



CLAUDIANA MESQUITA DE ALVARENGA

**ESTUDO PARAMÉTRICO DA RIGIDEZ RELATIVA SOLO-
FUNDAÇÃO DE UMA SAPATA CORRIDA EM SOLO
ARENOSO**

**LAVRAS-MG
2023**

CLAUDIANA MESQUITA DE ALVARENGA

**ESTUDO PARAMÉTRICO DA RIGIDEZ RELATIVA SOLO-FUNDAÇÃO DE UMA
SAPATA CORRIDA EM SOLO ARENOSO**

Monografia apresentada à Universidade
Federal de Lavras, como parte das
exigências do curso de Engenharia Civil,
para obtenção do título de Bacharel.

Prof^ª. Raquel Mariano Linhares, D. Sc.

Orientadora

Eng. Mauro Vitor dos Santos Moura, M. Sc.

Coorientador

LAVRAS-MG

2023

Ficha catalográfica elaborada pelo Sistema de Geração de Ficha Catalográfica da Biblioteca
Universitária da UFLA, com dados informados pelo(a) próprio(a) autor(a).

Alvarenga, Claudiana Mesquita de.

Estudo paramétrico da rigidez relativa solo-fundação de uma
sapata corrida em solo arenoso / Claudiana Mesquita de Alvarenga.
- 2023.

50 p.

Orientador(a): Raquel Mariano Linhares.

Coorientador(a): Mauro Vitor dos Santos Moura.

TCC (graduação) - Universidade Federal de Lavras, 2023.

Bibliografia.

1. Sapata corrida. 2. Rigidez relativa. 3. Interação sapata-solo.

I. Linhares, Raquel Mariano. II. Moura, Mauro Vitor dos Santos.

III. Título.

CLAUDIANA MESQUITA DE ALVARENGA

**ESTUDO PARAMÉTRICO DA RIGIDEZ RELATIVA SOLO-FUNDAÇÃO DE UMA
SAPATA CORRIDA EM SOLO ARENOSO**

**PARAMETRIC STUDY OF SOIL-FOUNDATION RELATIVE STIFFNESS OF A STRIP
FOOTING FOUNDATION ON GRANULAR SOIL**

Monografia apresentada à Universidade
Federal de Lavras, como parte das
exigências do Curso de Engenharia Civil,
para a obtenção do título de Bacharel.

APROVADA em 13 de fevereiro de 2023.
Raquel Mariano Linhares UFLA
Mauro Vitor dos Santos Moura UFRJ
Paulo Roberto Borges UFLA



Prof. Raquel Mariano Linhares, D. Sc.

Orientadora

LAVRAS-MG

2023

AGRADECIMENTOS

Primeiramente gostaria de agradecer a meus pais por todo apoio, incentivo e dedicação ao longo desses anos. Sem eles eu não conseguiria chegar até aqui. Não foi fácil, eu sei, mas foi um caminho regado de acolhimento e amor. Espero retribuir tudo que fizeram por mim. Obrigada, de todo meu coração.

Gostaria de agradecer, também, a minha irmã por ser a minha segunda mãe e meu sinônimo de garra e força. Eu tenho muito orgulho de você e da mulher que se tornou. Aos meus avós, Benedita e Ivan (*in memoriam*), por terem me acolhido nos tempos difíceis de 2020 e ao Murilo, por preencher nossas vidas com sorrisos fofos.

Agradeço também a minhas amigas Júlia Teixeira e Gabriella Coelho por terem sido minha segunda família em Lavras. Aos meus amigos da graduação, Pedro Loiola, Marcus Vinicius, Ramon Felipe, Guilherme e Mariana Vilas Boas por todo apoio durante essa etapa regada de cafés na cantina e histórias que jamais esquecerei. Ainda, agradeço minha amiga de longa data, Maria Theresa.

Ao Matheus Ramos, por ter sido meu maior presente durante a graduação, meu melhor amigo e companheiro nos percalços da engenharia e da vida.

Agradeço imensamente ao meu coorientador, Mauro Vitor, por todo apoio e ajuda durante esse trabalho. Muito obrigada pela assistência ao longo desses meses (e pelo computador emprestado)

À Raquel, minha orientadora e grande amiga. Você sabe o quanto foi importante, não só nesse trabalho, como minha graduação e vida pessoal. Muito obrigada por ter me acolhido! Você foi meu espelho durante o curso!

Gostaria de agradecer a minha versão de 15 anos, que sonhava todos os dias em estar na Universidade Federal de Lavras. Bem, nós conseguimos! Talvez não da forma que você imaginou... Foi um caminho difícil e cheio de desafios, mas você conseguiu, no seu tempo e da sua forma. Obrigada por ter segurado as pontas aí. Eu segurei as pontas por aqui e agora estamos na reta final.

Agradeço a cada pessoa que, de forma indireta ou indireta, deixou um pedacinho dela comigo. E à Universidade Federal de Lavras, pelo ensino de qualidade e de forma gratuita.

“Gosto de imaginar que o mundo é uma grande máquina. Você sabe, máquinas nunca tem partes extras, elas têm o número e tipo exato das partes que precisam. Então imagino que se o mundo é uma grande máquina, eu também estou nele por algum motivo. E isso significa que você também está aqui por alguma razão.”

(A invenção de Hugo Cabret - Brian Selznick)

RESUMO

A análise da interação solo-fundação é importante para compreender os deslocamentos reais da fundação e, conseqüentemente, aprimorar a qualidade e segurança de projetos de engenharia. Neste trabalho foram realizadas análises paramétricas de um modelo numérico de sapata corrida assente em solo arenoso com utilização do método dos elementos finitos. Utilizou-se de um modelo numérico previamente validado na literatura, que se utilizou de um modelo físico em escala reduzida, também da literatura. A partir do modelo, adaptou-se os parâmetros relacionadas à sapata, de forma a aproximá-la da realidade em campo, mantendo a mesma classificação da rigidez relativa do modelo validado. A análise paramétrica teve como intuito tornar o solo arenoso, originalmente fofo, em um solo arenoso compacto. Os modelos avaliados e respectivos parâmetros modificados em relação ao modelo original validado foram: (i) Modelo 1, peso específico natural; (ii) Modelo 2, módulo de Young, (iii) Modelo 3, ângulo de atrito, e (iv), Modelo 4, todos os parâmetros variados ao mesmo tempo. Como produto, obteve-se a curva carga-recalque e o comportamento da distribuição de tensões dos modelos. Para o Modelo 1, obteve-se uma redução de deslocamento de 8,52 %, sendo este com menor aumento de rigidez relativa entre os demais modelos. Em contrapartida, os Modelos 2, 3 e 4, com um aumento significativo de rigidez relativa, tiveram uma redução dos deslocamentos de 45,78 %, 29,57 % e 96,29 %, respectivamente.

Palavras-chave: Sapata corrida. Rigidez relativa. Interação sapata-solo.

ABSTRACT

It's essential to analyze the soil-foundation interaction to comprehend the real foundation displacements and, therefore, improve the quality and safety of engineering projects. In this study, parametric analyses of a numerical model of a strip footing foundation on granular soil were carried out using the finite elements method. A numerical model already validated with a reduced scale physical model found on literature was used as a starting point. The strip foundation parameters were modified in order to approximate the foundation to field reality, maintaining the same soil-foundation relative stiffness classification of the validated model. The parametric analysis were conducted in order to transform the original loose granular soil in a compact one. Thus, the models analyzed, and the respective parameters modified in relation to original validated model were: (i) Model 1, natural specific weight; (ii) Model 2, Young modulus, (iii) Model 3, soil friction angle, and (iv), Model 4, all parameters varied at the same time. As a result, the models load-settlement curve and the stress distribution were obtained, thus making it possible to analyze the soil-foundation relative stiffness behavior in relation to different soil parameters. As a result, it was observed that Model 1 did not have significant changes in the load-settlement curve and in the stress distribution. The Model 1 resulted in a reduction of displacement of 8,52 %, due the lowest increase in relative stiffness comparing to the other models. Otherwise, the Models 2, 3 and 4, which presented a significant increase of relative stiffness, had a reduction of displacements of 45,78 %, 29,57 % and 96,29 %, respectively.

Keywords: Strip footing foundation. Relative Stiffness. Strip footing-soil interaction.

SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO	11
2.	REFERENCIAL TEÓRICO	12
2.1	Fundações	12
2.2	Capacidade Carga.....	13
2.2.1	Capacidade de Carga de Fundações Rasas	14
2.2.2	Mecanismos de ruptura	15
2.3	Deslocamentos de fundações rasas	17
2.3.1	Recalque Imediato	20
2.4	Análise da interação solo-fundação.....	23
2.5	Rigidez relativa solo-fundação.....	25
2.5.1	Modelo de Winkler	26
2.5.2	Henteyi (1946)	27
2.5.3	Distribuição de tensões.....	27
2.6	Método de Elementos Finitos (MEF)	28
2.7	Plaxis 2D	28
3.	METODOLOGIA	30
3.1	Contextualização da pesquisa	30
3.2	Modelo Numérico.....	30
3.2.1	Parâmetros Geotécnicos.....	30
3.2.2	Etapas de Construção	31
3.3	Modelo Físico.....	33
3.4	Análise paramétrica.....	36
4.	RESULTADOS E DISCUSSÃO	38
4.1	Modelo 1 - Peso Específico Natural.....	38
4.2	Modelo 2 - Módulo de Young.....	40
4.3	Modelo 3 - Ângulo de Atrito	42
4.4	Modelo 4 – Todos os parâmetros.....	44
5.	CONCLUSÃO	46
	REFERÊNCIAS	48

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1: Fundações profundas.	12
Figura 2.2: Fundações Rasas.	13
Figura 2.3: Fatores de capacidade de carga.	15
Figura 2.4: Teoria de Meyerhof: mecanismos de ruptura.	15
Figura 2.5: Ruptura generalizada.....	16
Figura 2.6: Ruptura por puncionamento.....	16
Figura 2.7: Ruptura localizada.....	17
Figura 2.8: Pressões de contato e deslocamentos no que tange os mecanismos de ruptura em função da excentricidade e inclinação da carga aplicada.	17
Figura 2.9: Recalque absoluto e recalque diferencial.....	18
Figura 2.10: Efeitos do recalque com distorção angular.	19
Figura 2.11: Distorções e danos associados.	19
Figura 2.12: Comportamento tensão versus deformação de um material linear não elástico. .	20
Figura 2.13: Camada finita.	22
Figura 2.14: Fator μ_0 para cálculo de recalque imediato.	23
Figura 2.15: Fator μ_1 para cálculo de recalque imediato.	23
Figura 2.16: Influência (a) das cargas aplicadas e (b) da rigidez relativa fundação-solo nas pressões de contato.	24
Figura 2.17: Propriedades do solo.	24
Figura 2.18: Hipótese de Winkler.	26
Figura 2.19: Distribuição de tensões no solo.....	28
Figura 3.1: Resumo dos parâmetros e diretrizes validados no trabalho.	31
Figura 3.2: Validação da geometria do modelo.....	32
Figura 3.3: Malha de elementos do modelo.	33
Figura 3.4: Representação ilustrativa da placa de concreto com altura adotada de 0,25 m.	34
Figura 3.5: Comparativo dos deslocamentos máximos entre o modelo numérico e modelo de físico.	35
Figura 4.1: Curva carga-recalque comparativa entre o Modelo 0 ($\gamma = 14,54 \text{ kN/m}^3$) e o Modelo 1 ($\gamma = 17,70 \text{ kN/m}^3$).	38
Figura 4.2: Distribuição de tensões no Modelo 0 ($\gamma = 14,54 \text{ kN/m}^3$) e no Modelo 1.....	39
Figura 4.3 Curva carga-recalque comparativa entre o Modelo 0 ($E = 3.795 \text{ kPa}$) e Modelo 2 ($E = 70.000 \text{ kPa}$).....	40

Figura 4.4: Distribuição de tensões no e Modelo 0 ($E = 3.795 \text{ kPa}$) Modelo 2 ($E = 70.000 \text{ kPa}$).	41
Figura 4.5: Curva carga-recalque comparativa entre o Modelo 0 ($\Phi = 33^\circ$) e o Modelo 3 ($\Phi = 42^\circ$).....	42
Figura 4.6: Distribuição de tensões no Modelo 3 ($\Phi = 42^\circ$) e no Modelo 0 ($\Phi = 33^\circ$).	43
Figura 4.7: Comparativo dos deslocamentos máximos entre o Modelo 0 e Modelo 4 quanto a variação de γ , E e Φ de forma simultânea.	44
Figura 4.8: Distribuição de tensões do Modelo Numérico e Modelo 4 com variação de γ , E e Φ ao mesmo tempo.....	45

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 2-1: Fatores de forma.....	15
Tabela 2-2: Valores dos coeficientes de Poisson.....	21
Tabela 2-3: Coeficientes de forma para cálculo de recalques.	21
Tabela 2-4: Classificação da rigidez relativa de acordo com Henteyi (1946).....	27
Tabela 3-1: Resumo dos parâmetros geotécnicos do modelo numérico.	30
Tabela 3-2: Dimensões geométricas.....	32
Tabela 3-3: Dimensões do modelo numérico.....	32
Tabela 3-4: Tensões para os deslocamentos dos modelos numéricos.....	33
Tabela 3-5: Valores obtidos de Kv para os modelos de alumínio e concreto.	34
Tabela 3-6: Resumo da rigidez à flexão, rigidez axial e módulo de Young dos modelos.	34
Tabela 3-7: Deslocamentos máximos dos modelos.....	35
Tabela 3-8: Valores de λ para os modelos.	36
Tabela 3-9: Avaliação dos parâmetros de resistência e de deformabilidade em função do SPT para areias e solos arenosos.....	36
Tabela 3-10: Comparativo entre os parâmetros geotécnicos dos modelos.....	36
Tabela 3-11: Valores de λ referentes a análise paramétrica.	37
Tabela 4-1: Comparativo dos deslocamentos máximos entre o Modelo 0 e Modelo 1 quanto a variação de γ	38
Tabela 4-2: Consolidação dos resultados para o Modelo 1.....	39
Tabela 4-3: Comparativo dos deslocamentos máximos entre o Modelo 0 e Modelo 2 quanto a variação de E	40
Tabela 4-4: Consolidação dos resultados para o Modelo 2.....	41
Tabela 4-5: Comparativo dos deslocamentos máximos entre o Modelo 0 e o Modelo 3 quanto a variação de Φ	42
Tabela 4-6: Consolidação dos resultados para o Modelo 3.....	43
Tabela 4-7 Comparativo dos deslocamentos máximos entre o Modelo 0 e o Modelo 4 quanto a variação de γ , E e Φ simultaneamente.....	44
Tabela 4-8: Consolidação dos resultados para o Modelo 4.....	45

1. INTRODUÇÃO

As fundações são elementos estruturais responsáveis por transmitir as cargas e ações atuantes na superestrutura para o solo. Segundo Alonso (2019), as fundações devem ser projetadas de modo que se garantam condições mínimas de segurança, funcionalidade e durabilidade. Assim, tornam-se elementos importantes para a vida útil da estrutura, bem como a do terreno em que será inserida.

Velloso e Lopes (2011) sugerem quatro tópicos primordiais para a execução de um projeto de fundações: (i) conhecimento da topografia (ii) dados geológico-geotécnicos, (iii) dados sobre as construções vizinhas e (iv) dados da estrutura a ser construída. Dessa maneira, para que a fundação seja executada corretamente, é necessário a elaboração de um projeto eficiente para garantir o controle de execução e qualidade (MINOZZO *et al.*, 2016).

Segundo GUARNIERI *et al.* (2018), para ampliar os estudos que tangem as fundações Chamecki, no ano 1954, desenvolveu um dos primeiros trabalhos no qual estabelecia uma relação entre a rigidez da estrutura e os recalques da fundação. Assim, de acordo com Velloso e Lopes (2011), a análise de interação solo-fundação exerce um papel importante para compreender os deslocamentos reais da fundação e, conseqüentemente, aprimorar a qualidade dos projetos.

Aliado a importância de um estudo elaborado para a engenharia de fundações de modo a aperfeiçoar a segurança dos empreendimentos, o presente trabalho utilizou um modelo construtivo de uma sapata corrida assente em solo arenoso, para que pudesse analisar a rigidez relativa pela metodologia de Hetenyi (1946) com utilização de análise numérica através do método dos elementos finitos (MEF) e com auxílio do *software Plaxis 2D*.

Para a análise numérica, foram criados cinco modelos, sendo o primeiro com utilização de uma placa de alumínio. Os demais modelos foram criados após variação de parâmetros geotécnicos como peso específico, ângulo de atrito, módulo de Young e, por último, um modelo variando todos os parâmetros anteriormente mencionados de forma simultânea. Ressalta-se que os dados geotécnicos foram obtidos com base nos trabalhos de Linhares (2013), Alberto Junior (2020) e Mendonça (2021).

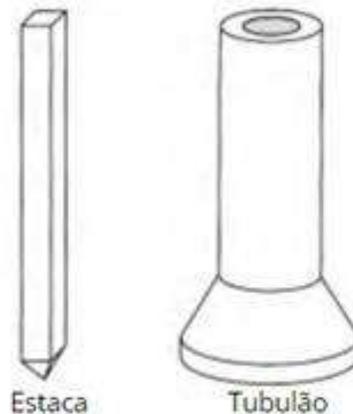
Com os modelos numéricos executados, foi possível definir as curvas carga-recalque e a curvas de distribuição de tensões na base da sapata em cada um dos cinco modelos analisados, de modo que pudesse verificar a influência da rigidez relativa com a variação dos parâmetros geotécnicos.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 Fundações

A NBR 6122 (ABNT, 2019), classifica as fundações em dois grandes grupos: rasas e profundas. Nas fundações profundas, exemplificadas pelas estacas e tubulões (Figura 2.1), as cargas são transmitidas ao terreno pela base através da resistência de ponta, pela superfície lateral com resistência de atrito ou associação destas transmissões; devem ser apoiadas a uma profundidade superior ao dobro de sua menor dimensão em planta, sendo esta profundidade, no mínimo, a partir de 3 (três) metros.

Figura 2.1: Fundações profundas.



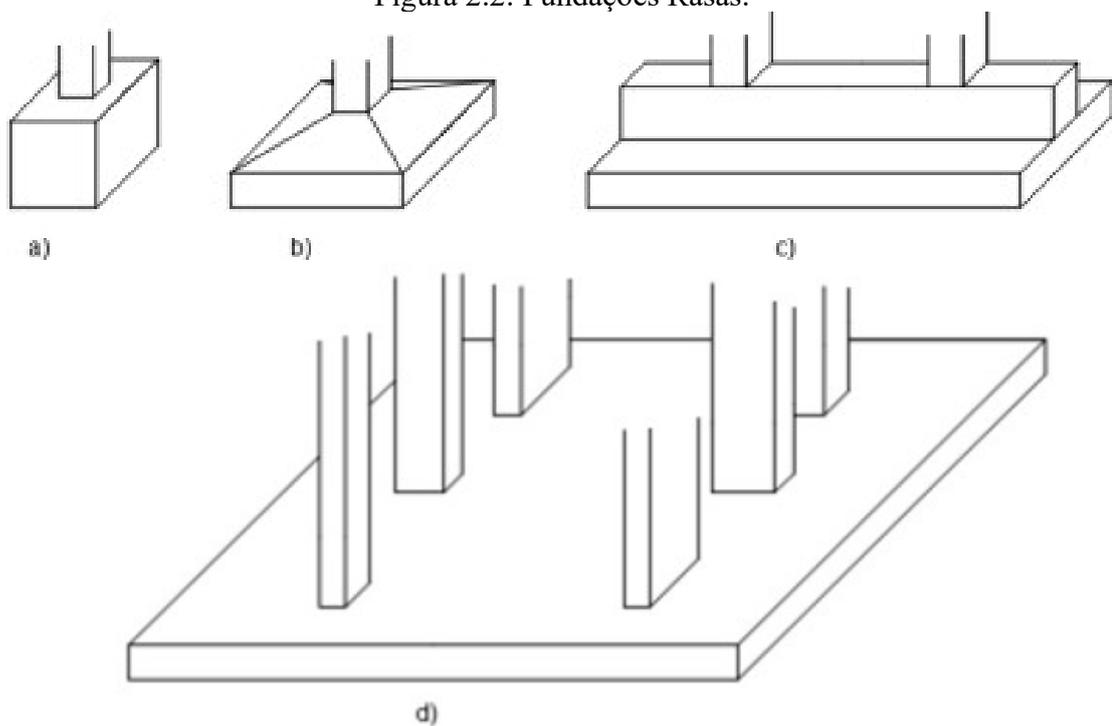
Fonte: Adaptado de Velloso e Lopes (2011).

Nas fundações rasas, as cargas são transmitidas ao terreno através da base e a profundidade de assentamento em relação ao terreno deve ser inferior a duas vezes a menor dimensão da fundação. De acordo com a NBR 6122 (ABNT, 2019), são exemplos de fundações rasas os seguintes elementos ilustrados na Figura 2.2:

- a) Bloco: constituído de materiais tais como concreto, alvenaria ou pedras. Este elemento é dimensionado de forma que o material resista às tensões de tração sem que seja necessário o uso de armadura. De modo geral, esse tipo de fundação é utilizado quando há atuação de pequenas cargas, tais como em sobrados, por exemplo. Ainda, o bloco de fundação resiste, predominantemente, a esforços de compressão simples oriundos dos pilares (BARROS, 2003);
- b) Sapata: diferentemente do bloco de fundação, a sapata trabalha não somente a compressão simples, como também à flexão, devendo, deste modo, ser dimensionada para resistir às tensões de tração com utilização de armadura própria para este fim. A sapata é, geralmente, empregada em regiões cujo solo é estável e com elevada resistência superficial, sendo, dessa forma, um elemento de fundação econômico (NAKAMURA, 2008);

- c) Sapata corrida: este elemento de fundação está sujeito à ação de uma carga distribuída de forma linear. De maneira geral, é economicamente viável quando o solo apresenta capacidade de suporte em baixa profundidade (BASTOS, 2019) e, geralmente, é empregada em construções de pequeno porte, tais como edificações de baixa altura, galpões, muros de divisa e/ou de arrimo, residências, paredes de piscinas, reservatórios etc.;
- d) Radier: o radier é um elemento de fundação de concreto armado resistente aos esforços de compressão e os momentos originados dos pilares. De acordo com Ribeiro (2010), a fundação do tipo radier é utilizada em solos com baixa capacidade de carga. Ainda, devido a sua característica inteiriça, que proporciona uma alta rigidez, pode-se evitar grandes recalques diferenciais (BARROS, 2003, apud BRITO, 1987).

Figura 2.2: Fundações Rasas.



Fonte: Zanin (2016).

2.2 Capacidade Carga

Velloso e Lopes (2011) definem como capacidade de carga a tensão transmitida pela fundação capaz de promover a ruptura do solo ou sua deformação excessiva. Para fins de cálculo, consideram-se as características geomecânicas do subsolo, profundidade de fundação, geometria e dimensões dos elementos de fundação, sobrecargas externas etc.

2.2.1 Capacidade de Carga de Fundações Rasas

De acordo com Velloso e Lopes (2011) os métodos teóricos de previsão de capacidade de carga para fundações rasas consistem nas formulações analíticas clássicas desenvolvidas por Terzaghi (1943), Meyerhof (1951; 1963), Vésic (1975) e outros, que, de forma geral, baseiam-se na resistência de cisalhamento e compressibilidade dos solos.

Para estes métodos, há consideração do solo coesivo ou granular, que contrapõe à realidade em campo, pois é possível encontrar em modelos reais solos com coesão e ângulo de atrito concomitantemente.

De acordo Cintra *et al.* (2011), a teoria de Terzaghi (1943) considera três hipóteses básicas:

- 1) Para simplificar o problema de casos bidimensionais, utiliza-se de sapata corrida cujo comprimento L é maior que a largura B ($L \geq 5B$) carregada uniformemente e localizada na superfície horizontal de um maciço semi-infinito;
- 2) A profundidade de embutimento da sapata é inferior à largura da sapata ($h \leq B$), tornando possível desprezar a resistência ao cisalhamento da camada de solo situada acima da sapata;
- 3) O maciço de solo sob a base da sapata é pouco deformável (rígido), caracterizando o caso de ruptura geral.

De acordo com as superposições de efeitos considerando as três hipóteses e considerando as parcelas de coesão (N_c), sobrecarga (N_q) e peso específico (N_γ) chega-se para a capacidade de carga do sistema solo-sapata (Equação 2.1):

$$\sigma_r = cN_c S_c + qN_q S_q + \frac{1}{2} \gamma B N_\gamma S_\gamma \quad 2.1$$

onde:

σ_r : capacidade de carga do solo;

c : coesão;

q : sobrecarga;

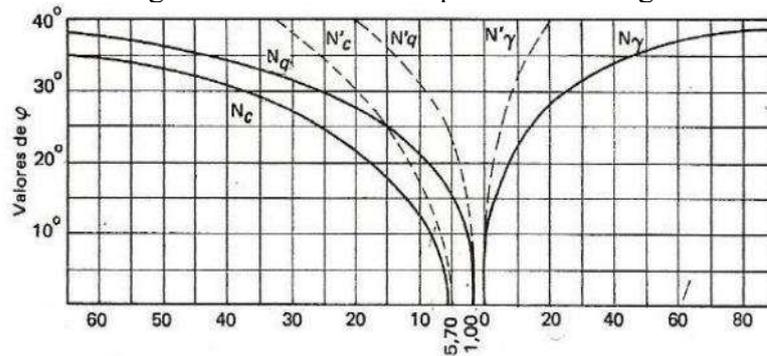
γ : peso específico efetivo;

B : menor dimensão da fundação;

N_c, N_q, N_γ : fatores de capacidade de carga (Figura 2.3);

S_c, S_q, S_γ : fatores de forma (Tabela 2-1).

Figura 2.3: Fatores de capacidade de carga.



Fonte: Adaptado de Terzaghi (1943).

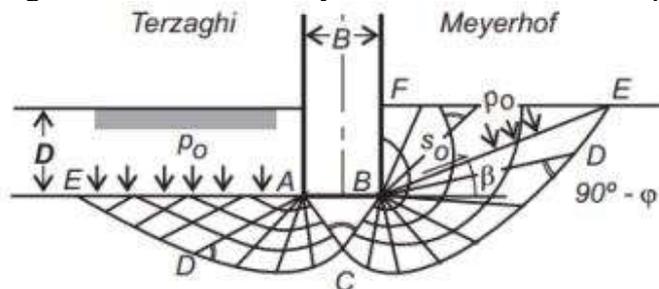
Tabela 2-1: Fatores de forma.

Sapata	S_c	S_q	S_γ
Corrida	1,00	1,00	1,00
Quadrada	1,30	0,80	1,00
Circular	1,30	0,60	1,00
Retangular	1,10	0,90	1,00

Fonte: Adaptado de Bowles (1997).

Segundo Velloso e Lopes (2011), a teoria de Meyerhof (1951; 1963) pode ser considerada como um aprimoramento da teoria de Terzaghi, onde não se despreza a resistência ao cisalhamento do solo acima da base da fundação. No caso das fundações rasas, a superfície do terreno é interceptada pela superfície de deslizamento.

Figura 2.4: Teoria de Meyerhof: mecanismos de ruptura.



Fonte: Meyerhof (1951, 1963) apud Velloso e Lopes (2011).

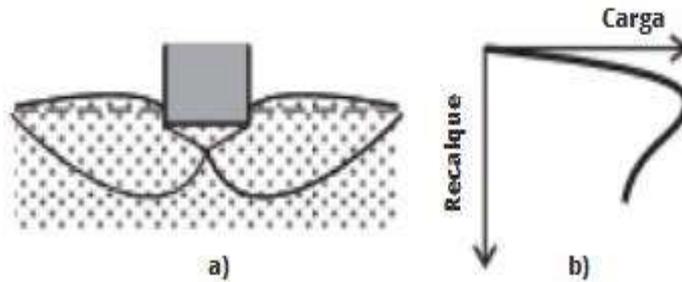
2.2.2 Mecanismos de ruptura

Para Vésic (1975), a ocorrência de ruptura do solo depende de fatores como dimensionamento da fundação, compressibilidade, carregamentos impostos, embutimento de

projeto e características geotécnicas. Dessa forma, observam-se três comportamentos de ruptura de fundações: ruptura generalizada, localizada e por punção.

A ruptura generalizada se caracteriza como uma ruptura bem definida que ocorre da fundação à superfície do terreno, assim, a fundação é levada ao colapso de forma repentina e com dimensões catastróficas, como ilustrado na Figura 2.5 (a). A Figura 2.5 (b) ilustra o comportamento da curva carga-recalque da ruptura generalizada, onde nota-se pequenos deslocamentos para elevados valores de carga, até a ocorrência da ruptura de forma brusca.

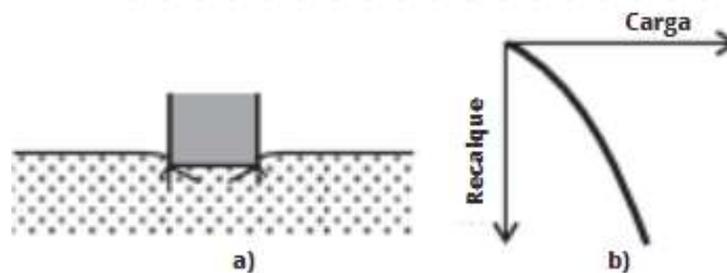
Figura 2.5: Ruptura generalizada.



Fonte: Adaptado de Velloso e Lopes (2011).

Contraponto à ruptura generalizada, a ruptura por punção é mais difícil para visualização, dada a falta de alterações no solo ao redor da fundação, como mostra a Figura 2.6 (a). Para este modelo, nota-se que na curva carga-recalque há um aumento constante de carga, no qual descarrega um movimento vertical descendente oriundo da compressão do solo Figura 2.6 (b).

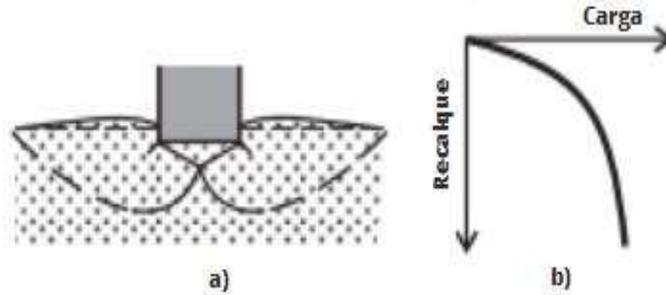
Figura 2.6: Ruptura por punção.



Fonte: Adaptado de Velloso e Lopes (2011).

Por fim, a ruptura localizada é uma ruptura transiente entre os dois modelos supracitados, porém sem ocorrência de impactos catastróficos. De forma geral, a ruptura é bem definida abaixo da fundação e, nota-se uma tendência de intumescimento localizado na região ao lado da fundação, como ilustrado pela Figura 2.7 (a). Apesar dos grandes valores de deslocamento, não há, contudo, rotação. A Figura 2.7 (b) ilustra o comportamento da curva carga-recalque para a ruptura localizada.

Figura 2.7: Ruptura localizada.

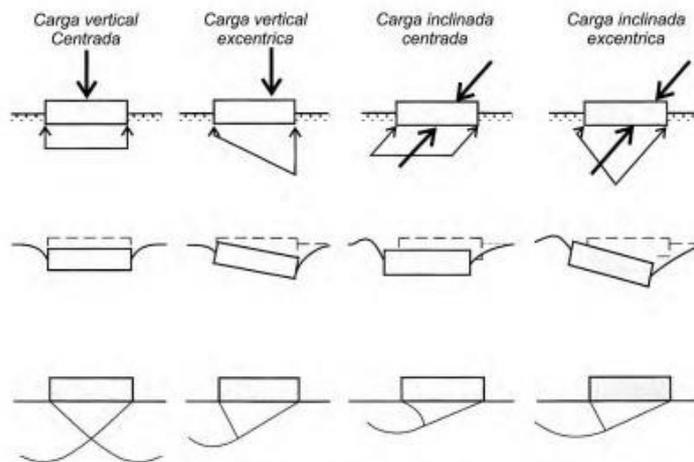


Fonte: Adaptado de Velloso e Lopes (2011).

Terzaghi (1943) foi o pioneiro a descrever as rupturas generalizada e localizada, sendo que para esta última, propôs o uso da redução dos fatores de carga, bem como um valor menor da coesão a ser utilizado no cálculo da capacidade de carga.

Ainda, as características dos carregamentos também podem interferir nos mecanismos de ruptura, como ilustrado pela Figura 2.8.

Figura 2.8: Pressões de contato e deslocamentos no que tange os mecanismos de ruptura em função da excentricidade e inclinação da carga aplicada.



Fonte: Velloso e Lopes (2011).

2.3 Deslocamentos de fundações rasas

Segundo Cintra *et al.* (2011), o recalque é definido como um deslocamento vertical para baixo, em relação a uma referência fixa e indeslocável, como um topo rochoso, por exemplo. De forma geral, estes deslocamentos são comuns a todos os elementos de fundação, sendo os recalques admissíveis parte importante para definir um limite máximo de ocorrência no qual não atrapalhe o desempenho da estrutura e sua segurança (MILITITSKY *et al.*, 2005).

Segundo Velloso e Lopes (2011), quando o recalque ocorre instantaneamente após o carregamento recebe o nome de recalque imediato, (ρ_i), e quando acontece ao decorrer do

tempo (devido ao adensamento) é chamado de recalque no tempo (ρ_c). Assim, o recalque total (ou absoluto, ρ) se dá pela soma de ambos (Equação 2.2):

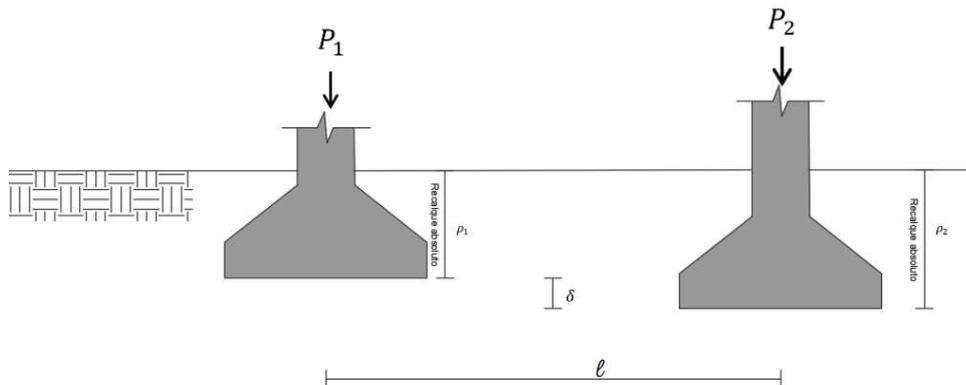
$$\rho = \rho_c + \rho_i \quad 2.2$$

Ainda, segundo os autores supracitados, o tempo necessário para que cessem os recalques depende da permeabilidade do solo, da distância das fronteiras drenantes e do seu potencial de *creep* (fenômenos viscosos). Em areias que apresentam alta permeabilidade, esse tempo pode ser de alguns minutos ou no mesmo dia, enquanto em argilas plásticas, o tempo pode ser de vários anos.

Além do recalque absoluto, há também o recalque diferencial (δ), que consiste na diferença entre dois recalques absolutos e ocorre entre dois elementos de fundação da mesma superestrutura, devido à carga submetida, diferença de solo e dimensão da fundação.

A Figura 2.9 ilustra o recalque absoluto e diferencial de duas fundações localizadas a uma distância l e sujeitas as cargas P_1 e P_2 , respectivamente. Para a fundação situada a esquerda do leitor, com carga P_1 , tem-se o recalque absoluto nomeado de ρ_1 . E, ao lado direito do leitor, a fundação sujeita a carga P_2 , cujo recalque absoluto é ρ_2 . Dessa forma, o recalque diferencial (δ) entre estes dois elementos de fundação é equivalente a diferença entre ρ_1 e ρ_2 .

Figura 2.9: Recalque absoluto e recalque diferencial.

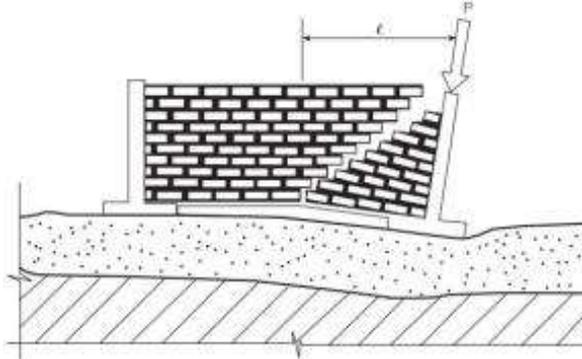


Fonte: Da Autora (2023).

O recalque diferencial com distorção angular, ou recalque distorcional, expressa uma relação entre o recalque diferencial (δ) e a distância dos elementos analisados (l), como expressa a Equação 2.3. Este tipo de recalque, a depender da magnitude, pode ocasionar fissuras na estrutura, devido a ocorrência de distorções (Figura 2.10).

$$\beta = \frac{\delta}{l} \quad 2.3$$

Figura 2.10: Efeitos do recalque com distorção angular.

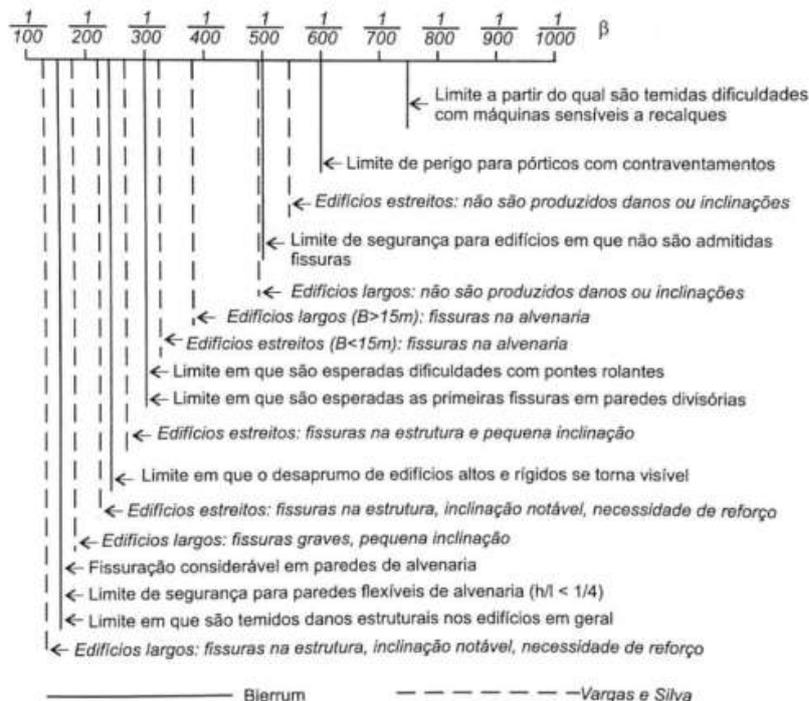


Fonte: Alonso (2019).

A relação entre distorção e danos associados vem sendo observada por diversos autores. Teixeira e Godoy (1998) classificam os danos causados pelos deslocamentos de fundações em três categorias listadas abaixo. Exemplos de valores estão ilustrados na Figura 2.11.

- Danos arquitetônicos: são os danos visíveis ao observador que podem causar desconforto ao usuário, como trincas em paredes, pisos, desaprumos de edifícios e muros de arrimo etc.;
- Danos à funcionalidade: o desaprumo excessivo de um edifício pode acarretar danos excessivos nos elevadores, modificar as declividades de pisos e tubulações. Os recalques diferenciais podem, também, acarretar empenamentos em portas e janelas;
- Danos estruturais: são aqueles que interferem diretamente na estrutura, sendo passíveis de comprometimento da sua estabilidade e comprometendo a segurança do usuário.

Figura 2.11: Distorções e danos associados.

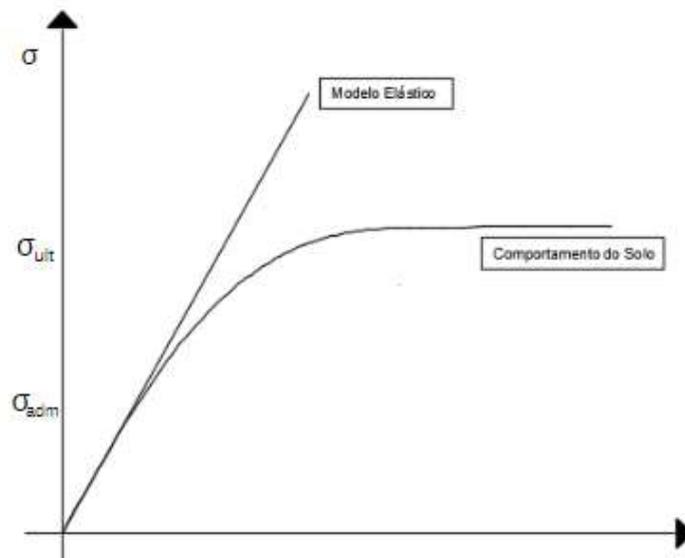


Fonte: Velloso e Lopes (2011).

2.3.1 Recalque Imediato

O recalque imediato (ρ_i) é, na maioria dos casos, irreversível e ocorre quase que imediatamente após o carregamento. Para estimar este tipo de recalque em Meio Elástico Homogêneo (MEH), utilizam-se os fundamentos da Teoria da Elasticidade. Embora os solos não sejam considerados materiais elásticos (COLARES, 2006), justifica-se a utilização da Teoria da Elasticidade devido ao comportamento tensão-deformação elástico linear até níveis de tensões inferiores à tensão admissível (Figura 2.12).

Figura 2.12: Comportamento tensão versus deformação de um material linear não elástico.



Fonte: Da Autora (2023).

De acordo com Pinto (2006), em 1878, Boussinesq apresentou um método de solução utilizando a Teoria da Elasticidade para recalques imediatos de modo a determinar as tensões, deformações e deslocamentos em um semi-espaço infinito elástico submetido à uma carga pontual aplicada na superfície de análise (semi-espaço).

O método considerava, inicialmente, uma placa circular rígida com largura igual a B , sendo esta apoiada em uma camada de argila sobreadensada semi-infinita (Equação 2.4). Posteriormente, o método foi estendido para outros tipos de fundação, como sapatas flexíveis, quadradas e retangulares.

$$\rho_i = \sigma B \left[\frac{1 - \nu^2}{E_s} \right] I_p \quad 2.4$$

onde:

σ : tensão média na superfície da placa carregada;

B: diâmetro da placa circular;

ν : coeficiente de Poisson do maciço de solo (Tabela 2-2);

E_s : módulo de deformabilidade do solo considerado constante com a profundidade;

I_p : coeficiente de forma (Tabela 2-3).

Tabela 2-2: Valores dos coeficientes de Poisson.

Solo	ν
Areia pouco compacta	0,2
Areia compacta	0,4
Silte	0,3 - 0,5
Argila saturada	0,4 - 0,5
Argila não saturada	0,1 - 0,3

Fonte: Teixeira e Godoy (1996).

Tabela 2-3: Coeficientes de forma para cálculo de recalques.

Tipo de Placa	Rígida	Flexível		
		Centro	Canto	Médio
Circular	-	1,00	0,64	0,85
Quadrada	0,75	1,12	0,56	0,95
Retangular	0,99	1,36	0,67	1,15
	L/B = 1,5	1,52	0,76	1,30
	L/B = 2	1,78	0,88	1,52
	L/B = 3	2,10	1,05	1,83
	L/B = 5	2,53	1,26	2,25
	L/B = 10	4,00	2,00	3,70

Fonte: Adaptado de Perloff e Baron (1976).

Segundo Cintra *et al.* (2011), quando o maciço de solo é considerado como um meio contínuo, formado por uma camada com espessura finita, os deslocamentos à camada subjacente indeformável são irrelevantes.

Partindo de Janbu *et al.* (1956, apud CINTRA *et al.*, 2011), considerando deformações a volume constante ao longo de toda a profundidade e adaptando a Teoria da Elasticidade, Cintra *et al.* (2011) definiram, por meio da Equação 2.5, o recalque imediato médio de sapatas flexíveis (ρ_i):

$$\rho_i = \mu_0 \mu_1 \frac{\sigma B}{E_s} \quad 2.5$$

onde:

μ_0 : fator de influência do embutimento;

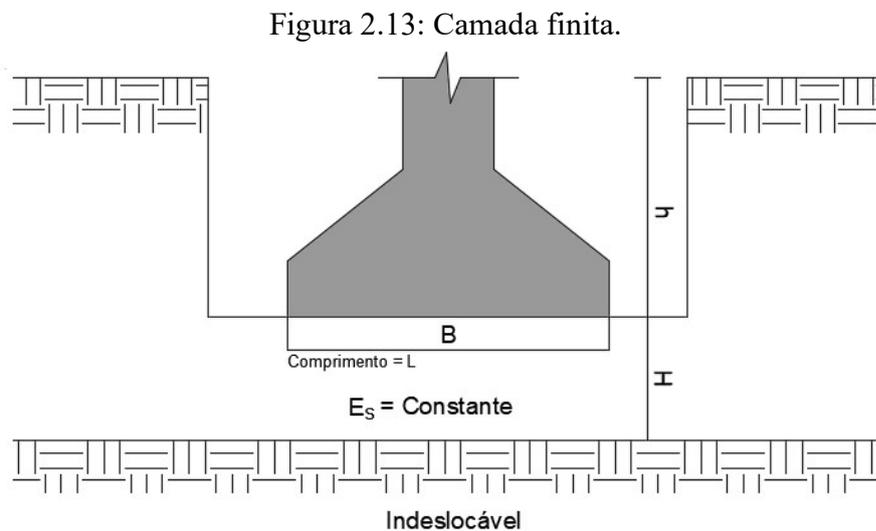
μ_1 : fator de influência da espessura da camada de solo;

B : menor dimensão da sapata;

σ : tensão aplicada ao solo;

E_s : módulo de deformabilidade do solo.

A Figura 2.13 ilustra uma sapata retangular, com largura B , altura h e comprimento L , apoiada a partir de sua base sobre uma camada de solo compressível com espessura H .

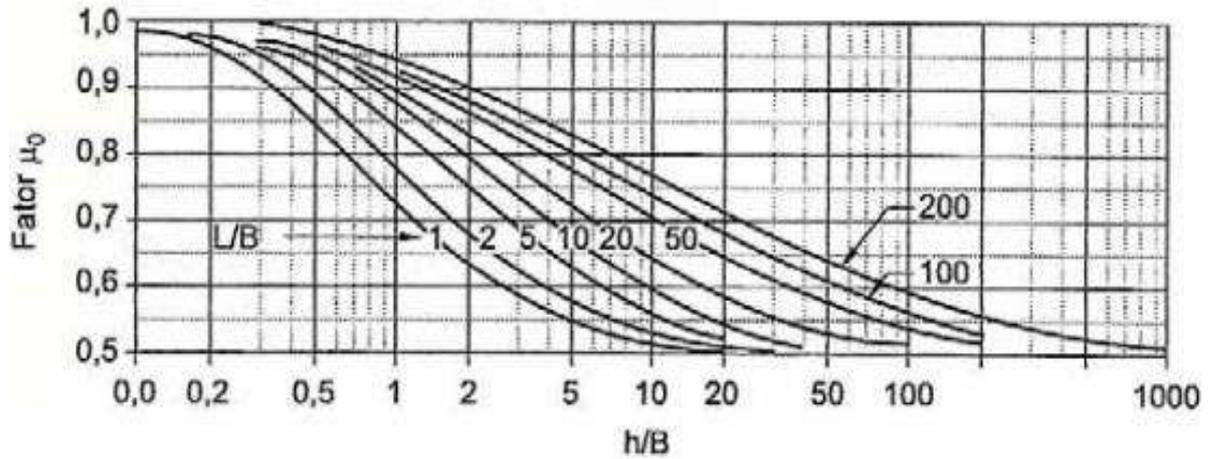


Fonte: Da Autora (2023).

Os fatores μ_0 e μ_1 são encontrados por meio das Figura 2.14 e Figura 2.15, respectivamente. Para ambos os fatores, define-se a curva a ser usada levando em conta a geometria da sapata, dada pela razão da maior dimensão da sapata (L) pela menor dimensão

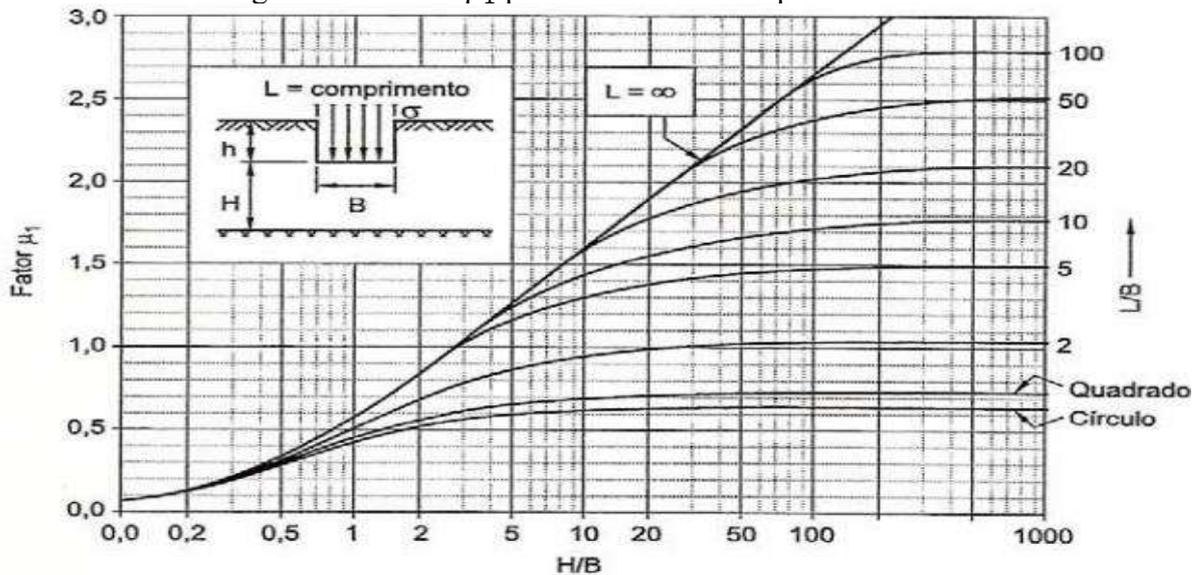
(B). Para o fator μ_0 , também é importante a relação entre o embutimento (h) pela menor dimensão da sapata.

Figura 2.14: Fator μ_0 para cálculo de recalque imediato.



Fonte: Janbu *et al.* (1956) apud Cintra *et al.* (2003).

Figura 2.15: Fator μ_1 para cálculo de recalque imediato.



Fonte: Janbu *et al.* (1956) apud Cintra *et al.* (2003).

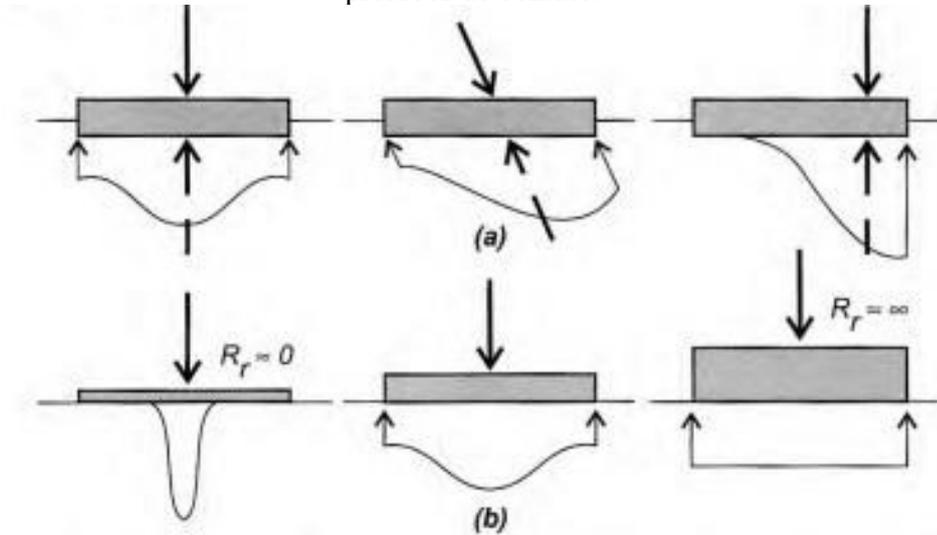
2.4 Análise da interação solo-fundação

Um dos principais objetivos da análise da interação solo-fundação é obter os deslocamentos reais da fundação e seus esforços internos. Segundo Velloso e Lopes (2011), os esforços internos podem ser obtidos de forma direta ou indireta através das pressões de contato.

Na definição de pressões de contato, as características das cargas aplicadas constituem o fator mais importante, pois a resultante de pressões deve ser igual e oposta à resultante das cargas oriundas da superestrutura Figura 2.16.

Ainda, pode-se descrever a rigidez relativa solo-fundação, R_r , como o segundo fator mais importante para análise solo-fundação, sendo que à medida que a fundação se torna flexível, mais as pressões de contato serão refletidas no carregamento.

Figura 2.16: Influência (a) das cargas aplicadas e (b) da rigidez relativa fundação-solo nas pressões de contato.

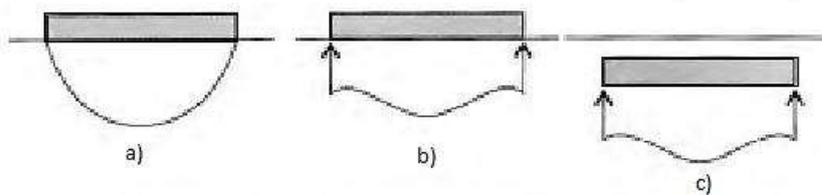


Fonte: Velloso e Lopes (2011).

Arelado aos fatores anteriormente citados, as propriedades do solo também afetam as pressões de contato, dado que a resistência ao cisalhamento do solo determina as pressões máximas nos bordos. A Figura 2.17 ilustra três diferentes situações que tangem as propriedades do solo, sendo estas:

- A fundação está locada na superfície em solo sem resistência, tais como solos compostos por areias e argilas normalmente adensadas;
- A fundação situa-se na superfície em solo apresentando resistência, como nos casos das argilas sobreadensadas;
- A fundação é locada a certa profundidade.

Figura 2.17: Propriedades do solo.



Fonte: Adaptado de Velloso e Lopes (2011).

Tem-se, ainda, pela Teoria da Elasticidade, que as pressões nos bordos de uma sapata rígida são infinitas. Dessa maneira, quanto maior o aumento das cargas, as pressões de bordo tendem a se manter constantes e as cargas da região central aumentarão.

No caso das sapatas, quando apoiadas em solos granulares (como areias) a pressão exercida é maior ao centro e decresce à medida que chega em direção às bordas (BASTOS, 2019). Contudo, nos casos em que há solos argilosos, a pressão é menor no centro e maior na direção das bordas.

2.5 Rigidez relativa solo-fundação

Segundo Bastos (2019), a classificação das sapatas quanto à rigidez é fundamental para o dimensionamento estrutural, além de ser importante para direcionamento da forma como as tensões serão distribuídas na interface sapata-solo. Ainda, segundo o autor, as sapatas rígidas são menos sujeitas a ruptura por punção e, dessa forma, tornam-se elementos estruturais mais seguros.

A classificação entre rígidas e flexíveis é feita pela NBR 6118 (ABNT, 2019), tal que para a sapata ser considerada rígida é necessário que se respeite a Equação 2.6.

$$h \geq \frac{A - a_p}{3} \quad 2.6$$

onde:

h: altura da sapata;

A: dimensão da sapata em determinada direção;

a_p : dimensão do pilar na mesma direção.

Como previamente exposto, a interação solo-fundação é de suma importância para avaliar os deslocamentos reais do elemento de fundação e uma das características mais importantes na avaliação do sistema solo-fundação é a rigidez relativa (R_r).

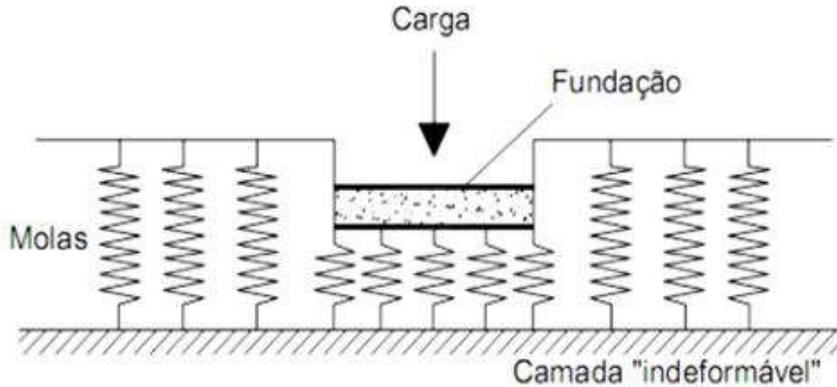
De forma geral, a rigidez relativa depende da tipologia de fundação, vigas (unidimensionais) ou placas (bidimensionais). No caso de vigas, a utilização do método de Hetenyi (1946), baseado na hipótese de Winkler, é bastante difundido.

Para radiers e sapatas, apesar de não existir uma metodologia específica e própria, existem algumas propostas com maior ou menor enquadramento, a depender da análise. Já no caso das fundações retangulares, o método de Meyerhof (1953) é bastante utilizado.

2.5.1 Modelo de Winkler

O modelo de Winkler (1867) propõe que o solo tem comportamento similar a um sistema de molas lineares e independentes (Figura 2.18). Dessa forma, desconsidera o efeito dos carregamentos ao longo da estrutura e a deformação da fundação ocorre apenas na região de carregamento.

Figura 2.18: Hipótese de Winkler.



Fonte: Antoniazzi (2011).

Segundo Porto e Silva (2010), apesar da simplicidade do método, este é bastante eficaz para pesquisas na área da interação solo-estrutura. Contudo, a determinação das rigidezes do sistema é um dos problemas da aplicação do método, pois o coeficiente de reação vertical do solo não depende apenas do maciço do solo, mas também das dimensões da área carregada e a profundidade de assentamento da fundação.

O coeficiente de reação vertical (K_v) é relativo à rigidez oriunda do solo a fim de que se resista ao deslocamento provocado pela aplicação de uma carga. Segundo Velloso e Lopes (2011), este coeficiente pode ser obtido por meio de tabelas de valores típicos, correlações empíricas, ensaio de placa e correlações com recalque da fundação real.

Assim, Winkler parte da consideração de que as pressões de contato são proporcionais aos recalques, como mostrado na Equação 2.7.

$$q = K_v \rho \quad 2.7$$

onde:

q : reação do solo (ou pressão aplicada);

K_v : coeficiente de reação vertical (modelo de molas);

ρ : recalque absoluto.

2.5.2 Henteyi (1946)

O método de Henteyi é bastante difundido para se estimar a rigidez solo-viga, sendo este descrita em três estados: rigidez relativa elevada, média e baixa (Equação 2.8):

$$\lambda = \sqrt{\frac{K_v B}{4E_c I}} \quad 2.8$$

onde:

λ : rigidez relativa;

K_v : coeficiente de reação vertical (coeficiente de mola – Modelo de Winkler);

B : dimensão transversal da viga;

E_c : módulo de Young do material constituído pela viga;

I : momento de inércia da seção transversal.

Para a classificação, utilizam-se os seguintes limites dispostos na Tabela 2-4. No caso em que a rigidez relativa é elevada, considera-se a viga como rígida, sem haver nenhum prejuízo na precisão dos cálculos. Já na rigidez relativa média e baixa, deve-se considerar viga flexível.

Tabela 2-4: Classificação da rigidez relativa de acordo com Henteyi (1946).

Limites de λ	Classificação
$\lambda < \frac{\pi}{4L}$	Rigidez relativa elevada
$\frac{\pi}{4L} < \lambda < \frac{\pi}{L}$	Rigidez relativa média
$\lambda > \frac{\pi}{L}$	Rigidez relativa baixa

Fonte: Henteyi (1946) apud Velloso e Lopes (2011).

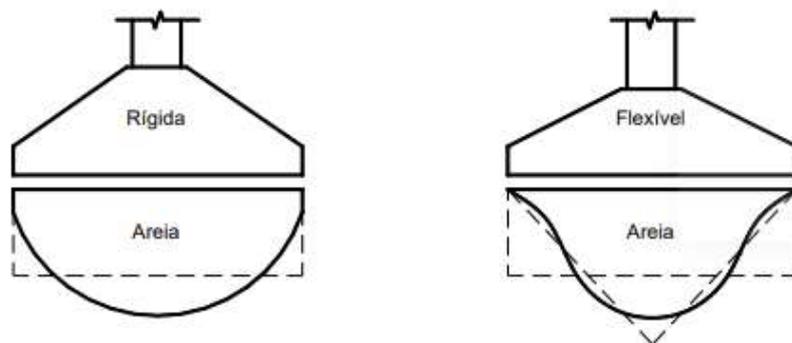
2.5.3 Distribuição de tensões

Segundo Velloso e Lopes (2011), a rigidez relativa solo-fundação afeta, também, a distribuição das pressões de contato, que dependem das características das cargas aplicadas (posição, inclinação e intensidade) e das propriedades do solo.

Quando apoiadas em solos granulares, as sapatas exercem uma pressão maior no centro e, à medida que se aproxima das bordas, a pressão decresce. Entretanto, no caso de solos argilosos, a pressão exercida é menor ao centro, contudo, maior nas proximidades das bordas.

De acordo com Silva (1998), a distribuição de tensões no solo não é uniforme, entretanto, na maioria dos casos, admite-se uniformidade o que, geralmente, resultada em esforços solicitantes maiores (BASTOS, 2019). A Figura 2.19 ilustra a distribuição de tensões na base de uma sapata em função da rigidez e tipo de solo.

Figura 2.19: Distribuição de tensões no solo.



Fonte: Bastos (2019).

2.6 Método de Elementos Finitos (MEF)

Segundo Tavares (1998), o surgimento de estruturas cada vez mais complexas de resolução manual aliado ao avanço computacional favoreceu o aparecimento de métodos de resoluções numéricas, entre eles, o Método de Elementos Finitos (MEF).

De forma geral, pode-se caracterizar o MEF como um procedimento numérico com objetivo de particionar um meio contínuo em pequenos elementos a fim de que se obtenha soluções aproximadas de equações diferenciais infinitas em equações diferenciais finitas, com as mesmas propriedades do modelo original (CHIQUESI *et al.*, 2020).

Segundo Alelvan (2017), o MEF foi introduzido por Clough e Woodward no ano de 1967 no ramo da engenharia geotécnica. Com a ampliação das ferramentas computacionais e dada a alta precisão de resultados, o MEF se difundiu no mercado com vasta disponibilidade de *softwares* devido a sua alta precisão e abrangência.

2.7 Plaxis 2D

O *software* Plaxis surgiu no ano de 1987 pela *Delf University of Technology* na Holanda com o propósito efetuar simulações com utilização do método dos elementos finitos e é,

atualmente, uma ferramenta de grande valor para os estudos geotécnicos. Os cálculos numéricos são divididos em 3 (três) rotinas:

- 1) *Input*: nesta etapa é possível construir a geometria do estudo, bem como definir os materiais, propriedades e condições de contorno. Ainda, é possível gerar a malha de elementos finitos e efetuar quaisquer ajustes necessários.
- 2) *Calculations*: A partir desta janela, é possível construir as fases do estudo de acordo com as necessidades do usuário, calcular a análise e efetuar a verificação de erros.
- 3) *Output*: a janela de *output* permite ao usuário visualizar os resultados originados pela etapa 2, além de permitir visualizar as deformações e tensões ocorridas no estudo. Também é possível retirada de gráficos e capturas de tela.

3. METODOLOGIA

3.1 Contextualização da pesquisa

O presente trabalho teve como objetivo analisar as tensões e deformações desenvolvidas em um modelo numérico de sapata corrida assentada em solo arenoso. Foi realizada uma análise paramétrica onde foram variados quatro parâmetros geotécnicos separadamente, sendo estes: peso específicos (γ), ângulo de atrito (Φ), módulo de Young (E) e, por fim, um último modelo, onde variaram-se todos os parâmetros anteriores mencionados de forma simultânea.

O objetivo da análise foi a alteração da rigidez do solo a partir de um solo arenoso fofo até um solo arenoso compacto, sempre observando a rigidez relativa solo-fundação definida por Henteyi (1946). Para a simulação numérica, utilizou-se *software* Plaxis 2D, versão 2015 (BENTLEY SYSTEMS, 2015) para resolução de problemas de geotecnia com uso de MEF.

Este trabalho é a continuação de uma extensa linha de pesquisa que se desenvolve desde 2020 nesta instituição, sendo a validação deste trabalho realizada com base nas diretrizes dos trabalhos de Linhares (2013), Alberto Junior (2020) e Mendonça (2021). A Figura 3.1 ilustra o resumo dos estudos anteriores e os objetivos do presente estudo.

3.2 Modelo Numérico

3.2.1 Parâmetros Geotécnicos

Para a validação do modelo, o peso específico foi retirado de Linhares (2013), os valores do módulo de Young e coeficiente de Poisson foram retirados da literatura de Marangon (2017) previamente elaborada na pesquisa de Alberto Junior (2020), bem como o ângulo de dilatação. Por fim, o valor do ângulo de atrito foi definido no trabalho de Mendonça (2021). Os parâmetros geotécnicos finais utilizados no modelo numérico estão apresentados na Tabela 3-1.

Tabela 3-1: Resumo dos parâmetros geotécnicos do modelo numérico.

Parâmetro	Valor
γ (kN/m ³)	14,54
E (kN/m ²)	3795
ν	0,23
Ψ (°)	6,35
Φ (°)	33

Fonte: Adaptado de Mendonça (2021).

Figura 3.1: Resumo dos parâmetros e diretrizes validados no trabalho.

Linhares (2013) - Modelo físico em escala reduzida

- Modelo físico em escala reduzida;
- Parâmetros geotécnicos definidos por meio de ensaios de laboratório: peso específico (γ), ângulo de atrito (Φ) e coesão (c);
- Pontos da curva carga-recalque definidos por porcentagens referentes à deformação de ruptura, carregamento nos quais foram utilizados na validação do modelo numérico e análises paramétricas.

Alberto Junior (2020)

- Primeira validação do modelo físico para modelo numérico em escala real;
- Parâmetros de rigidez da sapata corrida como metálica estimados para garantir alta rigidez;
- Definição do Módulo de Young (E) e do coeficiente de Poisson (ν) por meio da literatura;
- Ângulo de dilatação (ψ) estimado por validação numérica.

Mendonça (2021)

- Ajuste do refinamento e número de elementos da malha;
- Ângulo de atrito adaptado devido à consideração da deformação plana, fazendo com que o ângulo de atrito passasse de 30° para 33° .

Presente estudo

- Parâmetros de rigidez da sapata corrida calculados para fundação em concreto armado, considerando valores equivalentes a realidade em campo;
- Cálculo da rigidez relativa do modelo físico (placa de alumínio) e o modelo numérico (placa de concreto);
- Análise paramétrica geotécnica para tornar o solo arenoso, originalmente fofo, para um solo arenoso compacto.

Fonte: Da Autora (2023).

3.2.2 Etapas de Construção

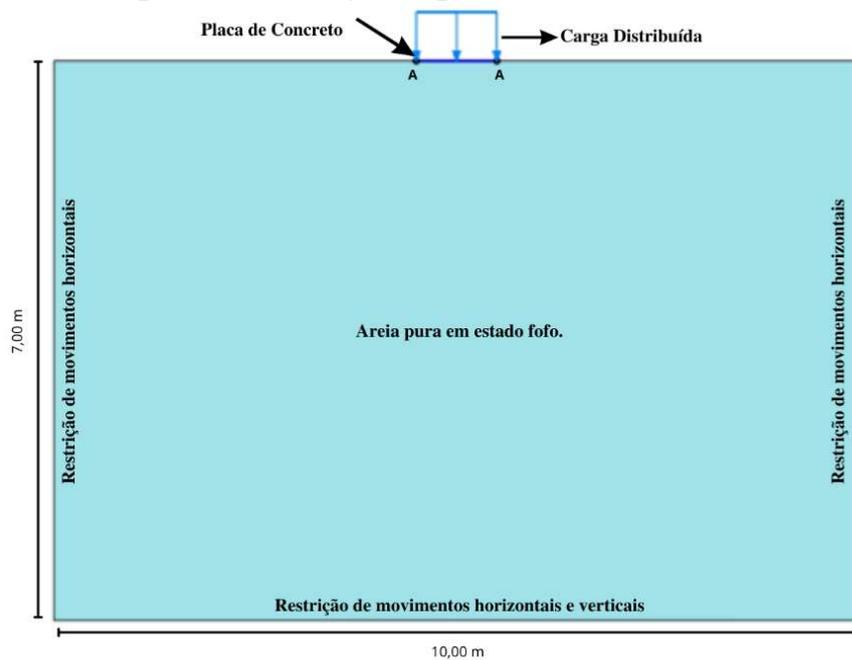
- 1) Inicialmente, foi feito o desenho da geometria do modelo numérico no *software* Plaxis 2D, com as dimensões da caixa e da placa conforme Tabela 3-2. Foram aplicadas restrições de movimentação totais (limite inferior) e horizontais (limites laterais) (Figura 3.2);

Tabela 3-2: Dimensões geométricas.

Dimensões da sapata	
B (m)	1
h	0,25
Dimensões da caixa	
b (m)	10
h (m)	7

Fonte: Adaptado de Mendonça (2021).

Figura 3.2: Validação da geometria do modelo.



Fonte: Da Autora (2023).

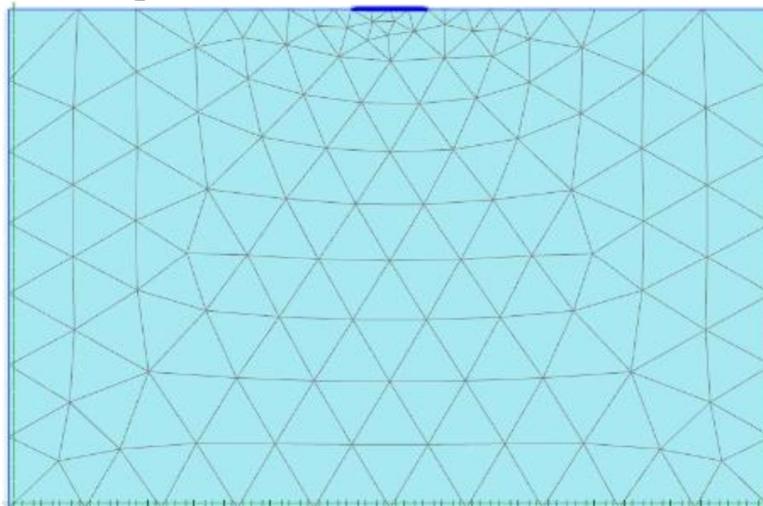
- 2) Em seguida, foram inseridos os parâmetros geotécnicos do solo definidos para o modelo numérico, bem como os parâmetros mecânicos da placa de concreto;
- 3) Após os parâmetros mecânicos e geotécnicos serem inseridos, foi possível gerar a malha (Figura 3.3). A malha foi criada com base no ajuste feito por Mendonça (2021) devido a melhor ajuste na simulação (Tabela 3-3).

Tabela 3-3: Dimensões do modelo numérico.

Ajuste da malha	
Malha	Grosseira
Número de Elementos	15

Fonte: Adaptado de Mendonça (2021).

Figura 3.3: Malha de elementos do modelo.



Fonte: Da Autora (2023).

4) Deixou-se a primeira fase de cálculo com apenas solo e sapata ativados. As restrições de movimentações têm ativação automática no *software*. Nas demais fases de cálculo, ativou-se o carregamento distribuído em cima da sapata, sendo o valor atribuído a este carregamento correspondentes àqueles obtidos por Linhares (2013) (Tabela 3-4). Ressalta-se que foram utilizados cinco destes valores, o último não sendo utilizado devido ao rompimento do solo de análise quando submetido a simulação no Plaxis 2D.

Tabela 3-4: Tensões para os deslocamentos dos modelos numéricos

<u>Carregamento</u>	<u>Tensão Vertical (kPa)</u>
1	80,50
2	136,90
3	184,60
4	228,70
5	270,00

Fonte: Linhares (2013).

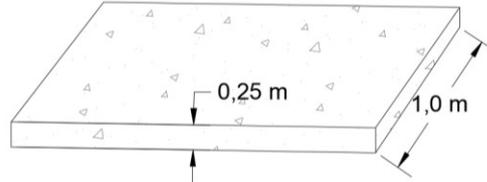
5) Foram retirados no *output* as deformações e tensões verticais na base da sapata.

3.3 Modelo Físico

O modelo utilizado por Linhares (2013) era composto por uma placa de alumínio em escala reduzida que, ao aplicar o fator de escala, tinha uma espessura de 0,127 m. Embora a fundação tenha atendido todos os requisitos de rigidez, a escolha de material e a espessura da placa não condizem com a realidade em campo. Dessa maneira, com base nas diretrizes da NBR

6118 (ABNT, 2019), a altura da sapata foi modificada para 0,25 m e a placa, que antes era de alumínio, passou a ser de concreto (Figura 3.4).

Figura 3.4: Representação ilustrativa da placa de concreto com altura adotada de 0,25 m.



Fonte: Da Autora (2023).

Para calcular o coeficiente de reação vertical (K_v) do modelo físico (placa de alumínio) e numérico (placa de concreto), utilizou-se a Equação 2.7. Os resultados foram apresentados na Tabela 3-5.

Tabela 3-5: Valores obtidos de K_v para os modelos de alumínio e concreto.

Coeficiente de Reação Vertical (K_v)		
kNm ⁻³		
Tensão (kPa)	Modelo físico	Modelo Numérico
80,50	1586,52	1588,75
136,90	1306,30	1310,17
184,60	1172,06	1174,84
228,70	1082,35	1087,98
270,00	985,76	985,79

Fonte: Da Autora (2023).

Com base nos valores obtidos, calculou-se a rigidez à flexão (EI) e a rigidez axial (EA) por intermédio das equações 3.1 e 3.2. A Tabela 3-6 resume os valores de rigidez encontrados para cada caso.

$$EI = E \frac{h^3 b}{12} \quad 3.1$$

$$EA = E h b \quad 3.2$$

Tabela 3-6: Resumo da rigidez à flexão, rigidez axial e módulo de Young dos modelos.

Modelo	Altura (m)	EA (kN/m)	EI (kNm ² /m)	E (10 ⁶ kN/m ²)
Físico	0,127	87.630.000	117.782	69
Numérico	0,25	6.554.825	34.139	20

Fonte: Da Autora (2023).

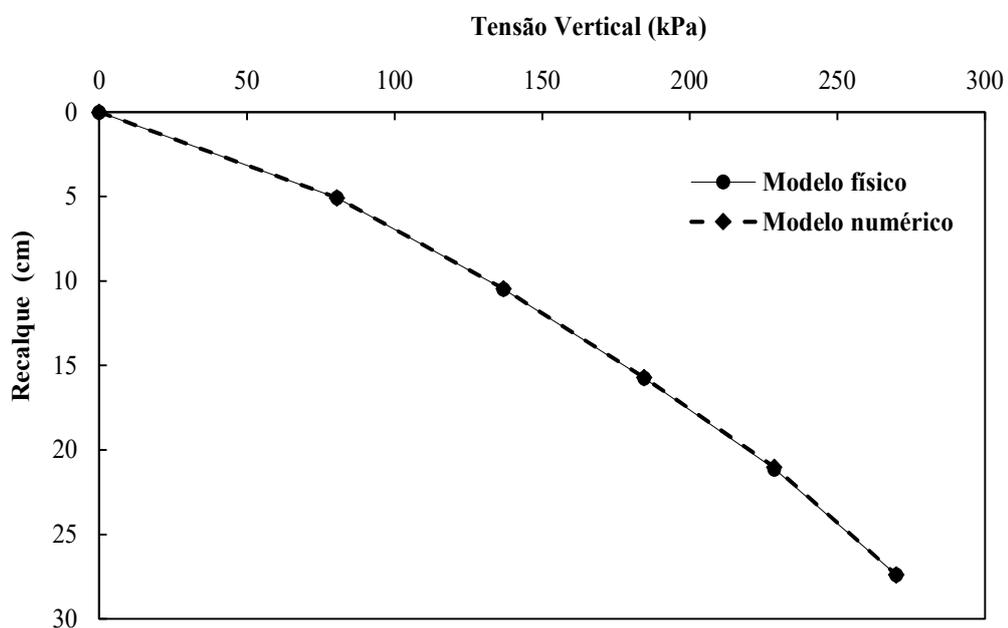
Ao comparar o modelo físico com o modelo numérico, observou-se que a variação dos deslocamentos foi pequena, sendo que a maior variação percentual foi observada no carregamento de 228,70 kPa, com um aumento de 0,52% em relação aos deslocamentos máximos do modelo físico. Os valores podem ser encontrados na Tabela 3-7 e estão ilustrados na Figura 3.5.

Tabela 3-7: Deslocamentos máximos dos modelos.

Carregamentos (kPa)	Modelos		%
	Físico (cm)	Numérico (cm)	
80,50	5,074	5,067	0,14%
136,90	10,480	10,449	0,30%
184,60	15,750	15,713	0,24%
228,70	21,130	21,021	0,52%
270,00	27,390	27,389	0,00%

Fonte: Da Autora (2023).

Figura 3.5: Comparativo dos deslocamentos máximos entre o modelo numérico e modelo de físico.



Fonte: Da Autora (2023).

Quanto à classificação da rigidez relativa, seguindo a metodologia de Hetenyi (1946), foi observado que em ambos os modelos, os valores de λ foram classificados como rigidez relativa elevada (Tabela 3-8). Dessa maneira, o modelo numérico cumpre a rigidez esperada pelo modelo físico.

Tabela 3-8: Valores de λ para os modelos.

λ	Modelo Físico	Modelo Numérico
	0,2138	0,2914

Fonte: Da Autora (2023).

3.4 Análise paramétrica

Para a análise paramétrica, foram criados quatro modelos numéricos onde foram variados os parâmetros geotécnicos do solo de fundação. Foram variados separadamente: peso específico, ângulo de atrito e módulo de Young e, também, foi realizado um modelo com a variação simultânea de todos os parâmetros anteriormente mencionados.

A modificação dos parâmetros geotécnicos foi feita com objetivo de alterar a rigidez do solo arenoso fofo até um solo arenoso compacto. Para tal, foi feita uma avaliação minuciosa dos parâmetros geotécnicos, baseados na avaliação dos parâmetros de resistência e de deformabilidade para areias e solos arenosos de Marangon (2017), de modo que pudesse ser encontrada uma faixa compacta para o solo de análise (Tabela 3-9).

Tabela 3-9: Avaliação dos parâmetros de resistência e de deformabilidade em função do SPT para areias e solos arenosos.

Compacidade	c (kN/m ²)	Φ (°)	E (kN/m ²)	v
Fofa	0	25-30	1.000 - 5.000	
Pouco Compacta	0	30-35	5.000 - 14.000	
Medianamente Compacta	0	35-40	14.000 - 40.000	0,3 a 0,4
Compacta	0	40-45	40.000 - 70.000	
Muito compacta	0	>45	>70.000	

Fonte: Da Autora (2023).

Os parâmetros geotécnicos do modelo numérico validado, bem como os parâmetros utilizados nas análises, podem ser vistos na Tabela 3-10.

Tabela 3-10: Comparativo entre os parâmetros geotécnicos dos modelos.

Parâmetro	Modelo Físico	Modelo Numérico
γ (kN/m ³)	14,54	17,70
E (kN/m ²)	3.795	70.000
Φ (°)	33	42

Fonte: Da Autora (2023).

Para melhor organização e apresentação dos resultados, optou-se por nomear como Modelo 0 o modelo com parâmetros validados pelo modelo físico em escala reduzida. Os demais modelos da análise paramétrica são chamados de Modelo 1, Modelo 2, Modelo 3 e

Modelo 4, sendo estes, respectivamente, para a variação de peso específico natural (γ), módulo de Young (E), ângulo de atrito (Φ) e, por fim, todos os parâmetros geotécnicos de forma simultânea.

A Tabela 3-11 apresenta os valores de λ , que representam a rigidez relativa solo-viga de acordo com o método de Hetenyi (1946) para cada um dos modelos supracitados, bem como o modelo numérico validado previamente. Pode-se perceber que em todos os casos da modelagem numérica, os valores de λ foram classificados como rigidez relativa alta (viga rígida).

Tabela 3-11: Valores de λ referentes a análise paramétrica.

Modelos analisados	λ	Classificação da Rigidez Relativa	Limite Superior de λ para Rigidez Relativa Elevada
Modelo 0	0,2914	Rigidez relativa elevada	
Modelo 1	0,2980	Rigidez relativa elevada	
Modelo 2	0,3396	Rigidez relativa elevada	0,785
Modelo 3	0,3181	Rigidez relativa elevada	
Modelo 4	0,6641	Rigidez relativa elevada	

Fonte: Da Autora (2023).

O limite superior de $\lambda = 0,785$ foi estabelecido com base na classificação da rigidez relativa elevada, de acordo com Hetenyi (1946), previamente descrita na Tabela 2-4. Ressalta-se que o comprimento L utilizado foi de 1,0 m, como estabelecido na validação geométrica do Modelo 0.

4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

4.1 Modelo 1 - Peso Específico Natural

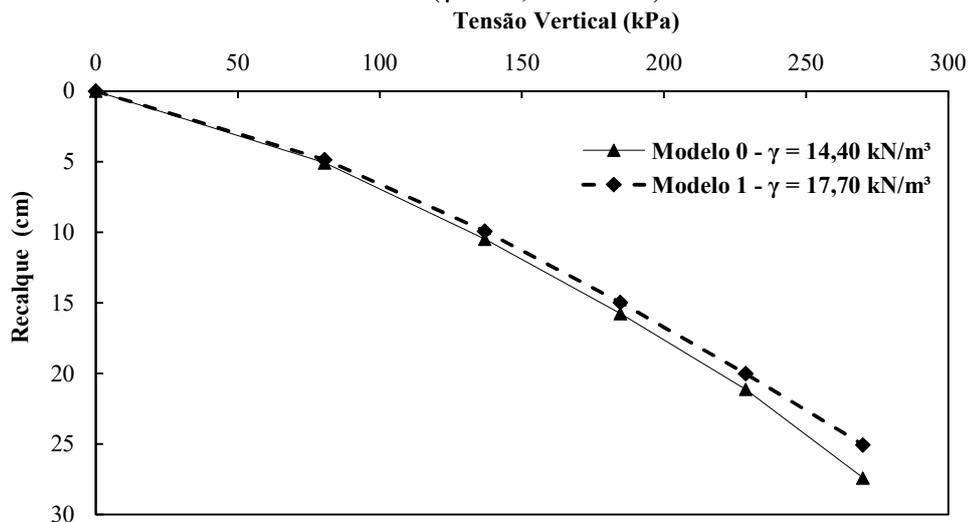
Na Tabela 4-1 é possível comparar os valores dos recalques máximos na base da sapata obtidos para cada nível de tensões verticais de carregamento, bem como a sua variação percentual em valores absolutos devida à mudança do peso específico de $\gamma = 14,54 \text{ kN/m}^3$ para $\gamma = 17,70 \text{ kN/m}^3$. Já a Figura 4.1 mostra as curvas carga-recalque de ambas as situações.

Tabela 4-1: Comparativo dos deslocamentos máximos entre o Modelo 0 e Modelo 1 quanto a variação de γ .

Tensão Vertical (kN/m)	Recalque máximo (cm)		Diferença percentual (%)
	Modelo 0 $\gamma = 14,54 \text{ kN/m}^3$	Modelo 1 $\gamma = 17,70 \text{ kN/m}^3$	
80,50	5,074	4,840	- 4,60
136,90	10,480	9,905	- 5,48
184,60	15,750	14,962	- 5,00
228,70	21,130	20,004	- 5,33
270,00	27,390	25,056	- 8,52

Fonte: Da Autora (2023).

Figura 4.1: Curva carga-recalque comparativa entre o Modelo 0 ($\gamma = 14,54 \text{ kN/m}^3$) e o Modelo 1 ($\gamma = 17,70 \text{ kN/m}^3$).



Fonte: Da Autora (2023).

A rigidez relativa calculada para o Modelo 1 foi de $\lambda = 0,2980$ e, ao comparar com o Modelo 0, cuja rigidez relativa era de $\lambda = 0,2914$, ocorreu um aumento de 2,26 % na rigidez relativa entre os modelos.

Assim, com o aumento da rigidez, para o último carregamento analisado, de 270,00 kPa, ocorreu uma redução percentual de 8,53 % nos deslocamentos do Modelo 1 em comparação com o Modelo 0.

Dessa maneira, a relação entre a variação percentual de deslocamento total e a variação da rigidez relativa para o Modelo 1 foi de 3,77. A Tabela 4-2 consolida os resultados obtidos para o modelo de análise.

Tabela 4-2: Consolidação dos resultados para o Modelo 1.

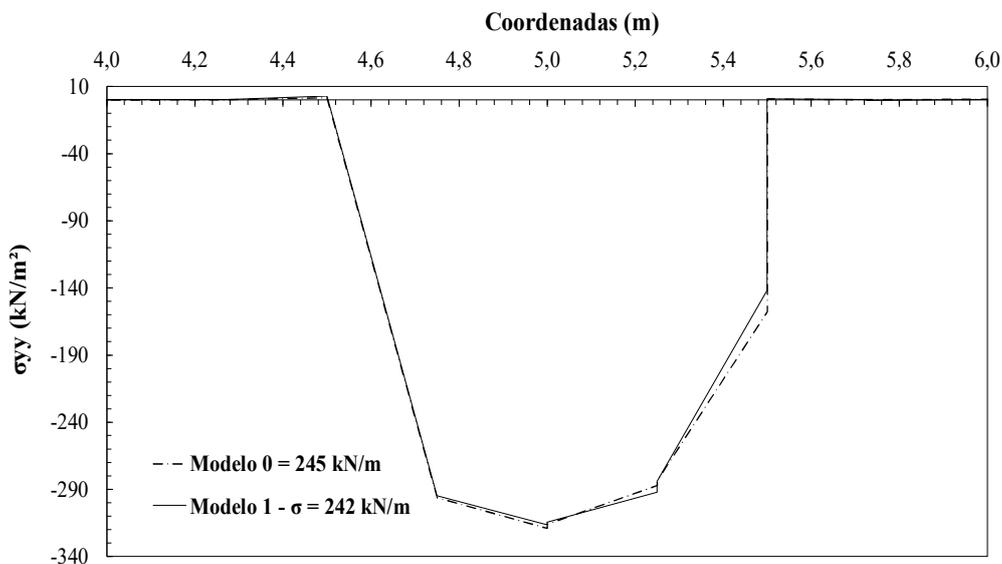
Modelo	Diferença percentual	Diferença percentual	$\frac{\rho(\%)}{\lambda(\%)}$
	de ρ (%)	de λ (%)	
Modelo 1	8,52	+ 2,26	3,77

Fonte: Da Autora (2023).

Ressalta-se, também, que ambas as curvas estão classificadas com rigidez relativa elevada e o valor de λ , em ambos os casos, se encontra distante do limite superior da classificação estabelecida por Hetenyi (1946) equivalente a $\lambda = 0,785$ para este estudo.

A Figura 4.2 mostra a distribuição de tensões verticais na base da sapata, no último estágio de carregamento (270,00 kPa). O Modelo 1, com utilização de $\gamma = 17,70$ kN/m³, teve um somatório de tensões equivalente a 242 kN/m, enquanto o Modelo 0, um total de 245 kN/m. Ressalta-se que os valores obtidos na curva foram retirados do *software* Plaxis 2D, em *total stress*, obtendo as coordenadas x e y, bem como σ_{yy} na base da sapata.

Figura 4.2: Distribuição de tensões no Modelo 0 ($\gamma = 14,54$ kN/m³) e no Modelo 1 ($\gamma = 17,70$ kN/m³).



Fonte: Da Autora (2023).

4.2 Modelo 2 - Módulo de Young

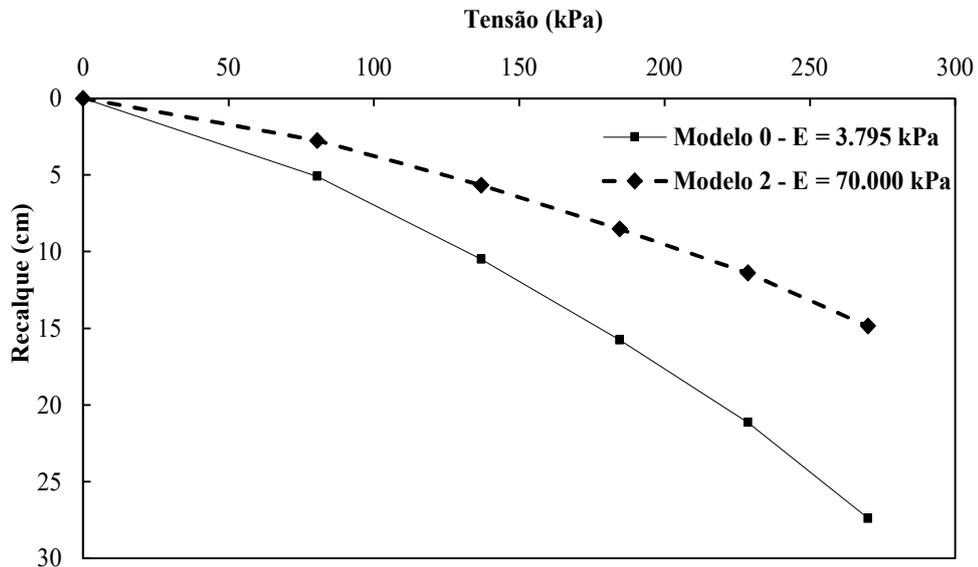
Na Tabela 4-3 é possível comparar os valores dos recalques máximos na base da sapata obtidos para cada nível de tensões verticais do carregamento, além da variação percentual em valores absolutos devida à mudança paramétrica do módulo de Young de $E = 3.795 \text{ kPa}$ para $E = 70.000 \text{ kPa}$. Já a Figura 4.3 mostra as curvas carga-recalque de ambas as situações.

Tabela 4-3: Comparativo dos deslocamentos máximos entre o Modelo 0 e Modelo 2 quanto a variação de E .

Tensão Vertical (kN/m)	Recalque máximo (cm)		Diferença percentual (%)
	Modelo 0 $E = 3.795 \text{ kPa}$	Modelo 2 $E = 70.000 \text{ kPa}$	
80,50	5,074	2,747	- 45,86
136,90	10,480	5,665	- 45,95
184,60	15,750	8,518	- 45,91
228,70	21,130	11,397	- 46,06
270,00	27,390	14,851	- 45,78

Fonte: Da Autora (2023).

Figura 4.3 Curva carga-recalque comparativa entre o Modelo 0 ($E = 3.795 \text{ kPa}$) e Modelo 2 ($E = 70.000 \text{ kPa}$).



Fonte: Da Autora (2023).

O Modelo 2 também foi classificado com rigidez relativa elevada com valor de $\lambda = 0,3396$. Dessa maneira, ao comparar com o Modelo 0, com rigidez relativa de $\lambda = 0,2980$, houve um aumento de 16,54 % na rigidez relativa do Modelo 2 em comparação com o Modelo 0.

Dessa maneira, observa-se uma diminuição dos deslocamentos máximos em um percentual médio de 45,91 %, o que era esperado, pois houve aumento da rigidez do solo com compactação de fofa para muito compacta.

Pode-se expressar uma relação entre a variação da redução de ρ (%) e ao aumento de λ (%) em, aproximadamente, 2,77. Assim, o módulo de Young exerceu influência significativa na alteração dos recalques quando se comparado ao Modelo 0.

A Tabela 4-4 a seguir consolida os resultados obtidos para o Modelo 2.

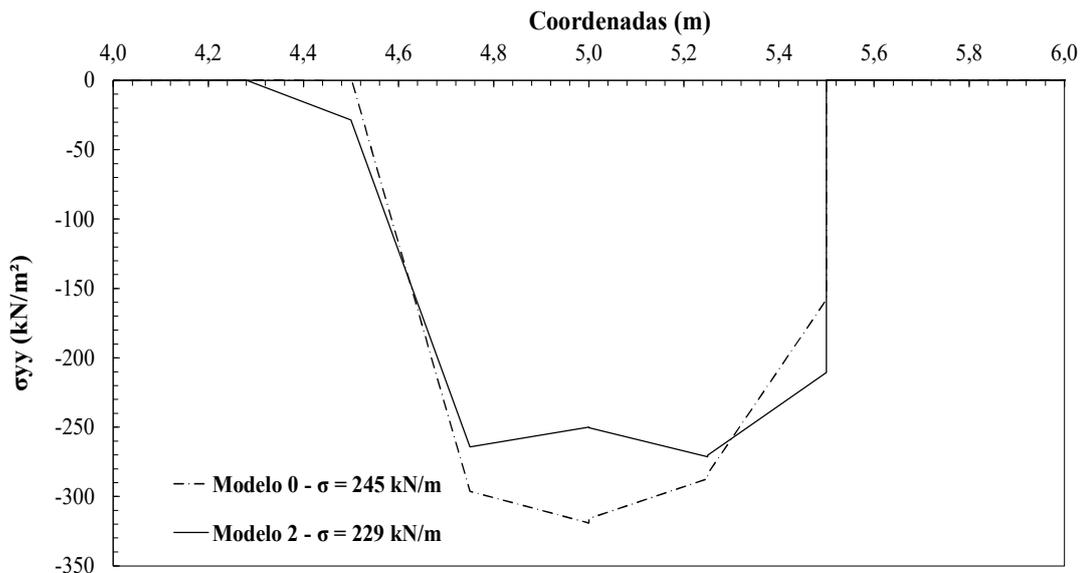
Tabela 4-4: Consolidação dos resultados para o Modelo 2.

Modelo	Diferença percentual	Diferença percentual	$\frac{\rho(\%)}{\lambda(\%)}$
	de ρ (%)	de λ (%)	
Modelo 2	45,78	+ 16,54	2,77

Fonte: Da Autora (2023).

A Figura 4.4 mostra a distribuição de tensões verticais na base da sapata, no último estágio de carregamento, 270,00 kPa. No Modelo 2 ($E = 70.000$ kPa), as tensões totais foram menores que o Modelo 0 ($E = 3.795$ kPa), sendo estas 229 kN/m e 245 kN/m, respectivamente. Ressalta-se que os valores obtidos na curva foram retirados do *software* Plaxis, em *total stress*, obtendo as coordenadas x e y, bem como σ_{yy} na base da sapata.

Figura 4.4: Distribuição de tensões no e Modelo 0 ($E = 3.795$ kPa) Modelo 2 ($E = 70.000$ kPa).



Fonte: Da Autora (2023).

4.3 Modelo 3 - Ângulo de Atrito

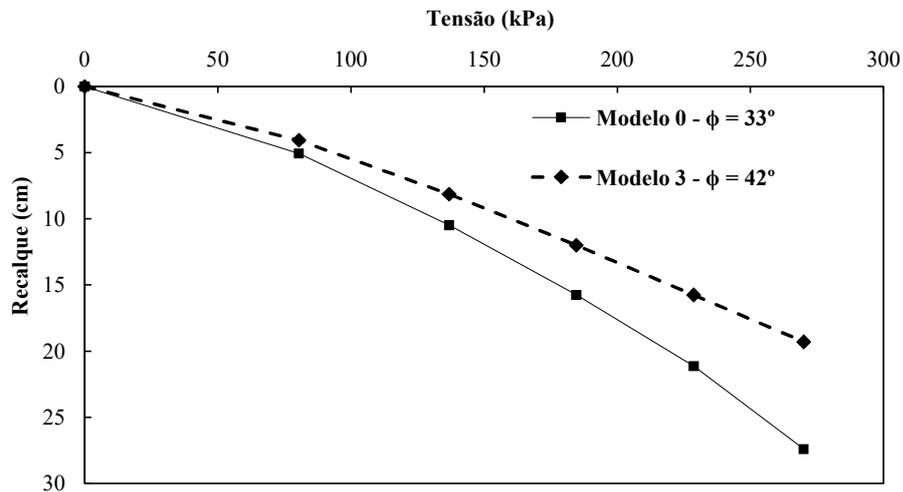
Na Tabela 4-5 é possível comparar os valores dos recalques máximos na base da sapata obtidos para cada nível de tensões verticais do carregamento, bem como a sua variação percentual em valores absolutos devida à mudança do ângulo de atrito de 33° para 42° . A Figura 4.5 mostra a variação da curva carga-recalque com a modificação do ângulo de atrito.

Tabela 4-5: Comparativo dos deslocamentos máximos entre o Modelo 0 e o Modelo 3 quanto a variação de Φ .

Tensão Vertical (kN/m)	Recalque máximo (cm)		Diferença percentual %
	Modelo 0 $\Phi = 33^\circ$	Modelo 3 $\Phi = 42^\circ$	
80,50	5,074	4,077	- 19,65
136,90	10,480	8,141	- 22,31
184,60	15,750	11,994	- 23,85
228,70	21,130	15,758	- 25,42
270,00	27,390	19,292	- 29,57

Fonte: Da Autora (2023).

Figura 4.5: Curva carga-recalque comparativa entre o Modelo 0 ($\Phi = 33^\circ$) e o Modelo 3 ($\Phi = 42^\circ$).



Fonte: Da Autora (2023).

O Modelo 3 foi classificado com rigidez relativa elevada com valor de $\lambda = 0,3181$. Dessa maneira, ao comparar com o Modelo 0, com rigidez relativa de $\lambda = 0,2980$, houve um aumento de 9,16 % na rigidez relativa do Modelo 3 em comparação com o Modelo 0. Pode-se expressar uma relação entre a variação da redução de ρ (%) e ao aumento de λ (%) em, aproximadamente, 3,23. (Tabela 4-6).

Tabela 4-6: Consolidação dos resultados para o Modelo 3.

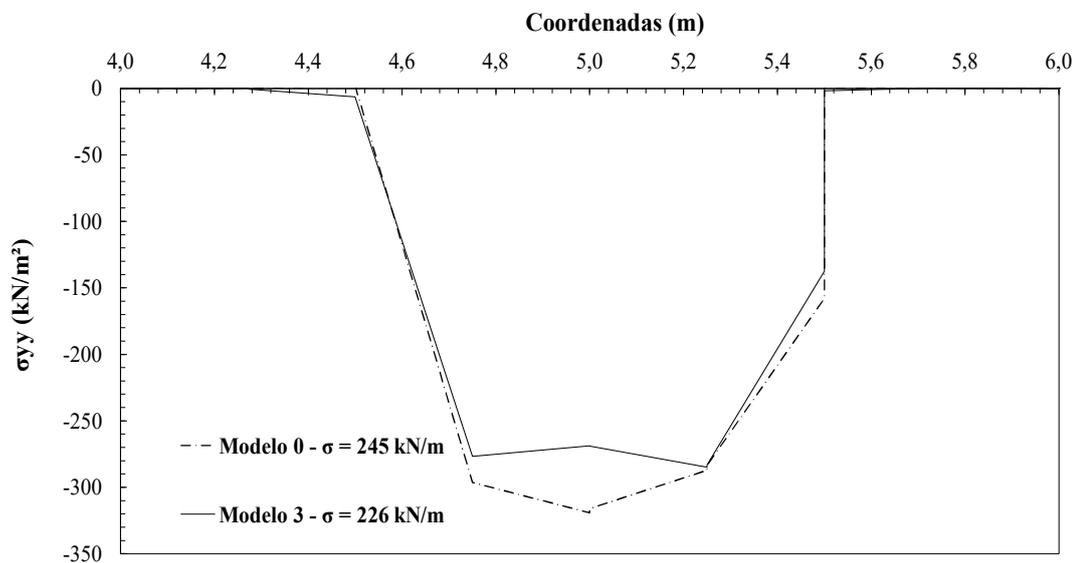
Modelo	Diferença percentual de ρ (%)	Diferença percentual de λ (%)	$\frac{\rho(\%)}{\lambda(\%)}$
Modelo 3	29,57	0,785	3,23

Fonte: Da Autora (2023).

Houve, também, redução dos deslocamentos totais, como previsto, dado que além do aumento de resistência ao cisalhamento do solo, também ocorreu aumento da rigidez relativa. Ainda, a diferença percentual entre os deslocamentos aumenta à medida que ocorre o aumento da tensão vertical. Assim, tem-se que o maior aumento percentual ocorreu no último estágio de carregamento, 270,00 kPa, com redução de 29,57 % no recalque máximo.

A Figura 4.6 evidencia os dois modelos de análise quanto a distribuição de tensões verticais na base da sapata, no último estágio de carregamento, 270,00 kPa. Nota-se que, como nos modelos como aumento de rigidez, a distribuição de tensões foi menor no modelo com aumento de ângulo de atrito $\Phi = 42^\circ$, o que era esperado, pois o comportamento do solo era muito compacto. Na região central, assim como no modelo de $E = 70.000$ kPa, houve uma retração indicando um aumento da capacidade de carga resistência.

Figura 4.6: Distribuição de tensões no Modelo 3 ($\Phi = 42^\circ$) e no Modelo 0 ($\Phi = 33^\circ$).



Fonte: Da Autora (2023).

Ressalta-se que os valores obtidos na curva foram retirados do software Plaxis, em total stress, obtendo, assim, as coordenadas x e y, bem como σ_{yy} na base da sapata.

4.4 Modelo 4 – Todos os parâmetros

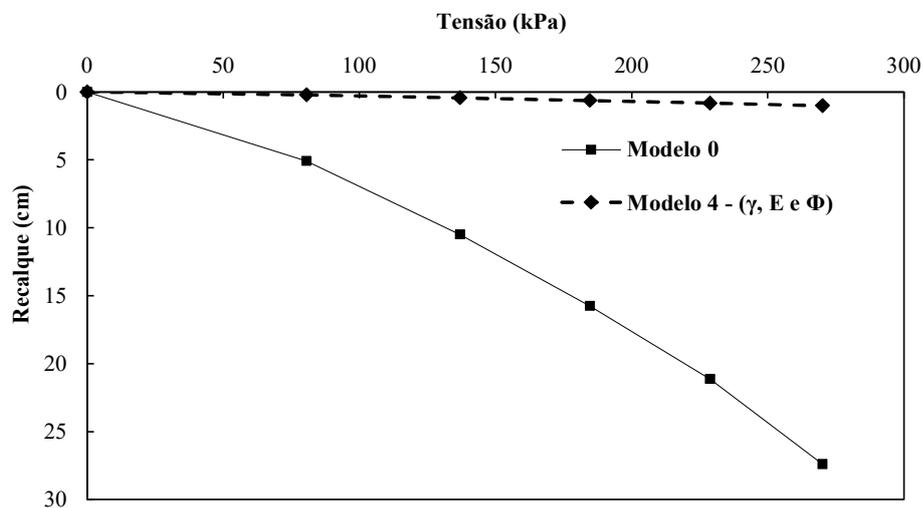
Por fim, no Modelo 4 variou-se todos os parâmetros ao mesmo tempo (γ , E e Φ). Na Tabela 4-7 é possível comparar os valores dos recalques máximos na base da sapata obtidos para cada nível de tensões verticais de carregamento. Já a Figura 4.7 mostra a variação da curva carga-recalque com a modificação de todos os parâmetros supracitados nas análises anteriores.

Tabela 4-7 Comparativo dos deslocamentos máximos entre o Modelo 0 e o Modelo 4 quanto a variação de γ , E e Φ simultaneamente.

Tensão Vertical (kN/m)	Recalque máximo (cm)		Diferença percentual %
	Modelo 0	Modelo 4	
80,50	5,074	0,2136	- 95,79
136,90	10,480	0,4334	- 95,86
184,60	15,750	0,6306	- 96,00
228,70	21,130	0,8260	- 96,09
270,00	27,390	1,0163	- 96,29

Fonte: Da Autora (2023).

Figura 4.7: Comparativo dos deslocamentos máximos entre o Modelo 0 e Modelo 4 quanto a variação de γ , E e Φ de forma simultânea.



Fonte: Da Autora (2023).

O Modelo 4, assim como os demais, também foi classificado com rigidez relativa elevada com valor de $\lambda = 0,6641$, sendo o modelo mais próximo do limite superior deste estudo ($\lambda = 0,785$).

Dessa maneira, ao comparar com o Modelo 0, com rigidez relativa de $\lambda = 0,2980$, houve um aumento de 127,80 % na rigidez relativa do Modelo 4 em comparação com o Modelo 0.

Pode-se expressar uma relação entre a variação da redução de ρ (%) e ao aumento de λ (%) em, aproximadamente, 0,75.

A Tabela 4-8 consolida os resultados obtidos para o modelo analisado.

Tabela 4-8: Consolidação dos resultados para o Modelo 4.

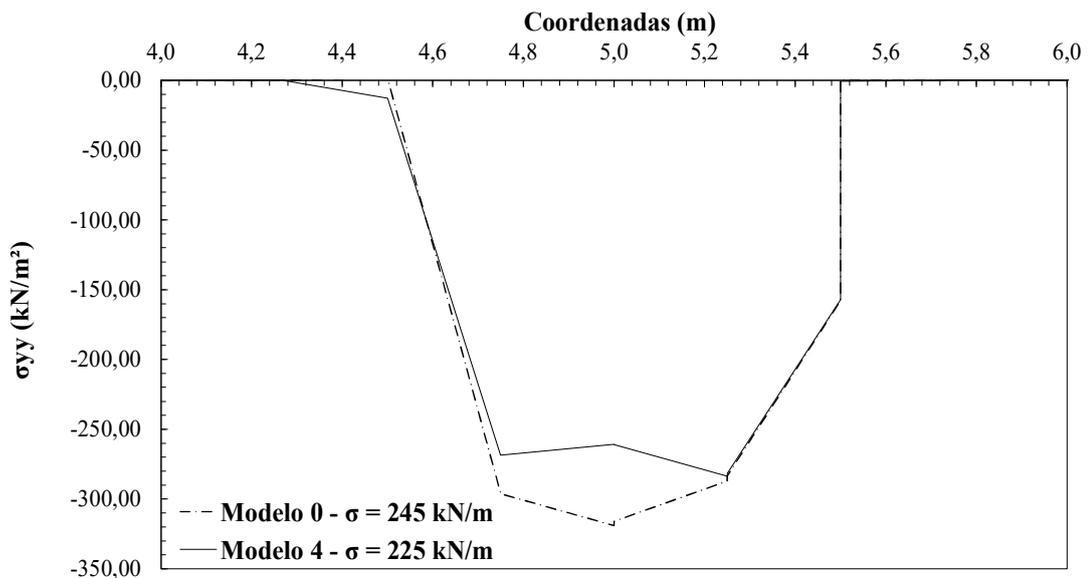
Modelo	Diferença percentual de ρ (%)	Diferença percentual de λ (%)	$\frac{\rho(\%)}{\lambda(\%)}$
Modelo 4	96,29	+ 127,80	0,75

Fonte: Da Autora (2023).

Ainda, percebe-se que os deslocamentos totais foram bem pequenos e a maior redução percentual ocorreu no último estágio de carregamento (270,00 kPa), com cerca de 96,29 % de redução, o que era esperado, pois foi o modelo que atingiu o maior valor de rigidez relativa dentre os demais modelos.

A Figura 4.8 evidencia os dois modelos de análise quanto a distribuição de tensões verticais na base da sapata, no último estágio de carregamento (270,00 kPa). De forma geral, a distribuição de tensões no Modelo 4, cujo solo é granular, a curva de tensões foi mais acentuada ao centro e menor nas bordas – comportamento que é evidenciado em sapatas com rigidez elevada em solos granulares (areias).

Figura 4.8: Distribuição de tensões do Modelo Numérico e Modelo 4 com variação de γ , E e Φ ao mesmo tempo.



Fonte: Da Autora (2023).

5. CONCLUSÃO

O objetivo deste trabalho foi avaliar a rigidez relativa de uma sapata corrida com a utilização da metodologia de Hetenyi (1946) através da utilização do método dos elementos finitos. Para tal, foi validado um modelo numérico assentado em solo arenoso fofo e, a partir dele, foi elaborada análises paramétricas com intuito de analisar o solo originalmente arenoso para um solo com comportamento compacto.

Inicialmente, foi realizada a validação do modelo numérico com utilização de altura e parâmetros mecânicos da placa de concreto equivalentes a realidade em campo, usando as curvas de carga-recalque obtidas de um modelo físico. O intuito da validação era preservar as características de rigidez relativa elevada do modelo físico, de acordo com a classificação de Hetenyi (1946).

O modelo numérico, nomeado de Modelo 0 para fins de organização dos resultados, atendeu as características de rigidez elevada e, com isso, foi possível estimar os parâmetros mecânicos da placa para o seguimento da pesquisa. Assim, com base na geometria e parâmetros mecânicos calculados, a análise paramétrica foi dividida em quatro novos modelos, alterando apenas um parâmetro geotécnico por vez (com exceção do último caso) para estudar a influência na curva de carga-recalque e curva de distribuição de tensões no solo.

O Modelo 1 contou com mudança do peso específico do solo; o Modelo 2, com alteração do módulo de Young; Modelo 3 com mudança do ângulo de atrito e, por fim, Modelo 4 com alteração dos parâmetros anteriormente mencionados de forma simultânea. Apesar da variação de parâmetros do solo esperados entre um solo arenoso fofo e compacto, todos os modelos ainda foram classificados como rigidez elevada.

Para o Modelo 1, houve um aumento na rigidez relativa de 2,26 % o que contribuiu para a redução em 8,52 % dos deslocamentos no último carregamento (270,00 kPa), expressando, dessa maneira, uma relação entre a redução de ρ (%) e o aumento de λ (%) em aproximadamente 3,77. Contudo, entre os modelos realizados na análise paramétrica, observou-se que a mudança peso específico não acarretou alterações significativas na curva carga-recalque e na curva de distribuição de tensões, pois a diferença entre a rigidez relativa entre os modelos foi bem pequena, acarretando, conseqüentemente, variações muito pequenas nos deslocamentos obtidos.

Para o Modelo 2, a variação de rigidez relativa foi cerca de 16,54 %, o que resultou em uma redução dos deslocamentos da sapata em 45,78 % para o último recalque, pode-se expressar uma relação entre a variação da redução de ρ (%) e ao aumento de λ (%) em,

aproximadamente, 2,77. Sendo assim, a mudança do módulo de Young do solo contribuiu expressivamente para a mudança nas curvas de carga-recalque.

O Modelo 3, com a mudança do ângulo de atrito, teve um aumento de 9,16 % da rigidez relativa quando comparado ao Modelo 0. Assim, conseqüentemente, houve uma redução nos deslocamentos, com cerca de 29,57 % em relação ao Modelo 0. Ainda, a relação entre a variação da redução de ρ (%) e ao aumento de λ (%) em, aproximadamente, 3,22. Dessa maneira, a mudança de ângulo de atrito foi eficaz na redução dos recalques.

Já o modelo com alteração de todos os parâmetros simultaneamente, Modelo 4, teve a maior variação na curva carga-recalque com uma redução de 96,29 % dos recalques quando comparado ao Modelo 0. O aumento da rigidez relativa, quase 2,3 vezes maior do que a rigidez relativa do Modelo 0 (aumento de 127,90 %) do solo fez com que o modelo praticamente não sofresse deslocamentos. Para o Modelo 0, a relação a redução de ρ (%) e ao aumento de λ (%) consistiu em 0,75.

Diante disso, notou-se que embora todos os modelos realizados na análise paramétrica tenham caído na classificação de rigidez relativa elevada, segundo os critérios de Hetenyi (1946), quanto maior o valor de rigidez relativa calculado, menor foi o somatório de tensões quando comparado ao Modelo 0 e maior redução na curva carga-recalque.

Ainda, pode-se analisar que, isoladamente, a mudança do modelo de Young foi o parâmetro que mais trouxe redução nos recalques totais analisados, em contrapartida, o peso específico foi o parâmetro que menos apresentou resultados satisfatórios.

REFERÊNCIAS

- ALBERTO JR., C. **Análise numérica do uso de reforços em fundações rasas**. Monografia (Bacharelado em Engenharia Civil) – Escola de Engenharia da Universidade Federal de Lavras. Lavras, 2020.
- ALELVAN, G. M. **Aplicação do método dos elementos finitos para análise de deslizamentos de encostas e impacto em barreiras**. 2017. Dissertação (Mestrado em Geotecnia). Faculdade de Tecnologia – Departamento de Engenharia Civil e Ambiental da Universidade de Brasília. Brasília, 2017.
- ALONSO, U. R. **Previsão e Controle das Fundações**. São Paulo: Edgard Blücher Ltda. v. 3, 2019.
- ANTONIAZZI, J. P. **Interação solo-estrutura de edifícios com fundações superficiais**. 2011. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil e Ambiental da Universidade Federal de Santa Maria. Santa Maria, 2011.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto - Procedimento. Rio de Janeiro, 2019.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6122**: Projeto e execução de fundações. Rio de Janeiro, 2019.
- BASTOS, P. S. S. **Sapatas de Fundação**. 2016. 123 p. Notas de aula – Departamento de Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista (UNESP), São Paulo.
- BOWLES, J. E. **Foundation Analysis and Design. International Edition**. Singapore: McGraw-Hill Inc., 1997.
- BRITO, J. L. W. **Fundações do Edifício**. São Paulo, EPUSP, 1987.
- CINTRA, J. C. A., AOKI, N. e ALBIERO, J.H. **Fundações Diretas: Projeto Geotécnico**. São Paulo: Oficina De Textos, 2011.
- CHIQUESI, A; P. L.; PEGORETTI, T. S.; **Uso do método dos elementos finitos para o cálculo dos deslocamentos em treliças**. V Congresso interdisciplinar de Pesquisa, Iniciação Científica e Extensão Universitária. Belo Horizonte, 2020.
- COLARES, G. M. **Programa para análise da interação solo-estrutura no projeto de edifícios**. 2006. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo. São Carlos, 2006.
- DELL'AVANZI, E.; BERNARDES, G. P.; GODOY, H.; JARROUGES, H. **Estudo do Comportamento de Estruturas Grampeadas Utilizando Modelos Reduzidos: Conceitos Teóricos para Garantia da Similitude Modelo - Protótipo**. Curitiba, 2006.
- GUARNIERI, G.; PAVAN, R. C.; PILZ, S. E.; COSTELLA, M. F. **Interação solo-estrutura para sistemas estruturais reticulados sobre fundações profundas**. Revista Engevista, v. 20, n;3, p. 424-441, 2018.

HETENYI, M. *Beams on elastic foundation*. Ann Arbor: University of Michigan Press, 1946.

LINHARES, R. M. **Uso de reforço em geotêxtil com posicionamento não-planar para fundação superficial em solo arenoso fofo**. 2013. Dissertação (Mestrado em Geotecnia) - Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo da Unicamp. Campinas, 2013.

LUCHESE, R. e CARLESSO, G. C. **Estimativa da capacidade de carga/tensão admissível de sapatas a partir de diferentes métodos de cálculo e suas implicações práticas: estudo de caso do município de Chapecó/SC**. XII Simpósio de Práticas de Engenharia Geotécnica da Região Sul (GEOSUL). Santa Catarina, 2019.

NAKAMURA, J. **Sapatas de Concreto** Reportagem Revista Técnica. ed. 137. Disponível em: www.revistatechne.com.br/.../imprime98838.asp, Acesso janeiro 2023.

MARANGON, M. **Parâmetros dos solos para cálculo de fundações**. Juiz de Fora: UFJF, 2017.

MENDONÇA, R. O.; **Análise numérica da sobreposição do bulbo de tensão de duas sapatas corridas**. Monografia (Bacharelado em Engenharia Civil). – Escola de Engenharia da Universidade Federal de Lavras. Lavras, 2021.

MEYERHOF, G. G. *The Ultimate bearing capacity of foundations*. *Geotechnique*, v. 2, p. 301–332, 1951.

MEYERHOF, G. G. *Some recent research on the bearing capacity of foundations*. *Canadian Geotechnical Journal*, v. 1, p. 16–26, 1963.

MILITITSKY, J.; CONSOLI, N. C. e SCHINAID, F. **Patologias das Fundações**. 1ª. ed. São Paulo: Editora Oficina de Textos, 2005.

MINOZZO, M., SAVARIS, G. e COSTA, G. A. S. **A importância da investigação do subsolo no dimensionamento de fundações**. Congresso Técnico Científico da Engenharia e da Agronomia, Paraná, 2016.

PINTO, C. S. **Curso Básico de Mecânica dos Solos**. São Paulo: Oficina de Textos, 2006.

PORTO, T. B.; SILVA, R. M. **Study of a Structural Masonry Building with the Analysis of Soil-Structure Interaction**. *Mecânica Computacional*, v. XXIX, p. 1555-1574, 2010.

RIBEIRO, M. A. A. **Análise Comparativa de Métodos Utilizados no Cálculo da Interação Solo-Radier**. 2010. 101 f., Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2010.

SILVA, E. L.; **Análise dos modelos estruturais para determinação dos esforços resistentes em sapatas isoladas**. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo. São Carlos, 1998.

TAVARES, J. M. R. S. **Introdução ao método dos elementos finitos**. 1998. 103 p. Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto. Porto, 1998.

TEIXEIRA, A. H.; GODOY, N. S. D. **Análise, projeto e execução de fundações rasas**. In: **AUTORES**, V. *Fundações: Teoria e Prática*. São Paulo, 1998.

TERZAGHI, K. **Theoretical soil mechanics**. New York: John Wiley and Sons, 1943

VELLOSO, D. A.; LOPES, F. R. **Fundações: critérios de projeto, investigação do subsolo, fundações superficiais, fundações profundas**. Vol. completo, Oficina de Textos. São Paulo, 2011.

VÉSIC, A. S., **Bearing capacity of shallow foundation**. Foundation Engineering Handbook, New York, 1975.

ZANIN, J. R. **Análise numérica dos deslocamentos e rotações em uma sapata corrida apoiada em solo arenoso, devido a escavação de um subsolo contido por uma parede diafragma**. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia Civil) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2016.