

ALEXANDRA MORAIS TORRES

MODELAGEM E ANÁLISE COMPARATIVA DA DISCRETIZAÇÃO DE CONVERSOR CC-CC APLICADO A SISTEMAS FOTOVOLTAICOS

LAVRAS - MG

2022

ALEXANDRA MORAIS TORRES

MODELAGEM E ANÁLISE COMPARATIVA DA DISCRETIZAÇÃO DE CONVERSOR CC-CC APLICADO A SISTEMAS FOTOVOLTAICOS

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Curso de Engenharia de Controle e Automação, para a obtenção do título de Bacharel.

Prof. Dr. Daniel Augusto Pereira

Orientador

LAVRAS - MG

2022

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, por conduzir meu caminho e me dar forças para finalizar mais esta etapa em minha vida.

Agradeço a minha mãe, Josina Adriana, que fez dos meus sonhos os seus. Nunca deixando de acreditar em mim, mesmo nos momentos que nem eu acreditava.

Agradeço a Lucas Vinicius, pelo incentivo, compreensão e por estar ao meu lado ao longo destes anos.

A minha família que sempre torceu por mim, acompanhando meus passos e conquistas.

Agradeço aos amigos, Bruna, Raiane, Rhuan e Hilámaria, pelas noites de estudo e por tornarem esta jornada mais leve.

Ao meu orientador, Daniel Augusto Pereira pelas instruções e ensinamentos. Por ter me ajudado a tornar este trabalho realidade, muito obrigada!

Não poderia deixar de agradecer a Universidade Federal de Lavras, a todos os professores e servidores que contribuíram para tornar a minha formação acadêmica possível.

E por fim, por todos aqueles que passaram pela minha vida e contribuíram para que eu me tornasse a pessoa que sou hoje.

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo fazer a comparação do modelo de um conversor CC-CC, que realiza a regulação de tensão da carga e controla o carregamento e descarregamento da bateria em um sistema fotovoltaico, no tempo discreto e no tempo contínuo. Para obtenção dos resultados realiza-se uma modelagem matemática, com a utilização do modelo médio de espaço de estados, análise de perturbações de pequenos sinais e posterior aproximação por série de Euler para obtenção dos conversor CC-CC é apresentada e de suas etapas de operação. Modelos matemáticos são apresentados em seus dois modos de operação, valendo ressaltar que focou-se na discretização e simulação via Matlab/Simulink do Modo 1 de operação. Os resultados obtidos comprovam a eficiência do método proposto. Ressalta-se que a técnica por série de Euler obteve uma resposta mais rápida comparando-se ao modelo dinâmico, mas quando comparado ao método via comando Matlab as duas se aproximam.

Palavras – chave: VR-BESS. Discretização. Modelo médio de espaço de estados. Energia fotovoltaica. Conversor CC-CC. Serie de Euler.

ABSTRACT

This work aims to compare the model of a DC-DC converter, which performs the voltage regulation of the load and controls the charging and discharging of the battery in a photovoltaic system, in discrete time and in continuous time. To obtain the results, mathematical modeling is carried out using the average state-space model, analysis of small-signal perturbations and later approximation by Euler series to obtain the discrete matrices that describe the system in discrete time. A description of the DC-DC converter and its operation steps is presented. Mathematical models are presented in their two modes of operation, being worth mentioning that this work was focused on the discretization and simulation via Matlab/Simulink of Mode 1 of operation. The results achieved prove the efficiency of the proposed method. It is emphasized that the technique by Euler series obtained a faster response in comparison to the dynamic model, but when compared to the method via Matlab command both show similar results.

Keywords: VRBESS. Discretization. State space average model. Photovoltaic. DC-DC converter. Euler series.

SUMÁRIO

1	Introdução6
2	Referencial Teórico8
2.1	Micro-redes8
2.2	Conversores9
	2.2.1 Conversores CC-CC
	2.2.1.2 Conversores Buck
	2.2.1.3 Conversores Boost11
	2.2.1.4 Conversores CC-CC de Três Portas13
2.3	Descrição do Sistema14
3	Metodologia16
	3.1 Modelo em Espaço de Estados16
	3.2 Modelo Médio de Espaço de Estados16
	3.2.1 Modo 1 de Operação17
	3.2.2 Modo 2 de Operação20
	3.3 Perturbações de Pequenos Sinais24
	3.4 Discretização25
4	Simulação28
5	Analise de Resultados
6	Conclusão32
REFF	RÊNCIAS

1 INTRODUÇÃO

Com o crescimento da população mundial onde segundo dados do Plano Decenal de Energia (PDE) de 2020 do Ministério de Minas e Energia (MME) estima-se que somente no Brasil o crescimento da demanda por energia será de 27% entre 2019 e 2029. A sustentabilidade na geração energética tem ganhado cada vez mais atenção, visando a diminuição na emissão de gases e dos impactos ambientais. Neste ínterim, a energia fotovoltaica tem se tornado cada vez mais popular por provocar melhorias sociais e ambientais e pelo baixo custo de manutenção, tendo vida útil de mais de 20 anos. Outro fator, que favorece a mesma segundo o Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE), é a grande incidência de raios solares no Brasil, que faz com que o país tenha um enorme potencial para um plano de energia solar.

Uma das principais vantagens na utilização da energia solar é o fato de tratar-se de uma fonte inesgotável, que além disso contribui para a diversificação da matriz energética brasileira. Uma das principais desvantagens na sua utilização é a sazonalidade, onde em dias nublados podem gerar uma subtensão, assim como em dias com maior incidência de raios gerar uma sobretensão. Podemos ressaltar dois principais arranjos nos sistemas fotovoltaicos, o *on-grid* e o *off-grid*. No *on-grid*, o sistema é conectado à rede de transmissão de energia elétrica, dessa forma o excedente produzido é repassado para a rede de transmissão. Já no sistema *off-grid*, onde não há ligação com a rede de transmissão há a necessidade do uso de baterias que armazenam a energia produzida em excesso para posterior utilização em momentos de subtensão.

Devido as oscilações sazonais de potência sofridas pela rede é necessário a utilização de um sistema de condicionamento, ou seja, um sistema controlador de cargas. O conversor *buck-boost* é amplamente utilizado em painéis fotovoltaicos pela sua capacidade em elevar e abaixar a tensão, fazendo com que o sistema não seja comprometido independente da radiação ou temperatura do painel. Em redes *off -grid*, ele não se mostra eficiente em razão da necessidade da utilização de bancos de baterias. Pensando no aprimoramento e melhor desempenho destes sistemas, Pacheco et al. (2002) desenvolveu o conversor VR-BESS (*Voltage Regulator - Battery Energy Storage System*), composto por dois conversores boost e um conversor buck. Este pode ser dividido em diferentes modos de operação, que resulta em diferentes modelos para representar seu comportamento dinâmico.

Saber sobre o comportamento dinâmico do sistema não é suficiente em alguns processos como no químico analítico por exemplo, pois mesmo com os inúmeros avanços nos equipamentos de medição e por menor que seja seu período de amostragem, nunca será possível saber quais mudanças podem ter ocorrido no milésimo de segundo o qual não foi possível obter a leitura. Com isso, torna-se necessário converter equações de espaço de estados dinâmicas para equações de espaços de estados discretas, a fim de ter um controle mais eficiente e que demonstre a realidade. Tal procedimento pode ser feito com a introdução de amostras e dispositivos de retenção fictícios em sistemas de tempo contínuo, onde escolhendo um período de amostragem pequeno conseguimos desconsiderar os erros introduzidos na discretização (OGATA, 1995).

O VR-BESS é uma topologia que tem sido cada vez mais abordada, nos trabalhos já existentes busca-se entender e melhorar seu comportamento dinâmico. Onde pode-se destacar os trabalhos de Marcello, Pacheco e Ferreira (2019) que realiza a modelagem e validação de cada um dos modos de operação por meio da técnica de média de espaço de estados. O trabalho de Fernandes (2021) que propõe um controlador LQR para regulação de tensão e o compara com a técnica de alocação de polos. O trabalho de Braga (2021) que propõe a validação e entendimento das limitações da aplicação do Controle Preditivo Baseado em Modelo com Conjunto de Controle Finito (FCS-MPC). E o trabalho de Andrade (2022) que realiza a modelagem em espaço de estados através da técnica do valor médio em espaço de estados e os projetos de controle por alocação de polos e LQR. Contudo, ainda não há trabalhos que abordem o comportamento do sistema no tempo discreto.

O objetivo principal deste trabalho é a discretização do modelo matemático dinâmico do VR-BESS e sua validação. Onde em específico espera-se validar o uso da Serie de Euler para discretização, juntamente com a quantidade de termos utilizada para tal. Analisar seus resultados e concluir se o modelo discreto é uma boa aproximação para o dinâmico. E por fim, comparar a aproximação realizada pela utilização da Série de Euler e a discretização realizada pela aplicação direta do comando C2D do *software* Matlab.

A modelagem matemática foi realizada através do modelo médio de espaços de estados (MIDDLEBROOK; CUK, 1976), onde foi realizada analise de perturbações de pequenos sinais (ERICKSON; MAKSIMOVIC, 2007). Por fim, com o intuito de obter o modelo em tempo discreto foi realizada a aproximação via Série de Euler com cinquenta iterações.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 Micro- redes

Micro- rede é um termo cada vez mais utilizado nos últimos anos, onde pode-se encontrar diversas definições. Segundo Smith (2011) micro -rede pode ser conceituada como um grupo de cargas e de recursos de energia distribuída interconectados dentro de um limite elétrico que atua como uma entidade controlável única em relação à rede. Dessa forma, ela pode operar conectada ou isolada da rede.

Até o ano de 2007 a única maneira de se consumir energia elétrica era através da geração convencional. Entretanto em junho deste mesmo ano a ANEEL (Agencia Nacional de Energia Elétrica) regulamentou uma nova comercialização e distribuição de energia no Brasil, chamada Geração Distribuída (GD). As micro- redes possuem este sistema, que são compostos por micro ou minigeradores, ou fontes de energia renovável (FER). Sendo a preferida dos brasileiros, a fotovoltaica.

A utilização de micro- redes pode trazer diversas vantagens, sendo algumas delas a diminuição das chamadas "perdas técnicas" de energia que ocorrem nas linhas de transmissão e distribuição, diminuição dos impactos ambientais, tendo em vista os alagamentos de extensas regiões causados por grandes usinas, minimização das falhas individuais em eventos de desligamento involuntários, entre outros.

A infraestrutura das micro- redes é composta por: fontes, inversores, conversores, sistemas de armazenamento de energia, controladores e sistemas de comunicação (ABUABUD; BARRA, 2020). E a classificação que mais se destaca para micro- redes é a baseada por grandezas físicas, sendo a corrente alternada (CA) e a corrente contínua (CC) usadas na transmissão e distribuição de energia elétrica (LOTFI; KHODAEI, 2015).

As micro- redes em corrente alternada, como o nome já diz, possui um sinal de tensão AC, pode estar conectada a um barramento CA da rede elétrica principal ou estar isolada. Quando conectadas à rede, possuem alta confiabilidade, sendo elas capazes de suportar contingências que ocorram na micro- rede (MACEDO, 2019).

Já as micro- redes em corrente contínua, possuem um barramento CC, onde módulos fotovoltaicos e bancos de baterias são conectados, evitando a utilização de conversores AC ou retificadores. Fato que reduz o número de conversões entre as fontes energéticas e as cargas, reduzindo a interferência indutiva no cabeamento de dados. Além disso, como vantagem elas possuem uma operação mais simples, por não possuírem um fluxo de potência reativa, nem necessitarem de controle de frequência e fase (MACEDO, 2019).

Um dos desafios para as micro- redes CC é o fato de não haver um instante natural com corrente zero, como em sistemas AC, com isso tratando- se de equipamentos de controle e proteção estes estão menos disponíveis no mercado e possuem alto valor (MACEDO, 2019). Apesar dos pontos levantados, micro- redes CC tem sido cada vez mais utilizadas, tanto pelo fato de que tratando-se de redes de baixa tensão, é possível operá-las utilizando equipamentos AC superdimensionados para suportar os valores de tensão e corrente (MACEDO, 2019). Como também, pelas diversas pesquisas e o desenvolvimento de equipamentos para este sistema.

2.2 Conversores

Conversores são dispositivos que realizam a transformação de um tipo de sinal em outro. Ele trata e controla a energia elétrica entre dois ou mais sistemas. São formados basicamente por elementos ativos e passivos, podendo possuir dispositivos auxiliares tais como os transformadores e reguladores de tensão.

Os conversores são classificados de acordo com a entrada e saída de energia com que trabalham, podendo ser: CC-CA, CA-CC, CC-CC e CA-CA. A topologia CC-CC será abordada com mais ênfase por ser o tema principal de estudo desde trabalho.

2.2.1 Conversores CC-CC

Conversores CC- CC ou *Choppers* como também são chamados, são dispositivos que recebem uma corrente continua e liberam uma corrente continua com amplitude maior ou menor. São amplamente empregados em equipamentos CC sensíveis a grandes variações de tensões e que necessitam de uma tensão relativa mais estática, com pouca ondulação e boa regulação (BRAGA, 2022).

Há no mercado conversores CC- CC bidirecionais e/ou unidirecionais, com ou sem isolação. Os isolados são utilizados quando existe a necessidade de referenciais separados e isolados galvanicamente (NIMITTI; ANDRADE, 2021). A isolação é obrigatória quando a taxa de redução ou aumento de tensão é muito alta. Os não isolados são utilizados quando não é necessário a isolação entre os lados de baixa e alta tensão, onde destacam-se os de topologia *buck* e *boost*. Eles possuem maior eficiência quando comparados aos isolados, mas devido a resistência parasitas dos componentes, ele não é apto a operar em sistemas com altos ganhos de tensão (NIMITTI; ANDRADE, 2021).

2.2.1.2 Conversores Buck

Conversor Buck ou conversor abaixador é caracterizado por receber uma tensão de entrada e ter como saída uma tensão media menor enquanto aumenta a corrente. Ele é composto por uma fonte de tensão de entrada (V_i) , uma chave de potência (S), um filtro LC na saída composto por um indutor (L) e um capacitor (C_o) , um diodo de roda livre (D_{RL}) e a saída acoplada a uma carga representada por uma resistência R_o . Além disso, pode-se definir i_L como a corrente do indutor (L) e I_o como a corrente da carga, sendo V_o a tensão de saída. A figura 1 ilustra o circuito do conversor Buck.

Figura 1 - Circuito do Conversor Buck



Fonte: Adaptado de Braga (2022)

Ele possui dois modos de operação definidos pela chave de potência, sendo eles conduzindo (S=1) ou bloqueando (S=0):

a) No modo 1, o diodo está reversamente polarizado, a fonte de tensão de entrada (V_i) fornece energia para o indutor L, para o capacitor C_o e para a carga. A figura 2 apresenta o circuito do conversor Buck com a chave no modo conduzindo (S=1).

Figura 2 - Modo 1 de funcionamento do Conversor Buck



Fonte: Adaptado de Braga (2022)

Utilizando a técnica de modelagem em espaço de estados o comportamento dinâmico do primeiro modo do sistema pode ser descrito pelas equações diferenciais (1) e (2). As variáveis de estado são a corrente do indutor (i_L) e a tensão do capacitor (V_C) , que são escolhidas visando definir o número mínimo de variáveis linearmente independentes para caracterizar dinamicamente o sistema. A corrente do indutor e a tensão do capacitor são utilizadas devido a serem elementos armazenadores e determinam a ordem das matrizes da representação em espaço de estado (WENK, 2019; MAYA, 2014).

$$\frac{di_L}{dt} = -\frac{1}{L}V_C + \frac{1}{L}V_i \tag{1}$$

$$\frac{dV_C}{dt} = \frac{1}{C_o} iL - \frac{1}{R_o C_o} V_C \tag{2}$$

b) No modo 2, o diodo D_{RL} passa a conduzir fornecendo passagem para a corrente do indutor L, suprindo a necessidade do capacitor C_o e da carga R_o . Sendo a corrente que passa pelo indutor i_L maior que a corrente da carga i_o , a diferença carrega o capacitor. Caso contrário, o capacitor supri a necessidade da corrente da carga. A figura 3 apresenta o circuito do conversor Buck com a chave no modo bloqueando (S=0).

Figura 3 - Modo 2 de funcionamento do Conversor Buck



Fonte: Adaptado de Braga (2022)

Assim como feito para o modo 1 o comportamento do segundo modo de operação pode ser descrito pelas equações (3) e (4):

$$\frac{di_L}{dt} = -\frac{1}{L} V_C \tag{3}$$

$$\frac{dV_C}{dt} = \frac{1}{C_o} i_L - \frac{1}{R_o C_o} V_C \tag{4}$$

Quando a corrente do indutor (i_L) atinge zero antes do próximo período de comutação diz-se que o conversor está operando em Modo de Condução Descontínuo (MCD). Entretanto, quando a corrente do indutor (i_L) não atinge zero entre os períodos de comutação da chave (S), o conversor está operando em Modo de Condução Contínuo (MCC).

2.2.1.3 Conversores Boost

O conversor Boost ou conversor elevador aumenta a tensão da entrada para a saída, enquanto diminui a corrente. Ele é composto por uma fonte de tensão de entrada (V_i) , uma chave de potência (S), um diodo (D_{RL}) , um indutor (L), um capacitor (C_o) e a saída com uma tensão V_o relativa à carga. Além disso, temos a corrente do indutor i_L , a corrente do capacitor i_C , a corrente da carga i_o e a tensão do capacitor Vc. A figura 4 ilustra o circuito do conversor Boost.

Figura 4 - Circuito do Conversor Boost



Fonte: Adaptado de Braga (2022)

Assim como o conversor buck, o conversor boost possui duas etapas de operação, sendo eles conduzindo (S=1) e bloqueando (S=0).

a) Na etapa 1, considera-se a condução da chave (S), o diodo fica reversamente polarizado pois $V_o > V_i$. A energia fica acumulada no indutor até ser enviada ao

capacitor e a carga. A figura 5 apresenta o modo 1 de operação para o estado da chave conduzindo (S=1).





Fonte: Adaptado de Braga (2022)

Utilizando a técnica de modelagem em espaço de estados o comportamento dinâmico do primeiro modo do sistema pode ser descrito pelas equações diferenciais (5) e (6), onde as variáveis de estado são a corrente do indutor (i_L) e a tensão do capacitor (Vc).

$$\frac{di_L}{dt} = \frac{1}{L} V_i \tag{5}$$

$$\frac{dV_C}{dt} = -\frac{1}{R_o C_o} V_C \tag{6}$$

b) No modo 2, a chave de potência (S) encontra-se bloqueada, o diodo entra em condução fornecendo caminho para corrente do indutor, suprindo a necessidade de carga do capacitor (C) e da carga. A figura 6 apresentada o modo 2 de operação para o estado da chave bloqueando (S=0).





Fonte: Adaptado de Braga (2022)

As equações diferenciais que descrevem o comportamento dinâmico do circuito para o segundo modo são representadas por (7) e (8).

$$\frac{di_L}{dt} = -\frac{1}{L}V_C + \frac{1}{L}V_i \tag{7}$$

$$\frac{dV_C}{dt} = \frac{1}{C_o} iL - \frac{1}{R_o C_o} V_C \tag{8}$$

O conversor boost quando utilizado para controlar a tensão de saída, caracterizase como um Sistema de Fase Não Mínima (SFNM). Estes possuem pelo menos um zero no semiplano direito. Tal fato, afeta a resposta ao degrau causando um decrescimento inicial mesmo que a referência de entrada aumente (HOAGG; BERNSTEIN, 2007).

2.2.1.4 Conversor CC -CC de três portas

Conversores CC-CC de três portas tem sido muito utilizados em instalações fotovoltaicas, onde é realizado o armazenamento de energia via banco de baterias. Nele há dois estágios de operação, sendo o carregamento das baterias quando há energia excedente e o segundo, quando o banco de baterias fornece energia ao sistema. Na figura 7 é apresentada a estrutura utilizada em sistema de geração de energia com armazenamento.





Fonte: Zhang, Sutanto e Muttaqi, 2016

Há dois estágios de potência, sendo que durante o carregamento das baterias utiliza-se um conversor unidirecional, Boost. A tensão da fonte geradora é elevada e regulada, sendo entregue ao barramento. Já no barramento, a tensão é diminuída e o controle da corrente de carga é feito. Considerando o descarregamento da bateria, é utilizado um conversor Boost bidirecional, ele assume a função de elevar a tensão entregue ao barramento.

A utilização dessa estrutura possui as desvantagens como baixa eficiência, devido o uso de um conversor adicional, e a possibilidade de maior tamanho e custo pelos vários estágios que possui. Por outro lado, a configuração com três portas mostra-se promissora por permitir a integração entre a fonte geradora e o sistema de armazenamento (ZHANG; SUTANTO; MUTTAQI, 2016). Na figura 8 é apresentada a estrutura considerando o uso de um conversor CC-CC de três portas.

Figura 8 - Estrutura considerando o uso de um conversor CC-CC de três portas



Fonte: Zhang, Sutanto e Muttaqi, 2016

As portas do conversor CC-CC de três portas, são: porta de entrada CC (fonte renovável), porta de entrada CC bidirecional (sistema de armazenamento de energia) e porta de saída CC para alimentação da carga ou conexão com barramento CC de uma microrede (ZHANG; SUTANTO; MUTTAQI, 2016). Ele possui três modos de operação que são descritos no trabalho de Zhang, Sutanto e Muttaqi (2016) como:

- a) Entrada única e saída dupla (SIDO Single Input Double Output): potência de entrada maior que a potência de saída. Somente a fonte renovável é a fonte de entrada e o armazenamento de energia é considerado uma carga adicional sendo carregada com a energia excedente;
- b) Entrada dupla e saída única (DISO *Double Input Single Output*): potência de entrada é inferior à potência de saída. Com isso, o sistema de armazenamento funciona como uma fonte de entrada adicional;
- c) Entrada única e saída única (SISO- *Single Input Single Output*): potência de entrada é zero. Então, ele opera como um conversor de duas portas.

A incorporação do sistema de armazenamento de energia na porta de entrada CC adicional é a principal diferença dessa topologia. Além disso, eles podem ser classificados como isolados, parcialmente isolados e não isolados, fato que é definido de acordo com a conexão entre as portas. Nos não isolados as três portas são conectadas diretamente, possuindo vantagens em relação ao seu tamanho e a alta performance. Já os parcialmente isolados e não isolados há um transformador que isola as diferentes portas, estendendo a taxa de conversão de tensão. Eles são maiores e possuindo eficiência e densidade de potência menores se comparados aos não isolados (WANG et al., 2020).

Este trabalho utiliza uma topologia de conversor de três portas, proposto no trabalho de Pacheco et al. (2002), que será descrito nos tópicos abaixo.

2.3 Descrição do Sistema

O circuito do conversor VR-BESS apresentado na Figura 9 é formado por três conversores, sendo dois boost e um buck. O primeiro conversor boost atua na regulação da tensão de entrada Vi e o segundo atua na descarga da bateria quando a fonte Vi não consegue suprir a energia requerida pela carga, representada por uma resistência, Ro. Já o conversor buck atua no carregamento da bateria com o excesso de energia gerada. Além disso, pode-se observar que o circuito é composto por duas chaves, S1 e S2, três diodos, D1, D2 e D3, dois indutores, Ls e Lbat, dois capacitores, Co e Cbat, e um banco de baterias, representada por Vbat.





Fonte: Pacheco, 2019

O conversor VR-BESS pode operar em dois modos, que são caracterizados pela energia disponibilizada pela fonte e a utilização da carga. No Modo 1, a fonte disponibiliza mais energia do que a requerida pela carga, dessa forma o excedente é armazenado no banco de baterias. Já no Modo 2, a energia disponibilizada pela fonte não é suficiente para suprir as necessidades da carga, com isso, a bateria é descarregada complementando o utilizado pela carga. Cada um possui três etapas de operação definidas pelo estado das chaves em cada modo.

3 METODOLOGIA

3.1 Modelo em Espaço de Estados

Considerando a condução continua e o fato de o VR-BESS ser composto pela junção de três conversores com dois modos de operação, não conseguimos descrever o modelo com uma única equação. Teremos assim, três modelos para cada modo de operação. Aplicando o modelo médio de espaço de estados e uma análise de perturbações de pequenos sinais desenvolvemos uma equação satisfatória através da média ponderada das equações.

Divergindo da forma padrão do modelo no espaço de estados, o desenvolvido é composto por dois vetores de entrada, onde a matriz E, apresentada na Equação (9) representa a variações de pequenos sinais em torno do ponto de operação em regime permanente.

Dessa forma, na representação por espaço de estados, apresentado na Equação (9) temos que \hat{x} é o vetor de estados de dimensão 4x1, A é a matriz de estados 4x4, E é a matriz de entradas que pondera o vetor de entradas \hat{u} de dimensão 4x2, B é a matriz de entradas que pondera o vetor de entradas \hat{v} de dimensão 4x1, \hat{y} é o vetor de saídas 4x4 e C é a matriz de saídas 1x4.

$$\hat{x} = A\hat{x} + E\hat{u} + B\hat{v} \tag{9}$$

$$\hat{y} = C\hat{x} \tag{10}$$

O banco de baterias no Modo 1 é representado por uma resistência, Rbat, onde é considerado uma entrada e duas saídas. Já no Modo 2 o mesmo é representado por uma fonte de tensão, Vbat, sendo visto como duas entradas e uma saída. Além disso, neste trabalho todos os componentes são considerados ideias.

3.2 Modelo Médio de Espaço de Estados

O modelo de variáveis médias no espaço de estados é uma técnica desenvolvida por Middlebrook e Cúk (1976) que resulta em um modelo linear para o estágio da potência que inclui o filtro de saída e é válido para pequenas perturbações.

Ele permite um tratamento unificado de uma grande variedade de estágios de potência, onde sua topologia fixa contém todas as propriedades essenciais de entrada-saída e controle de qualquer conversor de comutação CC-CC, independentemente de sua configuração detalhada (MIDDLEBROOK; CUK, 1976). O método consiste em calcular a média dos dois espaços de estados em torno do ponto de operação, onde por variáveis médias entende-se o valor médio de cada variável (normalmente corrente no indutor e tensão do capacitor). Em resumo, ela tem como objetivo facilitar a obtenção das expressões das funções de transferência dos conversores, tendo assim um circuito equivalente invariante e contínuo no tempo.

Os valores de *duty cycle* que representam o ciclo de trabalho de um circuito, ou seja, a proporção de tempo que uma carga ou circuito está ligado em comparação com o tempo que o mesmo está desligado, atuam como os pesos da média ponderada. Onde, D1 e D2 nas equações (29), (43) e (45) são os *duty cycle* médios

das chaves S1 e S2, sendo o tempo que a chave está *ON* em comparação com o tempo que elas estão *OFF*:

$$D_1' = 1 - D_1 \tag{11}$$

$$D_2' = 1 - D_2 \tag{12}$$

$$\Delta D = D_2 - D_1 \tag{13}$$

Sua principal vantagem é fornecer ao projetista de circuitos uma visão física do comportamento do circuito comutado original e de permitir que as ferramentas de análise e síntese de circuitos lineares sejam usadas em toda a extensão no projeto de reguladores que incorporam comutação de conversores (MIDDLEBROOK; CUK, 1976). E sua principal desvantagem é o fato de não representar um *ripple* da corrente ou da tensão, componente de corrente alternada (CA) que se sobrepõe ao valor médio da tensão uma fonte de corrente contínua (CC), onde sua presença no circuito pode levar a funcionamentos não previstos pelo modelo (POMILIO, 2020).

3.2.1 Modo 1 de Operação

No modo 1 de operação, em que a bateria armazena a energia excedente disponibilizada pela fonte é possível obter as equações de primeiro grau aplicando as Leis de Kirchhoff das tensões e das correntes.

Na primeira etapa de operação representada pela Figura 10, as duas chaves encontram-se fechadas, os diodos estão bloqueados, a tensão de saída é regulada (Boost) e as baterias são carregadas (Buck). O sistema possui uma entrada (V_{in}) e duas saídas V_{bat} e V_{out} . O banco de baterias e a carga são representados pelos resistores R_{bat} e R_o . Podemos definir também L_s como o indutor de filtro de entrada, L_{bat} e C_{bat} como indutor e capacitor de filtro de bateria e C_o como capacitor de saída. As correntes e tensões são definidas por i_{Ls} sendo a corrente do indutor L_s , i_{Lbat} a corrente do indutor L_{bat} , i_{Cbat} e V_{Cbat} como a corrente e tensão do capacitor C_{bat} , i_{Co} e V_{Co} como a corrente e tensão do capacitor C_o e i_{Ro} como a corrente do resistor R_o .

Figura 10 - Modo 1: Circuito equivalente para a primeira etapa de operação



Fonte: Adaptada de Marcello, Pacheco e Ferreira, 2019

As equações lineares do circuito equivalente representado na figura 10 do modo 1, primeira etapa de operação são:

$$\dot{I_{LS}} = \frac{V_i}{L_S} \tag{14}$$

$$\dot{V_{Co}} = -\frac{V_{Co}}{R_o C_o} \tag{15}$$

$$I_{Lbat} = - \frac{V_{Cbat}}{L_{bat}}$$
(16)

$$\dot{V_{Cbat}} = \frac{I_{Lbat}}{C_{bat}} - \frac{V_{Cbat}}{C_{bat}R_{bat}}$$
(17)

Utilizando a representação de espaço de estados, temos:

$$\begin{bmatrix} I_{LS}^{\cdot} \\ V_{Cbat}^{\cdot} \\ I_{Lbat}^{\cdot} \\ V_{Co}^{\cdot} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{Cbat*Rbat} & \frac{1}{Cbat} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{Lbat} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{Co*Ro} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{LS} \\ V_{Cbat} \\ I_{Lbat} \\ V_{Co} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{LS} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} Vi$$
(18)

Na segunda etapa de operação a chave S2 é aberta, fazendo com que o diodo D3 passe a conduzir a corrente i_{Ls} - i_{Lbat} . A tensão resultante sobre o indutor L_s é negativa $v_{Ls} = Vi - V_0$ e sobre o indutor L_{bat} positiva, $V_{Lbat} = V_0 - V_{bat}$. Sabendo que, a corrente em um indutor é função da integral da tensão e que a integral de uma constante negativa é uma reta decrescente, a corrente do indutor I_{Lbat} diminui lentamente, pois sua tensão é constante e negativa. Na Figura 11 é apresentado o equivalente para a segunda etapa de operação.

Figura 11 - Modo 1: Circuito equivalente para a segunda etapa de operação



Fonte: Adaptada de Marcello, Pacheco e Ferreira, 2019

As equações lineares do circuito equivalente representado na Figura 11 do modo 1, segunda etapa de operação são:

$$\dot{I_{LS}} = \frac{V_i - V_{Co}}{L_S} \tag{19}$$

$$I_{Lbat} = \frac{V_{Co} - V_{Cbat}}{L_{bat}}$$
(20)

$$\dot{V_{Co}} = \frac{I_{Ls}}{C_o} - \frac{I_{Lbat}}{C_o} - \frac{Vo}{R_o C_o}$$
(21)

$$\dot{V_{Cbat}} = \frac{I_{Lbat}}{C_{bat}} - \frac{V_{Cbat}}{C_{bat}R_{bat}}$$
(22)

Utilizando a representação de espaço de estados, temos:

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_{LS} \\ V_{Cbat} \\ \dot{I}_{Lbat} \\ \dot{V}_{Co} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{Ls} \\ 0 & -\frac{1}{C_{bat}R_{bat}} & \frac{1}{C_{bat}} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{Lbat} & 0 & \frac{1}{Lbat} \\ \frac{1}{C_o} & 0 & -\frac{1}{C_o} & -\frac{1}{R_oC_o} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{LS} \\ V_{Cbat} \\ I_{Lbat} \\ V_{Co} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{Ls} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} V_i$$
(23)

Já na terceira etapa de operação, ambas as chaves estão abertas e a carga adquire energia do indutor L_s e da fonte V_i . O diodo D2 passe a conduzir a corrente I_{Lbat} devido a energia armazenada induzida, sendo a tensão no indutor L_{bat} igual a $v_{Lbat} = -V_{bat}$. Na Figura 12 é apresentado o circuito equivalente para a terceira etapa de operação.

Figura 12 - Modo 1: Circuito equivalente para a terceira etapa de operação



Fonte: Adaptada de Marcello, Pacheco e Ferreira, 2019

As equações lineares do circuito equivalente representado na Figura 12 do modo 1, terceira etapa de operação são:

$$\dot{V_{Co}} = \frac{I_{Ls}}{C_o} - \frac{V_o}{R_o C_o}$$
(24)

$$\dot{I_{LS}} = \frac{Vi - Vco}{L_S} \tag{25}$$

$$I_{Lbat} = -\frac{V_{Cbat}}{L_{bat}}$$
(26)

$$\dot{V_{Cbat}} = \frac{I_{Lbat}}{C_{bat}} - \frac{V_{Cbat}}{C_{bat}R_{bat}}$$
(27)

Utilizando a representação de espaço de estados, temos:

$$\begin{bmatrix} I_{LS}^{\cdot} \\ V_{Cbat}^{\cdot} \\ I_{Lbat}^{\cdot} \\ V_{Co}^{\cdot} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{L_s} \\ 0 & -\frac{1}{C_{bat}R_{bat}} & \frac{1}{C_{bat}} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{L_{bat}} & 0 & 0 \\ \frac{1}{C_o} & 0 & 0 & -\frac{1}{R_oC_o} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{LS} \\ V_{Cbat} \\ I_{Lbat} \\ V_{Co} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_s} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} V_i$$
(28)

A média ponderada das equações (14) à (17), (19) à (22) e (24) à (27) para representar o conversor por um único modelo durante todo o período de operação pode ser escrita da seguinte forma:

$$\dot{X}_1 = D_1 * \dot{X}_{11} + (D_2 - D_1) * \dot{X}_{12} + D_2' * \dot{X}_{13}$$
⁽²⁹⁾

Onde $\dot{X_{11}}$, $\dot{X_{12}}$ e $\dot{X_{13}}$ são as equações de estados da primeira, segunda e terceira etapa, respectivamente. Que resulta no modelo abaixo:

$$\begin{bmatrix} I_{LS} \\ V_{Cbat} \\ \vdots \\ I_{Lbat} \\ V_{Co} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -\frac{D_1'}{L_S} \\ 0 & -\frac{1}{C_{bat}R_{bat}} & \frac{1}{C_{bat}} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{L_{bat}} & 0 & \frac{\Delta D}{Lbat} \\ \frac{D_1'}{C_o} & 0 & -\frac{\Delta D}{C_o} & -\frac{1}{R_oC_o} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{LS} \\ V_{Cbat} \\ I_{Lbat} \\ V_{Co} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_S} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} V_i$$
(30)

3.2.2 Modo 2 de Operação

No Modo 2 o conversor VR-BESS funciona como um regulador de tensão e compensador de potência de rede, ou seja, o banco de baterias fornecerá a energia necessária a carga. Ele apresenta três etapas de funcionamento, possui duas entradas, sendo elas o painel fotovoltaico V_i e a bateria *Vbat*, e uma saída V_0 .

Na primeira etapa de operação do Modo 2 as duas chaves encontram-se fechadas, bloqueando o diodo e isolando a carga. A fonte V_i fornece energia ao indutor *Ls* e a bateria *Vbat* fornece energia ao indutor L_{bat} . A tensão nos indutores são $v_{Ls} = Vs$ e $V_{Lbat} = Vbat$, e provocam um aumento linear nas

correntes i_{Ls} e i_{Lbat} . Na Figura 13 é apresentado o circuito equivalente para a primeira etapa de operação do Modo 2.

Figura 13 - Modo 2: Circuito equivalente para a primeira etapa de operação



Fonte: Adaptada de Marcello, Pacheco e Ferreira, 2019

Assim como no Modo 1 de operação, no Modo 2 foram utilizadas as Leis de Kirchhoff das tensões e das correntes para obter as equações de primeiro grau. Tendo como base o circuito equivalente do conversor da Figura 13, as equações lineares são:

$$\dot{I_{LS}} = \frac{V_i}{L_S} \tag{31}$$

$$\dot{V_{Co}} = -\frac{V_{Co}}{R_o C_o}$$
(32)

$$I_{Lbat} = -\frac{V_{Cbat}}{L_{bat}}$$
(33)

Utilizando a representação de espaço de estados, temos:

$$\begin{bmatrix} I_{LS}^{\cdot} \\ I_{Lbat}^{\cdot} \\ V_{Co}^{\cdot} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{R_{o}C_{o}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{LS} \\ I_{Lbat} \\ V_{Co} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_{s}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_{bat}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{i} \\ V_{bat} \\ 0 \end{bmatrix}$$
(34)

Na segunda etapa de operação a chave S1 é aberta, fazendo com que o diodo D3 passe a conduzir. Dessa forma, a fonte V_i e o indutor L_s alimentam a carga, e pela chave S2 a bateria carrega o indutor L_{bat} . Na Figura 14 é apresentado o circuito equivalente para a segunda etapa de operação do Modo 2.



Figura 14 - Modo 2: Circuito equivalente para a segunda etapa de operação

Fonte: Adaptada de Marcello, Pacheco e Ferreira, 2019

Aplicando as Leis de Kirchhoff das tensões e das correntes no circuito equivalente do conversor da Figura 14, as equações lineares obtidas são:

$$I_{Lbat} = \frac{V_{Cbat}}{L_{bat}}$$
(35)

$$\dot{V_{Co}} = \frac{I_{LS}}{C_o} - \frac{V_o}{R_o C_o}$$
(36)

$$I_{LS}^{\cdot} = \frac{Vi - Vco}{L_S}$$
(37)

Utilizando a representação de espaço de estados, temos:

$$\begin{bmatrix} I_{LS}^{\cdot} \\ I_{Lbat}^{\cdot} \\ V_{Co}^{\cdot} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{1}{L_{S}} \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{L_{O}} & 0 & -\frac{1}{R_{O}C_{O}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{LS} \\ I_{Lbat} \\ V_{Co} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_{S}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_{bat}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{i} \\ V_{bat} \\ 0 \end{bmatrix}$$
(38)

Já na terceira etapa de operação, ambas as chaves estão abertas, fazendo com que o diodo D1 passe a conduzir. A carga recebe toda a energia dos indutores L_s e L_{bat} , além de receber energia da fonte V_i e da bateria V_{bat} . Na Figura 15 é apresentado o circuito equivalente para a terceira etapa de operação do Modo 2.

Figura 15 - Modo 2: Circuito equivalente para a terceira etapa de operação



Fonte: Adaptada de Marcello, Pacheco e Ferreira, 2019

Aplicando as Leis de Kirchhoff das tensões e das correntes no circuito equivalente do conversor da figura 15, as equações lineares obtidas são:

$$\dot{I_{LS}} = \frac{V_i - V_{Co}}{L_S} \tag{39}$$

$$I_{Lbat} = \frac{V_{Cbat} - V_{Co}}{L_{bat}} \tag{40}$$

$$\dot{V_{Co}} = \frac{I_{Ls}}{C_o} + \frac{I_{Lbat}}{C_o} - \frac{V_o}{R_o C_o}$$
(41)

Utilizando a representação de espaço de estados, temos:

$$\begin{bmatrix} I_{LS}^{\cdot} \\ I_{Lbat}^{\cdot} \\ V_{Co}^{\cdot} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{1}{L_s} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{L_{bat}} \\ \frac{1}{L_o} & \frac{1}{L_o} & -\frac{1}{R_o C_o} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{L_s} \\ I_{Lbat} \\ V_{Co} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_s} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_{bat}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_i \\ V_{bat} \\ 0 \end{bmatrix}$$
(42)

As duas primeiras linhas da matriz *A* são linearmente dependentes, fazendo com que para a representação deste conversor seja necessário a utilização de somente duas variáveis de estados. Fazendo com que ele se comporte como dois conversores independentes. Na Tabela 1 temos as equações lineares dos dois conversores no primeiro e segundo modo de operação.

Modos de Operação	Conversor 1	Conversor 2
Primeiro modo	$L_{bat} * I_{Lbat} = V_{bat}$	$L_s I_{Ls} = V_i$
	$C_o \dot{V_{Co}} = -\frac{V_{Co}}{R_o}$	$C_o \dot{V_{Co}} = -\frac{V_{Co}}{R_o}$
Segundo modo	$L_{bat}*I_{Lbat}=V_{bat}$ - V_{Co}	$L_s I_{Ls} = V_i - V_{Co}$
	$C_o \dot{V_{Co}} = I_{L_{bat}} - \frac{V_{Co}}{R_o}$	$C_o \dot{V_{Co}} = I_{LS} - \frac{V_{Co}}{R_o}$

Tabela 1 - Equações dos dois conversores do Modo 2 de operação

Fonte: Da Autora, 2022

A média ponderada das equações do conversor 1 para representa-lo como um único modelo durante todo o período de operação pode ser escrita da seguinte forma:

$$\dot{X_{bat}} = D_2 * \dot{X_{bat1}} + D_2' * \dot{X_{bat2}}$$
(43)

Onde X_{bat1} e X_{bat2} são as equações de estados da primeira e segunda etapa, respectivamente. Que resulta no modelo abaixo:

$$\dot{X_{bat}} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{(1-D_2)}{Lbat} \\ \frac{(1-D_2)}{Co} & -\frac{1}{Ro*Co} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{Co} \\ I_{Lbat} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{Lbat} \\ 0 \end{bmatrix} V_{Cbat}$$
(44)

A média ponderada das equações do conversor 2 para representa-lo como um único modelo durante todo o período de operação pode ser escrita da seguinte forma:

$$\dot{X}_{s} = D_{1} * \dot{X}_{s1} + D_{1}' * \dot{X}_{s2}$$
(45)

Onde $\dot{X_{s1}}$ e $\dot{X_{s2}}$ são as equações de estados da primeira e segunda etapa, respectivamente. Que resulta no modelo abaixo:

$$\dot{X}_{s} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{(1-D_{1})}{Ls} \\ \frac{(1-D_{1})}{Co} & -\frac{1}{Ro*Co} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{Co} \\ I_{Ls} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{Ls} \\ 0 \end{bmatrix} V_{s}$$
(46)

3.3 Perturbações de Pequenos Sinais

Com o intuito de analisar como o modelo reage a variações de pequenos sinais considerando uma resposta CA foram aplicadas perturbações em torno do ponto de operação em regime permanente. Resultando nas equações (47), (48), (49) e (50):

$$x = \mathbf{X} + \hat{\mathbf{x}} \tag{47}$$

$$u = \mathbf{U} + \hat{u} \tag{48}$$

$$d_1 = D_1 + \widehat{d_1} \tag{49}$$

$$d_2 = D_2 + \widehat{d_2} \tag{50}$$

onde X representa o vetor de estados, U representa o vetor de saídas, $D_1 e D_2$ são as razões cíclicas em regime permanente e \hat{x} , \hat{u} , $\hat{d_1} e \hat{d_2}$ representam pequenas alterações em torno do ponto de operação. Os termos CC podem ser considerados quantidades constantes conhecidas. Com isso, substituindo as equações na equação (29) que representa o modelo do conversor no Modo 1, eliminando os termos CC e os termos não lineares de segunda ordem, que são muito menores em magnitude que um ou mais dos termos *ac* lineares de primeira ordem, temos:

$$\hat{x}_{1} = A_{1} \hat{x}_{1} + B_{1} \hat{u}_{1} + ([(A_{11} - A_{12})X_{1} + (B_{11} - B_{12})U_{1}]\hat{d}_{1}) + ([(A_{12} - A_{13})X_{1} + (B_{12} - B_{13})U_{1}]\hat{d}_{2})$$
(51)

Inserindo as perturbações na equação que representa a saída, temos:

$$\widehat{y_1} = \mathcal{C}_1 \ \widehat{x_1} \tag{52}$$

Substituindo as pequenas perturbações nas equações (43) e (45), obtemos o comportamento dos dois conversores VR-BESS no Modo 2 de operação.

$$\dot{x_{bat}} = A_{bat} \hat{x_{bat}} + B_{bat} \hat{v_{bat}} + [(A_{bat1} - A_{bat2})X_{bat}]\hat{d_2}$$
(53)

$$\widehat{v_o} = \mathcal{C}_{bat} \ \widehat{v_{bat}} \tag{54}$$

$$\hat{x}_{s} = A_{s}\hat{x}_{s} + B_{s}\hat{v}_{s} + [(A_{s1} - A_{s2})X_{s}]\hat{d}_{1}$$
(55)

$$\widehat{v_o} = C_s \ \widehat{x_s} \tag{56}$$

3.4 Discretização

Com o desenvolvimento das indústrias e a necessidade de se controlar sistemas cada vez mais complexos, engenheiros de controle fixaram sua atenção na utilização de computadores para aproveitar seu poder de cálculo para a resolução de problemas. Sua primeira utilização deu-se em 1959 pelas empresas aeroespacial Tohmpson Ramo Woolridge e a petrolífera Texaco, que desenvolveu um estudo sobre a implantação de uma fábrica de polímeros controlada por computador (SOARES, 1996).

Com o desenvolvimento dos circuitos integrados e da eletrônica foi possível que minicomputadores fosse evoluído aos microcomputadores, atingindo desempenho elevado, além de ter menores dimensões, baixo consumo e preço cada vez mais reduzidos. Fatos que tornaram o controle digital mais acessível e fez com que ele se difundisse a áreas cada vez diversas (SOARES, 1996).

Neste ínterim, técnicas de discretização ganharam muita importância e tornaramse cada vez mais úteis, onde ainda hoje grande parte do desenvolvimento de sistemas inicia-se de representações analógicas para posteriormente serem discretizados e implementados em computadores (SOARES, 1996).

Algumas das vantagens dos sistemas digitais é a menor sensibilidade a ruídos, possibilidade de utilizar leis de controle mais complexas, processamento de algoritmos de maior complexidade que não seriam possíveis com a utilização de sistemas analógicos, liberdade e grande exatidão para ajustar parâmetros. Já as principais desvantagens é que um sistema analógico estável quando discretizado pode perder sua estabilidade, possibilidade de perda de informação entre os intervalos de amostragem, o projeto e análise matemática podem ser mais complexos (Soares, 1996). Abaixo é implementada a técnica de discretização abordada por Ogata (1995).

Considerando a equação de estados em tempo contínuo

$$\dot{x} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \tag{57}$$

Representando a mesma em tempo discreto, ela toma a seguinte forma

$$X((k+1)T) = G(T)x(kT) + H(T)u(kT)$$
(58)

Sendo o primeiro termo a representação das entradas somada a equação discreta das saídas. A matriz de estados G depende do período de amostragem T e é definida como a matriz exponencial (OGATA,1995), segundo a equação (59) que se apresenta.

$$G(T) = e^{AT} = I + At + \frac{1}{2!}A^{2}t^{2} + \dots + \frac{1}{k!}A^{k}t^{k} + \dots = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{A^{k}t^{k}}{k!}$$
(59)

Ao substituir os respectivos estados de chaveamento de cada etapa de operação no modelo médio da equação (30), temos que as equações (60) a (63) são capazes de representar as três etapas de operação do modo 1 no tempo discreto:

$$I_{L_{s}}(k+1) = I_{L_{s}}(k) + \frac{Vs}{L_{s}}(k)T - \frac{D_{1}'T V_{Co}}{L_{s}}$$
(60)

$$V_{Cbat}(\mathbf{k}+1) = V_{Cbat}(\mathbf{k}) + \frac{I_{Lbat}(\mathbf{k}) T}{C_{bat}} - \frac{V_{Cbat}(\mathbf{k}) T}{C_{bat} R_{bat}}$$
(61)

$$I_{Lbat}(k+1) = I_{L_{bat}}(k) - \frac{V_{Cbat}(k)T}{L_{bat}} + \frac{\Delta D V_{Co}(k)T}{L_{bat}}$$
(62)

$$V_{Co}(k+1) = \frac{D_1' I_{LS}(k) T}{C_0} - \frac{I_{Lbat}(k) T \Delta D}{C_0} - V_{Co}(k) (\frac{T}{C_0 R_0} - 1)$$
(63)

Com a utilização dos parâmetros apresentados na Tabela 2 foi possível substituir nas Equações (60) a (63) e dessa forma observar os valores encontrados na matriz de espaço de estados da média ponderada das equações antes da discretização e após o procedimento.

Tensão de entrada V_i	300 V
Tensão de saída V_o	400 V
Indutor <i>L</i> _S	1 mH
Indutor <i>L</i> _{bat}	1,1 mH
Capacitor C_o	220µF
Capacitor C_{bat}	330 µF
Resistor R _o	80 Ω
Resistor R _{bat}	29 Ω
Ciclo de chaveamento D1 no modo 1	0,25
Ciclo de chaveamento D2 no modo 1	0,55
Ciclo de chaveamento D1 no modo 2	0,25
Ciclo de chaveamento D2 no modo 2	0,7
Frequência de amostragem Fs	10kHz

Tabela 2 - Parâmetros dos componentes utilizados na simulação

Fonte: Da autora, 2022

Abaixo é possível visualizar os valores encontrados antes da discretização, sendo eles os valores encontrados na matriz de espaço de estados da média ponderada,

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0.0000 & -3636 & 0.0000 & 1091 \\ 12121 & -4180 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & -3000 \\ -5455 & 0.0000 & 13636 & -227 \end{bmatrix}$$

$$A_{Euler} = \begin{bmatrix} 0.9975 & -0.0363 & 0.0007 & 0.0109 \\ 0.1209 & 0.9936 & 0.0000 & 0.0007 \\ 0.0008 & -0.0000 & 0.9980 & -0.0299 \\ -0.0544 & 0.0010 & 0.1361 & 0.9954 \end{bmatrix}$$

Com o intuito de comparar o encontrado via discretização pelo método da Série de Euler, na matriz A_{C2D} é apresentado a discretização realizada pelo *software* Matlab através do comando C2D, onde entra-se com a matriz de estados, a matriz de entradas e o valor do período de amostragem.

$$A_{C2D} = \begin{bmatrix} 0.9975 & -0.0363 & 0.0007 & 0.0109 \\ 0.1209 & 0.9936 & 0.0000 & 0.0007 \\ 0.0008 & -0.0000 & 0.9980 & -0.0299 \\ -0.0544 & 0.0010 & 0.1361 & 0.9954 \end{bmatrix}$$

A matriz B foi aproximada por:

$$B \cong BT$$
 (56)

Dessa forma, foi encontrado os seguintes valores para as matrizes antes e após a discretização pela aplicação da fórmula de Euler e pela aplicação do comando C2D do *software* Matlab, respectivamente:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0\\0\\1000\\0 \end{bmatrix} \qquad \qquad B_{Euler} = \begin{bmatrix} 0\\0\\0.0100\\0 \end{bmatrix} \qquad \qquad B_{C2D} = \begin{bmatrix} 0.0000\\0.0000\\0.0100\\0.0007 \end{bmatrix}$$

Para realização da discretização foi utilizada uma aproximação com k = 50, ou seja, foram realizadas cinquenta iterações da Serie de Euler e o período de amostragem utilizado foi Ts = 1×10^{-5} , sendo que foram testados valores a partir de 1×10^{-3} , onde o valor escolhido apresentou um bom desempenho na aproximação do modelo continuo e no tempo de simulação.

4 SIMULAÇÃO

Com o objetivo de validar o modelo desenvolvido e sua discretização, simulações foram realizadas no *software* Matlab/Simulink.

A Figura 16 representa o diagrama de blocos discreto utilizado a fim de representar o desempenho do modelo proposto.





Fonte: Da Autora, 2022

Onde d1 e d2 são respectivamente do valores do *duty cycle* médio das chaves S1 e S2 no Modo 1. Os blocos ligados a d1 e d2 são as perturbações inseridas no sistema E1 e E2. As matrizes A, B, C e D foram inseridas dentro do componente Discrete State -Space.

Para validar o modelo médio em espaço de estados discretizado foram realizadas simulações dos circuitos elétricos do conversor VR-BESS no Modo 1 de operação como mostrado na Figura 17. Os mesmos parâmetros apresentados na Tabela 2 foram utilizados para a realização da simulação.

Figura 17 - Circuito elétrico do conversor VR-BESS no Modo 1 de operação



Fonte: Da Autora, 2022

Os resultados das simulações do modelo matemático discreto e do conversor no Modo 1 são apresentados na Figura 18 abaixo. Onde pode-se visualizar a resposta de $\hat{y}(\hat{vo})$ às perturbações E1 e E2, de 5% do valor nominal, $\hat{u_1}(\hat{v_s})$, $\hat{d_1} \in \hat{d_2}$ sendo os instantes de tempo de 0 s, 0,1 s e 0,2 s, respectivamente.



Figura 18 - Simulações no Modo 1 com perturbações $\widehat{u_1}, \widehat{d_1} \in \widehat{d_2}$



Na Figura 19 pode-se observar melhor o comportamento da curva do sistema discretizado.

Figura 19 - Diferença entre as curvas discreta e contínua





Através da Figura 20 podemos comparar a discretização realizada utilizando a serie de Euler e a gerada pelo Matlab por meio do comando C2D.

Figura 20 - Discretização por método de Euler e discretização pelo comando C2D -Matlab



Fonte: Da Autora, 2022

Visualizando as curvas na Figura 21 que trata-se de uma ampliação das curvas da Figura 20, podemos ver uma pequena diferença de 0.21% entre a discretização pela série de Euler e o comando C2D. Devido a essa pequena taxa de variação pode-se considerar que esta diferença é aceitável, já que não terá grande implicação nos resultados.

Figura 21 - Discretização série de Euler x Discretização comando C2D



Fonte: Da Autora, 2022

5 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Com quatro casas de precisão os valores encontrados via discretização pelo *software* Matlab e pelo método de Euler na matriz de estados igualam-se, diferindo somente na matriz de entradas, o que por sua vez pode ter ocasionado a pequena diferenciação na simulação.

Fazendo uma análise da curva apresentada na Figura 22 antes da primeira perturbação no instante de tempo de 0,1s temos que, o modelo discreto apresenta um tempo de subida de aproximadamente 162,75 μ s e um instante de pico de aproximadamente 494,7 μ s, ambos menores que os valores para o modelo dinâmico, que possui respectivamente, 653,09 μ s e 2318 μ s. Além disso, o valor de *overshoot* do tempo discreto é de 715,20 enquanto o valor no tempo dinâmico é de 760,8.





Fonte: Da Autora, 2022

Os dois modelos entram em regime permanente ao mesmo tempo em 0,024s apesar de observar que o modelo discreto decai seus valores de sobressinal em regime transitório mais rapidamente que o modelo dinâmico.

6 CONCLUSÃO

Neste trabalho foram utilizadas as técnicas de modelo médio de espaço de estados com o intuito de representar o modelo matemático encontrado através de uma única equação. Perturbações de pequenos sinais foram inseridas afim de observar a dinâmica do sistema em regime permanente e a discretização via série de Euler foi realizada com 50 termos.

Através das análises realizadas podemos concluir que o objetivo específico de realizar a discretização do modelo contínuo foi cumprido, onde o modelo discreto possui uma resposta mais rápida. Neste ínterim, temos que os objetivos gerais, sendo a comparação do modelo discreto gerado pelo Matlab e pela aplicação da fórmula de Euler, também foram cumpridos e os resultados das simulações se assemelham.

Este trabalho apresenta diversas possibilidades para desenvolvimentos posteriores, podendo enfatizar:

- a) Discretização do Modo 2 de operação e simulação para validação com sistema real;
- b) Estudos de outras técnicas de discretização, comparação dos resultados e validação da melhor técnica;
- c) Aplicação e comparação de diferentes técnicas de controle afim de melhorar o desempenho do sistema, por exemplo, diminuir *overshoot*.
- d) Aplicação prática do projeto completo considerando a discretização do Modo 2 de operação e implementação de método de controle.

REFERÊNCIAS

ABUABUD, J. P. M.; BARRA, P. H. A. Estudo sistemático sobre microrredes e redes elétricas inteligentes. Brazilian Journal of Development, v. 6, n. 9, p. 65711–65727, 2020.

ANDRADE, V. E. Modelagem e controle de conversos CC-CC aplicados a sistemas fotovoltaicos com armazenamento em baterias. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Lavras, 2022.

BARBI, I. Modelagem de conversores CC-CC empregando modelo médio em espaço de estados. [S. n.], 2014.

BRAGA, I. N. D.S; CONTROLE PREDITIVO BASEADO EM MODELO APLICADO À VR-BESS. Tese (Mestrado) – Universidade Federal de Lavras, 2021.

Erickson, R.W. and Maksimovic, D. (2007). **Fundamentals of power electronics**. Springer Science Business Media.

FERNANDES, A. A. **Controle LQR de um conversor CC-CC em sistema fotovoltaico off-grid.** Tese (Doutorado)—Dissertação (Mestrado)—Universidade Federal de Lavras, 2021.

H. Lotfi e A. Khodaei, "AC versus DC microgrid planning", IEEE Transactions on Smart Grid, vol. 8, n.o 1, pp. 296–304, 2015.

HOAGG, J. B.; BERNSTEIN, D. S. Nonminimum-phase zeros-much to do about nothing - classical control-revisited part ii. **IEEE Control Systems Magazine**, IEEE, v. 27, n.3, p. 45–57, 2007.

Macêdo, L. R. (2018-2019). Análise comparativa entre microrredes em corrente contínua e em corrente alternada. – Dissertação (Mestrado) – Instituto Politécnico de Bragança.

MARCELLO, V. B.; PACHECO, V. M.; FERREIRA, S. C. Modelagem de conversor cc-cc aplicado a sistemas fotovoltaicos. Anais da Sociedade Brasileira de Automática, v. 1, n. 1, 2019.

MAYA, P. A. Controle essencial. [S.l.]: Pearson, 2014.

Middlebrook, R. and Cuk, S. (1976). A general uni_ed approach to modelling switching-converter power stages. 1970 IEEE Power Electronics Specialists Conference, 18-34.

MME – Ministério de Minas e Energia (2017).

NIMITTI, F. G.; ANDRADE, A. M. S. S. (2021). Estudo de um conversor bidirecional baseado no conversor boost com baixos esforços de tensão nos interruptores. Universidade Federal de Santa Maria.

OGATA, K. Discrete-time control systems. [S.l.]: Prentice-Hall, Inc., 1995.

POMILIO, J. A. (2008). Fontes chaveadas. Universidade Estadual de Campinas, Campinas, Brasil.

SMITH, M. U.S. Departament of Energy's research and development activities on microgrid technologies. In: SYMPOSIUM ON MICROGRIDS, 7., 2011, Jeju, Korea.Proceedings... Washington, DC: U.S. Department of Energy, 2011.

SOARES, P. M. O. R. (1996). **Discretização de Controladores Contínuos.** Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto.

WANG, Z.et al. **Topology analysis and review of three-port dc–dc converters**. IEEE Transactions on Power Electronics, IEEE, v.35, n.11, p.11783–11800,2020.

WENK, M. Estudo, Modelagem e Controle de Conversor CC-CC Bidirecional Não-Isolado Baseado na Célula de Comutação de Três Estados. Tese (Doutorado)—Dissertação (Mestrado)—Universidade Estadual de SantaCatarina, 2019.

ZHANG, N.;SUTANTO,D.;MUTTAQI,K.M. A review of to pologies of three-port dc–dc converters for the integration of renewable energy and energy storage system. **Renewable and Sustainable Energy Reviews**, Elsevier, v.56, p.388–401, 2016.