mesma forma que a área de influência, ou seja, como as cargas distribuídas estão com a unidade kN/m², foi multiplicado esse valor pelo comprimento (L) mais frequente entre as grelhas de cada laje. No caso da seção 6, foram feitas duas análises de acordo com o momento fletor, sendo a primeira com o momento fletor máximo e a segunda com o mínimo, conforme Figura 9.

Após definida toda distribuição das cargas, tanto da seção 1 quanto da 6, o próximo passo foi editar o APDL, em que foi necessário zerar todas as cargas impostas anteriormente e fazer um lançamento manual de todas as cargas pontuais e distribuídas ao longo das seções, conforme indicado nas Figura 12 e Figura 13.

Ademais, no caso da analogia de grelha há um detalhe importante, que é a possibilidade de desconsideração da inércia à torção (J) da seção transversal, garantindo maior segurança da estrutura. Segundo Gere e Weaver (1981), a inércia à torção para seções retangulares é dada pelas Equação 3 e Equação 4, respectivamente:

$$J = \beta * e^3 * f \quad (3)$$

Sendo:

$$\beta = \frac{1}{3} - \left(0,21 * \frac{e}{f}\right) * \left(1 - \frac{e^4}{12 * f^4}\right) \quad (4)$$

Em que:

e: menor dimensão da seção transversal;

f: maior dimensão da seção transversal.

Neste trabalho, foram feitas duas análises, uma considerando o valor integral da inércia à torção das seções transversais das vigas principais e da grelha da laje e outra com apenas 5% desse valor, visando analisar o melhor comportamento estrutural da ponte.

É importante destacar que, durante a análise, foi levado em conta apenas 5% de inércia à torção das vigas da ponte devido à torção de compatibilidade. Essa consideração baseia-se no fato de que a longarina, que é a viga principal sujeita à análise computacional, é biapoiada nos pilares, garantindo o equilíbrio do sistema estrutural. Contudo, espera-se que as diferenças nos resultados sejam mínimas.

3 Resultados e discussões

Optou-se por apresentar os resultados do estudo da superestrutura da ponte em dois tópicos distintos: o primeiro avaliando somente a influência das cargas permanentes atuantes na ponte e, o segundo, com relação aos esforços causados pelas cargas móveis posicionadas em determinadas seções de interesse.

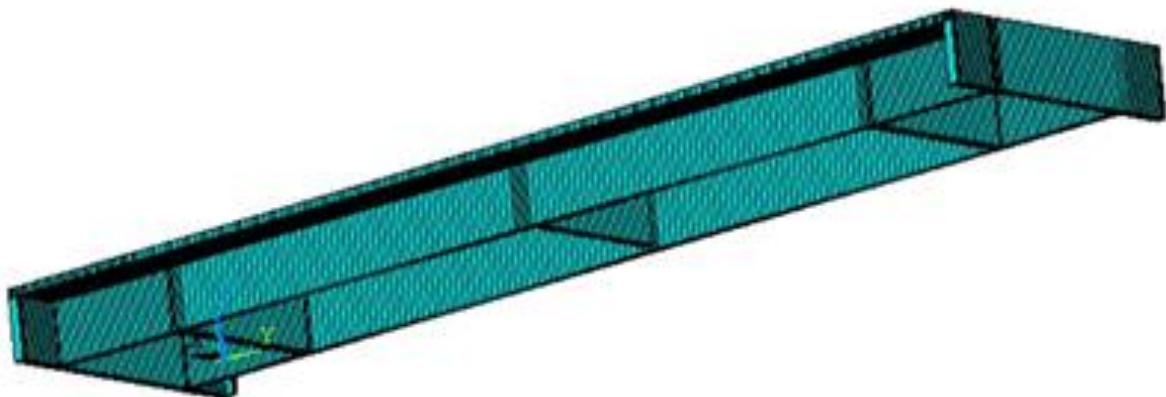
A seguir, nas Figura 14 e Figura 15, apresentam-se a geometria final da modelagem da ponte no programa computacional ANSYS®.

Figura 14 – Vista superior da estrutura da ponte modelada no *software* ANSYS®.



Fonte: Autoria própria (2023).

Figura 15 – Vista inferior da estrutura da ponte modelada no *software* ANSYS®.



Fonte: Autoria própria (2023).

3.1. Cargas permanentes

A seguir, têm-se os valores obtidos nos esforços devidos às cargas permanentes, com a consideração de 100% e 5% da inércia à torção da seção transversal dos elementos da grelha. Esses esforços são comparados com aqueles apresentados na literatura de referência, conforme Tabela 5, e, para melhor ilustrar o comportamento estrutural da ponte, apresentam-se, também, tais resultados graficamente (Figura 16 e Figura 17).

Tabela 5 – Comparação dos resultados obtidos com Marchetti (2008).

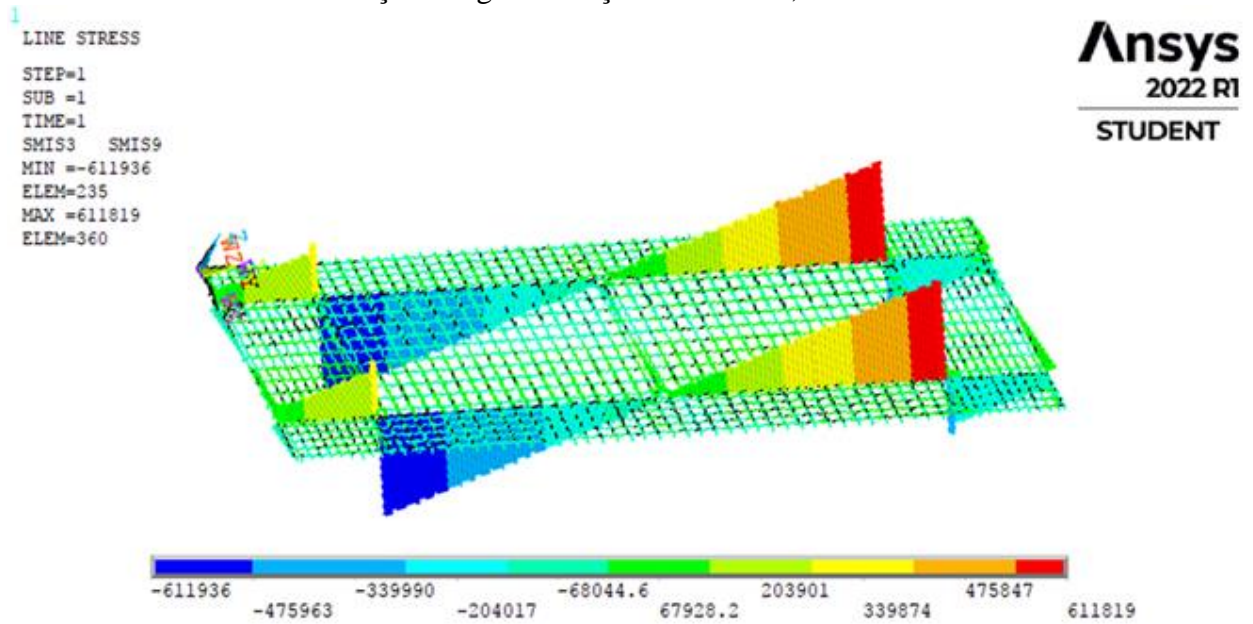
	Esforço cortante na longarina na posição do apoio (kN)	Momento fletor positivo no centro das longarinas (kN.m)	Momento fletor negativo na longarina na posição do apoio (kN.m)
Marchetti (2008)	678,97	3161,41	-1091,97
Autor (100%IT)	611,82	3060	-845,89
Erro (%)	9,89	3,21	22,54
Autor (5%IT)	621,05	3060	-846,22
Erro (%)	8,53	3,21	22,51

Fonte: Autoria própria (2023).

Como pode-se notar na Tabela 5, a diferença para o caso das cargas permanentes, com consideração de 100% da inércia à torção e de 5% desta, foi pequena, mas percebe-se que conforme a inércia à torção aumenta, os esforços cortantes e os momentos fletores diminuem, ou seja, na análise em que se considerou o valor integral de inércia à torção obtiveram-se menores momentos fletores. Todavia, em relação aos resultados de Marchetti (2008), os valores observados foram mais satisfatórios considerando 5% de inércia à torção, apresentando diferenças de 8,53% no esforço cortante e 3,21% no momento fletor positivo, com uma maior diferença apenas no momento fletor negativo, de 22,51%.

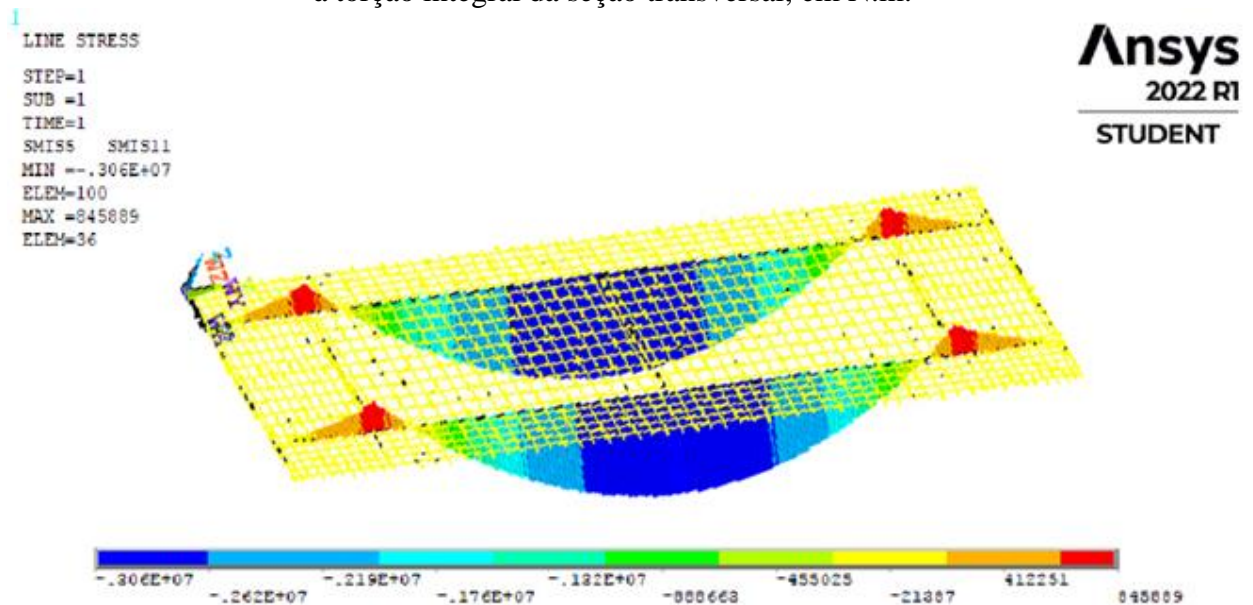
Ressalta-se, porém, que a diferença entre os resultados deste trabalho com aqueles da literatura de referência se deve, também, à geometria dos elementos, já que neste trabalho foram consideradas apenas vigas com seção transversal constante, tanto as da grelha da laje quanto as principais, e os elementos estruturais da referência apresentam mísulas.

Figura 16 – Esforços cortantes devidos às cargas permanentes considerando a inércia à torção integral da seção transversal, em N.



Fonte: Autoria própria (2023).

Figura 17 – Momentos fletores devidos às cargas permanentes considerando a inércia à torção integral da seção transversal, em N.m.



Fonte: Autoria própria (2023).

3.2. Cargas móveis

A segunda etapa do trabalho consistiu na análise das cargas móveis atuantes nas seções 1 e 6 da ponte (Figura 12 e Figura 13), respectivamente, considerando, nas análises, a inércia à torção total e apenas 5% de seu valor. Os resultados obtidos na seção 1 da ponte são mostrados na Tabela 6.

Tabela 6 – Comparação dos resultados de cargas móveis na seção 1 com Marchetti (2008).

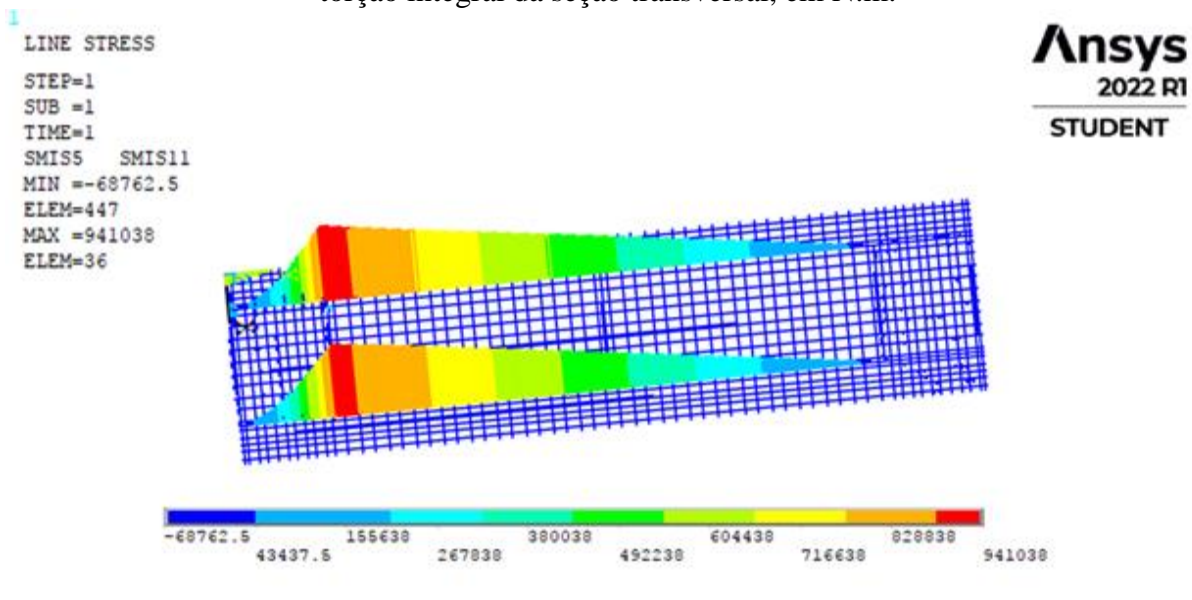
	Momento fletor negativo da carga móvel na longarina na região do apoio (kN.m)
Marchetti (2008)	-1270,04
Autor (100%IT)	-941,04
Erro (%)	25,90
Autor (5%IT)	-942,85
Erro (%)	25,76

Fonte: Autoria própria (2023).

Assim como no estudo das cargas permanentes, a influência da inércia à torção da seção transversal das vigas da grelha não foi muito significativa no estudo das cargas móveis, tendo em vista que os erros percentuais obtidos são 25,90% quando considerado integralmente o valor na seção transversal e 25,76% com apenas 5%, em relação à literatura de referência. Entretanto, como no caso das cargas permanentes, quanto maior a inércia à torção da seção transversal considerada na análise, menor o momento fletor, mostrando, novamente, que o resultando desconsiderando consideravelmente o valor de inércia à torção são mais próximos dos de Marchetti (2008). Entretanto, os resultados dos momentos fletores na seção 1 da ponte devido as cargas móveis, considerando ou não o valor integral de inércia à torção, foram os que mais apresentaram divergências de Marchetti (2008).

A seguir, são apresentados os diagramas de momento fletor das longarinas para a seção 1 (Figura 18).

Figura 18 – Momentos fletores devidos às cargas móveis na seção 1 considerando a inércia à torção integral da seção transversal, em N.m.



Fonte: Autoria própria (2023).

Uma possível explicação da diferença dos resultados é o distanciamento entre os eixos e as rodas do veículo tipo deste trabalho, que não foi exatamente coincidente com a NBR 7188 (ABNT, 2013), como representado nas Figura 12 e Figura 13. Na referida norma o distanciamento é de 1,5 metros, mas no trabalho foram adotadas distâncias ligeiramente divergentes por conta da posição dos nós das grelhas existentes em cada vão, já que, pela analogia de grelha, somente possível aplicar as cargas diretamente nos nós (cada interseção entre as linhas que se cruzam) ou nas barras da grelha. Para trabalhos futuros, indica-se reconfigurar o espaçamento das barras da grelha, de forma a respeitar os espaçamentos dos eixos e rodas do trem-tipo previstos na NBR 7188 (ABNT, 2013) e, dessa maneira, buscando uma maior similaridade aos resultados de Marchetti (2008).

Os resultados dos momentos fletores para a seção 6, considerando 100% e 5% da inércia à torção da seção transversal, são apresentados na Tabela 7 e comparados com os valores de Marchetti (2008).

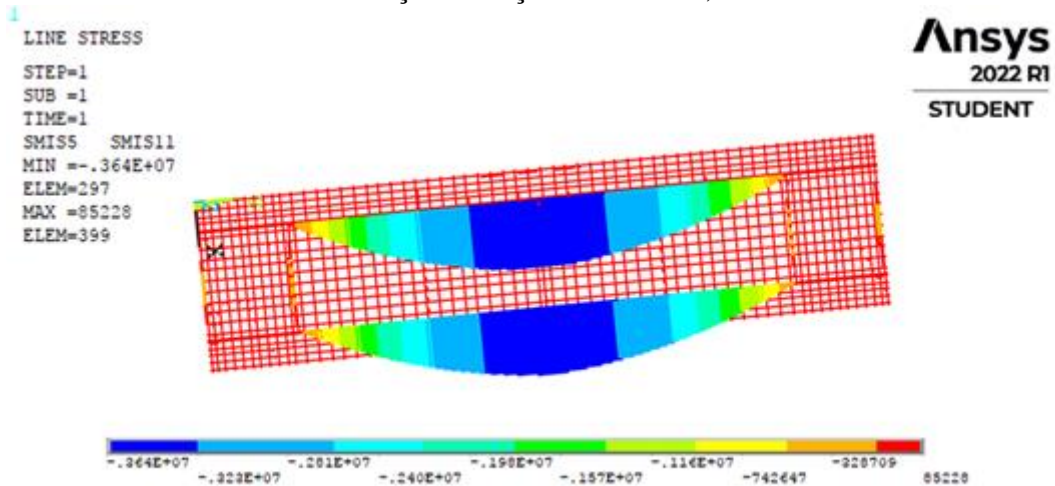
Tabela 7 – Comparação dos resultados de cargas móveis na seção 6 com Marchetti (2008).

	Momento fletor positivo da carga móvel na longarina na região central (kN.m)	Momento fletor negativo da carga móvel na longarina na região do central (kN.m)
Marchetti (2008)	3588,08	-734,5
Autor (100%IT)	3630	-711,51
Erro (%)	1,15	3,13
Autor (5%IT)	3640	-713,03
Erro (%)	1,43	2,92

Fonte: Autoria própria (2023).

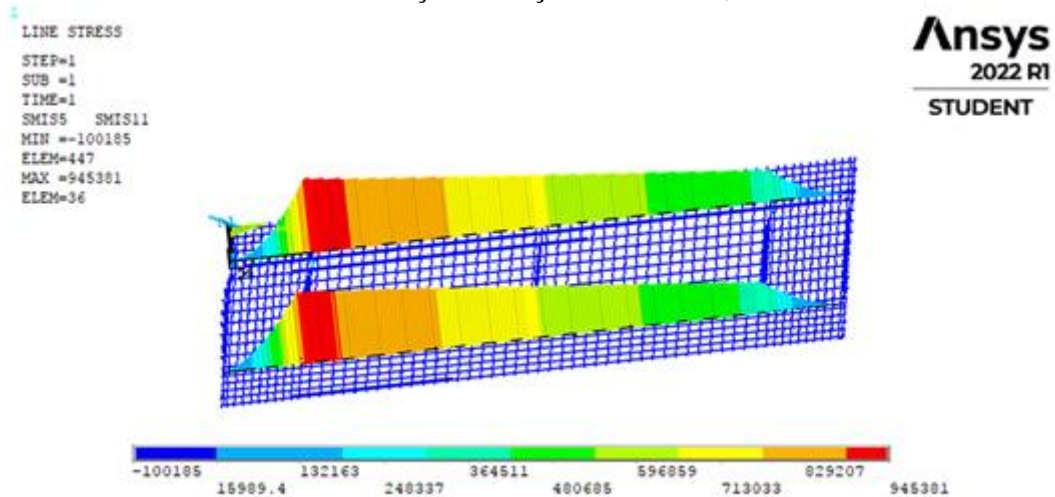
Vale ressaltar que na seção 6 foram feitas duas análises, uma considerando o momento fletor positivo e a outra o momento fletor negativo, conforme Figura 11 e Figura 13. Observa-se que os resultados da seção 6 também apresentaram pequenas diferenças em relação ao trabalho de Marchetti (2008), se considerada ou não a inércia à torção. Entretanto, a análise do momento fletor negativo obtido quando considerada apenas 5% de inércia à torção da seção transversal apresentou valor mais próximo ao de Marchetti (2008), já no caso do momento fletor positivo, o resultado mais próximo foi obtido quando considerado o valor integral de inércia à torção, visto que o valor da literatura de referência é menor que o obtido na referida análise. Conclui-se, portanto, que quanto maior a rigidez torcional, menor será o momento fletor positivo nesta viga. A seguir, seguem os resultados dos esforços mencionados na Tabela 7 (Figura 19 e Figura 20).

Figura 19 – Momento fletor positivo devido às cargas móveis na seção 6, considerando 5% de inércia à torção da seção transversal, em N.m.



Fonte: Autoria própria (2023).

Figura 20 – Momento fletor negativo devidos às cargas móveis na seção 6, considerando 5% de inércia à torção da seção transversal, em N.m.



Fonte: Autoria própria (2023).

Além das mísulas, do distanciamento das rodas e eixos do trem-tipo, outra possível diferença é o processo de análise, pois neste trabalho foi feito de maneira computacional, via métodos numéricos, enquanto Marchetti (2008) fez de forma analítica.

4 Considerações finais

O método de analogia das grelhas foi uma ferramenta que facilitou consideravelmente o estudo da ponte, tanto na elaboração do APDL quanto na obtenção e análise dos resultados.

A consideração do valor integral de inércia à torção, ou apenas os 5% deste, conduziu a esforços muito próximos, porém, quando comparados aos de Marchetti (2008), os resultados com 5% de inércia à torção são mais condizentes aos de Marchetti, pois obtêm-se momentos fletores maiores, sendo esta uma situação mais favorável à segurança da estrutura.

O estudo feito através do *software* ANSYS®, via Método dos Elementos Finitos aplicado à analogia de grelha, foi bem satisfatório se comparados valores da bibliografia de referência, apresentando uma margem pequena de divergência nos valores obtidos, como na análise das cargas permanentes, em que se obtiveram resultados bem próximos aos de Marchetti (2008), com uma menor diferença no momento fletor positivo, localizado no centro das longarinas, de 3,21%. Também, outro resultado bem pertinente foi na análise das cargas móveis na seção 6, em que o momento fletor máximo, localizado na região central das longarinas, teve uma diferença de 1,15% em relação ao valor da literatura de referência.

5 Agradecimentos

Os autores agradecem aos professores do curso de Engenharia Civil da UFLA e à FAPEMIG, pelo apoio financeiro.

6 Referências

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. ABNT: NBR 6118. Projeto de estruturas de concreto armado. Rio de Janeiro, 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. ABNT: NBR 7188. Carga móvel rodoviária e de pedestres em pontes, viadutos, passarelas e outras estruturas. Rio de Janeiro, 2013.

CARVALHO, R.C.; FIGUEIREDO FILHO, J.R.F. Cálculo e Detalhamento de Estruturas Usuais de Concreto Armado. EdUFSCar, 2004.

GERE, J.M.; WEAVER JR., W. Análise de Estruturas Reticuladas. Editora Guanabara Dois S. A. Rio de Janeiro – RJ, 1981.

MARCHETTI, O. Pontes de Concreto Armado. 1ª Edição. Editora Blücher, 2008.