



MARCELO NUNES DE PÁDUA

**BALANCEAMENTO DINÂMICO DE ROTORES RÍGIDOS
UTILIZANDO OS SINAIS DE VIBRAÇÃO DOS MANCAIS DE
SUPORTE**

**LAVRAS-MG
2023**

MARCELO NUNES DE PÁDUA

**BALANCEAMENTO DINÂMICO DE ROTORES RÍGIDOS UTILIZANDO OS
SINAIS DE VIBRAÇÃO DOS MANCAIS DE SUPORTE**

Artigo apresentado à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Curso de Engenharia Mecânica, para a obtenção do título de Bacharel.

Prof. Dr. Henrique Leandro Silveira
Orientador

**LAVRAS-MG
2023**

**Ficha catalográfica elaborada pelo Sistema de Geração de Ficha Catalográfica da Biblioteca
Universitária da UFLA, com dados informados pelo(a) próprio(a) autor(a).**

Pádua, Marcelo Nunes de.

Balanceamento Dinâmico de Rotores Rígidos Utilizando os
Sinais de Vibração dos Mancais de Suporte / Marcelo Nunes de
Pádua. - 2023.

59 p. : il.

Orientador(a): Henrique Leandro Silveira.

TCC (graduação) - Universidade Federal de Lavras, 2023.
Bibliografia.

1. Balanceamento dinâmico. 2. Rotores rígidos. 3. Método
Vetorial. I. Silveira, Henrique Leandro. II. Título.

MARCELO NUNES DE PÁDUA

**BALANCEAMENTO DINÂMICO DE ROTORES RÍGIDOS UTILIZANDO OS
SINAIS DE VIBRAÇÃO DOS MANCAIS DE SUPORTE**

**DYNAMIC BALANCING OF RIGID ROTORS USING THE VIBRATION SIGNALS
FROM SUPPORT BEARINGS**

Artigo apresentado à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Curso de Engenharia Mecânica, para a obtenção do título de Bacharel.

APROVADO em 13 de julho de 2023.
Prof. Dr. Henrique Leandro Silveira - UFLA
Prof. Dr. Belisario Nina Huallpa - UFLA
Prof. Dr. Wander Gustavo Rocha Vieira - UFLA

Prof. Dr. Henrique Leandro Silveira
Orientador

**LAVRAS-MG
2023**

À minha querida família, à qual tanto admiro, é o maior exemplo de dedicação. O resultado do esforço realizado ao longo deste percurso é uma forma de homenageá-los, portanto vos dedico.

AGRADECIMENTOS

A Deus pelo dom da vida, por sempre caminhar comigo e por dar forças para persistir nos meus sonhos.

Aos meus pais, João e Meire, pelo apoio incondicional, incentivo, atenção, carinho e amor que sempre me foram doados. Além disso, realizo um agradecimento especial a meu pai que nunca poupou esforços para realizar os meus projetos do curso. À minha irmã, Marize, pelo incentivo e motivação de buscar conhecimento. Ao Cássio, pela amizade e admiração construída ao longo do tempo. À Antônia, por acreditar em mim mesmo desde o início. À Letícia, por todo suporte fornecido e estar junto em todos os momentos.

Ao meu orientador, Prof. Henrique Leandro Silveira, por todo ensinamento repassado, conselhos, paciência e pela oportunidade de concluir esta etapa sendo seu orientado. Agradeço também pelo incrível tema proposto e me fazer entender um pouco sobre o intrigante mundo do balanceamento de máquinas rotativas. Foi engrandecedor todo o conhecimento adquirido, que com certeza fará com que sejam colhidos frutos brevemente.

Aos funcionários do setor de gerência de equipamentos da UFLA, Erick, Marcos e Sebastião por toda atenção.

À UFLA, em especial ao Laboratório de Mecânica Aplicada – LMA, por fornecer toda infraestrutura para que pudesse ser realizado este estudo.

Aos meus tios, primos e amigos por sempre me ajudarem e fortalecerem quando precisei.

MUITO OBRIGADO!

“Só sei que nada sei, e o fato de saber isso, me coloca em vantagem sobre aqueles que acham que sabem alguma coisa.” (Sócrates)

RESUMO

O desbalanceamento de rotores é um dos principais problemas encontrados na indústria mecânica, pois causa redução da vida útil e desgaste precoce dos equipamentos envolvidos no sistema. Dentre os métodos existentes, o balanceamento pode ser realizado utilizando o método vetorial que consiste em correlacionar os efeitos de vibração transmitidos aos mancais em três operações. Para aplicá-lo são necessários equipamentos e transdutores, os quais podem naturalmente originar distorções nos sinais em termos de ruído. Dessa forma, este artigo tem como finalidade analisar de forma teórica o erro causado nos parâmetros do desbalanceamento quando aplicado ruído nas medições, além de elaborar uma bancada de testes para que seja possível analisar qualitativamente e observar experimentalmente o desbalanceamento dinâmico que ocorre em rotores rígidos. O objeto de estudo teórico descrito é um rotor rígido desbalanceado dinamicamente com três pontos de excentricidade de massa. O método pode ser aplicado quando são obtidas as forças de reação dinâmicas do sistema ou sinais proporcionais à força, tais como aceleração, velocidade ou deslocamento nos mancais de suporte. Para conseguir tais parâmetros foi utilizado o método de Newton-Euler para a construção do modelo dinâmico do rotor. A partir das reações dinâmicas atuantes nos mancais, o método vetorial foi aplicado com o objetivo de encontrar as massas e ângulos de correção teóricos do rotor intencionalmente desbalanceado que, posteriormente, foram utilizados como referência para serem calculados os erros relativos de cada parâmetro de correção. O ruído foi aplicado em cada força de reação do mancal a fim de simular medições reais no sistema, encontrando o erro relativo médio para cada porcentagem de ruído. Em seguida, foram comparados o desbalanceamento residual e o desbalanceamento permissível estabelecido pela norma ISO 1940-1 com o intuito de verificar a quantidade de ruído máximo para cada grau de qualidade de balanceamento. Posteriormente, foi projetada e construída uma bancada de testes representativa do sistema em estudo neste trabalho. A bancada possui um eixo rígido que é apoiado em dois mancais, um rotor axialmente longo que pode ser adicionado um desbalanceamento de forma controlada e dois discos delgados que permitem que sejam inseridas as massas de correção. Os resultados teóricos obtidos indicaram coerência com os resultados esperados, uma vez que ao serem inseridos os parâmetros de correção sem a presença de ruído, as reações em ambos os mancais se tornaram constantes, balanceando o rotor e validando o método vetorial. Também foi identificado que existe uma relação de linearidade entre o erro e o ruído de cada parâmetro. Foi concluído que as massas de correção impactam de forma mais significativa o desbalanceamento do que os ângulos de correção, indicando ser um parâmetro mais sensível. Foi depreendido que para se alcançar resultados mais precisos de balanceamento, deve-se assegurar que o ruído de medição seja extremamente baixo. Finalmente, foi verificado que a bancada de testes possibilita realizar, de forma qualitativa, a investigação experimental do desbalanceamento em um rotor aplicando pequenas massas de teste, embora não seja possível comparar que situação é mais crítica configurações que apresentam respostas semelhantes.

Palavras-chave: Máquinas Rotativas. Desbalanceamento Residual. Vibrações. Modelagem Dinâmica. Bancada de Testes.

ABSTRACT

Rotor unbalance is one of the primary problems encountered in the mechanical industry, as it leads to reduced equipment lifespan and premature wear in the system. Among the existing methods, balancing can be performed using the vectorial method, which involves correlating the vibration effects transmitted to the bearings in three operations. To apply this method, equipment and transducers are required, which can naturally introduce signal distortions in terms of noise. Therefore, the purpose of this article is to theoretically analyze the error caused in the unbalance parameters when noise is applied to the measurements, as well as to develop a test rig to qualitatively analyze and experimentally observe the dynamic unbalance occurring in rigid rotors. The theoretical study object described is a dynamically unbalanced rigid rotor with three points of mass eccentricity. The method can be applied when obtaining the dynamic reaction forces of the system or signals proportional to the force, such as acceleration, velocity, or displacement at the support bearings. The Newton-Euler method was used to construct the rotor's dynamic model and obtain these parameters. Based on the dynamic reactions acting on the bearings, the vectorial method was applied to determine the theoretical masses and correction angles of the intentionally unbalanced rotor, which were later used as reference values to calculate the relative errors of each correction parameter. Noise was applied to each bearing reaction force to simulate real measurements in the system, and the average relative error was determined for each noise percentage. Subsequently, the residual unbalance and the allowable unbalance established by ISO 1940-1 were compared to determine the maximum noise level for each balance quality grade. Furthermore, a representative test rig of the system under study was designed and constructed in this work. The rig consists of a rigid shaft supported by two bearings, an axially long rotor that can have controlled unbalance added, and two thin disks for inserting correction masses. The theoretical results obtained showed consistency with the expected outcomes, as the correction parameters, when inserted without noise, resulted in constant reactions in both bearings, balancing the rotor and validating the vectorial method. It was also identified that there is a linear relationship between the error and the noise of each parameter. It was concluded that the correction masses have a more significant impact on unbalance than the correction angles, indicating their greater sensitivity. It was inferred that to achieve more accurate balancing results, measurement noise must be extremely low. Finally, it was verified that the test rig allows for qualitative experimental investigation of unbalance in a rotor by applying small test masses, although it is not possible to compare which situation is more critical for configurations that exhibit similar responses.

Keywords: Rotating Machinery. Residual Imbalance. Vibrations. Dynamic Modeling. Test Bench.

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 - Causas primárias de falhas em equipamentos mecânicos.....	18
Figura 2.2 - Causas de vibração em máquinas.	19
Figura 2.3 - Representação do desbalanceamento de um rotor.	19
Figura 3.1 - Esboço de um rotor genérico com três massas excêntricas apoiado em dois mancais.	22
Figura 3.2 - Visualização da posição angular de cada massa.....	23
Figura 3.3 - Forças atuantes no rotor.....	25
Figura 3.4 - Representação do diagrama vetorial das forças de reação obtidas nos mancais em coordenadas cartesianas.....	31
Figura 4.1 - Projeto CAD da bancada experimental.....	35
Figura 4.2 - Bancada experimental.....	35
Figura 4.3 – Extremidade do eixo.	36
Figura 5.1 - Forças de reação inerciais referentes ao balanceamento inicial nos mancais esquerdo e direito.....	40
Figura 5.2 - Forças de reação inerciais após o balanceamento nos mancais esquerdo e direito.	42
Figura 5.3 - Gráfico de dispersão do erro relativo em função do ruído.	43
Figura 5.4 - Posicionamento dos parafusos no primeiro teste.....	49
Figura 5.5 - Posicionamento dos parafusos no segundo teste.	49
Figura 5.6 - Posicionamento dos parafusos no terceiro teste.	50
Figura 7.1 - Bancada ajustável para balanceamento dinâmico de rotores.....	53
Figura A.1 - Desbalanceamento residual permissível específico em função do grau de qualidade de balanceamento e velocidade de operação.	56
Figura B.1 - Principais dimensões da bancada de testes.	57
Figura B.2 - Detalhamento do mancal.....	57
Figura B.3 – Detalhamento do rotor axialmente longo.	58
Figura B.4 - Detalhamento do disco.....	59

LISTA DE TABELAS

Tabela 5.1 - Parâmetros iniciais do rotor.....	39
Tabela 5.2 - Parâmetros para aplicação do método vetorial.....	41
Tabela 5.3 - Valores de correção encontrados após a aplicação do método vetorial.	41
Tabela 5.4 - Coeficientes angulares e de determinação de cada variável.....	44
Tabela 5.5 - Desbalanceamento permissível e residual para cada grau de qualidade.	45

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	14
1.1	Objetivo geral.....	17
1.1.1	Objetivos específicos	17
2	REFERENCIAL TEÓRICO	18
2.1	Teoria sobre o balanceamento de máquinas rotativas	18
2.2	Tipos de desbalanceamento	20
2.3	Tipos de Rotores	21
3	MODELAGEM MATEMÁTICA	22
3.1	Modelagem matemática da máquina rotativa	22
3.2	Método vetorial	26
3.3	Inserção de ruído no sinal de vibração	31
4	BANCADA DE TESTES.....	35
4.1	Conjunto principal.....	36
4.1.1	Eixo e mancais.....	36
4.1.2	Rotor axialmente longo	37
4.1.3	Discos	37
4.2	Acionamento.....	38
4.2.1	Transmissão por correia	38
4.2.2	Transmissão por acoplamento direto.....	38
4.3	Base	38
5	RESULTADOS E DISCUSSÃO.....	39
5.1	Parâmetros numéricos.....	39
5.2	Ruído inserido nos sinais de vibração	42
5.3	Limites de ruído	44
5.4	Análise experimental qualitativa do desbalanceamento dinâmico	47
5.4.1	Ajustes prévios à análise	47
5.4.2	Análise experimental qualitativa.....	48

6	CONCLUSÃO.....	51
7	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	53
	REFERÊNCIAS.....	54
	ANEXO A – Gráfico de desbalanceamento residual permissível	56
	ANEXO B – Detalhamento da bancada e principais componentes	57

1 INTRODUÇÃO

Os rotores são componentes móveis básicos de diversas máquinas rotativas industriais. Eles possuem um eixo principal que normalmente é apoiado em mancais, podendo ser atribuídos outros componentes de acordo com sua aplicação. Bombas, compressores, geradores e máquinas de usinagem são exemplos de máquinas rotativas que possuem rotores (SINGH; KUMAR, 2014). Visto que são componentes de engenharia de grande importância, os rotores precisam ser adequadamente balanceados a fim de garantir uma maior vida útil ao sistema evitando falhas, acidentes, perda de eficiência, ruído sonoro, entre outros problemas (SUN; CHEN; CUI, 2022). Os rotores podem ser classificados como rígidos ou flexíveis, sendo essa classificação dependente do tipo de aplicação e do autor. Fox *et al.* (1999), por exemplo, definem os rotores rígidos de acordo com sua velocidade de operação, enquanto Góz e Silva (2013) estabelece uma relação entre a flexibilidade dos mancais do rotor e sua velocidade de rotação.

Dentre as principais causas de falhas em rotores está o desbalanceamento, sendo ele originado por defeitos de materiais, tolerâncias durante os processos de fabricação, montagem, assimetria de estrutura, mudanças de temperatura durante a operação, desgaste, entre outros (Li *et al.*, 2021).

Visando minimizar as forças vibratórias do sistema desbalanceado, são utilizados os métodos de balanceamento, por meio de adição ou remoção de massas. A minimização (e não anulação) das forças ocorre devido à dificuldade de alcançar o balanceamento ideal na prática, pois todos os rotores, por mais preparados e projetados que estejam, apresentam imperfeições em sua estrutura (ALCONZ; ZURITA, 2019). Atrelado a isso, os métodos de balanceamento contêm limitações que podem ser associadas às medições necessárias para que posteriormente sejam obtidas as massas e ângulos de correção (CAMPOS, 2017).

Os métodos de balanceamento começaram a serem estudados por volta de 1930. Desde então, eles estão ficando cada vez mais rápidos e precisos devido aos avanços dos estudos e da tecnologia disponível (SINGH; KUMAR, 2014). Dentre os principais métodos, estão o método do coeficiente de influência, o método de balanceamento modal e o método vetorial.

Além do aprimoramento dos métodos em si, pesquisadores vêm elaborando e otimizando métodos para rotores específicos a fim de garantir maior precisão no balanceamento. Sun, Chen e Cui (2022) propuseram um método baseado em modelo que realiza o balanceamento de um rotor flexível sem a utilização de massas de teste, assumindo desbalanceamentos isolados no sistema. Zhang *et al.* (2013) desenvolveram um método de

balanceamento dinâmico específico para um rotor do tipo parafuso de passo fixo e rosca única utilizando remoção de massa, através da minimização do produto massa-raio do sistema. Rodrigues *et al.* (2008) criaram um dispositivo balanceador de esferas que realiza o balanceamento de forma automática de rotores rígidos, evitando assim, paradas de manutenção nas máquinas rotativas.

Embora o surgimento de métodos mais novos e tecnológicos esteja em ascensão, os métodos tradicionais ainda são muito utilizados, como é o caso do método vetorial. Este método descrito por Vaughan (1980) permite que o balanceamento seja realizado em dois planos, relacionando o desbalanceamento inicial do rotor com o desbalanceamento provocado por massas de testes, em um total de três operações. De acordo com Junior (2008), o sucesso desse método se dá por não ser influenciado pelo amortecimento, mas sim pela vibração do local onde a leitura é realizada. Dessa forma, a leitura correta de variáveis relacionadas à vibração dos mancais é o principal meio para se obter massas e ângulos de correção precisos.

A principal causa de imprecisões no método vetorial consiste no ruído atrelado às respostas obtidas nos sinais de vibrações. Seu impacto se dá pelo ruído distorcer o que seria o sinal correto da medição, portanto quanto maior a quantidade de ruído presente no sinal, maior será o erro relacionado às massas e ângulos de correção teóricos (ZHANG; GU; ZHANG, 2013).

O estudo da relação entre o ruído e o erro gerado por ele é pertinente, pois no campo industrial determinados tipos de rotores necessitam de uma alta qualidade de balanceamento. Sendo assim, o estabelecimento de limites de ruído para atender a norma ISO 1940-1 (2003) possibilita identificar a quantidade de ruído máxima que o dispositivo de resposta poderá ter para obter o grau de qualidade de balanceamento desejado, viabilizando ou não a utilização do método.

Sabendo que a determinação precisa do desbalanceamento em rotores é crucial para garantir o desempenho adequado e a operação segura de máquinas rotativas, a criação de bancadas de teste dedicadas se apresenta como uma importante forma de investigar e compreender esse fenômeno. A elaboração de uma bancada de testes simula condições reais de operação, permitindo a aplicação controlada de massas de desbalanceamento e a análise das vibrações resultantes. Por meio dela, é possível realizar avaliações qualitativas do desbalanceamento, identificando pontos críticos de excentricidade de massa e analisando os efeitos desses desequilíbrios. Além disso, as bancadas de teste possibilitam comparar diferentes configurações de desbalanceamento.

No Capítulo 2 é apresentada uma visão teórica sobre o balanceamento de máquinas rotativas. São discutidas as causas e efeitos do desbalanceamento, técnicas de balanceamento, tipos de desbalanceamento (estático e dinâmico) e a importância de compreender as forças radiais geradas pelo desbalanceamento. Além disso, são abordados os conceitos de rotores rígidos e flexíveis, destacando a relação entre a velocidade de rotação e a frequência natural do rotor. Esse capítulo fornece uma base fundamental para compreender os conceitos abordados no fenômeno do desbalanceamento em máquinas rotativas.

O Capítulo 3 inicia-se abordando o estado da arte para o método de Newton-Euler. Em seguida, o capítulo direciona-se à aplicação dos conceitos de Santos (2001) para o caso estudado neste artigo. Dessa forma, foram descritas todas as etapas necessárias para o desenvolvimento do modelo dinâmico de um rotor rígido generalizado, o qual é sujeito a desbalanceamento dinâmico e contém três pontos de excentricidade de massa. Com a definição da equação de movimento do rotor, tornou-se possível aplicar o método vetorial com base nas forças de reação identificadas pelo modelo, sendo o tema introduzido pela sua ampla utilização no balanceamento de rotores. Por fim, o capítulo aborda o conceito de ruído, um efeito indesejado que ocorre em situações reais e afeta a precisão do balanceamento.

A bancada de testes utilizada para avaliação experimental do desbalanceamento é mostrada no Capítulo 4. Nele, apresentou-se as dimensões de todos os componentes utilizados na bancada, bem como os materiais empregados em sua construção. Além disso, são propostos dois modelos de sistemas de transmissão: um por acoplamento direto e outro por correia. Foram detalhadas as adaptações necessárias para configurar esses modelos de acordo com o sistema de transmissão adotado.

No Capítulo 5, são estabelecidos os parâmetros numéricos para o rotor rígido e, de forma gráfica, é demonstrado o comportamento das forças de reação quando o rotor apresenta desbalanceamento. Posteriormente, são apresentadas as massas necessárias e seus posicionamentos angulares para realizar o balanceamento do rotor. Mais uma vez, de forma gráfica, é demonstrado o comportamento das forças de reação quando o rotor está devidamente balanceado. A partir disso, foram inseridos diferentes níveis de ruído a fim de criar uma função que correlaciona o ruído em função do erro relativo gerado por ele, sendo a massa de correção o valor de referência. Com as funções de cada parâmetro de correção encontrados, foi feito o caminho inverso para atribuição do limite de ruído para que atinja cada grau de qualidade de balanceamento estabelecido pela norma ISO 1940-1 (2003). Por fim, é realizada a análise qualitativa do desbalanceamento do rotor da bancada de testes, por meio de três configurações.

Finalmente, no Capítulo 6 são apresentadas as principais conclusões do artigo e no Capítulo 7 sugestões para trabalhos futuros.

1.1 Objetivo geral

O presente trabalho tem como finalidade investigar a influência do ruído nos sinais de vibração utilizados para se realizar o balanceamento dinâmico de rotores rígidos, além de projetar e construir uma bancada de testes para verificação experimental de desbalanceamento estático e dinâmico.

1.1.1 Objetivos específicos

Para realizar os objetivos propostos, a seguir são apresentados os objetivos específicos:

- Construção do modelo matemático para obtenção das reações dinâmicas;
- Identificação das massas de correção a partir do sinal contaminado com ruído aleatório, simulando um sinal experimental;
- Projeto e construção de uma bancada de testes.

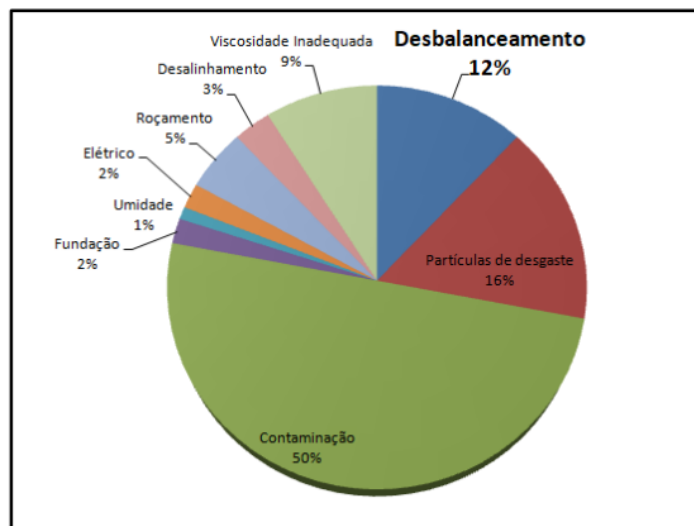
2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 Teoria sobre o balanceamento de máquinas rotativas

O desbalanceamento de máquinas rotativas é um problema amplamente encontrado na indústria, afetando o desempenho e a vida útil desses equipamentos. Esse efeito ocorre devido a uma distribuição assimétrica de massa em torno do eixo de rotação do rotor, resultando em pontos de concentração de massa que geram forças radiais que acarretam vibrações em toda a máquina. Essas vibrações causam desgaste prematuro nos componentes, levando a uma redução significativa de sua vida útil. Além disso, o desbalanceamento apresenta um risco significativo de acidentes tanto material quanto humano (LIMA, 2019).

A Figura 2.1 destaca o desbalanceamento como uma das principais causas de falhas em equipamentos, enquanto a Figura 2.2 evidencia que é a principal causa dos efeitos de vibração em máquinas. Essas informações ressaltam a importância fundamental de estudar e compreendê-lo.

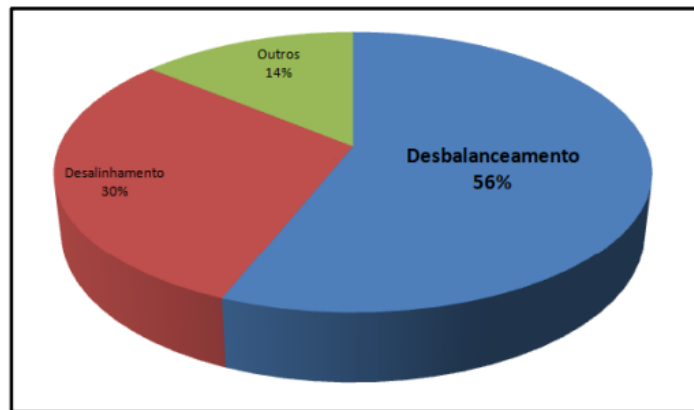
Figura 2.1 - Causas primárias de falhas em equipamentos mecânicos.



Fonte: Lima (2019).

Para amenizar esse desequilíbrio dinâmico, são utilizadas técnicas de balanceamento que têm como objetivo minimizar as forças e momentos gerados pelas forças centrífugas indesejadas causadas pelo desbalanceamento em máquinas rotativas. O desbalanceamento é identificado quando são observados os efeitos dessas forças, indicando a presença de uma excentricidade de massa no componente.

Figura 2.2 - Causas de vibração em máquinas.

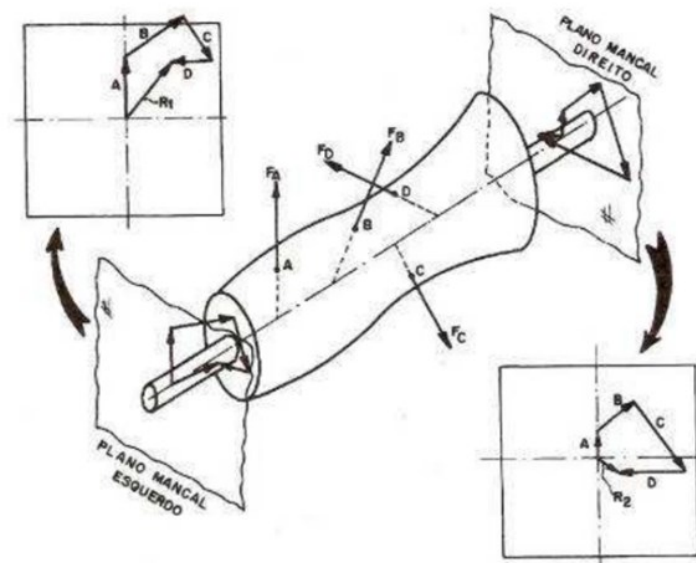


Fonte: Lima (2019).

Embora seja difícil localizar a excentricidade de massa que gera essas forças, é possível determinar as forças de desbalanceamento, uma vez que são forças centrífugas radiais que atuam no rotor e são transmitidas aos mancais. Essas forças dinâmicas resultantes são diretamente relacionadas ao desbalanceamento do rotor e geram uma força resultante em cada mancal, proporcionais à rotação do mesmo (GÓZ; SILVA, 2013).

A Figura 2.3 apresenta um diagrama de forças devido ao desbalanceamento de um rotor, fornecendo uma visão clara do fenômeno. Na figura, são destacados quatro pontos de excentricidade de massa, acompanhados de suas forças radiais correspondentes e as forças atuantes nos mancais de suporte.

Figura 2.3 - Representação do desbalanceamento de um rotor.



Fonte: Góz e Silva (2013).

Nesse sentido, torna-se evidente que a compreensão e determinação das forças resultantes é essencial para o balanceamento, visando a minimização das vibrações e o bom funcionamento das máquinas. Isso possibilita a adoção de medidas corretivas adequadas, garantindo a efetividade do processo de balanceamento.

2.2 Tipos de desbalanceamento

Existem quatro tipos de desbalanceamento de rotores, sendo eles: estático, semi-estático, acoplado e dinâmico. Os tipos estático e dinâmico são os mais citados na literatura, uma vez que os desbalanceamentos intermediários são uma combinação dos dois tipos.

Hodge *et al.* (2021) descreveram o desbalanceamento puramente estático como sendo aquele em que a distribuição de massa faz com que o eixo principal de inércia fique paralelo ao eixo de rotação (na prática, isso significa que os produtos de inércia do rotor são nulos e o tensor é diagonal), deslocando o centro de massa ao longo de um plano. Junior (2008) complementa apresentando que devido a esse paralelismo, o rotor se comportará como um pêndulo e a região com maior concentração de massa irá se estabilizar na parte inferior devido a ação da força gravitacional. Por esse desbalanceamento ocorrer mesmo com ausência de movimento, ele é denominado estático.

O caso do desbalanceamento dinâmico puro é definido por Hodge *et al.* (2021) como sendo o caso em que o eixo principal de inércia não coincide com o eixo de rotação, originando forças opostas em diferentes posições axiais (na prática, isso significa que os produtos de inércia do rotor não são nulos, indicando o desbalanceamento dinâmico). Ele ainda complementa que não é possível determinar o desbalanceamento dinâmico apenas pelas forças de reação, mas também devem ser considerados os momentos devidos às forças radiais. Junior (2008) cita que, em casos gerais, existirão mais de uma área de seção transversal desbalanceada, contendo vários planos ao longo do eixo de rotação. Dessa forma, para que haja equilíbrio dinâmico são necessários ao menos dois planos de correção. Por isso os casos de balanceamento estático e dinâmico, também podem ser chamados de balanceamento em um ou dois planos, respectivamente, uma vez que a quantidade de planos indica a quantidade de massas necessárias para balancear o rotor. Portanto, o desbalanceamento estático é solucionado com adição de uma massa com determinada posição angular em um plano apenas, enquanto para se balancear dinamicamente, necessita-se adicionar uma massa com determinada posição angular em cada plano.

2.3 Tipos de Rotores

Como já citado, os rotores podem ser definidos como sendo rígidos ou flexíveis. Essa definição é feita de acordo com a relação entre a velocidade de rotação e a frequência natural do rotor. De acordo com Coelho (2013), todo componente mecânico ou estrutura possui frequência natural de corpo flexível e quando o material é excitado nessa frequência, surge o efeito de ressonância. No caso dos rotores, isso acontece quando a sua velocidade de rotação se iguala à frequência natural, sendo esta velocidade denominada velocidade crítica. Sendo assim, quanto mais próximo da velocidade crítica o rotor opera, maior será sua amplitude de vibração.

Fox *et al.* (1999) dizem que os rotores flexíveis são aqueles que operam com velocidades acima de 70% de sua velocidade crítica. Em contrapartida, Li *et al.* (2020) consideram os rotores flexíveis como sendo aqueles que operam com velocidades acima da velocidade crítica. Uma vez que este artigo aborda uma análise teórica, com o rotor sendo pré-determinado como rígido, é dispensável a obtenção da velocidade crítica do rotor generalizado.

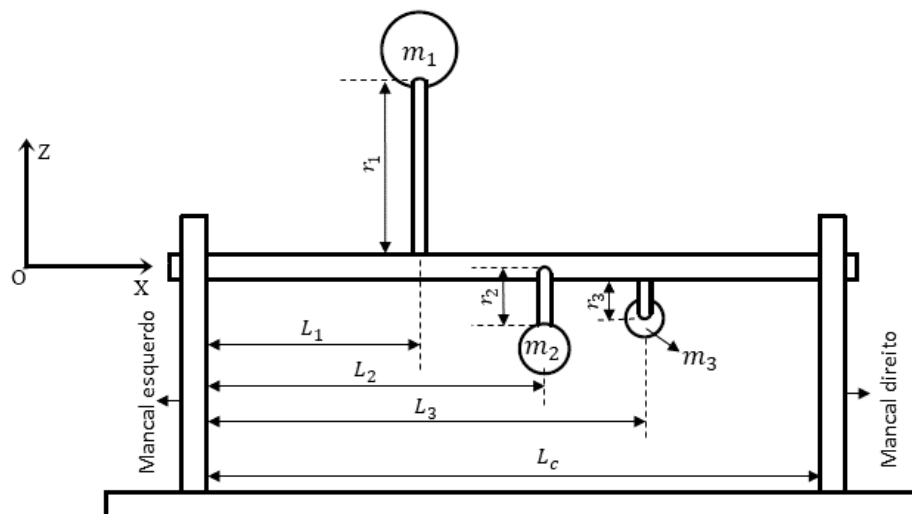
3 MODELAGEM MATEMÁTICA

3.1 Modelagem matemática da máquina rotativa

O método de Newton-Euler possibilita realizar a modelagem dinâmica de estruturas e sistemas mecânicos com componentes rígidos, incluindo os rotores. Este método permite descrever as equações de movimento que regem os sistemas mecânicos, desde mais complexas até as mais simples. Como exemplos, Lelkov *et al.* (2021) desenvolveram o modelo matemático para uma aeronave de rotor basculante; Lutter *et al.* (2021) utilizaram o método de Newton-Euler para estudar o comportamento dinâmico de sistemas robóticos reais, enquanto Yang *et al.* (2021) empregaram essa metodologia para identificar os parâmetros aerodinâmicos de um quadricóptero. Observa-se então que o método apresenta uma ampla gama de aplicações, podendo ser utilizado para o objetivo proposto.

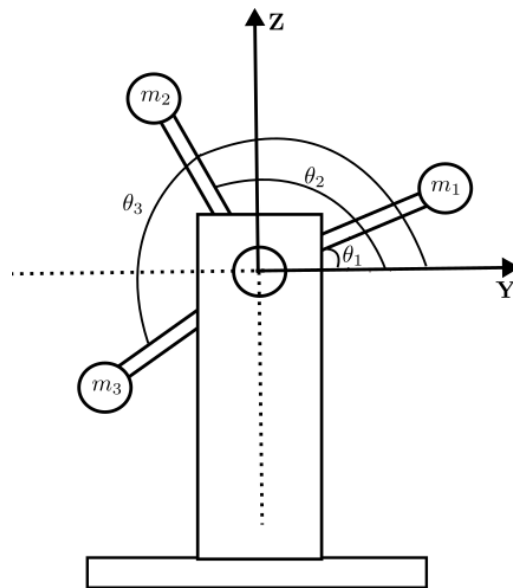
A partir dos conceitos apresentados em Santos (2001), foram realizados os cálculos para obtenção da equação de movimento do rotor, utilizando o método de Newton-Euler. O objeto de estudo é um rotor genérico com desbalanceamento dinâmico, sendo apresentado na Figura 3.1. Nela estão representados três pontos de excentricidade de massa, dois mancais nas extremidades e o sistema de coordenadas utilizado. O eixo X é axial ao rotor, o eixo Y está entrando no plano e o eixo Z está na vertical. Os parâmetros numéricos destinados a este rotor foram apresentados na Tabela 5.1. A Figura 3.2 apresenta os ângulos referentes ao plano YZ de cada ponto de excentricidade de massa.

Figura 3.1 - Esboço de um rotor genérico com três massas excêntricas apoiado em dois mancais.



Fonte: Do autor (2023).

Figura 3.2 - Visualização da posição angular de cada massa.



Fonte: Do Autor (2023).

Para realizar a descrição do rotor, a origem da base móvel é posicionada no mancal esquerdo do sistema que gira solidário ao conjunto e o sistema inercial utilizado como referência do sistema teve sua origem fixada também no mancal esquerdo. Com isso, a matriz de transformação de coordenadas entre as bases inercial e móvel é dada pela Equação 1.

$$\mathbf{T}_\theta = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & \sin\theta \\ 0 & -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \quad (1)$$

O ângulo θ da Equação 1 representa o deslocamento angular do rotor, sendo ele definido como positivo no sentido anti-horário. Esse deslocamento é representado matematicamente de forma paramétrica através da Equação 2 dada por:

$$\theta = \theta_0 + \dot{\theta}_0 t + \frac{1}{2} \ddot{\theta}_0 t^2 \quad (2)$$

onde θ_0 representa a posição angular inicial do rotor, $\dot{\theta}_0$ a velocidade angular inicial do rotor, $\ddot{\theta}_0$ a aceleração angular e t o tempo.

Posteriormente é representado o vetor posição do centro de massa do sistema na base móvel $B1$, através da Equação 3

$${}_{B1}\mathbf{r}_{cm} = \left\{ \begin{array}{c} m_1L_1 + m_2L_2 + m_3L_3 + m_aL_a + m_bL_b \\ m_1r_1\cos\theta_1 + m_2r_2\cos\theta_2 + m_3r_3\cos\theta_3 + m_ar_a\cos\theta_a + m_br_b\cos\theta_b \\ m_1r_1\sin\theta_1 + m_2r_2\sin\theta_2 + m_3r_3\sin\theta_3 + m_ar_a\sin\theta_a + m_br_b\sin\theta_b \end{array} \right\} \cdot \frac{1}{m} \quad (3)$$

sendo m_1 , m_2 e m_3 as massas do primeiro, segundo e terceiro pontos de excentricidade de massa, m_a e m_b as massas de teste a serem colocadas nos planos esquerdo e direito, respectivamente, e m a massa total do sistema. L_1 , L_2 e L_3 representam as posições axiais dos pontos de excentricidade de massa e da mesma forma L_a e L_b são as posições axiais em que as massas de teste serão inseridas. r_1 , r_2 e r_3 representam os raios dos pontos de excentricidade de massa e r_a e r_b referentes às massas de teste, sendo todos eles definidos do eixo axial até o ponto de excentricidade de massa. Por fim, θ_1 , θ_2 e θ_3 representam os ângulos referentes aos pontos de excentricidade de massa e θ_a e θ_b os ângulos que as massas de teste foram inseridas, sendo todos os ângulos relativos ao plano YZ. Os índices 1, 2 e 3 representam os centros de massa em ordem da esquerda para direita, enquanto a e b representam as massas de teste inseridas nos planos de balanceamento esquerdo e direito, respectivamente. Ressalta-se que neste modelo é possível inserir outras massas concentradas, permitindo estendê-lo a qualquer aplicação prática.

A Equação 4 descreve o vetor posição do mancal direito no rotor, que posteriormente será utilizado na Equação de Euler.

$${}_{B1}\mathbf{r}_c = \begin{Bmatrix} L_c \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4)$$

O vetor velocidade angular absoluto do rotor é dado pela Equação 5

$${}_{B1}\boldsymbol{\omega} = \begin{Bmatrix} \dot{\theta} \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (5)$$

onde $\dot{\theta}$ representa a velocidade angular do rotor para um determinado instante de tempo, podendo ser obtida pela primeira derivada em função do tempo da Equação 2.

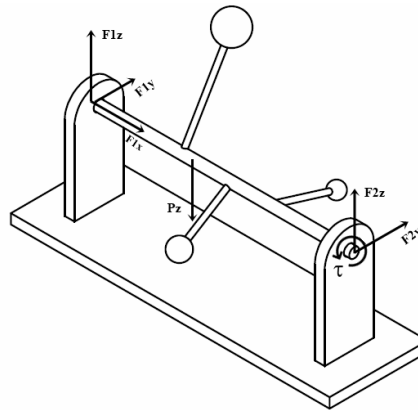
Da mesma forma, o vetor aceleração angular absoluto ${}_{B1}\dot{\boldsymbol{\omega}}$ é obtido através da Equação 6.

$${}_{B1}\dot{\boldsymbol{\omega}} = \begin{pmatrix} \ddot{\theta} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (6)$$

sendo $\ddot{\theta}$ a aceleração angular do rotor, obtido através da segunda derivada em função do tempo de θ , uma vez que a velocidade angular do rotor é constante, o vetor referente a aceleração angular absoluta será assumido como nulo, simulando uma condição de operação com velocidade em regime permanente.

Para que as reações dinâmicas sejam determinadas, faz-se necessário definir as forças atuantes no rotor, sendo elas apresentadas na Figura 3.3.

Figura 3.3 - Forças atuantes no rotor.



Fonte: Do autor (2023).

A partir da Figura 3.3 observa-se as forças F_{1x} , F_{1y} e F_{1z} que são as forças de reação no mancal esquerdo, F_{2y} e F_{2z} são as forças de reação no mancal direito. A força peso é indicada por P_z , sendo ela designada a componente vertical do rotor em direção ao centro da Terra possuindo aceleração gravitacional g . Por fim, τ representa o torque de acionamento do motor. A cinco forças de reação citadas e o torque de acionamento do motor consistem nas seis variáveis a serem obtidas pelo método de Newton-Euler.

Assim, os vetores das forças de reação no mancal esquerdo e direito, a força peso e o vetor de momento resultante são expressos pela Equação 7, representando as forças e os momentos externos do sistema. As equações são multiplicadas pela matriz de transformação de coordenadas (Equação 1), uma vez que a equação de Euler requer sua aplicação na base móvel.

$${}_{B1}\mathbf{F}_1 = \mathbf{T}_\theta \begin{Bmatrix} F_{1x} \\ F_{1y} \\ F_{1z} \end{Bmatrix}; \quad {}_{B1}\mathbf{F}_2 = \mathbf{T}_\theta \begin{Bmatrix} 0 \\ F_{2y} \\ F_{2z} \end{Bmatrix}; \quad {}_{B1}\mathbf{P} = \mathbf{T}_\theta \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -mg \end{Bmatrix}; \quad {}_{B1}\mathbf{M} = \mathbf{T}_\theta \begin{Bmatrix} \tau \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (7)$$

Com isso, todos os vetores para aplicação da equação de Newton foram representados. Para aplicar o método de Euler, é necessário definir o tensor de inércia dado pela Equação 8.

$${}_{B1}\mathbf{I} = \begin{bmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{yx} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -I_{zx} & -I_{zy} & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (8)$$

A diagonal principal os momentos de inércia para cada eixo e os termos fora dela são os produtos de inércia dos eixos de forma cruzada, que para um rotor desbalanceado dinamicamente, não são nulos.

Finalmente, encontram-se as equações de Newton (Equação 9) e Euler (Equação 10).

$$m\{{}_{B1}\mathbf{a}_O + {}_{B1}\dot{\boldsymbol{\omega}} \times {}_{B1}\mathbf{r}_{cm} + {}_{B1}\boldsymbol{\omega} \times ({}_{B1}\boldsymbol{\omega} \times {}_{B1}\mathbf{r}_{cm}) + 2 \cdot {}_{B1}\boldsymbol{\omega} \times {}_{B1}\mathbf{v}_{rel} + {}_{B1}\mathbf{a}_{rel}\} = {}_{B1}\mathbf{F}_1 + {}_{B1}\mathbf{F}_2 + {}_{B1}\mathbf{P} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} & {}_{B1}\mathbf{M} + {}_{B1}\mathbf{r}_{cm} \times {}_{B1}\mathbf{P} + {}_{B1}\mathbf{r}_c \times {}_{B1}\mathbf{F}_2 \\ & = {}_{B1}\mathbf{I} \cdot {}_{B1}\dot{\boldsymbol{\omega}} + {}_{B1}\boldsymbol{\omega} \times ({}_{B1}\mathbf{I} \cdot {}_{B1}\boldsymbol{\omega}) + m \cdot {}_{B1}\mathbf{r}_{cm} \times {}_{B1}\mathbf{a}_O \end{aligned} \quad (10)$$

Por se tratar de um corpo rígido, a origem da base local ser fixa e possuir aceleração angular nula, o primeiro e os dois últimos termos do lado esquerdo da Equação 9 e o primeiro e último termos do lado direito da Equação 10 são nulos.

Com os parâmetros do sistema definidos, as reações nos mancais e o torque de acionamento podem ser encontrados a partir das equações determinadas, permitindo utilizá-las para representar o comportamento dinâmico do rotor na presença de desbalanceamentos.

3.2 Método vetorial

Para alcançar o equilíbrio do sistema, existem métodos de balanceamento que abrangem tanto a situação estática quanto a dinâmica. Nesses métodos, a adição ou remoção de massa é aplicada com o intuito de equilibrar o sistema. Para isso, existem técnicas de balanceamento que são capazes de, a partir da vibração causada pela excentricidade de massa de uma máquina

rotativa, retornar valores de magnitude de massa e posição angular para que esse efeito indesejado reduza drasticamente. A partir disso, três principais métodos são comumente utilizados para realizar balanceamento, sendo eles o método modal, o método do coeficiente de influência e o método vetorial que possui duas ramificações: com ou sem medição do ângulo de fase.

Junior (2008) cita a ampla utilização do balanceamento com ângulo de fase nos casos de balanceamento em campo. Embora sejam estudados e analisados métodos sem a utilização do ângulo de fase, Li *et al.* (2021) garantem que os métodos que empregam essa abordagem são muito efetivos e precisos, além de terem margem para serem otimizados em suas aplicações, como é o caso de Rodrigues *et al.* (2008) que aplicam o método de balanceamento em dois planos com ângulo de fase para realizarem o balanceamento de um rotor rígido de forma automática.

Esse método, descrito por Vaughan (1980) possui uma aplicação direta, visto que é dependente apenas das forças originadas pelo desbalanceamento. No caso deste artigo em específico, a vibração foi obtida via modelo através das forças de reação transmitidas aos mancais que foram encontradas na Seção 3.1. Dessa forma, a técnica inicia-se com a medição da amplitude (módulo das forças) e fase das forças dos mancais sem nenhuma massa de teste adicional estando o rotor girando a uma velocidade constante. Posteriormente é adicionada uma massa de teste no plano de balanceamento esquerdo com posição angular definida e é auferida a nova resposta de vibração. Por fim, a terceira operação se dá por transferir a massa de teste para o plano de balanceamento direito a fim de se obter a última resposta de vibração.

Uma vez que o método aborda as forças resultantes atuantes nos mancais sistema, a Equação 11 apresenta a forma de obtenção de suas magnitudes e ângulos, devendo ser realizadas todas as medições para um mesmo instante de tempo t .

$$F_{jk}(t) = \sqrt{F_{jy}(t) + F_{jz}(t)} ; \alpha_{jk}(t) = \arctg\left(\frac{F_{jz}(t)}{F_{jy}(t)}\right) \quad (11)$$

onde o subscrito j representa os planos de balanceamento 1 (esquerdo) e 2 (direito), enquanto k representa a operação, sendo 0 a operação sem massa de teste, 1 a operação com massa de teste no plano esquerdo e 2 a operação com massa de teste no plano direito.

Essas forças resultantes encontram-se na forma cartesiana, porém o método proposto por Vaughan (1980) é aplicado na forma polar. Portanto, a Equação 12 apresenta a conversão realizada para os vetores em todas as operações, sendo que i indica a parte imaginária do vetor.

$$\mathbf{R}_{jk} = F_{jk} \cos(\alpha_{jk}) + iF_{jk} \sin(\alpha_{jk}) \quad (12)$$

Com as forças de reação dos mancais obtidas na forma polar, é possível aplicar o método vetorial. Para tanto, faz-se necessário o entendimento de que o desbalanceamento dinâmico apresenta como característica a interferência de um plano de vibração no outro (efeito cruzado). Dessa forma, sua formulação contempla os efeitos da vibração particular para cada plano balanceamento e também a interferência do plano adjacente.

Na primeira operação do método, são apresentados os vetores \mathbf{Q}_1 e \mathbf{Q}_2 que são os vetores que representam o desbalanceamento convertido em unidade de peso, sendo referentes às massas desbalanceadas do plano esquerdo e direito, respectivamente. O vetor \mathbf{A}_{jl} representa fatores que estão ligados ao plano de balanceamento, sendo o subíndice l referente a vibração no mancal esquerdo (E) ou direito (D) que reflete nos planos j . Considerando o efeito cruzado, é possível obter a vibração a partir das Equações 13 e 14.

$$\mathbf{R}_{1,0} = \mathbf{A}_{1E}\mathbf{Q}_1 + \mathbf{A}_{1D}\mathbf{Q}_2 \quad (13)$$

$$\mathbf{R}_{2,0} = \mathbf{A}_{2E}\mathbf{Q}_1 + \mathbf{A}_{2D}\mathbf{Q}_2 \quad (14)$$

onde $\mathbf{R}_{1,0}$ e $\mathbf{R}_{2,0}$ representam as forças de reação resultantes originais dos mancais 1 e 2, respectivamente.

Na segunda operação é adicionada no plano esquerdo a massa de teste com posição angular conhecida, sendo o vetor representado por \mathbf{M}_T . Portanto, as leituras nos planos 1 e 2 a partir da adição da massa de teste são mostradas a partir das Equações 15 e 16.

$$\mathbf{R}_{1,1} = \mathbf{A}_{1E}(\mathbf{Q}_1 + \mathbf{M}_T) + \mathbf{A}_{1D}\mathbf{Q}_2 \quad (15)$$

$$\mathbf{R}_{2,1} = \mathbf{A}_{2E}(\mathbf{Q}_1 + \mathbf{M}_T) + \mathbf{A}_{2D}\mathbf{Q}_2 \quad (16)$$

onde $\mathbf{R}_{1,1}$ e $\mathbf{R}_{1,2}$ são as forças de reação resultantes no plano 1 com as massas de teste aplicadas nos planos 1 e 2, nesta ordem.

As Equações 17 e 18 apresentam as leituras obtidas na terceira operação, onde a massa de teste \mathbf{M}_T é retirada do plano esquerdo e colocada no plano direito.

$$\mathbf{R}_{1,2} = \mathbf{A}_{1E} \mathbf{Q}_1 + \mathbf{A}_{1D} (\mathbf{Q}_2 + \mathbf{M}_T) \quad (17)$$

$$\mathbf{R}_{2,2} = \mathbf{A}_{2E} \mathbf{Q}_1 + \mathbf{A}_{2D} (\mathbf{Q}_2 + \mathbf{M}_T) \quad (18)$$

onde $\mathbf{R}_{2,1}$ e $\mathbf{R}_{2,2}$ as forças de reação resultantes no plano 2 com as massas de teste nos planos 1 e 2, respectivamente.

Subtraindo as Equações 15-13, 16-14, 17-13 e 18-14 é possível obter os fatores A_{jI} em função das leituras obtidas nos mancais, sendo as Equações 19, 20, 21 e 22 respectivas às subtrações citadas.

$$\mathbf{A}_{1E} = \frac{\mathbf{R}_{1,1} - \mathbf{R}_{1,0}}{\mathbf{M}_T} \quad (19)$$

$$\mathbf{A}_{2E} = \frac{\mathbf{R}_{2,1} - \mathbf{R}_{2,0}}{\mathbf{M}_T} \quad (20)$$

$$\mathbf{A}_{1D} = \frac{\mathbf{R}_{1,2} - \mathbf{R}_{1,0}}{\mathbf{M}_T} \quad (21)$$

$$\mathbf{A}_{2D} = \frac{\mathbf{R}_{2,2} - \mathbf{R}_{2,0}}{\mathbf{M}_T} \quad (22)$$

Substituindo as Equações 19 e 21 na Equação 13, obtém-se a Equação 23 referente à vibração medida no mancal esquerdo sem nenhuma massa de teste.

$$\mathbf{R}_{1,0} = \left(\frac{\mathbf{R}_{1,1} - \mathbf{R}_{1,0}}{\mathbf{M}_T} \right) \mathbf{Q}_1 + \left(\frac{\mathbf{R}_{1,2} - \mathbf{R}_{1,0}}{\mathbf{M}_T} \right) \mathbf{Q}_2 \quad (23)$$

Da mesma forma, a Equação 24 é obtida através da substituição das Equações 20 e 22 na Equação 14, sendo encontrada a vibração medida no mancal direito.

$$\mathbf{R}_{2,0} = \left(\frac{\mathbf{R}_{2,1} - \mathbf{R}_{2,0}}{\mathbf{M}_T} \right) \mathbf{Q}_1 + \left(\frac{\mathbf{R}_{2,2} - \mathbf{R}_{2,0}}{\mathbf{M}_T} \right) \mathbf{Q}_2 \quad (24)$$

As Equações 23 e 24 mostram que é possível obter a vibração inicial nos mancais a partir dos vetores que representam as vibrações medidas após a inserção das massas de teste, o próprio vetor de massa de teste e os vetores que identificam a magnitude das massas e posições angulares referentes ao desbalanceamento do rotor (\mathbf{Q}_1 e \mathbf{Q}_2).

Sabendo que $\mathbf{R}_{1,0}$ representa a força de reação resultante original do mancal esquerdo, pode-se dizer que ao colocar uma massa de mesma magnitude em posição oposta ao desbalanceamento irá induzir o sistema ao equilíbrio, uma vez que as equações consideraram o efeito de interferência de um plano ao outro. O mesmo acontece para $\mathbf{R}_{2,0}$. Matematicamente, para aplicar um mesmo vetor em direção oposta, basta inserir uma massa de mesma magnitude deslocada a 180° . Portanto, uma vez que o método foi descrito em coordenadas polares, basta multiplicar os vetores por -1.

Por fim, tendo a massa de teste com magnitude conhecida recomenda-se colocá-la na posição angular 0° , com a finalidade de simplificar os cálculos. Dessa forma, o vetor massa de teste \mathbf{M}_T torna-se um número real e escalar, podendo ser denominado como m_t .

As Equações 25 e 26 apresentam o método vetorial, sendo \mathbf{Q}_1 e \mathbf{Q}_2 os vetores que possuem as magnitudes de massa e posições angulares referentes ao balanceamento (VAUGHAN, 2001).

$$\mathbf{Q}_1(\mathbf{R}_{1,1} - \mathbf{R}_{1,0}) + \mathbf{Q}_2(\mathbf{R}_{1,2} - \mathbf{R}_{1,0}) = -m_t \mathbf{R}_{1,0} \quad (25)$$

$$\mathbf{Q}_1(\mathbf{R}_{2,1} - \mathbf{R}_{2,0}) + \mathbf{Q}_2(\mathbf{R}_{2,2} - \mathbf{R}_{2,0}) = -m_t \mathbf{R}_{2,0} \quad (26)$$

Uma vez que o sistema de equações vetoriais polares possui duas equações e duas variáveis, \mathbf{Q}_1 e \mathbf{Q}_2 representam os vetores polares que identificam as duas massas e duas posições angulares de correção, sendo as quatro variáveis de balanceamento.

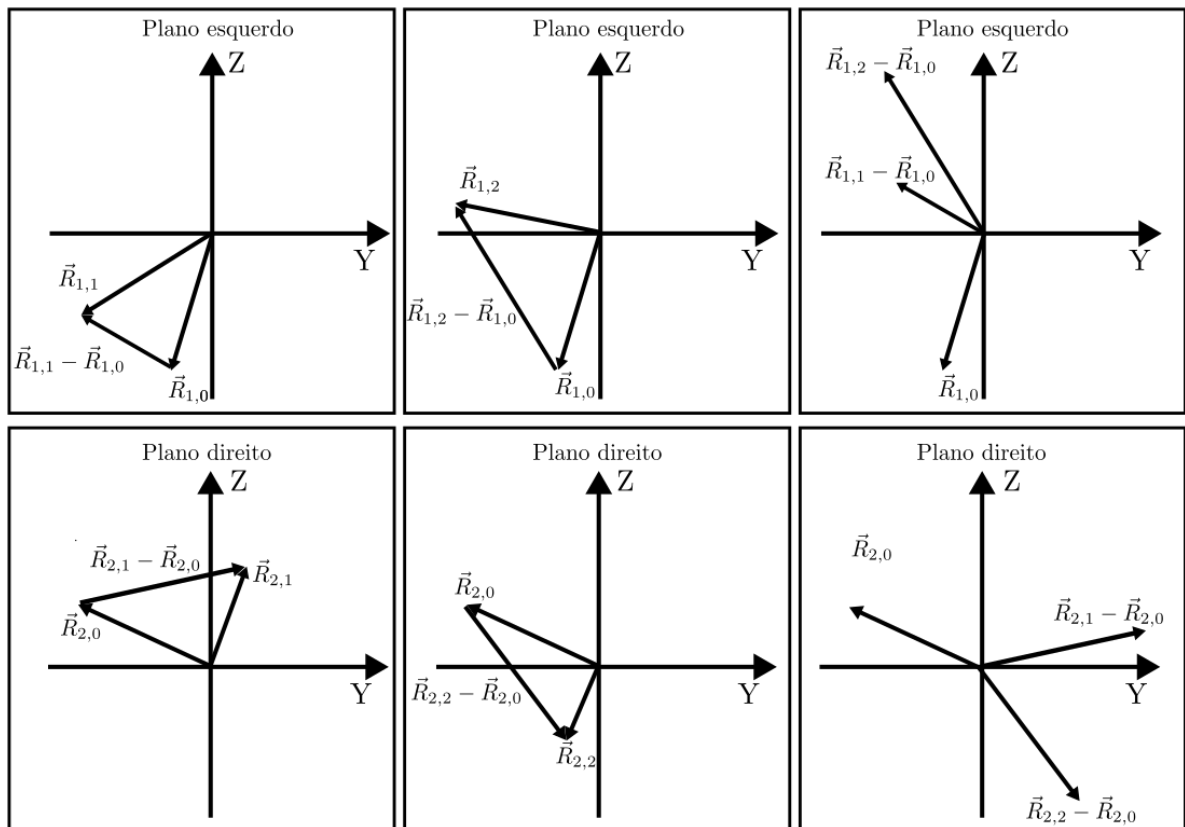
Como as Equações 25 e 26 são empregadas na forma polar, para que sejam encontrados a magnitude das massas e as posições angulares de correção deve-se retomar os vetores \mathbf{Q}_1 e \mathbf{Q}_2 para a coordenada cartesiana por meio da Equação 27.

$$m_j^{bal} = \sqrt{Q_{j,real}^2 + Q_{j,imag}^2} ; \theta_j^{bal} = \arctg\left(\frac{Q_{j,imag}}{Q_{real}}\right) \quad (27)$$

onde m_j^{bal} é a magnitude da massa de teste, $Q_{j,real}$ a parte real do vetor Q_j , $Q_{j,imag}$ a parte imaginária e θ_j^{bal} a posição angular de correção, com j ainda representando os planos de balanceamento 1 e 2.

A representação vetorial, em coordenadas cartesianas, das forças de reação obtidas nos mancais nas três operações pode ser observada na Figura 3.4.

Figura 3.4 - Representação do diagrama vetorial das forças de reação obtidas nos mancais em coordenadas cartesianas.



Fonte: Adaptado de Vaughan (2001).

3.3 Inserção de ruído no sinal de vibração

A indústria de transdutores vem sendo aprimorada tecnologicamente a fim de fornecer equipamentos cada vez mais precisos e acessíveis. Em contrapartida, a existência de ruído é factual, provocando alterações nas medições que seriam consideradas como reais. Evidenciando-se isto, Rocha e Marranghello (2013) realizaram a análise de um acelerômetro e apesar de serem tomadas medidas para evitar ao máximo, as medições apresentaram ruído mesmo quando utilizados filtros de sinal.

Conforme citado, as medições obtidas por dispositivos conversores de sinal sempre terão a presença de ruído, mesmo que mínimo, afetando diretamente o método de balanceamento que se baseia em medições de sinais, causando erros no resultado.

De acordo com Campos (2017), o comportamento ruidoso pode ser descrito como uma porcentagem proporcional a medição real e a uma aleatoriedade, sendo considerado um efeito constante e presente em vibrações reais. Portanto, a Equação 28 demonstra como esse efeito foi aplicado na obtenção das forças de reação do sistema.

$${}_{\rho}F_{jh} = (1 + \rho \cdot \eta_{al})F_{jh} \quad (28)$$

onde o subscrito h representa a coordenada da força de reação Y e Z, ρ a porcentagem de ruído aplicada, η_{al} um número aleatório que varia de 0 a 1, sendo ${}_{\rho}F_{ik}$ a força de reação após aplicar os termos descritos anteriormente para cada plano e coordenada.

A condição de ruído aplicada tem como objetivo gerar resultados distintos, proporcionando diferentes leituras para cada medição. Uma vez que a Equação 28 implica em um número infinito de medições, cria-se uma tendência que pode ser encontrada através da média desses erros, denominado erro sistemático (BALBINOT; BRUSAMARELLO, 2010). Por ser um estudo teórico, uma forma de aumentar a precisão encontrada dos erros foi utilizar o conceito de erro relativo, sendo este definido como a razão do módulo da diferença entre o valor teórico e o valor inexato pelo valor teórico, sendo a Equação 29 dada por:

$$e_{rel} = \frac{|v_{teo} - v_{ruído}|}{v_{teo}} \quad (29)$$

onde e_{rel} é o erro relativo, v_{teo} é o valor teórico e $v_{ruído}$ é o valor encontrado após a aplicação de ruído.

Uma vez que são encontrados quatro valores para se realizar o balanceamento através do método vetorial, a Equação 29 foi aplicada para m_1^{bal} , m_2^{bal} , θ_1^{bal} e θ_2^{bal} , sendo as duas primeiras variáveis as massas de balanceamento para os planos 1 e 2 e as duas últimas os valores de ângulo de correção para os respectivos planos. Sucintamente, foi realizada uma contaminação das forças de reação (sinais de resposta) com ruído a fim de identificar as massas de correção geradas por esses sinais contaminados e foi analisado o efeito do ruído no desbalanceamento residual através do erro relativo.

Alconz e Zurita (2019) citam que sempre haverá desbalanceamento no sistema devido às imperfeições estruturais, por mais bem projetados que estejam, independente da necessidade

de balanceamento. No caso das máquinas rotativas, esse desbalanceamento que sempre está presente é denominado desbalanceamento residual. Dessa forma, a norma ISO 1940-1 (2003) estabelece parâmetros aceitáveis de desbalanceamento residual em rotores rígidos e apoiados em mancais.

Os parâmetros estão designados na norma por meio experimental para cada tipo de maquinário. A partir disso, foi elaborada uma tabela com o grau de qualidade de balanceamento e o desbalanceamento residual específico permissível (e_{per}) para cada grau. Com isso é possível encontrar o desbalanceamento residual permissível U_{per} para o rotor através da relação da massa do rotor e e_{per} , que pode ser observado pela Equação 30.

$$U_{per} = m \cdot e_{per} \quad (30)$$

No Anexo A é encontrado o gráfico da norma que possibilita determinar o desbalanceamento residual específico permissível, sendo este dependente da velocidade de operação do rotor e do grau de qualidade de balanceamento. A norma também especifica o grau de qualidade de balanceamento de acordo com o tipo de rotor, mas o rotor estudado é para um caso generalizado, então foram calculados o desbalanceamento residual permissível para todos os graus.

De acordo com a norma ISO 1940-1 (2003), o desbalanceamento pode ser entendido como sendo a condição existente em um rotor quando a força de vibração é transmitida aos seus mancais devido a forças centrífugas. Sendo assim, a força centrífuga é dada pela Equação 31

$$\mathbf{F}_c = m\mathbf{r}_{cm}\omega^2 \quad (31)$$

onde \mathbf{F}_c é o vetor que representa força resultante do rotor e \mathbf{r}_{cm} é posição espacial do centro de massa, sendo o desbalanceamento residual \mathbf{U}_{res} apresentado na Equação 32.

$$\mathbf{U}_{res} = m\mathbf{r}_{cm} \quad (32)$$

Para que seja expresso em valor absoluto, o desbalanceamento residual U_{res} é encontrado a partir do módulo das componentes não-axiais do centro de massa, expresso pela Equação 33.

$$U_{res} = m \cdot \sqrt{r_{cm}^y + r_{cm}^z} \quad (33)$$

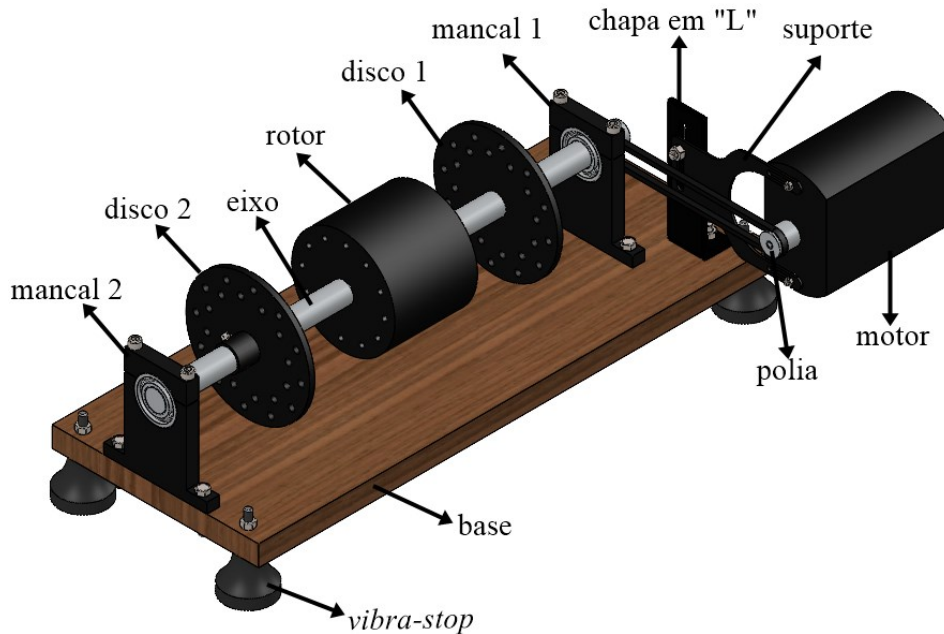
onde r_{cm}^y é o valor referente a coordenada Y do vetor posição do centro de massa na base móvel, de maneira similar r_{cm}^z é o valor referente a coordenada Z.

Portanto, para que o rotor opere em condições aceitáveis, o desbalanceamento residual representado pela Equação 33 deverá ser menor que o desbalanceamento residual permissível representado pela Equação 30.

4 BANCADA DE TESTES

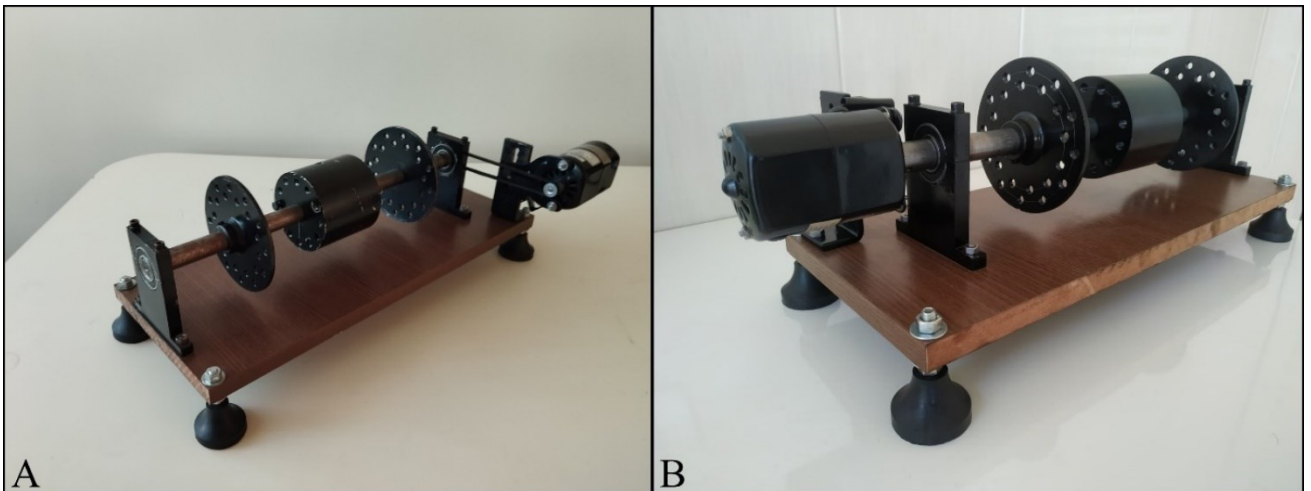
Uma bancada de testes foi especialmente projetada e construída para a verificação experimental do fenômeno de desbalanceamento, conforme mostrado nas Figuras 4.1 e 4.2. A bancada permite adicionar massas concentradas para induzir balanceamento tanto estático quanto dinâmico, e com isso verificar de forma qualitativa o nível de vibração nos mancais de suporte.

Figura 4.1 - Projeto CAD da bancada experimental.



Fonte: Do autor (2023).

Figura 4.2 - Bancada experimental.



Fonte: Do autor (2023).

4.1 Conjunto principal

É definido como conjunto principal a junção dos componentes utilizados para estudo do efeito do desbalanceamento, sendo esses componentes: um eixo rígido, dois mancais, um rotor axialmente longo, dois discos delgados. Os componentes são descritos em detalhes a seguir. No Anexo B (FIGURA B.1) as principais dimensões do conjunto são ilustradas.

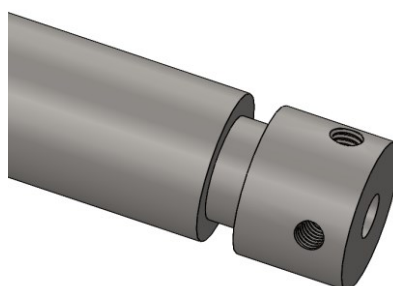
4.1.1 Eixo e mancais

O eixo utilizado é constituído de aço trefilado SAE 1020 possuindo 20 mm de diâmetro e 450 mm de comprimento. Esse eixo é suportado por dois mancais, espaçados por 400 mm, também fabricados em aço SAE 1020. Cada mancal abriga um rolamento simples de esferas, modelo FAG 6004-2RS-C3 e foram inseridos com interferência no eixo. No Anexo B (FIGURA B.2) é apresentado o detalhamento dos mancais.

Para facilitar a montagem e desmontagem do sistema, os mancais foram construídos de forma bipartida em parte superior e inferior através de um corte horizontal no centro do furo que é inserido o rolamento. A conexão das partes é feita por meio de parafusos allen, na qual a desmontagem é facilitada, visto que, quando os parafusos são retirados é possível extrair o eixo sem que nenhuma força excessiva seja aplicada na pista externa dos rolamentos.

A 20 mm de uma extremidade do eixo foi usinado um rasgo revolucionado de 3mm de profundidade e 5 mm de largura. Também, à 5mm da mesma extremidade, foram usinados quatro furos de rosca M5 espaçados em 90°, perpendiculares ao eixo axial e um furo de 6 mm de diâmetro e 20 mm de comprimento concêntrico ao eixo. Dessa forma, é possível transmitir a rotação do motor ao eixo de duas formas, sendo por correia através do rasgo ou por acoplamento direto. A Figura 4.3 ilustra o rasgo revolucionado e os furos roscados usinados na extremidade do eixo.

Figura 4.3 – Extremidade do eixo.



Fonte: Do Autor (2023).

4.1.2 Rotor axialmente longo

À 160 mm da extremidade não usinada do eixo (ANEXO B) foi posicionado concentricamente um rotor axialmente longo fabricado em alumínio de liga não especificada que possui 90 mm de diâmetro, 80 mm de comprimento e um furo axial passante de 20 mm. Sua fixação ao eixo é feita por meio de um parafuso allen, visto que foi usinado um furo perpendicular ao seu eixo axial de rosca M5 em seu centro geométrico.

Foram usinados, axialmente, 12 furos de rosca M6 e 40 mm de comprimento em cada lado do rotor, sendo estes posicionados a um raio de 35mm de seu centro e espaçados em 30°. Esses furos roscados permitem simular um sistema com desbalanceamento estático ou dinâmico de maneira simples, apenas inserindo parafusos. Também é possível agregar diferentes magnitudes de desbalanceamento, uma vez que a massa pode ser alterada utilizando porcas ou arruelas em conjunto aos parafusos. As dimensões mencionadas e visualização do rotor de forma isolada podem ser observadas no Anexo B (FIGURA B.3).

4.1.3 Discos

Também no eixo são posicionados de forma concêntrica dois discos delgados, sendo o disco 1 posicionado à 80 mm do mancal esquerdo e o disco 2 posicionado a 320 mm do mesmo mancal (ANEXO B). Os discos são idênticos, portanto, possuem um diâmetro externo de 120 mm e 3 mm de espessura. Em cada disco foi soldada uma bucha que possui um furo de diâmetro interno de 20 mm, 3 mm de parede e comprimento de 15 mm. Sua conexão ao eixo também é feita por meio de um parafuso allen M5 inserido de forma perpendicular ao eixo axial da bucha.

Ambos os discos possuem 24 furos de 6,5 mm de diâmetro, 12 desses furos foram realizados a um raio de 50 mm do centro do disco igualmente separados em 30°, os outros 12 furos foram feitos a um raio de 40 mm e da mesma forma foram distribuídos a 30°, porém estão defasados em 15° com relação aos furos de raio maior. Essas cavidades foram construídas para que pudessem ser inseridas as massas de balanceamento (parafusos e porcas) com determinadas massas e posicionamentos angulares, tornando os discos planos de balanceamento. No Anexo B (FIGURA B.4) é apresentado o detalhamento do disco e sua visualização isolada a fim de ilustrar as dimensões mencionadas.

4.2 Acionamento

O conjunto principal é acionado por um motor elétrico utilizado, habitualmente, em máquinas de costuras. O motor possui um eixo de 6mm de diâmetro, potência de 90W e rotação máxima de 7000 rpm, sendo a rotação controlada por um pedal de acionamento. Nele está conectado um suporte, que é atrelado ao sistema por meio de uma chapa em “L” de aço SAE 1020, que possui um rasgo vertical de 6,5 mm de largura e 20 mm de comprimento para que possa ser ajustada a posição do rotor. O suporte do motor e a chapa são unidos por um parafuso sextavado M6 e o mesmo acontece com a base de madeira do sistema e a chapa.

Como dito na Seção 4.1.1 o eixo foi adaptado para dois sistemas de transmissão, sendo eles descritos a seguir.

4.2.1 Transmissão por correia

O segundo sistema de transmissão proposto foi elaborado utilizando a polia que acompanha o motor cujo rasgo revolucionado possui a mesma dimensão do rasgo usinado no eixo. A conexão entre a polia e o eixo é realizada utilizando uma correia de borracha que veio acompanhada do motor, cujas propriedades, assim como as da polia, não foram divulgadas pelo fornecedor. A Figura 4.2a ilustra o sistema de transmissão por correia.

4.2.2 Transmissão por acoplamento direto

O primeiro sistema de transmissão proposto foi realizado acoplando o eixo do motor diretamente no eixo do conjunto, através do furo realizado em sua extremidade. A fixação dos eixos é feita utilizando os quatro furos roscados M5 citados na Seção 4.1.1 fazendo uso de parafusos allen. A Figura 4.2b ilustra o sistema de transmissão por correia.

4.3 Base

A base é constituída de madeira do tipo MDF e possui 500mm de comprimento, 200mm de largura e 15mm de espessura. Nela são fixados, por meio de parafusos, os mancais a chapa em “L” e quatro *vibra-stops*. Os *vibra-stops* são pés de borracha usados, neste trabalho, com o propósito nivelar o sistema.

5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os resultados referidos foram obtidos a partir da utilização do método vetorial para balancear um rotor rígido com três pontos de excentricidade de massa. Posteriormente, foram investigados os efeitos de aplicação de ruído nos sinais de vibração sobre o balanceamento final e definidos os limites máximos de ruído para cada grau de balanceamento indicado pela norma 1940-1 (2003) e analisado qualitativamente o comportamento da bancada de testes alimentada por massas desbalanceadoras.

5.1 Parâmetros numéricos

Os rotores possuem uma infinidade de aplicações, sendo assim, cada tipo terá massa e dimensão distintas. Dessa forma, foi optado o estudo de um rotor generalizado e que possui parâmetros adequados à realidade. Visto que uma das finalidades do artigo é encontrar a relação do ruído de medição com o erro relativo causado por ele, foram definidos os parâmetros de um rotor genérico. Sendo assim, os parâmetros iniciais para balanceamento são indicados na Tabela 5.1.

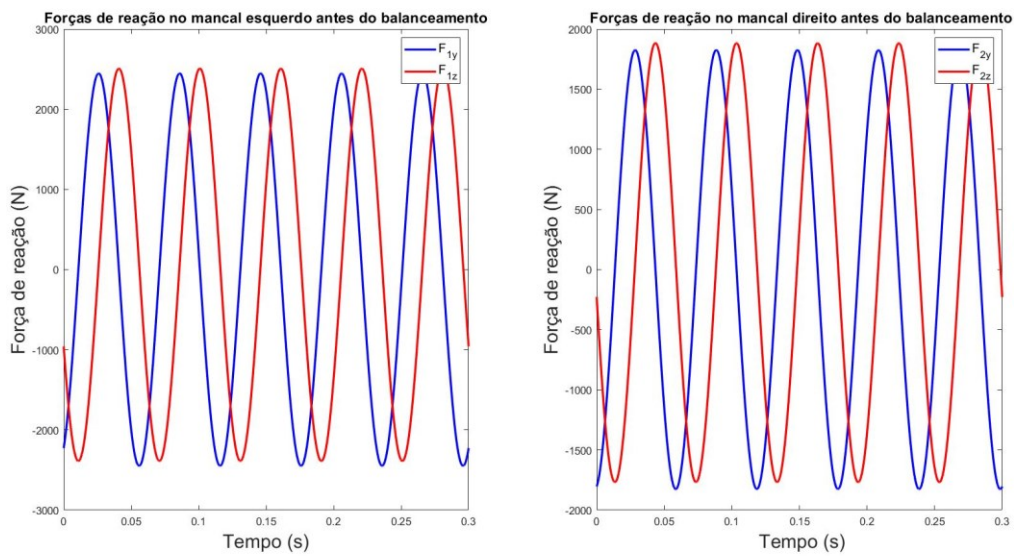
Tabela 5.1 - Parâmetros iniciais do rotor.

Descrição	Símbolo	Valor numérico	Unidade
Massa concentrada 1	m_1	3	kg
Massa concentrada 2	m_2	7	kg
Massa concentrada 3	m_3	2	kg
Posição axial 1	L_1	0,12	m
Posição axial 2	L_2	0,15	m
Posição axial 3	L_3	0,18	m
Posição axial mancal direito	L_c	0,3	m
Raio 1	r_1	0,1	m
Raio 2	r_2	0,05	m
Raio 3	r_3	0,15	m
Ângulo 1	θ_1	0,1745	rad
Ângulo 2	θ_2	1,6581	rad
Ângulo 3	θ_3	5,0615	rad
Posição angular inicial	θ_0	0	rad
Velocidade angular inicial	$\dot{\theta}_0$	104,72	rad/s
Aceleração angular inicial	$\ddot{\theta}_0$	0	rad/s ²
Aceleração gravitacional	g	9,81	m/s ²

Fonte: Do autor (2023).

Aplicando os parâmetros numéricos no modelo matemático obtido pelas Equações de Newton-Euler utilizando implementação computacional percebe-se a transmissão das forças de desbalanceamento aos mancais. Dessa forma, a Figura 5.1 ilustra de forma gráfica o comportamento dessas forças ao longo do tempo que decorrem de uma força centrífuga giratória. Para que fosse realizada uma melhor visualização, o desbalanceamento foi plotado referente aos primeiros 5 períodos de oscilação do sistema.

Figura 5.1 - Forças de reação inerciais referentes ao balanceamento inicial nos mancais esquerdo e direito.



Fonte: Do autor (2023).

Observando a Figura 5.1 nota-se a existência de forças vibratórias com fases opostas em ambos os mancais, caracterizando um desbalanceamento dinâmico.

Com a intenção de encontrar as massas de correção do sistema, foram inseridos no modelo os dados necessários para aplicação do método vetorial, que podem ser vistos na Tabela 5.2.

Tabela 5.2 - Parâmetros para aplicação do método vetorial.

Descrição	Variável	Valor numérico	Unidade
Massa de teste	m_a e m_b	0,5	kg
Posição axial da massa de teste do plano esquerdo	L_a	0,05	m
Posição axial da massa de teste do plano direito	L_b	0,25	m
Raio de inserção dos planos esquerdo e direito	r_a e r_b	0,1	m
Ângulo em que as massas foram inseridas	θ_a e θ_b	0	rad

Fonte: Do autor (2023).

Para encontrar as massas e os ângulos de correção do sistema, foram seguidos os procedimentos descritos na Seção 3.2. Foram obtidas em um determinado instante de tempo, a magnitude e ângulo das forças de reação de cada mancal, por meio da Equação 11 e transformados em coordenadas polares por meio da Equação 12. Esses valores encontrados foram atribuídos às Equações 25 e 26, encontrando assim os vetores \mathbf{Q}_1 e \mathbf{Q}_2 através da solução do sistema. Por fim, as massas e posições angulares de balanceamento foram encontradas utilizando a Equação 27, sendo descritos na Tabela 5.3.

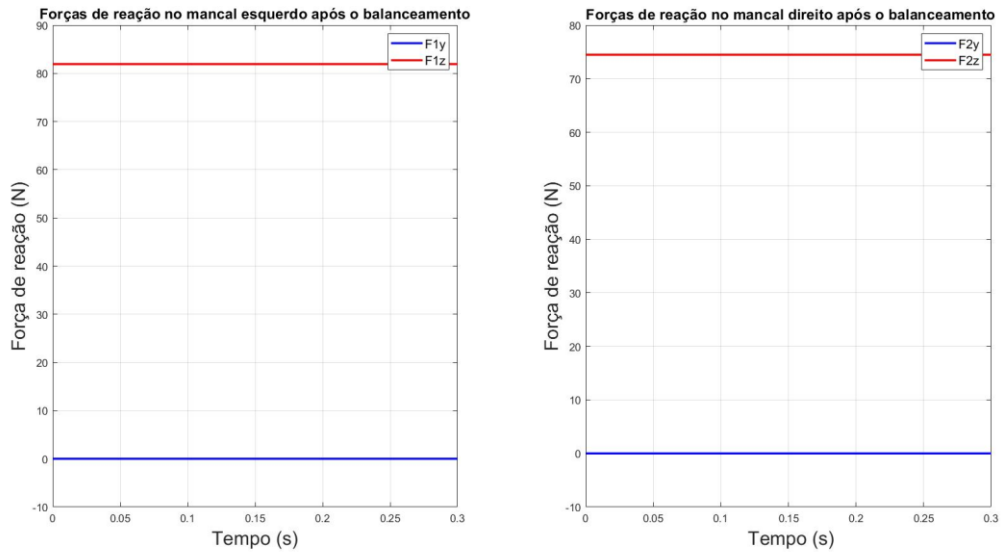
Tabela 5.3 - Valores de correção encontrados após a aplicação do método vetorial.

Descrição	Parâmetro	Valor numérico	Unidade
Massa de correção plano esquerdo	m_1^{bal}	2,3924	kg
Massa de correção plano direito	m_2^{bal}	1,5513	kg
Ângulo de correção plano esquerdo	θ_1^{bal}	3,6171	rad
Ângulo de correção plano direito	θ_2^{bal}	3,2018	rad

Fonte: Do autor (2023).

A Figura 5.2 ilustra as novas forças de reação após serem inseridas as massas de teste no sistema. Nela é possível observar que a força de reação referente à coordenada Y torna-se nula, enquanto a força de reação em Z é constante em ambos os mancais, sendo a soma das forças de reação em ambos os mancais igual à força peso do rotor. Portanto, as massas de correção inseridas de fato balanceiam o rotor, uma vez que não há forças oscilatórias nos mancais.

Figura 5.2 - Forças de reação inerciais após o balanceamento nos mancais esquerdo e direito.



Fonte: Do autor (2023).

5.2 Ruído inserido nos sinais de vibração

A partir da Equação 28 foi inserido ruído ρ no sinal das forças em uma faixa de 0 a 10% com incrementos em 0,25%, sendo que o número aleatório η_{al} foi inserido através de uma variável randômica imposta na implementação computacional. O objetivo é investigar o impacto do ruído presente no sinal de vibração na estimativa das massas de correção, sendo este definido por erros atrelados aos equipamentos de medição e vibrações originadas por resquícios de vibração na montagem, como desbalanceamento e desalinhamento residuais.

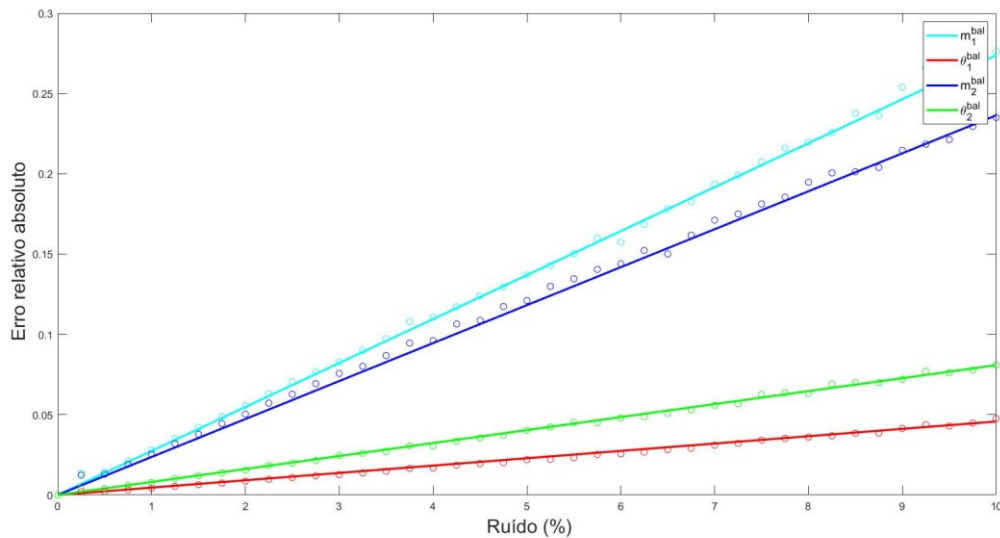
Para isso, foi feita a aplicação de ruído nas forças de reação dos mancais, sendo feitas 1500 interações para cada porcentagem. A amostragem foi encontrada através do método de tentativa e erro baseando-se na condição citada por Balbinot e Brusamarello (2010), referente ao padrão apresentado em medições sistemáticas. Com isso, foi aplicada a Equação 29 para cada um dos parâmetros e extraída a média dos erros relativos para cada porcentagem de ruído. Na Figura 5.3 é apresentado o gráfico de dispersão referente aos valores encontrados para cada parâmetro de balanceamento, nos quais os pontos referentes ao erro relativo são referentes às médias dos erros obtidos para cada amostra.

A Figura 5.3 confirma a relação de linearidade apresentada tanto pela Equação 28, quanto pela definição do erro sistemático, possibilitando a extração de erro em função do ruído através de funções lineares. Através dos pontos de dispersão foram feitos os ajustes de curva para cada parâmetro a fim de se obter funções da relação ruído/sinal, onde essas funções

possuem o formato $e(\rho) = k\rho$, sendo e o erro, k a constante angular e ρ a porcentagem de ruído. Também é possível interpretar que as massas de correção são um parâmetro mais sensível do que o ângulo; portanto aplicar uma massa incorreta no sistema prejudicará mais o balanceamento do que uma posição incorreta dos ângulos. Por fim, observa-se que o método apresenta uma relação de compensação, visto que a massa de correção do plano esquerdo m_1^{bal} apresenta o maior erro para determinada quantidade de ruído e a posição angular θ_1^{bal} um erro menor. O mesmo acontece em m_2^{bal} e θ_2^{bal} , em que massa contém maior erro, pois sua função está na região intermediária superior do gráfico e a função referente a posição angular está na posição intermediária inferior.

Sinteticamente, a compensação é notada pois as funções relacionadas aos parâmetros de correção do plano esquerdo estão nas extremidades e as do plano direito estão na região intermediária. Campos (2017) encontrou resultados similares em seu trabalho desenvolvido, uma vez que as massas de balanceamento apresentaram maior desvio-padrão quanto aplicado ruído em suas análises.

Figura 5.3 - Gráfico de dispersão do erro relativo em função do ruído.



Fonte: Do autor (2023).

A fim de verificar a coerência desses ajustes, foram obtidos os coeficientes de determinação R^2 que analisam a qualidade das regressões lineares realizadas. O menor valor obtido para este parâmetro foi 0,9945, o que representa uma variação de 0,55% nos dados obtidos para θ_1^{bal} , sendo conveniente a utilização das funções para serem obtidos os erros para

a quantidade de ruído desejada. A Tabela 5.4 apresenta os coeficientes angulares k e as medidas estatísticas R^2 de cada parâmetro.

Tabela 5.4 - Coeficientes angulares e de determinação de cada variável.

Parâmetro	k	R^2
m_1^{bal}	0,0274	0,998
θ_1^{bal}	0,0046	0,9945
m_2^{bal}	0,0236	0,9965
θ_2^{bal}	0,0081	0,9984

Fonte: Do autor (2023).

5.3 Limites de ruído

Como citado, as funções de erro relativo retiradas da Figura 5.3 são referentes às médias dos erros relativos para as 1500 amostras. Desse modo, a Equação 29 foi aplicada a fim de encontrar os valores médios dos parâmetros para determinada quantidade de ruído. Conseqüentemente, a partir da posição do centro de massa ${}_{B1}r_{cm}$ e a massa total do rotor m é possível identificar o desbalanceamento residual médio para a aquela quantidade de ruído previamente definida utilizando a Equação 33.

Para efeito de comparação, o desbalanceamento permissível foi considerado de acordo com a norma ISO 1940-1 (2003). Para tal propósito, foi utilizado o gráfico disponibilizado pela norma que relaciona o desbalanceamento residual específico e_{per} para cada grau de qualidade de balanceamento (ANEXO A) G em função da velocidade de rotação do rotor $\dot{\theta}$. Os valores retirados da Figura A.1 foram referentes a velocidade de rotação igual 104,72 rad/s, podendo ser notado que quanto maior o refino do balanceamento menor será o desbalanceamento residual permissível.

Como visto na Equação 29, o erro relativo é encontrado em sua forma modular resultando apenas em valores positivos. Pensando nisso, ao serem aplicados em casos reais a variação do erro relativo poderá acontecer para valores maiores ou menores daquele que seria o valor real. Visto que são quatro parâmetros de correção e dois efeitos de aleatoriedade para atribuição do erro (os valores podem ser maiores ou menores que o valor teórico) existem 16 possíveis combinações de erro atreladas aos parâmetros de correção.

Como dito, erro relativo acontece de forma randômica podendo ter valores acima ou abaixo do valor teórico, uma vez que sua equação é uma função modular. Dessa forma, foram

desenvolvidos neste artigo 4 das 16 condições possíveis, sendo estas consideradas como críticas, pois apresentam maior desbalanceamento residual. As condições foram definidas da seguinte forma: na condição 1 foi adicionado o erro relativo em todos os parâmetros de correção, na condição 2 o erro relativo foi subtraído de todos os parâmetros, na terceira condição os erros foram adicionados às massas e subtraídos nos ângulos de correção, enquanto na quarta condição erros relativos foram subtraídos nas massas e adicionados nos ângulos.

A Tabela 5.5 apresenta o máximo valor de ruído ρ_{max} para que o desbalanceamento residual U_{res} não seja maior que o desbalanceamento permissível U_{per} , como aponta a norma ISO 1940-1 (2003).

Tabela 5.5 - Desbalanceamento permissível e residual para cada grau de qualidade.

Grau de qualidade (G)	Condição 1			Condição 2		
	ρ_{max} (%)	U_{per} (g.mm)	U_{res} (g.mm)	ρ_{max} (%)	U_{per} (g.mm)	U_{res} (g.mm)
G 4000	65	790481	768270	-	420000	386280
G 1600	27	336644	324450	22	246525	236730
G 360	8,5	100873	99675	8	90758	90179
G 250	3,5	40753	40634	3,4	38991	38814
G 100	1,2	14460	13856	1,2	14239	13773
G 40	0,4	4795	4614	0,4	4771	4601
G 16	0,2	2395	2303	0,2	2388	2297
G 6,3	0,08	957	917	0,08	956	913
G 2,5	0,03	399	350	0,03	399	347
G 1	0,01	144	123	0,01	143	120
G 0,4	0,005	64	60	0,004	64	44
Grau de qualidade (G)	Condição 3			Condição 4		
	ρ_{max} (%)	U_{per} (g.mm)	U_{res} (g.mm)	ρ_{max} (%)	U_{per} (g.mm)	U_{res} (g.mm)
G 4000	52	743990	739070	-	420000	386280
G 1600	24	331127	324470	21	248364	238080
G 360	7,8	100444	100370	7,5	91064	90804
G 250	3,2	40677	40492	3,1	39067	38254
G 100	1,1	14450	13808	1,1	14248	13687
G 40	0,38	4795	4754	0,38	4771	4738
G 16	0,19	2394	2375	0,19	2389	2370
G 6,3	0,07	957	879	0,07	956	878
G 2,5	0,03	399	379	0,03	399	378
G 1	0,01	144	131	0,01	143	130
G 0,4	0,005	64	62	0,005	64	61

Fonte: Do autor (2023).

Embora tenham inúmeros estudos a respeito da interferência de ruído no acelerômetro, muitos fatores farão este efeito ser maior ou menor. A qualidade do acelerômetro, a interferência por eletromagnetismo em cabos sem blindagem, falhas de montagem, erros de calibração, frequência de operação do dispositivo, temperatura são fatores que podem influenciar na presença de ruído.

A efeito de comparação, Sabato *et al.* (2016) quantificaram o ruído para o acelerômetro MEMS *wireless* tendo como resultado um valor para ρ_{max} de 2% para tal acelerômetro em condições de operação adequadas, evitando assim, a interferência de ruídos causados por impedância do fio, ruído triboelétrico e falha na montagem. Como resultado obtido pela Tabela 6, se essa quantidade de ruído fosse imposta às medições do rotor, o método atenderia a norma para os graus de qualidade acima de G 250. Como não foi estabelecido um funcionamento específico para o rotor estudado, esse grau de qualidade pode ser efetivo ou não dependendo do caso. Além disso, graus de qualidade menores poderiam ser atendidos utilizando uma vez que foi citada a máxima quantidade de ruído que o dispositivo estudado por eles alcançou.

Através da Tabela 5.5 é possível observar que para o grau de qualidade mais refinado (G 0,4) a quantidade máxima de ruído que a medição poderá ter é de 0,005%. Esse valor visivelmente é muito baixo e isso explica o motivo do G 0,4 ser utilizados apenas em casos de muita precisão, visto que para realizá-lo demanda um custo muito alto pela necessidade de dispositivos de altíssima precisão.

Nota-se também na Tabela 5.5 que para o grau de qualidade de balanceamento G 4000 não há um ruído máximo nas condições 2 e 4. Isso ocorreu, pois o erro implicou em quantidades de massa de correção negativas. Como o método vetorial é aplicado com adição de massa, as massas de correção foram consideradas nulas. Embora essa consideração tenha sido feita, é constatado que se o rotor estudado tivesse classificação G 4000 ele estaria atendendo a norma sem a necessidade de nenhuma adição de massa de teste.

Pela norma, o grau de qualidade que abrange maior variedade de equipamentos mecânicos é o G 6,3, abrangendo turbinas, engrenagens, máquinas de papel, motores elétricos pequenos, bombas, ventiladores, entre outros. Nesse artigo foi constatado que para essas condições o ruído máximo é 0,07%. Dessa forma, a qualidade do dispositivo de medição deverá ser elevada, podendo ser utilizados recursos para diminuir os erros de medição, filtros de sinal, além de serem tomadas medidas cabíveis para evitar outros tipos de interferência como citado anteriormente.

5.4 Análise experimental qualitativa do desbalanceamento dinâmico

A fim de observar o comportamento de uma máquina rotativa desbalanceada dinamicamente foi proposta a elaboração de um projeto e, posteriormente, a construção de uma bancada de testes. A bancada descrita no Capítulo 4 apresenta características fundamentais de um componente rotativo desbalanceado. Dentre as características estão: o rotor axialmente longo que possibilita provocar desbalanceamento, por meio de parafusos, em diferentes posições angulares, dois discos que permitem inserir massas de teste e, adiante, massas de correção com posições variadas posições angulares em dois raios diferentes, além do sistema ser apoiado por mancais, fazendo com que a vibração possa ser mensurada. O eixo foi definido de forma a concretizar a hipótese de rotor rígido, tendo um diâmetro que assegura a hipótese mediante a rotação máxima que o motor consegue atingir. Além de permitir a verificação experimental, a bancada servirá para propostas futuras de validação do método teórico apresentado.

5.4.1 Ajustes prévios à análise

A fim de realizar uma análise qualitativa no sistema, faz-se necessário minimizar ao máximo o desbalanceamento residual quando não estão inseridas as massas desequilibrantes no rotor. Durante a primeira tentativa de operação do sistema foi notada uma vibração significativa no sistema e identificada folga de 0,05mm entre o eixo e os rolamentos por meio de um micrômetro. Para cessar a folga indesejada que inevitavelmente acarreta vibração no sistema, foram usinadas recartilhas na posição em que o eixo se alinha com os mancais de forma a prover um ajuste com interferência da pista interna dos rolamentos com o eixo.

Após a conclusão do procedimento citado, o sistema foi novamente colocado em operação na configuração de transmissão mencionada na Seção 4.2.2 (acoplamento direto). Observou-se, de maneira evidente, uma amplitude de vibração anormal no motor, o que levanta duas possíveis hipóteses: a presença de folga entre o eixo do motor e o eixo do conjunto, resultando em falta de concentricidade entre eles, ou a usinagem do furo realizado no eixo do conjunto pode ter sido executada de forma não concêntrica, apresentando algum grau de inclinação. Para tentar solucionar o problema citado na primeira hipótese foi proposta a usinagem de uma bucha para eliminar a folga. No entanto, devido a pequena magnitude da folga

e à fragilidade, tornou-se inviável o procedimento realizar esse procedimento, uma vez que grandes impactos para fazer que o eixo entrasse sem folga poderiam comprometer seu funcionamento.

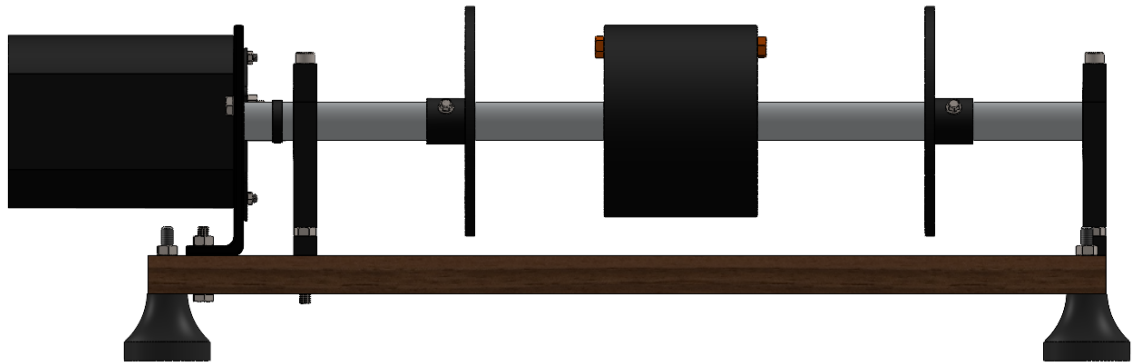
Visto que a transmissão por acoplamento direto seria inviável para análise qualitativa, foi proposto o sistema de transmissão por correia (Seção 4.2.1). Nesse sistema foi utilizada a polia que acompanha o motor e para acoplá-lo ao conjunto foi usinado um rasgo de mesma propriedade diretamente no eixo (FIGURA 4.3). Uma vez que o desalinhamento entre a polia e o eixo é o principal fator a ser minimizado para reduzir a vibração do sistema, foram adicionadas arruelas lisas para ajustar os componentes de forma adequada. Por meio desse sistema de transmissão observou-se que a vibração no motor é consideravelmente menor quando comparada ao outro sistema. Sendo assim, o sistema de transmissão por correia foi utilizado para realizar a análise qualitativa de desbalanceamento.

Além disso, é importante ressaltar que, como mencionado anteriormente, qualquer máquina rotativa apresentará um desbalanceamento residual intrínseco a seu material (ALCONZ; ZURITA, 2019). No caso específico deste experimento, o nível de desbalanceamento é aumentado devido à fixação dos componentes por meio de parafusos, o que requer a remoção de material para a sua inserção, e quando adicionados, suas massas podem não coincidir com a com o material retirado.

5.4.2 Análise experimental qualitativa

Considerando que o sistema, quando desprovido de massa de desbalanceamento, demonstrava uma quantidade mínima de vibração, foram introduzidos dois parafusos com mesma posição angular, um em cada face do rotor, com o intuito de simular massas desequilibrantes e observar o comportamento da bancada. No primeiro teste, foram inseridos dois parafusos M6x40mm com a mesma angulação, um em cada extremidade do rotor (FIGURA 5.4). Ao acionar o pedal do motor até atingir a velocidade de rotação máxima, observou-se uma vibração significativa, a ponto de deslocar toda a bancada em relação à superfície em que está posicionada. Além disso, o nível de ruído gerado também aumentou consideravelmente.

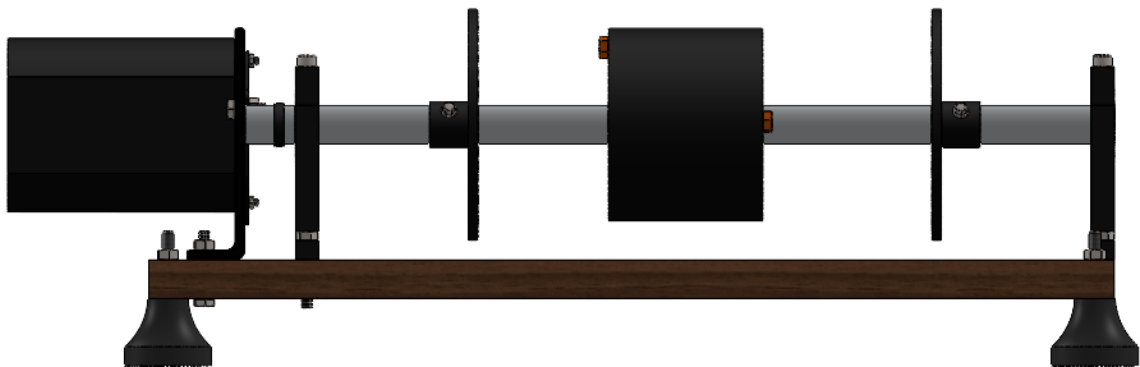
Figura 5.4 - Posicionamento dos parafusos no primeiro teste.



Fonte: Do autor (2023).

No segundo teste, os mesmos parafusos foram posicionados de forma deslocada em 90° , com um parafuso em cada extremidade do rotor (FIGURA 5.5). Nesse ensaio, foi observado um aumento no ruído e na amplitude de vibração em relação à vibração residual do sistema. No entanto, notoriamente, a vibração é menor em comparação ao primeiro caso, uma vez que a bancada não apresentou deslocamento.

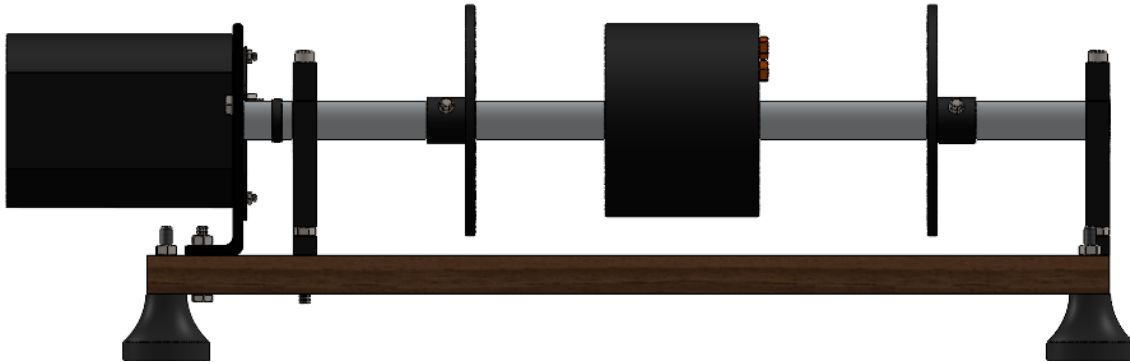
Figura 5.5 - Posicionamento dos parafusos no segundo teste.



Fonte: Do autor (2023).

No terceiro e último teste, os dois parafusos foram posicionados na mesma extremidade do rotor, com um deslocamento de 30° entre eles (FIGURA 5.6). Nessa configuração, foi observado um comportamento semelhante ao do primeiro teste, com a bancada deslocando-se em relação à superfície em que estava posicionada. Portanto, em uma análise qualitativa, não é possível determinar de forma definitiva se o primeiro ou o terceiro teste é mais crítico. No entanto, é possível afirmar que ambos são mais críticos em relação ao segundo teste.

Figura 5.6 - Posicionamento dos parafusos no terceiro teste.



Fonte: Do autor (2023).

Por fim, foi observado nos três casos analisados, de forma consistente, a presença de vibração tanto nas direções horizontal quanto vertical nos mancais. Dessa forma, os resultados obtidos neste estudo fornecem um embasamento sólido para estudos futuros voltados à mensuração de aceleração.

6 CONCLUSÃO

Neste artigo foi proposto um modelo teórico para obtenção dos parâmetros de correção para um rotor rígido desbalanceado dinamicamente a fim de ser conhecido o desbalanceamento residual gerado pela implicação de ruído no sistema. Para tanto, as forças de reação dinâmicas do sistema foram determinadas utilizando o método de Newton-Euler, sendo estas alimentadas com parâmetros numéricos condizentes. Foi aplicado o método vetorial para serem determinadas as massas e ângulos de correção teóricos necessários para realizar o balanceamento do rotor. Em seguida, utilizando implementação computacional foram obtidas as forças de reação contaminadas com porcentagens de ruído proporcionais a uma variável aleatória com o objetivo de identificar o erro relativo causado por esses ruídos e gerar uma relação dessas variáveis para cada parâmetro. Por fim, o desbalanceamento residual causado pelo ruído foi comparado com o desbalanceamento residual permissível para cada grau de qualidade de balanceamento estabelecido pela norma ISO 1940-1 (2003). Como resultado, o método vetorial foi validado utilizando como base as forças de reação do sistema, uma vez que ao serem inseridos os parâmetros teóricos de balanceamento foram obtidas reações constantes em ambos os mancais, referentes a coordenada vertical. Foi comprovado que as massas proporcionam um maior desbalanceamento no sistema, quando comparadas aos ângulos. Também foi mostrado que o ruído deve ser mínimo para serem alcançados resultados muito precisos de balanceamento, sendo este um fator dependente da qualidade dos dispositivos envolvidas na medição.

Portanto, as principais conclusões do modelo teórico foram:

- O desbalanceamento dinâmico pode ser observado através da oscilação das forças de reação presentes nos mancais do rotor;
- As forças de reação obtidas pelo método de Newton-Euler são válidas para aplicação do método vetorial;
- Existe uma relação linear entre o ruído e o erro gerado por ele, no caso do método vetorial em específico, sendo a função dessa relação bastante aceitável uma vez que apresentam coeficientes convincentes;
- As massas de correção afetam de forma mais sensível o desbalanceamento, quando comparadas aos ângulos;

- Para casos em que se deseja um alto grau de qualidade de balanceamento, o ruído nas medições deve ser extremamente baixo, enquanto para graus menos refinados o ruído poderá ser considerável.

Por sua vez, a elaboração da bancada de testes permitiu analisar de forma experimental o efeito do desbalanceamento nela aplicado. Foi observado que, apesar das massas dos parafusos serem pequenas em comparação com a massa total do sistema (eixo, discos e rotor), a amplitude de vibração foi significativa quando aplicadas em diferentes configurações. Durante a realização dos testes, foi observado que nos casos do primeiro e terceiro testes, a bancada chegou a se deslocar da superfície em que estava apoiada, confirmando a afirmação de que pequenas magnitudes de massa podem gerar grandes amplitudes de vibração. No entanto, no segundo teste, embora tenha havido um aumento na vibração em comparação ao rotor sem nenhuma massa de desbalanceamento adicionada, visualmente a amplitude de vibração foi menor. Esses resultados ressaltam a sensibilidade do sistema ao desbalanceamento e a importância do balanceamento preciso para garantir a estabilidade e o bom funcionamento de um sistema rotativo.

Embora a análise qualitativa tenha sido eficaz para identificar o comportamento da máquina desbalanceada, é importante ressaltar que essa abordagem não é capaz de determinar qual configuração é a mais crítica quando o comportamento é semelhante. A sensibilidade humana não é suficiente para identificar as condições mais adversas com precisão. Para uma análise mais precisa e assertiva, é necessário recorrer ao uso de dispositivos de medição de vibração, como os acelerômetros. Esses dispositivos permitem a obtenção de dados quantitativos, possibilitando uma avaliação objetiva do comportamento vibratório da máquina e a identificação das configurações que apresentam maior nível de criticidade.

Em suma, este estudo demonstra a importância do método vetorial no balanceamento de rotores rígidos, resalta a presença de ruído nos resultados de medição e destaca a necessidade de minimizar as causas desse ruído. Além disso, enfatiza a viabilidade de uma abordagem qualitativa para avaliar o desbalanceamento em uma bancada real, enquanto reconhece a importância de técnicas de medição quantitativa para uma análise mais aprofundada.

7 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Para o modelo teórico recomenda-se em trabalhos futuros:

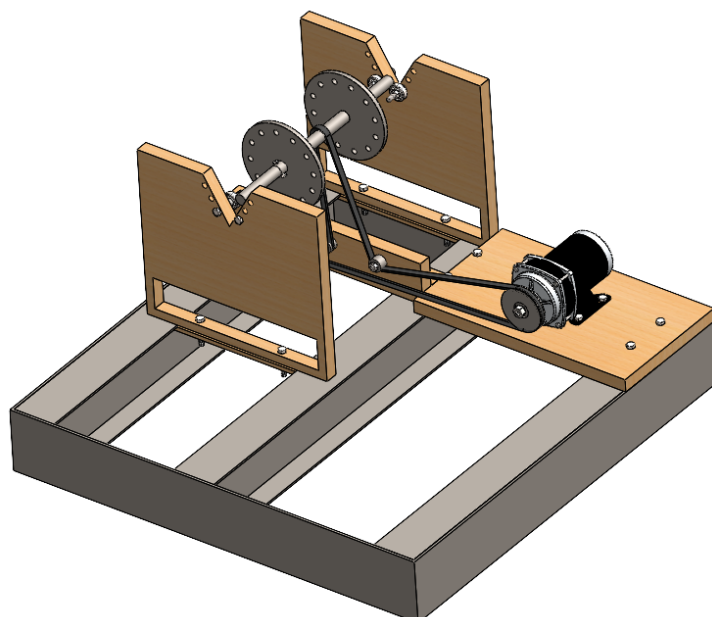
- Estabelecer uma função que correlacione o erro relativo ao ruído;
- Aprofundar o estudo relativo às massas interferirem de forma mais significativa o desbalanceamento do que as posições angulares.

A seguir são listadas as sugestões de trabalhos futuros para utilizar o modelo dessa bancada de testes para validar experimentalmente o método estudado.

- Criação de um sistema de aquisição de dados a fim de obter simultaneamente a vibração nos mancais;
- Elaboração de um sistema de monitoramento da velocidade de rotação do sistema;
- Sincronização da posição angular nas três operações de balanceamento;
- Utilização de equipamentos especializados para o alinhamento preciso do sistema por correia, com o objetivo de minimizar a vibração residual do sistema ao máximo;
- Em casos em que se deseja utilizar acoplamento direto, recomenda-se a utilização de um acoplamento flexível a fim de corrigir o possível desalinhamento entre os eixos.

A Figura 7.1 apresenta uma sugestão de bancada ajustável que pode ser utilizada para diferentes diâmetros e comprimento de rotores. No entanto, é apresentada apenas uma ideia que deve ser analisada e aprimorada para aplicação.

Figura 7.1 - Bancada ajustável para balanceamento dinâmico de rotores.



Fonte: Do autor (2023).

REFERÊNCIAS

- BALBINOT, A.; BRUSAMARELLO, V. J. **Instrumentação e Fundamentos de Medidas**. 2. ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos Editora, 2010. v. 1
- BURGOS ALCONZ, S. C.; ZURITA V., G. **Designing and development of a dynamic vibration balancing machine for industrial applications**. *Investigacion & desarrollo*, v. 19, n. 1, p. 73–93, 15 jul. 2019.
- CAMPOS, R. N. **Análise Experimental de Balanceamento de Rotores pelo Método de Otimização “Four Run Method Accelerated”**. Projeto de Graduação—Brasília: Universidade de Brasília, 21 jun. 2017.
- COELHO, G. A. T. **Balanceamento dinâmico de um simulador de máquinas rotativas**. Rio de Janeiro. 2013.
- FOX; *et al.* **Tutorium on balancing principles with application**. Mumbai. 1999.
- GÓZ, R. D.; SILVA, T. C. DA. **Balanceamento de rotores**. 2013.
- HODGE, C. *et al.* **The effect of assembly and static unbalance on reaction wheel assembly bearing harmonics**. *CEAS Space Journal*, v. 13, n. 2, p. 269–289, 28 abr. 2021.
- ISO 1940-1. **Mechanical vibration – Balance quality requirements or rotors in a constant (rigid) state**. 2^a ed. 2003.
- JUNIOR, J. DE S. R. **Análise rotodinâmica de equipamentos sujeitos a deslocamento estático, dinâmico e modal**. Dissertação (Mestrado)—Rio de Janeiro: Universidade Federal do Rio de Janeiro, jun. 2008.
- LELKOV, K. S. *et al.* **Development of the mathematical model for the tilt-rotor aircraft**. *Journal of Physics: Conference Series*, v. 1925, n. 1, p. 012041, 1 maio 2021.
- LI, L. *et al.* **Review of Rotor Balancing Methods**. *Machines*, v. 9, n. 5, p. 89, 29 abr. 2021.
- LI, M. *et al.* **Effect of the Supports’ Positions on the Vibration Characteristics of a Flexible Rotor Shafting**. *Shock and Vibration*, v. 2020, p. 1–11, 12 fev. 2020.
- LIMA, J. P. S. DE. **Balanceamento em um plano de rotor rígido**. Natal. 2019.
- LUTTER, M. *et al.* **A Differentiable Newton-Euler Algorithm for Real-World Robotics**. *Computer*, 24 out. 2021.
- ROCHA, F. S. DA; MARRANGHELLO, G. F. **Propriedades de um acelerômetro eletrônico e possibilidades de uso no ensino de mecânica**. *Latin-American Journal of Physics Education*, v. 7, n. 1, 1 mar. 2013.
- RODRIGUES, D. J. *et al.* **Automatic two-plane balancing for rigid rotors**. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, v. 43, n. 6, p. 527–541, jul. 2008.

SABATO, A. *et al.* **A Novel Wireless Accelerometer Board for Measuring Low-Frequency and Low-Amplitude Structural Vibration.** IEEE Sensors Journal, v. 16, n. 9, p. 2942–2949, maio 2016.

SANTOS, I. F. **Dinâmica de Sistemas Mecânicos.** São Paulo: Makron Books, 2001.

SINGH, S.; KUMAR, N. **Combined rotor fault diagnosis in rotating machinery using empirical mode decomposition.** Journal of Mechanical Science and Technology, v. 28, n. 12, p. 4869–4876, 12 dez. 2014.

SUN, X.; CHEN, Y.; CUI, J. A. **Balancing Method for Multi-Disc Flexible Rotors without Trial Weights.** Energies, v. 15, n. 14, p. 5088, 12 jul. 2022.

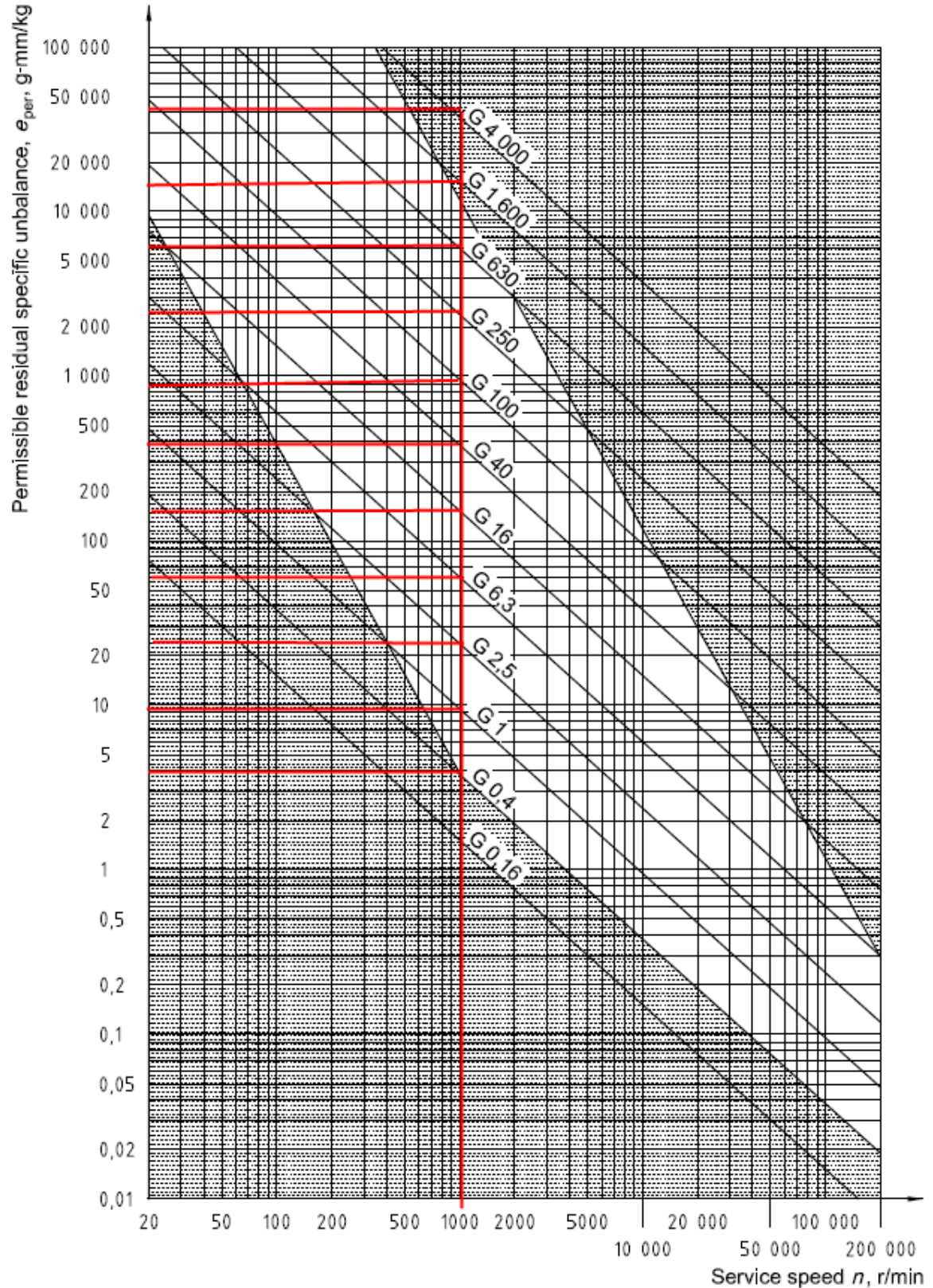
VAUGHAN, J. **Static and Dynamic Balancing.** Naerum. 1980.

YANG, S. *et al.* **Aerodynamic-Parameter Identification and Attitude Control of Quad-Rotor Model with CIFER and Adaptive LADRC.** Chinese Journal of Mechanical Engineering, v. 34, n. 1, p. 1, 4 dez. 2021.

ZHANG, S.; GU, Z.; ZHANG, Z. **Dynamic balancing method for the single-threaded, fixed-pitch screw rotor.** Vacuum, v. 90, p. 44–49, abr. 2013.

ANEXO A – Gráfico de desbalanceamento residual permissível

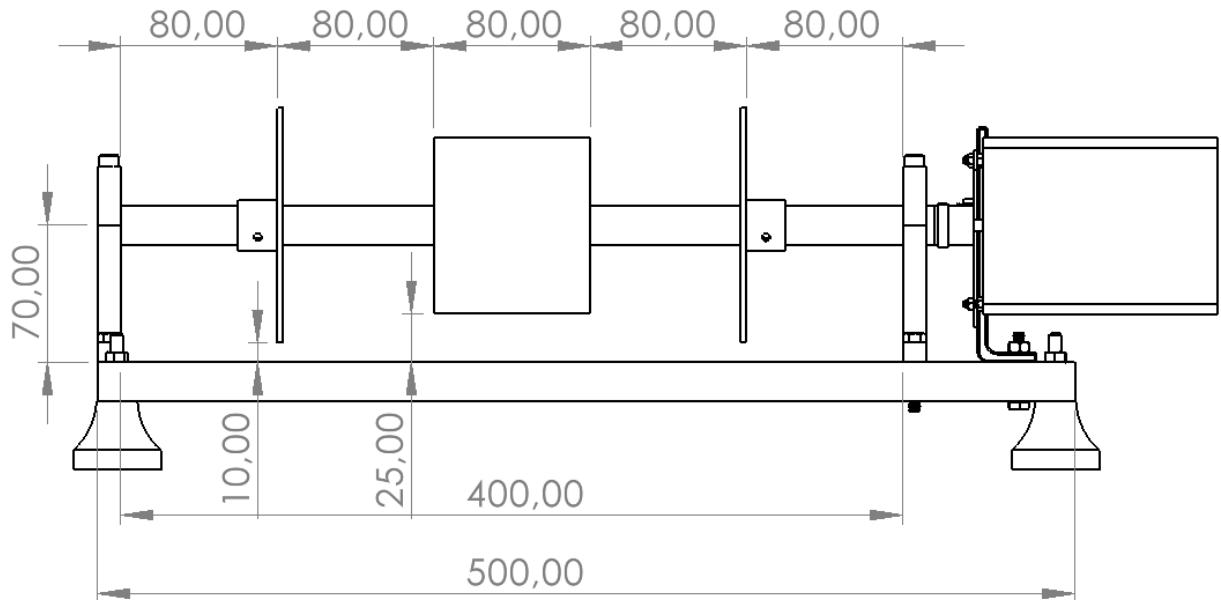
Figura A.1 - Desbalanceamento residual permissível específico em função do grau de qualidade de balanceamento e velocidade de operação.



Fonte: Adaptado de ISO 1940-1 (2003).

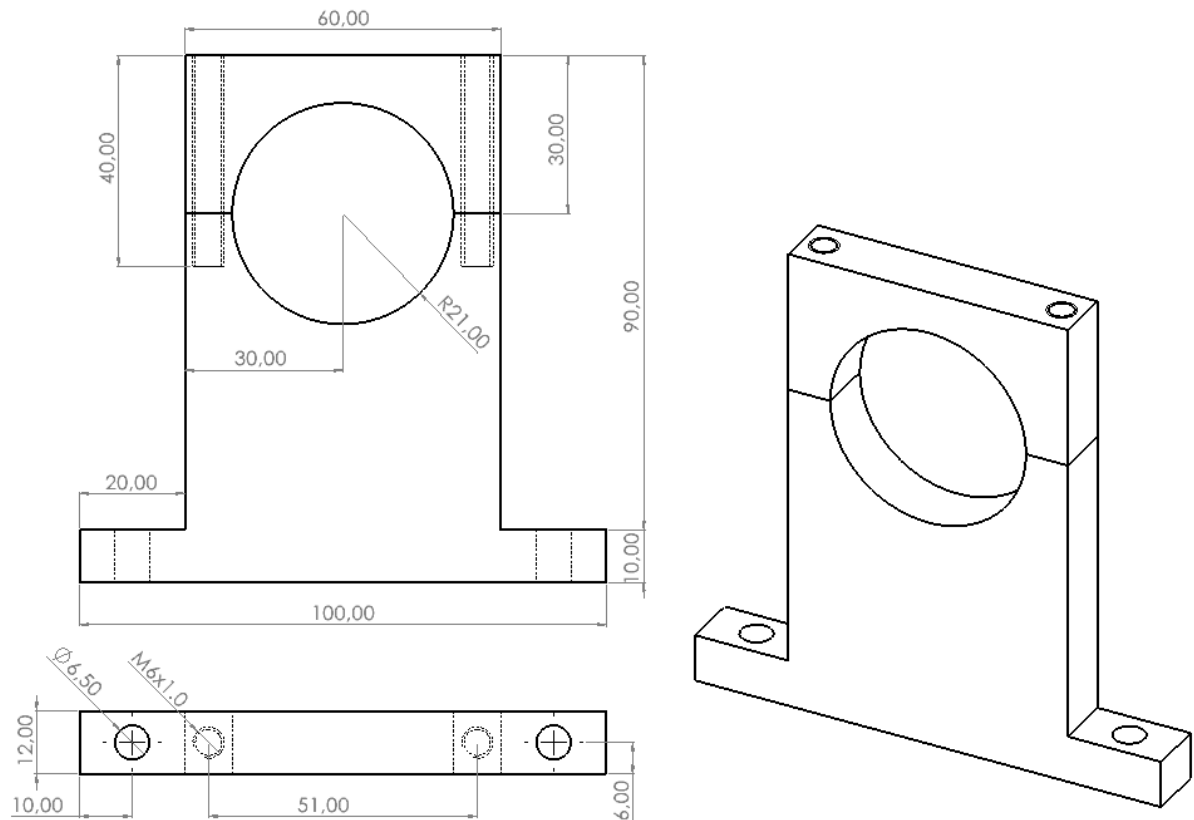
ANEXO B – Detalhamento da bancada e principais componentes

Figura B.1 - Principais dimensões da bancada de testes.



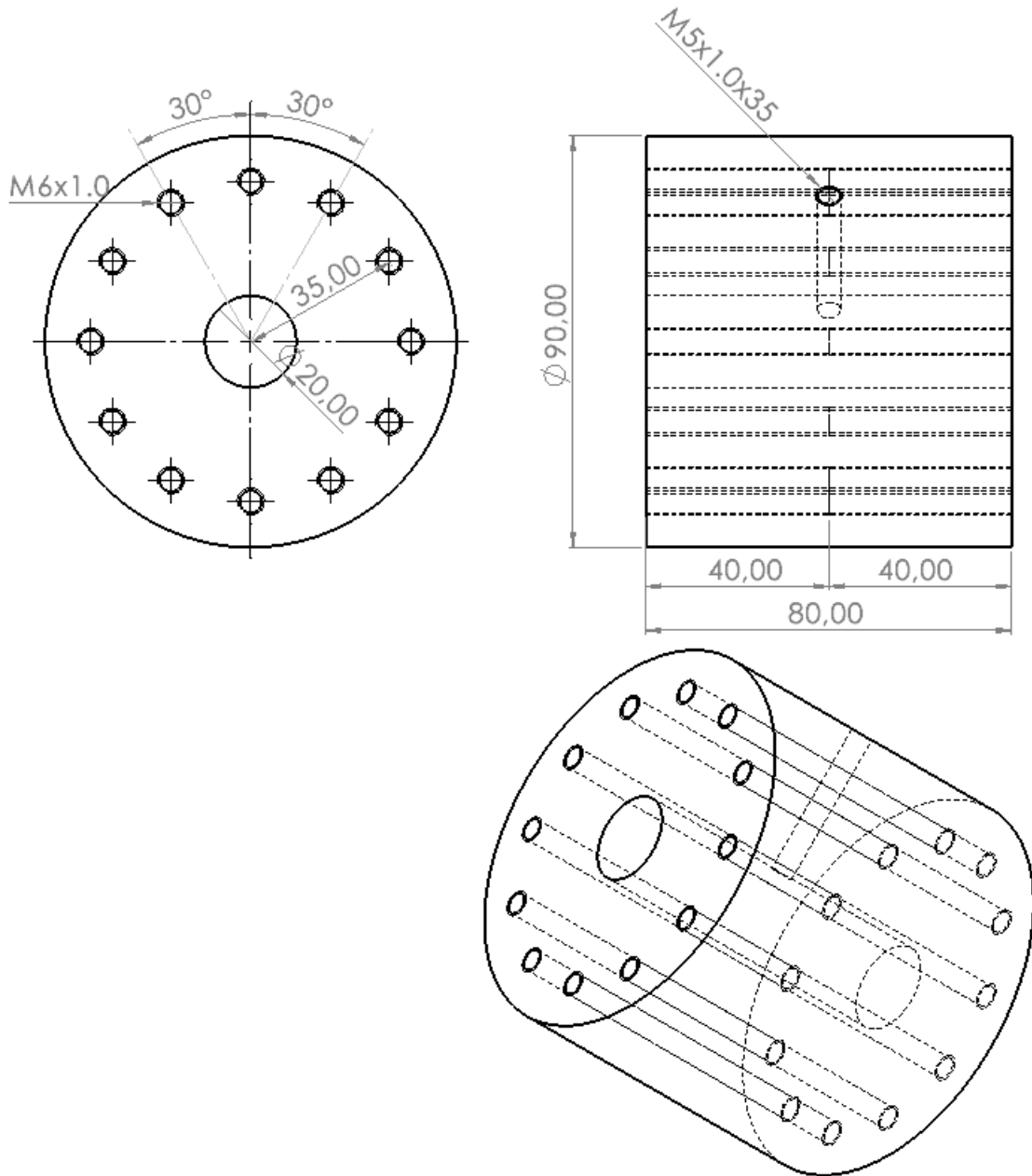
Fonte: Do autor (2023).

Figura B.2 - Detalhamento do mancal.



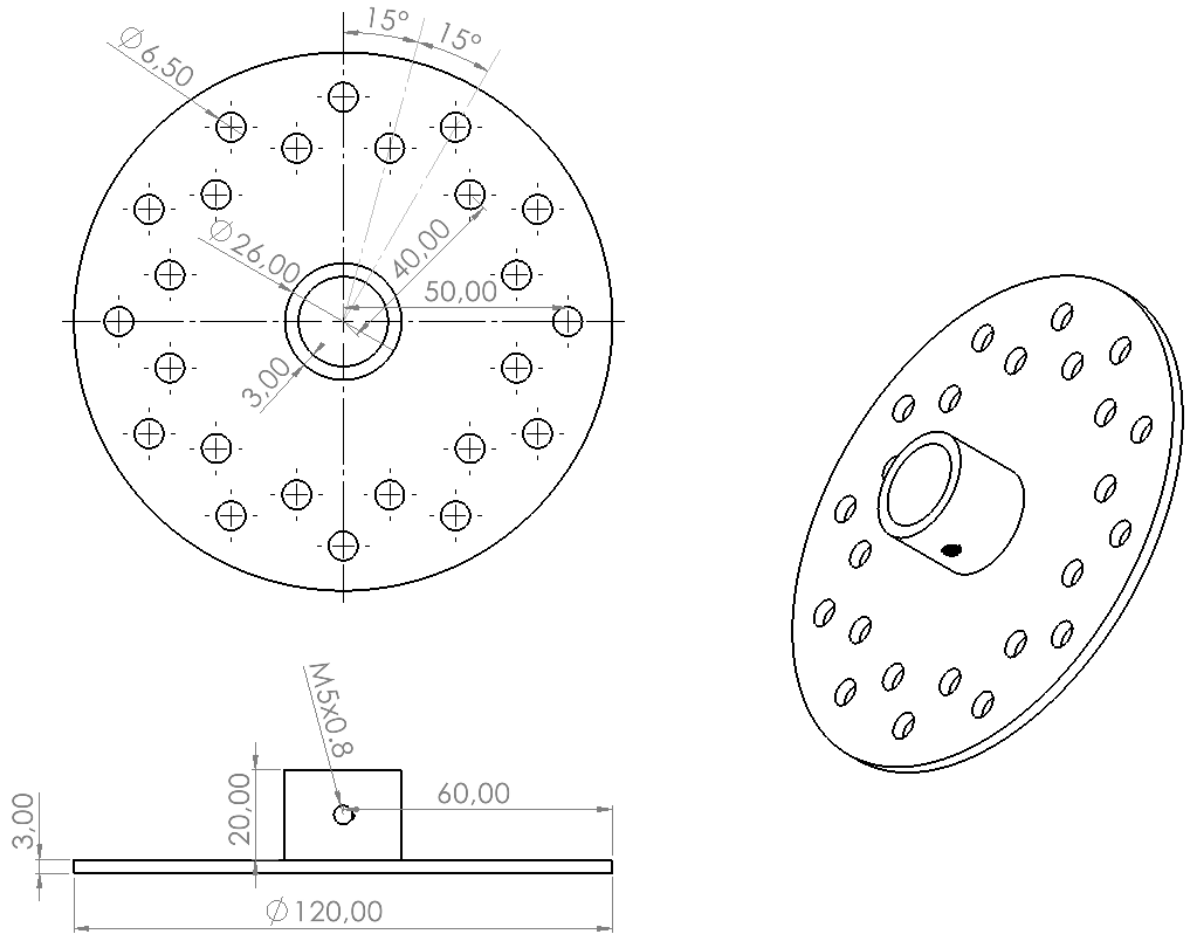
Fonte: Do Autor (2023).

Figura B.3 – Detalhamento do rotor axialmente longo.



Fonte: Do Autor (2023).

Figura B.4 - Detalhamento do disco.



Fonte: Do Autor (2023).