



FREDERICO ALMEIDA SILVA

**INFLUÊNCIA DA DINÂMICA DE OPINIÃO E DA
MOBILIDADE URBANA NA PROPAGAÇÃO DE
EPIDEMIAS**

LAVRAS – MG

2022

FREDERICO ALMEIDA SILVA

**INFLUÊNCIA DA DINÂMICA DE OPINIÃO E DA MOBILIDADE URBANA NA
PROPAGAÇÃO DE EPIDEMIAS**

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado à Universidade Federal de
Lavras, como parte das exigências do
Curso de Engenharia de Controle e
Automação, para obtenção do título de
Bacharel.

Profa. Dra. Angélica Sousa da Mata

Orientadora

Prof. Dr. Daniel Augusto Pereira

Coorientador

LAVRAS – MG

2022

FREDERICO ALMEIDA SILVA

**INFLUÊNCIA DA DINÂMICA DE OPINIÃO E DA MOBILIDADE URBANA NA
PROPAGAÇÃO DE EPIDEMIAS**

**THE EFFECTS OF OPINION DYNAMICS AND URBAN MOBILITY ON
EPIDEMICS SPREADING**

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado à Universidade Federal de
Lavras, como parte das exigências do
Curso de Engenharia de Controle e
Automação, para obtenção do título de
Bacharel.

APROVADO em 13/07/2022.

Dr. Eric Fernandes de Mello Araújo – UFLA

Dra. Tatiana Cardoso e Bufalo – UFLA

Profa. Dra. Angélica Sousa da Mata

Orientadora

Prof. Dr. Daniel Augusto Pereira

Coorientador

LAVRAS – MG

2022

AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, aos meus pais por todo apoio e esforço incondicional durante todo o meu caminho, sendo meus exemplos de esforço, coragem e determinação, e aos quais sou eternamente grato.

Agradeço à minha irmã por todo amor, apoio e orientação, e que mesmo distante se fez essencial em muitos momentos da minha trajetória.

Agradeço às minhas grandes amigas Ana Clara e Victória, que acompanharam meus desabafos, compartilharam sorrisos e me mostraram a importância de ter amigas como estas. Agradeço também ao meu amigo Vinícius, pelas inúmeras reuniões virtuais, por toda paciência e dedicação em se fazer presente.

Agradeço à minha amiga Tainá, minha grande companheira de curso, que me forneceu apoio em muitos momentos desse caminho e com quem tive o prazer de compartilhar os momentos acadêmicos.

Agradeço à minha amiga Michelli, que compartilhou diversos momentos importantes durante a Universidade e a quem sou muito grato por todo carinho e atenção.

Agradeço à todos amigos e colegas de Universidade, que contribuíram de alguma forma para que essa jornada não fosse solitária e me trouxeram força para encarar os desafios.

Agradeço à minha grande orientadora Angélica, que sempre me guiou quando houve incertezas, se mostrou paciente em todos esses anos de projetos e é um exemplo de inteligência, sensatez e cuidado.

Agradeço à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais (FAPEMIG) e ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), pelo apoio financeiro durante projetos de Iniciação Científica.

Por fim, agradeço à Universidade Federal de Lavras pela oportunidade e cuidado em formar profissionais preocupados com o desenvolvimento da nossa sociedade. Agradeço também àqueles docentes que se empenharam em compartilhar suas vivências, estimularam o pensamento crítico de seus alunos e conquistaram minha profunda admiração.

Resumo

O emprego de modelos matemáticos para a descrição de fenômenos naturais e artificiais tem sido cada vez mais recorrente e, juntamente com o advento computacional das últimas décadas, vêm possibilitando o estudo prático de eventos reais. Um exemplo disso é o grande destaque dado aos modelos epidêmicos no contexto da pandemia de COVID-19. Com isso, a aplicação desses modelos se torna essencial para o estudo do comportamento de fenômenos associados à propagação de epidemias e assim, auxilia a sociedade e instituições governamentais no enfrentamento destes cenários. Porém, ainda que haja um grande desenvolvimento destes estudos, nota-se que o uso de recursos como a mobilidade dos indivíduos e a distribuição espacial ainda é pouco abordada nestes protótipos. Além disso, outro fator ainda pouco estudado é a representação de movimentos sociais que podem interferir na dinâmica epidêmica, como os movimentos pró e contra a vacinação. Sendo assim, a associação de modelos epidêmicos à outros, como a dinâmica de opinião, se torna necessária para se alcançar uma modelagem ainda mais realista. Dessa forma, tomando com base a grande relevância do assunto para a sociedade, o presente trabalho busca desenvolver e estudar modelos de propagação de doenças em redes geográficas e com mobilidade humana. Somado à isso, também investigaremos a atuação de modelos de opinião, com o intuito de simular a propagação de uma epidemia levando em consideração aspectos sociais de interação entre os indivíduos.

Palavras-chave: Redes Complexas; Dinâmica de Opinião; Propagação de Epidemias.

SUMÁRIO

PRIMEIRA PARTE	7
1 INTRODUÇÃO	8
2 CONSIDERAÇÕES GERAIS	9
REFERÊNCIAS	10
SEGUNDA PARTE	11

PRIMEIRA PARTE

1 INTRODUÇÃO

Desde a antiguidade, a propagação de doenças em populações humanas vem sendo um dos temas de grande discussões, como a peste negra na idade média (LINDAHL; GRACE, 2015). Recentemente, o tema ganhou ainda mais destaque com a modernização dos meios de transportes, que contribui para a disseminação mais rápida de indivíduos infectados ou vetores de doenças (TATEM; HAY; ROGERS, 2006). Como forma de buscar entender esse fenômeno, a utilização de artifícios como a modelagem matemática tem sido cada vez mais recorrente para auxiliar instituições governamentais e sociedade a obterem soluções para o enfrentamento destes cenários, como no caso da pandemia de COVID-19.

Sendo assim, a aplicação de modelos para o estudo e investigação da dinâmica de epidemias se torna ainda mais necessária. Um exemplo disso tem sido o desenvolvimento dos modelos compartimentais, que dividem a população em compartimentos, exibindo os possíveis estados de cada indivíduo durante a epidemia, como o modelo SIR (suscetível-infectado-recuperado) (KERMACK; MCKENDRICK; WALKER, 1927). Neste caso, assume-se que no início da epidemia, os indivíduos se encontram suscetíveis à doença e podem vir a se tornarem infectados, caso entrem em contato com outros infectados. Após a infecção, eles irão para o compartimento de removidos, que engloba indivíduos mortos ou recuperados. No entanto, uma grande parte destes estudos considera que as interações entre os indivíduos não se alteram com o passar do tempo, não incluindo assim, a sua mobilidade e até mesmo aspectos sociais na investigação destes fenômenos.

Dessa forma, na segunda parte do presente trabalho, buscaremos apresentar e desenvolver modelos de propagação de doenças em redes geográficas e com mobilidade humana. Neste artigo de pesquisa, também será incluído os modelos de opinião para simular os processos de interação social dos indivíduos, avaliando como essas características inerentes do meio de estudo podem influenciar na evolução de epidemias.

O artigo está estruturado da seguinte maneira: na Seção 1, o tema será contextualizado junto da motivação para esta pesquisa, abordando as principais necessidades na modelagem de epidemias; na Seção 2, apresenta-se os modelos elaborados para a rede, dinâmica de opinião e propagação de epidemias, elencando as suas características essenciais e formulação; na Seção 3, serão apresentados os resultados obtidos a partir dos modelos propostos e uma avaliação do seu desempenho frente outros estudos encontrados na literatura; e concluindo, na Seção 4, serão abordadas as considerações finais, destacando as contribuições do nosso trabalho, bem como suas perspectivas futuras.

2 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O artigo foi elaborado como objetivo do presente Trabalho de Conclusão de Curso, e apresenta a aplicação de modelos matemáticos para fenômenos pertinentes para a sociedade, de modo a possibilitar uma investigação ainda mais realista destes aspectos. Além disso, buscou-se identificar as principais limitações em outras aplicações destes estudos, possibilitando que fossem propostas soluções pontuais para a modelagem de epidemias e dinâmica de opinião.

O formato utilizado aqui, artigo de pesquisa, para o Trabalho de Conclusão de Curso, permitiu a investigação de um tema com grande relevância e impacto para a sociedade, permitindo que novos estudos sejam elaborados com maior fidelidade à realidade de estudo. Destaca-se também, que o texto buscou abordar pontualmente o tema central de estudo, fornecendo informações inerentes a modelagem de epidemias, para que os leitores possam conhecer as principais etapas e desafios na formulação destes modelos, bem como identificar e propor soluções diante dos cenários elencados.

REFERÊNCIAS

KERMACK, W. O.; MCKENDRICK, A. G.; WALKER, G. T. A contribution to the mathematical theory of epidemics. **Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character**, London, vol. 115, no. 772, pp. 700–721, 1927.

LINDAHL, J. F.; GRACE, D. The consequences of human actions on risks for infectious diseases: a review. **Infection Ecology & Epidemiology**, Bethesda, vol. 5, no. 1, p. 30048, 2015.

TATEM, A. J.; HAY, S. I.; ROGERS, D. J. Global traffic and disease vector dispersal. **Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America**, Washington, D.C., vol. 103, no. 16, pp. 6242–6247, 2006.

SEGUNDA PARTE

Influência da dinâmica de opinião e da mobilidade urbana na propagação de epidemias

Frederico Almeida Silva¹ and Angélica S. Mata^{2,*}

¹*Departamento de Automação e Controle, Escola de Engenharia, Universidade Federal de Lavras, Caixa postal 3037, CEP:37200-900, Lavras, Minas Gerais, Brazil*

²*Departamento de Física, Instituto de Ciências Naturais, Universidade Federal de Lavras, Caixa postal 3037, CEP:37200-900, Lavras, Minas Gerais, Brazil*

(Dated: September 6, 2022)

A modelagem matemática tem sido cada vez mais utilizada para descrever fenômenos naturais ou artificiais. Além disso, a otimização de recursos computacionais vem permitindo a descrição mais realista e prática de sistemas e eventos reais. Um exemplo é a modelagem de propagação de epidemias, que ganhou grande destaque no contexto da pandemia de COVID-19. Modelos epidêmicos buscam obter representações e comportamentos cada vez mais similares à realidade. Dessa forma, é possível investigar o comportamento da propagação de epidemias e prever possíveis cenários para auxiliar a sociedade e as instituições governamentais no enfrentamento destas situações. No entanto, é notado que o uso de artifícios como a mobilidade dos indivíduos e a distribuição espacial ainda é pouco explorada nestes protótipos desenvolvidos. Além disso, outro fator pouco estudado é a combinação desses modelos acoplados com dinâmica de opinião como no caso da emergência de movimentos pró e contra a vacinação, o que torna a modelagem mais realista. Sendo assim, o presente trabalho busca desenvolver e estudar modelos de propagação de doenças em redes geográficas e com mobilidade humana, associados à modelos de opinião, com o intuito de simular a propagação de uma epidemia levando em consideração aspectos sociais de interação entre os indivíduos.

PACS numbers:

I. INTRODUÇÃO

A propagação de doenças e epidemias nas populações humanas é uma questão preocupante desde a antiguidade, como a peste negra na idade média [1]. Ultimamente, este fenômeno tem ganhado proporções pandêmicas em função do aumento da mobilidade humana causado pela modernização de vias de tráfegos aéreos, marítimos e terrestres [2]. Esse aumento de locomoção permite que indivíduos infectados ou vetores de doenças se desloquem para outras regiões e inicie o processo de contaminação daquela população.

Sendo assim, devido à essa grande demanda pelo entendimento de fenômenos associados à propagação de doenças, os modelos matemáticos vêm sendo amplamente utilizados para auxiliar instituições governamentais e toda sociedade na tomada de decisões frente à cenários pandêmicos como no caso da pandemia de COVID-19 [3].

Uma importante referência são os modelos compartimentais, que dividem a população em compartimentos, representando os estados que cada indivíduo pode assumir na dinâmica estudada [4]. O modelo SIR (suscetível-infectado-recuperado) [5] por exemplo, assume que os agentes se encontram inicialmente suscetíveis à doença, podem se tornar infectados, caso entrem em contato com algum indivíduo infectado e obrigatoriamente após a infecção, são transferidos para o compartimento de removidos que, de forma simplificada, não faz distinção entre os indivíduos mortos ou recuperados.

Esse tipo de modelo é de grande utilidade para a avaliação do comportamento epidêmico, como a evolução do número de infectados e o impacto de políticas de prevenção da transmissão do vírus. Além disso, podemos incluir outras particularidades para abordar situações mais realistas.

A maioria dos estudos investigam a dinâmica epidêmica considerando que as interações entre os indivíduos são estáticas, isto é, não mudam com o tempo. Porém, é muito mais realista analisar a dinâmica temporal da estrutura de interação entre os indivíduos, com a possibilidade de se deslocarem na rede, e as ligações entre eles podendo ser feitas e desfeitas ao longo do tempo [6]. Além disso, outro fator relevante mas ainda muito pouco explorado é a utilização de modelos de dinâmica de opiniões, por exemplo, associados à modelos de propagação de epidemias. Isso torna a modelagem mais pragmática, uma vez que permite investigar uma série de fatores relevantes na disseminação de doenças, como o impacto da adesão ou não da comunidade às medidas de distanciamento social ou à campanha de vacinação [7].

Portanto, o presente trabalho busca desenvolver e estudar modelos de propagação de doenças em redes geográficas e com mobilidade humana, associados à modelos de opinião, com o intuito de simular a propagação de uma epidemia levando em consideração aspectos sociais de interação entre os indivíduos.

II. METODOLOGIA

Nessa seção vamos descrever a rede utilizada no nosso modelo para investigar a mobilidade dos indivíduos e suas características sociais. Depois, vamos apresentar os dois

*Electronic address: angelica.mata@ufla.br

modelos dinâmicos que serão estudados em associação nesta rede para investigar como a dinâmica de opiniões pode interferir na propagação de epidemias. Para considerar a dinâmica de opiniões vamos implementar o modelo do votante com reputação e para investigar a propagação de epidemias utilizaremos os modelos SIR e SIS (suscetível-infectado-suscetível).

A. Rede Espacial com Mobilidade Humana

As redes complexas são representações de sistemas reais ou artificiais que podem ser descritos por agentes e suas interações. Os agentes são modelados pelos nós ou vértices da rede, e as interações entre os indivíduos são representadas pelas arestas que os conectam. Vamos utilizar aqui uma rede que leva em consideração a espacialidade, isto é, a distância euclidiana entre os nós, e também a temporalidade das ligações, ou seja, as interações entre os indivíduos podem ser feitas ou desfeitas ao longo do tempo [8–10]. A seguir vamos explicar como modelar essas duas características principais: espacialidade e temporalidade.

A rede geográfica é um tipo particular de rede em que N agentes são dispostos aleatoriamente em um quadrado de dimensão $L \times L$. Essa disposição dos agentes faz com que cada rede possua uma densidade $\rho = \frac{N}{L}$, que mede o quão espaçada é a rede. A interação entre cada agente se dá com base numa distância radial r máxima. Assim, indivíduos só poderão se conectar a outros, caso estejam dentro deste raio de interação r_{max} . Já no caso da rede temporal, a sua particularidade está relacionada à dinâmica das interações ao longo do tempo. Nesse caso, os nós podem estar ativos ou inativos para estabelecerem conexões entre si e, caso estejam ativos, essas conexões são baseadas na sua atratividade ou aptidão de fazê-las [11].

O modelo utilizado no trabalho é uma combinação das duas redes apresentadas. Inicialmente, os nós são agrupados em dois compartimentos, ativos e inativos. Cada nó i possui uma atratividade a_i , que representa a reputação deste nó para os demais, e é definida aleatória e uniformemente, isto é, $a \in [0, 1)$. Os nós ativos podem tanto estabelecer ligações com outros ativos, respeitando a distância r_{max} , e também podem se deslocar na rede com uma probabilidade $p_i = 1 - a_j$, onde a_j é a maior atratividade entre seus vizinhos j . Essa última propriedade p_i elenca a influência de alguns indivíduos na mobilidade de i , mantendo-o conectado com esses e retendo a sua atenção.

Além disso, esses nós podem também se tornar inativos com probabilidade q se não estiverem conectados com nenhum outro nó naquele instante de tempo. Já os inativos não podem se ligar e nem deslocarem, mas possuem uma probabilidade $1 - q$ de se tornarem ativos e assim, participarem da dinâmica de interação no próximo passo de tempo. Essas definições permitem simular de forma aproximada efeitos como a mobilidade urbana e

a capacidade de socialização de cada indivíduo, possibilitando um modelo mais realista. Dessa forma, a partir do modelo e suas particularidades descritas, é possível obter a seguinte estrutura de rede mostrada na figura 1.

B. Modelo do Votante com Reputação

Outro fenômeno significativo e derivado também da interação entre indivíduos de uma rede é a formação de opiniões. Aqui vamos utilizar o modelo do votante incluindo a reputação dos agentes na rede para descrever como a interação entre eles pode levar ou não ao consenso, isto é, todos os agentes possuem a mesma opinião ao final da dinâmica [12, 13].

O modelo do votante, em sua forma mais simples, consiste na atribuição de uma variável binária, que pode assumir valores $O_i = \pm 1$, para cada agente i da rede. Cada valor representa uma opinião e a dinâmica ocorre da seguinte maneira [14]:

I. Atribui-se aleatoriamente os valores ± 1 aos N nós da rede;

II. Realiza-se N sorteios. Para cada sorteio, um agente i e seu vizinho j são escolhidos aleatoriamente. Com probabilidade Op_i (equação 1), o nó i copia a opinião do nó j , e com probabilidade complementar Op_j (equação 2), o nó j copia a opinião do nó i .

$$Op_i = \frac{a_i}{a_i + a_j} \quad (1)$$

$$Op_j = \frac{a_j}{a_i + a_j} \quad (2)$$

III. O passo de tempo δt é acrescido de uma unidade $\delta t = \delta t + 1$;

IV. O procedimento a partir do segundo item é repetido até que todos os sítios tenham a mesma opinião (consenso). O consenso é alcançado na rede quando a opinião média ou sua magnetização $m = \pm 1$, onde m é dada a partir da equação 3.

$$m = \sum_{i=1}^N \frac{O_i}{N} \quad (3)$$

Como visto, foi adicionado ao nosso modelo o fator reputação dos nós que está associado ao parâmetro de atratividade utilizada na construção da rede. Isto significa que um dos nós i ou j terá que copiar a opinião do outro devido à disputa de opiniões, que se relaciona com a atratividade destes indivíduos. Essa característica torna a dinâmica mais realista pois considera o poder de persuasão dos indivíduos. Tal atributo já foi investigado em dinâmicas sociais, como no modelo de Snajd [15, 16], e observa-se a sua influência na dinâmica de opiniões, como

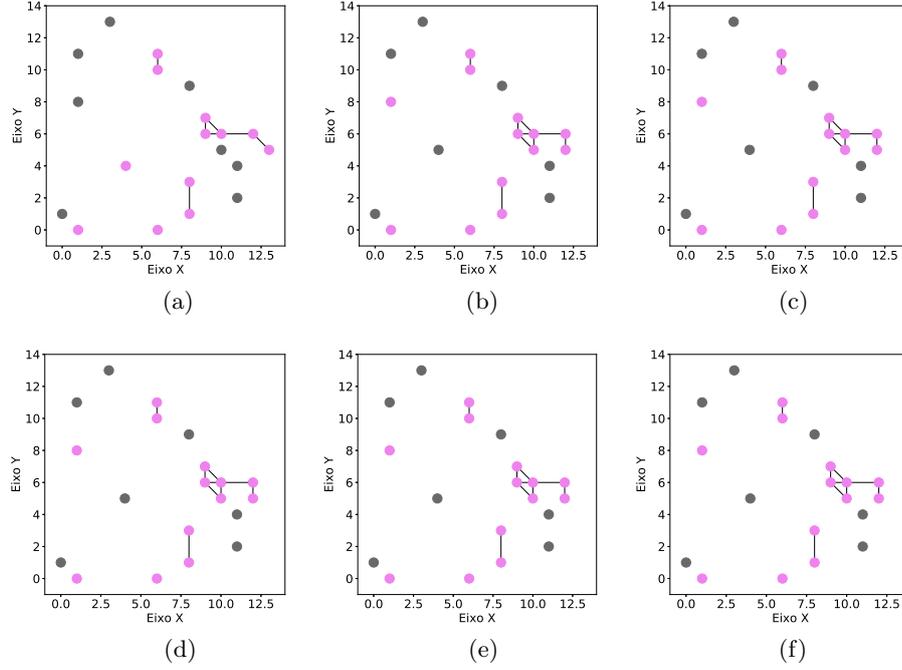


FIG. 1: Rede com 20 agentes móveis obtida em diferentes instantes de tempo: a) $t = 1$, b) $t = 10$, c) $t = 20$, d) $t = 30$, e) $t = 40$, f) $t = 50$. Nós em violeta são considerados ativos e, portanto, podem estabelecer ligações entre si, e nós cinzas são inativos mas podem se tornar ativos ao longo da dinâmica.

por exemplo no tempo gasto para se atingir o consenso ou pelo menos uma maioria. A dinâmica deste modelo, na rede espaço-temporal adotada, é mostrada de forma ilustrativa na figura 2.

C. Modelo Epidêmico

Como já mencionado anteriormente, os modelos compartimentais são os mais utilizados para o estudo da propagação de doenças e suas relações com outros fenômenos. Neste trabalho, buscamos abordar dois modelos clássicos: SIS e SIR. A distinção entre o modelo SIR, apresentado na seção I, e o modelo SIS, é que o último assume que os indivíduos voltem a ficar suscetíveis após a sua infecção, permitindo que continue a participar da dinâmica [17, 18]. Similarmente à dinâmica de opinião (ver seção II B), a epidemia também será aplicada à rede espaço-temporal, para investigarmos a influência da mobilidade, atividade e a opinião dos nós na dinâmica da epidemia [11, 19, 20]. Dessa forma, a construção do modelo epidêmico se dá da seguinte maneira:

- I. Atribui-se uma taxa de infecção β e de recuperação γ para cada agente da rede. Os valores de β podem ser os mesmos para todos os nós da rede, ou podemos assumir que ele varia de acordo com a opinião de cada agente (quando investigamos o modelo do votante em conjunto);

- II. Escolhe-se aleatoriamente um único agente i para se tornar infectado, dando início à dinâmica;

- III. Realiza-se N sorteios. Para cada sorteio, um agente i é escolhido aleatoriamente. Se estiver inativo e infectado, o agente só pode se recuperar com uma probabilidade de recuperação p_r (equação 5), se tornando suscetível (modelo SIS) ou recuperado (modelo SIR). Se ativo e infectado, o agente pode se recuperar ou infectar um vizinho aleatório com uma probabilidade de infecção p_i (equação 4).

$$p_i = \frac{\beta}{\beta + \gamma} \quad (4)$$

$$p_r = \frac{\gamma}{\beta + \gamma} \quad (5)$$

- IV. A partir do segundo item, o procedimento é repetido até que se obtenha um cenário com 40%¹ de nós recuperados (para o SIR), ou com epidemia em fase ativa (para o SIS), isto é, com número de infectados maior que zero.

Neste estudo, buscamos incluir ambos modelos epidêmicos por duas razões: a primeira, considera a

¹ Valor escolhido arbitrariamente. Outros valores não apresentaram diferença qualitativa no resultado.

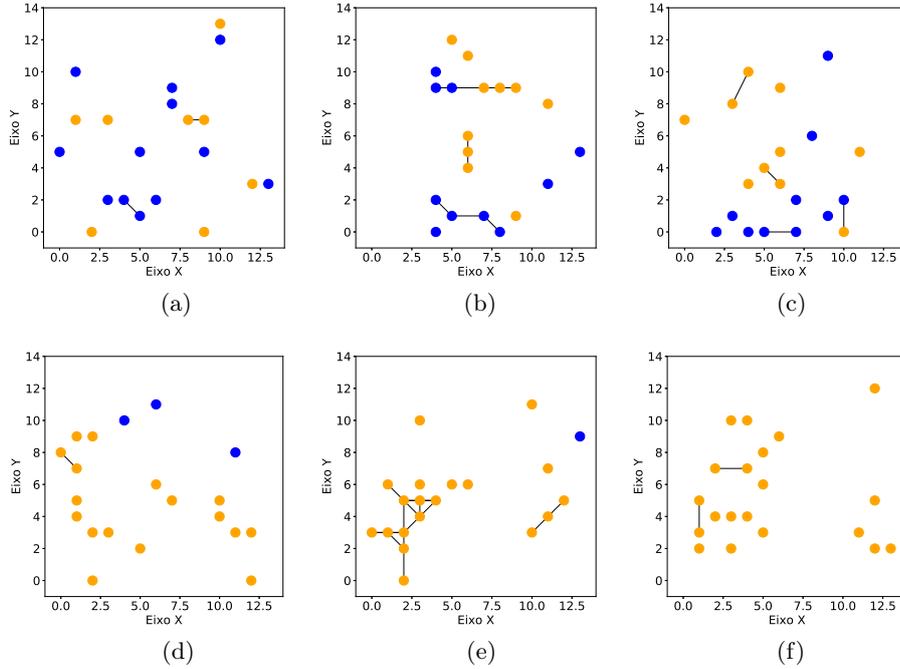


FIG. 2: Dinâmica de opinião representada pelo modelo do votante com reputação na rede espaço-temporal considerando a mobilidade dos agentes em diferentes instantes de tempo: a) $t = 1$, b) $t = 30$, c) $t = 60$, d) $t = 120$, e) $t = 180$, f) $t = 240$ (consenso). Em azul estão representados os nós que possuem opinião $+1$ e em laranja, os nós que possuem opinião -1 .

hipótese de interferência da opinião inicial dos indivíduos em algumas características da epidemia, sendo mais apropriada a utilização do modelo SIR, obtendo parâmetros como duração da epidemia, quantidade de indivíduos infectados no pico da epidemia e o tempo gasto para se atingir tal pico. Já a segunda, considera uma influência não só da opinião, mas da atividade e mobilidade dos indivíduos na epidemia, sendo melhor observadas em regime estacionário pelo modelo SIS.

Ambos os modelos apresentam uma transição de fase para o estado absorvente, isto é, abaixo de um certo limiar epidêmico $\lambda_c = \frac{\beta}{\gamma}$, o número de infectados tende a zero, no limite termodinâmico e a epidemia cessa, uma vez que não há mais infectados para transmitir a doença. Nesse trabalho, não é nosso foco analisar tal transição de fase, uma vez que esta já foi investigada em redes temporais [21]. Porém, devido à flutuações estocásticas e a finitude da rede utilizada, o sistema pode cair no estado absorvente mesmo no regime supercrítico. Para contornar tal situação, várias estratégias podem ser utilizadas [22]. Aqui a escolhida foi fazer a média das variáveis de interesse apenas nas amostras que sobreviveram, isto é, que não caíram no estado absorvente [23]. Um panorama geral da dinâmica do modelo é ilustrado através da evolução epidêmica na rede pelas figuras 3 (modelo SIS) e 4 (modelo SIR).

III. RESULTADOS E DISCUSSÃO

A. Dinâmica de Opinião

Com o intuito de avaliarmos o desempenho do modelo de propagação de opiniões, realizamos simulações na rede espaço-temporal com 20, 50 e 100 agentes, obtendo os resultados mostrados na figura 5.

A partir da figura 5, podemos perceber que os resultados sugerem a presença de consenso na dinâmica de opinião na rede espaço-temporal, diferente de outros tipos de redes sob a mesma condição inicial, como as redes quadradas reticuladas [16]. Uma possível explicação para isso é a influência da reputação e atividade dos nós na magnetização da rede, mostrada na figura 6. Nesta imagem, quando a opinião $O = -1$ apresenta nós ativos e com boa reputação, há uma tendência da magnetização cair como consequência da adesão de indivíduos à essa ideia. No entanto, a medida que esses nós entram em inatividade ou perdem suas disputas, a magnetização aumenta e a ideia dominante passa a ser $O = +1$. Sendo assim, essa combinação de fatores criam um cenário de grande disparidade entre essas ideias, que se traduz em uma completa extinção de uma das opiniões em regime permanente.

Além disso, outro ponto importante é a possibilidade de uma opinião inicialmente minoritária se tornar consenso entre os indivíduos da rede. Novamente, diferente do exposto em [16], a opinião majoritária (ou consenso,

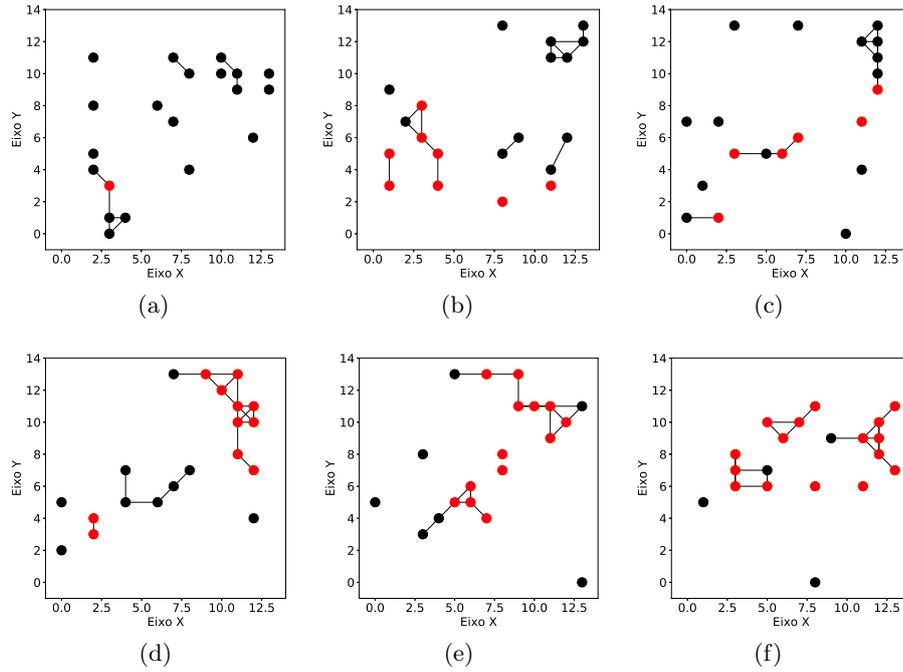


FIG. 3: Evolução epidêmica utilizando o modelo SIS em rede espaço-temporal considerando a mobilidade dos agentes em diferentes instantes de tempo: a) $t = 1$, b) $t = 20$, c) $t = 40$, d) $t = 60$, e) $t = 80$, f) $t = 100$. Em preto estão representados os nós suscetíveis e em vermelho os infectados. Condições iniciais: $\beta = 1,0$ e $\gamma = 0,2$ para todos agentes.

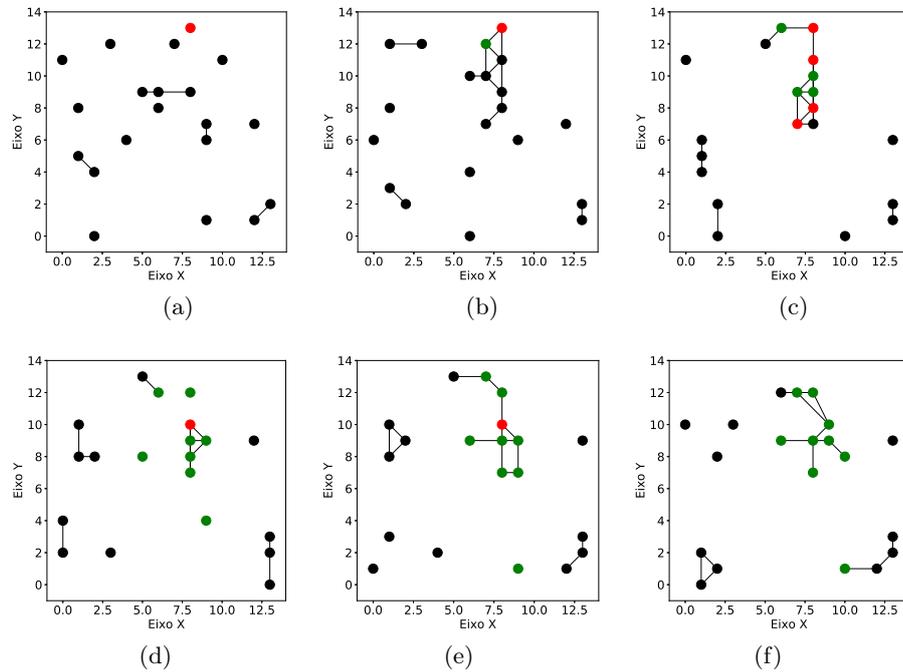


FIG. 4: Evolução epidêmica utilizando o modelo SIR em rede espaço-temporal considerando a mobilidade dos agentes em diferentes instantes de tempo: a) $t = 1$, b) $t = 5$, c) $t = 10$, d) $t = 20$, e) $t = 25$, f) $t = 30$. Note que, em $t = 30$, a dinâmica está finalizada, uma vez que não há mais indivíduos infectados. Em preto estão representados os nós suscetíveis, em vermelho os infectados e em verde os recuperados. Condições iniciais: $\beta = 1,0$ e $\gamma = 0,2$ para todos agentes.

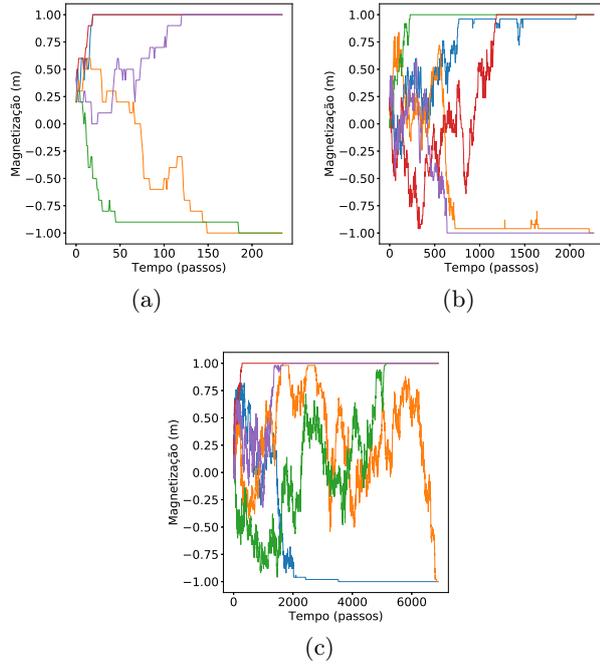


FIG. 5: Evolução de opinião para rede espaço-temporal com densidade igual a 10% e $r_{max} = 2$ para diferentes quantidades de agentes na rede: a) 20 agentes, b) 50 agentes, c) 100 agentes. Condição inicial: $m = 0,2$ (60% dos nós com opinião +1). Cada cor representa uma amostra diferente. Observamos que, dependendo da quantidade de agentes, o tempo de consenso pode demorar mais ou menos, mas todas as amostras chegam num consenso.

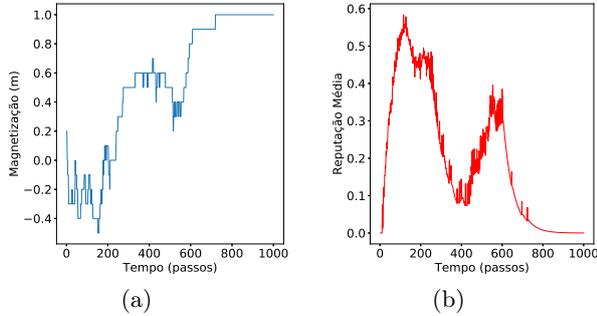


FIG. 6: Influência da reputação na dinâmica de opinião em rede espaço-temporal com densidade igual a 10% e $r_{max} = 2$, onde as curvas representadas são: a) Magnetização, b) Média móvel aritmética para a reputação dos nós ativos e com a opinião $O_i = -1$. Condição inicial: $m = 0,2$ (60% dos nós com opinião $O_i = +1$).

em casos particulares) era a ideia inicialmente predominante. Isso sugere que a presença de mecanismos como

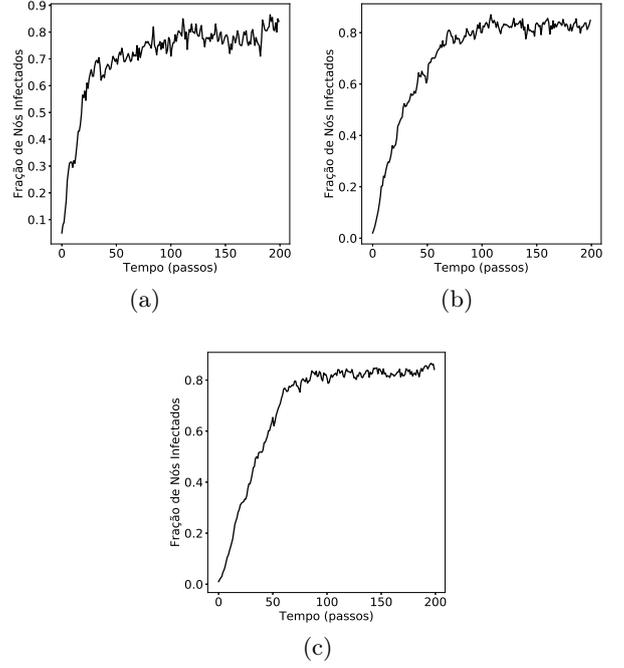


FIG. 7: Evolução epidêmica utilizando o modelo SIS em redes espaço-temporal com $\rho = 0,2$, $r = 2$ e tamanhos iguais a: a) 20 agentes, b) 50 agentes, c) 100 agentes. Resultados obtidos através da média de 10 amostras. Condições iniciais de $\beta = 1,0$ e $\gamma = 0,2$.

mobilidade e reputação (explorados na figura 6²), podem favorecer a propagação de opiniões não necessariamente majoritárias no início, isto é, tais atributos podem contribuir para uma maior flexibilidade em relação à mudança de opinião dos indivíduos.

B. Propagação de Epidemia

De modo similar ao apresentado em III A e conforme exposto na seção II C, vamos estudar aqui a propagação de epidemias na rede espaço-temporal. Para isto, realizamos também as simulações em redes com 20, 50 e 100 agentes, aplicando ambos modelos SIS e SIR (figuras 7 e 8, respectivamente).

Em ambos modelos, é possível perceber que a dinâmica na rede espaço-temporal segue um comportamento similar ao encontrado em outras redes. No caso do modelo SIR, podemos ver que a epidemia evolui, atingindo um pico e depois se encerrando devido à recuperação de todos os agentes infectados. Já quanto ao modelo SIS, há

² A média móvel aritmética utilizada na figura 6, faz o cálculo da reputação média ao longo de um intervalo contendo x valores (neste trabalho, utilizamos $x = 10$). Em síntese, a medida que o tempo t incrementa, o intervalo também atualiza, incluindo novos valores no cálculo e gerando uma curva suavizada.

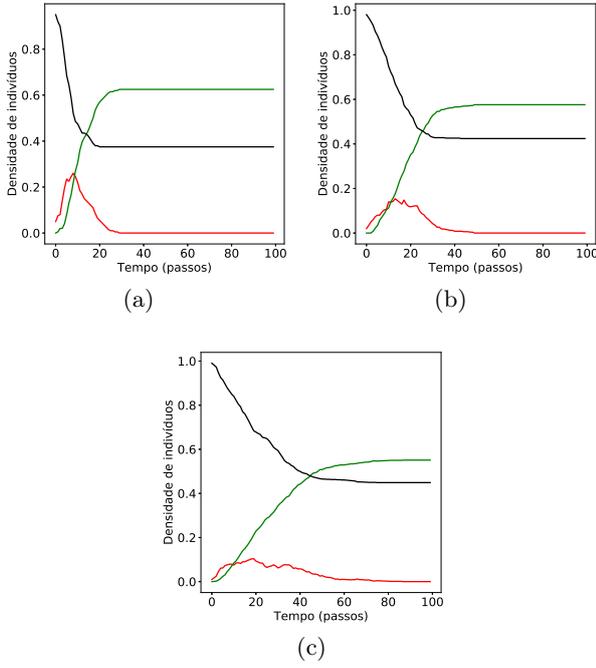


FIG. 8: Evolução epidêmica utilizando o modelo SIR em redes espaço-temporal com densidade igual a 10% e $r_{max} = 2$ para diferentes quantidades de agentes na rede: a) 20 agentes, b) 50 agentes, c) 100 agentes. Resultados obtidos através da média de 10 amostras. As curvas em preto, vermelho e verde, mostram a densidade de nós suscetíveis, infectados e recuperados, respectivamente. Condições iniciais de $\beta = 1,0$ e $\gamma = 0,2$.

uma evolução do número de infectados e a epidemia se torna estável depois de um certo tempo, devido ao fato de se encontrar na fase supercrítica. Neste último, pode-se destacar também a presença de oscilações no regime estacionário da fase ativa por causa de flutuações inerentes à própria rede como a mobilidade e a atividade dos nós, além também da própria dinâmica do modelo SIS que permite a reinfeção dos nós.

Passando para o acoplamento do modelo de opinião com o de propagação de epidemias, a inclusão desse fenômeno foi feita atribuindo dois valores de β para cada indivíduo conforme sua opinião. Consideramos que agentes com opinião $O = +1$ representam indivíduos que seguem com mais cautela às recomendações das instituições de saúde, e portanto, possuem um β menor, já que o uso de máscaras e vacinação vêm mostrando grande impacto no combate à doença [24]. Já os agentes com opinião contrária ($O = -1$), receberão um valor maior, indicando um maior espalhamento da doença por esses indivíduos.

A partir da figura 9, podemos perceber a existência de uma certa tendência da epidemia encerrar mais rapidamente em situações onde a densidade inicial de nós com opinião $+1$ é maior. Isto é, conforme aumentamos a quantidade de nós inicialmente positivos em relação à adoção de práticas de prevenção, a epidemia também se

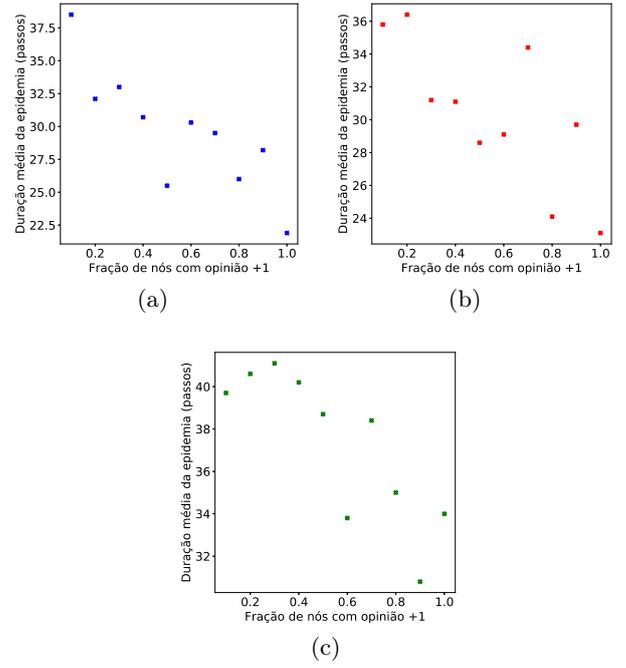


FIG. 9: Duração epidêmica média, do modelo SIR, em função da densidade de nós iniciais com opinião $O = +1$, considerando os seguintes valores de β para as opiniões $O = +1$ e $O = -1$, respectivamente: a) $\beta_{+1} = 0,8$ e $\beta_{-1} = 1,2$, b) $\beta_{+1} = 1,0$ e $\beta_{+1} = 1,4$, e c) $\beta_{+1} = 1,2$ e $\beta_{+1} = 1,6$. Resultados obtidos através da média de 10 amostras e utilizando redes com 20 agentes.

encerra de forma mais rápida. Já na figura 10, podemos perceber que o mesmo não ocorre caso não haja relação entre a opinião do indivíduo e sua taxa de transmissão da doença, pois a figura mostra que não há dependência entre a densidade inicial de nós com opinião $+1$ e a duração média da epidemia considerando o modelo SIR.

Dessa maneira, os resultados sugerem que mesmo na ausência de um consenso sobre a adoção de medidas de prevenção, a presença de alguns indivíduos precavidos trouxe uma redução na duração da epidemia. Isso se torna ainda mais significativo quando observamos a figura 5, onde mostra que o consenso não depende essencialmente da fração inicial de nós com uma opinião (salvo em casos onde já há um consenso desde início - $m = \pm 1$). Assim, mesmo que futuramente a opinião majoritária ou consenso se torne oposta às medidas contra a propagação da doença, há um impacto positivo no incentivo inicial para que os indivíduos adotem estas práticas, reforçando resultados presentes em [25].

Já em relação à ação da dinâmica de opinião em longo prazo, como mostrado na figura 11 utilizando o modelo SIS, o que se tem é uma alteração na curva de infectados. Quando a rede entra em consenso para a adoção às medidas de prevenção, aumentamos a capacidade de recuperação dos nós (com o aumento das oscilações em regime estacionário), além de reduzirmos o

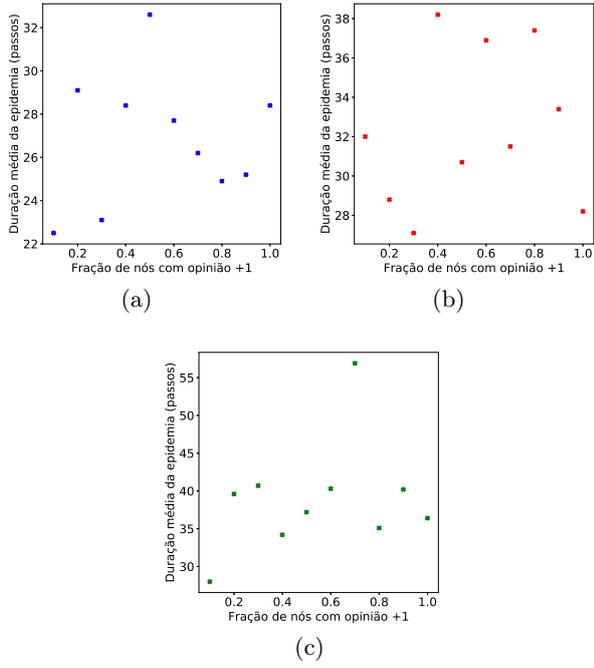


FIG. 10: Duração epidêmica média em função da densidade de nós iniciais com opinião $O = +1$, sem acoplamento da opinião e utilizando para todos agentes os seguintes valores de β : a) $\beta = 1,0$, b) $\beta = 1,2$ e c) $\beta = 1,4$. Resultados obtidos através da média de 10 amostras e utilizando redes com 20 agentes.

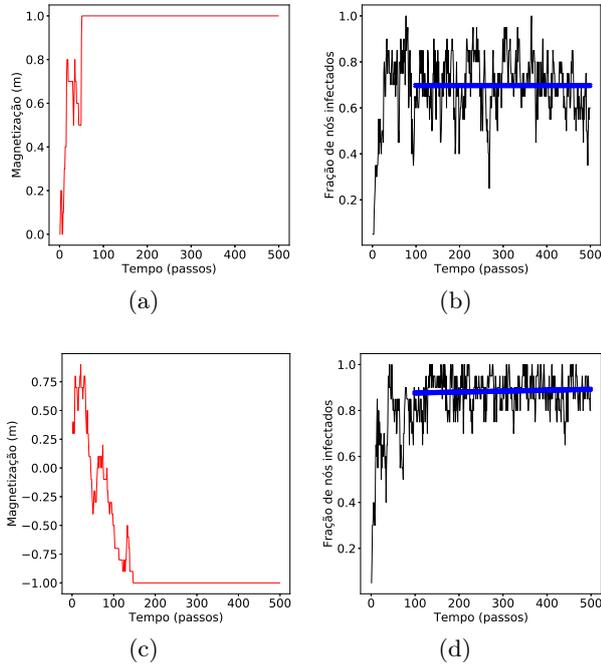


FIG. 11: Influência de opiniões na dinâmica epidêmica: a) e c) magnetização da rede, b) e d) número de infectados em preto e, em azul, sua tendência em regime estacionário ($t \geq 100$). Condições iniciais de $\beta = 0,8$ ($O_i = +1$) ou $1,4$ ($O_i = -1$) e $\gamma = 0,2$.

valor em torno do qual ocorre as oscilações. Já no caso de um consenso para a não adoção dessas medidas, ocorre o contrário, onde há uma diminuição na taxa de recuperação e um aumento do nível médio de casos infectados. Esse fenômeno decorre da alteração do valor médio de β para a rede, visto que há mais indivíduos, ou menos no segundo caso, se adequando às medidas de prevenção. No entanto, apesar de uma justificativa simples, esse resultado aliado àqueles dispostos na figura 5, nos mostra a importância das instituições de saúde e governos no combate à propagação de doenças, estimulando os indivíduos a adotarem opiniões positivas às práticas de segurança sanitária.

IV. CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS

Neste trabalho, utilizamos um modelo que leva em consideração a mobilidade, a atividade e a espacialidade dos indivíduos [11] e verificamos como tais características afetam a dinâmica de opiniões e a dinâmica de epidemias nestas redes. Em relação ao modelo de opiniões, o nosso modelo de rede dinâmica permitiu a existência de um consenso e cenários de mudança de opinião, que é diferente do observado para algumas redes estáticas na literatura. Já em relação ao modelo de epidemias, dois resultados se destacam: a diminuição no tempo de epidemia com o aumento da presença inicial de nós que seguem medidas sanitárias; e quando há um consenso em torno da adesão à essas medidas, há um aumento do tempo de recuperação e redução do valor médio de infectados em regime estacionário. Esses resultados sugerem que uma maior participação de governos e órgãos sanitários, ainda que no início da epidemia, auxilia na contenção da propagação da doença, exigindo uma responsabilidade ainda maior de fornecerem informações seguras e confiáveis à população.

Apesar da dinâmica de opiniões e da propagação de epidemias já serem estudadas em diversos tipos de redes, nossos resultados são inovadores pois mostram como o acoplamento dessas duas dinâmicas, associado às características sociais e temporais da própria rede podem impactar na disseminação ou mitigação de doenças.

Por fim, é importante mencionarmos a necessidade de estudos mais detalhados a respeito do comportamento da rede espaço-temporal, uma vez que a interferência causada pela mobilidade e atividade dos nós gerou muitos ruídos em alguns de nossos resultados. Além disso, também devemos considerar uma expansão no tamanho da rede de estudo para garantir uma maior semelhança com os sistemas reais, obtendo assim resultados mais coerentes com a realidade.

-
- [1] J. F. Lindahl and D. Grace, “The consequences of human actions on risks for infectious diseases: a review,” *Infection Ecology & Epidemiology*, vol. 5, no. 1, p. 30048, 2015. PMID: 26615822.
- [2] A. J. Tatem, S. I. Hay, and D. J. Rogers, “Global traffic and disease vector dispersal,” *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, vol. 103, no. 16, pp. 6242–6247, 2006.
- [3] L. Hadley, P. Challenor, C. Dent, V. Isham, D. Mollison, D. A. Robertson, B. Swallow, and C. R. Webb, “Challenges on the interaction of models and policy for pandemic control,” *Epidemics*, vol. 37, p. 100499, 2021.
- [4] F. Brauer, *Compartmental Models in Epidemiology*, pp. 19–79. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2008.
- [5] W. O. Kermack, A. G. McKendrick, and G. T. Walker, “A contribution to the mathematical theory of epidemics,” *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character*, vol. 115, no. 772, pp. 700–721, 1927.
- [6] T. Oka, W. Wei, and D. Zhu, “The effect of human mobility restrictions on the covid-19 transmission network in china,” *PLOS ONE*, vol. 16, pp. 1–16, 07 2021.
- [7] J. Polisená, M. Ospina, O. Sanni, B. Matenchuk, R. Livergant, S. Amjad, I. Zoric, N. Haddad, A. Morrison, K. Wilson, I. Bogoch, and V. A. Welch, “Public health measures to reduce the risk of sars-cov-2 transmission in canada during the early days of the covid-19 pandemic: a scoping review,” *BMJ Open*, vol. 11, no. 3, 2021.
- [8] P. Holme, B. Kim, C. Yoon, and S. K. Han, “Attack vulnerability of complex networks,” *Physical review. E, Statistical, nonlinear, and soft matter physics*, vol. 65, p. 056109, 06 2002.
- [9] P. Erdős and A. Rényi, “On the evolution of random graphs,” pp. 17–61, 1960.
- [10] A.-L. Barabási and R. Albert, “Emergence of scaling in random networks,” *Science*, vol. 286, no. 5439, pp. 509–512, 1999.
- [11] M. Starnini, A. Baronchelli, and R. Pastor-Satorras, “Modeling human dynamics of face-to-face interaction networks,” *Physical Review Letters*, vol. 110, apr 2013.
- [12] D. Stauffer, “The sznajd model of consensus building with limited persuasion,” *International Journal of Modern Physics C*, vol. 13, pp. 315–317, mar 2002.
- [13] K. Sznajd-Weron and J. Sznajd, “Opinion evolution in closed community,” *International Journal of Modern Physics C*, vol. 11, pp. 1157–1165, sep 2000.
- [14] K. Binder, *The Monte Carlo Method in Condensed Matter Physics*. 12 1995.
- [15] K. Sznajd-Weron, “Sznajd model and its applications,” 2005.
- [16] N. Crokidakis and F. L. Forgerini, “Consequence of reputation in the sznajd consensus model,” *Physics Letters A*, vol. 374, pp. 3380–3383, jul 2010.
- [17] H. Hethcote, “The mathematics of infectious diseases,” vol. 42, pp. 599–653., 01 2000.
- [18] M. E. J. Newman, “The structure and function of complex networks,” *SIAM Review*, vol. 45, pp. 167–256, jan 2003.
- [19] P. Holme and J. Saramäki, “Temporal networks,” 2011.
- [20] T. Grund, “Dynamical processes on complex networks (4th ed.) by a. barrat, m. barthélemy, a. vespignani,” *Journal of Mathematical Sociology*, vol. 37, 04 2013.
- [21] N. Perra, B. Gonçalves, R. Pastor-Satorras, and A. Vespignani, “Activity driven modeling of time varying networks,” *Scientific Reports*, vol. 2, jun 2012.
- [22] A. S. Mata, “An overview of epidemic models with phase transitions to absorbing states running on top of complex networks,” *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, vol. 31, p. 012101, jan 2021.
- [23] J. Marro and R. Dickman, *Nonequilibrium Phase Transitions in Lattice Models*. Collection Alea-Saclay: Monographs and Texts in Statistical Physics, Cambridge University Press, 1999.
- [24] H. Brüßow and S. Zuber, “Can a combination of vaccination and face mask wearing contain the covid-19 pandemic?,” *Microbial Biotechnology*, vol. 15, no. 3, pp. 721–737, 2022.
- [25] R. Jankowski and A. Chmiel, “Role of Time Scales in the Coupled Epidemic-Opinion Dynamics on Multiplex Networks,” *Entropy*, vol. 24, p. 105, Jan. 2022.