



RAFAEL LIMA PEREIRA

**ROTINA COMPUTACIONAL PARA AJUSTE POLINOMIAL DE
DADOS EXTRAÍDOS DE ENSAIOS DE TRAÇÃO E
COMPRESSÃO**

LAVRAS – MG

2023

RAFAEL LIMA PEREIRA

**ROTINA COMPUTACIONAL PARA AJUSTE POLINOMIAL DE DADOS EXTRAÍDOS DE
ENSAIOS DE TRAÇÃO E COMPRESSÃO**

Monografia apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Curso de Engenharia Civil, para obtenção do título de Bacharel.

Prof. D.Sc. Ígor José Mendes Lemes
Orientador

**LAVRAS – MG
2023**

RAFAEL LIMA PEREIRA

**ROTINA COMPUTACIONAL PARA AJUSTE POLINOMIAL DE DADOS EXTRAÍDOS
DE ENSAIOS DE TRAÇÃO E COMPRESSÃO**

Monografia apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Curso de Engenharia Civil, para obtenção do título de Bacharel.

APROVADA em 20 de Julho de 2023.

Prof. D.Sc. Ígor José Mendes Lemes UFLA
Prof. D.Sc. André Luiz Zangiácomo UFLA
Prof. D.Sc. Maykmiller Carvalho Rodrigues UFLA

Prof. D.Sc. Ígor José Mendes Lemes
Orientador

**LAVRAS – MG
2023**

Dedico este trabalho aos meus amados pais, cujo amor, apoio e exemplo de vida me guiaram pelo caminho da educação.

AGRADECIMENTOS

A Deus, fonte de força e inspiração em todos os momentos da minha vida.

Aos meus pais, Adilson e Silvânia, por terem me ensinado o valor da educação e por serem exemplos de dedicação e perseverança.

Aos meus irmãos, André e Thiago, agradeço pelo companheirismo, incentivo e momentos de descontração.

Ao meu orientador, Ígor, pela sua orientação, conselhos e dedicação. Sua expertise e comprometimento foram essenciais para o meu crescimento acadêmico.

Aos professores que fizeram parte da minha formação, agradeço pelo conhecimento transmitido, pelo empenho e pela disposição em ser verdadeiros mentores ao longo dessa jornada.

Aos meus amigos do curso de Engenharia Civil, agradeço pela amizade sincera, pela colaboração mútua e pelos momentos de descontração que tornaram essa jornada acadêmica ainda mais especial.

À Universidade Federal de Lavras por proporcionar um ambiente acadêmico inspirador, repleto de oportunidades de aprendizado e crescimento. Sou grato por fazer parte dessa instituição renomada e por ter acesso a recursos e professores excepcionais.

*"O conhecimento não tem valor se não for compartilhado".
(Marie Curie)*

RESUMO

O constante crescimento populacional e a grande concentração de pessoas em polos urbanos têm instigado o mercado a projetar e desenvolver obras de construção civil cada vez mais robustas e complexas. Para suprir tal necessidade, os projetos de engenharia são essenciais, nos quais novos materiais e processos de análises mais precisos estão em implementação. Compreender as propriedades e comportamento dos materiais é uma etapa primordial para estruturar métodos de análise estrutural avançados, onde a complexidade também é um fator determinante para a eficiência do processo de cálculo, que está migrando para a área computacional. O presente trabalho objetiva contribuir com a área de estudo dos materiais de construção civil para fundamentar análises estruturais avançadas. Portanto, é desenvolvida uma rotina computacional para elaborar funções de ajuste polinomial contínuas para dados de tensão e deformação extraídos de ensaios de laboratório. O intuito é gerar os coeficientes de melhor ajuste possível para os polinômios pelo Método dos Mínimos Quadrados (MMQ) em um intervalo de ordens definido e, posteriormente, realizar comparações para determinar a ordem que promove o ajuste mais preciso. A rotina é implementada para análise de dados de diferentes tipos de materiais (alumínio, madeira, aço e concreto). Os polinômios demonstraram ajustes precisos e com ordens variadas para os materiais, o ensaio realizado com a madeira apresentou um ajuste com ótima qualidade para um polinômio de grau 7, apresentando o fator R^2 igual a 1 para quatro casas decimais de precisão, por outro lado, o alumínio obteve o melhor ajuste possível com um polinômio de grau 30. Os resultados exibiram uma opção interessante para o tratamento de dados e possíveis implementações das funções polinomiais como alternativa precisa e eficiente para análises estruturais.

Palavras-chave: Curva tensão-deformação. Funções de ajuste. Polinômio.

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Máquina universal para ensaio de tração	24
Figura 2.2 – Exemplo genérico de curva tensão-deformação	25
Figura 2.3 – Fenômeno da estricção em um elemento metálico	26
Figura 2.4 – Curva tensão-deformação para diferentes parâmetros n	29
Figura 2.5 – Curva parábola-retângulo para tensão deformação do concreto à compressão	30
Figura 2.6 – Curva elasto-plástica perfeita para tensão deformação do aço	32
Figura 2.7 – Comportamento à flexão de uma seção dividida em elementos finitos	34
Figura 4.1 – Dados de tensão e deformação para o alumínio 6061-T651 à 100°C	41
Figura 4.2 – Curva de ajuste polinomial de grau 3	42
Figura 4.3 – Curva de ajuste polinomial de grau 20	43
Figura 4.4 – Curva de ajuste polinomial de grau 30	44
Figura 4.5 – Curva de ajuste polinomial de grau 70	44
Figura 4.6 – Dados de tensão e deformação para a madeira Guajará	46
Figura 4.7 – Curva de ajuste polinomial de grau 3	46
Figura 4.8 – Curva de ajuste polinomial de grau 7	47
Figura 4.9 – Curva de ajuste polinomial de grau 9	48
Figura 4.10 – Dados de tensão e deformação para o concreto f_{ck} 50 MPa	49
Figura 4.11 – Curva de ajuste polinomial de grau 5	49
Figura 4.12 – Curva de ajuste polinomial de grau 10	50
Figura 4.13 – Curva de ajuste polinomial de grau 23	51
Figura 4.14 – Dados de tensão e deformação para o aço classe 650 MPa	51
Figura 4.15 – Curva de ajuste polinomial de grau 5	52
Figura 4.16 – Curva de ajuste polinomial de grau 10	53
Figura 4.17 – Curva de ajuste polinomial de grau 21	53

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 – Exemplo da disposição dos dados de leitura em planilha	39
Tabela 3.2 – Estratégia adotada na rotina computacional para obtenção das curvas de ajuste polinomial	40
Tabela 1 – Coeficientes para polinômio de grau 20	59
Tabela 2 – Coeficientes para polinômio de grau 30	59
Tabela 3 – Coeficientes para polinômio de grau 7	60
Tabela 4 – Coeficientes para polinômio de grau 9	60
Tabela 5 – Coeficientes para polinômio de grau 5	60
Tabela 6 – Coeficientes para polinômio de grau 10	60
Tabela 7 – Coeficientes para polinômio de grau 23	61
Tabela 8 – Coeficientes para polinômio de grau 5	61
Tabela 9 – Coeficientes para polinômio de grau 10	61
Tabela 10 – Coeficientes para polinômio de grau 21	62

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	17
1.1	Considerações iniciais	17
1.2	Motivações	17
1.3	Objetivos	18
2	REFERENCIAL TEÓRICO	21
2.1	Considerações iniciais	21
2.2	Estado da Arte	21
2.3	Conceitos de tensão e deformação	23
2.3.1	Ensaio de tração	23
2.3.2	Curva tensão-deformação	25
2.4	Modelos para a curva tensão-deformação	27
2.4.1	Ramberg-Osgood	27
2.4.2	Sargin-Handa	28
2.5	Considerações normativas brasileiras para a curva tensão-deformação	29
2.5.1	Concreto	30
2.5.2	Aço	31
2.6	CrITÉRIOS estatísticos para validação das funções de ajuste aos dados	32
2.6.1	CrITÉrio de Informação Bayesiano	32
2.6.2	Cálculo do coeficiente de determinação R^2	33
2.7	Aplicabilidade prática	34
3	METODOLOGIA	37
3.1	Considerações iniciais	37
3.2	Tecnologias adotadas	37
3.3	Estrutura e desenvolvimento do algoritmo	38
3.3.1	Importação e leitura dos dados	38
3.3.2	Ajuste de curvas polinomiais	38
3.3.3	Estratégia para desenvolvimento da rotina	39
4	RESULTADOS E DISCUSSÕES	41

4.1	Considerações iniciais	41
4.2	Aplicação da rotina para dados do alumínio 6061-T651 à 100°C	41
4.3	Aplicação da rotina para dados da madeira Guajará	45
4.4	Aplicação da rotina para dados do concreto f_{ck} 50 MPa à compressão	48
4.5	Aplicação da rotina para dados do aço para barras de reforço classe 650MPa	51
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	55
5.1	Conclusões	55
5.2	Sugestões para trabalhos futuros	55
	REFERÊNCIAS	57
	APENDICE A – COEFICIENTES PARA OS POLINÔMIOS ENCONTRADOS	59
	APENDICE B – CÓDIGO DESENVOLVIDO	63

1 INTRODUÇÃO

1.1 Considerações iniciais

No passado, o conhecimento em engenharia era adquirido por meio de testes empíricos, nos quais os métodos que produziam resultados satisfatórios eram considerados corretos, enquanto aqueles que geravam resultados insatisfatórios eram descartados. Essa abordagem permitiu o desenvolvimento de diversas técnicas, porém, muitas vezes, sem uma compreensão aprofundada dos princípios físicos em que elas se fundamentavam ou do porquê elas funcionavam.

Com o aumento da população e a rápida urbanização nas últimas décadas, houve uma crescente demanda por construções e infraestruturas. Para atender a essa demanda, tornou-se necessário o desenvolvimento de técnicas mais robustas, baseadas em princípios mecânicos bem estabelecidos pela comunidade científica. Nesse contexto, passou a ser essencial compreender melhor os fenômenos físicos para prever o comportamento de estruturas cada vez mais complexas.

Assim, projetos estruturais de qualidade se tornaram fundamentais para a construção de novas edificações. Portanto, fez-se importante que os projetistas buscassem o equilíbrio entre a segurança da obra, a rapidez na execução e a viabilidade econômica. Para isso, novos materiais começaram a ser explorados e empregados na construção civil, possibilitando novos caminhos, ideias e oportunidades de estudos.

1.2 Motivações

Alguns materiais já consolidados na construção civil possuem diversos estudos que detalham suas propriedades físicas e mecânicas, como o aço e o concreto. Dentre as propriedades, encontra-se a relação tensão-deformação, que retrata o esforço resistido pelo material em relação ao seu alongamento ou encurtamento. Nessa relação, encontra-se o principal desafio do engenheiro na fase de projeto: prever a capacidade de suporte da estrutura e qual será a deformação correspondente a cada estágio de solicitação.

Nesse contexto, pesquisas e textos normativos são escritos com o intuito de descrever o comportamento dos materiais, principalmente dos mais utilizados. Porém, devido à não linearidade da relação entre a tensão e deformação, as funções produzidas geralmente são complexas e,

muitas vezes, inviáveis para serem aplicadas em cálculo. Para contornar essa situação, os documentos normativos, como a NBR 6118 (ABNT, 2014), adotam métodos aproximados que facilitam o processo de cálculo e promovem uma margem de segurança, porém comprometem a economia na construção.

Além disso, análises avançadas do comportamento de estruturas requerem uma maior precisão. Ao considerar seções submetidas à flexão ou à flexo-compressão, cada região da seção possui deformações e tensões resistentes distintas e, para descrever o comportamento da seção como um todo, são necessários procedimentos de cálculo relativamente complexos. Para isso, é comum recorrer às rotinas computacionais para garantir a precisão de cálculo e eficiência de processamento, onde desenvolver funções contínuas e de composição simples que representem a curva tensão-deformação dos materiais se faz necessário para otimizar o processo de cálculo.

Anteriormente, o autor do presente trabalho realizou pesquisas para a construção numérica da relação momento-curvatura de seções de aço considerando a não linearidade do material. Nestes estudos, foram utilizadas relações tensão-deformação prescritas em códigos de projeto, que visavam facilitar o processo de análise. No entanto, algumas destas funções são definidas por partes (*piecewise functions*), ou seja, para o aço, pode-se adotar a lei de Hooke até que o mesmo atinja a deformação de início de plastificação. Assim, a partir deste ponto, o aço tem um patamar de escoamento até a ruptura. Nota-se que uma variação abrupta dos regimes gera facilidade na compreensão do problema, mas demanda que processos bem definidos sejam elaborados para a captação do ponto onde se inicia o escoamento de uma determinada seção transversal, bem como sua linha neutra, conforme será discutido no Item 2.7.

Assim sendo, a consideração de funções contínuas facilita o processo uma vez que a própria função definiria os pontos da seção onde se iniciaria a plastificação, tal como possíveis pontos de ruptura, sem a preocupação de se saber qual a função deve ser usada em cada parte da seção.

1.3 Objetivos

O presente trabalho objetiva elaborar uma rotina computacional que gere funções de ajuste polinomial representativas para curvas tensão-deformação de dados extraídos de ensaios de diferentes materiais. Além de gerar as funções, a rotina visa retornar as ordens de melhor ajuste para

um intervalo determinado e definir os coeficientes da função, possibilitando ao usuário selecionar o melhor polinômio para sua necessidade, buscando o equilíbrio entre precisão e complexidade. Para discutir os resultados, o trabalho busca implementar a rotina para dados de ensaios de alguns materiais extraídos da literatura (alumínio, madeira, concreto e aço) e analisar o comportamento das funções de ajuste.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 Considerações iniciais

No âmbito da construção civil, faz-se importante conhecer e compreender as propriedades mecânicas e físicas de diversos materiais utilizados. Com a compreensão e quantificação das características individuais, elementos estruturais podem ser projetados de forma mais precisa, com o objetivo de evitar níveis elevados de deformação e falha. Portanto, é necessário conhecer não apenas teorias e processos de projeto, mas também as características dos materiais utilizados no projeto (CHEN, 2016).

Nesse contexto, diversos métodos e expressões são desenvolvidos para representar o comportamento dos materiais em resposta aos esforços mecânicos impostos, através de estratégias numéricas ou analíticas. O presente capítulo tem como objetivo apresentar uma revisão sobre os trabalhos e conceitos da literatura para fundamentar a metodologia adotada.

2.2 Estado da Arte

A compreensão do comportamento das estruturas mistas de aço e concreto tem impulsionado o desenvolvimento de diversas metodologias de análise. Iu, Bradford e Chen (2009) destacaram que apesar do uso generalizado de sistemas mistos de aço e concreto, procedimentos numéricos precisos para a sua análise e concepção não evoluíram da mesma forma como para estruturas de aço. Como consequência, as referências normativas possuem falhas quando aplicadas ao projeto seguro e econômico de estruturas mistas. Landesmann (2010) citou que normas como o AISC LRFD (2005), EC 4 (2004) e a NBR 8800 ABNT (2008), não são capazes de descrever o comportamento real da estrutura quando os deslocamentos são grandes e o comportamento não linear se torna relevante.

O aço desempenha variadas funções em obras de engenharia, sendo amplamente utilizado em estruturas. Compreender seu comportamento é essencial para realizar dimensionamentos com precisão. Real et al. (2014) realizaram um estudo comparativo de expressões analíticas para descrever o comportamento do aço inoxidável. Foram analisadas as diferenças entre modelos propostos por vários autores através de dados experimentais de diferentes tipos de aço. Além disso, os autores

desenvolveram um programa computacional interativo que pode ser utilizado para qualquer série de dados experimentais. O algoritmo descreve o procedimento para a determinação do módulo de elasticidade utilizando o ajuste por mínimos quadrados dos expoentes de endurecimento para diferentes modelos.

Ao realizar uma pesquisa em fios de aço pré-tracionados, Chen (2016) forneceu uma estimativa precisa da tensão por meio de um programa experimental e modelagem analítica. As curvas reais de tensão-deformação são coletadas por meio de testes experimentais em 13 tipos de fios de aço. Os resultados experimentais foram utilizados para modelar equações existentes. Como resultado, uma estimativa mais precisa é proposta. Além disso, o estudo simplificou o procedimento de utilização das equações, oferecendo conveniência na aplicação prática.

Popovics (1973) realizou uma análise experimental com equações consolidadas na literatura para desenvolver o diagrama tensão-deformação completo para o concreto. O refinamento dessas equações permitiu que os diagramas tensão-deformação calculados se ajustem melhor aos diagramas experimentalmente obtidos, com limites mais amplos do que as fórmulas semelhantes disponíveis na literatura.

Formulações disponíveis para a curva tensão-deformação para concretos de alta resistência sob compressão uniaxial foram examinadas por Van Gysel e Taerwe (1996) e comparadas com os resultados de testes de compressão controlados por deformação em cilindros de concreto de alta resistência. Com base nesses resultados, uma nova formulação analítica para a curva completa tensão-deformação foi elaborada, com ênfase na fase de amolecimento do material. A nova formulação foi baseada na curva originalmente introduzida por Sargin e Handa (1969) e adotada em um código de modelagem de estruturas de concreto com valores paramétricos apropriados.

Nataraja, Dhang e Gupta (1999) desenvolveram uma curva tensão-deformação completa para concreto reforçado com fibras de aço para resistência à compressão variando de 30 a 50 MPa. Os autores observaram uma boa correlação entre os resultados experimentais com aqueles calculados com base no modelo analítico proposto. Equações também foram propostas para quantificar o efeito da fibra na resistência à compressão, deformação na tensão de pico e tenacidade do concreto em termos do parâmetro de reforço de fibra. Alwathaf et al. (2012) realizaram testes de compressão em blocos de alvenaria e argamassa, e utilizaram a melhor equação de ajuste dos dados experimen-

tais para ambos os materiais. Uma técnica numérica foi proposta para obter parâmetros adequados para ambas as partes, ascendentes e descendentes, da curva tensão-deformação.

A influência da temperatura também pode ser levada em consideração para estudo e análise dos materiais. Stojković et al. (2017) propuseram um novo modelo para o diagrama tensão-deformação do concreto em altas temperaturas utilizando uma equação com dois parâmetros para as curvas de ajuste para dados experimentais. A validação dos resultados foi feita utilizando resultados experimentais disponíveis na literatura para temperaturas superiores a 800°C. O modelo proposto demonstrou resultados favoráveis, especialmente para temperaturas superiores a 500°C. Chen e Young (2006) propuseram uma equação unificada para limite de escoamento, módulo de elasticidade, tensão última e deformação última para o aço inoxidável submetido a temperaturas elevadas. O estudo forneceu métodos para analisar a capacidade de carga de elementos estruturais sob condições de incêndio. Os testes foram conduzidos em diferentes temperaturas variando de aproximadamente 20 a 1000 °C para obter as propriedades do material.

2.3 Conceitos de tensão e deformação

Ao conhecer as características físicas dos materiais utilizados, é possível determinar as respostas estruturais esperadas, identificar os limites de resistência e deformação aceitáveis e dimensionar os elementos estruturais de forma apropriada. O entendimento das relações entre tensão e deformação permite estimar a capacidade de carga, prever o comportamento estrutural em situações extremas e realizar análises de segurança. Além disso, essas informações são essenciais para o projeto estrutural, a seleção adequada dos materiais e a realização de intervenções de manutenção e reforço em estruturas existentes.

2.3.1 Ensaio de tração

Um dos ensaios mecânicos de tensão-deformação mais comuns é conduzido por tração, embora tenham ensaios realizados com aplicação de cargas de compressão e cisalhamento. Uma amostra é deformada, geralmente até sua fratura, por uma carga de tração que é aumentada gradativamente e é aplicada uniaxialmente ao longo do eixo de um corpo de prova (CALLISTER; GRETHWISCH, 2016). Durante o ensaio, o carregamento é monitorado por uma célula de carga,

enquanto o deslocamento é registrado através de um extensômetro. Um exemplo de máquina de ensaio de tração universal é exibido na Figura 2.1. Ao final do ensaio, os valores de carga e deformação são correlacionados em um gráfico amplamente denominado curva tensão-deformação, que fornece diversos parâmetros que representam o comportamento do material solicitado.

Os resultados do ensaio de tração são amplamente utilizados no projeto de engenharia e no controle de qualidade por parte do fabricante do elemento estrutural, usuário e projetista. No processo de projeto de engenharia, o dimensionamento dos elementos pode ser feito com base nos Estados Limites Últimos (ELU), considerando a resistência última (resistência à compressão, à tração ou à flexão) ou nos Estados Limites de Serviço (ELS), que está relacionado à deformação, fissuração ou vibração. Além disso, a seleção e o uso adequado dos materiais são essenciais para garantir que suas propriedades sejam suficientemente resistentes suportar cargas reais em diversas condições. No ensaio, as características do material podem ser influenciadas pelo tamanho e formato da amostra, tempo, temperatura e condições do equipamento. Para evitar fatores que possam afetar os resultados dos testes, os experimentos seguem padrões normativos.

Figura 2.1 – Máquina universal para ensaio de tração

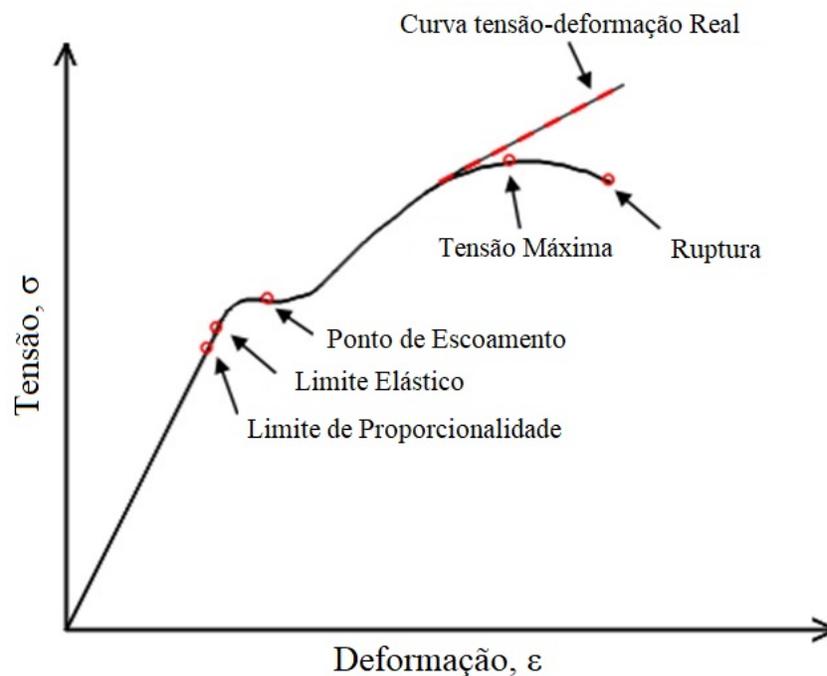


Fonte: (CHEN, 2016)

2.3.2 Curva tensão-deformação

A partir da relação tensão-deformação, pode-se extrair propriedades do material em relação às fases de carregamento que antecedem a ruptura. Dentre os estágios de carregamento do material, é possível verificar pontos de interesse que indicam os limites de proporcionalidade, de elasticidade, de escoamento, de resistência e de ruptura. A curva geralmente é representada com os valores de tensão no eixo das ordenadas e deformação no eixo das abscissas, assim como exibido na Figura 2.2.

Figura 2.2 – Exemplo genérico de curva tensão-deformação



Fonte: (CHEN, 2016)

A tensão nominal σ é definida pela Equação 2.1:

$$\sigma = \frac{F}{A_0} \quad (2.1)$$

em que F representa a força imposta ao elemento e A_0 representa a área inicial da seção transversal.

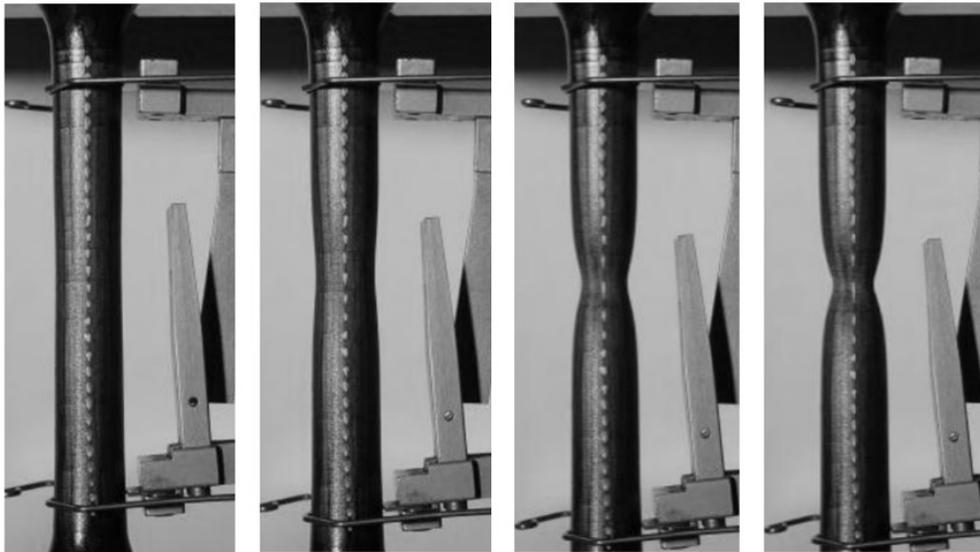
A deformação específica ϵ é definida pela Equação 2.2:

$$\varepsilon = \frac{L - L_0}{L_0} = \frac{\Delta L}{L_0} \quad (2.2)$$

em que L representa o comprimento do elemento alongado e L_0 representa o comprimento inicial.

A curva tensão-deformação também pode ser representada em relação à tensão real, que representa a tensão calculada em cada estágio de carregamento considerando a variação da área da seção, no caso do ensaio de tração, tem-se o encurtamento da seção com a aplicação da carga. Tal fenômeno recebe o nome de estrição e pode ser observado na Figura 2.3.

Figura 2.3 – Fenômeno da estrição em um elemento metálico



Fonte: (GANHARUL; DONATO, 2012)

A curva modelo pode ser dividida em duas regiões: elástica e plástica. Para alguns materiais, a fase de inicial do diagrama tensão-deformação se aproxima de uma relação elástica linear. Na região elástica, a tensão é proporcional à deformação com uma constante de proporcionalidade, e a curva tensão-deformação é linear. Essa relação linear foi descoberta por Robert Hooke em 1678, também conhecida como Lei de Hooke, a maioria dos materiais se aproxima razoavelmente da Lei de Hooke na porção inicial da curva tensão-deformação (BEER et al., 2015). A constante de proporcionalidade (E) é denominada módulo de elasticidade ou módulo de Young, representada na Equação 2.3. O módulo de elasticidade é uma medida da rigidez do material. Quanto maior o

módulo, mais íngreme é a inclinação e menor é a deformação elástica resultante da aplicação de uma determinada tensão (BOYER, 2002).

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad (2.3)$$

Após a região elástica, ocorre uma transição para a região plástica, na qual a curva deixa de ser linear. Nessa região, o material começa a apresentar uma deformação permanente, mesmo quando a carga é removida. A curva tensão-deformação nessa região mostra um aumento gradual da deformação com o aumento da tensão aplicada, porém, a relação tensão-deformação deixa de se aproximar de um valor constante, indicando o comportamento plástico do material.

Um ponto importante na curva é o limite de escoamento, que marca o início da deformação plástica significativa. Esse ponto representa a tensão na qual o material começa a sofrer uma deformação plástica perceptível, mesmo com um aumento mínimo da carga aplicada. Na maioria dos materiais ocorre uma transição gradual do comportamento elástico para o comportamento plástico, e o ponto em que a deformação plástica começa é difícil de definir com precisão (BOYER, 2002).

O ponto em que a tensão real atinge o valor máximo é conhecido como ponto de ruptura, onde ocorre a fratura do material. Nesse ponto, a deformação também atinge valor máximo, levando à falha total do material.

2.4 Modelos para a curva tensão-deformação

Na literatura, autores desenvolveram expressões analíticas para descrever o comportamento dos materiais submetido à esforços solicitantes, principalmente para os metais e concreto. A análise não linear requer as curvas experimentais de tensão-deformação ou uma representação analítica precisa das curvas para obter uma estimativa mais precisa da curva tensão-deformação e vários parâmetros-chave que a definem (NAAMAN, 1985).

2.4.1 Ramberg-Osgood

A curva tensão-deformação é frequentemente representada por meio de diversas equações empíricas. Uma das versões mais comuns e antigas utilizadas para obter a curva tensão-deformação em situações cíclicas é conhecida como relação de Ramberg-Osgood. Essa equação foi proposta

por Walter Ramberg e William Osgood em 1943 e pode ser aplicada para descrever o comportamento de diversos materiais e sistemas que apresentam uma resposta elasto-plástica. Nesse contexto, a expressão é amplamente utilizada na engenharia para a análise do comportamento dos materiais, além disso, tal expressão comumente é utilizada como base para o desenvolvimento de novos trabalhos. A formulação resulta em uma curva contínua e com transição gradual, sendo a melhor representação do comportamento tensão-deformação de metais que não possuem um ponto de escoamento definido.

A expressão proposta por Ramberg e Osgood (1943) é representada na Equação 2.4

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + K \left(\frac{\sigma}{\sigma_y} \right)^n \quad (2.4)$$

em que E representa o módulo de elasticidade e σ_y representa a tensão de escoamento. Os parâmetros K e n são constantes para um determinado tipo de metal.

Com base na Equação 2.4, Hill (1944), propôs uma expressão modificada, desenvolvendo os parâmetros K e n , conforme a Equação 2.5

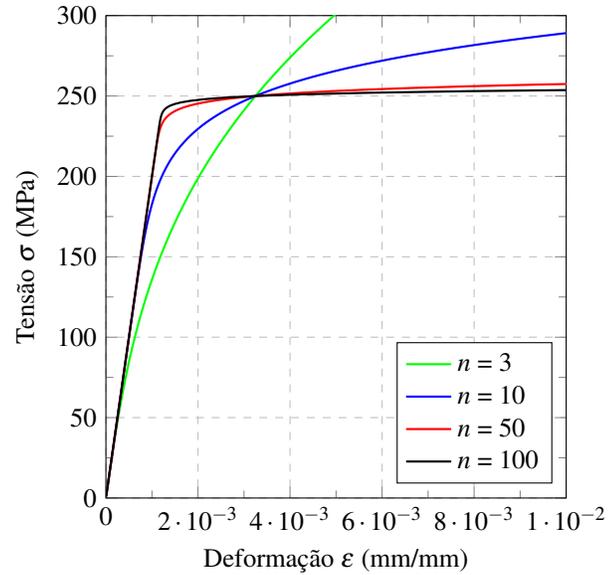
$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E_0} + 0,002 \left(\frac{\sigma}{\sigma_{0,2}} \right)^n \quad (2.5)$$

em que E_0 representa o módulo de elasticidade inicial e $\sigma_{0,2}$, convencionalmente considerada como a tensão de escoamento, representa a tensão correspondente a uma deformação de 0,2%.

Ao considerar os dados genéricos para o aço A36, com o módulo de elasticidade inicial (E_0) igual a 200 GPa e o limite de escoamento igual a 250 MPa, é possível verificar a influência da variação do parâmetro n na curva tensão-deformação, conforme a Figura 2.4.

2.4.2 Sargin-Handa

A expressão desenvolvida por Sargin e Handa (1969) descreve a curva tensão-deformação do concreto sob compressão. A expressão, busca capturar de forma precisa o comportamento do concreto sob diferentes condições de carregamento. Ao comparar os resultados com dados experimentais, obtidos a partir da análise de corpos de prova produzidos com diferentes proporções de cimento, água e agregados, eles verificaram a validade e a aplicabilidade prática de sua expressão. A expressão simplificada é representada pela Equação 2.6:

Figura 2.4 – Curva tensão-deformação para diferentes parâmetros n 

Fonte: Do autor (2023)

$$\frac{\sigma_c}{f_{cm}} = \frac{A \cdot \eta - \eta^2}{1 + (A - 2) \cdot \eta} \quad (2.6)$$

$$A = \frac{E_{c0}}{E_{c1}} \quad (2.7)$$

$$\eta = \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c1}} \quad (2.8)$$

em que f_{cm} representa a máxima resistência à compressão, E_{c0} é o módulo de elasticidade tangente na compressão, E_{c1} representa o módulo de elasticidade secante da origem até o pico de compressão f_{cm} e ϵ_{c1} é um parâmetro do material fixado em 0,0022.

Para a parte descendente do diagrama tensão-deformação, a Equação 2.6 é válida apenas para valores de $\frac{\sigma_c}{f_{cm}} \geq 0,5$.

2.5 Considerações normativas brasileiras para a curva tensão-deformação

A NBR 6118 (ABNT, 2014) é o documento normativo brasileiro que estabelece os critérios e parâmetros para o projeto de estruturas de concreto armado. Dentro dessa norma técnica, são

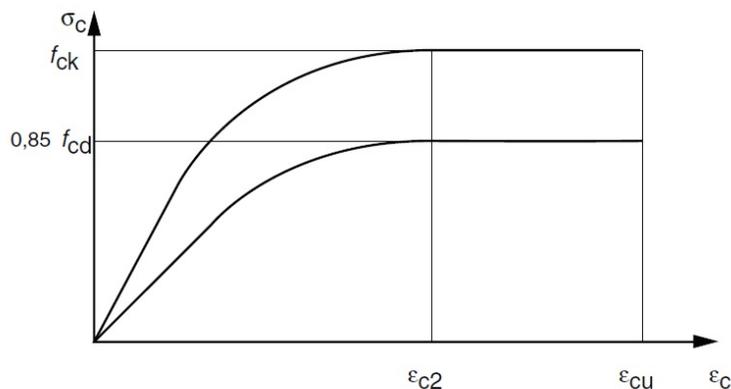
definidas as curvas tensão-deformação simplificadas para o aço e o concreto, que são utilizadas como referência para a análise e o dimensionamento estrutural.

É importante ressaltar que as curvas estabelecidas pela norma em questão são uma aproximação do comportamento real dos materiais, levando em consideração as características médias e o comportamento típico observado na prática. Em situações mais complexas, ou quando se deseja uma análise mais precisa, pode ser necessário utilizar modelos mais avançados e curvas de tensão-deformação mais detalhadas, considerando as particularidades de cada material e suas variações de propriedades. No entanto, para muitas aplicações de projeto, as curvas simplificadas definidas pela norma fornecem uma base confiável e adequada para o dimensionamento estrutural em concreto armado.

2.5.1 Concreto

A curva tensão-deformação do concreto para o dimensionamento de estruturas submetidas a compressão no estado limite último é descrito pela curva parábola-retângulo, expressa na Figura 2.5, com os parâmetros retratados na Equação 2.9.

Figura 2.5 – Curva parábola-retângulo para tensão de deformação do concreto à compressão



Fonte: NBR 6118 (ABNT, 2014)

$$\sigma_c = 0,85 f_{cd} \left[1 - \left(1 - \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c2}} \right)^n \right] \quad (2.9)$$

para concretos de classes até C50:

$$n = 2 \quad (2.10)$$

$$\varepsilon_{c2} = 2,0\text{‰} \quad (2.11)$$

$$\varepsilon_{cu} = 3,5\text{‰} \quad (2.12)$$

para concretos de classe C55 à C90:

$$n = 1,4 + 23,4 \left[\frac{(90 - f_{ck})}{100} \right]^4 \quad (2.13)$$

$$\varepsilon_{c2} = 2,0\text{‰} + 0,085\text{‰}(f_{ck} - 50)^{0,53} \quad (2.14)$$

$$\varepsilon_{cu} = 2,6\text{‰} + 35\text{‰} \left[\frac{(90 - f_{ck})}{100} \right]^4 \quad (2.15)$$

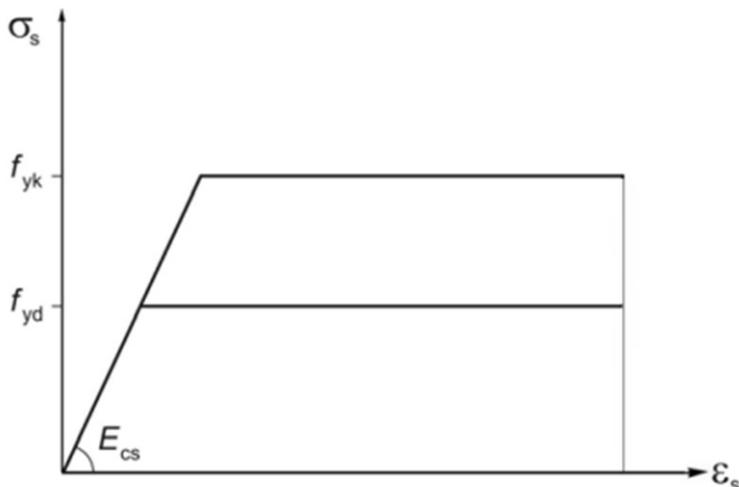
em que f_{cd} representa a resistência à compressão de projeto do concreto, f_{ck} a resistência à compressão característica do concreto, ε_{c2} a deformação específica de encurtamento do concreto no início do patamar plástico e ε_{cu} a deformação específica de encurtamento do concreto na ruptura.

2.5.2 Aço

De acordo com a norma NBR 6118 (ABNT, 2014), é possível utilizar o diagrama simplificado apresentado na Figura 2.6 para o cálculo das resistências em estados-limite de serviço e último. Esse diagrama é válido para faixas de temperatura entre -20°C e 150°C, e pode ser aplicado tanto para tração quanto para compressão do aço.

Os valores característicos da resistência ao escoamento f_{yk} e da deformação na ruptura ε_{uk} devem ser obtidos de ensaios de tração. O valor de f_{yk} para os aços sem patamar de escoamento é o valor da tensão correspondente à deformação de 0,2%.

Figura 2.6 – Curva elasto-plástica perfeita para tensão deformação do aço



Fonte: NBR 6118 (ABNT, 2014)

2.6 Critérios estatísticos para validação das funções de ajuste aos dados

2.6.1 Critério de Informação Bayesiano

O Critério de Informação Bayesiano ou *Bayesian Information Criterion (BIC)*, é uma técnica estatística que auxilia na seleção do modelo mais apropriado em um conjunto finito de modelos. Ele se baseia na teoria da probabilidade bayesiana e fornece uma abordagem sistemática para escolher o modelo que melhor se ajusta aos dados observados.

Matematicamente, o critério pode ser descrito pela Equação 2.16.

$$BIC = k \cdot \ln(n) - n \cdot \ln(L) \quad (2.16)$$

em que n é o número de pontos extraídos dos dados, k é o número de parâmetros livres a serem estimados e L é o máximo valor que representa a semelhança da função modelo.

No algoritmo desenvolvido nesse trabalho, a estratégia para a utilização desse critério consiste em aplicar o BIC para cada ordem de polinômio obtido em um intervalo definido, conforme a adaptação na Equação 2.17, analisando como parâmetros o número de dados do ensaio (n), a ordem do polinômio (A) e o somatório do quadrado das distâncias entre a função de ajuste e o ponto experimental (E) ao longo dos valores do eixo x , conforme a Equação 2.17.

$$BIC = A \cdot \ln(n) + n \cdot \ln(E) \quad (2.17)$$

Assim, dentre as ordens dos polinômios analisados, a melhor função para ajuste será aquela cujo valor obtido com a aplicação da Equação 2.17 seja o menor dentre as análises, devido à soma da segunda parte da expressão, que representa a distância entre a função de ajuste e os dados experimentais.

2.6.2 Cálculo do coeficiente de determinação R^2

Além do Critério de Informação Bayesiano, também foi calculado o coeficiente de determinação (R^2) como uma medida estatística adicional para comparar a qualidade de ajuste dos modelos aos dados observados.

O coeficiente R^2 varia de 0 a 1 e indica o ajuste aos dados, onde valores próximos de 1 indicam um melhor ajuste. Um R^2 de 1 significa que o modelo explica perfeitamente toda a variação observada nos dados, enquanto um R^2 de 0 indica que o modelo não é capaz de explicar qualquer variação.

É importante destacar que o coeficiente R^2 não estabelece uma relação de causalidade entre as variáveis, ou seja, não determina se as variáveis independentes são a causa direta das mudanças na variável dependente. Ele apenas indica a qualidade de ajuste do modelo aos dados disponíveis. Portanto, é fundamental interpretar o coeficiente considerando também a validade teórica e prática do modelo em questão.

O valor de R^2 foi calculado utilizando a Equação 2.18, que representa a fórmula específica para o cálculo desse coeficiente:

$$R^2 = 1 - \frac{SSR}{SST} \quad (2.18)$$

onde

$$SSR = \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y})^2 \quad (2.19)$$

$$SST = \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2 \quad (2.20)$$

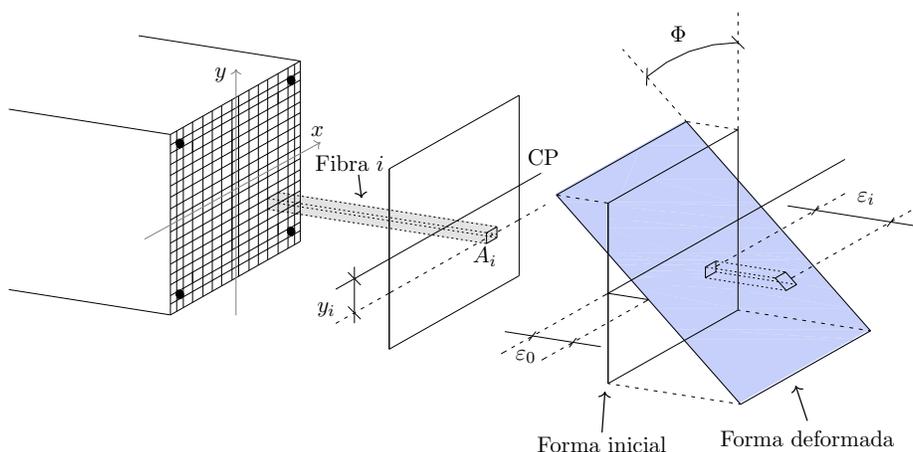
sendo que \hat{Y} representam os valores previstos pelo modelo de ajuste, \bar{Y} é a média dos valores observados nos dados e Y é o valor observado nos dados. A variável SSR é a soma dos quadrados das diferenças entre os valores observados e os valores previstos pelo modelo e a variável SST é a soma dos quadrados das diferenças totais entre os valores observados e a média.

2.7 Aplicabilidade prática

A compreensão do comportamento mecânico dos materiais desempenha um papel crucial no projeto e na análise de estruturas, componentes e dispositivos. A resposta de um material sob diferentes níveis de tensão e deformação é fundamental para garantir a segurança e o desempenho adequado desses elementos. Portanto, a capacidade de caracterizar e prever esse comportamento é essencial para a engenharia.

Ao analisar uma seção submetida ao esforço de flexão, conforme representado na Figura 2.7, verifica-se que a deformação do elemento varia conforme o ponto de análise se afasta do centroide plástico (CP) no sentido do eixo y . Portanto, quando a seção sofre uma rotação (ϕ), cada fibra apresenta uma deformação específica (ε) e, conseqüentemente, uma tensão (σ) correspondente.

Figura 2.7 – Comportamento à flexão de uma seção dividida em elementos finitos



Fonte: (LEMES, 2018)

Nesse contexto, métodos para calcular a tensão resistente total da seção foram desenvolvidos, sendo que o Método dos Elementos Finitos (MEF) obteve êxito em proporcionar precisão e desempenho. No MEF, a área da seção original é subdividida em uma malha de elementos, onde

são calculados os valores de tensão e deformação para cada fibra, sendo que a tensão resistente total passa a ser o somatório das tensões individuais na malha. Como o MEF é fundamentado em cálculos individuais na malha, funções contínuas não são essenciais para descrever o comportamento do material, basta conhecer a tensão correspondente à deformação apresentada por cada fibra para o cálculo. Porém, ao realizar um cálculo analítico para obtenção da resposta exata da tensão resistente para comparação, a função contínua que descreve a relação tensão-deformação se torna uma ferramenta importante para operações de integração e diferenciação na seção.

A abordagem proposta neste trabalho consiste em desenvolver curvas contínuas de ajuste polinomial para os dados tensão-deformação de diferentes tipos de materiais. Essas curvas são obtidas por meio de técnicas de ajuste polinomial, que permitem modelar o comportamento do material com base em dados experimentais. Através de uma análise estatística e do uso de métodos de otimização, os coeficientes dos polinômios são determinados de forma a proporcionar um ajuste preciso aos dados experimentais.

As curvas propostas neste estudo surgem como uma alternativa viável para cálculos e dimensionamentos que requerem menor desempenho computacional. Ao examinar as funções encontradas na literatura para materiais amplamente utilizados na construção civil, como o aço e o concreto, é perceptível a complexidade dessas funções que, em operações de cálculo como integração e diferenciação, podem exigir um elevado processamento computacional, tornando sua utilização inviável.

Nesse sentido, a adoção de curvas de ajuste polinomial se mostra vantajosa. Essas curvas, fundamentadas em uma abordagem matemática simplificada, oferecem uma representação mais acessível e computacionalmente eficiente do comportamento tensão-deformação dos materiais. Em vez de depender de funções complexas e elaboradas, as curvas polinomiais permitem uma modelagem simplificada e direta do comportamento mecânico, facilitando cálculos subsequentes.

Além disso, a utilização dessas curvas de ajuste pode contribuir para a análise e o desenvolvimento de materiais com propriedades específicas. Por exemplo, ao explorar diferentes combinações de polinômios e parâmetros de ajuste, é possível estudar o efeito de diferentes variáveis na resposta mecânica dos materiais, auxiliando na compreensão do comportamento e desenvolvimento de novos materiais mais resistentes, duráveis e adaptados a aplicações específicas.

3 METODOLOGIA

3.1 Considerações iniciais

Os conceitos e parâmetros discutidos no Capítulo 2 foram empregados como bases para o desenvolvimento da rotina e análise comparativa dos resultados. O código foi construído em linguagem MATLAB, utilizando a versão R2023a (MATLAB, 2023), a licença foi gentilmente cedida pelo professor Ricardo Silveira, da Universidade Federal de Ouro Preto. Este capítulo tem como objetivo descrever as tecnologias adotadas e apresentar de forma detalhada as estratégias utilizadas para o ajuste de funções polinomiais aos dados experimentais obtidos em ensaios de tração e compressão.

3.2 Tecnologias adotadas

A aplicação foi desenvolvida utilizando o MATLAB, uma linguagem de programação amplamente utilizada em diversas áreas, incluindo a engenharia. MATLAB é uma linguagem de alto nível desenvolvida pela MathWorks, que oferece um ambiente integrado para cálculos numéricos, visualização de dados e implementação de algoritmos avançados.

Com a utilização dessa linguagem, é possível realizar operações matemáticas complexas, manipulação de vetores e matrizes multidimensionais, além de fornecer uma ampla variedade de funções e ferramentas especializadas para análise de dados. A linguagem apresenta uma sintaxe clara e legível, facilitando a escrita e a compreensão do código.

Uma das grandes vantagens do MATLAB é a sua extensa biblioteca de funções incorporadas, que abrange desde análise estatística até processamento de sinais e imagens. Essa biblioteca robusta reduz a necessidade de desenvolver funções básicas, permitindo o aproveitamento de soluções já implementadas e testadas. No contexto deste projeto, o MATLAB possibilitou a implementação de algoritmos de ajuste de curvas polinomiais e a manipulação dos dados de ensaios de forma eficiente.

3.3 Estrutura e desenvolvimento do algoritmo

A rotina computacional desenvolvida nesse trabalho consiste em reunir dados experimentais de tensão e deformação, listar os coeficientes de melhor ajuste para uma função polinomial, através do Método dos Mínimos Quadrados (MMQ), para cada ordem definida em um intervalo e indicar qual a ordem do polinômio que promove o melhor ajuste aos dados, utilizando uma adaptação do Critério de Informação Bayesiano (BIC). Além disso, como critério de comparação, foi implementado o cálculo do coeficiente de determinação (R^2). Para testar a rotina, o código foi aplicado utilizando dados experimentais obtidos em um ensaio de tração para o alumínio 6061-T651 (AAKASH; CONNORS; SHIELDS, 2019), dados extraídos em um ensaio de compressão paralela às fibras para a madeira da espécie Guajará (OLIVEIRA; ZANGIACOMO, 2023), dados para o concreto à compressão f_{ck} 50 MPa (VAN GYSEL; TAERWE, 1996) e para o aço à tração classe 650 MPa (ANGGRAINI et al., 2018).

3.3.1 Importação e leitura dos dados

Os dados que correlacionam tensão e deformação extraídos dos ensaios são armazenados em um arquivo de planilhas com extensão *.xls*. O algoritmo desenvolvido realiza a importação dos dados através da função *xlsread*, que possibilita a leitura dos valores no arquivo desejado e o armazenamento desses dados em variáveis de interesse. No código, os dados do ensaio são separados em dois vetores, um contendo os valores de tensão e o outro, os valores de deformação.

Um exemplo de organização dos dados extraídos de ensaio é exibido na Tabela 3.1.

3.3.2 Ajuste de curvas polinomiais

As curvas de ajuste polinomial são obtidas através da função *polyfit*. Com os valores dos eixos x e y extraídos dos dados experimentais (deformação e tensão) e o grau do polinômio definido, a função retorna um vetor com os coeficientes de melhor ajuste para a ordem do polinômio em questão, sendo que esses coeficientes podem ser usados posteriormente para estimar os valores de y para qualquer valor de x dentro do intervalo dos dados experimentais.

A função *polyfit* utiliza o método dos mínimos quadrados para encontrar os coeficientes do polinômio que melhor se ajustam aos dados fornecidos. O método dos mínimos quadrados

Tabela 3.1 – Exemplo da disposição dos dados de leitura em planilha

Deformação específica	Tensão (MPa)
0	0
0,0001	21
0,0002	42
0,0003	63
0,0004	84
0,0005	105
0,0006	126
0,0007	147
0,0008	168
0,0009	189
0,001	210

Fonte: Do autor (2023).

(MMQ) é uma técnica estatística amplamente utilizada para ajustar uma curva a um conjunto de pontos experimentais. Tal método busca minimizar a soma dos quadrados dos resíduos, ou seja, a diferença entre os valores reais e os valores estimados pela curva ajustada. Para obter o melhor ajuste possível para os dados, é necessário encontrar os coeficientes do polinômio que minimizam essa soma.

É importante ressaltar que o ajuste polinomial por meio da função *polyfit* é uma técnica de aproximação e a escolha adequada do grau do polinômio é fundamental para obter um ajuste preciso. Um grau muito baixo pode não capturar a complexidade dos dados, enquanto um grau muito alto pode levar ao sobreajuste e conseqüente perda de generalização.

3.3.3 Estratégia para desenvolvimento da rotina

A estratégia utilizada para organizar o código está descrita na Tabela 3.2, sendo que a rotina está detalhada no Apêndice B.

Tabela 3.2 – Estratégia adotada na rotina computacional para obtenção das curvas de ajuste polinomial

1.	Leitura dos dados de deformação e tensão obtidas de ensaios do material
2.	Plotagem dos dados em um gráfico tensão-deformação
3.	Definição do intervalo de ordens para análise do polinômio de ajuste
4.	para cada ordem definida no intervalo faça
5.	Definir o polinômio de melhor ajuste pelo Método dos Mínimos Quadrados
6.	Aplicar o polinômio para os valores de deformação e armazenar os valores de tensão
7.	Obter o somatório das distâncias quadradas entre o polinômio e os dados
8.	fim para
9.	Definir a ordem do polinômio de melhor ajuste pelo método BIC (Equação 2.17)
10.	Calcular o coeficiente R^2 (Equação 2.18)
11.	Plotar a curva de melhor ajuste juntamente com os dados

Fonte: Do autor (2023).

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

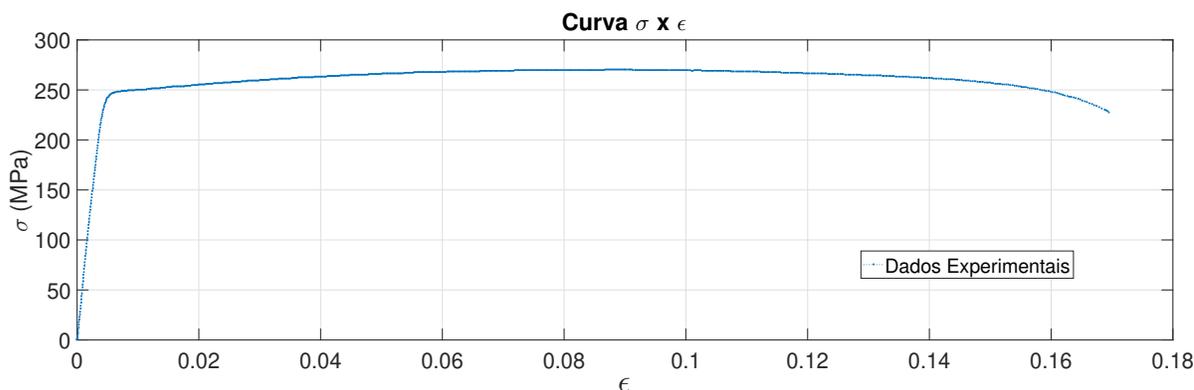
4.1 Considerações iniciais

Neste capítulo, foi realizado o teste da rotina computacional desenvolvida neste trabalho utilizando dados de tensão e deformação extraídos de ensaios laboratoriais realizados para quatro materiais distintos. O primeiro constitui um ensaio de tração realizado com o alumínio 6061-T651 submetido a uma temperatura de 100°C (AAKASH; CONNORS; SHIELDS, 2019). O segundo, foi um ensaio de compressão paralelo às fibras realizado com um corpo de prova de madeira (OLIVEIRA; ZANGIACOMO, 2023). O terceiro ensaio foi realizado com o concreto f_{ck} 50 MPa à compressão (VAN GYSEL; TAERWE, 1996). Por fim, o quarto ensaio foi realizado com o aço Classe 650 à tração (ANGGRAINI et al., 2018). Foram discutidos os parâmetros de ajuste e realizadas análises das funções polinomiais aplicadas. Os coeficientes para as funções apresentadas nesse capítulo estão retratados no Apêndice A.

4.2 Aplicação da rotina para dados do alumínio 6061-T651 à 100°C

Os dados obtidos a partir do estudo realizado por Aakash, Connors e Shields (2019) para o alumínio 6061-T651 a uma temperatura de 100°C foram organizados em uma planilha. Um total de 860 pares de dados foram importados. A representação desses dados em um gráfico de tensão-deformação foi obtida utilizando a função *plot* do MATLAB, conforme ilustrado na Figura 4.1.

Figura 4.1 – Dados de tensão e deformação para o alumínio 6061-T651 à 100°C

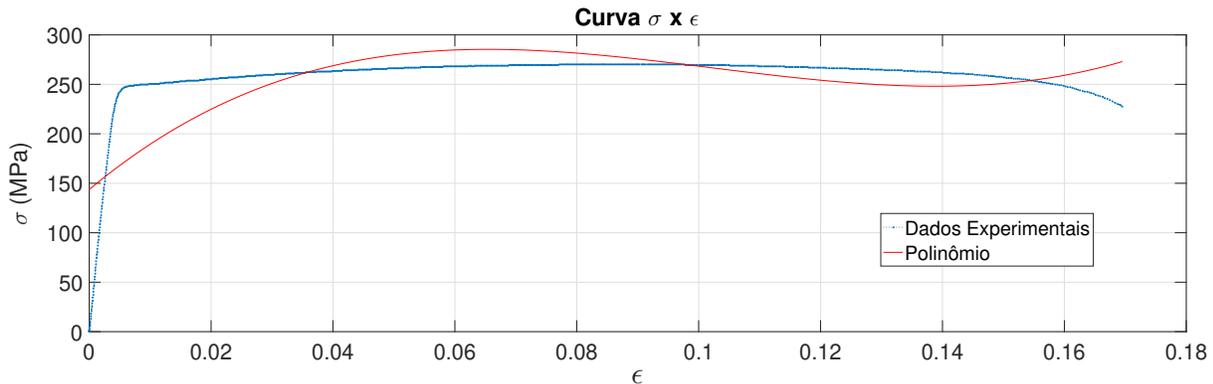


Fonte: Do autor (2023)

Ao comparar esses dados com as informações da curva modelo discutida no Capítulo 2, nota-se uma certa linearidade na fase elástica do material, que se estende até uma deformação próxima a 0,01. Após atingir o limite de proporcionalidade, ocorre uma transição acentuada para o regime plástico. Na fase plástica, é perceptível o aumento da resistência até atingir um valor máximo em torno de 270 MPa, próximo à deformação de 0,08. Após atingir o limite máximo de resistência, o material entra em um processo de amolecimento até a sua ruptura.

Inicialmente, a rotina foi testada com a variação da ordem dos polinômios de 1 a 3. O código foi projetado para avaliar os melhores coeficientes de ajuste para cada uma dessas ordens e determinar qual delas proporciona o melhor ajuste aos dados. Após a análise, verificou-se que o polinômio de grau 3 apresentou o melhor ajuste. No entanto, observa-se que a função ainda não é completamente representativa para os dados do ensaio, como mostrado na Figura 4.2.

Figura 4.2 – Curva de ajuste polinomial de grau 3



$$R^2 = 0,5906$$

Fonte: Do autor

O vetor dos coeficientes para o polinômio de ajuste está representado na Equação 4.1

$$\text{Coeficientes} = \begin{pmatrix} 188483,0291 \\ -57760,4709 \\ 5138,3339 \\ 143,6314 \end{pmatrix} \quad (4.1)$$

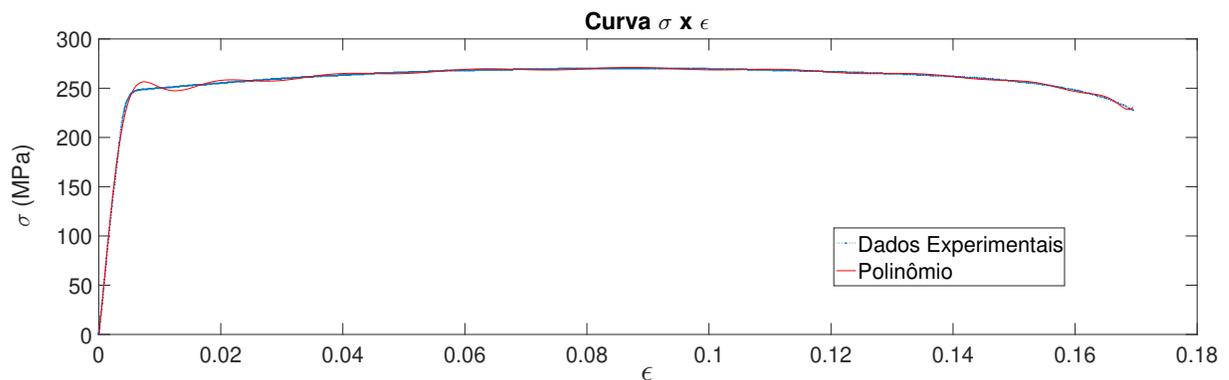
ou seja, o polinômio de ajuste teria a composição:

$$P = 188483,0291x^3 - 57760,4709x^2 + 5138,3339x + 143,6314 \quad (4.2)$$

Diante do resultado insatisfatório obtido na primeira curva, cria-se uma tendência de aumentar a ordem do polinômio para que a curva tenha maior liberdade para ajuste. Como resultado, foi realizado um segundo teste abrangendo uma ampla faixa de ordens polinomiais, variando de 1 a 20. O objetivo era identificar o polinômio que proporcionasse o melhor ajuste entre as ordens analisadas.

Após essa análise mais abrangente, constatou-se que o polinômio de grau 20 apresentou o melhor ajuste. A curva de ajuste resultante pode ser observada na Figura 4.3.

Figura 4.3 – Curva de ajuste polinomial de grau 20



$$R^2 = 0,9988$$

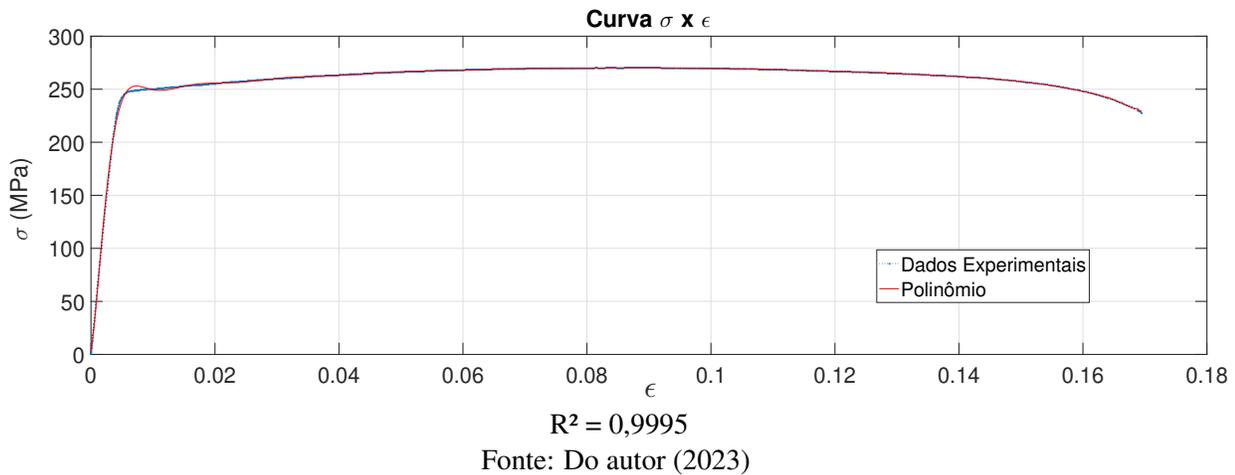
Fonte: Do autor (2023)

Apesar da curva de ajuste do polinômio de grau 20 apresentar uma aproximação significativa em relação aos dados de ensaio, é perceptível uma discrepância no ponto de transição entre o regime elástico e o regime plástico. Diante disso, considerando que o polinômio de melhor ajuste encontrado já estava no limite superior das ordens analisadas, há a possibilidade de aprimorar o ajuste ao aumentar ainda mais a ordem do polinômio.

Como último teste, o limite superior das ordens de análise foi estendido para 50, ou seja, foram consideradas curvas de ajuste de até a ordem 50, sendo que a rotina retornaria o polinômio que melhor representasse o comportamento dos dados.

Dessa forma, verificou-se que o polinômio de grau 30 proporcionou o melhor ajuste, conforme ilustrado na Figura 4.4.

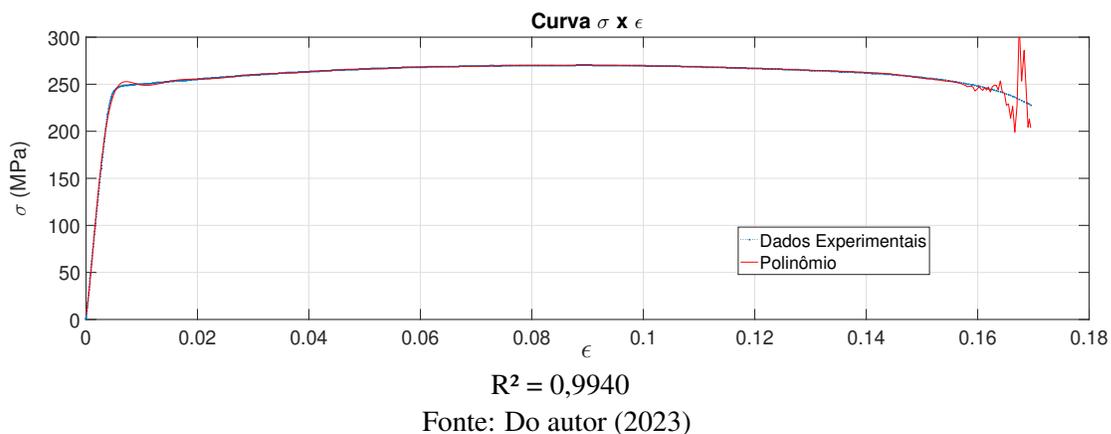
Figura 4.4 – Curva de ajuste polinomial de grau 30



O polinômio de grau 30, retornado como o melhor ajuste pela rotina, encontra-se dentro do intervalo inicialmente definido, o que indica ser o melhor ajuste possível para os dados por meio de uma curva polinomial. Ordens superiores a 30 resultariam em um distanciamento dos dados de ensaio, levando ao fenômeno conhecido como *overfitting*, no qual a função se ajusta excessivamente aos dados de entrada, capturando até mesmo o ruído ou a variabilidade aleatória presente nos dados.

Um exemplo desse fenômeno pode ser observado no polinômio de grau 70 gerado para os mesmos dados, conforme mostrado na Figura 4.5. Esse polinômio demonstra uma curva altamente complexa e irregular, que não representa adequadamente o comportamento real dos dados, resultando em um ajuste impróprio. Portanto, é importante evitar o *overfitting* ao escolher a ordem do polinômio, a fim de obter um ajuste preciso e confiável.

Figura 4.5 – Curva de ajuste polinomial de grau 70



Após a análise das curvas de ajuste geradas a partir dos dados experimentais de tensão e deformação do alumínio 6061-T651 a 100°C, extraídos do trabalho de Aakash, Connors e Shields (2019), destacam-se alguns pontos importantes para discussão. Inicialmente, observou-se que o melhor polinômio de ajuste teve uma ordem elevada, 30, o que pode ser considerado alto para um polinômio, embora seja uma função facilmente processada computacionalmente. No entanto, é importante considerar que a escolha da ordem do polinômio pode apresentar desafios de análise e interpretação. Uma vantagem da rotina desenvolvida é a flexibilidade de permitir que o usuário defina o intervalo de ordens desejado, levando em consideração o nível de precisão requerido para o trabalho, buscando um equilíbrio adequado entre complexidade e precisão.

Além disso, ao analisar graficamente os dados, foi observada uma maior dificuldade de ajuste para os pontos localizados na região de transição entre os regimes elástico e plástico. Essa região é caracterizada por uma curva acentuada, típica de alguns metais, que muitas vezes se assemelha a um ponto vértice, devido à mudança brusca de comportamento entre essas duas regiões. Essa característica específica gerou desafios no ajuste nessa região, resultando em menor representatividade quando comparada às outras regiões da curva.

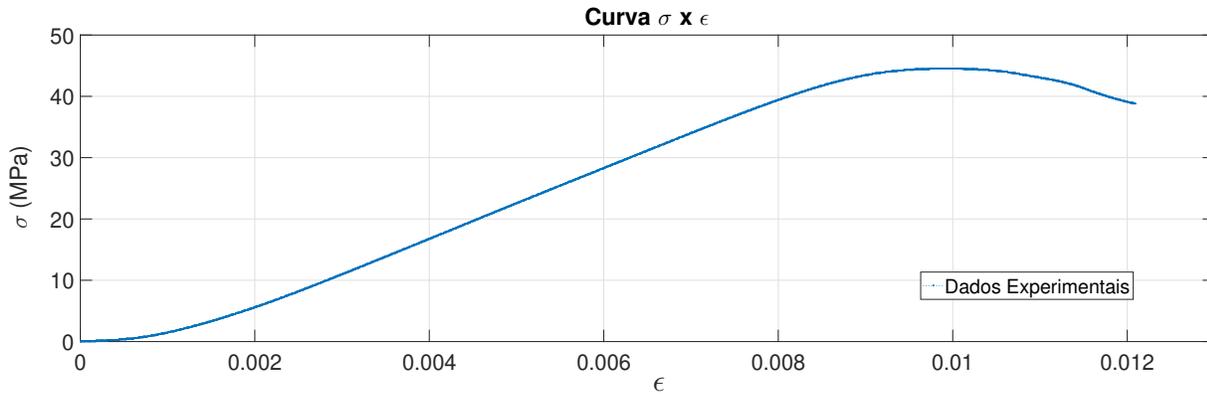
4.3 Aplicação da rotina para dados da madeira Guajará

No ensaio de compressão paralelo às fibras, realizado por Oliveira e Zangiacomo (2023), utilizando um corpo de prova da madeira Guajará, obteve-se uma extensa base de dados contendo 3675 pontos de tensão e deformação. Esses dados foram organizados em uma planilha, destacando-se que a maior tensão resistente registrada foi de 44,50 MPa, ocorrendo em uma deformação próxima a 0,01.

Para visualizar os dados de forma gráfica, utilizou-se a ferramenta *plot* do MATLAB, como ilustrado na Figura 4.6. Ao analisar os pontos no gráfico, observa-se uma tendência comportamental da curva tensão-deformação que indica uma transição mais suave entre os regimes elástico e plástico, em comparação com os dados do Alumínio 6061-T651 (Figura 4.1).

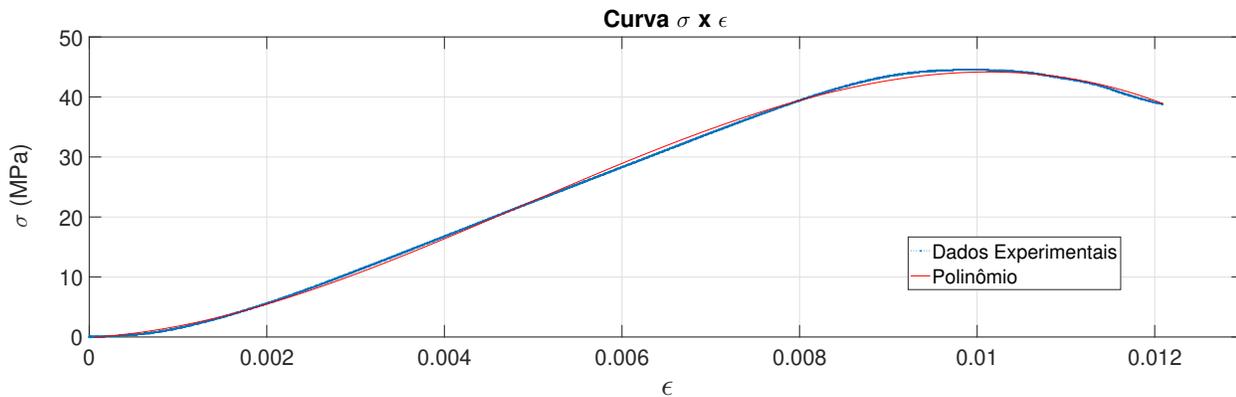
Inicialmente, aplicou-se a rotina com a variação da ordem dos polinômios de 1 a 3. Dessa forma, o código foi capaz de avaliar os melhores coeficientes de ajuste para cada uma dessas ordens e determinar qual delas proporcionou o ajuste mais eficiente aos dados. Na análise realizada, foi

Figura 4.6 – Dados de tensão e deformação para a madeira Guajará



constatado que o polinômio de terceiro grau obteve o melhor ajuste, conforme ilustrado na Figura 4.7. Ao verificar o coeficiente R^2 , constatou-se o valor 0,9993.

Figura 4.7 – Curva de ajuste polinomial de grau 3



O vetor dos coeficientes para o polinômio de ajuste está representado na Equação 4.3

$$\text{Coeficientes} = \begin{pmatrix} -77358193,2149 \\ 1135427,3576 \\ 802,0923 \\ -0,0549 \end{pmatrix} \quad (4.3)$$

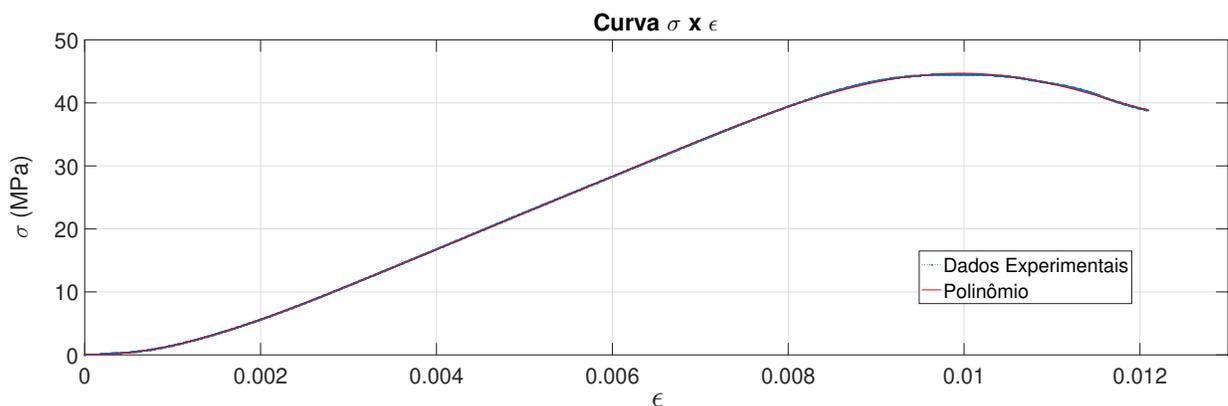
ou seja, o polinômio de ajuste teria a composição:

$$P = -77358193,2149x^3 + 1135427,3576x^2 + 802,0923x - 0,0549 \quad (4.4)$$

Considerando a precisão necessária para o ajuste, a função polinomial de terceiro grau poderia ser uma escolha adequada, uma vez que ela apresenta um ajuste satisfatório aos dados experimentais e a expressão polinomial é relativamente simples para análises, tanto manuais quanto computacionais. No entanto, ao analisar visualmente o gráfico da função, observa-se uma pequena discrepância entre a curva e os dados na região anterior ao estágio de amolecimento, indicando a possibilidade de obter um ajuste mais preciso com ordens superiores.

O segundo teste foi realizado, variando a ordem dos polinômios de 1 a 7, e constatou-se que o polinômio de grau 7 proporcionou o melhor ajuste, conforme demonstrado na Figura 4.8. Um aspecto relevante do resultado obtido foi o coeficiente de determinação (R^2) igual a 1 com uma precisão de quatro casas decimais, indicando um ajuste extremamente preciso e representativo para todas as etapas da curva.

Figura 4.8 – Curva de ajuste polinomial de grau 7

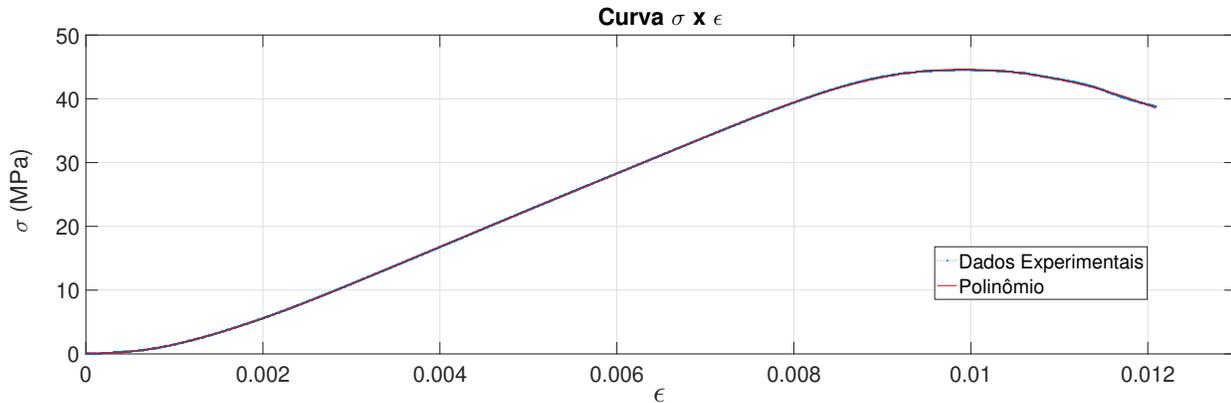


$$R^2 = 1,0000$$

Fonte: Do autor (2023)

Embora o polinômio de grau 7 tenha demonstrado um ótimo ajuste, uma das funcionalidades da rotina é identificar o polinômio de ajuste ideal. Assim, foi realizado um terceiro teste, variando a ordem do polinômio de ajuste de 1 a 10, a fim de determinar qual polinômio proporcionaria o melhor ajuste possível. Após o teste, a rotina concluiu que o polinômio de grau 9 obteve o melhor ajuste entre as ordens analisadas, mantendo o coeficiente de determinação (R^2) igual a 1 com uma precisão de quatro casas decimais, conforme ilustrado na Figura 4.9.

Figura 4.9 – Curva de ajuste polinomial de grau 9



$$R^2 = 1,0000$$

Fonte: Do autor (2023)

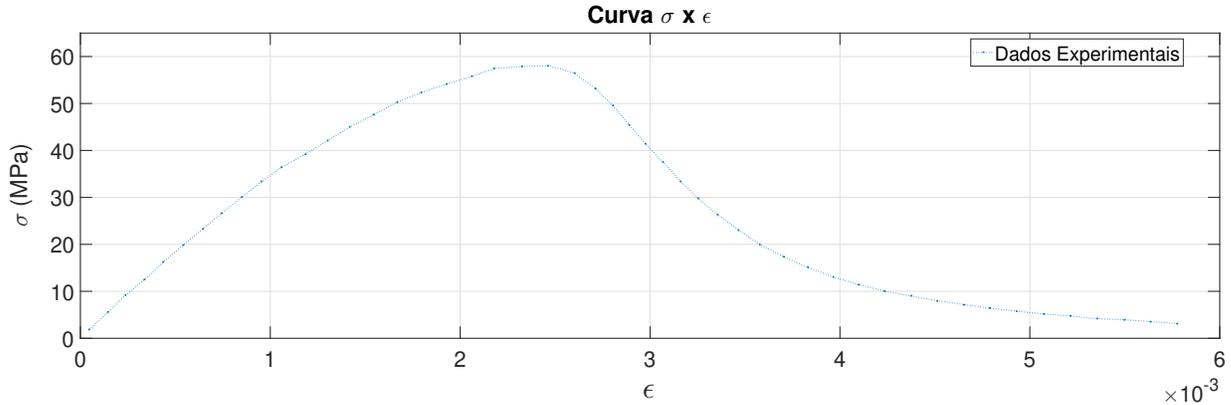
Ao final das análises, os resultados obtidos revelam algumas considerações importantes. Em primeiro lugar, a disposição dos dados de ensaio para a madeira Guajará permitiu um bom ajuste com ordens de polinômio mais baixas em comparação com as curvas de ajuste para o alumínio. Além disso, foi constatado que o polinômio de grau 9 proporcionou o melhor ajuste para os dados, no entanto, ordens menores também apresentaram resultados satisfatórios, permitindo ao usuário escolher a ordem que ofereça um equilíbrio adequado entre precisão e complexidade.

Outro aspecto interessante foi o ajuste realizado na região de transição entre o regime elástico e o regime plástico. Como a curva nessa fase é caracterizada por uma transição suave, o ajuste polinomial foi capaz de representar de forma precisa os dados observados.

4.4 Aplicação da rotina para dados do concreto f_{ck} 50 MPa à compressão

Os dados para curva tensão-deformação do concreto à compressão foram extraídos graficamente do trabalho de Van Gysel e Taerwe (1996) utilizando o *software* gratuito Engauge Digitizer (v12.1). Através do gráfico, foram extraídos 50 pares de dados tensão-deformação, organizados na Figura 4.10. Ressalta-se que a curva também aborda o comportamento do concreto na fase de amolecimento.

Ao verificar a disposição dos dados na Figura 4.10 é possível notar um comportamento divergente dos ensaios anteriores. Em primeiro plano, o número de dados é inferior, permitindo maior liberdade para o ajuste. Além disso, o concreto apresenta valores de deformações baixos, variando

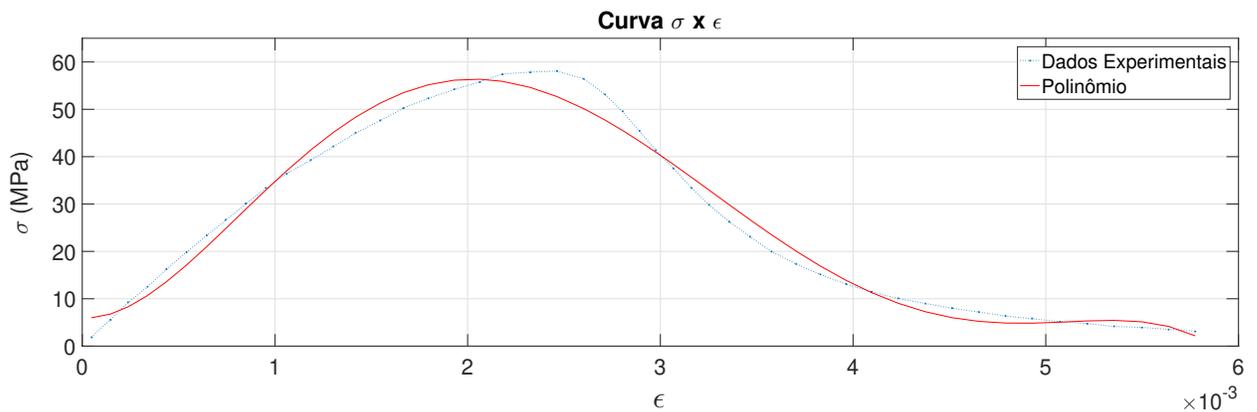
Figura 4.10 – Dados de tensão e deformação para o concreto f_{ck} 50 MPa

Fonte: Do autor (2023)

entre 0 e 0,006; demonstrando ser um material mais frágil. Por fim, o material apresenta um decaimento de resistência acentuado, que se inicia após atingir a tensão máxima de aproximadamente 58 MPa.

Para o início dos testes de ajuste, aplicou-se a rotina com a variação da ordem dos polinômios de 1 a 5. Dessa forma, o código foi capaz de avaliar os melhores coeficientes de ajuste para cada uma dessas ordens e determinar qual delas proporcionou o ajuste mais eficiente aos dados. Na análise realizada, observou-se que o polinômio de quinto grau obteve o melhor ajuste, conforme ilustrado na Figura 4.11.

Figura 4.11 – Curva de ajuste polinomial de grau 5



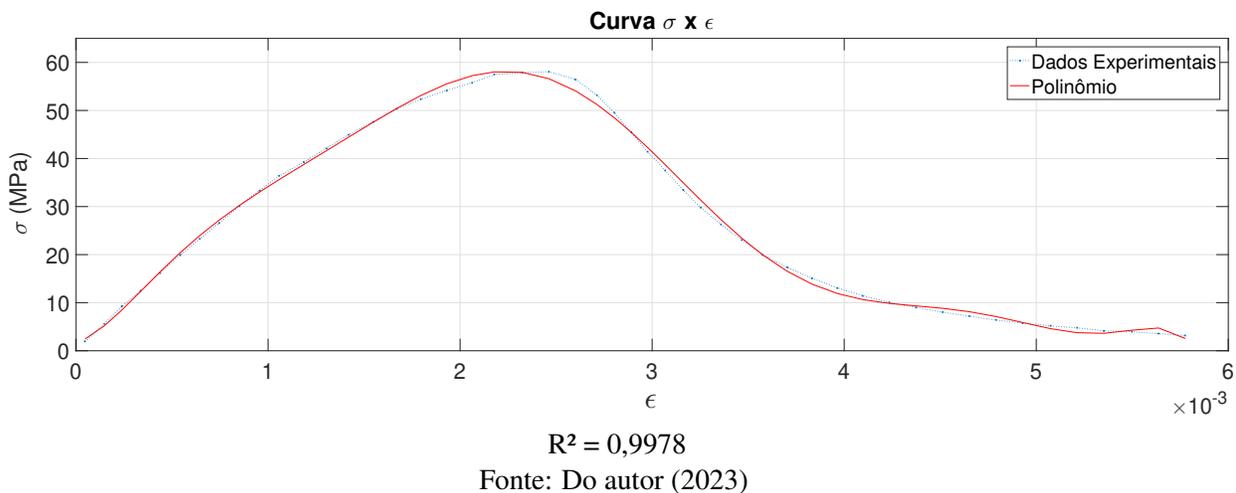
$$R^2 = 0,9815$$

Fonte: Do autor (2023)

Considerando a precisão necessária para o ajuste, a função polinomial de quinto grau poderia ser uma escolha adequada, uma vez que ela apresenta um ajuste satisfatório aos dados experimentais e a expressão polinomial é relativamente simples para análises, tanto manuais quanto computacionais. No entanto, ao analisar visualmente o gráfico da função, observa-se algumas discrepâncias entre a curva e os dados na região anterior ao estágio de amolecimento e ao trecho descendente da curva, indicando a possibilidade de obter um ajuste mais preciso com ordens superiores.

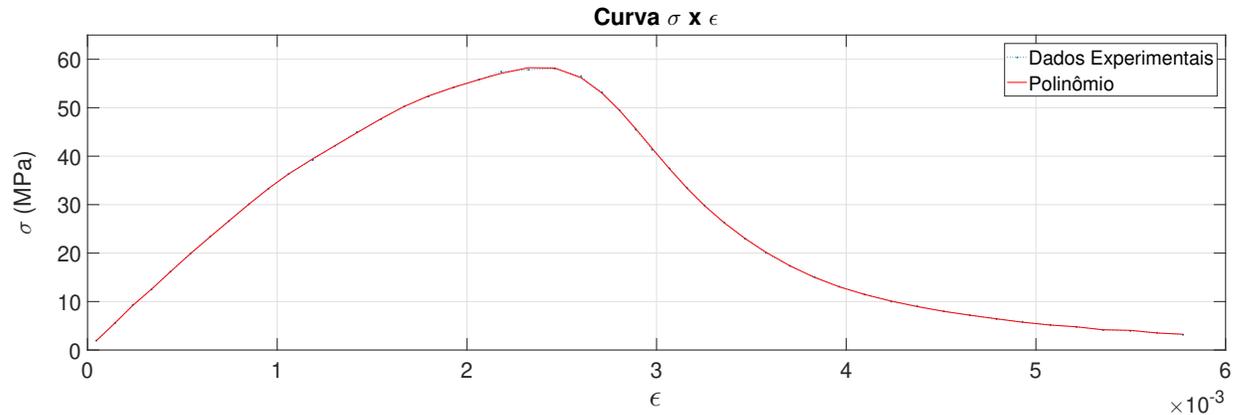
O segundo teste foi realizado, variando a ordem dos polinômios de 1 a 10, e constatou-se que o polinômio de grau 10 proporcionou o melhor ajuste, conforme demonstrado na Figura 4.12. Um aspecto relevante do resultado obtido foi o coeficiente de determinação (R^2) com valor mais próximo de 1.

Figura 4.12 – Curva de ajuste polinomial de grau 10



Embora o polinômio de grau 10 tenha demonstrado um bom ajuste, uma das funcionalidades da rotina é identificar o polinômio de ajuste ideal. Assim, foi realizado um terceiro teste, variando a ordem do polinômio de ajuste de 1 a 50, a fim de determinar qual polinômio proporcionaria o melhor ajuste possível. Após o teste, a rotina concluiu que o polinômio de grau 23 obteve o melhor ajuste entre as ordens analisadas, mantendo o coeficiente de determinação (R^2) igual a 1 com uma precisão de quatro casas decimais, conforme ilustrado na Figura 4.13.

Figura 4.13 – Curva de ajuste polinomial de grau 23

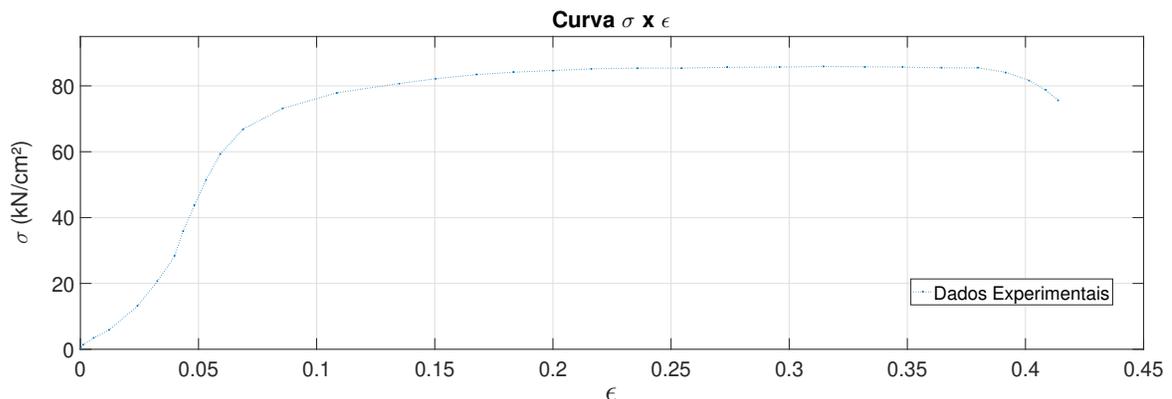


O resultado final demonstrou um ajuste extremamente preciso, porém com uma ordem elevada. Além disso, foi constatado que a utilização de menores quantidades de dados não geram, necessariamente, funções de ajustes de pequena ordem.

4.5 Aplicação da rotina para dados do aço para barras de reforço classe 650MPa

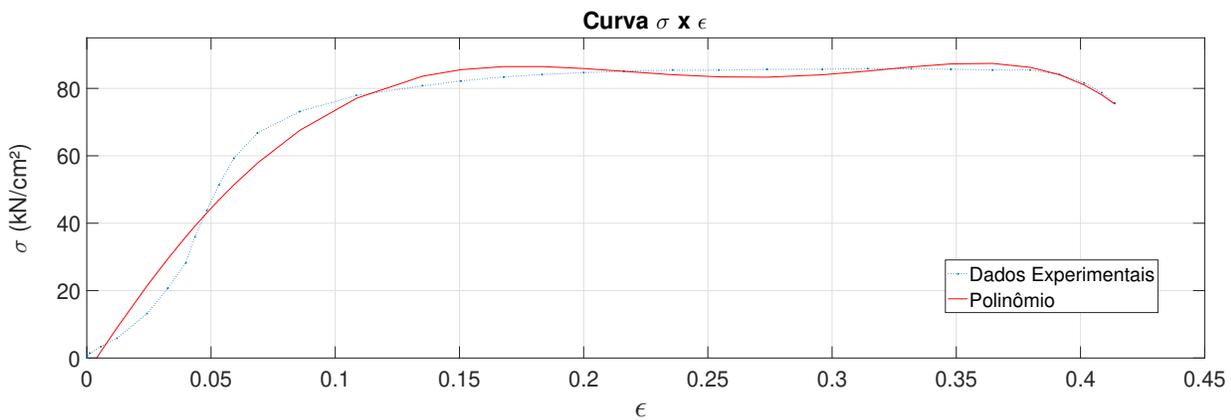
Os dados para curva tensão-deformação do aço classe 650 MPa foram extraídos graficamente do trabalho de Anggraini et al. (2018) utilizando novamente o *software* gratuito Engauge Digitizer (v12.1). Através do gráfico, foram extraídos 35 pares de dados tensão-deformação, organizados na Figura 4.14.

Figura 4.14 – Dados de tensão e deformação para o aço classe 650 MPa



Inicialmente, aplicou-se a rotina com a variação da ordem dos polinômios de 1 a 5. Dessa forma, o código foi capaz de avaliar os melhores coeficientes de ajuste para cada uma dessas ordens e determinar qual delas proporcionou o ajuste mais eficiente aos dados. Na análise realizada, observou-se que o polinômio de quinto grau obteve o melhor ajuste, conforme ilustrado na Figura 4.15. Ao examinar o valor do coeficiente R^2 , constatou-se a proximidade do valor 1, indicando uma precisão satisfatória para a curva de ajuste, porém com divergências visuais.

Figura 4.15 – Curva de ajuste polinomial de grau 5



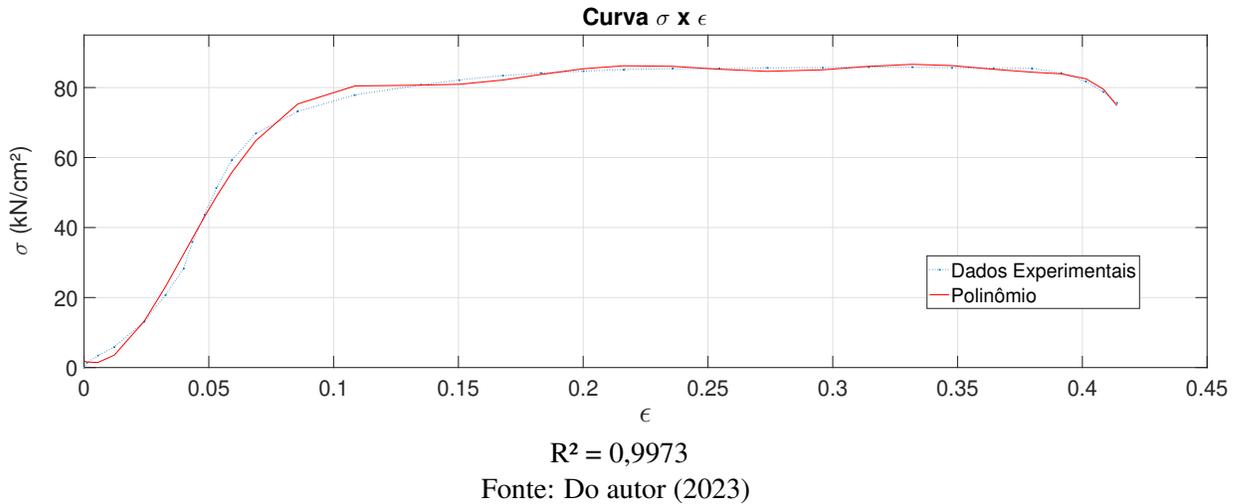
$$R^2 = 0,9827$$

Fonte: Do autor (2023)

Considerando a precisão necessária para o ajuste, a função polinomial de quinto grau poderia ser uma escolha adequada, uma vez que ela apresenta um ajuste relativamente representativo para os dados experimentais e a expressão polinomial é relativamente simples para análises, tanto manuais quanto computacionais. No entanto, ao analisar visualmente o gráfico da função, observa-se algumas discrepância entre a curva e os dados, indicando a possibilidade de obter um ajuste mais preciso com ordens superiores.

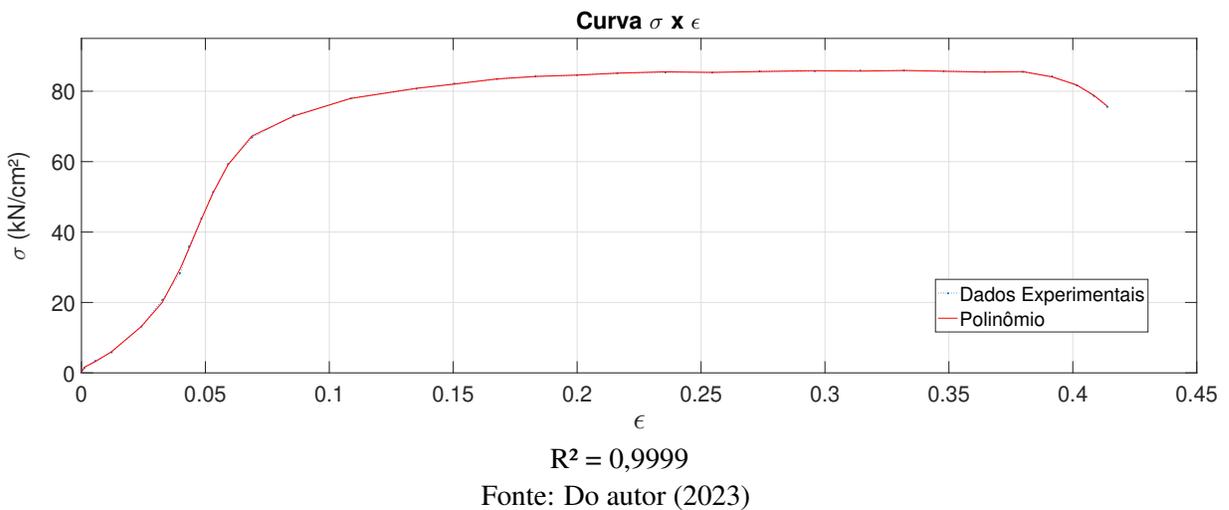
O segundo teste foi realizado, variando a ordem dos polinômios de 1 a 10, e constatou-se que o polinômio de grau 10 proporcionou o melhor ajuste, conforme demonstrado na Figura 4.16. Um aspecto relevante do resultado obtido foi o coeficiente de determinação (R^2) com valor próximo a 1, indicando um ajuste preciso, porém com algumas diferenças, principalmente na região plástica do diagrama.

Figura 4.16 – Curva de ajuste polinomial de grau 10



Ao final, foi realizado um terceiro teste, variando a ordem do polinômio de ajuste de 1 a 50, a fim de determinar qual polinômio proporcionaria o melhor ajuste possível. Após o teste, a rotina concluiu que o polinômio de grau 21 obteve o melhor ajuste entre as ordens analisadas, mantendo o coeficiente de determinação (R^2) igual a 0,9999 com uma precisão de quatro casas decimais, conforme ilustrado na Figura 4.17.

Figura 4.17 – Curva de ajuste polinomial de grau 21



5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

5.1 Conclusões

As funções de ajuste com maior precisão retornada pelo código descreveram o comportamento dos dados para cada um dos testes. Porém, as ordens desses polinômios variaram de acordo com os ensaios, ressaltando algumas características para o ajuste. Inicialmente, para os materiais cuja a fase de transição entre os regimes elástico e plástico acontece de forma abrupta, a função apresentou dificuldades para o ajuste, passando a ser representativa apenas para ordens elevadas, como demonstrado pelo ajuste aos dados do alumínio, do aço e do concreto. Ao comparar com materiais com uma transição mais suave nessa região, como a madeira, a função polinomial foi capaz de se ajustar com maior precisão para ordens menores, como foi demonstrado pelo resultado do coeficiente de determinação (R^2) muito próximo a 1 para a ordem 3.

Outro fator importante a ser considerado é que, apesar do bom desempenho da rotina de ajuste polinomial, é necessário ter cautela ao interpretar os resultados. A utilização de polinômios para representar o comportamento de materiais em ensaios laboratoriais pode ser eficaz em muitos casos, mas também pode apresentar limitações em situações mais complexas.

Um aspecto a ser destacado é a escolha do intervalo de ordens polinomiais definido pelo usuário. Essa escolha influencia diretamente na precisão do ajuste obtido. Um intervalo muito restrito pode não capturar corretamente a relação entre a tensão e a deformação, resultando em um ajuste inadequado. Por outro lado, um intervalo muito amplo pode levar a um ajuste excessivamente complexo, o que pode comprometer a interpretação dos resultados.

Por fim, é importante lembrar que os resultados de ajuste polinomial podem ser sensíveis a diferentes fatores, como a qualidade dos dados experimentais, a representatividade do modelo matemático escolhido e a presença de ruídos nos dados. Portanto, é recomendável realizar uma análise crítica dos dados, considerando todas essas possíveis fontes de incerteza.

5.2 Sugestões para trabalhos futuros

Considerando os desenvolvimentos realizados no presente trabalho, sugere-se alguns estudos futuros:

- Desenvolvimento de uma interface gráfica: criar uma interface gráfica amigável e intuitiva para a rotina computacional, tornando mais fácil e acessível sua utilização por parte de usuários não especializados em programação. Isso poderia ampliar a aplicabilidade e a disseminação da rotina em diversos campos de pesquisa e indústria.
- Aplicação a outros materiais e ensaios: expandir a aplicação da rotina para outros materiais e tipos de ensaios laboratoriais. Investigar o desempenho da rotina em diferentes contextos e explorar como as características dos materiais e dos ensaios podem afetar os resultados de ajuste.
- Avaliar perda de dados de ensaios: utilizar a rotina como alternativa para substituir dados perdidos em ensaios ou processos de análises.
- Incorporar outras técnicas de ajuste: além do método dos mínimos quadrados, explorar e implementar outras técnicas de ajuste, como regressão não linear ou métodos baseados em inteligência artificial, como redes neurais, para comparar e avaliar o desempenho em relação ao método utilizado neste trabalho.

REFERÊNCIAS

- AAKASH, B. S.; CONNORS, J.; SHIELDS, M. D. Stress-strain data for aluminum 6061-t651 from 9 lots at 6 temperatures under uniaxial and plane strain tension. **Data in Brief**, v. 25, 2019.
- ABNT. NBR 8800: Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios. **Rio de Janeiro**, 2008.
- ABNT. NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto - procedimento. **Rio de Janeiro**, 2014.
- AISC LRFD. Manual of steel construction-load and resistance factor design specification for structural steel buildings. **American Institute of Steel Construction, Chicago, IL**, 2005.
- ALWATHAF, A. et al. Mathematical modelling of stress-strain curves of masonry materials. **Australian Journal of Structural Engineering**, v. 13, n. 3, 2012.
- ANGGRAINI, R. et al. Stress-strain relationship of high-strength steel (hss) reinforcing bars. In: AIP PUBLISHING. **AIP Conference Proceedings**. [S.l.], 2018. v. 1964, n. 1.
- BEER, F. P. et al. **Mechanics of Materials**. 7. ed. New York: [s.n.], 2015.
- BOYER, H. F. **Atlas of Stress-Strain Curves**. 2. ed. Ohio: [s.n.], 2002.
- CALLISTER, W. D.; GRETHWISCH, D. **Ciência e engenharia de materiais – uma introdução**. 9. ed. Rio de Janeiro: [s.n.], 2016.
- CHEN, J.; YOUNG, B. Stress–strain curves for stainless steel at elevated temperatures. engineering structures. **Engineering Structures**, v. 3, n. 5, p. 583–599, 2006.
- CHEN, Y. **Testing and modeling tensile stress-strain curve for prestressing wires en a railroad ties**. Dissertação (Mestrado) — Kansas State University, Manhattan, Kansas, Estados Unidos, 2016.
- EC 4. Design of composite steel and concrete structures. **Comite Européen de Normalisation, CEN prEN**, 2004.
- GANHARUL, G.; DONATO, G. Method for assessing true stress-strain curves after necking using cylindrical tensile specimens: Theoretical background and experiments. In: **68th ABM International Congress**. Belo Horizonte, MG, Brazil: [s.n.], 2012.
- HILL, H. **Determination of stress-strain relations from "offset" yield strength values**. [S.l.], 1944.
- IU, C.; BRADFORD, M.; CHEN, W. Second-order inelastic analysis of composite framed structures based on the refined plastic hinge method. **Engineering Structures**, v. 31, p. 799–813, 2009.
- LANDESMANN, A. Plastic-hinge approach for inelastic analysis of steel-concrete framed structures. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 66, p. 323–334, 2010.

- LEMES, Í. J. M. **Estudo numérico avançado de estruturas de aço, concreto e mistas**. Tese (Doutorado) — Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Ouro Preto, 2018.
- MATLAB. **version R2023a**. Natick, Massachusetts: The MathWorks Inc., 2023.
- NAAMAN, A. E. Partially prestressed concrete: review and recommendations. **PCI Journal**, v. 30, n. 5, p. 30–70, 1985.
- NATARAJA, M. C.; DHANG, N.; GUPTA, A. P. Stress–strain curves for steel-fiber reinforced concrete under compression. **Cement and Concrete Composites**, v. 21, n. 5-6, p. 383–390, 1999.
- OLIVEIRA, F. S.; ZANGIACOMO, A. L. Estudo de propriedades físicas e mecânicas de madeiras comercializadas em lavras - mg. 2023.
- POPOVICS, S. A numerical approach to the complete stress-strain curve of concrete. **Cement and Concrete Research**, v. 28, n. 2, p. 229–239, 1973.
- RAMBERG, W.; OSGOOD, W. R. **Description of stress-strain curves by three parameters**. Washington: National Advisory Committee of Aeronautics, 1943.
- REAL, E. et al. Comparative study of analytical expressions for the modelling of stainless steel behaviour. thin-walled structures. **Thin-Walled Structures**, v. 83, p. 2–11, 2014.
- SARGIN, M.; HANDA, V. **A general formulation for the stress-strain properties of concrete**. [S.l.], 1969.
- STOJKOVIĆ, N. et al. New stress-strain model for concrete at high temperatures. **Tehnicki Vjesnik - Technical Gazette**, v. 24, n. 3, 2017.
- VAN GYSEL, A.; TAERWE, L. Analytical formulation of the complete stress-strain curve for high strength concrete. **Materials and Structures**, v. 29, n. 9, p. 529–533, 1996.

APÊNDICE A – COEFICIENTES PARA OS POLINÔMIOS ENCONTRADOS

ALUMÍNIO 6061-T651 À 100°C

Tabela 1 – Coeficientes para polinômio de grau 20

3,0511E+27	x^{20}	-1,7620E+20	x^9
-5,2788E+27	x^{19}	7,3317E+18	x^8
4,2338E+27	x^{18}	-2,3140E+17	x^7
-2,0889E+27	x^{17}	5,3971E+15	x^6
7,0955E+26	x^{16}	-8,9344E+13	x^5
-1,7593E+26	x^{15}	9,8125E+11	x^4
3,2947E+25	x^{14}	-6,2374E+09	x^3
-4,7559E+24	x^{13}	1,4210E+07	x^2
5,3537E+23	x^{12}	5,2114E+04	x^1
-4,7242E+22	x^{11}	-3,1883E-01	x^0
3,2673E+21	x^{10}		

Fonte: Do autor (2023).

Tabela 2 – Coeficientes para polinômio de grau 30

-5,9657E+36	x^{30}	2,4605E+26	x^{14}
9,3721E+36	x^{29}	-4,0631E+25	x^{13}
-6,3230E+36	x^{28}	4,3861E+24	x^{12}
2,3008E+36	x^{27}	-3,4331E+23	x^{11}
-4,3557E+35	x^{26}	2,0249E+22	x^{10}
1,5508E+34	x^{25}	-9,1277E+20	x^9
1,1632E+34	x^{24}	3,1469E+19	x^8
-2,4911E+33	x^{23}	-8,2196E+17	x^7
1,5079E+32	x^{22}	1,5944E+16	x^6
4,5062E+30	x^{21}	-2,2202E+14	x^5
2,4961E+30	x^{20}	2,0946E+12	x^4
-7,3187E+29	x^{19}	-1,1964E+10	x^3
-4,9244E+28	x^{18}	2,9889E+07	x^2
3,6843E+28	x^{17}	3,4648E+04	x^1
-3,7055E+27	x^{16}	3,1603E+00	x^0
-6,1466E+26	x^{15}		

Fonte: Do autor (2023).

MADEIRA GUAJARÁ

Tabela 3 – Coeficientes para polinômio de grau 7

2,5350E+16	x^7	-3,7147E+08	x^3
-7,9285E+14	x^6	2,4572E+06	x^2
7,4244E+12	x^5	-7,7403E+02	x^1
-2,5044E+09	x^4	1,5815E-01	x^0

Fonte: Do autor (2023).

Tabela 4 – Coeficientes para polinômio de grau 9

-1,5130E+21	x^9	3,7379E+11	x^4
7,6243E+19	x^8	-1,0479E+09	x^3
-1,5545E+18	x^7	2,9433E+06	x^2
1,6538E+16	x^6	-7,8819E+02	x^1
-1,0036E+14	x^5	1,2111E-01	x^0

Fonte: Do autor (2023).

CONCRETO f_{ck} 50 MPa

Tabela 5 – Coeficientes para polinômio de grau 5

-4,4548E+14	x^5	6,0018E+07	x^2
6,8290E+12	x^4	-2,7117E+03	x^1
-3,4911E+10	x^3	5,9812E+00	x^0

Fonte: Do autor (2023).

Tabela 6 – Coeficientes para polinômio de grau 10

6,0633E+27	x^{10}	1,0854E+14	x^4
1,4544E+26	x^9	-1,6316E+11	x^3
-1,3555E+24	x^8	1,0249E+08	x^2
5,8107E+21	x^7	1,1887E+04	x^1
-7,9837E+18	x^6	1,6799E+00	x^0
-2,3884E+16	x^5		

Fonte: Do autor (2023).

Tabela 7 – Coeficientes para polinômio de grau 23

7,1611E+63	x^{23}	-1,5248E+38	x^{11}
-4,4229E+62	x^{22}	3,7719E+35	x^{10}
1,2628E+61	x^{21}	-6,6078E+32	x^9
-2,2070E+59	x^{20}	8,5229E+29	x^8
2,6322E+57	x^{19}	-8,1472E+26	x^7
-2,2575E+55	x^{18}	5,7172E+23	x^6
1,4245E+53	x^{17}	-2,8813E+20	x^5
-6,6006E+50	x^{16}	1,0063E+17	x^4
2,1555E+48	x^{15}	-2,3039E+13	x^3
-4,1729E+45	x^{14}	3,1572E+09	x^2
-6,1868E+41	x^{13}	-1,8261E+05	x^1
3,7542E+40	x^{12}	5,5377E+00	x^0

Fonte: Do autor (2023).

AÇO CLASSE 650 MPa

Tabela 8 – Coeficientes para polinômio de grau 5

-1,0744E+05	x^5	-2,4377E+03	x^2
9,0664E+04	x^4	1,1350E+03	x^1
-1,8731E+04	x^3	-4,4197E+00	x^0

Fonte: Do autor (2023).

Tabela 9 – Coeficientes para polinômio de grau 10

-4,1777E+09	x^{10}	-1,0642E+07	x^4
8,5248E+09	x^9	5,2625E+04	x^3
-7,3178E+09	x^8	3,3373E+04	x^2
3,4120E+09	x^7	-2,5510E+02	x^1
-9,2581E+08	x^6	1,8353E+00	x^0
1,4307E+08	x^5		

Fonte: Do autor (2023).

Tabela 10 – Coeficientes para polinômio de grau 21

8,3420E+19	x^{21}	-2,0016E+17	x^{10}
-3,7124E+20	x^{20}	2,2810E+16	x^9
7,6827E+20	x^{19}	-1,9965E+15	x^8
-9,8147E+20	x^{18}	1,3134E+14	x^7
8,6648E+20	x^{17}	-6,2964E+12	x^6
-5,6076E+20	x^{16}	2,1061E+11	x^5
2,7536E+20	x^{15}	-4,6312E+09	x^4
-1,0477E+20	x^{14}	6,1784E+07	x^3
3,1268E+19	x^{13}	-4,3553E+05	x^2
-7,3627E+18	x^{12}	1,6865E+03	x^1
1,3689E+18	x^{11}	1,2271E-01	x^0

Fonte: Do autor (2023).

APÊNDICE B – CÓDIGO DESENVOLVIDO

```

1  % Rotina para ajuste polinomial de funcoes
2  clear variables;
3  clc;
4  close all;
5
6  datafolder = 'C:\'; %definir caminho do arquivo .xls
7  data = 'nomearquivo.xlsx'; %nome do arquivo
8
9  %Importar dados com funcao xlsread
10 dados = xlsread([datafolder data]);
11 def = dados(:,1); %deformacoes na primeira coluna
12 tens = dados(:,2); %tensao na segunda coluna
13 n = length(tens); %numero de dados
14
15 %Plotagem dos dados de ensaio
16 plot(def,tens,':s','MarkerSize',1,'MarkerFaceColor','b');
17 title('Curva \sigma x \epsilon','FontSize', 20);
18 xlabel('\epsilon','FontSize', 20)
19 ylabel('\sigma (MPa)','FontSize', 20)
20
21 %Critério Baesiano para determinação do grau do polinômio mais adequado
22 Orders = (1:50)'; %Definição do intervalo das ordens dos polinômios
    para verificacao
23 SumError = zeros (length(Orders),1); %matriz de erros
24 %loop
25 for i=1:length(Orders)
26     polyData = polyval(polyfit(def,tens,Orders(i)),def);
27     SumError(i) = sum((polyData - tens).^2);

```

```
28 end
29 %Formula Criterio de Bayes
30 BIC = n*log(SumError) + Orders*log(n);
31 %Menor parametro
32 [BestOrder,idx] = min(BIC);
33
34 %Regressao polinomial polyfit
35 polyCoefs = polyfit(def,tens,Orders(idx)); %abscissas,ordenadas,grau do
      polinomio -> Coeficientes do polinomio
36 polyData = polyval(polyCoefs,def);
37
38 % R quadrado
39 Sresid = SumError(idx);
40 Stotal = (n-1)* var(tens); %utilizando a variancia
41 r2 = 1-Sresid/Stotal
42
43 %Plotagem do polinomio junto ao grafico
44 hold on
45 plot (def,polyData,'-r')
46 legend('Dados Experimentais','Polinomio') %Legenda
47 %axis([0 0.45 0 95]); %Eixos
```

Fonte: Do autor (2023)