



CARLOS SANTANA DE OLIVEIRA FALAVINA

**MODELAGEM DINÂMICA DE UM VEÍCULO
EQUIPADO COM LAGARTAS E ESTUDO DA
INTERAÇÃO OPERADOR-MÁQUINA-TERRENO**

LAVRAS – MG

2023

CARLOS SANTANA DE OLIVEIRA FALAVINA

**MODELAGEM DINÂMICA DE UM VEÍCULO EQUIPADO COM LAGARTAS
E ESTUDO DA INTERAÇÃO OPERADOR-MÁQUINA-TERRENO**

Monografia apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Curso de Engenharia Mecânica, para a obtenção do título de Bacharel.

Prof. Dr. Wander Gustavo Rocha Vieira

Orientador

LAVRAS – MG

2023

CARLOS SANTANA DE OLIVEIRA FALAVINA

**MODELAGEM DINÂMICA DE UM VEÍCULO EQUIPADO COM LAGARTAS
E ESTUDO DA INTERAÇÃO OPERADOR-MÁQUINA-TERRENO
DINAMIC MODELING OF A TRACKED VEHICLE AND STUDY OF THE
OPERATOR-MACHINE-TERRAIN INTERACTION**

Monografia apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Curso de Engenharia Mecânica, para a obtenção do título de Bacharel.

APROVADA em 19 de Julho de 2023.

Dr. Wander Gustavo Rocha Vieira UFLA

Dr. Henrique Leandro Silveira UFLA

Dr. Belisário Nina Huallpa UFLA

Prof. Dr. Wander Gustavo Rocha Vieira

Orientador

LAVRAS – MG

2023

À minha mãe Elivaldice, pelo infindável carinho e amor durante toda minha vida, que me impulsionou até chegar neste momento.

Ao meu pai Carlos, por ter sido um exemplo impecável da postura de um engenheiro.

Dedico

AGRADECIMENTOS

Agradeço aos meus pais por todo o apoio e incentivo. Agradeço aos meus irmãos, Antônio, Iraci, Ronielle e Maíra, por todo o carinho e companheirismo que me serviu de tanto apoio ao longo de toda minha vida. Palavras não são o bastante para agradecer-los. Agradeço também a Danielle e ao Lincoln, por terem sido grandes companheiros e amigos ao longo de todo o período de formação. Agradeço muito ao centro de cultura da UFLA, por ter me abrigado de maneira tão receptiva desde sua inauguração. Agradeço ao Maestro Daniel por toda a orientação que me ajudou tanto a desenvolver a disciplina e diligência necessários para desenvolver em uma área tão difícil que é a música. Agradeço a Lucas Rocha, por ser um amigo e companheiro tão confiável, por sua sabedoria incomparável. Agradeço a Mathias Santos, por ter sido um parceiro tão importante em meu desenvolvimento, por todo o apoio em momentos tão difíceis quanto passamos. Agradeço à orquestra de cordas da UFLA, um grupo tão diverso, tão volátil, que me apresentou tantos amigos, parceiros e camaradas com quem trabalhamos em algo tão importante que é a música. Agradeço a minha namorada Brenda Araújo, por todo o apoio, paciência, amor e carinho, por ter partilhado esse caminho comigo, e por sempre ser alguém em quem posso contar. Agradeço aos professores da UFLA por toda a orientação que sempre foram exemplos de profissionalismo. Agradeço à pró-reitoria de extensão e cultura, pelo apoio financeiro que me ofereceu ao mesmo tempo que me permitia fazer algo que amo.

Muito obrigado!

“Sou grato, muito grato, a tudo que me trouxe até este momento.” (Isaac Netero)

RESUMO

Devido às diversas áreas de aplicação de veículos com lagartas, como agricultura, mineração, veículos de transporte fora de estrada e veículos de combate foi feito um trabalho focado na dinâmica deste tipo de veículo. Se objetivou neste trabalho a realizar a modelagem de um modelo que pudesse representar o conjunto de um veículo com lagartas, seu operador, e o terreno sobre o qual o veículo se desloca. Considerou-se a rigidez do solo na versão mais simples do modelo de Winkler. Foi desenvolvido um modelo de 15 graus de liberdade e se utilizou as equações de Lagrange para obter as equações de movimento do sistema. Essas equações foram transformadas para espaço de estados a fim de facilitar a integração numérica. O método de integração numérica escolhido foi o de Runge-Kutta de 4ª ordem. Se obteve um modelo que descrevia o comportamento do veículo para diversos cenários que podiam ser descritos por meio de condições iniciais no sistema e forças externas que atuavam sobre o mesmo. Foi feita a análise nos domínios do tempo e da frequência para os cenários propostos. Os resultados obtidos entravam em acordo com outros trabalhos que foram estudados. Chegou-se à conclusão que o modelo desenvolvido descreve corretamente o sistema proposto dentro do escopo deste trabalho.

Palavras-chave: Veículos com lagarta. Modelagem do corpo humano. Modelagem do solo. Espaço de estados. Integração numérica.

ABSTRACT

Due to the various application areas of tracked vehicles, such as agriculture, mining, off-road transport vehicles, and combat vehicles, a study focused on the dynamics of this type of vehicle was conducted. The objective of this study was to model a system that could represent the combination of a tracked vehicle, its operator, and the terrain on which the vehicle moves. The soil stiffness was considered in the simplest version of the Winkler model. A 15-degree-of-freedom model was developed, and Lagrange's equations were used to obtain the equations of motion for the system. These equations were transformed into state-space form to facilitate numerical integration. The fourth-order Runge-Kutta method was chosen for numerical integration. The resulting model described the behavior of the vehicle for various scenarios that could be described by initial conditions and external forces acting on the system. Time and frequency domain analyses were performed for the proposed scenarios. The obtained results were consistent with other studies that were examined. It was concluded that the developed model accurately described the proposed system within the scope of this work.

Keywords: Tracked vehicles. Human body modeling. Soil modeling. State-space. Numerical integration.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	9
2	OBJETIVOS	10
2.1	Objetivo geral	10
2.2	Objetivos específicos	10
3	REFERENCIAL TEÓRICO	11
3.1	Modelagem do operador	13
3.2	Modelagem do solo.....	14
3.3	Modelagem do veículo	16
4	METODOLOGIA	20
4.1	Equacionamento do sistema.....	21
4.2	Parâmetros do sistema.....	25
4.3	Espaço de estados.....	26
5	RESULTADOS E DISCUSSÃO	28
5.1	Verificação preliminar	28
5.2	Perfil de lombada	32
5.3	Perfil sinuoso	42
6	CONCLUSÃO	55
7	DESENVOLVIMENTOS FUTUROS	56
8	REFÊRENCIAS	57
	APÊNDICE A – Matriz de massas do sistema	60
	APÊNDICE B – Matriz de amortecimentos do sistema	61
	APÊNDICE C – Matriz de rigidezes do sistema	62
	APÊNDICE D – Vetores de deslocamento, velocidade e aceleração dos graus de liberdade do sistema.	63
	APÊNDICE E – Vetores de forças externas para solo rígido e solo deformável	64
	APÊNDICE F – Auto vetores do sistema.....	65
	APÊNDICE G – Código da rotina computacional	66

1 INTRODUÇÃO

Os veículos com lagartas possuem mobilidade consideravelmente maior que os veículos convencionais com rodas, pois as lagartas sob as suas rodas proporcionam uma maior área de contato com o solo. Esses veículos frequentemente operam em terrenos fora de estrada que são naturalmente acidentados, e terrenos com solo que apresentam baixa capacidade de carga, ambos os tipos de terreno apresentam problemas que o veículo deve superar. Em terrenos acidentados, situações como perda de contato de uma ou mais rodas são esperadas de acontecer. Em terrenos flexíveis, o peso do próprio equipamento, junto à movimentação do solo podem causar um atolamento. Os veículos com lagartas operam frequentemente em terrenos que sejam ambos, acidentados e macios, logo sua capacidade de movimentação elevada é necessária.

Devido a sua grande mobilidade, suas áreas de aplicação são muito vastas, indo de uso militar em ambientes desérticos arenosos até veículos de recreação e transporte na neve, passando por ambientes agrícolas, lamacentos, campos e florestas. A maioria das suas aplicações envolve terrenos que veículos tradicionais dificilmente conseguiriam atravessar, mas eles também podem se locomover em estradas e terrenos preparados sem problemas. No entanto, neste último caso, em terrenos preparados e estradas, os veículos com lagartas têm muitas vezes sua mobilidade superada pelos veículos com rodado tradicional.

Essas aplicações em terrenos diversos exigem grande robustez deles, pois pela natureza dos terrenos em que são utilizados, eles estão constantemente recebendo vibrações advindas da interação do veículo com o solo. Mesmo que o veículo em si seja construído de modo a resistir a essas vibrações, isso não bastaria, pois para que seu operador consiga trabalhar de maneira adequada, é necessário que essas vibrações sejam reduzidas consideravelmente até chegarem ao operador. Com isso em mente, o estudo dessas vibrações se faz de grande importância para o projeto desses veículos, suspensões e sistemas de controle utilizados neles para reduzir essas vibrações. A compreensão da interação do veículo com solo e do operador com o veículo possibilita o dimensionamento e projeto do veículo de modo a controlar essas vibrações.

2 OBJETIVOS

2.1 Objetivo geral

Modelar um sistema dinâmico que contemple um veículo com lagartas, o operador sobre este veículo, e o solo sob o veículo.

2.2 Objetivos específicos

1. Estudo da bibliografia relativa à modelagem dinâmica de veículos com lagartas, do corpo humano, e do solo.
2. Equacionar um modelo que descreva o comportamento do veículo e do operador, e a sua interação com o solo.
3. Simular computacionalmente o modelo desenvolvido em diferentes configurações de velocidade e perfil do solo.
4. Analisar as interações veículo-operador-solo nas diferentes configurações propostas.

3 REFERENCIAL TEÓRICO

Lagartas em contexto de dinâmica veicular, também chamadas de esteiras, são sistemas de tração que possuem vários elos que se movem ao redor das rodas do veículo em que estiverem equipadas. São mais comumente feitas de metal ou borracha, e envolvem o sistema de rodas do veículo em que são utilizadas, propiciando mais aderência e tração do veículo com o solo, e aumentando a capacidade de locomoção em terrenos diversos, como areia, neve, lama e florestas.

Os veículos com lagartas são veículos terrestres que utilizam lagartas para aumentar sua capacidade de propulsão. O mecanismo de funcionamento das lagartas em veículos foi descrito como trilhos portáteis que são posicionados para que as rodas possam se mover mais facilmente por terrenos acidentados (WONG, 1997). Devido a essa capacidade aumentada de movimentação em diversos tipos de terrenos, estes veículos tem uma série de aplicações, como em veículos agrícolas, em sítios de construção, em mineração tanto em terra quanto subaquática, madeireiras, em veículos de locomoção fora de estrada e veículos militares, como é mostrado na Figura 1 (HONG, 2009).

Figura 1 — Diversos exemplos de veículos com lagartas. a) trator agrícola. b) veículo garça. c) veículo madeireiro. d) veículo para movimentação em neve. e) veículo para movimentação em areia. f) veículo militar.



(a)



(b)



(c)



(d)



(e)



(f)

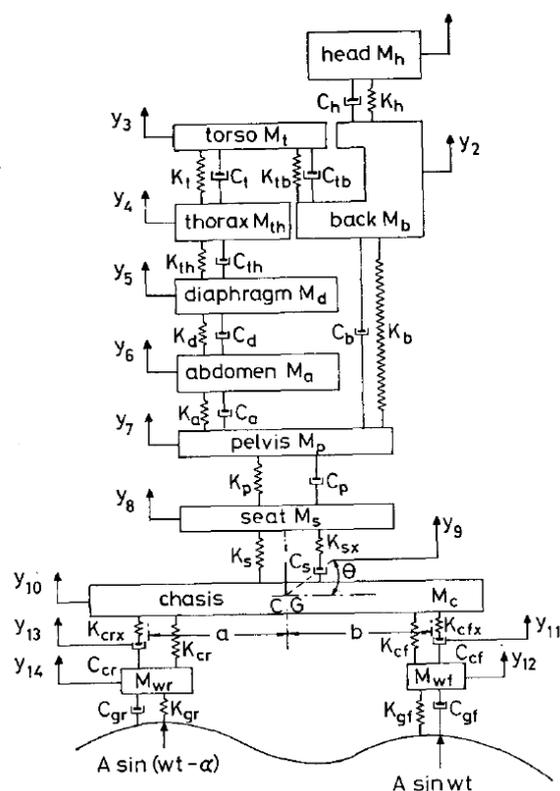
Fonte: Autor.

Esses veículos são utilizados em uma série de terrenos não pavimentados com diversas irregularidades em seu perfil. É comum, especialmente em veículos militares, que esses veículos tenham que se locomover por períodos prolongados de tempo, mas a quantidade de vibrações transmitida aos operadores muitas vezes limita a capacidade de operação do veículo (DHIR e SANKAR,1997). As frequências transmitidas nesses terrenos estão em uma faixa particularmente danosa para o corpo humano (PAZOOKI, RAKHEJA, CAO, 2011), as faixas de frequências que se mostram mais problemática em estudos feitos, isto é, a faixa de frequência que mais excita o corpo do operador de maneira a sair do limite do conforto durante a operação dos veículos está entre 0,5 Hz e 11 Hz (PATIL, 1980), com os primeiros picos de ressonância surgindo a aproximadamente 3 Hz.

3.1 Modelagem do operador

Na modelagem de sistemas que envolvem estes veículos, os 3 principais objetos de interesse são: a modelagem do próprio veículo, a modelagem da interação do veículo com o solo e a modelagem da interação do operador com o veículo. Muitos autores não focam em todos esses aspectos, sendo que na literatura a consideração do operador no veículo por vezes é completamente desprezada, seja por simplicidade ou por não ser o foco do trabalho. Em alguns trabalhos como no de Dhir e Sankar (1997), mas também no de Wong (1997), é feita a consideração do operador no veículo, apesar de que só é considerado o movimento do assento deste na modelagem dos sistemas. Em seu trabalho, Patil elaborou um sistema para representar não só o movimento do assento do operador, mas também seu corpo inteiro, considerando várias partes do corpo do operador na modelagem. Seu modelo conta com uma representação de um veículo comum com 2 rodas, o chassis do veículo, o assento, a pélvis, o abdômen, o diafragma, o tórax, o torso, as costas e a cabeça do operador, este modelo é apresentado na Figura 2. As conexões entre cada um desses elementos eram feitas com uma rigidez e um amortecimento equivalente. Nela pode-se ver que em seu modelo, o assento está conectado à pélvis, a pélvis está conectada ao abdômen e as costas, o abdômen está conectado ao diafragma, o diafragma ao tórax, o tórax ao torso, o torso às costas e as costas à cabeça. Ele obteve os valores dos parâmetros equivalentes para cada um dos elementos em seu modelo.

Figura 2 — Representação do modelo de Patil

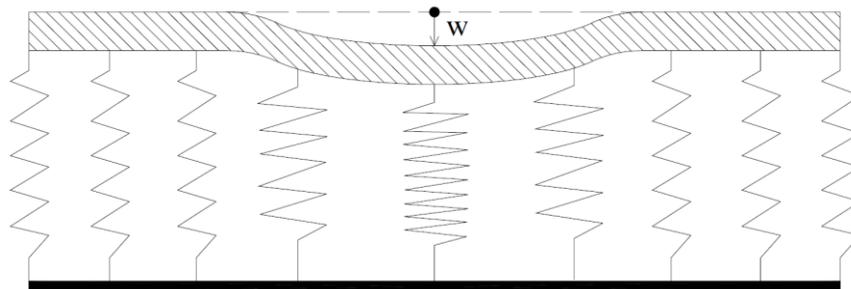


Fonte: Patil (1980).

3.2 Modelagem do solo

Na modelagem do solo, devido à complexidade de sua modelagem dinâmica, há algumas simplificações bastante recorrentes, uma delas é a consideração do perfil do solo como indeformável, como fizeram Dhir e Sankar (1997) em seus trabalhos. Apesar disso, há algumas opções para considerar o solo como deformável, uma delas é o modelo de Winkler (1867), apresentado na Figura 3. Este tipo de consideração é de interesse neste trabalho, pois os terrenos fora de estrada muitas vezes são terrenos com baixa capacidade de carga, que sofrem deformações consideráveis.

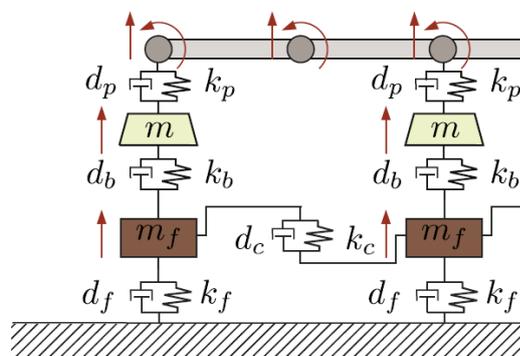
Figura 3 — Modelo do solo de Winkler



Fonte: Oliveira (2019).

Kouroussis (2015) utiliza em seu trabalho uma variação do modelo de Winkler para representar o solo, que é um modelo que considera o solo como vários elementos de massa na superfície, ligados através de rigidezes a um leito mais profundo, sendo este último considerado como indeformável. No trabalho de Kouroussis (2015) foi considerado também um amortecimento equivalente em paralelo com a rigidez, como é apresentado na Figura 4.

Figura 4 — Modelo do solo de Kouroussis

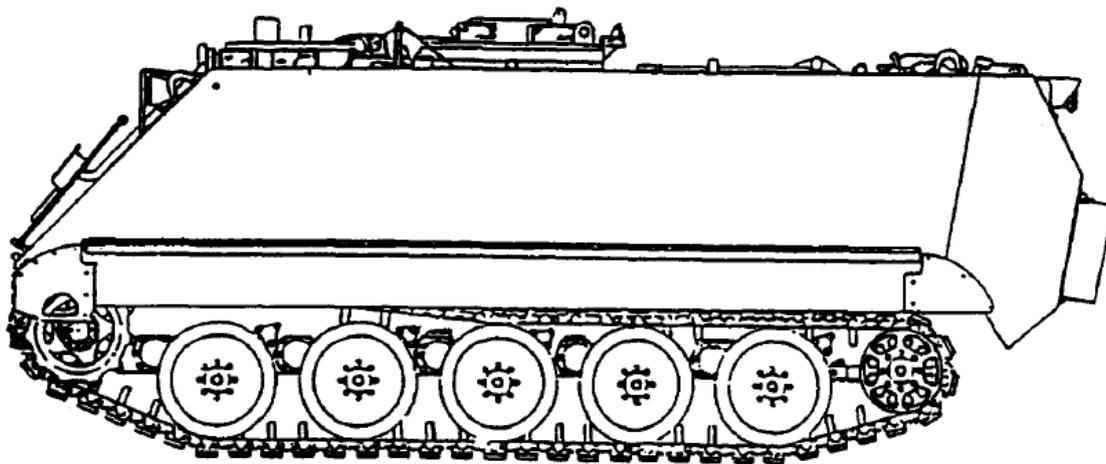


Fonte: Kouroussis (2015).

3.3 Modelagem do veículo

Na modelagem do próprio veículo, em trabalhos que tratam de veículos com lagartas, o veículo mais comum de ser modelado é o M113, apresentado na Figura 5, que conta com 5 rodas motoras, mais uma roda dentada à frente e outra na parte de trás para propulsionar o movimento das lagartas, visto que as lagartas de veículos militares tem uma inércia considerável.

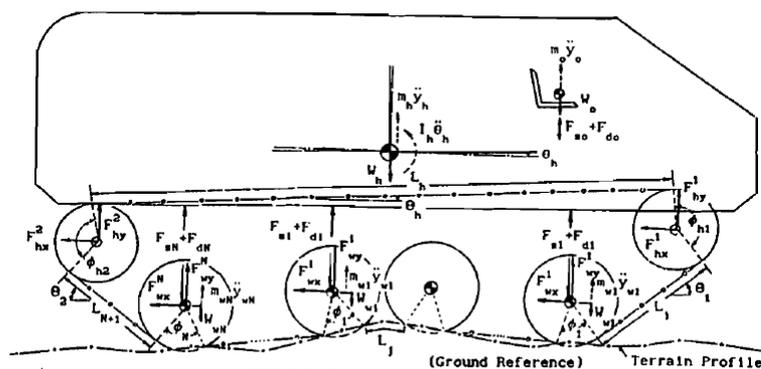
Figura 5 — Esquema do M113 a ser modelado



Fonte: Dhir e Sankar (1994b).

Na literatura se encontra recorrentemente um modelo com 7 graus de liberdade para representar este veículo, 1 para o deslocamento vertical de cada uma das rodas, mais um para o deslocamento vertical do centro de massa do chassi, e um para o deslocamento angular do chassi. Graus de liberdade adicionais são considerados dependendo do foco do trabalho, Dhir e Sankar (1994b) por exemplo utilizam este modelo considerando ainda o deslocamento vertical do assento do operador, como é mostrado na Figura 6.

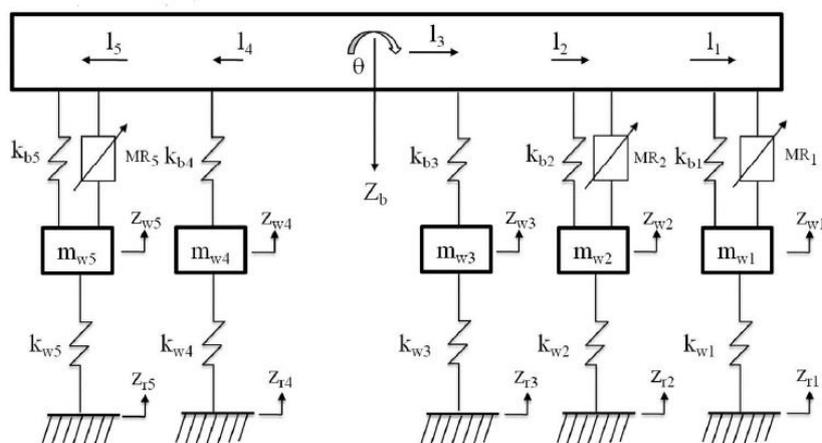
Figura 6 — Modelo esquemático do M113



Fonte: Dhir e Sankar (1994b).

Nos trabalhos de Ata e Salem (2017), e Caldeira, Carvalho e Costa Neto (2017) entretanto, é apresentado apenas o modelo mais simples com 7 graus de liberdade, no trabalho de Ata e Salem (2017) são utilizadas rigidezes entre o solo e o centro de massa da roda, e entre a roda e o chassis do veículo, como é apresentado na Figura 7.

Figura 7 — Modelo de Ata e Salem.

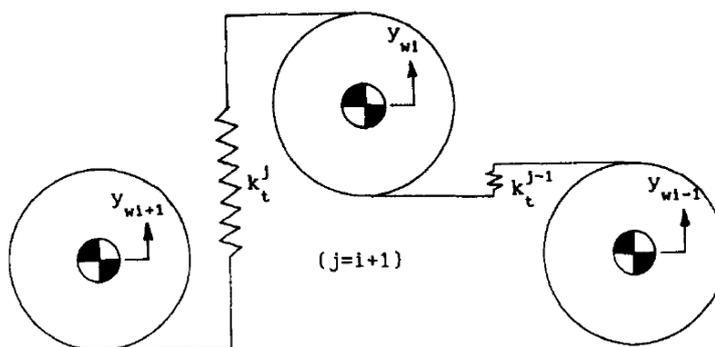


Fonte: Ata e Salem (2017).

No trabalho de Wong (1997), é utilizado o mesmo modelo que Dhir e Sankar (1994b) utilizaram, um sistema com 8 graus de liberdade, sendo 7 deles referentes ao veículo e um grau de liberdade adicional para representar o deslocamento do assento do operador. São bem comuns trabalhos na literatura que utilizam o modelo básico de 7 graus de liberdade ou alguma variação deste para representar um veículo com lagartas.

Mas em seus trabalhos, Dhir e Sankar (1997) fizeram outras considerações que aumentaram a precisão de seus modelos. Em seus trabalhos foram feitos apanhados de formas de se modelar tanto as rodas, quanto as lagartas do veículo. Entre as formas de se modelar as lagartas apresentadas por Dhir e Sankar (1994a), uma das formas apresentadas para representar a tensão das lagartas sobre as rodas foi a consideração de uma rigidez vertical entre as rodas adjacentes, como é mostrado na Figura 8.

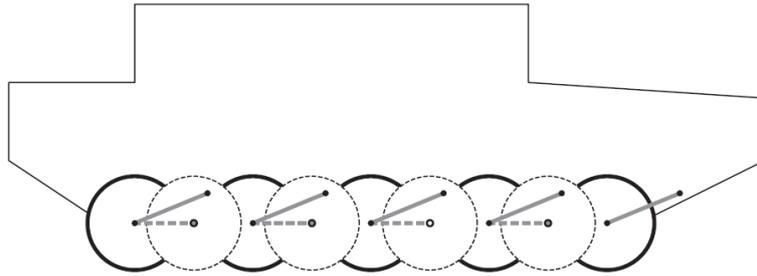
Figura 8 — Representação da tensão das lagartas



Fonte: Dhir e Sankar (1994a).

Essa consideração ainda permite o movimento independente vertical das rodas, mas essa rigidez adiciona uma forma de considerar a interação entre as rodas adjacentes. Uma outra forma de substituir as lagartas na modelagem é a introdução de um conjunto de rodas extras imaginárias, para aumentar a área de contato do veículo com o solo, sem que se aumente demais a ordem do sistema, como feito no trabalho de Mahalingam e Padmanabhan (2019) e mostrado na Figura 9.

Figura 9 — Modelo de Mahalingam com rodas extras

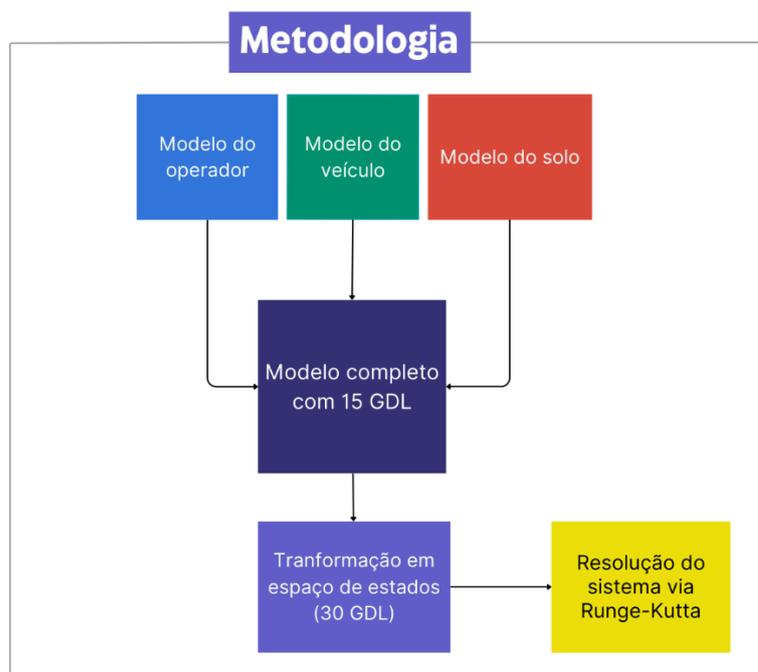


Fonte: Mahalingam e Padmanabhan (2019).

4 METODOLOGIA

No presente trabalho se utilizará o modelo de 7 graus de liberdade para representar o veículo, mas também se incluirá a rigidez vertical entre as rodas adjacentes, e se adicionará o modelo de Patil para representar um operador sobre este veículo. Ademais, será feita a modelagem sobre um terreno plano que posteriormente será testado em diferentes perfis. Nestes testes se fará a comparação da resposta do sistema considerando o terreno tanto perfeitamente rígido como também como um terreno deformável com rigidez uniforme segundo a versão mais simples do modelo de Winkler.

Figura 10 – Metodologia abordada no curso do trabalho



Fonte: Autor

Na Figura 10 é apresentado um modelo esquemático ilustrando o procedimento adotado para o desenvolvimento da metodologia no trabalho apresentado. A partir dos modelos de veículo utilizados por Dhir e Sankar (1997), e Ata e Salem (2017) em seus trabalhos, do modelo de Patil para o corpo do operador, e do modelo de Winkler para a representação do solo, se montou um modelo que reúne as características de todos estes modelos. Este modelo conta com 15 graus de liberdade, o que implica em 15 equações de movimento. É um sistema complexo demais para ser resolvido à mão, então se fará a integração numérica do sistema para obter a resposta do mesmo. A fim de tornar esta

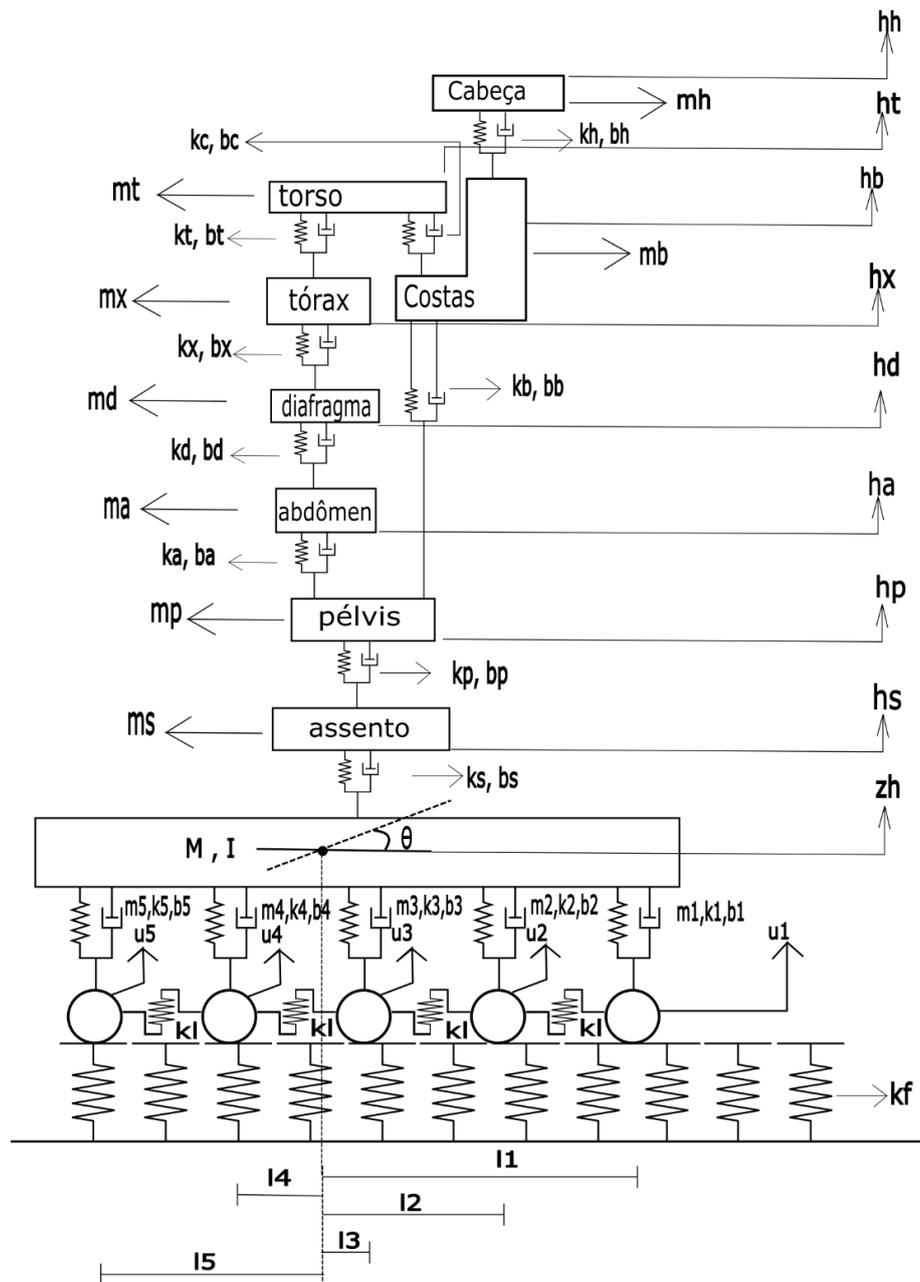
integração menos exigente computacionalmente, se fará a transformação do sistema para espaço de estados de modo a reduzir a ordem das derivadas para a 1ª ordem. Este processo, entretanto, exige 15 variáveis de estado adicionais, totalizando 30 equações de estado.

4.1 Equacionamento do sistema

O equacionamento do sistema será feito sobre um modelo com massas concentradas representando os graus de liberdade aqui considerados, com interações de molas e amortecedores equivalentes entre elas. As hipóteses feitas para o equacionamento do sistema são:

1. Todas as interações dos elementos presentes no sistema são lineares.
2. Será desconsiderado qualquer comportamento plástico por parte do solo, ele apresenta comportamento exclusivamente elástico.
3. Os elementos do solo não interagem com os outros elementos de solo adjacentes.
4. O operador não será afetado por efeitos de deslocamento angular do chassi do veículo.
5. Os elementos com massa no sistema são perfeitamente homogêneos.
6. As molas e amortecedores considerados tem comportamento linear.
7. A consideração da influência da gravidade sobre o sistema será feita somente nos vetores de força do sistema.

Figura 11 — Sistema completo com veículo, operador e modelo de Winkler para o solo



Fonte: Autor.

Na figura 11 o modelo esquemático do sistema é apresentado onde: u_1 é o deslocamento vertical da roda da frente do sistema, u_2 , u_3 , u_4 , e u_5 são os deslocamentos verticais das demais rodas. z_h é o deslocamento vertical do centro de massa do chassi do veículo, θ é o deslocamento angular do chassi do veículo. h_s representa o deslocamento do assento, h_p representa o deslocamento da pélvis do operador, h_a representa o deslocamento do abdômen do operador, h_d representa o deslocamento do diafragma do

operador, h_x representa o deslocamento do tórax do operador, h_t representa o deslocamento do torso do operador, h_b representa o deslocamento das costas do operador e h_h representa o deslocamento da cabeça do operador. $m_1, m_2, m_3, m_4,$ e m_5 representam as massas das rodas do veículo, $k_1, k_2, k_3, k_4,$ e k_5 representam as rigidezes entre o centro de cada roda e o chassis do veículo, $b_1, b_2, b_3, b_4,$ e b_5 representam os amortecimentos entre o centro de cada roda e o chassis do veículo. k_l representa a rigidez equivalente das lagartas atuando sobre cada par de rodas adjacentes. k_f representa a rigidez equivalente do solo no modelo de Winkler. $l_1, l_2, l_3, l_4,$ e l_5 representam as distâncias horizontais de cada roda até o centro de massa do veículo. m_s representa a massa do assento do operador, m_p representa a massa da pélvis do operador, m_a representa a massa do abdômen do operador, m_d representa a massa do diafragma do operador, m_x representa a massa do tórax do operador, m_t representa a massa do torso do operador, m_b representa a massa das costas do operador e m_h representa a massa da cabeça do operador. I representa o momento de inércia do chassis do veículo. k_s e b_s são a rigidez e o amortecimento entre o assento e o chassis do veículo, k_p e b_p são a rigidez e o amortecimento entre a pélvis do operador e o assento, k_a e b_a são a rigidez e o amortecimento entre o abdômen e a pélvis, k_d e b_d são a rigidez e o amortecimento entre o diafragma e o abdômen, k_x e b_x são a rigidez e o amortecimento entre o tórax e o diafragma, k_t e b_t são a rigidez e o amortecimento entre o torso e o tórax, k_b e b_b são a rigidez e o amortecimento entre as costas e a pélvis, k_c e b_c são a rigidez e o amortecimento entre o torso e as costas e k_h e b_h são a rigidez e o amortecimento entre a cabeça e as costas.

A fim de utilizar as equações de Lagrange para obter as equações de movimento do sistema, faz-se necessário obter as expressões para energia cinética e potencial. Para os modelos apresentados, a energia cinética e a potencial serão iguais para ambos os casos, só o que mudará serão as forças externas, neste caso, as forças que o solo imprimirá sobre o veículo.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial L}{\partial q} = Q \quad \text{Eq.1}$$

$$L = T - V \quad \text{Eq.2}$$

Sendo T a energia cinética do sistema,

$$T = \frac{(m_1 \dot{u}_1)^2}{2} + \frac{(m_2 \dot{u}_2)^2}{2} + \frac{(m_3 \dot{u}_3)^2}{2} + \frac{(m_4 \dot{u}_4)^2}{2} + \frac{(m_5 \dot{u}_5)^2}{2} + \frac{M \dot{z}_h^2}{2} + \frac{m_s \dot{h}_s^2}{2} + \dots$$

$$\frac{m_p \dot{h}_p^2}{2} + \frac{m_a \dot{h}_a^2}{2} + \frac{m_d \dot{h}_d^2}{2} + \frac{m_x \dot{h}_x^2}{2} + \frac{m_t \dot{h}_t^2}{2} + \frac{m_b \dot{h}_b^2}{2} + \frac{m_h \dot{h}_h^2}{2} + \frac{I \dot{\theta}^2}{2}$$

Eq.3

E V a energia potencial do sistema,

$$V = \frac{k_1(u_1 - z_h - l_1\theta)^2}{2} + \frac{k_l(u_1 - u_2)^2}{2} + \frac{k_2(u_2 - z_h - l_2\theta)^2}{2} + \frac{k_l(u_2 - u_3)^2}{2} + \frac{k_3(u_3 - z_h - l_3\theta)^2}{2} + \frac{k_l(u_3 - u_4)^2}{2} + \dots$$

$$\frac{k_4(u_4 - z_h - l_4\theta)^2}{2} + \frac{k_l(u_4 - u_5)^2}{2} + \frac{k_5(u_5 - z_h - l_5\theta)^2}{2} + \frac{k_s(h_s - z_h)^2}{2} + \frac{k_p(h_p - h_s)^2}{2} + \frac{k_a(h_a - h_p)^2}{2} + \frac{k_d(h_d - h_a)^2}{2} + \dots$$

$$\frac{k_x(h_x - h_d)^2}{2} + \frac{k_t(h_t - h_x)^2}{2} + \frac{k_c(h_t - h_b)^2}{2} + \frac{k_b(h_b - h_p)^2}{2} + \frac{k_h(h_h - h_b)^2}{2}$$

Eq.4

Uma vez que se obteve expressões que representem a energia cinética, a energia potencial e o lagrangiano do sistema, se aplica estas expressões na equação 1 a fim de se obter as equações de movimento do sistema.

$$[M]\{\ddot{u}\} + [B]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = \{F\}$$

Eq.5

As matrizes de massa, amortecimento, e rigidez, assim como os vetores de aceleração, velocidade, deslocamento e forças externas são apresentadas por extenso nos Apêndices A, B, C, D e E.

Surge uma defasagem de tempo entre as rodas devido ao fato que o comprimento do veículo para os objetivos desse trabalho é considerável. O tempo que levará para que cada roda do veículo seja excitada dependerá da distância entre as rodas, e a velocidade de deslocamento horizontal do veículo. Essa defasagem é definida como:

$$\tau_i = \frac{(l_1 - l_i)}{V}, \text{ para } i = 1, 2, 3, 4, 5 \quad \text{Eq 6.}$$

A equação 6 define a defasagem de excitação para cada roda com base nas distancias entre cada roda e a velocidade de deslocamento horizontal do veículo .

4.2 Parâmetros do sistema

Para que se faça a integração numérica das equações do sistema de maneira apropriada, foi necessário obter valores para todos os parâmetros do sistema apresentados nas matrizes de massa, amortecimento e rigidez, os valores utilizados dos parâmetros são apresentados a seguir na Tabela 1.

Tabela 1 — Valores dos parâmetros utilizados no sistema

Massa	Valor (kg)	Rigidez	Valor (N/m)	Amortecimento	Valor (N.s/m)
m₁	113,5	k₁	104000	b₁	22520
m₂	113,5	k₂	104000	b₂	22520
m₃	113,5	k₃	104000	b₃	22520
m₄	113,5	k₄	104000	b₄	22520
m₅	113,5	k₅	104000	b₅	22520
M	7320	k_s	2943	b_s	184,8
m_s	4,537	k_p	25500	b_p	371
m_p	27,23	k_a	877	b_a	292
m_a	5,921	k_d	877	b_d	292
m_d	0,455	k_x	877	b_x	292
m_x	1,362	k_t	877	b_t	292
m_t	32,762	k_b	52600	b_b	3580
m_b	6,82	k_h	52600	b_h	3580
m_h	5,45	k_c	52600	b_c	3580
		k_l	304147		
Inércia	Valor(kg.m)	k_f	2 500 000		
I	12890	k_w	613000		

Fonte: Ata e Salem, 2017; Dhir e Sankar, 1997; Kouroussis, 2015; Patil, 1980.

O valor para a rigidez dos elementos do solo vem do conceito de impedância vertical do solo, no trabalho de Kouroussis (2015) sobre modelagem discreta sobre a dinâmica de um sistema veículo-trilho-fundação. Os valores dos parâmetros do veículo foram obtidos dos trabalhos de Dhir e Sankar (1997) e de Ata e Salem (2017), enquanto os parâmetros do corpo do operador vêm do trabalho de Patil (1980).

4.3 Espaço de estados

Com os valores dos parâmetros e as matrizes das propriedades do sistema, finalmente se podem iniciar as simulações. Como já mencionado antes, as matrizes

mostradas anteriormente foram reescritas de modo a se adequarem às equações de estado, que seriam utilizadas no processo de integração numérica.

$$\{\dot{x}\} = [A]\{x\} + [C]\{F\} \quad \text{Eq.7}$$

É apresentada na equação 8 a equação de estado utilizada, sendo a matriz A neste caso a matriz de estados, esta sendo dividida em 4 submatrizes, uma nula, uma em forma de uma matriz identidade, uma seção relativa aos termos de deslocamento, igual à inversa da matriz de massas pré-multiplicada pelo negativo da matriz de rigidez, e uma seção relativa aos termos de velocidade, igual à inversa da matriz de massas pré-multiplicada pelo negativo da matriz de amortecimentos. Também é apresentada nessa equação a matriz C, que consiste em apenas 2 submatrizes, sendo a primeira seção inteiramente nula, e a segunda igual à inversa da matriz de massas. O vetor x é o vetor de estados, associado aos deslocamentos e velocidades dos graus de liberdade, \dot{x} é o vetor derivado do vetor de estados, contendo informações sobre as velocidades e acelerações dos graus de liberdade. O vetor $\{F\}$ se refere às forças aplicadas a cada grau de liberdade.

$$\{\dot{x}\} = \begin{bmatrix} [O] & [I] \\ [M^{-1}(-K)] & [M^{-1}(-B)] \end{bmatrix} \{x\} + \begin{bmatrix} [O] \\ [M^{-1}] \end{bmatrix} \{F\} \quad \text{Eq 8}$$

As submatrizes nula e identidade da matriz A tem a função de relacionar as variáveis de estado referentes aos deslocamentos às variáveis de estado referentes às velocidades dos graus de liberdade. Na equação 9, o vetor de variáveis $\{x\}$ representa os deslocamentos e velocidades dos graus de liberdade. A notação de espaço de estados é utilizada para integrações numéricas entre outros motivos por reduzir a ordem de derivadas do sistema de equações, visto que as acelerações sob esta notação aparecem como velocidades de equações de estado. Esta redução na ordem é justamente o que torna este método tão favorável quando se faz uso de integração numérica computacionalmente.

Neste trabalho se escolheu o método de Runge-Kutta de 4ª ordem como método de integração numérica, pela alta precisão oferecida, e por ter uma implementação computacional relativamente simples. Este método também permite que se obtenha resultados consideravelmente precisos mesmo com passos de tempo relativamente grandes. Para a realização das simulações neste trabalho se escolheu 0,0001 s como passo de tempo para evitar a perda de informações devido a um passo de tempo muito grande.

5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

A parte do sistema desenvolvido referente ao veículo, é bem similar a outros modelos já validados na literatura, como o de Ata e Salem (2017), e o de Dhir e Sankar (1994b), modelo no qual também foi baseado o de Ata e Salem (2017). A validade do modelo aqui desenvolvido pode ainda ser verificada de forma simples analisando algumas condições iniciais extensamente comprovadas pela literatura. Por exemplo, quando o veículo é deixado somente sob a ação da gravidade, se esperaria que o único deslocamento sobre o centro de massa do chassi fosse o deslocamento estático, e que a velocidade e aceleração fossem estabilizar em zero quando o veículo não estivesse em movimento.

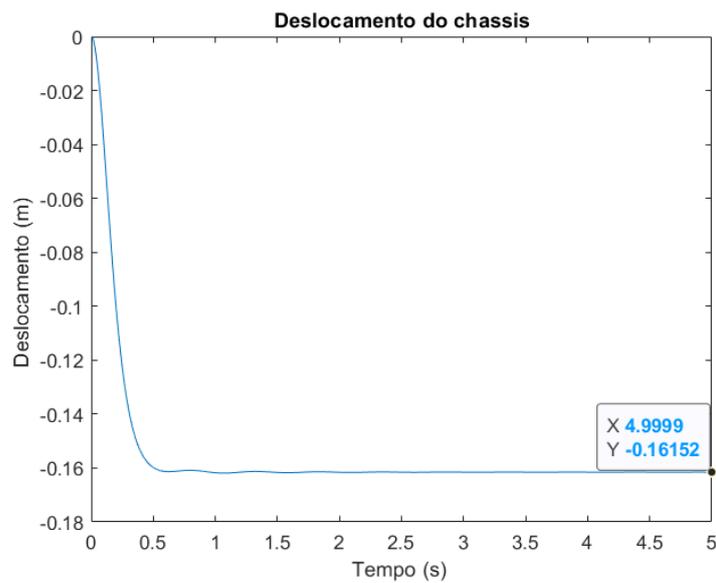
5.1 Verificação preliminar

Entre o chassi e o chão foram consideradas duas rigidezes em série, uma referente à suspensão da roda, e a outra referente a própria roda. Com esses dois elementos considerados em série e cada conjunto de suspensão e roda considerado em paralelo, a rigidez total sustentando o chassi seria a soma das 5 rigidezes equivalentes desse conjunto.

$$S_0 = \frac{Mg}{5K_{eq}} \quad \text{Eq. 9}$$

$$K_{eq} = \left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_w} \right)^{-1} \quad \text{Eq.10}$$

A massa do veículo M , como se apresentou anteriormente é de 7320 kg, a aceleração da gravidade g foi tomada como 9,81 m/s², o valor de k_{eq} para a suspensão de cada roda, através da soma em série dos valores de mola, se obteve 88 915 N/m. O deslocamento estático teórico S_0 obtido foi de 0,1615234 m.

Figura 12 — Deslocamento do chassis sob ação da gravidade

Analisando a figura 12 se percebe o que era esperado, ao se adicionar uma força em forma de degrau para considerar o peso do próprio veículo, o centro de massa do chassis desce conforme o veículo se deforma devido ao próprio peso, perto de 0,5 segundos o chassis alcança um valor mínimo, e então oscila em torno de -0,16152m até que se estabilize neste valor. O deslocamento do chassis após o período transiente se torna igual ao deslocamento estático teórico calculado. O chassis continua oscilando ligeiramente até próximo de 4 segundos, mas as oscilações se tornam suficientemente pequenas após 1 segundo para que se considere este o tempo de estabilização. O comportamento do chassis aqui foi de acordo com o comportamento esperado para uma condição de força em forma de degrau. A estabilização suave do chassis se deve aos amortecimentos presentes na suspensão do veículo.

Nas Figuras 13 e 14 são apresentadas a velocidade e a aceleração do veículo estático sob a ação da gravidade.

Figura 13 — Velocidade do chassis sob ação da gravidade

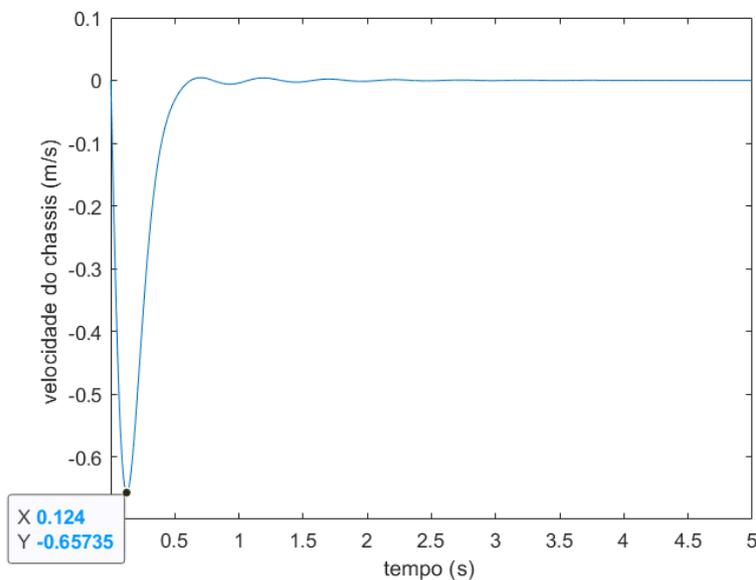
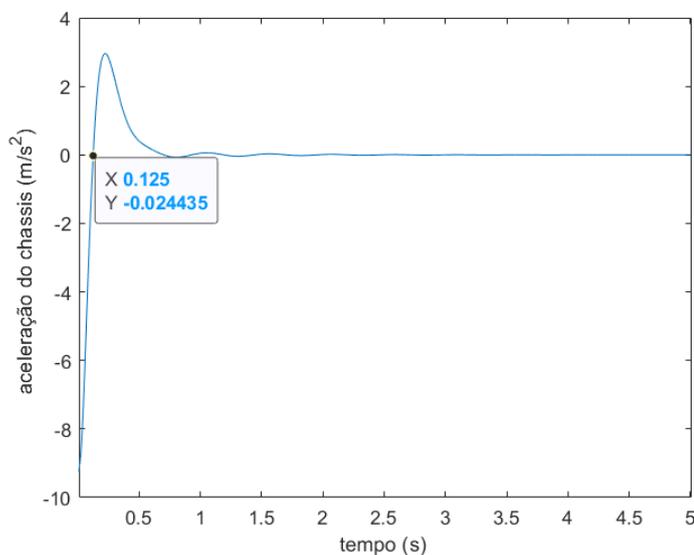


Figura 14 — Aceleração do veículo sob ação da gravidade



Pode-se ver que ambas grandezas se comportam como era esperado sob uma condição de degrau, onde a força da gravidade passa a agir sobre o veículo a partir do tempo 0, há uma queda rápida, seguida de uma estabilização. Neste caso, se espera que ambos os valores se estabilizem em 0, pois o veículo está parado, que é o que acontece em cerca de 1 segundo, tanto o deslocamento como a velocidade e aceleração se

estabilizam por volta de 1 segundo do início da simulação. Além disso, é possível observar que o ponto em que a aceleração se torna positiva coincide com o ponto em que a velocidade passa pelo vale inicial, que é o momento em que a reta tangente ao gráfico de velocidade começa a ter inclinações positivas, tudo de acordo com os comportamentos físicos esperados segundo a literatura.

Tabela 2 – Frequências naturais do sistema

ω_1 (Hz)	0,8948
ω_2 (Hz)	1,2276
ω_3 (Hz)	1,9455
ω_4 (Hz)	6,6109
ω_5 (Hz)	7,8744
ω_6 (Hz)	12,6602
ω_7 (Hz)	12,7468
ω_8 (Hz)	13,6403
ω_9 (Hz)	15,4421
ω_{10} (Hz)	15,9318
ω_{11} (Hz)	17,8975
ω_{12} (Hz)	18,3772
ω_{13} (Hz)	20,1395
ω_{14} (Hz)	26,7365
ω_{15} (Hz)	33,1322

Na tabela 2 se observa os valores das frequências naturais do sistema ao se desconsiderar a rigidez do solo. Estes valores são muito importantes pois permitem que se faça uma análise das frequências de excitação que mais afetariam o corpo do operador e o chassi do veículo. Se discutirá mais a respeito desses valores mais à frente, nas análises de frequência das seções 5.2 e 5.3. Os auto vetores do sistema são apresentados no Apêndice F.

5.2 Perfil de lombada

A fim de analisar as vibrações transmitidas ao operador, se prossegue para fazer outras simulações com o veículo em movimento. Se lançou mão de uma lombada de 0,4 m de altura e 1,67 m de comprimento para simular um obstáculo num ambiente fora de estrada, pois estes são valores de configuração de uma lombada relativamente grande, o que expressa melhor o encontro do veículo com um obstáculo fora de estrada. Os mesmos parâmetros para simular uma lombada foram usados no trabalho de Ata e Salem (2017). Ademais foram usadas 3 velocidades horizontais para simular o veículo transpondo a lombada de 10km/h, 20km/h e 40km/h para representar respectivamente velocidades de operação baixas, moderadas e elevadas para veículos com lagartas fora de estrada. Também se lançará mão de um perfil sinuoso, com comprimento de onda igual a 5m e altura igual a 0,1 m. Tanto as especificações das velocidades de operação quanto a configuração do perfil sinuoso são os mesmos que foram utilizados nos trabalhos de Ata e Salem (2017).

$$y(t) = h. \sin\left(\pi\left(\frac{V}{w}\right)(t - \tau. i - t_0)\right) \quad \text{Eq. 11}$$

para $t_0 < t < \frac{w}{V} + \tau. i + t_0$, caso contrário

$$y(t) = 0$$

$$z(t) = H. \sin\left(2. \pi\left(\frac{V}{\lambda}\right)(t - \tau. i)\right) \quad \text{Eq. 12}$$

Onde $y(t)$ é o perfil da lombada no tempo para cada roda, h é a altura da lombada, w é a largura da lombada, V é a velocidade horizontal do veículo, τ é a defasagem entre uma roda do veículo e a seguinte, t_0 é o tempo em que o veículo chega à lombada, $z(t)$ é o perfil do curso sinuoso no tempo para cada roda, H é a altura das oscilações no perfil sinuoso e λ é o comprimento de onda do perfil sinuoso.

Figura 15 – Perfil da lombada no tempo para veículo a 10km/h

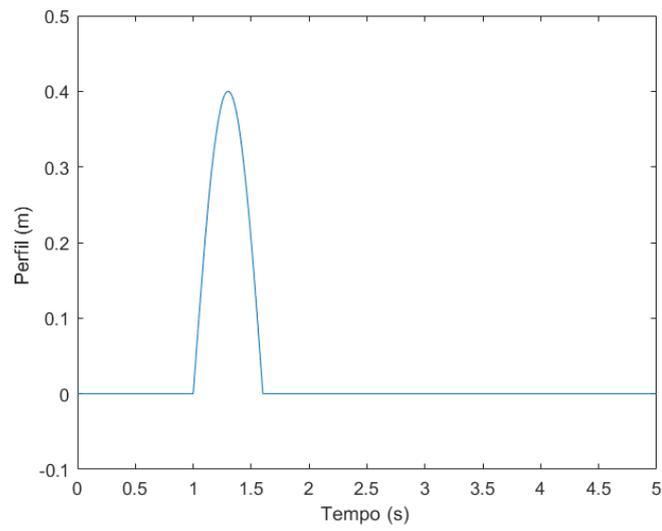


Figura 16 – Perfil da lombada no tempo descrito pelas 5 rodas

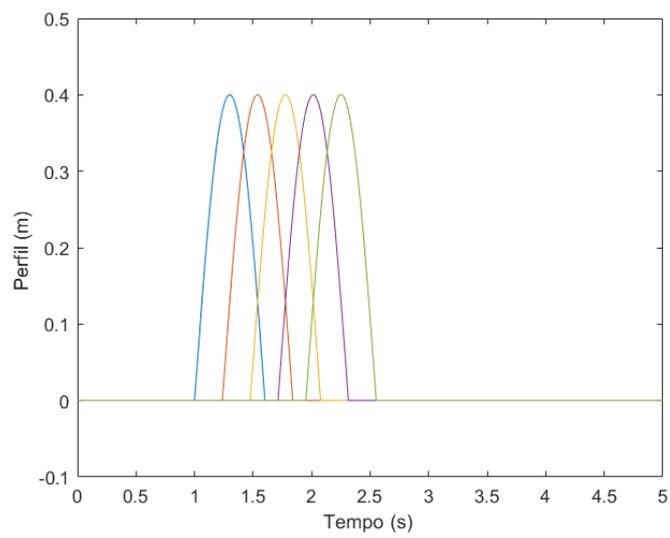
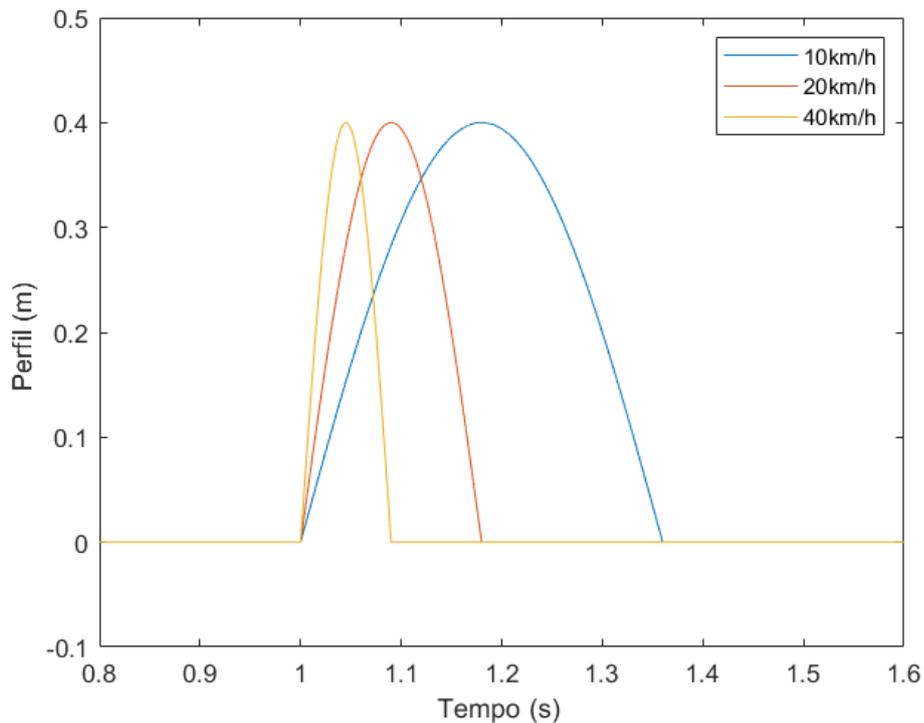


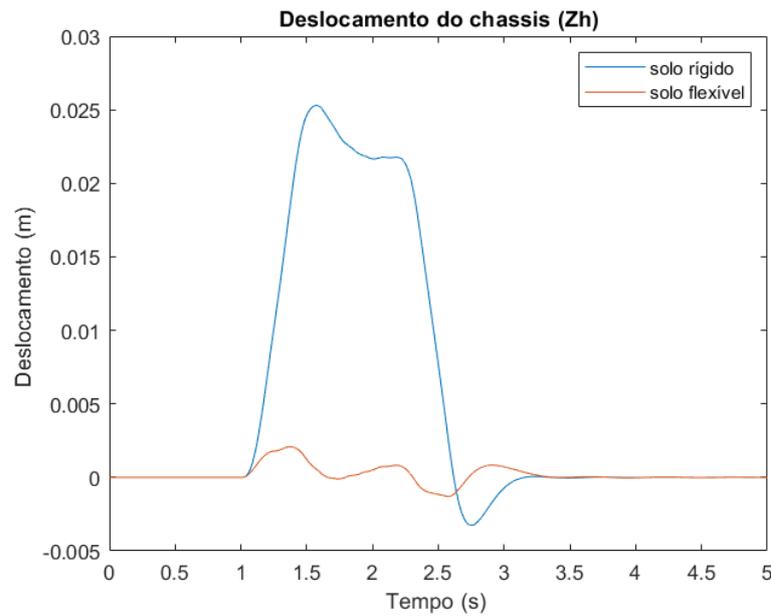
Figura 17 – Perfil da lombada no tempo para diferentes velocidades



Nas Figuras 15,16 e 17 é apresentado o perfil da lombada no tempo. Na Figura 15 se apresenta somente o perfil da lombada descrito no tempo para uma velocidade do veículo de 10km/h. Na Figura 16 se apresenta este mesmo perfil, também a 10km/h, mas aqui, descrito por cada roda, se percebe uma defasagem no tempo entre cada roda chegar ao topo da lombada, essa defasagem é exatamente aquela descrita por τ na Equação 11. Na Figura 17 se apresenta o perfil da lombada no tempo para as diferentes velocidades que serão simuladas. É possível observar que conforme a velocidade aumenta, o perfil da lombada é descrito num intervalo de tempo cada vez menor, o que faz com que este perfil se assemelhe mais com um sinal de tipo impulso.

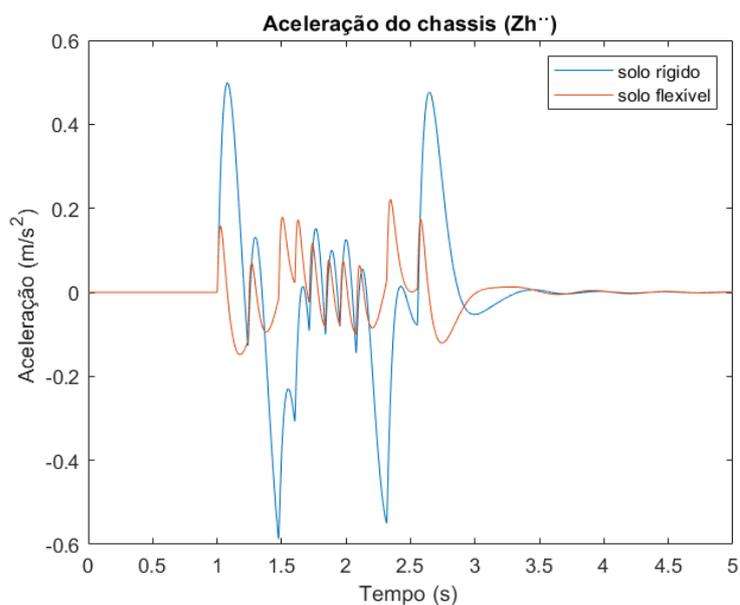
Aqui se escolheu uma defasagem de 1 segundo antes do veículo encontrar a lombada para que se tenha uma referência para o deslocamento antes do encontro do veículo com o obstáculo, e assim se possa fazer uma análise mais precisa. Ainda com o objetivo de analisar mais objetivamente cada fenômeno, aqui foi desconsiderado o efeito do deslocamento estático do próprio veículo.

Figura 18 – Deslocamento do chassi do veículo sobre lombada a 10km/h



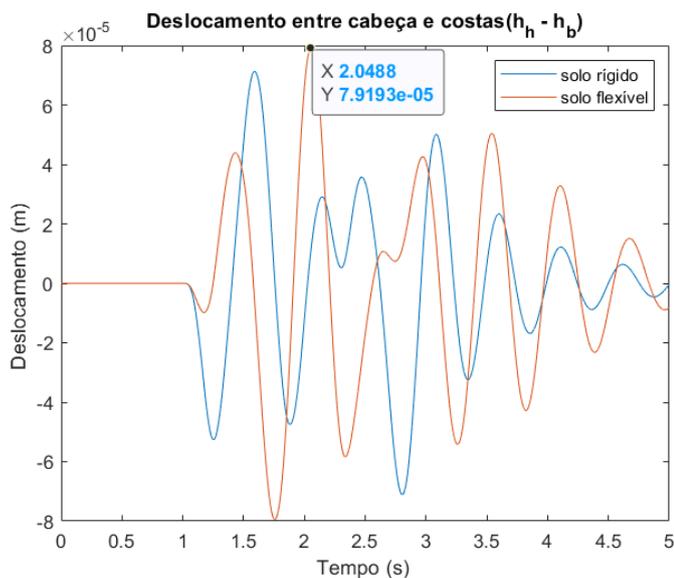
Na figura 18 pode-se observar o deslocamento do chassi do veículo quando este encontra uma lombada a 10km/h. Nesta Figura estão presentes os gráficos de deslocamento do chassi tanto no modelo que desconsidera a rigidez do solo (aqui em azul) e no modelo que considera essa rigidez. É importante ressaltar que isso significa que no modelo ‘sem rigidez’ a rigidez do solo é efetivamente infinita, para que este seja indeformável. É possível observar na Figura um período onde após encontrar a lombada, o deslocamento permanece relativamente alto antes de voltar a se equilibrar, este período se deve ao tempo que o veículo leva para ultrapassar a lombada. As oscilações após o encontro do veículo com a lombada se devem ao fato de que cada roda encontra e deixa a lombada em momentos diferentes devido ao comprimento do veículo. Se percebe uma diferença considerável nos deslocamentos máximos em cada caso, e também uma diferença considerável entre o tamanho do obstáculo proposto e a resposta do chassi, isso é possível pelo efeito da própria suspensão do veículo, que no caso de veículos com lagartas é ainda maior, pois é um veículo feito para transpor estes obstáculos desta natureza.

Figura 19 – Aceleração do veículo quando este encontra uma lombada a 10km/h



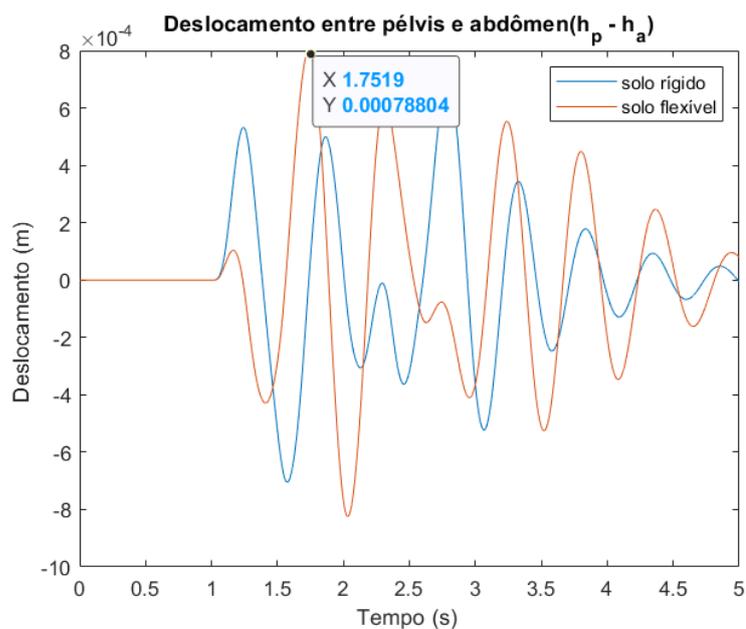
Na figura 19 é apresentada a aceleração do veículo para o mesmo cenário. Se pode perceber também com clareza aqui o processo do veículo cruzar este obstáculo. Inicialmente tem-se valores de aceleração acentuados quando o veículo primeiro encontra a lombada, este pico de aceleração rapidamente decai, mas permanece oscilando enquanto cada roda sobe a lombada, e conforme as primeiras rodas ultrapassam ela, por fim, quando a última roda deixa a lombada há um outro pico notável, antes do veículo voltar a se estabilizar.

Figura 20 – Deslocamento relativo entre a cabeça e as costas sobre uma lombada a 10km/h



Na Figura 20 é apresentado o deslocamento relativo entre a cabeça e as costas do operador quando o veículo cruza a lombada a 10km/h. Se pode observar a influência das vibrações sofridas pelo veículo no corpo do operador, o maior deslocamento relativo sofrido foi de 0,079mm. Nos trabalhos de Patil, o maior deslocamento relativo sofrido foi entre a pélvis e o abdômen, da ordem de 0,7mm.

Figura 21 – Deslocamento relativo entre pélvis e abdômen



Na Figura 21 é apresentado o deslocamento relativo entre pélvis e abdômen do operador neste cenário, e o valor máximo de distensão, que ocorre para a consideração da rigidez do solo, foi de 0,78mm, valor condizente com os experimentos de Patil (1980), que reforça a validade e a consistência dos dados obtidos neste trabalho.

Figura 22 — Deslocamento do chassis para cruzando uma lombada em diferentes velocidades sobre um solo rígido

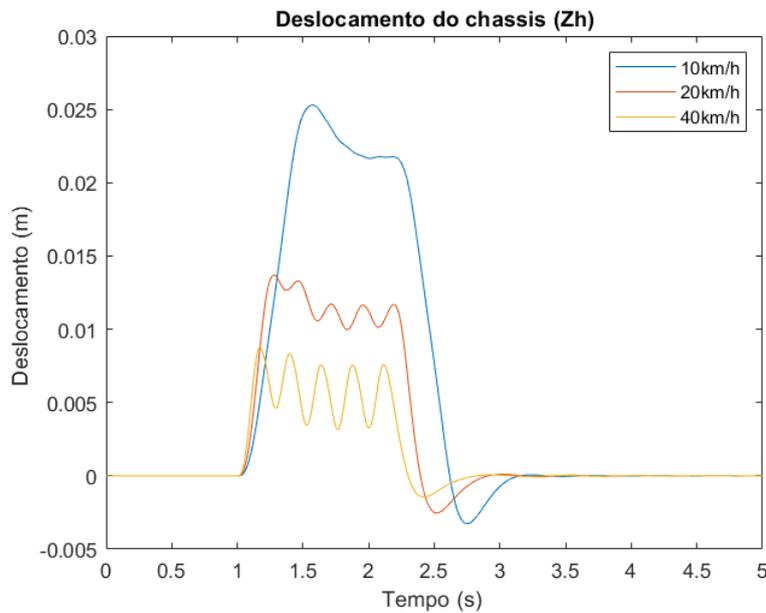
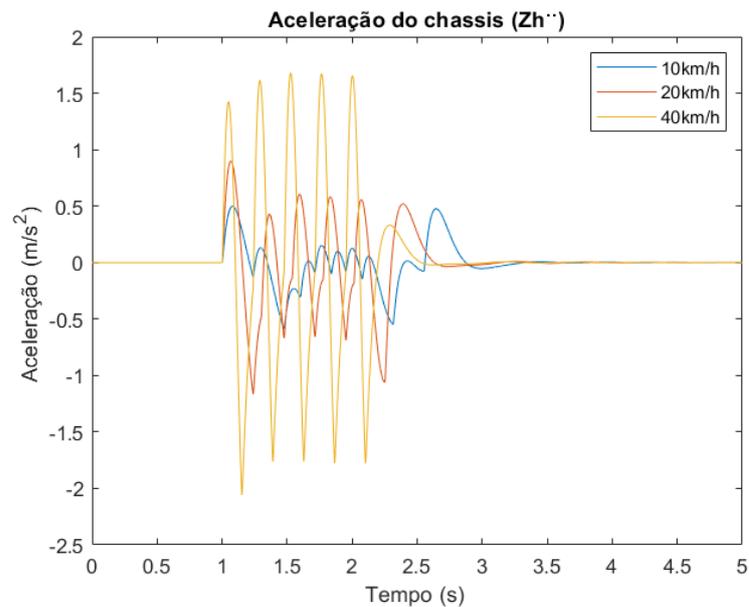


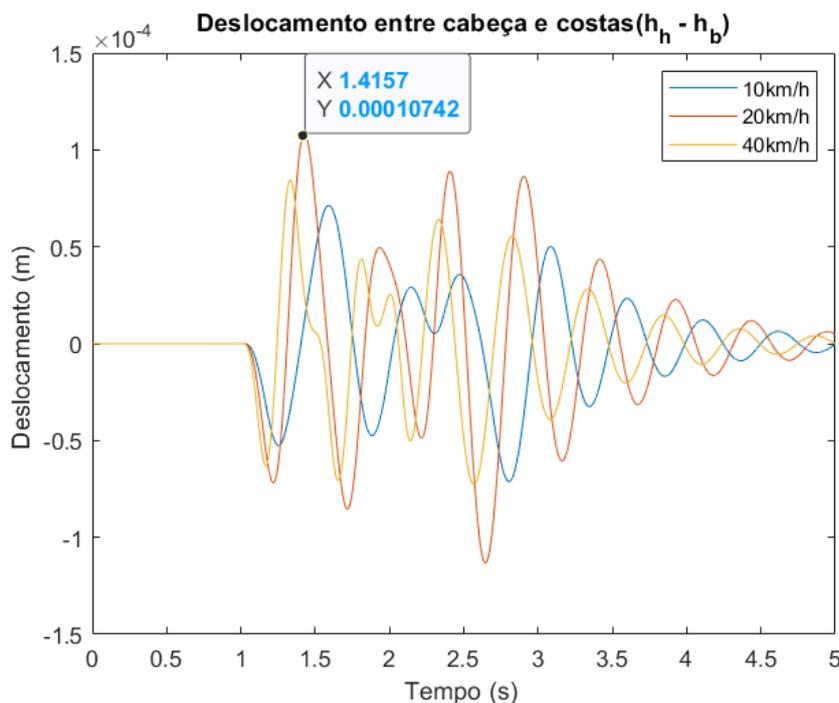
Figura 23 – Aceleração do chassis cruzando uma lombada para diferentes velocidades



Nas Figuras 22 e 23 são apresentadas o deslocamento e a aceleração do chassis do veículo cruzando a lombada nas 3 diferentes velocidades definidas. No contexto apresentado, a rigidez do solo está sendo desconsiderada. Se pode observar que o deslocamento para velocidades mais baixas é mais elevado, enquanto a aceleração é mais intensa para velocidades mais elevadas. Não só isso, mas tanto nos gráficos de aceleração quanto de deslocamento, o chassis se estabiliza mais rapidamente para velocidades maiores. Este comportamento do deslocamento também é condizente com o fato que a

suspensão de cada veículo é mais eficiente para uma certa faixa de velocidades, onde o centro de massa do veículo permaneceria mais estável, mesmo em terrenos acidentados.

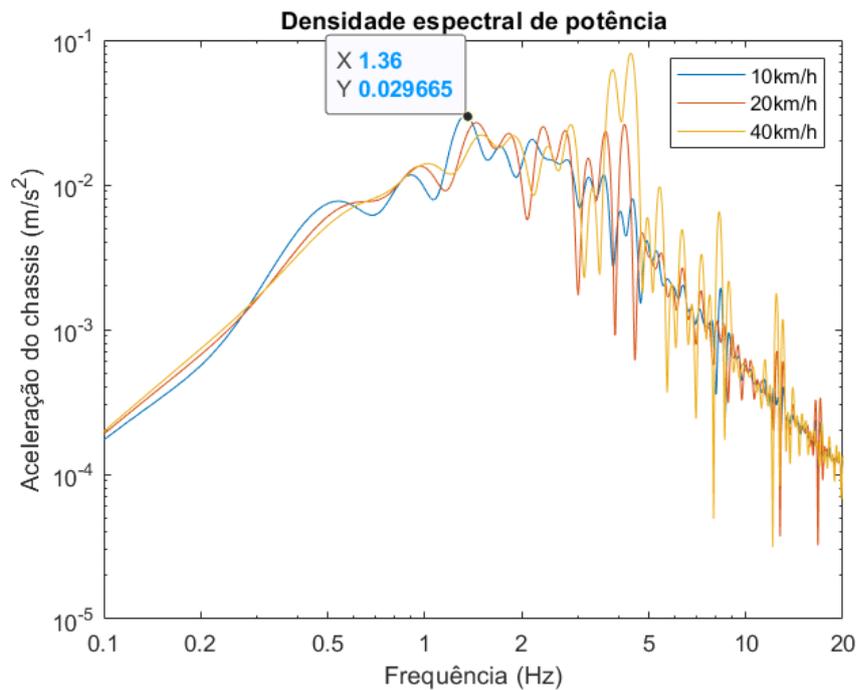
Figura 24 — Deslocamento entre cabeça e costas do operador cruzando a lombada em diferentes velocidades



Na Figura 24 se pode observar algo interessante que é o fato de que o deslocamento relativo entre a cabeça e as costas do operador foi em geral maior para a velocidade intermediária, com seu maior valor para a velocidade de 20km/h sendo 0,15mm, pouco depois do veículo encontrar a lombada. Também se nota um vale de igual magnitude próximo a 2,5s, que se deve à perturbação que o veículo sofre quando deixa a lombada. Ainda se observa a tendência de estabilizar mais rápido em velocidades mais elevadas do veículo.

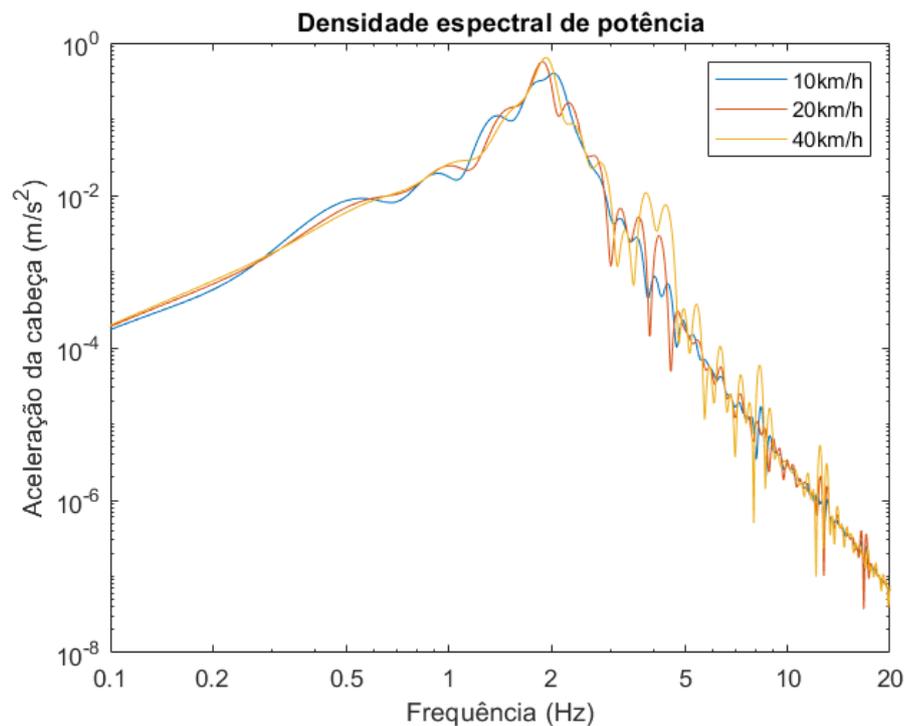
A fim de se realizar uma análise mais completa, se lançou mão também de uma análise em frequência do sistema por meio dos gráficos de densidade espectral de potência para diferentes variáveis do sistema. Como a solução das equações de movimento do sistema foi feita via integração numérica, o que se obteve foram funções discretas, obtidas ponto a ponto, então para a análise de frequência do sistema se fez uso da transformada de Fourier, que pode receber funções e sinais discretos, e retornar os sinais de frequência associados. Para fins de eficiência computacional, foi feita a transformada rápida de Fourier (FFT). E para se obter os gráficos de densidade espectral de potência destes sinais, se tomará o quadrado do valor absoluto da transformada.

Figura 25 – Densidade espectral de potência do chassis para diferentes velocidades



Na Figura 25 é apresentado o gráfico de densidade espectral de potência referente a aceleração do chassis do veículo. Pode-se observar que para a velocidade mais baixa, a densidade espectral encontra um pico a 1,36 Hz e tende a decair após este, com outros picos menores em frequências mais elevadas. Este “pico central” próximo a 1,36 Hz tem uma relação mais próxima com o tipo de simulação feita. A simulação de lombada estimula mais a resposta transiente do sistema, por ser mais próxima a uma excitação do tipo impulso, o que é acentuado em velocidades mais altas. Também nota-se que em 3,78 e 4,36 Hz há dois picos muito pronunciados na velocidade mais alta, estes dois picos também são bem pronunciados na velocidade intermediária, mas não chegam a ultrapassar o pico em torno de 1,36 Hz. Antes do pico central em 1,36 Hz também se nota outros dois picos menores próximo a 0,5 Hz e 1,0 Hz. Também se pode notar a presença de mais picos pronunciados nas frequências mais altas, e uma maior concentração destes picos para frequências mais altas. Isto se deve ao fato que o gráfico está apresentado em escala logarítmica em ambos os eixos, entretanto esses picos tem todos valores muito menores. Esses picos menores à direita do gráfico representam os harmônicos das frequências nos picos maiores, estes harmônicos ocorrem a cada múltiplo inteiro de cada determinada frequência.

Figura 26 – Densidade espectral de potência da cabeça do operador para diferentes velocidades



Na Figura 26 é apresentado o gráfico de densidade espectral para a cabeça do operador. Aqui se percebe um comportamento similar ao do chassi, onde o gráfico encontra um pico próximo de 2 Hz após o qual o gráfico rapidamente começa a cair. Também se nota alguns picos mais pronunciados no harmônico seguinte, em 4 Hz. Aqui também se nota um pico, embora não muito pronunciado, próximo a 0,5 Hz. Tanto na Figura 25 quanto na Figura 26 se nota que nos picos anteriores ao pico central, a velocidade mais baixa tende a conter mais energia, e nos picos em frequências maiores, as velocidades mais elevadas possuem mais energia. Os dados encontrados aqui estão de acordo tanto com os trabalhos de Patil quanto com os de Dhir e Sankar, onde as frequências com maior energia estão na região de 0,5 a 3 Hz. No caso simulado aqui, a cabeça do operador é particularmente sensível a uma excitação de 1,98 Hz

5.3 Perfil sinuoso

Figura 27 – Perfil sinuoso com o tempo para veículo a 10km/h

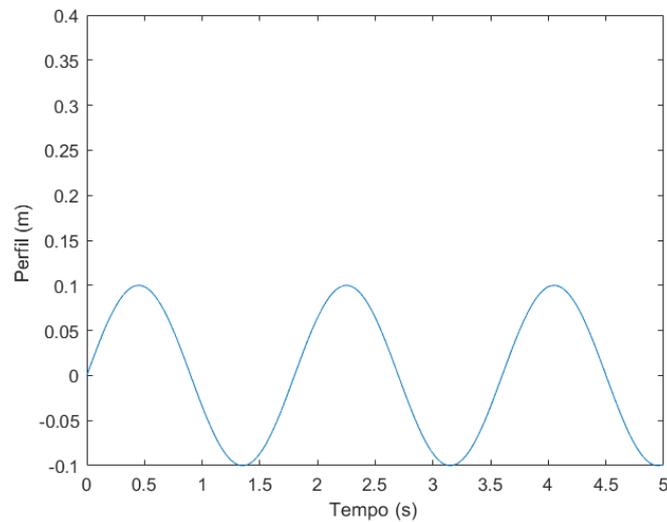
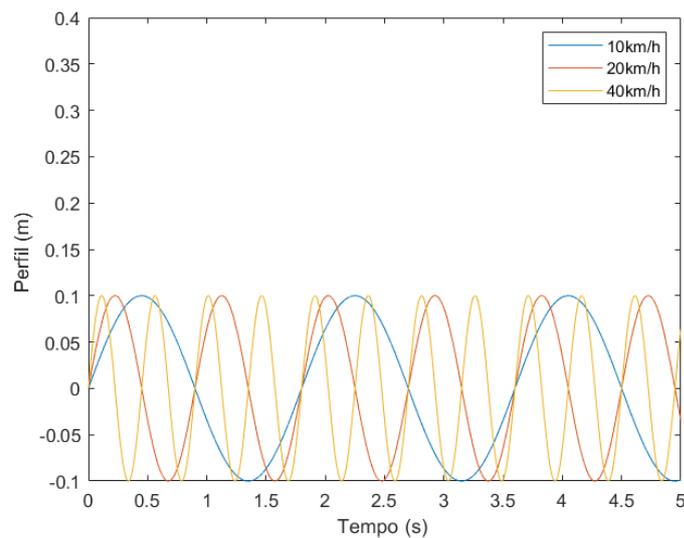
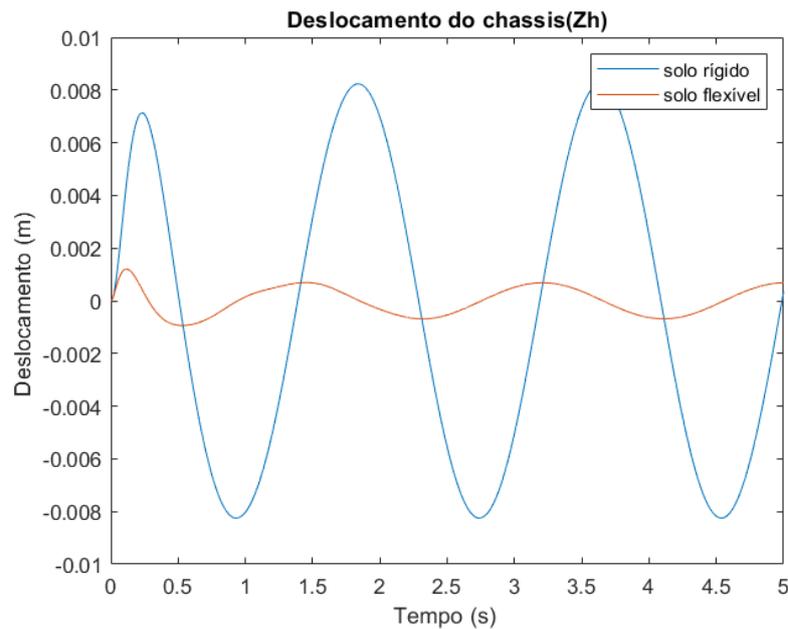


Figura 28 – Perfil sinuoso com o tempo para veículo a diferentes velocidades



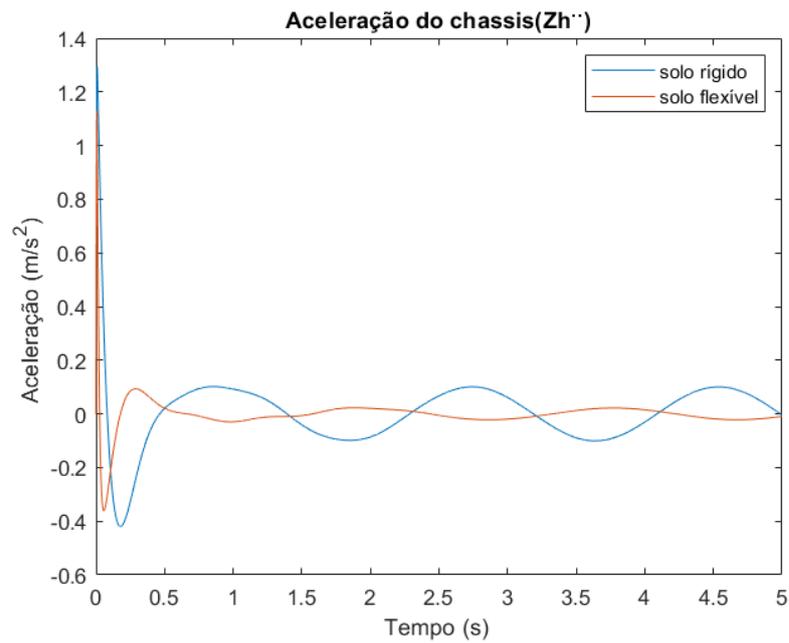
Na Figura 27 é apresentado o perfil do solo no tempo para o veículo a 10km/h. Na Figura 28 é apresentado o perfil do solo no tempo para as diferentes velocidades que foram simuladas. Se percebe que a frequência do perfil aumenta conforme aumenta a velocidade, como se era esperado observar. Essas diferentes frequências que o veículo está sujeito quando percorre este percurso serão analisadas mais a frente na análise de frequências.

Figura 29 – Deslocamento do chassis sobre um percurso sinuoso



Na Figura 29 é apresentado o deslocamento do chassis do veículo para o cenário do percurso sinuoso descrito anteriormente a uma velocidade horizontal de 10km/h. Este cenário equivale a se ter uma entrada de tipo de excitação de base senoidal sob o veículo. Se pode observar um curto período transiente devido ao início da simulação, o primeiro pico é consideravelmente mais estreito que os seguintes, mas logo o veículo entra num regime permanente e pode se observar novamente o quanto a introdução de um simples modelo de solo deformável influencia na resposta do veículo. No gráfico desconsiderando a rigidez do solo se pode observar mais claramente que o veículo descreve o movimento esperado, acompanhando o perfil do solo, se pode ver também uma ligeira defasagem entre os gráficos do veículo com e sem a consideração da rigidez do solo.

Figura 30 — Aceleração do chassis sobre um percurso sinuoso



Na Figura 30 se observa a aceleração do chassis do veículo para o percurso sinuoso a uma velocidade de 10km/h. Também se observa o regime transiente no início que logo se estabiliza, aqui se torna ainda mais visível a defasagem entre o gráfico de aceleração com a consideração de rigidez do solo e sem essa consideração, o que é esperado ao se introduzir uma nova rigidez ao sistema, especialmente uma rigidez tão alta quanto aquela considerada para o solo neste trabalho.

Figura 31 — Deslocamento da cabeça do operador

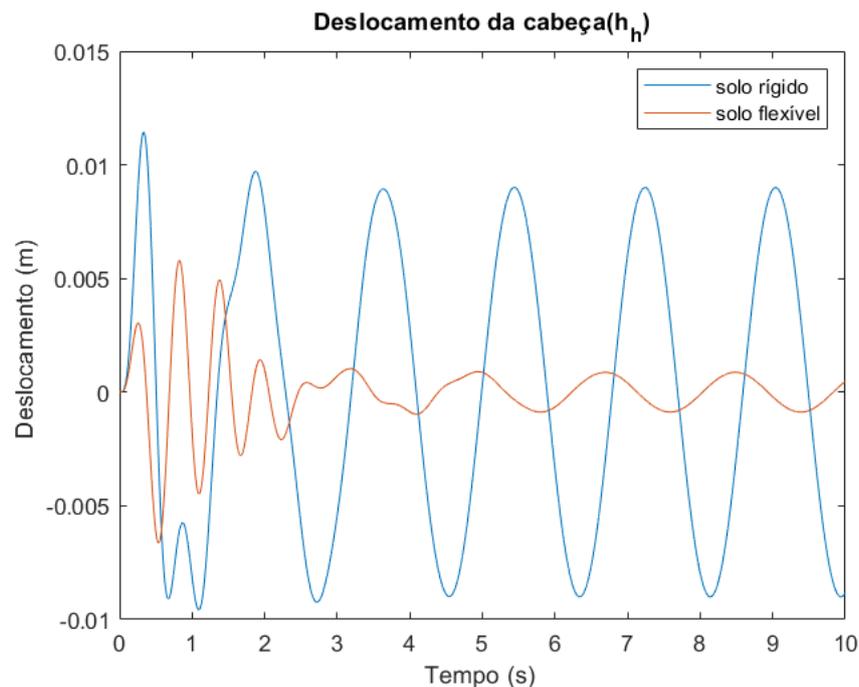
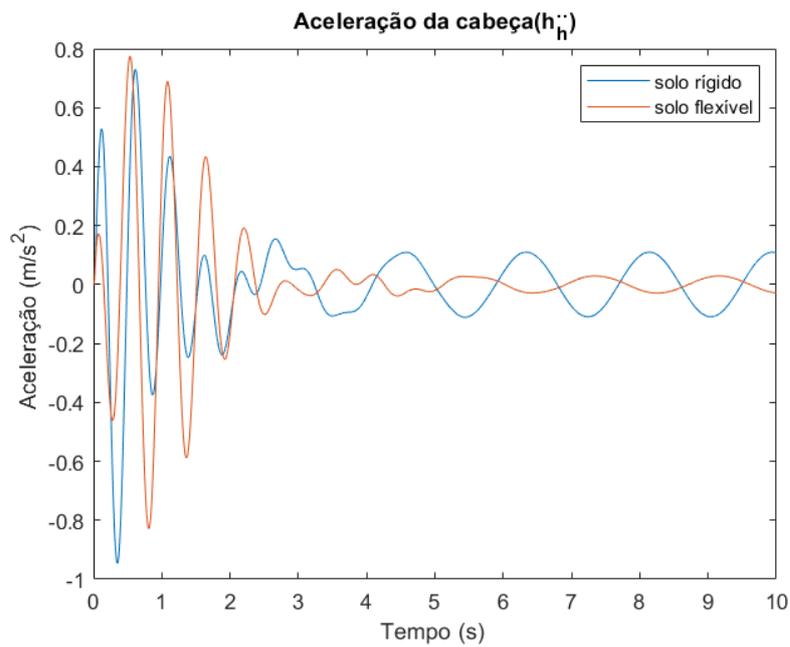
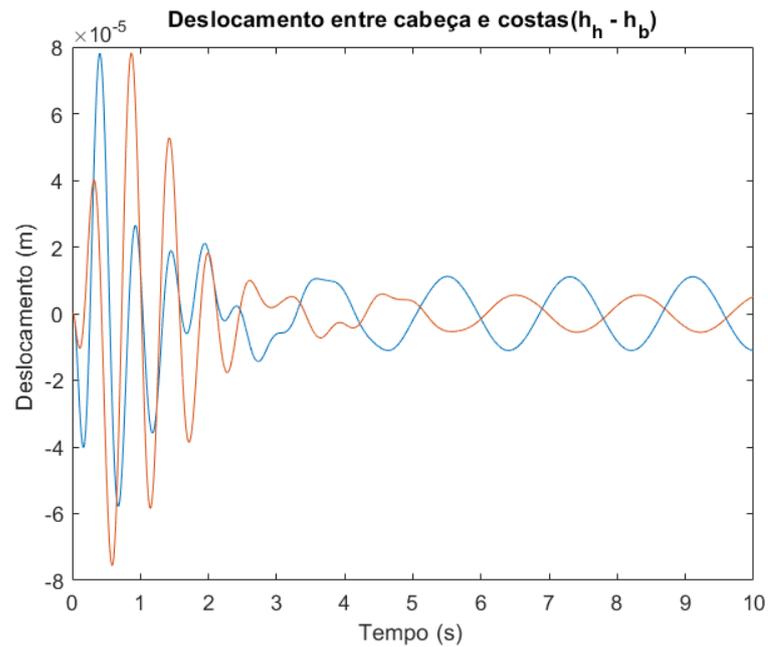


Figura 32 — Aceleração da cabeça do operador sobre um percurso sinuoso



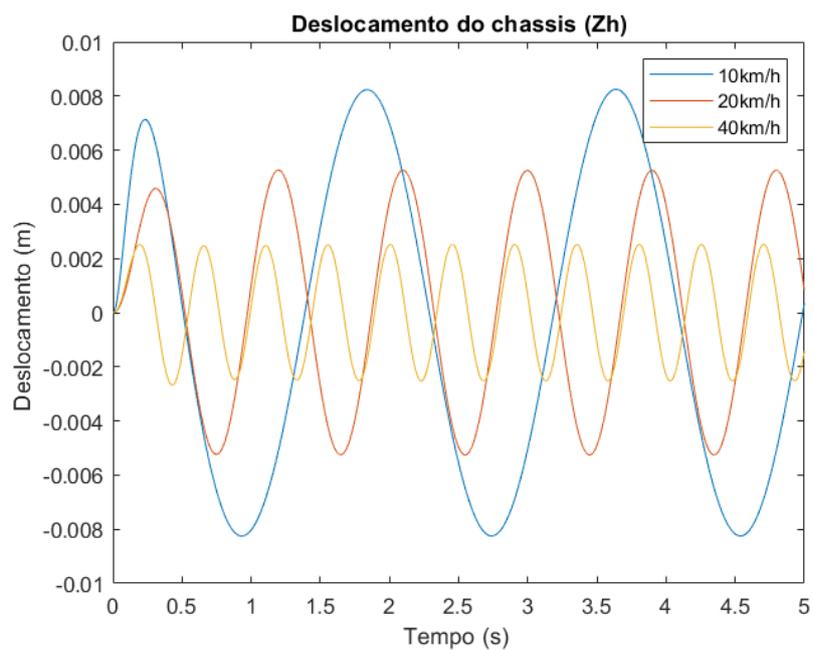
Nas Figuras 31 e 32 se pode observar o deslocamento e a aceleração da cabeça do operador para o percurso sinuoso, a uma velocidade de 10km/h. Aqui foi aumentado o tempo de simulação, pois o corpo do operador de maneira geral leva mais tempo que o veículo para se estabilizar e entrar num regime permanente a partir do início da simulação, o que é esperado considerando que a rigidez dos elementos do veículo é consideravelmente maior que aquela das partes do operador. Ademais o sistema com a consideração da rigidez do solo leva mais tempo para se estabilizar que o sistema sem essa consideração. Aqui novamente se pode observar, ao comparar as duas Figuras, que a defasagem entre os gráficos com e sem consideração da rigidez do solo é maior para a aceleração que para o deslocamento.

Figura 33 — Deslocamento entre cabeça e costas para um percurso sinuoso



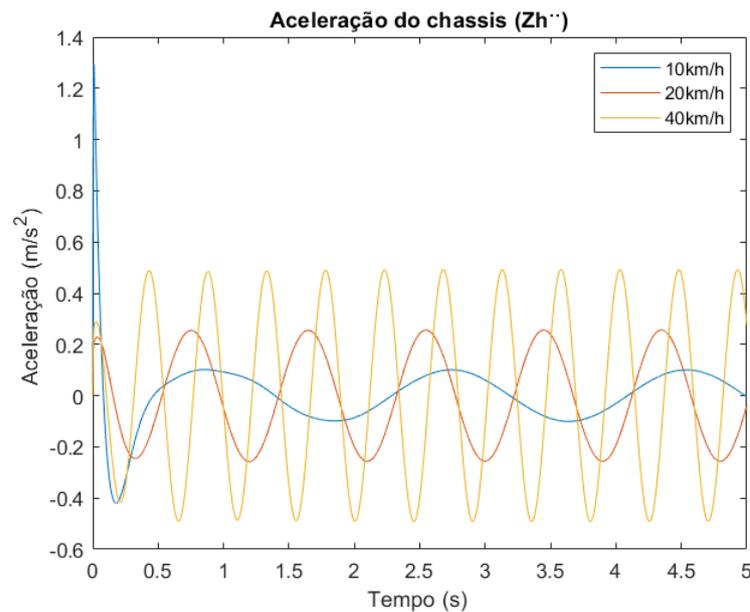
Na Figura 33 é apresentado o gráfico para o deslocamento relativo entre a cabeça e as costas do operador. Nela se observa que este deslocamento é muito maior no período transiente, atingindo um pico de 0,1mm para o caso desconsiderando a rigidez do solo. Também se pode observar aqui que o corpo do operador leva mais tempo para se estabilizar neste caso.

Figura 34 — Deslocamento do chassi sobre um percurso sinuoso para diferentes velocidades



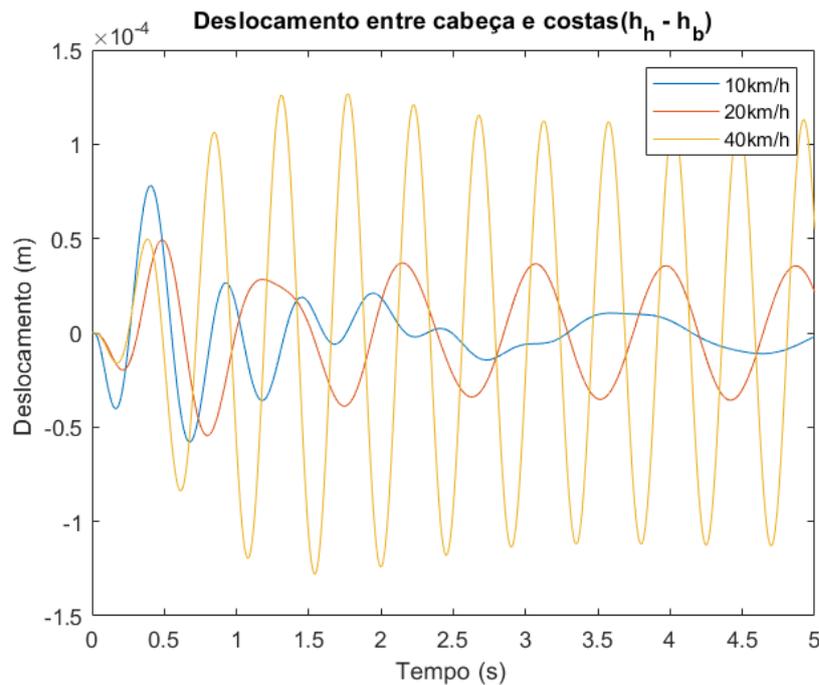
Na Figura 34 é apresentado o deslocamento do chassis do veículo para diferentes velocidades, novamente, aqui se analisando somente o sistema sem a consideração da rigidez do solo. Observa-se que a amplitude de deslocamento deste tipo de veículo é consideravelmente maior para velocidades mais baixas. Aqui a defasagem entre os gráficos ocorre justamente pela diferença de velocidades, nas velocidades maiores se percorre um numero maior de oscilações no solo num mesmo intervalo de tempo.

Figura 35 — Aceleração do chassis sobre um percurso sinuoso para diferentes velocidades



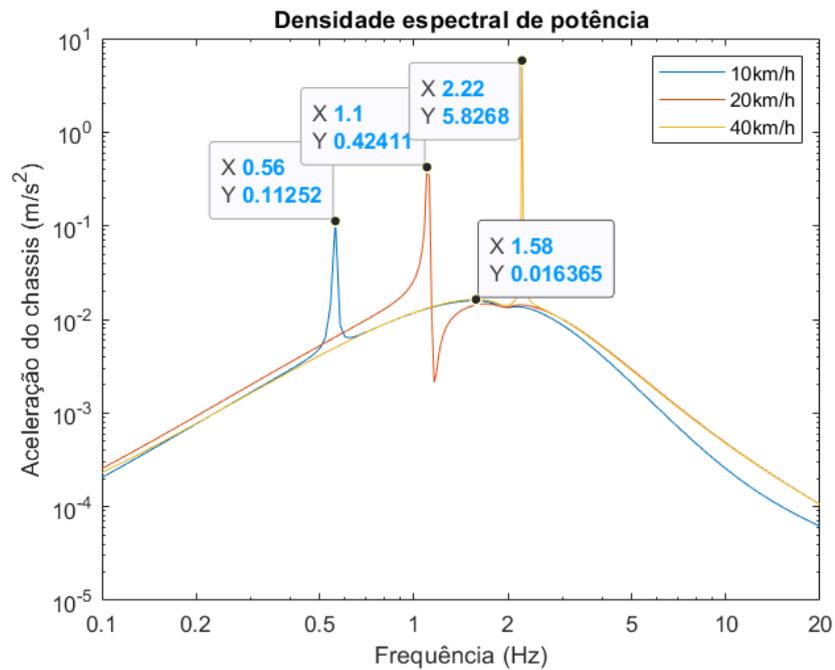
Na Figura 35 se observa a aceleração do chassis para diferentes velocidades neste cenário de percurso sinuoso. A aceleração é mais alta para velocidades mais elevadas, como seria esperado, e da mesma forma que no cenário de lombada, o veículo se estabiliza mais rapidamente em velocidades mais elevadas.

Figura 36 — Deslocamento entre cabeça e costas sobre um percurso sinuoso para diferentes velocidades



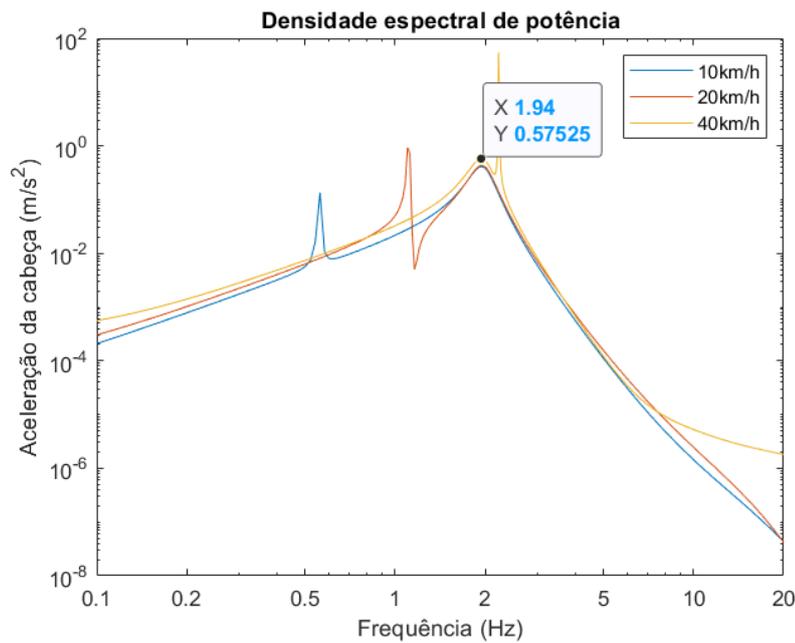
Na Figura 36 é apresentado o deslocamento relativo entre cabeça e costas do operador sobre o percurso sinuoso para diferentes velocidades. Aqui se observa novamente que o tempo de estabilização do corpo do operador é consideravelmente maior que do veículo. Nele se observa que o deslocamento relativo de maneira geral é maior para velocidades mais elevadas, mas aqui ainda se nota que a diferença entre o deslocamento a 20km/h e 40km/h é uma diferença considerável, muito maior que a diferença entre o deslocamento a 10km/h e o deslocamento a 20km/h. Essa diferença tão grande pode indicar que para este percurso, esta velocidade é, ou está próxima de uma velocidade onde haveria alguma ressonância com a rigidez natural do corpo do operador.

Figura 37 — Densidade espectral do chassi do veículo sobre um percurso sinuoso



Na Figura 37 é apresentado o gráfico de densidade espectral do chassi do veículo para as 3 velocidades simuladas. Nele se pode notar claramente que cada velocidade tem um pico muito pronunciado, este pico é referente a frequência com que o veículo completa cada oscilação do terreno, com o pico da velocidade mais baixa a 0,56 Hz, o da velocidade intermediária a 1,1Hz e o da velocidade alta a 2,2Hz, exatamente como seria esperado, pois nesse caso a frequência é simplesmente a razão entre a velocidade do veículo e o comprimento de onda das oscilações do terreno. Além disso, aqui se pode observar que o gráfico é muito mais suave, com nenhuma perturbação devido ao fato do percurso não possuir discontinuidades, como era no cenário da lombada. Novamente se percebe essa mesma faixa de frequências sendo aquela com mais energia.

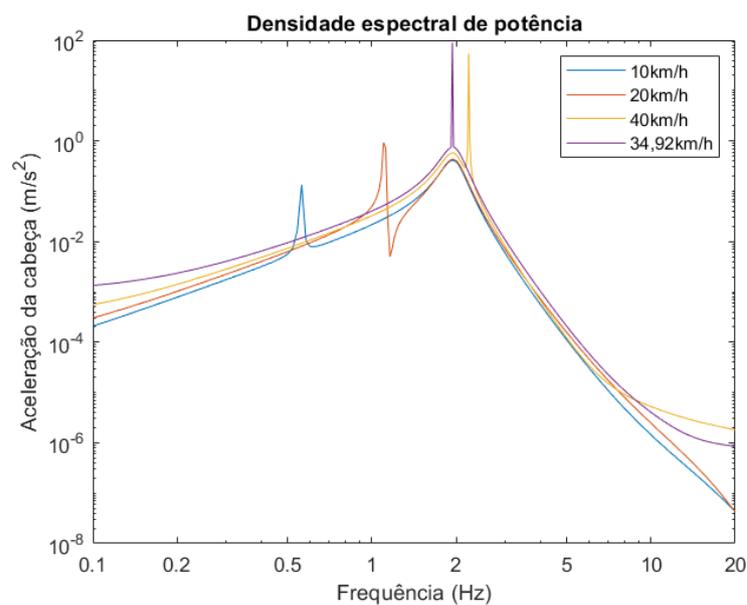
Figura 38 — Densidade espectral da cabeça do operador sobre um percurso sinuoso



Na Figura 38 é apresentado o gráfico da densidade espectral da cabeça do operador para as diferentes velocidades. Nesta Figura aparecem os mesmos 3 picos, referentes a frequência de oscilação que o veículo é sujeito devido a velocidade de deslocamento. Aqui também é possível ver que o pico de oscilação a 40km/h está muito próximo do pico comum a todos os gráficos de densidade espectral em 1,94Hz, que é a frequência que apresenta a energia máxima neste caso de perfil sinuoso, à exceção das próprias frequências que o veículo é excitado devido a velocidade do veículo. Aqui fica ainda mais claro que a frequência natural ω_3 obtida na Tabela 2 é uma das frequências naturais do sistema à qual o corpo do operador responde mais intensamente, visto que no mesmo cenário o veículo foi consideravelmente menos excitado nesta faixa. Isso pode explicar o motivo do gráfico de deslocamento da cabeça do operador para diferentes velocidades na Figura 36 ser tão maior para 40km/h do que para qualquer das outras velocidades, pois o veículo a esta velocidade causa uma excitação numa frequência muito próxima a uma frequência natural.

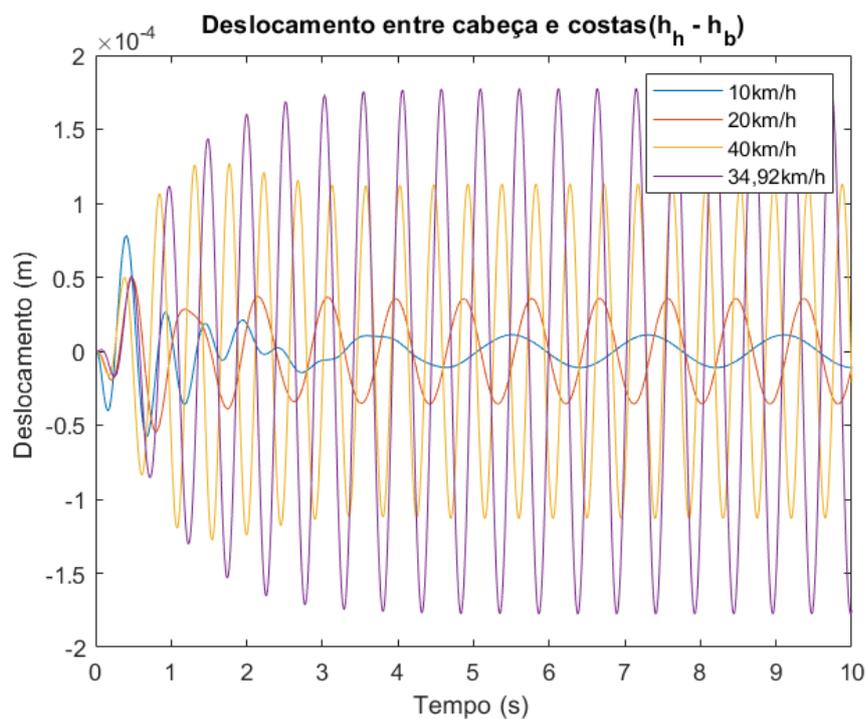
Então considerando o perfil descrito para o terreno, a frequência de excitação que o solo induz sobre o veículo é a razão da velocidade do veículo pelo comprimento de onda, ou, a velocidade para uma certa frequência de excitação, seria o produto do comprimento de onda pela frequência de excitação que se deseja. Partindo então da frequência de pico obtida de 1,94Hz, se tem que a velocidade que o veículo tem de percorrer este percurso seria de 9,7 m/s ou 34,92 km/h.

Figura 39 — densidade espectral da cabeça do operador sobre um percurso sinuoso



Pode-se observar exatamente isso na Figura 39, a 34,92km/h o veículo anda sobre este percurso exatamente a velocidade que excita mais a cabeça do operador, essa velocidade então deveria ser evitada para fins de conforto do operador, mas idealmente, se teria neste veículo, ou se desenvolveria um sistema de suspensão ou de controle que mitigasse esses efeitos, mesmo quando ocorresse de o veículo andar a esta velocidade.

Figura 40 — Deslocamento entre cabeça e costas do operador sobre perfil sinuoso para diferentes velocidades



É possível observar na Figura 40 que para a velocidade de 34,92km/h, o deslocamento relativo entre a cabeça e as costas do operador cresce por mais tempo que para qualquer outro caso, e atinge os maiores valores após o período transiente. Isso também mostra que velocidades próximas a esta seriam as mais desconfortáveis para o operador do veículo

Figura 41 — Densidade espectral de potência da cabeça do operador sobre um percurso sinuoso considerando a rigidez do solo

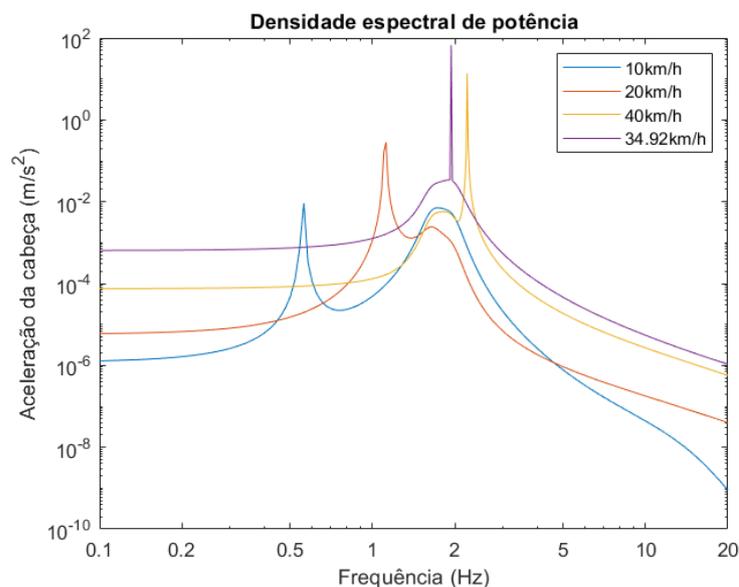
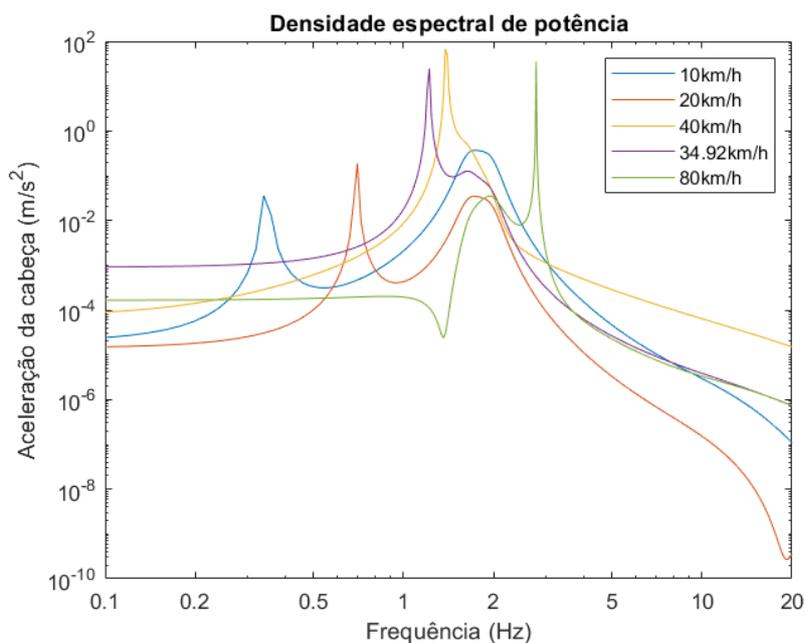


Figura 42 — Densidade espectral de potência da cabeça do operador sobre um percurso sinuoso considerando a rigidez do solo e diferentes configurações do percurso senoidal



Esta faixa de frequências de 0,5Hz a 3Hz apresenta este problema de ter frequências altamente energéticas para o corpo humano de forma geral. Em seu trabalho, Patil estuda os efeitos da exposição prolongada a vibrações de corpo inteiro, e são justamente as frequências nessa faixa que são mais danosas ao corpo humano. Infelizmente este tipo de vibração está presente de maneira geral nas aplicações de veículos com lagarta e em terrenos off-road. Na Figura 41 é apresentado o gráfico de

densidade espectral da cabeça do operador sob a consideração da rigidez do solo e na configuração original do perfil sinuoso, e na Figura 42 se apresenta os gráficos de densidade espectral da cabeça do operador com a consideração da rigidez do solo, para um percurso sinuoso com a altura das ondulações do terreno 5 vezes maior (0.5m) e comprimento de onda 1,6 vezes maior, agora de 8m. É possível observar que a consideração da rigidez do solo aumentou de maneira generalizada a energia de todas as frequências para a velocidade de 34,92km/h, e ainda apresenta o pico mais elevado próximo a 1,94Hz. Na Figura 42 se observa que para frequências mais baixas, até 0,2Hz a velocidade de 80km/h é mais energética que a de 40km/h, mas ambas ainda são menos energéticas que a de 34,92km/h, mesmo com as alterações na configuração do percurso descritas.

Mesmo com todas essas alterações na configuração das simulações, observa-se que os picos devido a excitação do solo estão todos dentro dessa faixa de frequências altamente energética, para casos considerando desde velocidades moderadas como 20km/h até velocidades tão altas como 80km/h, o que é consideravelmente elevado para este tipo de veículo, em oscilações baixas do solo desde 0,1m até 0,5m, para comprimentos de onda do solo de 5m até 8m, todos estes casos apresentam picos em frequências energéticas o suficiente para que se preocupe com o conforto do operador num veículo que opera em casos similares a este.

Mesmo considerando a velocidade de 10 km/h, que no cenário descrito na Figura 36 apresentou um pico de frequência fora da faixa analisada, é importante ressaltar que essa velocidade ainda não proporcionaria um nível ideal de conforto para o operador. Conforme discutido anteriormente, em velocidades mais baixas, o deslocamento do veículo é significativo e é fortemente influenciado pelo perfil do solo em que o veículo se desloca. Isso implica que, mesmo com uma velocidade relativamente baixa, o operador ainda poderia experimentar vibrações e movimentos indesejados que afetariam seu conforto. Portanto, é crucial considerar não apenas a faixa de frequências analisada, mas também outros fatores, como o perfil do solo, para garantir um nível adequado de conforto ao operador do veículo.

6 CONCLUSÃO

O trabalho teve como objetivo realizar a modelagem de um sistema que representasse um sistema que engloba o veículo equipado com lagartas, o operador, e o terreno sob o veículo. Através do estudo dos trabalhos de pesquisadores como Dhir e Sankar, Patil, e Winkler foi possível criar um modelo que descreve o comportamento do sistema completo proposto. A elaboração deste sistema foi possível devido ao estudo de trabalhos que tratavam a respeito da modelagem do veículo, do operador e do solo.

Foi feito o equacionamento do sistema desenvolvido através das equações de Lagrange, o que resultou nas equações de movimento que descrevem o comportamento do conjunto operador-máquina-terreno.

Também foi feita a simulação computacional deste sistema, ao transformar as equações para o espaço de estados, o que reduziu a ordem de derivadas do sistema e facilitou a integração numérica. Esta integração foi feita por meio do método de Runge-Kutta de 4ª ordem, e foi possível simular o comportamento do conjunto para as diferentes configurações de simulação definidas.

Por fim foi feita a análise das interações do operador com o veículo, e do veículo com o solo, tanto no domínio do tempo quanto no domínio da frequência para os diversos casos analisados. A análise em frequência foi feita ao aplicar a transformada de Fourier aos sinais obtidos via integração numérica. Foi possível observar o comportamento do corpo do operador e do chassi do veículo, e os resultados obtidos foram de acordo com os trabalhos estudados no referencial teórico e com os cálculos feitos a mão, o que reafirma a relevância e a validade do trabalho desenvolvido aqui.

7 DESENVOLVIMENTOS FUTUROS

O trabalho desenvolvido aqui alcançou os objetivos propostos, mas também apresenta um amplo espaço para desenvolvimentos futuros. Pode-se fazer uma análise mais aprofundada da influência da rigidez do solo no comportamento do sistema, ao se fazer uma simulação em determinada configuração para diferentes valores de rigidez do solo. O mesmo pode ser feito a respeito da rigidez das lagartas, ao se simular o mesmo cenário para diferentes valores de rigidez das lagartas. Também se pode utilizar modelos mais sofisticados para representar o solo, que considerem o comportamento plástico do solo, e a influência de um segmento do solo nos segmentos adjacentes. Com o trabalho realizado aqui também é possível desenvolver outros modelos para a representação do corpo do operador. Outro objeto de estudo muito importante é o projeto e desenvolvimento de sistemas de controle que limitem a carga de vibrações de baixa frequência que chega até o operador.

Essas áreas de pesquisa e projeto têm o potencial de contribuir tanto para o campo da engenharia veicular quanto para aplicações práticas em setores como agricultura, construção civil, mineração e exploração de recursos naturais. A compreensão aprofundada do comportamento dinâmico desses veículos em diferentes condições operacionais pode levar ao desenvolvimento de soluções mais eficientes, seguras e sustentáveis. O trabalho aqui realizado representa um ponto de partida para estudos mais aprofundados e abrangentes nas áreas mencionadas, buscando avanços significativos na compreensão e otimização dos veículos com lagartas. As possibilidades de pesquisa destacadas aqui oferecem um caminho promissor para a melhoria contínua desses sistemas, impulsionando inovações que podem beneficiar uma ampla gama de indústrias e aplicações.

8 REFÊRENCIAS

WONG, J. Y. Dynamics of tracked vehicles. **Vehicle system dynamics**, v. 28, n. 2-3, p. 197-219, 1997.

HONG, Sup et al. A path tracking control algorithm for underwater mining vehicles. **Journal of Mechanical Science and Technology**, v. 23, n. 8, p. 2030-2037, 2009.

PAZOOKI, Alireza; RAKHEJA, Subhash; CAO, Dongpu. Modeling and validation of off-road vehicle ride dynamics. **Mechanical systems and signal processing**, v. 28, p. 679-695, 2012.

ATA, W. G.; SALEM, A. M. Semi-active control of tracked vehicle suspension incorporating magnetorheological dampers. **Vehicle System Dynamics**, v. 55, n. 5, p. 626-647, 2017.

PATIL, M. K.; PALANICHAMY, M. S.; GHISTA, D. N. Response of human body to tractor vibrations and its minimisation by provision of relaxation suspensions to both wheels and seat at the plane of centre of gravity. **Medical and Biological Engineering and Computing**, v. 18, n. 5, p. 554-562, 1980.

DHIR, Anil; SANKAR, Seshadri. Analytical track models for ride dynamic simulation of tracked vehicles. **Journal of Terramechanics**, v. 31, n. 2, p. 107-138, 1994.

DHIR, A.; SANKAR, S. Ride dynamics of high-speed tracked vehicles: simulation with field validation. **Vehicle System Dynamics**, v. 23, n. 1, p. 379-409, 1994.

MAHALINGAM, Ilango; PADMANABHAN, Chandramouli. A novel alternate multibody model for the longitudinal and ride dynamics of a tracked vehicle. **Vehicle System Dynamics**, v. 59, n. 3, p. 433-457, 2021.

DHIR, Anil; SANKAR, Seshadri. Analytical wheel models for ride dynamic simulation of off-road tracked vehicles. **Vehicle system dynamics**, v. 27, n. 1, p. 37-63, 1997.

KOUROUSSIS, Georges; VERLINDEN, Olivier. Prediction of railway ground vibrations: accuracy of a coupled lumped mass model for representing the track/soil interaction. **Soil Dynamics and Earthquake Engineering**, v. 69, p. 220-226, 2015.

KOUROUSSIS, Georges et al. Discrete modelling of vertical track–soil coupling for vehicle–track dynamics. **Soil Dynamics and Earthquake Engineering**, v. 31, n. 12, p. 1711-1723, 2011.

MILEVA, Katya N.; BOWTELL, Joanna L.; KOSSEV, Andon R. Effects of low-frequency whole-body vibration on motor-evoked potentials in healthy men. **Experimental physiology**, v. 94, n. 1, p. 103-116, 2009.

Oliveira, Charles & Biz, Elcimar & Gerum, Bruno & Graper, Flavio & Lugarini, Thadeu. (2019). INTERAÇÃO SOLO-ESTRUTURA EM EDIFICAÇÕES ASSENTES SOBRE FUNDAÇÕES RASAS DO TIPO SAPATA Soil-Structure interaction in buildings on spread footings.

ATA, W. G.; SALEM, A. M. Semi-active control of tracked vehicle suspension incorporating magnetorheological dampers. **Vehicle System Dynamics**, v. 55, n. 5, p. 626-647, 2017.

CALDEIRA, Aldélio Bueno; DE CARVALHO, Michelle Soraia; DA COSTA NETO, Ricardo Teixeira. < b> Estimation of tracked vehicle suspension parameters. **Acta Scientiarum. Technology**, v. 39, n. 1, p. 51-57, 2017.

YAMASHITA, Marcelo Toshio. Projeto e Análise de uma Plataforma Veicular com Lagartas. **USP. São Paulo**, p. 152, 2011.

BEAUTIFUL LIFE. **15 best all-terrain vehicles for sale in 2022**, 2022. Disponível em: <https://www.beautifullife.info/automotive-design/best-all-terrain-vehicles-for-sale/>

WIKIMEDIA COMMONS CONTRIBUTORS, 'File:Tracked tractor Talaïs.jpg', *Wikimedia Commons, the free media repository*, 2022. Disponível em: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Tracked_tractor_Tala%C3%AFs.jpg

CUSTOM TRUCK. **New and used track cranes for sale**, 2022. Disponível em: <https://www.customtruck.com/sales/sales-level2/sales-track-crane/>

PNGWING. **Komatsu limited excavator Hitachi continuous track bucket, excavator, technic, vehicle, digging png.** Disponível em: <https://www.pngwing.com/en/free-png-kaebb>

WIKIPEDIA CONTRIBUTORS. **Logan machine Company**, 2021. Disponível em: https://en.wikipedia.org/wiki/Logan_Machine_Company

DEFESANET. **BAE Systems entrega o 250º M113 modernizado para o exército brasileiro**, 2017. Disponível em: <https://www.defesanet.com.br/leo/noticia/27608/BAE-Systems-entrega-o-250--M113-modernizado-para-o-Exercito-Brasileiro/>

STRUCTX. **Typical Poisson's ratio values for common soil types**, 2022. Disponível em: https://structx.com/Soil_Properties_004.html

APÊNDICE D – Vetores de deslocamento, velocidade e aceleração dos graus de liberdade do sistema.

$$\begin{aligned}
 \{\ddot{u}\} &= \left\{ \begin{array}{c} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \\ \ddot{u}_3 \\ \ddot{u}_4 \\ \ddot{u}_5 \\ \ddot{z}_h \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{h}_s \\ \ddot{h}_p \\ \ddot{h}_a \\ \ddot{h}_d \\ \ddot{h}_x \\ \ddot{h}_t \\ \ddot{h}_b \\ \ddot{h}_h \end{array} \right\} &
 \{\dot{u}\} &= \left\{ \begin{array}{c} \dot{u}_1 \\ \dot{u}_2 \\ \dot{u}_3 \\ \dot{u}_4 \\ \dot{u}_5 \\ \dot{z}_h \\ \dot{\theta} \\ \dot{h}_s \\ \dot{h}_p \\ \dot{h}_a \\ \dot{h}_d \\ \dot{h}_x \\ \dot{h}_t \\ \dot{h}_b \\ \dot{h}_h \end{array} \right\} &
 \{u\} &= \left\{ \begin{array}{c} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \\ u_5 \\ z_h \\ \theta \\ h_s \\ h_p \\ h_a \\ h_d \\ h_x \\ h_t \\ h_b \\ h_h \end{array} \right\}
 \end{aligned}$$

APENDICE F – Auto vetores do sistema

	ω_1	ω_2	ω_3	ω_4	ω_5	ω_6	ω_7	ω_8	ω_9	ω_{10}	ω_{11}	ω_{12}	ω_{13}	ω_{14}	ω_{15}
u₁	0.0000	-0.0070	0.0000	0.0051	-0.0051	0.0000	0.0000	-0.0032	-0.0032	-0.0015	0.0015	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
u₂	0.0000	-0.0043	0.0000	0.0020	-0.0020	0.0000	0.0000	-0.0052	0.0052	0.0040	-0.0040	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
u₃	0.0000	0.0000	0.0000	0.0063	-0.0063	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0050	0.0050	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
u₄	0.0000	0.0043	0.0000	0.0020	-0.0020	0.0000	0.0000	0.0052	-0.0052	0.0040	-0.0040	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
u₅	0.0000	0.0070	0.0000	-0.0051	0.0051	0.0000	0.0000	-0.0032	0.0032	-0.0015	0.0015	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
Z_h	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
e	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
h_s	-0.0001	0.0000	0.0001	0.0000	0.0000	-0.0088	0.0088	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	-0.0001	0.0000	0.0000
h_p	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0008	-0.0008	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0004	0.0004	0.0000	0.0000
h_a	0.0012	0.0000	-0.0012	0.0000	0.0000	-0.0001	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0002	0.0002
h_d	-0.0051	0.0000	0.0051	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0002	-0.0002	0.0047	-0.0047
h_x	-0.0089	0.0000	0.0089	0.0000	0.0000	0.0002	-0.0002	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	-0.0001	-0.0010	0.0010
h_t	0.0003	0.0000	-0.0003	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0003	0.0003	0.0000	0.0000
h_b	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0002	-0.0002	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0053	-0.0053	0.0000	0.0000
h_h	-0.0003	0.0000	0.0003	0.0000	0.0000	-0.0006	0.0006	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0027	0.0027	0.0000	0.0000

APÊNDICE G – Código da rotina computacional

```
close all
clc
clear all
%definir as propriedades aqui
%massas e inércias
m1=113.5;
m2=113.5;
m3=113.5;
m4=113.5;
m5=113.5;
M=7320;
I=12890;
ms=4.537;
mp=27.23;
ma=5.921;
md=0.455;
mx=1.362;
mt=32.762;
mb=6.82;
mh=5.45;

%rigidezes
k1=104000;
k2=104000;
k3=104000;
k4=104000;
k5=104000;
kl=304147;
ks=29430;
kp=25500;
ka=8770;
kd=8770;
kx=8770;
kc=52600;
kt=8770;
kb=52600;
kh=52600;
kw=613000;
kf=2500000;
kf0=0;

%amortecimentos
b1=22520;
b2=22520;
b3=22520;
```



```

0          0          0          0          0
0          0          b1*11/I  b2*12/I  b3*13/I  b4*14/I  b5*15/I
0          0          -(b1*11^2+b2*12^2+b3*13^2+b4*14^2+b5*15^2)/I
0          0          0          0          0
0          0          0;
0          0          0          0          0
0          0          ks/ms          0          0
0          0          kp/ms          0          0          0
-(ks+kp)/ms          0          0          0          0
0          0          0          0          0          0
0          0          bs/ms          0          0
-(bs+bp)/ms          bp/ms          0          0          0
0          0          0;
0          0          0          0          0
0          0          0          0          0
kp/mp          -(kp+ka+kb)/mp          ka/mp          0          0
0          0          kb/mp          0          0          0          0
0          0          0          0          0
bp/mp          -(bp+ba+bb)/mp          ba/mp          0          0
0          0          bb/mp          0;
0          0          0          0          0
0          0          ka/ma          -(ka+kd)/ma          kd/ma          0
0          0          0          0          0          0          0
0          0          0          0          0
0          0          ba/ma          -(ba+bd)/ma          bd/ma          0
0          0          0          0;
0          0          0          0          0
0          0          0          kd/md          -(kd+kx)/md          kx/md
0          0          0          0          0          0          0
0          0          0          0          0
0          0          0          bd/md          -(bd+bx)/md          bx/md
0          0          0;
0          0          0          0          0
0          0          0          0          kx/mx          -(kx+kt)/mx
0          0          0          0          0          0
kt/mx          0          0          0          0          0
0          0          0          0          0          0
0          0          0          0          bx/mx          -(bx+bt)/mx
bt/mx          0          0;
0          0          0          0          0
0          0          0          0          0          kt/mt          -
0          0          0          0          0          0          0
0          0          0          0          0          0          0
0          0          0          0          0          0          0
-(bt+bc)/mt          bc/mt          0;
0          0          0          0          0          0
0          0          0          0          0          0
0          0          kb/mb          0          0          0

```

```

kc/mb      -(kb+kc+kh)/mb   kh/mb      0      0      0
0          0                0                0                0
0          bb/mb           0                0                0
bc/mb      -(bb+bc+bh)/mb   bh/mb;
0          0                0                0                0
0          0                0                0                0
0          0                0                0                0
0          kh/mh           -kh/mh      0                0                0
0          0                0                0                0
0          0                0                0                0
0          bh/mh           -bh/mh];

```

%matriz com a consideração da rigidez do solo

```

A2=[ 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0;
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0;
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0;
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0;
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0;
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0;
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0;
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0;
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1;
-(k1+k1+kw+kf)/m1   k1/m1                0                0
0                   k1/m1                (k1*11)/m1
0                   0                    0                0
0                   0                    0                0
0                   b1/m1                b1*11/m1
0                   0                    0                0
0                   0                    0;
k1/m2               -(k2+2*k1+kw+kf)/m2   k1/m2                0
0                   k2/m2                (k2*12)/m2
0                   0                    0                0
0                   0                    0                0
0                   0                    0                0
0                   b2/m2                b2*12/m2
0                   0                    0                0
0                   0                    0;
0                   k1/m3               -(k3+2*k1+kw+kf)/m3   k1/m3
0                   k3/m3                (k3*13)/m3
0                   0                    0                0
0                   0                    0                0
0                   0                    0                0
0                   b3/m3                b3*13/m3
0                   0                    0                0
0                   0                    0;

```



```

0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
1/m1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
0 1/m2 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
0 0 1/m3 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
0 0 0 1/m4 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
0 0 0 0 1/m5 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
0 0 0 0 0 1/M 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
0 0 0 0 0 0 1/I 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
0 0 0 0 0 0 0 1/ms 0 0 0 0 0 0 0 0;
0 0 0 0 0 0 0 0 1/mp 0 0 0 0 0 0 0;
0 0 0 0 0 0 0 0 0 1/ma 0 0 0 0 0 0;
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1/md 0 0 0 0 0;
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1/mx 0 0 0 0;
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1/mt 0 0;
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1/mb 0;
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1/mh];

%definindo o passo de tempo e o tempo total (ou numero total de
passos)

deltat = 0.0001;
T=50000;
%matriz identidade e vetor para alocar tempo
Id = eye(30);
t(T)=0;
%vetores de estado para matriz sem rigidez e com rigidez do solo
x(30,T)=0;

x2(30,T)=0;

%vetores de força e do perfil sinuoso
F(30,T)=0;
z(1,T)=0;
z2(1,T)=0;
z3(1,T)=0;
z4(1,T)=0;
z5(1,T)=0;

%vetor para o perfil de lombada
y(5,T)=0;
%vetores onde serão alocados os vetores derivados de estado

vel = zeros(30,T);

vel2 = zeros(30,T);
%vetor com as diferentes velocidades do veículo
velocidades=[10/3.6,20/3.6,40/3.6,34.92/3.6];

```

```

%este loop é para calcular os vetores de estado, e vetor
derivado de estado
%para as diferentes velocidades que se desejar
for q=1:4
    V = velocidades(q);

%nesto loop se vai preencher o vetor com perfil da lombada

delay = 1;
for i = 2:T
    t(i) = (i - 1) * deltat;
    for j = 1:5
        if t(i) < (j - 1) * tau + delay
            y(j, i) = 0;
        elseif t(i) <= (j - 1) * tau + (w / V) + delay
            y(j, i) = h * sin(pi * (V / w) * (t(i) - (j - 1) *
tau - delay));
        else
            y(j, i) = 0;
        end
    end
end

%este loop calcula os vetores de estado e vetor derivado de
estado
for i=1:(T-1)
    %tempo sendo definido a cada passo de tempo
    t(i+1)=i*deltat;

%perfil sinuoso sendo calculado a cada passo de tempo
    z(i+1)=h*sin(2*pi*(V/w)*t(i+1));
    z2(i+1)=h*sin(2*pi*(V/w)*(t(i+1)+tau2));
    z3(i+1)=h*sin(2*pi*(V/w)*(t(i+1)+tau3));
    z4(i+1)=h*sin(2*pi*(V/w)*(t(i+1)+tau4));
    z5(i+1)=h*sin(2*pi*(V/w)*(t(i+1)+tau5));

%definição do vetor de forças
F(16,i+1)=(k1)*z(i+1);
F(17,i+1)=(k2)*z2(i+1);
F(18,i+1)=(k3)*z3(i+1);
F(19,i+1)=(k4)*z4(i+1);
F(20,i+1)=(k5)*z5(i+1);

%    F(16,i+1)=(k1)*y(1,i+1);
%    F(17,i+1)=(k2)*y(2,i+1);
%    F(18,i+1)=(k3)*y(3,i+1);
%    F(19,i+1)=(k4)*y(4,i+1);

```

```

%      F(20,i+1)=(k5)*y(5,i+1);

%      F(21,i+1)=-g*M;

%      F(:,i+1)=0;
%      F(21,i+1)=g;

% aplicação de runge kutta

%calculo dos vetore sem considerar a rigidez do solo
dxdt=A*x(:,i)+ B*F(16:30,i);
con1=deltat*dxdt;
con2=deltat*(A*(x(:,i)+0.5*con1)+ B*F(16:30,i));
con3=deltat*(A*(x(:,i)+0.5*con2)+ B*F(16:30,i));
con4=deltat*(A*(x(:,i)+con3) + B*F(16:30,i));
x(:,i+1)=x(:,i)+(1/6)*(con1+2*con2+2*con3+con4);

vel(:,i+1) = (x(:,i+1)-x(:,i))/deltat;

%calculo dos vetores considerando a rigidez do solo
dxdt2=A2*x(:,i)+ B*F(16:30,i);
kon1=deltat*dxdt2;
kon2=deltat*(A2*(x2(:,i)+0.5*kon1)+ B*F(16:30,i));
kon3=deltat*(A2*(x2(:,i)+0.5*kon2)+ B*F(16:30,i));
kon4=deltat*(A2*(x2(:,i)+kon3) + B*F(16:30,i));
x2(:,i+1)=x2(:,i)+(1/6)*(kon1+2*kon2+2*kon3+kon4);

vel2(:,i+1) = (x2(:,i+1)-x2(:,i))/deltat;

end

%%calculo da densidade espectral de potencia
% fs = (1/deltat); % taxa de amostragem (em Hz)
% N = T; % numero de amostras
% t = (0:N-1) / fs; % vetor de tempo
%
% % calcular a DEP
% psd = abs(fft((vel(30,:)))).^2 / (N * fs);
% psd2 = abs(fft((vel2(30,:)))).^2 / (N * fs);
%
% % calcular as frequências correspondentes
% frequencias = 0:fs/N:fs/2;
%
%
% % Plotar a DEP

% figure(5)
%%plotagem em escala logarítmica da DEP

```

```

% loglog(frequencias,psd2(1:N/2+1));
% hold on
% xlim([0.1,20])
% xticks([0.1, 0.2, 0.5, 1, 2, 5, 10, 20]);
% xlabel('Frequency (Hz)')
% ylabel('aceleração da cabeça (m/s^2)')
% title('Densidade espectral de potência')

%plotar propriedades desejadas no tempo aqui
figure(111)
plot(t,x(15,:)-x(14,:));
hold on

title('deslocamento entre cabeça e costas');
xlabel('tempo (s) ');
ylabel('deslocamento (m) ');

end

% hold off
legend({'10km/h','20km/h','40km/h','34.92km/h'});

%plotar gráficos remanescentes quando se considera apenas 1
velocidade

% figure (59)
% plot(t,z,t,z2,t,z3,t,z4,t,z5);
% xlabel('tempo (s) ');
% ylabel('perfil (m) ');

% figure(1)
% plot(t,x(6,:));
% hold on
% plot(t,x2(6,:));
% title('deslocamento do chassis');
% xlabel('tempo (s) ');
% ylabel('deslocamento (m) ');
% legend({'sem rigidez','com rigidez'});
% hold off

```