



**GABRIEL CAMARGOS SANTOS
KLAUS HUBERT ALVES RODRIGUES**

**AUTOMATIZAÇÃO DO DIMENSIONAMENTO DE LAJES
MACIÇAS DE CONCRETO ARMADO COM PLANILHAS**

**LAVRAS-MG
2023**

**GABRIEL CAMARGOS SANTOS
KLAUS HUBERT ALVES RODRIGUES**

**AUTOMATIZAÇÃO DO DIMENSIONAMENTO DE LAJES MACIÇAS DE
CONCRETO ARMADO COM PLANILHAS**

Monografia apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Curso de Engenharia Civil, para obtenção do título de Bacharel.

Prof. D.Sc. Ígor José Mendes Lemes
Orientador

**LAVRAS-MG
2023**

**GABRIEL CAMARGOS SANTOS
KLAUS HUBERT ALVES RODRIGUES**

**AUTOMATIZAÇÃO DO DIMENSIONAMENTO DE LAJES MACIÇAS DE
CONCRETO ARMADO COM PLANILHAS**

**AUTOMATION OF THE SOLID REINFORCED CONCRETE SLABS DESIGN
WITH SPREADSHEETS**

Monografia apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Curso de Engenharia Civil, para obtenção do título de Bacharel.

APROVADA em 2 de março de 2023.
D.Sc. Ígor José Mendes Lemes UFLA
D.Sc. Maykmiller Carvalho Rodrigues UFLA
D.Sc. Rafael Santos de Moraes UFLA



Prof. D.Sc. Ígor José Mendes Lemes
Orientador

**LAVRAS-MG
2023**

AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradecemos à Deus, pelo dom da vida, pela oportunidade que nos surgiu de cursar engenharia civil, pelos obstáculos vencidos durante a graduação e e pala conclusão do curso.

Aos nossos Pais, Geiza Alves Pacheco Rodrigues Barbosa, Klaus Hubert Rodrigues Barbosa, Zilma Camargos Figueiredo, Isadora Camargos Pacheco pelo companheirismo e parceria durante a realização do curso, além do tempo e dinheiro investidos em nossa educação e futuro.

Aos professores da Universidade Federal de Lavras-MG, por todos os ensinamentos e experiências passados, e principalmente por dedicar esse tempo ministrando aulas com muito amor e carinho.

Aos colegas de graduação, pela companhia, companheirismo e tamanha alegria durante a graduação.

À UFLA, pela estrutura e qualidade de ensino proporcionada para os estudantes da graduação.

RESUMO

As edificações devem ser construídas de acordo com projetos estruturais realizados por profissionais da área. Contudo, os projetos estruturais demandam uma considerável quantidade de cálculos e limites normativos que devem ser realizados. Portanto, engenheiros estruturais utilizam *softwares* para realizar essas contas e as verificações normativas, no entanto os *softwares* são caros e nem sempre são configurados adequadamente. Por isso, a proposta do presente trabalho é realizar uma automatização no dimensionamento de lajes maciças de concreto armado de forma simples, rápida, eficiente e gratuita, fazendo as verificações normativas. Uma premissa importante no trabalho e um diferencial de todos os *softwares* e outros trabalhos relacionados é o comparativo de bitolas e espaçamento da armadura em uma única tabela, não sendo necessário qualquer outro tipo de cálculo. Dessa maneira é possível escolher a bitola e o espaçamento entre barras de aço mais econômicas e seguras para cada situação. Através dos exemplos de aplicação, foi possível perceber que as tabelas funcionam, demonstrando eficácia nos resultados com rapidez e segurança.

Palavras-chave: Dimensionamento. Tabelas de Dimensionamento. Verificações Normativas em Lajes. Concreto Armado. Laje Maciça.

Sumário

1.	INTRODUÇÃO	1
1.1	Considerações Gerais	1
1.2	Motivação	1
1.3	Objetivos.....	2
2	REFERENCIAL TEÓRICO.....	3
2.1	Estado da arte	3
2.2	Procedimento de cálculo.....	4
2.2.1	Verificações dos limites definidos por norma de projeto vigente.....	4
2.2.1.1	Diâmetro máximo	4
2.2.1.2	Condição de ductilidade	4
2.2.1.3	Área de aço mínima	6
2.2.1.4	Área de aço máxima	9
2.2.1.5	Espaçamentos mínimo e máximo	9
2.2.2	Critério de dimensionamento	9
2.2.2.1	Momento fletor.....	10
2.2.2.2	Esforço cortante	11
2.2.2.3	Flecha	13
3.	METODOLOGIA	18
3.1	Momento Fletor	18
3.2	Esforço Cortante.....	21
3.3	Flechas	21
4.	ANÁLISE DE RESULTADOS	23
4.1	Momento fletor.....	23
4.2	Esforço cortante	25
4.3	Flecha	26
4.4	Exemplos de aplicação.....	30
4.4.1	Conjunto de lajes definido por Pinheiro (2007).....	30
4.4.2	Conjunto de lajes definido por Carvalho e Figueiredo Filho (2014)	37
5.	CONCLUSÃO	41
6.	REFERÊNCIAS	43

1. INTRODUÇÃO

Este capítulo tem como intuito a realização de uma breve introdução ao tema, além de evidenciar a motivação e definir os objetivos do presente trabalho.

1.1 Considerações Gerais

Segundo Araújo (2014), as lajes são elementos estruturais bidimensionais, que recebem as cargas de utilização das edificações, aplicadas nos pisos, e distribuem para as vigas de apoio. As vigas transmitem as cargas aos pilares e, por meio deles, o carregamento chega até as fundações. Existem outros tipos de concepção, entretanto, este é um arranjo estrutural comumente utilizado nas edificações.

Dentre os modelos de lajes tem-se as lajes maciça e de acordo com Bastos (2021) a definição de laje maciça é aquela que tem toda a extensão da sua altura composta por concreto, além de possuir armaduras longitudinais de flexão e caso necessário, armaduras transversais. Tendo em vista esse elemento, a NBR 6118 (ABNT, 2014) prescreve a metodologia para realizar o dimensionamento, que é amplamente utilizado. Onde, tais cálculos partem desde o pré-dimensionamento até as verificações de segurança, que tem como objetivo garantir condições mínimas de segurança e sensibilidade sensorial da estrutura.

Vale salientar que, por um tempo considerável, tais dimensionamentos foram elaborados de forma manual utilizando métodos simplificados de cálculo e análise, fazendo com que o responsável investisse tempo e atenção maiores do que nos dias atuais. Porém, com a evolução da informática e maior acessibilidade a utilização de computadores, os projetos estruturais podem ser executados por *softwares*, que realizam o dimensionamento em uma parcela de tempo muito pequena. Tendo isso em vista, fica nítido a importância dessa tecnologia estar atrelada também ao processo de graduação, com o intuito de facilitar as análises dos processos de cálculos manuais.

1.2 Motivação

Como mencionado anteriormente, os cálculos de lajes maciças em concreto armado podem ser realizados de forma manual, porém, demandam um certo tempo e ainda aumentam a probabilidade de erro durante o processo. Para sanar essa necessidade, pode-se optar pela

utilização de *softwares* específicos para cálculo estrutural. Contudo, o acesso a estes programas tem um custo financeiro significativo, em alguns casos, mostra ser necessário adquirir cursos para o aprendizado da ferramenta de forma concomitante.

Tendo isso em vista, surgiu o desenvolvimento das tabelas, que podem ser utilizadas para auxiliar professores e alunos durante a graduação, bem como profissionais atuantes da área nas análises de lajes maciças de forma rápida, segura, objetiva e gratuita.

1.3 Objetivos

O presente trabalho visa elaborar tabelas, capazes de relacionar o momento fletor e força cortante solicitantes com o espaçamento e bitolas das armaduras necessárias, bem como verificar o deslocamento vertical (flecha), para o dimensionamento de lajes maciças de concreto armado conforme as prescrições da NBR 6118 (ABNT, 2014), sendo que as tabelas dimensionam lajes maciças de forma rápida, segura e gratuita. Através da utilização de planilhas eletrônicas, é gerada uma série de tabelas capazes de relacionar o momento fletor e força cortante resistentes, com espaçamento e bitolas das armaduras adotadas. Além disso, as planilhas também são capazes de gerar tabelas que verificam o deslocamento vertical (flecha) em cada tipo de laje via coeficientes de Bares, de acordo com os vãos analisados. Dessa forma, o trabalho busca facilitar os processos de cálculo e análises para tomada de decisões durante o dimensionamento de lajes maciças. Outro objetivo deste trabalho é colaborar com o processo de aprendizagem durante a graduação dos discentes, bem como auxiliar na elaboração de eventuais projetos estruturais

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Esse capítulo tem como objetivo a realização de uma revisão bibliográfica, abordando procedimentos de cálculo, verificações normativas e assuntos relacionados ao tema do trabalho. Assim, fundamentando a metodologia a ser discutida no próximo capítulo.

2.1 Estado da arte

Jaeger (2014) elaborou tabelas, por meio de planilhas eletrônicas, que determinavam a espessura mínima de lajes maciças, para atenderem aos estados limites de deformação excessiva, bem como as armaduras necessárias. Contudo, tais tabelas foram limitadas para a análise de lajes armadas em uma só direção, bem como atenderem somente a variação da classe de concreto do C25 ao C35.

Fridman (2021) desenvolveu um aplicativo para dimensionar lajes maciças, pensado unicamente na aplicabilidade para dispositivos móveis. Tal produto proporcionou dados ligados ao dimensionamento e detalhamento dos elementos estruturais. No entanto, algumas limitações foram destacadas pelos próprios autores, tais como os casos de lajes com dois bordos livres adjacentes e lajes armadas em duas direções com um bordo livre. Já Santos (2019) desenvolveu via Microsoft Office Excel® (Excel) uma ferramenta similar.

Nessa mesma linha, Foletto (2011) elaborou um programa, utilizando o *Visual Basic* como linguagem de programação. Neste trabalho foi feito o projeto de lajes maciças em concreto armado através do método plástico para o ELU e, do método elástico, para o ELS. Ressalta-se que, assim como Jaeger (2014), todo o programa foi elaborado seguindo as recomendações da NBR 6118 (ABNT, 2007).

Nesse contexto, fica nítido a existência de algumas formas de apresentar resultados para dimensionamentos de lajes maciças. Contudo, ainda falta uma ferramenta que traz o dimensionamento manual rápido, com uma comparação entre as bitolas disponíveis e com todas verificações normativas. Tal procedimento facilita a visualização do modelo mais econômico em termos de armadura, que é um dos objetivos do presente trabalho. Outro ponto importante, é a possibilidade de auxílio na conferência de resultados obtidos numericamente.

2.2 Procedimento de cálculo

O procedimento de cálculo realizado durante o trabalho foi separado em dois critérios: o dimensionamento e as verificações dos dados obtidos no dimensionamento. As verificações são realizadas em âmbito normativo analisando os valores limites máximos e mínimos definidos pela NBR 6118 (ABNT, 2014), os quais foram obedecidos em todo desenvolvimento do trabalho. Já o dimensionamento apresenta o procedimento de cálculo utilizado para a construção das planilhas e suas tabelas, excluindo os valores que não respeitam os limites normativos.

2.2.1 Verificações dos limites definidos por norma de projeto vigente

Neste item são definidas as condições e valores limites impostos pela NBR 6118 (ABNT, 2014).

2.2.1.1 Diâmetro máximo

Segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014), o diâmetro máximo que pode ser utilizado para armadura de flexão não deve ser superior a um oitavo da altura do elemento estrutural, conforme definido na Equação 1.

$$\phi_{max} \leq \frac{h}{8} \quad (1)$$

Sendo ϕ_{max} diâmetro máximo da armadura e h a altura da laje.

2.2.1.2 Condição de ductilidade

A condição de ductilidade garante que o elemento de concreto armado dê sinais de que está em processo de falha antes do rompimento, dentre estes sinais estão: deformação e fissuração excessivas. Estes sinais são de extrema importância para que medidas de recuperação estrutural possam ser tomadas antes do colapso, fazendo um reforço estrutural, por exemplo. Segundo Pinheiro (2007), o elemento estrutural dimensionado inadequadamente, acima do limite de ductilidade, apresentará rompimento abrupto sem aviso prévio aos ocupantes da edificação.

Durante o procedimento de cálculo que será apresentado na metodologia, tópico 3.2, é possível identificar quando o limite de ductilidade é ultrapassado e assim, o processo deve ser interrompido ou corrigido.

2.2.1.3 Área de aço mínima

Toda edificação a ser construída deve ser dimensionada para resistir aos esforços solicitantes e garantir segurança do elemento estrutural. A fim de garantir a segurança, a NBR 6118 (ABNT, 2014) propõe a utilização de uma taxa de armadura mínima, essa utilização é necessária para garantir uma melhor distribuição de esforços solicitantes, garantindo assim que o elemento não se rompa onde não há armadura.

No entanto, a taxa de armadura mínima é calculada através do momento fletor mínimo ($M_{d,min}$). O momento fletor mínimo é definido como momento fletor para a fissuração do concreto no estado limite último (ELU). Através do momento fletor mínimo é calculada a área de aço mínima, e por fim, ao dividir a área de aço mínima pela área de concreto, tem-se a taxa de armadura mínima. No entanto, a NBR 6118 (ABNT, 2014) exige que a taxa de armadura mínima não deve ser inferior à taxa mínima absoluta de 0,15%. A mesma norma mostra uma tabela de taxa de armadura mínima definindo alguns parâmetros como a relação entre a altura útil e a altura do elemento estrutural (d/h), como essa relação nem sempre é verdadeira, a taxa de armadura mínima deve ser calculada seguindo os passos apresentados e não analisando a tabela apresentada pela norma.

O momento fletor mínimo é calculado pela Equação 3, que é formada pelo módulo de resistência elástico da seção transversal bruta de concreto relativo à fibra mais tracionada (W_0) e pela resistência característica superior do concreto à tração ($f_{ctk,sup}$). Estas variáveis são obtidas usando as Equações 4 e 5, respectivamente.

$$M_{d,min} = 0,8 \cdot W_0 \cdot f_{ctk,sup} \quad (3)$$

$$W_0 = \frac{b \cdot h^2}{6} = \frac{100}{6} \cdot h^2 \quad (4)$$

$$f_{ctk,sup} = 1,3 \cdot 0,3 \frac{f_{ck}^{2/3}}{10} \quad (5)$$

Sendo b o comprimento da base do elemento estrutural igual a 100 cm, h a altura do elemento estrutural e f_{ck} a resistência característica do concreto à compressão. Para compatibilizar as unidades, as equações estão em função de kN e cm, com exceção do f_{ck} , disposto em MPa.

Para dimensionar a área de aço devido ao momento fletor mínimo, utiliza-se a Tabela 549 de dimensionamento baseada nos coeficientes k_c e k_s (PINHEIRO, 2007), disponível no Anexo A. Estas tabelas foram criadas com o intuito de acelerar o processo de dimensionamento da área de aço de elementos de concreto armado. Destaca-se que existem equações polinomiais precisas que podem ser utilizadas para a determinação da posição da linha neutra da seção, essencial para o dimensionamento. Porém, em alguns casos, tais polinômios podem apresentar ordem elevada o que dificulta o processo de solução. O parâmetro k_c tem como objetivo simplificar tal condição e fornecer através da aplicação direta da Equação (6), fugindo de eventuais polinômios de ordem elevada. Já o parâmetro k_s , definido na Equação (7), faz uma associação entre a posição da linha neutra, em consulta a Tabela 549, e a área de aço. Note que a altura útil (d) ainda não está definida, por isso não é possível calcular o valor dos referidos parâmetros.

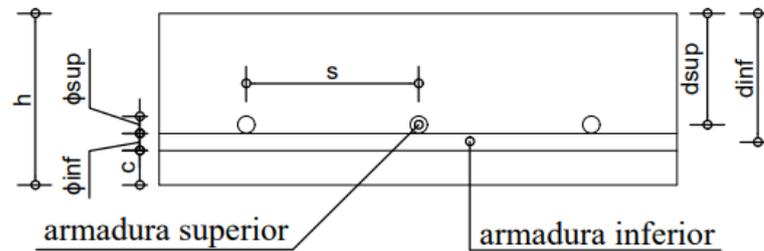
$$k_c = \frac{b \cdot d^2}{M_d} = 100 \cdot \frac{d^2}{M_d} \quad (6)$$

$$k_s = \frac{A_s \cdot d}{M_d} \quad (7)$$

Sendo k_c e k_s parâmetros que indicam a posição da linha neutra e área de aço, respectivamente, M_d o momento fletor solicitante e A_s a área de aço.

A altura útil é definida pela NBR 6118 (ABNT, 2014) como a distância da face comprimida da seção transversal até o centro geométrico da armadura de tração. No contexto das lajes maciças, as armaduras são dispostas em duas direções, assim as barras inferiores são colocadas primeiro, e as barras superiores são colocadas em cima das barras inferiores. Esta diferença no posicionamento das barras gera alturas úteis diferentes, altura útil inferior (d_{inf}) e altura útil superior (d_{sup}), como apresentado na Figura 2. Assim, calculam-se as alturas úteis inferior e superior utilizando as Equações (8) e (9).

Figura 2: Alturas úteis inferior e superior.



Fonte: Os autores (2023)

$$d_{inf} = h - c - \frac{\phi_{inf}}{2} \quad (8)$$

$$d_{sup} = h - c - \phi_{inf} - \frac{\phi_{sup}}{2} \quad (9)$$

Sendo h a altura/espessura do elemento estrutural, c o cobrimento nominal, ϕ_{inf} o diâmetro da armadura inferior e ϕ_{sup} o diâmetro da armadura superior.

Após o cálculo da área de aço devido ao momento fletor mínimo, pode-se determinar a taxa de armadura mínima utilizando a Equação (10). Contudo a taxa de armadura mínima a ser adotada não deve ser inferior a 0,15%. Assim, a taxa de armadura mínima adotada é o maior valor calculado ou 0,15%, dessa maneira a área de aço mínima é calculada através da manipulação da Equação 10. Os valores que não atendem a armadura mínima não devem ser utilizados.

$$\rho_{min} = \frac{A_{s,min}}{b \cdot h} = \frac{A_{s,min}}{100 \cdot h} \quad (10)$$

Sendo ρ_{min} a taxa de armadura mínima e $A_{s,min}$ a área de aço mínima.

2.2.1.4 Área de aço máxima

Segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014), a soma das armaduras de tração e compressão não pode ser maior do que 4% da área de concreto, garantindo sempre as condições de ductilidade. Este limite garante que o elemento não se rompa por ruptura frágil, assim como a própria condição de ductilidade. Como as tabelas de dimensionamento não estão considerando a possibilidade de armadura dupla, a armadura máxima a ser utilizada será relativa apenas da armadura de tração.

A área de concreto a ser calculada depende da largura e altura da seção transversal da laje. Assim, pode-se calcular a área máxima de aço permitida utilizando a Equação (11). As áreas de aço com valores superiores ao máximo normativo não devem ser utilizadas.

$$A_{s,max} = 0,04 \cdot b \cdot h = 0,04 \cdot 100 \cdot h = 4 \cdot h \quad (11)$$

Sendo $A_{s,max}$ a área de aço máxima permitida.

2.2.1.5 Espaçamentos mínimo e máximo

O espaçamento mínimo é utilizado para fins construtivos, tendo grande importância para passagem de materiais e/ou ferramentas entre as barras de aço, como passagem da brita do concreto e vibradores. Através dessa limitação construtiva, a NBR 6118 (ABNT, 2014) determina que o espaçamento mínimo a ser o menor dos seguintes valores: dois centímetros, 1,2 vezes o diâmetro máximo do agregado graúdo, diâmetro da barra, do feixe ou luva, garantindo também a passagem do vibrador.

Tal norma também limita o espaçamento máximo entre barras da armadura principal. O espaçamento máximo garante que o elemento estrutural tenha o aço bem distribuído na seção transversal, assim não acontece a ruptura em uma área com falta de aço. A norma citada limita o espaçamento máximo no menor dos seguintes valores: duas vezes a altura ou vinte centímetros para armaduras principais.

2.2.2 Critério de dimensionamento

Neste item são definidos os procedimentos de cálculos realizados neste trabalho.

2.2.2.1 Momento fletor

O dimensionamento realizado para lajes maciças neste trabalho é auxiliado pela utilização das tabelas de k_c e k_s . Contudo, diferentemente do processo utilizado para calcular a área de aço mínima, no Tópico 2.3.1.3, onde já se tem o momento fletor e assim calcular a área de aço necessária, o processo utilizado é inverso. Assim, tem-se a área de aço e calcula-se o momento resistente da laje. Dessa forma, se faz necessária a manipulação das Equações (6) e (7).

Para realização da manipulação, isolou-se os momentos fletores em ambas equações. Assim, unindo as equações e isolando o valor de k_c , resulta-se na Equação 12.

$$k_c = \frac{b \cdot d}{A_s} k_s \quad (12)$$

A altura útil é calculada pela Equação (8) ou pela Equação (9), dependendo da direção das barras. Como as lajes maciças são dimensionadas como vigas com base equivalente à 100 cm, a área de aço definida está disposta em 1 metro de laje, então para calcular a área de aço utilizou-se as Equações (13) e (14).

$$A_s = \frac{A_\phi}{s} \cdot 100 \quad (13)$$

$$A_\phi = \frac{\phi^2}{4} \cdot \pi \quad (14)$$

Em que A_ϕ é a área de uma barra de aço, s é o espaçamento entre as barras, ϕ o diâmetro da barra de aço. Na Equação 13, o valor 100 representa a largura da seção da laje adotada como um metro.

Os valores de k_c e k_s não são conhecidos, mas eles são correspondentes, isto é, para um certo de valor de k_c tem-se um valor de k_s . Assim, através de um processo iterativo, define-se um valor de k_c e k_s correspondente. Com esses valores encontra-se o momento fletor resistente, fazendo a manipulação da Equação (6) ou (7), resultando na Equação 15.

$$M_d = \frac{100 \cdot d^2}{k_c} = \frac{A_s \cdot d}{k_s} \quad (15)$$

Sendo M_d o momento fletor resistente, d a altura útil, A_s a área de aço e k_c e k_s parâmetros que indicam a posição da linha neutra e área de aço, respectivamente.

2.2.2.2 Esforço cortante

O esforço cortante é um esforço de cisalhamento que acontece nos elementos submetidos a um carregamento, seja pontual ou distribuído, atuando tangencialmente na área da seção transversal dos elementos estruturais. O esforço de cisalhamento na seção transversal do elemento pode ser combatido pela armadura transversal, conhecida como estribo. Contudo não é usual e nem interessante a utilização da armadura transversal nas lajes maciças, pois seria necessário armadura longitudinal em toda seção transversal em cima e em baixo da laje, devido a quantidade e dificuldade de montar as armaduras, o custo de produção seria muito alto, deixando a execução da laje inviável.

Então, para avaliar o quanto a laje resiste ao esforço cisalhante, precisa-se avaliar o quanto o concreto resiste a este esforço isoladamente na seção transversal do elemento. Mas apesar de não ser considerada nenhuma armadura transversal, as armaduras longitudinais ajudam a laje a conseguir maior resistência ao cisalhamento na seção transversal devido ao efeito de pino.

De acordo com Filho (2011), as armaduras longitudinais que compõem a seção transversal do elemento estrutural contribuem na resistência à força cortante resistente da seção, essa contribuição, devido às barras longitudinais, é chamada de efeito de pino.

A NBR 6118 (ABNT, 2014) considera o efeito de pino no cálculo do esforço cortante resistente para lajes maciças e nervuradas, desde que a armadura transversal não exista. A equação utilizada para o cálculo do esforço cortante resistente é representada pela Equação 16.

$$V_{Rd1} = [\tau_{Rd} \cdot K \cdot (1,2 + 40 \cdot \rho_1) + 0,15 \sigma_{cp}] b_w \cdot d \quad (16)$$

Sendo V_{Rd1} a força resistente da laje, τ_{Rd} a tensão resistente de cálculo do concreto à força cortante, K um coeficiente de majoração, ρ_1 a taxa de armadura dentro da área útil de concreto, σ_{cp} é a tensão de protensão na área de concreto, b_w é a largura mínima da seção ao longo da altura útil igual a 100 cm e d é a altura útil.

As considerações feitas para análises das lajes neste trabalho não levam em consideração armaduras protendidas, isto é, a tensão de protensão na área de concreto é equivalente a zero. A tensão resistente de cálculo do concreto à força cortante (τ_{Rd}) é calculada pela Equação (17).

$$\tau_{Rd} = \frac{0,25 \cdot 0,21}{10 \cdot 1,4} \cdot f_{ck}^{2/3} \quad (17)$$

Sendo f_{ck} a resistência característica à compressão do concreto, dada em MPa. Para compatibilizar as unidades e τ_{Rd} está disposto em kN/cm² por isso há o valor 10 no denominador da referida equação.

O coeficiente de majoração K é calculado pela Equação 18, para casos em que pelo menos 50% da armadura inferior chega até o apoio, segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014).

$$K = 1,6 - d \quad (18)$$

Sendo d a altura útil em metros.

A taxa de armadura dentro da área útil de concreto (ρ_1) é calculada pela Equação 19, sendo esse valor não superior à 2% segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014).

$$\rho_1 = \frac{A_{s1}}{b_w \cdot d} \quad (19)$$

Sendo A_{s1} a área da armadura de tração, b_w a largura mínima da seção ao longo da altura útil igual a 100 cm e d a altura útil.

2.2.2.3 Flecha

A NBR 6118 (ABNT, 2014) limita o deslocamento das estruturas por razões sensoriais, efeitos estruturais em serviço e efeitos em elementos não estruturais. Neste trabalho, o deslocamento limite foi definido a partir da aceitabilidade sensorial dos usuários da edificação por deslocamentos visíveis. Assim utiliza-se a Equação (20) para o deslocamento limite, de acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2014).

$$\delta_{lim} = \frac{l}{250} \geq \delta_t \quad (20)$$

Sendo δ_{lim} o deslocamento limite, l o vão menor vão da laje e δ_t o deslocamento total do elemento estrutural.

Por sua vez, o deslocamento limite é comparado com a flecha total do elemento estrutural, sendo que a flecha total deve ser menor que o deslocamento limite. A flecha total é calculada através da Equação (21).

$$\delta_t = (1 + \alpha_f) \cdot \delta_i \quad (21)$$

Sendo δ_i a flecha imediata e α_f o coeficiente devido a fluência do concreto.

O coeficiente devido a fluência do concreto é calculado pela Equação (22). Como visto anteriormente, as lajes maciças dimensionadas neste trabalho não têm armadura dupla, por isso a taxa de armadura adicional devido a armadura dupla (ρ') é igual a zero.

$$\alpha_f = \frac{\Delta\xi}{1 + 50\rho'} \quad (22)$$

Sendo $\Delta\xi$ o coeficiente em função do tempo.

O coeficiente em função do tempo é calculado pela diferença do tempo de uso da edificação pelo tempo de desforma do concreto, assim como mostra a Equação (23). Os coeficientes são determinados pela NBR 6118 (ABNT, 2014), como é mostrado na Tabela 1.

$$\Delta\xi = \xi(t) - \xi(t_0) \quad (23)$$

Sendo $\xi(t)$ o coeficiente em função do tempo relativo ao tempo de uso da edificação e $\xi(t_0)$ o coeficiente em função do tempo relativo à desforma do concreto.

Tabela 1: Coeficiente em função do tempo.

Tabela 17.1 – Valores do coeficiente ξ em função do tempo

Tempo (t) meses	0	0,5	1	2	3	4	5	10	20	40	≥ 70
Coeficiente $\xi(t)$	0	0,54	0,68	0,84	0,95	1,04	1,12	1,36	1,64	1,89	2

Fonte: NBR 6118 (ABNT, 2014)

Já a flecha imediata (δ_i) é definida por PINHEIRO (2007), disponível no Anexo B, pela Equação (24).

$$\delta_i = \frac{\alpha}{100} \cdot \frac{b}{12} \cdot \frac{p \cdot l_x^4}{E_c \cdot I} \quad (24)$$

Sendo α o coeficiente de flechas relativo às dimensões da laje e condições de bordo, b o comprimento da base do elemento estrutural igual a 100 cm, p o carregamento distribuído no elemento estrutural obtido com combinação de ações específica, l_x o menor comprimento da laje, E_{cs} o módulo de elasticidade secante do concreto e I a inércia do elemento.

Pinheiro (2007) adaptou os valores extraídos de Bares (1972) para criar uma tabela de coeficientes de flechas em lajes com carga uniforme (α), resultando no Anexo B. Os coeficientes de flechas utilizados neste trabalho foram retirados do anexo citado, sendo que estes valores dependem da relação entre o maior e menor vão da laje e das condições de bordo.

O módulo de elasticidade secante do concreto (E_{cs}) é calculado pela Equação (25).

$$E_{cs} = \alpha_i \cdot \alpha_e \cdot 560 \sqrt{f_{ck}} \quad (25)$$

Sendo α_i o coeficiente de minoração do módulo de elasticidade, α_e o coeficiente devido ao agregado graúdo do concreto e f_{ck} a resistência característica à compressão do concreto. Para compatibilização das unidades, o valor de E_{cs} está disposto em kN/cm² e o valor de f_{ck} está disposto em MPa.

O coeficiente α_i é calculado pela Equação (26). Enquanto o coeficiente α_e equivale à 1 quando o agregado graúdo é gnaisse e granito, segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014), como esse tipo de agregado é o mais comum no Brasil, o mesmo foi adotado.

$$\alpha_i = 0,8 + 0,2 \cdot \frac{f_{ck}}{80} \leq 1 \quad (26)$$

Sendo α_i o coeficiente de minoração do módulo de elasticidade e f_{ck} a resistência característica do concreto à compressão, disposto em MPa.

A inércia da laje é calculada através da área de aço e da área de concreto, em virtude da baixa influência do elemento de aço no cálculo desta propriedade geométrica este material foi negligenciado no cálculo. Para avaliar o I, é preciso analisar se há ou não formação de fissuras, ou seja, se a laje se encontra no estágio I ou no estágio II. No estágio I, onde não há fissuras, a inércia é calculada pela Equação (27). No estágio II, existe a formação de fissuras, e a região de fissuras não deve ser considerada no cálculo da inércia, portanto é preciso diminuir a inércia da seção transversal da laje. Mas para realizar essa redução da inércia, é necessário conhecer o momento fletor solicitante da laje, por isso as tabelas de dimensionamento consideram apenas o momento de inércia no estágio I.

$$I = \frac{b \cdot h^3}{12} \quad (27)$$

Sendo I a inércia do elemento estrutural no estágio I, b o comprimento da base do elemento estrutural igual a 100 cm e h a altura do elemento estrutural.

A avaliação da formação de fissuras é feita ao comparar o momento fletor solicitante obtida com combinação rara de ações com o momento fletor resistente à fissuração. Se o momento fletor solicitante for menor que o momento fletor resistente à fissuração, não há fissura, e caso o valor solicitante for superior, há fissuras no elemento estrutural e, portanto, a utilização das tabelas de dimensionamento devido as flechas não devem ser utilizadas. A Equação (28) demonstra a inequação que deve ser satisfeita para utilização da tabela, e o momento fletor resistente à fissuras é calculado pela Equação (29).

$$M_{raro} \leq M_r \quad (28)$$

$$M_r = \frac{\alpha_k \cdot f_{ct} \cdot I_c}{y_t} \quad (29)$$

Sendo M_{raro} o momento fletor solicitante feito através da combinação rara, M_r o momento fletor resistente à fissuras, α_k coeficiente igual a 1,5 para seções retangulares, f_{ct} a resistência do concreto à tração, I_c a inércia do elemento estrutural no estágio I e y_t é a distância da face mais tracionada até a posição do centro de gravidade.

Como dito anteriormente, a área de aço é desprezada, logo o momento de inércia do elemento estrutural no estágio I é calculada pela Equação (27), e a distância da face mais tracionada até a posição do centro de gravidade (y_t) é calculada pela Equação (30).

$$y_t = \frac{h}{2} \quad (30)$$

Sendo h a altura do elemento estrutural.

A resistência do concreto à tração ($f_{ct,m}$) é calculada pela Equação (31).

$$f_{ct,m} = 0,03 \cdot f_{ck}^{2/3} \quad (31)$$

Sendo f_{ct} a resistência característica do concreto à tração. f_{ct} está disposto em kN/cm² e f_{ck} está disposto em MPa.

Colocando as Equações (20), (22)-(24) na Equação (21) e isolando o carregamento distribuído na laje (p), tem-se a Equação (32), que consiste no carregamento máximo que a laje suporta.

$$p = \frac{224 h^3 (0,8 + 0,2 \frac{f_{ck}}{80}) \sqrt{f_{ck}}}{(1 + \alpha_f) \alpha \cdot l_x^3} \cdot 100^2 \quad (32)$$

Sendo l_x o menor comprimento da laje analisada. Para compatibilização das unidades, p está disposto em kN/m², f_{ck} está disposto em MPa e h e l_x dispostos em cm.

A comparação realizada deve ser feita com o carregamento quase permanente ou frequente de serviço, segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014). Os valores que são menores que o

peso próprio da laje, devem ser desprezados, e o peso próprio da laje (p_p) é calculado através da Equação (33).

$$p_p = 0,25 h \quad (33)$$

Sendo p_p está disposto em kN/m² e h está disposto em cm.

3. METODOLOGIA

Esse capítulo tem como objetivo descrever os passos de construção de cada tabela de dimensionamento, sendo essas divididas em: Momento Fletor, Esforço Cortante e Flechas.

3.1 Momento Fletor

Para o procedimento de cálculo realizado para o momento fletor resistente da laje, é necessário definir alguns parâmetros como: altura da laje, cobrimento, classe de resistência do concreto, resistência do aço, e qual o diâmetro da armadura inferior. Esses fatores foram descritos na parte superior das tabelas, para melhor análise das características da laje.

Quando as análises são de armadura superior, o diâmetro da armadura inferior estará disposto na parte superior das tabelas. No entanto, quando as análises são da armadura inferior, na parte superior da tabela, no local definido para o diâmetro da armadura inferior será zero, dessa maneira a análise será feita em busca da armadura inferior. O espaço na tabela que mostra se a busca é da armadura inferior ou pela armadura superior é representado na Tabela 2 pela elipse azul.

Tabela 2: Tabela de dimensionamento de momento fletor.

Tabela 1.119						
h	12 cm	C25		CA-50		
c	1,5 cm	obs: a barra de $\phi 5\text{mm}$ é CA-60				
ϕ_{inf}	5 mm					
s (cm)	ϕ (mm)					
	5	6,3	8	10	12,5	16
3	2929	3675	0	0	0	*
4	2277	2887	0	0	0	*
5	1853	2373	3558	0	0	*
6	1558	2012	3049	0	0	*
7	1346	1740	2661	3822	0	*
8	1188	1535	2370	3438	0	*
9	1065	1376	2126	3114	0	*
10	958	1249	1930	2854	0	*
11	-	1136	1769	2618	3750	*
12	-	1050	1636	2422	3501	*
13	-	969	1510	2255	3262	*
14	-	900	1414	2113	3087	*
15	-	847	1320	1989	2907	*
16	-	794	1248	1865	2751	*
17	-	747	1174	1770	2612	*
18	-	-	1109	1672	2467	*
19	-	-	1060	1598	2358	*
20	-	-	1007	1518	2260	*

Os momentos fletores resistentes da laje especificada estão em kN.cm
 Obs.: é necessário fazer a combinação última normal para comparar com os valores calculados acima

(-) não atende armadura mínima
 (0) não atende o limite de ductilidade
 (+) ultrapassa armadura máxima
 (*) bitola da armadura não pode ser utilizada
 (^) espaçamento máximo ultrapassado

Fonte: Os autores (2023)

O último parâmetro a ser definido é a área de aço, calculada pela Equação (13) e (14). Assim, é definido nas tabelas o diâmetro da armadura da direção analisada variando de 5 mm a 16 mm. E o espaçamento entre as barras de aço é definido à esquerda das tabelas, variando de 3 cm a 20 cm. Os diâmetros das barras e o espaçamento entre barras de aço definidos são os mais usuais nas construções, por isso foram escolhidas essas variações. Essas variações de diâmetros e espaçamentos são demonstradas pela Tabela 2, sendo que a elipse vermelha demonstra a variação dos diâmetros da armadura e a elipse amarela demonstra a variação dos espaçamentos.

A altura útil é calculada pela Equação (8) quando a análise é feita a partir da armadura inferior, e pela Equação (9) para análises de armadura superior. Assim é calculado os valores de k_c e k_s , utilizando a Equação (12).

Conhecendo o valor de k_c , é possível conhecer a estimativa do valor da posição da linha neutra (β_x) ao analisar as tabelas de k_c e k_s , disponível no Anexo A. Como descrito no tópico

2.3.1.2, quando a posição da linha neutra ultrapassa o valor de 0,45, não é possível dimensionar elementos à flexão com armadura simples, assim os valores superiores a esse limite são excluídos da tabela e representados pelo número zero (0).

Como descrito anteriormente no tópico 2.3.1.1, as armaduras de flexão devem ter diâmetro respeitada pela Equação (1), quando os diâmetros das armaduras não respeitam esse limite, os valores são excluídos e representados pelo símbolo asterisco (*).

No tópico 2.3.1.4 é definido a área de aço máxima que as lajes podem ter. Assim, os valores de área de aço que não respeitam a Equação (11) são excluídos e representados pelo símbolo positivo (+).

No tópico 2.3.1.3 define taxa de armadura mínima na laje. Manipulando a Equação (10) isolando a área de aço (A_s), é definido a área de aço mínima, quando a área de aço mínima não é respeitada, os valores são excluídos e representados pelo símbolo negativo (-).

Por fim, no tópico 2.3.1.5 define o espaçamento mínimo e máximo que as barras longitudinais das lajes devem respeitar. Como o espaçamento mínimo é dependente de vários fatores, adotou-se o espaçamento mínimo de 3 cm, todavia esse valor não é definitivo e deve ser calculado e desprezado os espaçamentos que não respeitam esse limite. Já o espaçamento máximo depende da altura da laje, que é definido para o procedimento de cálculo, por isso, quando o espaçamento máximo não é respeitado os valores são excluídos e representados pelo símbolo circunflexo (^).

A Tabela 2, colocada acima demonstra alguns valores que foram excluídos, dentre eles estão valores que ultrapassam o limite de ductilidade, representado pelo símbolo zero (0), valores que não atendem a taxa de armadura mínima, representado pelo símbolo negativo (-) e também bitola de armadura que não pode ser utilizado, representado pelo símbolo asterisco (*).

3.2 Esforço Cortante

Para o procedimento de cálculo realizado para o esforço cortante resistente da laje, é necessário definir alguns parâmetros. Como esses parâmetros são os mesmos utilizados para o momento fletor resistente, descrito no tópico 3.2, o formato da tabela é o mesmo, apenas alterando o valor de momento fletor resistente para o esforço cortante resistente.

O esforço cortante resistente é calculado pela Equação (16). Os valores que não respeitam os limites normativos são os mesmos apresentados no tópico 3.2, assim o procedimento de cálculo para excluir tais valores seguem as formulações do tópico citado.

3.3 Flechas

Para calcular e construir as tabelas de dimensionamento de flechas, é preciso definir alguns parâmetros como: altura da laje, classe de resistência do concreto, tipo de laje (conforme Anexo B), período de desforma da laje, deslocamento limite, menor vão da laje e relação do maior com o menor vão da laje (conforme Anexo B). Como esses parâmetros são diferentes dos parâmetros utilizados nos tópicos 3.2 e 3.3, a construção das tabelas de dimensionamento de flechas tem formato diferente.

Como é comum a utilização de formas para estruturas de concreto armado apenas no primeiro mês, o período de desforma utilizado neste trabalho é de um mês. Assim, na Tabela 1, retira-se o valor do coeficiente em função de tempo de 1 mês (período da desforma) e de maior que 70 meses (período de uso da edificação). Dessa forma, utilizando a Equação 22, define-se o coeficiente devido à fluência do concreto com valor equivalente à 1,32.

O deslocamento limite foi definido no tópico 2.3.2.3, representado pela Equação (20). O parâmetro devido ao tipo de laje é definido a partir das condições de bordo da laje, sendo esse definido no Anexo B. Os parâmetros citados anteriormente, período de desforma, deslocamento limite e tipo de laje, juntamente com a altura da laje e classe de resistência do concreto estão alocados na parte superior da tabela. Já os demais parâmetros são definidos de forma diferente, sendo que o menor vão da laje (l_x) é alocado na parte superior das tabelas de dimensionamento de flechas variando 0,25 m de 2,5 metros à 6 metros, enquanto a relação do maior e menor vão da laje está disposto à esquerda das tabelas de dimensionamento de flechas, variando 0,05 de 1,00 à 2,00.

Definidos os parâmetros, é necessário saber se pode ou não utilizar as tabelas de dimensionamento de flechas. Por isso é calculado o momento fletor resistente à fissuras pela Equação (29). Deve-se comparar o momento resistente calculado com o momento fletor devido à combinação rara, caso o momento resistente for maior que o momento solicitante, as tabelas podem ser utilizadas.

Após o conhecimento do uso da tabela ser permitido ou não, calcula-se o carregamento máximo que a laje resiste pela Equação (32). Caso os valores calculados do carregamento máximo sejam inferiores ao peso próprio da laje, calculado pela Equação (33), esses valores são excluídos e representados pelo número zero (0). Ressaltando que é preciso comparar o carregamento máximo calculado com o carregamento devido a combinação frequente de serviço ou pela combinação quase permanente de serviço. Caso o carregamento resistente seja maior que o carregamento solicitante, a laje está dimensionada, caso contrário, é necessário aumentar a classe de resistência ou a altura da laje até que o primeiro caso seja atendido.

4. ANÁLISE DE RESULTADOS

Neste capítulo serão apresentados os resultados finais das tabelas de dimensionamento de momento fletor, esforço cortante e flechas. Esses três tipos de tabela serão demonstrados separadamente, sendo abordados cada caso de exclusão de dados. Por fim, será apresentado um exemplo de aplicação.

4.1 Momento fletor

As tabelas criadas para o momento fletor foram desenvolvidas seguindo a metodologia apresentada no tópico 3.2. Porém, a altura da laje, a classe de resistência do concreto, a resistência do aço, o cobrimento e o diâmetro da armadura inferior (se tiver) foram definidos e apresentados no topo de cada tabela, como é possível identificar na Tabela 3.

Os valores da altura da laje em todas as tabelas apresentadas são oito (8), dez (10), doze (12) e quinze (15) centímetros. Em todas as tabelas são definidos o tipo do aço CA-50, com exceção da barra de 5 mm que é CA-60, e a classe de resistência do concreto que varia em C20, C25 e C30. Além disso, há a variação dos valores do cobrimento, sendo esses: 1,5; 2,0 e 2,5 centímetros. Essa variação de todos esses parâmetros gerou 216 tabelas de dimensionamento de momento fletor, sendo essas tabelas disponíveis no Apêndice A.

No tópico 3.2 é evidenciado que os valores que não respeitam os limites normativos, apresentados no tópico 2.3.1, são excluídos da tabela de dimensionamento, assim esses valores são identificados por símbolos. E em todas as tabelas há uma legenda que identifica o motivo de cada valor ser excluído, como podemos ver na Tabela 3.

Por mais que as tabelas de dimensionamento excluam os valores que não respeitam os limites normativos, apenas um motivo é identificado, mesmo que possam existir outros motivos para a exclusão do valor. Isso acontece porque foi definida uma prioridade para cada limitação, sendo representada a de maior prioridade a de menor prioridade a “bitola da armadura não pode ser utilizada”, “espaçamento máximo ultrapassado”, “não atende a armadura máxima” e “não atende a armadura mínima”, e “não atende o limite de ductilidade”, respectivamente.

Tabela 3: Tabela de dimensionamento de momento fletor.

h	8 cm		C20		CA-50	
c	1,5 cm		obs: a barra de ϕ 5mm é CA-60			
ϕ sup	0 mm					
s (cm)	ϕ (mm)					
	5	6,3	8	10	12,5	16
3	0	0	0	0	*	*
4	1320	0	0	0	*	*
5	1106	0	0	0	*	*
6	939	1184	0	0	*	*
7	819	1034	0	0	*	*
8	729	922	0	0	*	*
9	654	834	1232	0	*	*
10	594	757	1130	0	*	*
11	544	695	1047	0	*	*
12	499	642	968	0	*	*
13	464	598	902	0	*	*
14	431	555	845	1217	*	*
15	406	523	796	1147	*	*
16	380	490	753	1085	*	*
17	^	^	^	^	*	*
18	^	^	^	^	*	*
19	^	^	^	^	*	*
20	^	^	^	^	*	*

Os momentos fletores resistentes da laje especificada estão em kN.cm
 Obs.: é necessário fazer a combinação última normal para comparar com os valores calculados acima

(-) não atende armadura mínima
 (0) não atende o limite de ductilidade
 (+) ultrapassa armadura máxima
 (*) bitola da armadura não pode ser utilizada
 (^) espaçamento máximo ultrapassado

Fonte: Os autores (2023)

Para valores que não atendem a armadura mínima, os valores são excluídos e representados pelo símbolo negativo (-). Quando o limite de ductilidade é ultrapassado, os valores são substituídos pelo número zero (0). O símbolo positivo (+) representa que a armadura máxima é ultrapassada. Quando não se pode utilizar a bitola da armadura, os valores são substituídos pelo símbolo asterisco (*). Por fim, os valores que ultrapassam o espaçamento máximo são excluídos e representados pelo símbolo circunflexo (^).

Os valores que não são limitados pela NBR 6118 (ABNT, 2014), são os momentos fletores resistentes da laje maciça. Para definir qual diâmetro da barra e qual espaçamento utilizar, é preciso calcular o momento fletor solicitante através da combinação última normal. Através do momento fletor solicitante, busca-se nas tabelas de dimensionamento com as

características da laje analisada os primeiros valores imediatamente superiores ao momento fletor solicitante. Identificando a posição desse valor, busca-se o diâmetro da barra no topo da coluna e o espaçamento à esquerda da linha.

Como em uma única tabela são apresentados vários diâmetros de armadura e espaçamentos entre barras, é possível também realizar a comparação destes parâmetros. Dessa maneira é possível identificar qual barra e espaçamento melhor se ajusta para cada situação. Outro ponto importante é a rapidez do dimensionamento, que consiste em comparar os momentos solicitantes com os momentos resistentes tabelados.

4.2 Esforço cortante

Como dito anteriormente no tópico 3.3, a tabela de dimensionamento do esforço cortante tem formato e parâmetros idênticos às tabelas de dimensionamento de momento fletor, assim como as limitações normativas. Contudo, é interessante que a forma de análise seja diferente.

É desejável que os momentos fletores sejam dimensionados antes do esforço cortante, pois a tabela de esforço cortante funcionará como verificação, e não como dimensionamento. Ou seja, para dimensionar a laje devido ao esforço cortante, pode-se utilizar qualquer diâmetro e espaçamento, desde que atendam às solicitações. No entanto, se os momentos fletores estiverem dimensionados, basta buscar na tabela o diâmetro e espaçamento já dimensionados pelo momento fletor e verificar se o esforço cortante resistente é superior ao solicitante.

Como as tabelas de dimensionamento de esforço cortante são similares às tabelas de dimensionamento de momento fletor, as variações de altura, tipo de aço, classe de resistência do concreto, entre outras variações, são iguais. Dessa maneira, gerou-se 216 tabelas de dimensionamento do esforço cortante, sendo essas tabelas disponíveis no Apêndice B.

Como o formato e as variações de parâmetros são as mesmas apresentadas nas tabelas de dimensionamento de momento fletor, os valores excluídos também são os mesmos. Por isso a representação dos valores excluídos são os mesmos apresentados no tópico 4.2.

Como em uma única tabela de dimensionamento de esforço cortante são apresentados vários diâmetros de armadura e espaçamento entre barras, é possível buscar vários esforços cortantes resistentes com diferentes diâmetros e espaçamentos em uma única tabela. Conhecendo o diâmetro da barra e espaçamento dimensionados pelas tabelas de dimensionamento de momento fletor, busca-se nas tabelas de dimensionamento de esforço

cortante os valores resistentes na coluna do diâmetro da barra e na linha do espaçamento, o valor encontrado será o esforço cortante resistente da laje. Esse esforço deve ser comparado com o esforço cortante solicitante devido à combinação última normal.

Devido a comparação ser feita em apenas uma tabela, o dimensionamento devido ao esforço cortante é rápido e seguro, pois os valores que não respeitam os limites normativos não são apresentados na tabela. A Tabela 4 apresenta um exemplo da tabela de dimensionamento de esforço cortante, enquanto as demais tabelas estão no Apêndice B.

Tabela 4: Tabela de dimensionamento de esforço cortante.

h	8 cm		C20		CA-50	
c	1,5 cm		obs: a barra de $\phi 5\text{mm}$ é CA-60			
ϕ_{inf}	0 mm					
s (cm)	ϕ (mm)					
	5	6,3	8	10	12,5	16
3	0	0	0	0	*	*
4	40,2	0	0	0	*	*
5	38,53	0	0	0	*	*
6	37,42	40,37	0	0	*	*
7	36,62	39,11	0	0	*	*
8	36,03	38,16	0	0	*	*
9	35,56	37,43	40,62	0	*	*
10	35,19	36,84	39,67	0	*	*
11	34,89	36,36	38,89	0	*	*
12	34,64	35,95	38,25	0	*	*
13	34,42	35,61	37,7	0	*	*
14	34,24	35,32	37,23	40,18	*	*
15	34,08	35,07	36,82	39,54	*	*
16	33,94	34,85	36,47	38,99	*	*
17	^	^	^	^	*	*
18	^	^	^	^	*	*
19	^	^	^	^	*	*
20	^	^	^	^	*	*
Os esforços cortantes resistentes da laje especificada estão em kN						
Obs.: é necessário fazer a combinação última normal para comparar com os valores calculados acima						
(-) não atende armadura mínima						
(0) não atende o limite de ductilidade						
(+) ultrapassa armadura máxima						
(*) bitola da armadura não pode ser utilizada						
(^) espaçamento máximo ultrapassado						

Fonte: Dos autores (2023)

4.3 Flecha

Recomenda-se que as tabelas de flecha sejam as primeiras a serem utilizadas, pois todo o procedimento de cálculo não leva em consideração a atuação do aço na estrutura. Assim, o limite de deslocamento não está ligado ao dimensionamento do momento fletor e esforço cortante, isto é, se o dimensionamento das flechas resultarem em algum carregamento menor que o carregamento solicitante, é preciso alterar a altura e/ou classe de resistência do concreto,

dessa forma o dimensionamento da armadura em relação ao momento fletor e esforço cortante se torna irrelevante, já que os parâmetros mudam.

O formato utilizado na construção da tabela de dimensionamento da flecha é diferente das demais, porque os parâmetros de avaliação são diferentes. Sendo esses parâmetros: altura da laje, classe de resistência do concreto, tipo de laje, deslocamento limite, tempo de desforma da laje, menor comprimento da laje e reação do maior com o menor vão da laje.

Como citado no tópico 3.4, o tempo de desforma do concreto em todas as tabelas é de um mês, pelo fato de ser mais comum esse tempo de desforma nas obras de concreto armado. No mesmo tópico, fixou-se também o deslocamento limite normativo, sendo representado pela Equação (17). Estes parâmetros são fixos, pois são iguais em todas as tabelas de dimensionamento de flechas, porém, são apresentados na parte superior das tabelas de dimensionamento de flechas, juntamente com outros parâmetros que por sua vez podem variar.

Os parâmetros que podem variar nas tabelas de dimensionamento são fixados na parte superior das tabelas juntamente com os parâmetros fixos, citados acima. Esses parâmetros são: altura da laje, classe de resistência do concreto e tipo de laje. A altura e classe de concreto tem variação idêntica ao apresentado no tópico 4.2. Sendo que os valores apresentados para altura são: oito (8), dez (10), doze (12) e quinze (15) centímetros, enquanto que a classe de resistência do concreto varia em C20, C25 e C30. Ademais, existe a variação do tipo de laje, conforme o Anexo B, os tipos de laje são denominados como: tipo 1, 2A, 2B, 3, 4A, 4B, 5A, 5B E 6. A partir dessas variações, chegou-se a 108 tabelas de dimensionamento de flechas.

Reforçando o que foi apresentado na metodologia, tópico 3.4, é necessário comparar o momento fletor solicitante relativo à combinação rara com o momento fletor resistente à fissuras para saber se pode ou não utilizar as tabelas de dimensionamento das flechas. O momento fletor resistente à fissuração é apresentado na parte superior das tabelas de dimensionamento de flechas, juntamente com os parâmetros fixos e variáveis apresentados anteriormente.

Ainda assim, existem outros parâmetros que são variáveis, porém todas as suas variações são apresentadas na tabela de dimensionamento, sendo eles o comprimento do menor vão da laje, e a relação entre o maior com o menor vão da laje. O comprimento do menor vão é definido na parte superior da tabela, logo abaixo dos demais parâmetros, começando no valor de 2,5 metros até 6 metros, variando de 0,25 metros. Já a relação entre o maior e menor vão, varia a cada 0,05, entre os valores 1,00 e 2,00.

Ao analisar os resultados da laje com menor altura e menor classe de resistência do concreto, apresentada pela Tabela 5, percebe-se que os valores resultantes da avaliação do menor vão igual a 2,5 metros são valores consideráveis de carregamento que a laje suporta sem atingir o limite de deslocamento, por isso não foi adotado valores inferiores à 2,5m.

Para utilizar as tabelas, é necessário definir os parâmetros e ter certeza que a tabela pode ser utilizada, como citado anteriormente. Assim, busca-se os valores de carregamento de acordo com a coluna do menor vão da laje e da linha com o valor da relação entre o menor e maior vão da laje.

As análises feitas através dessa tabela são rápidas, pois basta comparar dois valores na tabela, o momento fletor resistente à fissuras com o momento fletor devido à combinação rara e o carregamento máximo da laje com o carregamento devido à combinação quase permanente de serviço ou à combinação frequente.

Tabela 5: Tabela de dimensionamento de flechas.

h	8 cm		C20	Tipo de Laje		1	desforma em 1 mês				MR	353.66 kN.cm			$\delta_{max} = l/250$	
$\lambda = l_y/l_x$	2,5	2,75	3	3,25	3,5	3,75	4	4,25	4,5	4,75	5	5,25	5,5	5,75	6	
1,00	25	18	14	11	9,2	7,48	6,16	5,14	4,33	3,68	3,15	2,72	2,37	2,07	0	
1,05	22	17	13	10	8,33	6,77	5,58	4,65	3,92	3,33	2,85	2,46	2,14	0	0	
1,10	20	15	12	9,53	7,63	6,2	5,11	4,26	3,59	3,05	2,61	2,26	0	0	0	
1,15	19	14	11	8,82	7,06	5,74	4,73	3,94	3,32	2,82	2,42	2,09	0	0	0	
1,20	18	13	10	8,24	6,6	5,36	4,42	3,68	3,1	2,64	2,26	0	0	0	0	
1,25	16	12	9,83	7,73	6,19	5,03	4,14	3,45	2,91	2,47	2,12	0	0	0	0	
1,30	16	12	9,29	7,3	5,85	4,75	3,92	3,26	2,75	2,34	2	0	0	0	0	
1,35	15	11	8,8	6,92	5,54	4,51	3,71	3,09	2,61	2,21	0	0	0	0	0	
1,40	14	10	8,39	6,6	5,28	4,29	3,54	2,95	2,48	2,11	0	0	0	0	0	
1,45	13	10	8,02	6,31	5,05	4,11	3,38	2,82	2,37	2,02	0	0	0	0	0	
1,50	13	10	7,7	6,06	4,85	3,94	3,25	2,71	2,28	0	0	0	0	0	0	
1,55	12	9,62	7,41	5,82	4,66	3,79	3,12	2,6	2,19	0	0	0	0	0	0	
1,60	12	9,3	7,16	5,63	4,51	3,66	3,02	2,52	2,12	0	0	0	0	0	0	
1,65	11	8,99	6,93	5,45	4,36	3,54	2,92	2,43	2,05	0	0	0	0	0	0	
1,70	11	8,73	6,73	5,29	4,23	3,44	2,83	2,36	0	0	0	0	0	0	0	
1,75	11	8,5	6,55	5,15	4,12	3,35	2,76	2,3	0	0	0	0	0	0	0	
1,80	11	8,28	6,37	5,01	4,01	3,26	2,69	2,24	0	0	0	0	0	0	0	
1,85	10	8,09	6,23	4,9	3,92	3,19	2,63	2,19	0	0	0	0	0	0	0	
1,90	10	7,91	6,09	4,79	3,84	3,12	2,57	2,14	0	0	0	0	0	0	0	
1,95	10	7,75	5,97	4,69	3,76	3,05	2,52	2,1	0	0	0	0	0	0	0	
2,00	10	7,59	5,85	4,6	3,68	2,99	2,46	2,05	0	0	0	0	0	0	0	
> 2,00	7,69	5,78	4,45	3,5	2,8	2,27	0	0	0	0	0	0	0	0	0	

A sobrecarga calculada da laje especificada está em kN/m²

Obs 1: é necessário fazer a combinação frequente ou quase permanente de serviço para comparar com os valores calculados acima

Obs 2: a base de cálculo da tabela consiste na não fissuração da laje, portanto o momento raro, calculado através de combinação rara, não pode ser superior ao MR

(0) não atende o deslocamento máximo considerando somente o peso próprio da laje

Fonte: Os autores (2023)

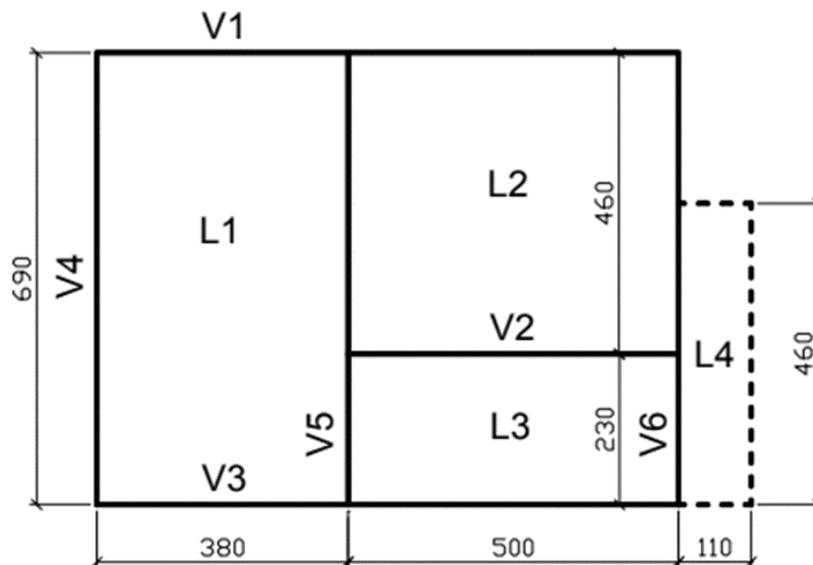
4.4 Exemplos de aplicação

Esta seção tem como objetivo o desenvolvimento de dois exemplos de aplicação, o primeiro retirado da apostila Fundamentos do concreto e projeto de edifícios (PINHEIRO, 2007) e o segundo exemplo foi retirado do livro Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado (CARVALHO E FIGUEIREDO FILHO, 2014). Em ambos os exemplos, os resultados obtidos na literatura com os resultados definidos utilizando as tabelas elaboradas neste trabalho serão comparados.

4.4.1 Conjunto de lajes definido por Pinheiro (2007)

Na Figura 3 é ilustrado o primeiro conjunto de lajes a ser avaliado. O exemplo também fornece as seguintes informações: classe de resistência do concreto C25, aços CA-50 e CA-60 (para fios de bitola igual à 5 mm), cobrimento $c = 2$ cm e espessura da laje $h = 10$ cm.

Figura 3: Vãos até os eixos dos apoios.



Fonte: Pinheiro (2007)

O resultado das áreas de aço devido ao momento fletor positivo de Pinheiro (2007), após efetuar os cálculos manuais para cada esforço, estão apresentados na Tabela 6.

Tabela 6: Resumo das armaduras para os momentos positivos.

Laje	L1		L2		L3	
Tipo de Laje	2B		2A		3	
Direção	x	y	x	y	x	y
Momento fletor característico (kN.cm)	626	180	573	636	279	63
Momento fletor de cálculo (kN.cm)	876	252	802	890	391	88
Diâmetro da armadura (mm)	8	5	8	8	6,3	6,3
Espaçamento (cm)	18	20	17	18	20	33

Fonte: Pinheiro (2007)

Conforme os parâmetros definidos para estas lajes no início do presente tópico, para análises de momentos fletores positivos principais pegou-se a Tabela 7. Através dessa tabela pode-se definir o diâmetro e espaçamento das armaduras positivas principais, ou seja, as armaduras inferiores, essas armaduras são dispostas para combater os maiores momentos fletores, por isso a armadura principal da laje 1 e na laje 3 é disposta na direção x e a armadura principal da laje 2 é disposta na direção y.

Para Laje 1, o momento fletor devido a combinação última normal na direção x, direção da armadura principal, equivale à 876 kN.cm, ao procurar o primeiro valor superior a este momento fletor na Tabela 7, poderiam ser usadas bitolas e espaçamentos de $\phi 5mm$ c/ 8cm (936 kN.cm), (ϕ diâmetro c/ espaçamento.), $\phi 6,3mm$ c/11cm (893 kN.cm), $\phi 8mm$ c/17cm (922 kN.cm). Apesar de haver uma diferença no espaçamento de armaduras com 8mm de diâmetro, ao analisar a tabela, o valor de momento fletor com espaçamento de 18cm é bem próximo do solicitante, essa diferença pode ser explicada por algum arredondamento no processo de cálculo. Seguindo o mesmo raciocínio para lajes 2 e 3, a armadura principal adotada para laje 2 poderiam ser: $\phi 5mm$ c/8cm (936 kN.cm), $\phi 6,3mm$ c/11cm (893 kN.cm) ou $\phi 8mm$ c/17cm (922 kN.cm), e para laje 3: $\phi 5mm$ c/ 13cm (586 kN.cm) e $\phi 6,3mm$ c/20cm (504kN.cm).

Tabela 7: Dimensionamento das armaduras principais.

h	10 cm		C25		CA-50	
c	2 cm		obs: a barra de $\phi 5\text{mm}$ é CA-60			
ϕ_{sup}	0 mm					
s (cm)	ϕ (mm)					
	5	6,3	8	10	12,5	16
3	2244	0	0	0	+	*
4	1762	2208	0	0	0	*
5	1448	1833	0	0	0	*
6	1217	1555	2325	0	0	*
7	1061	1357	2050	0	0	*
8	936	1197	1827	0	0	*
9	832	1073	1638	2367	0	*
10	755	974	1501	2171	0	*
11	692	893	1377	1992	0	*
12	635	819	1273	1861	0	*
13	586	762	1175	1733	0	*
14	-	708	1100	1624	2318	*
15	-	666	1036	1529	2203	*
16	-	624	971	1447	2085	*
17	-	588	922	1361	1981	*
18	-	555	871	1297	1888	*
19	-	530	825	1240	1805	*
20	-	504	790	1178	1731	*
Os momentos fletores resistentes da laje especificada estão em kN.cm						
Obs.: é necessário fazer a combinação última normal para comparar com os valores calculados acima						
(-) não atende armadura mínima						
(0) não atende o limite de ductilidade						
(+) ultrapassa armadura máxima						
(*) bitola da armadura não pode ser utilizada						
(^) espaçamento máximo ultrapassado						

Fonte: Do autor (2023).

Já para as armaduras superiores, que resistem aos menores momentos fletores, é necessário utilizar o diâmetro das barras inferiores no cálculo da altura útil, por isso as tabelas de análises são diferentes. Para resistir ao momento fletor (252 kN.cm) da laje 1, será utilizado a Tabela 85, disponível no Apêndice A, pois nessa tabela há a consideração da armadura inferior igual à 8mm, como Pinheiro (2007) adotou em seus cálculos. Assim chegou-se em bitola e espaçamento igual à $\phi 5\text{mm } c/13\text{cm}$ (525 kN.cm). Agora o resultado se diferencia bastante ao encontrado por Pinheiro, mas essa situação acontece pois a taxa de armadura mínima encontrada pelas tabelas de dimensionamento equivale à 0,15%, porém a NBR 6118 (ABNT, 2014) permite a redução dessa taxa de armadura para algumas situações, como armaduras

positivas em lajes armadas em duas direções. Pinheiro (2007) fez essa consideração no cálculo da armadura mínima, resultando assim em espaçamentos maiores. Para laje 2, a tabela a ser utilizada continua sendo a Tabela 85, contudo o resultado das bitolas e espaçamentos poderiam ser: $\phi 5mm$ c/8cm (833 kN.cm), $\phi 6,3mm$ c/10cm (865 kN.cm) ou $\phi 8mm$ c/17cm (818 kN.cm). Para a laje 3, utilizou-se a Tabela 84, os resultados encontrados se assemelham com os resultados da laje 1, assim como a justificativa da diferença do resultado.

As análises feitas para momentos fletores negativos são similares às análises da armadura positiva. Os valores encontrados pelo cálculo manual de Pinheiro estão representados a seguir pela Tabela 8

Tabela 8: Resumo das armaduras para os momentos negativos.

Laje	L1-L2	L1-L3	L2-L4	L3-L4	L2-L3
Momento fletor característico (kN.cm))	1373	325	843		496
Momento fletor de cálculo (kN.cm)	1922	455	1180		694
Diâmetro da armadura (mm)	10	6,3	10		6,3
Espaçamento (cm)	11	20	20		14

Fonte: Pinheiro (2007)

Pinheiro (2007) considerou todas as armaduras de momentos fletores negativos como armadura inferior, dessa maneira utiliza-se a Tabela 7 para definir as armaduras. Nos Bordos L1-L2, L1-L3, L2-L3, as armaduras encontradas pelas tabelas são as mesmas que Pinheiro (2007) definiu, no entanto, nos bordos L2-L4 e L3-L4, a armadura definida pela tabela é $\phi 10mm$ c/19cm (1240 kN.cm), essa diferença aconteceu por arredondamentos nos cálculos, visto que o momento fletor resistente é bem próximo ao solicitante.

Para análises do esforço cortante, Pinheiro (2007) verificou apenas o bordo com a maior solicitação, um dos bordos da laje 1 comum com as lajes 2 e 3, com um valor de 20,23 kN/m. Como esse esforço está disposto na direção x da laje, a armadura positiva dessa direção servirá de base para análise do esforço cortante resistente da laje, definida pelo Pinheiro $\phi 8mm$ c/18cm. De acordo com os parâmetros definidos, ao buscar na Tabela 9 o valor do

esforço cortante para barra de 8mm com espaçamento de 18cm, encontra-se que a laje resiste ao esforço cortante máximo de 50,02 kN/m, próximo ao valor calculado por Pinheiro que foi de 50,07 kN/m.

Tabela 9: Dimensionamento do esforço cortante.

h	10 cm		C25		CA-50	
c	2 cm		obs: a barra de $\phi 5\text{mm}$ é CA-60			
ϕ_{inf}	0 mm					
s (cm)	ϕ (mm)					
	5	6,3	8	10	12,5	16
3	58,17	0	0	0	+	*
4	54,98	60,25	0	0	0	*
5	53,06	57,21	0	0	0	*
6	51,78	55,18	60,93	0	0	*
7	50,87	53,73	58,59	0	0	*
8	50,18	52,64	56,84	0	0	*
9	49,65	51,8	55,47	61,07	0	*
10	49,23	51,12	54,38	59,36	0	*
11	48,88	50,57	53,49	57,96	0	*
12	48,59	50,11	52,74	56,8	0	*
13	48,34	49,71	52,11	55,82	0	*
14	-	49,38	51,58	54,97	60,46	*
15	-	49,09	51,11	54,24	59,32	*
16	-	48,84	50,7	53,6	58,32	*
17	-	48,61	50,34	53,04	57,43	*
18	-	48,41	50,02	52,53	56,65	*
19	-	48,24	49,73	52,08	55,94	*
20	-	48,08	49,47	51,68	55,31	*

Os esforços cortantes resistentes da laje especificada estão em kN
 Obs.: é necessário fazer a combinação última normal para comparar com os valores calculados acima

(-) não atende armadura mínima
 (0) não atende o limite de ductilidade
 (+) ultrapassa armadura máxima
 (*) bitola da armadura não pode ser utilizada
 (^) espaçamento máximo ultrapassado

Fonte: Do autor (2023).

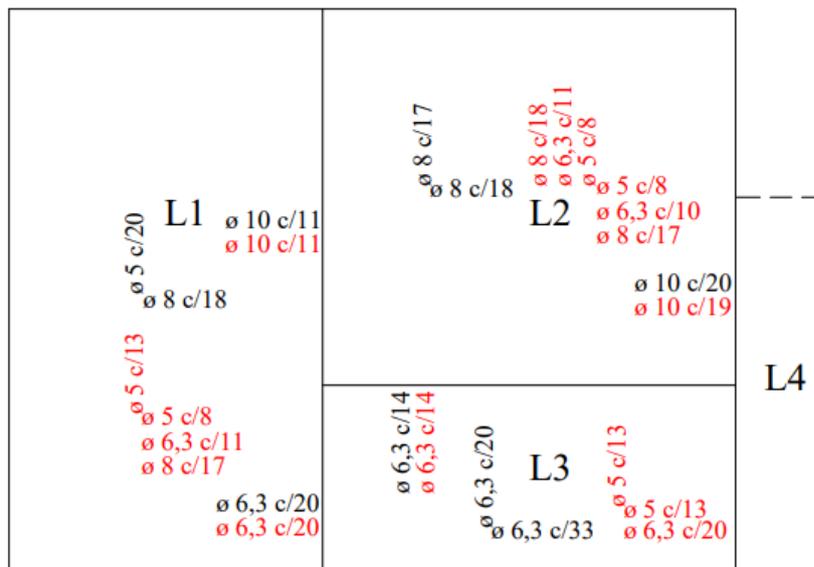
Por fim, Pinheiro analisa a flecha na laje 2 (Tipo 2A), pois a mesma terá a maior flecha. Primeiramente foi calculado o momento fletor solicitante devida à combinação rara (636kN.cm/cm) e comparou esse valor com o momento fletor resistente à fissuras (641kN.cm/cm). Após isso, é calculada a flecha total com período de desforma de 1 mês (0,95cm) e comparado esse valor com a flecha limite ($l/250 = 1,84\text{cm}$).

Para realizar essa análise utilizando as tabelas de dimensionamento de flechas, será utilizado a Tabela 10. O momento fletor resistente a fissuras demonstrada na tabela equivale à 641,24 kN.cm, valor muito próximo ao encontrado por Pinheiro, comparando o momento resistente a fissuras como momento fletor solicitante, chega-se na conclusão que podemos utilizar a tabela.

Portanto, busca-se na tabela o valor aproximado do menor vão da laje (460cm) e a relação entre o menor e o maior vão da laje (1,09), ao buscar o menor vão da laje com o valor de 4,75 metros e a relação entre o menor vão e maior vão da laje com o valor de 1,10, encontra-se 9,31 kN/m², esse valor é menor do que a laje realmente resiste, visto que os valores buscados na tabela estão majorados. No entanto, ao comparar o valor do carregamento resistente com o carregamento devido a combinação frequente de serviço calculada por Pinheiro (2007) (5,4 kN/m²), percebe-se que o carregamento resistente é maior, logo a flecha ocasionada por esse carregamento não ultrapassa o limite normativo.

Para melhor visualização da comparação dos resultados obtidos por Pinheiro (2007) e pelas tabelas de dimensionamento, A Figura 4 evidencia essa situação, sendo que em letras pretas estão os resultados obtidos por Pinheiro (2007) e as letras vermelhas estão os resultados obtidos pelas tabelas de dimensionamento.

Figura 4: Comparação de resultados das armaduras



Fonte: Os autores (2023)

Tabela 10: Dimensionamento das flechas.

h	10 cm		C25	Tipo de Laje	2A	desforma em 1 mês					MR	641,24 kN.cm	$\delta_{\max} = l/250$		
	$\lambda = l_y/l_x$					3	3,25	3,5	3,75	4			4,25	4,5	5
1,00	2,5	2,75	3	3,25	3,5	3,75	4	4,25	4,5	4,75	5	5,25	5,5	5,75	6
	80	60	46	36	29	23	19	16	13	11	10	8,69	7,56	6,62	5,82
	71	53	41	32	26	21	17	14	12	10	8,92	7,7	6,7	5,86	5,16
	1,10	63	48	36	29	23	18	15	13	10	9,31	7,98	6,89	6	5,25
	1,15	57	43	33	26	21	17	14	11	9,89	8,41	7,21	6,23	5,42	4,74
	1,20	52	39	30	23	19	15	12	10	9	7,65	6,56	5,67	4,93	4,31
	1,25	48	36	27	21	17	14	11	9,82	8,27	7,03	6,03	5,21	4,53	3,96
	1,30	44	33	25	20	16	13	10	9,09	7,65	6,51	5,58	4,82	4,19	3,67
	1,35	41	31	24	18	15	12	10	8,45	7,12	6,05	5,19	4,48	3,9	3,41
	1,40	38	29	22	17	14	11	9,51	7,93	6,68	5,68	4,87	4,2	3,65	3,2
	1,45	36	27	21	16	13	10	8,96	7,47	6,29	5,35	4,59	3,96	3,44	3,01
	1,50	34	26	20	15	12	10	8,49	7,08	5,96	5,07	4,34	3,75	3,26	2,85
	1,55	33	24	19	15	12	10	8,06	6,72	5,66	4,81	4,12	3,56	3,1	2,71
	1,60	31	23	18	14	11	9,35	7,7	6,42	5,41	4,6	3,94	3,4	2,96	2,59
	1,65	30	22	17	13	11	8,96	7,38	6,15	5,18	4,41	3,78	3,26	2,84	0
	1,70	29	21	16	13	10	8,61	7,1	5,91	4,98	4,24	3,63	3,14	2,73	0
	1,75	28	21	16	12	10	8,31	6,85	5,71	4,81	4,09	3,5	3,02	2,63	0
	1,80	27	20	15	12	10	8,03	6,61	5,51	4,64	3,95	3,38	2,92	2,54	0
	1,85	26	19	15	11	9,57	7,78	6,41	5,34	4,5	3,82	3,28	2,83	0	0
	1,90	25	19	14	11	9,3	7,56	6,23	5,19	4,37	3,72	3,19	2,75	0	0
	1,95	24	18	14	11	9,04	7,35	6,06	5,05	4,25	3,61	3,1	2,68	0	0
	2,00	24	18	13	10	8,8	7,15	5,89	4,91	4,14	3,52	3,02	2,6	0	0
	> 2,00	16	12	9,72	7,64	6,12	4,97	4,1	3,41	2,88	0	0	0	0	0

A sobrecarga calculada da laje especificada estão em kN/m²

Obs 1: é necessário fazer a combinação frequente ou quase permanente de serviço para comparar com os valores calculados acima

Obs 2: a base de cálculo da tabela consiste na não fissuração da laje, portanto o momento raro, calculado através de combinação rara, não pode ser superior ao MR

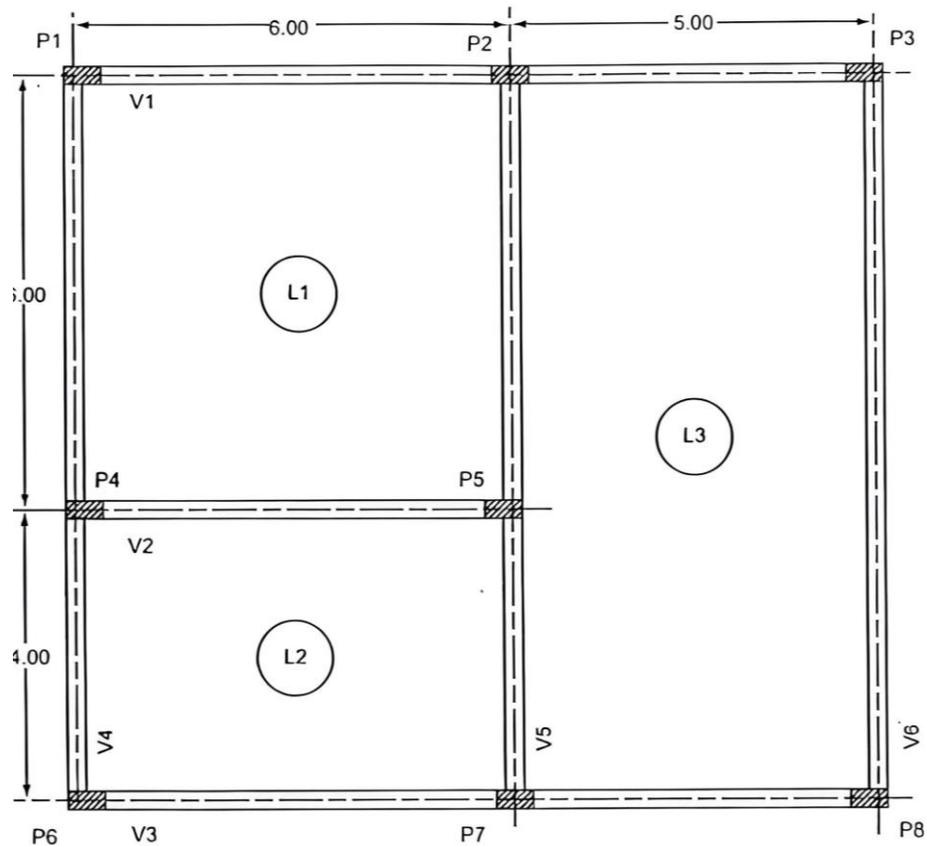
(0) não atende o deslocamento máximo considerando somente o peso próprio da laje

Fonte: Do autor (2023).

4.4.2 Conjunto de lajes definido por Carvalho e Figueiredo Filho (2014)

Na Figura 5 é ilustrado o seguinte conjunto de lajes aqui abordado. Foram consideradas as seguintes informações: concreto C20, aço CA-50 e CA-60 (para fios de bitola igual à 5 mm), cobrimento $c = 2,5$ cm e espessura da laje $h = 12$ cm.

Figura 5: Vãos até os eixos dos apoios.



Fonte: Carvalho e Figueiredo Filho (2014)

O resultado dos momentos fletores de Carvalho e Figueiredo Filho (2014), após efetuar os devidos cálculos, estão apresentados na tabela 11.

Tabela 11: Resumo das armaduras para os momentos positivos.

Laje	L1		L2		L3	
Tipo de Laje	3		3		2B	
Direção	x	y	x	y	x	y
Momento fletor característico (kN.cm)	562	562	428	220	905	206
Momento fletor de cálculo (kN.cm)	787	787	600	308	1267	289
Diâmetro da armadura (mm)	6,3	6,3	6,3	6,3	10	6,3
Espaçamento (cm)	12,5	12,5	17,5	17,5	20	17,5

Fonte: Carvalho e Figueiredo Filho (2014)

A laje 3 tem um momento fletor de cálculo na direção x equivalente à 1267 kN.cm. O momento nessa direção é muito maior do que na direção y, sendo assim, considerou-se como armaduras positivas principais para direção x. Logo, procurando na Tabela 12 momentos fletores superior ao de 1267 kN.cm, fica nítido a possibilidade de serem utilizadas bitolas e espaçamentos de $\phi 8mm\ c/14cm$ (1318 kN.cm) e $\phi 6,3mm\ c/9cm$ (1283 kN.cm). Contudo, este valor destoava do apontado por Carvalho e Figueiredo Filho (2014) em seus cálculos manuais, onde ocorreu a utilização de $\phi 10mm\ c/20cm$, como visto na Tabela 11. Essa diferença advém das considerações realizadas por Carvalho e Figueiredo Filho (2014), que optaram por utilizar uma altura útil de 8 cm para o cálculo de todas as armaduras do conjunto de lajes apresentado. Dessa forma, segundo os autores, possibilitaria que na construção as barras de cada direção fossem posicionadas em qualquer uma das camadas. Por fim, vale salientar que essa diferença de valores é encontrada em todo o conjunto de lajes.

Ademais, em relação ao esforço cortante, Carvalho e Figueiredo Filho (2014) realizaram a verificação para a laje 3, a qual apresenta o maior valor para a reação entre o conjunto de lajes, correspondente a 14,40 kN/m. Nesse caso, a armadura longitudinal inferior adotada por Carvalho é composta de barras de $\phi 10mm\ c/20cm$. Levando isso em conta, ao consultar a Tabela 340, disponível no Apêndice B, o valor encontrado para força resistente de projeto dessa laje é igual a 46,91 kN/m, já o valor calculado por Carvalho e Figueiredo Filho (2014) foi

47kN/m. Assim, fica evidente uma diferença, que acontece por conta de arredondamentos nos cálculos.

Tabela 12: Dimensionamento das armaduras principais.

h	12 cm		C20		CA-50	
c	2,5 cm		obs: a barra de ϕ 5mm é CA-60			
ϕ sup	0 mm					
s (cm)	ϕ (mm)					
	5	6,3	8	10	12,5	16
3	2653	0	0	0	0	*
4	2084	2639	0	0	0	*
5	1713	2171	0	0	0	*
6	1452	1858	2757	0	0	*
7	1256	1621	2431	0	0	*
8	1108	1431	2167	0	0	*
9	993	1283	1962	2816	0	*
10	902	1165	1781	2581	0	*
11	-	1068	1634	2391	0	*
12	-	979	1511	2212	0	*
13	-	911	1407	2061	0	*
14	-	846	1318	1949	2773	*
15	-	790	1230	1819	2626	*
16	-	746	1163	1721	2486	*
17	-	702	1094	1634	2362	*
18	-	-	1042	1557	2251	*
19	-	-	988	1475	2153	*
20	-	-	938	1413	2064	*
Os momentos fletores resistentes da laje especificada estão em kN.cm						
Obs.: é necessário fazer a combinação última normal para comparar com os valores calculados acima						
(-) não atende armadura mínima						
(0) não atende o limite de ductilidade						
(+) ultrapassa armadura máxima						
(*) bitola da armadura não pode ser utilizada						
(^) espaçamento máximo ultrapassado						

Fonte: Os autores (2023)

A flecha calculada por Carvalho e Figueiredo Filho (2014) é dimensionada considerando o período de desforma de duas semanas, como as tabelas de dimensionamento de flechas são limitadas à desforma de um mês, as tabelas não podem ser utilizadas para a verificação das flechas. Dessa forma, a comparação não foi realizada.

Para melhor visualização dos resultados, a Figura 6 demonstra os resultados obtidos por Carvalho e Figueiredo Filho (2014) em letras pretas e em letras vermelhas os resultados obtidos pelas tabelas de dimensionamento.

Figura 6: Comparação de resultados das armaduras

<p style="text-align: center;"> $\phi 6,3 \text{ c}/12,5$ $\phi 6,3 \text{ c}/12,5$ L1 $\phi 6,3 \text{ c}/15$ $\phi 6,3 \text{ c}/15$ </p>	<p style="text-align: center;"> L3 $\phi 6,3 \text{ c}/17,5$ $\phi 10 \text{ c}/20$ </p>
<p style="text-align: center;"> $\phi 6,3 \text{ c}/17,5$ $\phi 6,3 \text{ c}/17,5$ L2 $\phi 6,3 \text{ c}/17$ $\phi 6,3 \text{ c}/17$ </p>	<p style="text-align: center;"> $\phi 6,3 \text{ c}/17$ $\phi 6,3 \text{ c}/17,5$ $\phi 6,3 \text{ c}/9$ $\phi 8 \text{ c}/14$ </p>

Fonte: Os autores (2023)

5. CONCLUSÃO

Em síntese, a planilha criada para o desenvolvimento do trabalho utiliza métodos analíticos de cálculo através de planilhas eletrônicas. Como as equações foram montadas no Excel, ao alterar qualquer valor de qualquer parâmetro, os valores finais se alteram, assim se fez necessário a montagem de uma planilha para cada verificação (momento fletor, esforço cortante e flechas), possibilitando obter vários resultados alterando os parâmetros, otimizando tempo. No entanto, para o trabalho não ficar com apêndices mais extensos, os parâmetros foram limitados a alguns valores, citados nos tópicos 4.2, 4.3 e 4.4.

Entretanto, o objetivo do trabalho é dimensionar as lajes maciças de forma segura e rápida, e isso foi possível com a utilização das tabelas criadas. Visto que as tabelas criadas obedecem a todas as limitações apresentadas pela NBR 6118 (ABNT, 2014), todos os valores apresentados nas tabelas foram arredondados para baixo, o que torna o dimensionamento seguro. E o dimensionamento é rápido, pois basta comparar os valores solicitados com os valores tabelados.

Todavia, como citado anteriormente, os parâmetros foram limitados, mas é possível criar novas tabelas utilizando outros parâmetros, como classe de resistência do concreto até C50, a utilização de mais bitolas de barra de aço CA-60, alturas e cobrimentos diferentes, desforma do concreto em diferentes meses e deslocamento limite diferente, seguindo o mesmo procedimento de cálculo apresentado no presente trabalho.

Vale ressaltar que, no exemplo de dimensionamento do conjunto de lajes proposto por Pinheiro (2007), os resultados obtidos utilizando as tabelas foram similares, evidenciando ainda a facilidade para comparação das diferentes bitolas e espaçamentos que podem ser adotados, além de grande eficácia nos resultados com rapidez e segurança. As divergências encontradas foram pequenas e diretamente relacionadas com arredondamentos no processo de cálculo manual ou justificado pela utilização de armadura mínima diferente. Já no segundo exemplo proposto por Carvalho e Figueiredo Filho (2014), foi possível perceber que critérios de dimensionamento para altura útil não seguem as Equações (8) e/ou (9), dessa forma os valores encontrados de armadura foram diferentes, resultando em quantidades menores de aço ao utilizar as tabelas de dimensionamento. Contudo, ao analisar a força cortante, a tabela apresentou resultados que convergiram para o apresentado no cálculo manual realizado por Carvalho e Figueiredo Filho (2014).

Por fim, algumas sugestões para dar continuidade ao presente trabalho foram levantadas, como por exemplo, acrescentar nas tabelas diferentes parâmetros, como novas bitolas de armaduras com classe de resistência do aço diferentes, adicionar mais classes de resistência de concretos, diferentes períodos de desforma, entre outros. Outro aspecto interessante para dar continuidade ao presente trabalho é uma análise mais detalhada da armadura mínima, corrigindo diferenças apresentadas no tópico 4.5.1. Além disso, seria interessante a criação de tabelas de dimensionamento de armaduras de canto, de borda e de distribuição, para complementar o presente trabalho.

6. REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto - Procedimento. Rio de Janeiro, 2007.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto - Procedimento. Rio de Janeiro, 2014.

ARAÚJO, J.M. de. **Curso de Concreto Armado**. 4.ed. Rio Grande: Dunas, 2014.v.2.

BASTOS, Paulo Sérgio dos Santos. **Lajes de Concreto**. Bauru. UNESP, 2021. Disponível em: <<https://www.feb.unesp.br/pbastos/concreto1/Lajes.pdf>>. Acesso em: 10 fev. 2023.

CARVALHO, R. C., FIGUEIREDO FILHO, J. R. **Cálculo e Detalhamento de Estruturas Usuais de Concreto Armado**: Segundo a NBR 6118:2014. 4ªEd., São Carlos, EdUFSCar, 2014.

FILHO, M. A. O. **Análise numérica e experimental do efeito de pino em lajes maciças de concreto armado**. Defesa (Mestrado) - Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG, Brasil, 2019.

FOLETTTO, I. C. **Desenvolvimento de programa computacional para o projeto de lajes maciças de concreto armado**. Programa de Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, RS, Brasil, 2011.

FRIDMAN, D. G. **Aplicativo móvel para dimensionamento de lajes e vigas de concreto armado como elementos isolados**. Programa de Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, RS, Brasil, 2021.

JAEGER, M. A. **Elaboração de tabelas para auxílio no projeto de lajes maciças armadas em uma só direção**. Programa de Graduação em Engenharia Civil, Centro Universitário Univates, Lajeado, RS, Brasil, 2014.

PINHEIRO, L. M. **Concreto armado Tabelas e Ábacos**. Departamento de Engenharia de Estruturas da escola de Engenharia de São Carlos - USP, São Paulo, 2020.

PINHEIRO, L. M. **Fundamentos do Concreto e Projeto de Edifícios**. Departamento de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos - USP, São Paulo, 2007.

SANTOS, G. C. R. **Ferramenta computacional para dimensionamento e detalhamento de lajes maciças isoladas e contínuas de acordo com NBR 6118:2014**. Programa de Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal Rural do Semi-Árido, Mossoró, RN, Brasil, 2019.

APÊNDICE A – Tabelas de dimensionamento de momento fletor.

Disponível no Link:

<https://drive.google.com/drive/folders/1I6RUB7hufe8bQcqFd3QCxuífqpXcYVm8?usp=sharing>

APÊNDICE B – Tabelas de dimensionamento de esforço cortante

Disponível no Link:

<https://drive.google.com/drive/folders/1I6RUB7hufe8bQcqFd3QCxuífqpXcYVm8?usp=sharing>

APÊNDICE C – Tabelas de dimensionamento de flechas

Disponível no Link:

<https://drive.google.com/drive/folders/1I6RUB7hufe8bQcqFd3QCxuífqpXcYVm8?usp=sharing>

ANEXO A – Tabela k_c e k_s Tabela 553: Tabela k_c e k_s .

Tabela 1.1													
FLEXÃO SIMPLES EM SEÇÃO RETANGULAR - ARMADURA SIMPLES													
$\beta_c = \frac{x}{d}$	$k_c = \frac{bd^2}{M_d} (\text{cm}^2 / \text{kN})$									$k_s = \frac{A_s d}{M_d} (\text{cm}^2 / \text{kN})$			D O M I N I O
	C10	C15	C20	C25	C30	C35	C40	C45	C50	CA-25	CA-50	CA-60	
0,02	103,8	69,2	51,9	41,5	34,6	29,7	25,9	23,1	20,8	0,046	0,023	0,019	2
0,04	52,3	34,9	26,2	20,9	17,4	15,0	13,1	11,6	10,5	0,047	0,023	0,020	
0,06	35,2	23,4	17,6	14,1	11,7	10,1	8,8	7,8	7,0	0,047	0,024	0,020	
0,08	26,6	17,7	13,3	10,6	8,9	7,6	6,7	5,9	5,3	0,048	0,024	0,020	
0,10	21,5	14,3	10,7	8,6	7,2	6,1	5,4	4,8	4,3	0,048	0,024	0,020	
0,12	18,0	12,0	9,0	7,2	6,0	5,2	4,5	4,0	3,6	0,048	0,024	0,020	
0,14	15,6	10,4	7,8	6,2	5,2	4,5	3,9	3,5	3,1	0,049	0,024	0,020	
0,16	13,8	9,2	6,9	5,5	4,6	3,9	3,4	3,1	2,8	0,049	0,025	0,021	
0,18	12,3	8,2	6,2	4,9	4,1	3,5	3,1	2,7	2,5	0,050	0,025	0,021	
0,20	11,2	7,5	5,6	4,5	3,7	3,2	2,8	2,5	2,2	0,050	0,025	0,021	
0,22	10,3	6,8	5,1	4,1	3,4	2,9	2,6	2,3	2,1	0,050	0,025	0,021	
0,24	9,5	6,3	4,7	3,8	3,2	2,7	2,4	2,1	1,9	0,051	0,025	0,021	
0,26	8,8	5,9	4,4	3,5	3,0	2,5	2,2	2,0	1,8	0,051	0,026	0,021	
0,28	8,3	5,5	4,1	3,3	2,8	2,4	2,1	1,8	1,7	0,052	0,026	0,022	
0,30	7,8	5,2	3,9	3,1	2,6	2,2	2,0	1,7	1,6	0,052	0,026	0,022	
0,32	7,4	4,9	3,7	3,0	2,5	2,1	1,8	1,6	1,5	0,053	0,026	0,022	
0,34	7,0	4,7	3,5	2,8	2,3	2,0	1,8	1,6	1,4	0,053	0,027	0,022	
0,36	6,7	4,5	3,3	2,7	2,2	1,9	1,7	1,5	1,3	0,054	0,027	0,022	
0,38	6,4	4,3	3,2	2,6	2,1	1,8	1,6	1,4	1,3	0,054	0,027	0,023	
0,40	6,1	4,1	3,1	2,5	2,0	1,8	1,5	1,4	1,2	0,055	0,027	0,023	
0,42	5,9	3,9	3,0	2,4	2,0	1,7	1,5	1,3	1,2	0,055	0,028	0,023	
0,438	5,7	3,8	2,9	2,3	1,9	1,6	1,4	1,3	1,1	0,056	0,028	0,023	
0,44	5,7	3,8	2,8	2,3	1,9	1,6	1,4	1,3	1,1	0,056	0,028		
0,46	5,5	3,7	2,7	2,2	1,8	1,6	1,4	1,2	1,1	0,056	0,028		
0,48	5,3	3,5	2,7	2,1	1,8	1,5	1,3	1,2	1,1	0,057	0,029		
0,50	5,2	3,4	2,6	2,1	1,7	1,5	1,3	1,1	1,0	0,058	0,029		
0,52	5,0	3,3	2,5	2,0	1,7	1,4	1,3	1,1	1,0	0,058	0,029		
0,54	4,9	3,2	2,4	2,0	1,6	1,4	1,2	1,1	1,0	0,059	0,029		
0,56	4,7	3,2	2,4	1,9	1,6	1,4	1,2	1,1	1,0	0,059	0,030		
0,58	4,6	3,1	2,3	1,9	1,5	1,3	1,2	1,0	0,9	0,060	0,030		
0,60	4,5	3,0	2,3	1,8	1,5	1,3	1,1	1,0	0,9	0,061	0,030		
0,628	4,4	2,9	2,2	1,8	1,5	1,3	1,1	1,0	0,9	0,061	0,031		
0,64	4,3	2,9	2,2	1,7	1,4	1,2	1,1	1,0	0,9	0,062			
0,68	4,2	2,8	2,1	1,7	1,4	1,2	1,0	0,9	0,8	0,063			
0,72	4,0	2,7	2,0	1,6	1,3	1,2	1,0	0,9	0,8	0,065			
0,76	3,9	2,6	2,0	1,6	1,3	1,1	1,0	0,9	0,8	0,066			
0,772	3,9	2,6	1,9	1,5	1,3	1,1	1,0	0,9	0,8	0,067			

Elaborada por Alessandro L. Nascimento e Libânio M. Pinheiro.
De acordo com a NBR 6118:2003.
Diagrama retangular de tensões no concreto, $\gamma_c = 1,4$ e $\gamma_s = 1,15$.
Para $\gamma_c \neq 1,4$, multiplicar b por $1,4/\gamma_c$ antes de usar a tabela.

Fonte: Alessandro L. Nascimento e Libânio M. Pinheiro (2020).

ANEXO B – Tabela flechas em lajes com carga uniforme

Tabela 554: Tabela de dimensionamento de Flecha.

Tabela 2.5a									
FLECHAS EM LAJES COM CARGA UNIFORME – VALORES DE α									
$\lambda = \frac{\ell_y}{\ell_x}$	Tipo de Laje								
	1	2A	2B	3	4A	4B	5A	5B	6
1,00	4,76	3,26	3,26	2,46	2,25	2,25	1,84	1,84	1,49
1,05	5,26	3,68	3,48	2,72	2,60	2,35	2,08	1,96	1,63
1,10	5,74	4,11	3,70	2,96	2,97	2,45	2,31	2,08	1,77
1,15	6,20	4,55	3,89	3,18	3,35	2,53	2,54	2,18	1,90
1,20	6,64	5,00	4,09	3,40	3,74	2,61	2,77	2,28	2,02
1,25	7,08	5,44	4,26	3,61	4,14	2,68	3,00	2,37	2,14
1,30	7,49	5,88	4,43	3,80	4,56	2,74	3,22	2,46	2,24
1,35	7,90	6,32	4,58	3,99	5,01	2,77	3,42	2,53	2,34
1,40	8,29	6,74	4,73	4,15	5,41	2,80	3,62	2,61	2,41
1,45	8,67	7,15	4,87	4,31	5,83	2,85	3,80	2,67	2,49
1,50	9,03	7,55	5,01	4,46	6,25	2,89	3,98	2,73	2,56
1,55	9,39	7,95	5,09	4,61	6,66	2,91	4,14	2,78	2,62
1,60	9,71	8,32	5,18	4,73	7,06	2,92	4,30	2,82	2,68
1,65	10,04	8,68	5,22	4,86	7,46	2,92	4,45	2,83	2,73
1,70	10,34	9,03	5,26	4,97	7,84	2,93	4,59	2,84	2,77
1,75	10,62	9,36	5,36	5,06	8,21	2,93	4,71	2,86	2,81
1,80	10,91	9,69	5,46	5,16	8,58	2,94	4,84	2,88	2,85
1,85	11,16	10,00	5,53	5,25	8,93	2,94	4,96	2,90	2,88
1,90	11,41	10,29	5,60	5,33	9,25	2,95	5,07	2,92	2,90
1,95	11,65	10,58	5,68	5,41	9,58	2,95	5,17	2,94	2,93
2,00	11,89	10,87	5,76	5,49	9,90	2,96	5,28	2,96	2,96
∞	15,63	15,63	6,50	6,50	15,63	3,13	6,50	3,13	3,13

Valores extraídos de BARES (1972) e adaptados por L.M. Pinheiro.

$$a_i = \frac{\alpha}{100} \cdot \frac{b}{12} \cdot \frac{p \ell_x^4}{E_c I}$$

b = largura da seção ℓ_x = menor vão E_c = módulo de elasticidade
 p = carga uniforme ℓ_y = maior vão I = momento de inércia

Fonte: BARES (1972) e adaptado por L. M. Pinheiro.