



ANÁLISE MODAL DE UMA RODA AUTOMOTIVA: UMA ABORDAGEM NUMÉRICA E EXPERIMENTAL

Joelisson Cristian da Silva¹

Rodrigo Lima Passatuto²

Fábio Lúcio Santos³

RESUMO: O estudo das vibrações é de extrema importância dentro do contexto de projeto de sistemas automotivos, como carrocerias, suspensão, chassi, freios e direção. A partir da evolução das tecnologias, surgiram métodos e softwares capazes de realizarem análises cada vez mais próximas do real. Neste sentido, torna-se importante o monitoramento desse fenômeno, visto que as vibrações excessivas podem causar deflexões e falhas prematuras. A partir disso, aplicando estes conceitos à uma análise de uma roda automotiva, foi realizada uma abordagem comparativa do comportamento dinâmico experimental e computacional. Desenvolveu-se um modelo experimental, com condição livre-livre, e realizou-se impactos utilizando um martelo com diferentes tipos de ponteiros; Alumínio, plástico e borracha. Foi observado que a ponteira de borracha é ideal para estudo em baixas frequências, não sendo a mais adequada para esse estudo. Sendo assim, optou-se pela utilização da ponteira metálica. A partir da Função Resposta em Frequência gerada após os impactos, foram extraídas 5 frequências naturais com seus respectivos modos. Essas frequências foram comparadas com as encontradas no modelo computacional desenvolvido através do software Hypermesh. Após a comparação, foi encontrado um erro médio de 2,27%, chegando em 5,5% nos casos mais extremos. Através disso, foi possível validar as metodologias utilizadas. Apesar do erro significativamente baixo, o modelo convergiu. Porém existem possíveis fatores que podem contribuir para um modelo mais exato e otimizado: utilização de corpo de prova em boas condições físicas, suspensão do corpo por elásticos, utilização de um software sem limitação para refinamento de malha, construção de uma geometria mais fiel e identificação da composição exata do material utilizado na construção da roda.

Palavras-chave: Análise modal. Elementos finitos. Roda automotiva. Experimentação. Modelo computacional.

¹ Departamento de Engenharia, Universidade Federal de Lavras (DEG/UFLA) joelisson.silva@estudante.ufla.br

² Departamento de Engenharia, Universidade Federal de Lavras (DEG/UFLA) rodrigo.passatuto@ufla.br

³ Departamento de Engenharia, Universidade Federal de Lavras (DEG/UFLA) fabio.santos@ufla.br

1 INTRODUÇÃO

Atualmente, o estudo das vibrações mecânicas e seus impactos é de extrema importância dentro da temática da engenharia mecânica. Ao não se levar esse fenômeno em consideração, pode gerar desgastes estruturais, falhas prematuras por fadiga, acidentes e perda de eficiência. Na maioria dos casos, o efeito das vibrações mecânicas é indesejado, pois além de causar aumento de tensões, perda de energia, desgaste acentuado, esse fenômeno causa desconforto e insegurança. Segundo Dukkipati (2007), as vibrações podem ser compreendidas como o movimento de um corpo ou um conjunto de corpos deslocados de sua posição de equilíbrio. Quando um corpo é retirado da sua posição de equilíbrio, sua tendência é movimentar em relação à essa posição até que o equilíbrio seja retomado.

Com o avanço tecnológico proveniente da evolução dos computadores, técnicas de análise de dados e de inspeções de sistemas começaram a evoluir substancialmente, pois as tecnologias que foram surgindo e possibilitando o desenvolvimento de equipamentos e softwares capazes de adquirir, processar e analisar dados coletados durante a operação de sistemas (TOLEDO, 2019). O refinamento desses modelos tem proporcionado a utilização de técnicas matemáticas cada vez mais realistas, confiáveis e econômicas quando comparada à reprodução do modelo físico em laboratório. Apesar dessa análise de dados ser realizada por métodos matemáticos de aproximação, os desvios são mínimos e as soluções podem ser muito próximas da solução exata (SORIANO, 2003.)

Tal evolução fez com que fosse desenvolvida a Manutenção Preventiva Preditiva (MPrePRE), que consiste no acompanhamento da operação dos equipamentos ao longo da sua utilização de forma que, ao coletar e analisar os dados, possam ser definidas ações de manutenção e correção de defeitos com base no real estado dos equipamentos e itens, o que reduz a Manutenção Corretiva. É possível simular situações em que os equipamentos serão expostos à condições limite de acordo com sua funcionabilidade, e a partir disso prever o seu comportamento. Após a análise dessas informações e resultados, é possível realizar modificações ou a criação de planos/atividades de manutenção específicas (SOUSA, 2018). A análise estrutural é fundamental para a identificação das frequências determinísticas, níveis de vibração aceitáveis e a forma operacional de deformação da estrutura, tornando possível realizar intervenções pontuais nos equipamentos ao invés de trabalhar com a hipótese de tentativa e erro (BRITO, 2015). Tal característica possibilita aumentar o tempo de operação dos sistemas, pois dessa forma somente quando os parâmetros de análise de dados são considerados fora do normal

é que são realizados os procedimentos de manutenção. Dentro das MPrePRE, existem diversas técnicas de manutenção que são utilizadas, tais como a Análise de Vibração (TOLEDO, 2019). Esse tipo de análise é utilizada dentro do contexto da manutenção preditiva, pois a vibração pode ser um indicador de anormalidade, que caso não sejam tratadas, podem gerar possíveis falhas nos equipamentos (MARQUES, 2019).

O monitoramento das vibrações é uma das técnicas mais utilizadas para verificar as condições reais dos equipamentos. No monitoramento pelas técnicas de vibração, as vibrações das máquinas podem ser medidas externamente, sem abrir ou parar as máquinas. É um método não destrutivo, que dá a possibilidade do diagnóstico das condições de falha, a um custo não proibitivo ANTONIOLLI (1999). A análise das vibrações permite avaliar as condições dinâmicas, como balanceamento, estabilidade nos mancais, tensões dinâmicas existentes em componentes, e falhas incipientes em rolamentos e engrenagens, além de identificar desalinhamentos entre eixos e tolerância limite de funcionamento (LENZI, 1991).

No contexto da engenharia, é de extrema importância o controle dessas vibrações, pois se a frequência excitação de um sistema coincidir com uma de suas frequências naturais, ocorre a ressonância, resultando em uma resposta dinâmica amplificada (RAO, 2009), o que pode culminar na falha desse sistema. Outro mecanismo de falha amplamente recorrente devido a vibrações é a fadiga. A fadiga é uma forma de falha mecânica verificada em elementos e componentes mecânicos sujeitos a ciclos de tensão ou deformação. Este fenômeno é de grande importância na concepção de máquinas, estruturas e produtos, visto que esta falha ocorre a uma tensão inferior aos limites de resistência à tração e escoamento do material (SOUZA, 2011).

Os parâmetros buscados na análise modal são as frequências naturais e os modos de vibrar. Esses podem ser encontrados de forma analítica, computacional ou experimental. Quando se trata de geometrias complexas, é inviável o estudo analítico desse fenômeno, visto que será gerado inúmeras equações diferenciais, sendo necessário um tempo muito grande para que as soluções sejam encontradas (FISH; BELYTCHKO, 2007). Nesse contexto, utiliza-se a análise computacional, aplicando o Método de Elementos Finitos (MEF). O MEF é uma abordagem numérica na qual as Equações Diferenciais Parciais que modelam matematicamente um sistema pode ser solucionado de modo aproximado. A modelagem pelo MEF ocorre a partir da divisão do corpo em um sistema finito de corpos menores, interconectados por pontos ou linhas em comum com um ou mais elementos, o que ocorre a partir da discretização do domínio geométrico do sistema a ser analisado. O MEF é multifísico e pode ser empregado para análise de sistemas mecânicos, em especial a análise modal (ALTAIR, 2019).

Uma forma de se realizar a análise modal por meio experimental é através de excitação impulsiva a partir do uso de martelos de impacto ou teste de resposta (LOGAN, 2014). A análise modal experimental é uma análise de propriedades dinâmicas estruturais, buscando encontrar os parâmetros modais a partir da FRF (Função Resposta em Frequência). Os modos de vibrar são propriedades inerentes de uma estrutura, e são diretamente proporcional ao material, massa, rigidez, amortecimento e condições de contorno adotadas no experimento (SCHWARZ, 1999).

A análise modal é usada em vários cenários para otimização e confiabilidade do projeto, buscando redução de gastos e o aperfeiçoamento de projetos. No setor automotivo, por exemplo, são feitos diversos estudos com objetivo de aprimorar o rendimento do veículo, principalmente em relação ao consumo de combustível (FILHO, 2007). A concorrência de mercado e as competições automobilísticas levaram engenheiros a desenvolver métodos de validação da dinâmica e do desempenho veicular, e um grande número de obras foram publicados e hoje compõem uma vasta gama de conteúdo a respeito dos termos, componentes e sistemas de um automóvel, muito embora, as montadoras mantenham em sigilo seus métodos adotados no desenvolvimento de um projeto (MERLING, 2007).

Neste contexto, análises são realizadas, considerando-se ferramentas computacionais como MEF, visando a validação dos projetos de máquinas e componentes, otimização e confiabilidade do projeto, buscando redução de gastos e o aperfeiçoamento de projetos. Vasconcelos (2015) analisou o comportamento e a resistência das travessas utilizadas nos chassis de caminhão juntamente com sua análise estrutural e propôs a otimização de geometria e redução de massa, através de cálculos de elementos finitos e simulação por computador. Almeida (2019) desenvolveu e analisou através do MEF um modelo de suporte de tanque de combustível híbrido, prevendo o uso de material polimérico em sua composição combinando com um elemento estrutural interno metálico. Uma das áreas automobilística estudadas é a respeito do sistema de rodagem do veículo, mas especificadamente, a roda.

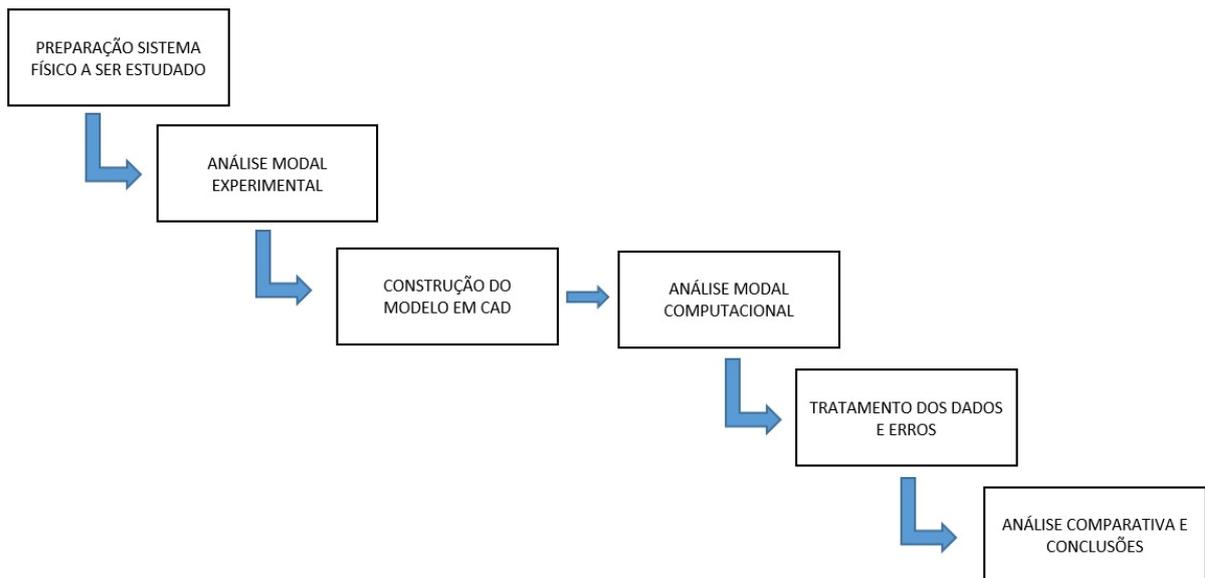
É de extrema importância conhecer os parâmetros modais de um sistema, principalmente devido a existência cargas cíclicas aplicadas, as quais podem desencadear o fenômeno da ressonância e, conseqüentemente, culminar em um colapso geral (MOURA, 2014). A sua ampla utilização acontece devido à sua praticidade e viabilidade econômica, pois através de simples testes de impacto, ou teste de resposta é possível encontrar os modos de vibração das estruturas (SCHWARZ, 1999). Este trabalho foi desenvolvido com o objetivo de se analisar uma roda automotiva, baseando-se nos conceitos de Análise Modal Experimental e Numérica, neste trabalho foi realizada a modelagem de uma roda automotiva e, posteriormente, foi realizada uma validação experimental por meio de análise modal experimental. Serão também

identificados os parâmetros modais em cada cenário, e posteriormente será verificado a validação dos modelos utilizados.

2 METODOLOGIA

Para realização do estudo comparativo das análises modais em uma roda automotiva, realizou-se as etapas mostradas na Figura 1.

Figura 1 - Etapas para a realização do estudo



Fonte: Os Autores, 2022

O corpo de prova base para estudo nesse experimento foi uma roda empregada em uma linha de veículos Volkswagen, fabricada em material Aço SAE 1020. As principais características da roda (corpo de prova) encontram-se sistematizadas na Tabela 1.

Tabela 1 - Propriedades da roda empregada na realização de todos os ensaios experimentais e concepção do modelo

Propriedade	Valor
Massa	7,6 Kg
Diâmetro	38,1 cm
Tala	14 cm
Densidade	7,87 g/cm ³
Coefficiente de Poisson	0,29
Módulo de Elasticidade	205 GPa

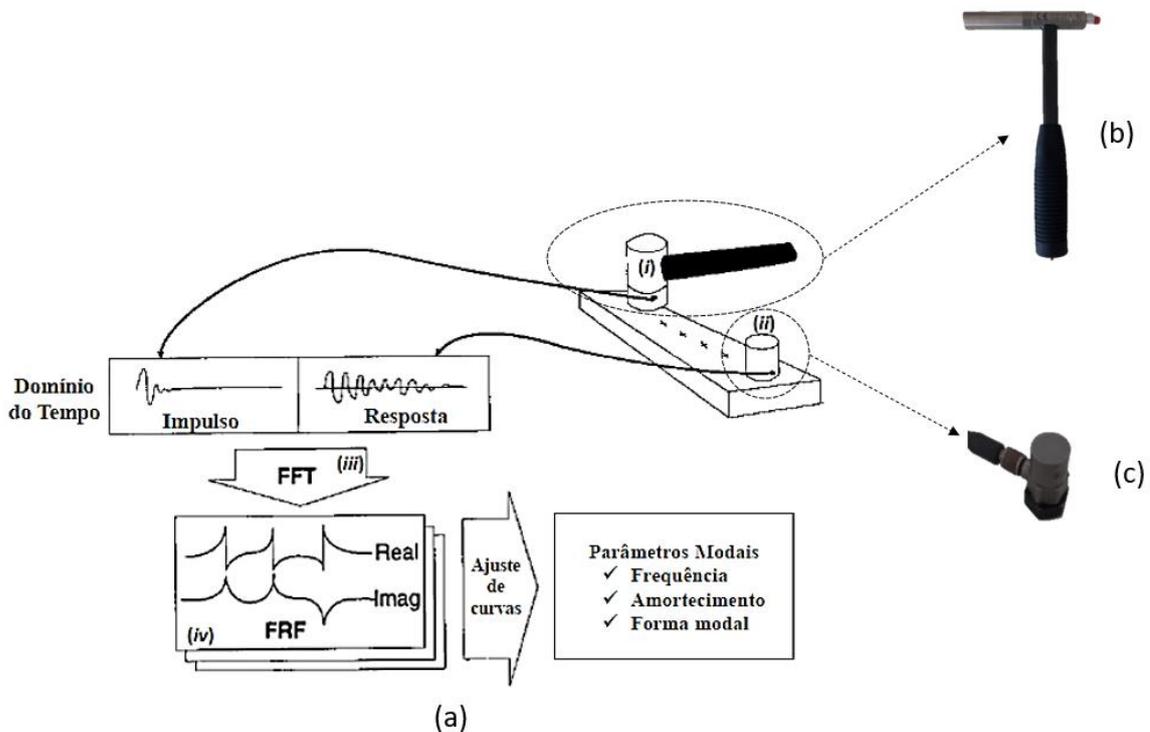
Fonte: Autores, 2022

Para a fabricação deste modelo de roda é utilizado a perfilagem, estampagem, corte e soldagem. Primeiramente a chapa de aço passa por uma máquina de bobinamento e, posteriormente, é soldada. Após a solda, o conjunto é submetido ao perfilamento, que dará a forma assimétrica ou simétrica dos aros. Finalmente, o disco é soldado no aro, dando forma final à roda (CARVALHO et al., 2018). No trabalho, utilizou-se um rodado com uma geometria circular e 4 furos para parafusos.

2.1 Análise Modal Experimental

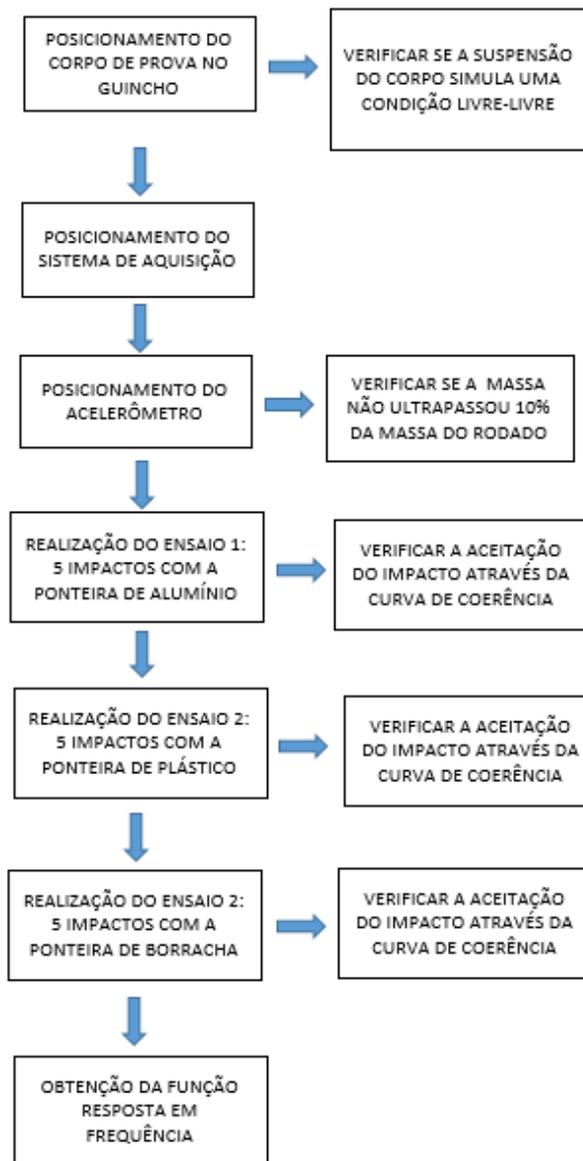
O experimento pode ser dividido em quatro etapas principais: posicionamento do corpo de prova; verificação do funcionamento e ajustes de aferição dos equipamentos; utilização do martelo para realização do experimento de impacto; coleta e tratamento dos dados. A esquematização é mostrada na Figura 2(a). Para realização do experimento de forma eficaz, deve-se seguir uma ordem cronológica das atividades. Essa sequência poderá ser visualizada a partir do fluxograma presente na Figura 3.

Figura 2 - a) Modelo esquemático para teste de impacto b) Martelo de Impacto c) Acelerômetro



Fonte: Adaptado de Schwarz e Richardson, 1999.

Figura 3 - Fluxograma das atividades experimentais



Fonte: Autores, 2022

No posicionamento do corpo de prova foi utilizado um guincho hidráulico e uma corda para a suspensão do corpo de prova, fazendo com que a montagem simulasse a situação livre-livre. Segundo KLOUTSEY (2006), a melhor condição para realização dessa atividade, simulando o caso teórico dos engastes, seria na condição livre-livre, ou seja, o corpo de prova suspenso por cordas/elásticos.

Uma vez que feito o posicionamento do corpo de provas, instalou então o sistema de aquisição. O sistema utilizado foi da marca National Instruments, comandado e configurado pelo software LabView. Neste sistema, há um chassi NI cDAQ-9174 onde foi acoplado a um módulo NI 9234 com 4 entradas, um microcomputador com o software LabView, um

acelerômetro e um martelo de impacto, interligados através de cabos. O módulo utilizado possui *range* de frequência de 0 a 20MHz (NATIONAL, 2022). A configuração do sistema de aquisição foi feita de acordo com os parâmetros apresentados na Tabela 2. Esses parâmetros são dados já informados pelo fabricante dos equipamentos que são obtidos através da carta de calibração. Configurou-se também o *range* de frequência entre 0 e 2560 Hz e a resolução adotada foi a de 0,5 Hz.

Tabela 2 - Parâmetros de configuração do sistema de aquisição

Equipamento	Sensibilidade
Martelo de Impacto	2,417 mV/N
Acelerômetro	99,5 mV/g

Fonte: Autores, 2022

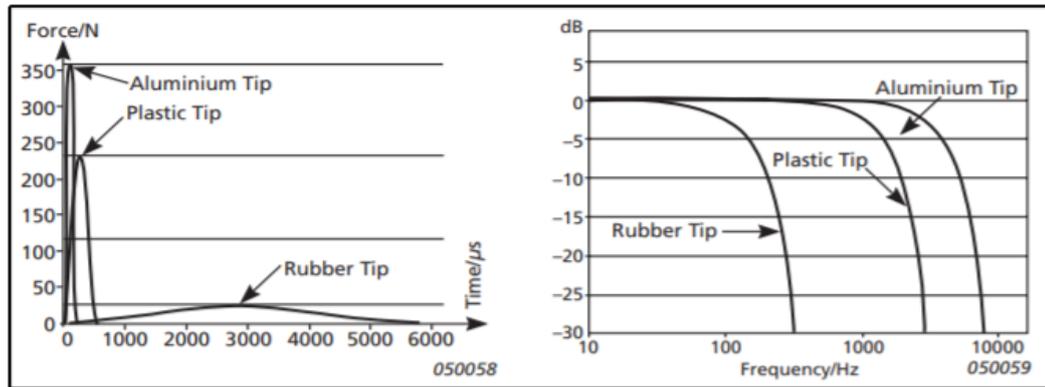
O martelo utilizado Figura 2(b) para excitação neste experimento foi o modelo 086C03, da PCB PIEZOTRONICS com especificações apresentadas na Tabela 2. Trata-se de um equipamento que fornece à estrutura um tipo de sinal equivalente a um impulso, sendo, portanto, de caráter transiente. Ele contém um transdutor de força que faz a leitura da amplitude do sinal fornecido (SILVA, 2019). Devido ao fato da massa da roda ser significativamente maior comparada com a massa do martelo, e visando a melhor qualidade do sinal de resposta, utilizou-se o extensor para adicionar uma massa extra ao martelo.

Nesse equipamento é possível fazer a troca de ponteiros, possibilitando verificar qual o melhor material de ponteira para o corpo analisado, atividade esta que foi realizada no experimento. Cada ponteira é constituída por um material diferente, e cada material é recomendado para uma faixa de frequência (FU; HE, 2001). Para atingir ambas as faixas de frequências (altas e baixas), primeiramente foi utilizado a ponteira de alumínio, e posteriormente houve a troca para as demais ponteiros, sendo elas de plástico e borracha. Os tipos de ponteiros que foram utilizados no experimento, são plástico, borracha e alumínio, sendo esses materiais os mais utilizados.

O material da ponteira influencia diretamente na duração do impulso, que por sua vez, depende da elasticidade das superfícies de contato e da massa do corpo de impacto. Por esse motivo, o martelo de impacto comercial normalmente contém esses diversos materiais diferentes para a ponteira e cabeça do martelo (EWINS, 2000). Exemplificando-se, a ponteira produzida em borracha consegue realçar a análise de baixa frequência, sendo oposta a ponteira

de aço, onde é enfatizado as altas frequências (LEME, 2014). O comportamento destas ponteiros pode ser observado no gráfico da Figura 4:

Figura 4 - Impulso com diferentes materiais de ponteiros



Fonte: BRUEL, 2022

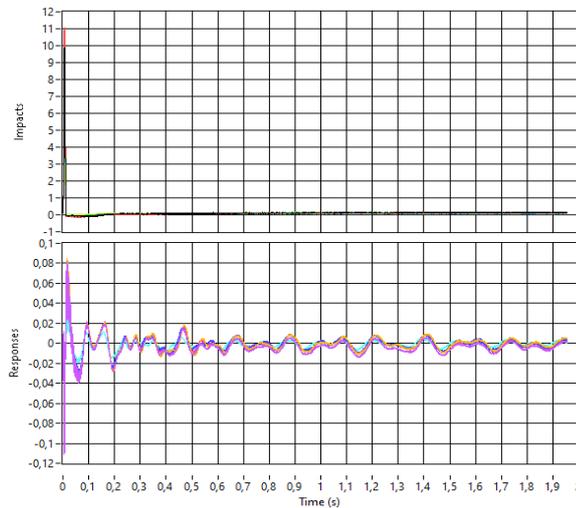
Em experimentos de análise modal, deve-se buscar causar o mínimo de interferências no modelo que está sendo testado. Para realização do experimento, deve-se utilizar uma instrumentação que interfira o mínimo possível no peso e geometria do objeto de estudo, evitando ao máximo a adição de massa no sistema. Nesse caso, optou-se pela utilização de um acelerômetro que quando comparado com a roda, possui 1,3% do peso do corpo, interferindo minimamente no peso total, não influenciando nos resultados da análise. Os acelerômetros foram usados nesse caso devido ao fato de ser capaz de medir a variação de velocidade ou vibração de um corpo. Eles conseguem trabalhar em uma alta gama de frequências, baixo ruído, e possui um condicionamento simples. As duas principais formas de construção desses componentes são através da utilização de materiais piezoelétricos e monitoramento da capacitância (OMEGA, 2014).

Nesse experimento, foi utilizado o acelerômetro Figura 2(c) piezoelétrico da marca PCB PIEZOTRONICS, modelo 352C33, com especificação conforme Tabela 2. Esse sensor foi fixado na extremidade oposta à região de impacto do martelo, de forma a não interferir na experimentação. Levou-se em consideração também o posicionamento do cabo que o conecta ao módulo, para que não influenciasse na análise.

Após a instrumentação do corpo de prova, foram realizados 3 ensaios com cada tipo de material de ponteira. Cada ensaio foi constituído de 5 impactos, buscando-se manter o local. Os impactos foram feitos sempre no mesmo ponto, ortogonalmente no mesmo plano que estava acoplado o acelerômetro. Logo, para que pudesse ser analisado e comparado o choque

realizado, verificando assim a aceitação dos impactos, foi feita a análise da curva de coerência, e caso ela apresentasse significativa discrepância, o mesmo era desconsiderado, sendo necessário refazê-lo. A Figura 5 representa o impacto e a resposta em relação ao tempo.

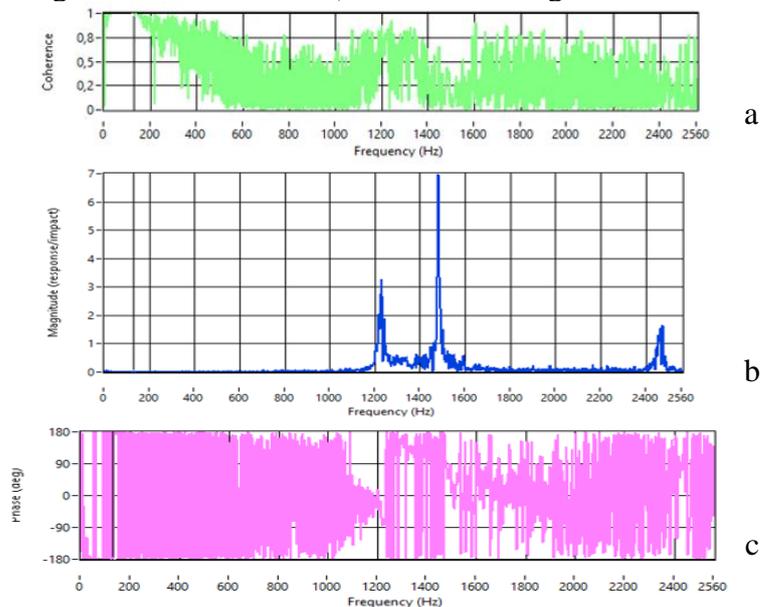
Figura 5 - Impacto e Resposta em função do tempo



Fonte: Autores, 2022

Por meio do sistema de aquisição foi possível coletar as seguintes informações e obter-se Função Resposta em Frequência, onde tem-se coerência, amplitude e fase em função da frequência. As Figuras 6 (a), (b) e (c) ilustram as curvas de coerência, amplitude e fase.

Figura 6 - a) Curva de frequência gerada no LabView com ponteira de borracha; b) Curva de amplitude gerada no LabView; c) Curva de Fase gerada no LabView



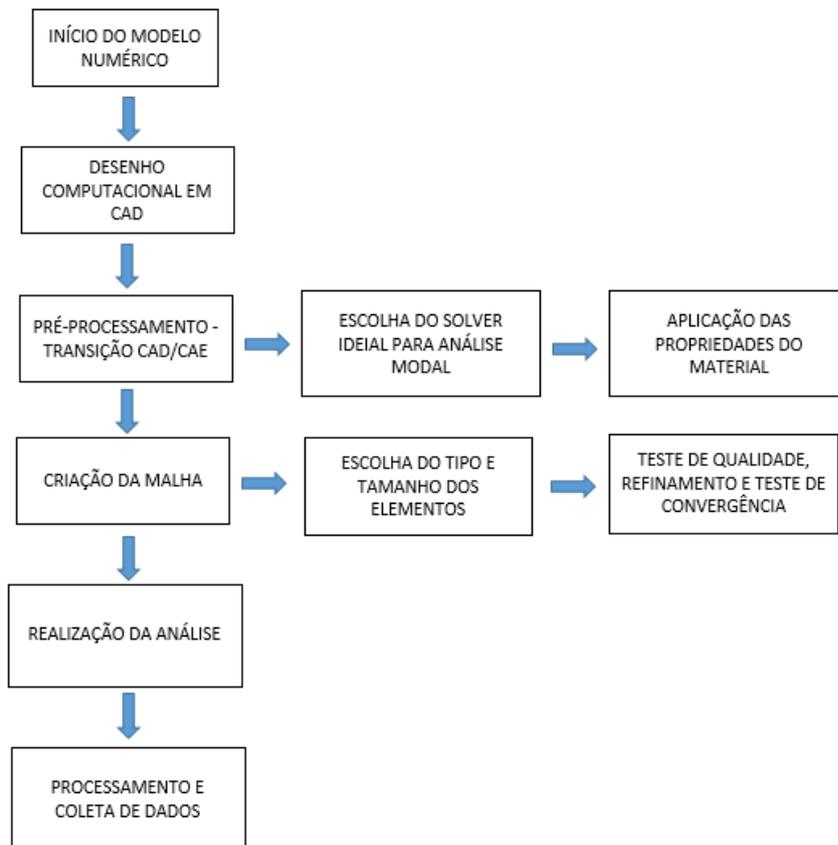
Fonte: Autores, 2022

Realizou-se 3 ensaios (ponteira de alumínio, plástico e borracha) com 5 repetições cada, sendo que após cada impacto foi feita a validação através da curva de coerência. A partir dos impactos, foi possível obter a resposta dos sistemas, e através da Transformada de Fourier computada pelo Labview, foi possível obter a Função Resposta em Frequência (FRF) do sistema, que posteriormente serão convertidos em análises gráficas. Concluído o experimento, exportou-se os dados para um formato que pudessem ser processados e tratados. Desta forma, foi possível analisar os resultados obtidos e contrastá-los com os resultados coletados numericamente.

2.2 Análise Modal Numérica

Para o estudo computacional, primeiramente foi necessário a construção do modelo no *software* SolidWorks baseando-se nas dimensões da roda. A análise numérica é dividida em algumas etapas principais, conforme mostrado na Figura 7 em ordem cronológica.

Figura 7 - Fluxograma das atividades no modelo computacional



Fonte: Autores, 2022

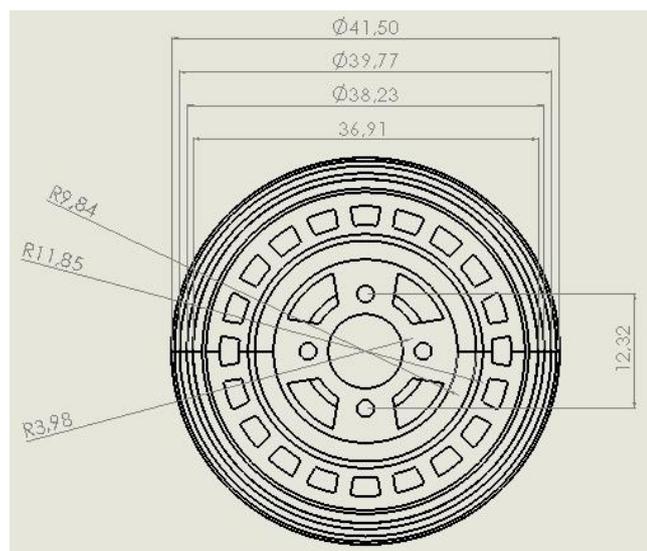
Para realização das medidas utilizou trena, paquímetro, entre outros. Modelou-se primeiramente uma seção transversal e fez uma revolução para a elaboração da roda. Posteriormente, foram feitos os furos e todos os detalhes da geometria, tais como filets e chanfros. A representação computacional foi realizada no software SolidWorks e a geometria repete a roda física, conforme a Figura 8. Nas Figuras 9 e 10 são apresentadas as principais dimensões do objeto estudado.

Figura 8 - Representação em CAD da roda automotiva



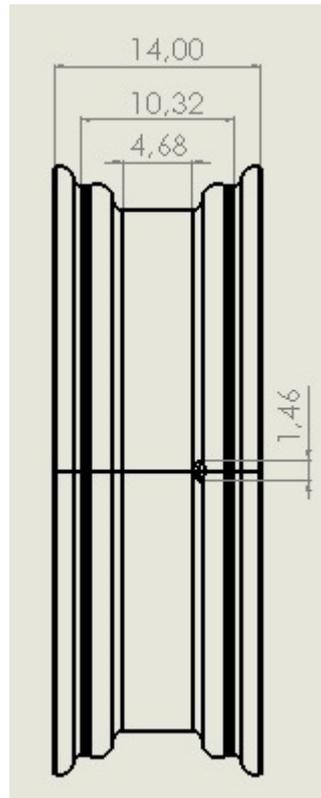
Fonte: Autores, 2022

Figura 9 - Vista Frontal com as cotas



Fonte: Autores, 2022

Figura 10 - Vista lateral com as cotas



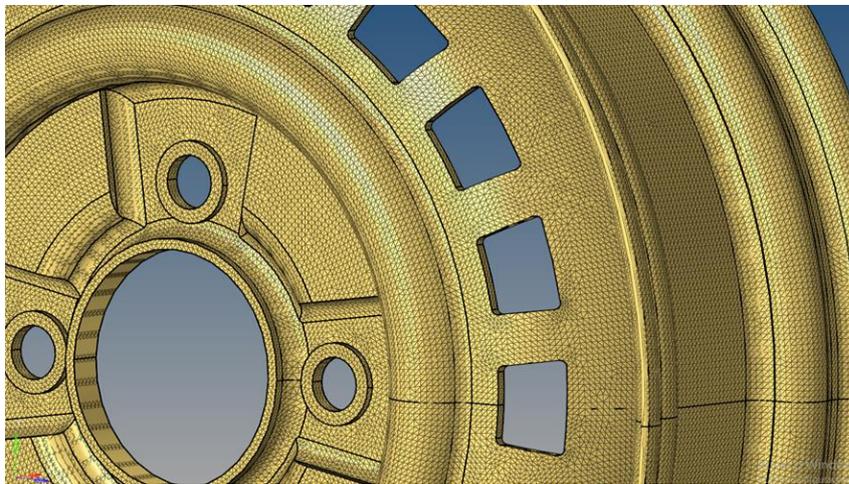
Fonte: Autores

Após a elaboração do CAD, foi importada a geometria para um software CAE para realização da análise numérica. Optou-se pela utilização do Software Hypermesh, amplamente utilizado em análises estruturais. Nessa análise, utilizou-se o Solver Opstistruct, pois segundo Altair (2019), este é o Solver recomendado para análises lineares e não lineares, estática, dinâmica, vibrações, acústica, fadiga e transferência de calor. Após a transição CAD-CAE, iniciou-se o Pré-Processamento. Essa etapa é responsável por tornar o modelo fiel à realidade do experimento desejado, aplicando material e propriedades específicas. Para construção de rodas automotivas, é recomendado a utilização de aços com baixo/médio teor de carbono, visto que esses materiais possuem melhores valores de dureza e resistência mecânica (CALLISTER, 2000). Nesse trabalho, foi utilizado o material SAE 1020 e suas principais propriedades mecânicas encontram-se apresentadas a seguir (LUZ, 2017):

- a) Módulo de Elasticidade (E): 205 GPa;
- b) Coeficiente de Poisson (ν): 0,29;
- c) Limite escoamento: 350 Mpa;
- d) Limite de resistência à tração: 420 Mpa.

No caso da roda, é necessário a utilização de uma malha composta por elementos 3D. O recobrimento deve ser não só da área superficial do elemento, e sim de todas as suas dimensões como um todo (comprimento, largura e espessura). Nesse modelo, por se tratar de uma geometria complexa e visando um recobrimento satisfatório sobre toda a superfície, foi adotada uma malha com elementos 3D mistos (quadrados e triângulos). Na Figura 11, é possível observar que existem pontos em que a geometria não segue uma linearidade, portanto, a utilização de apenas um tipo de elemento poderia gerar casos de erro, e consequentemente, comprometendo os resultados.

Figura 11 - Malha utilizada no modelo computacional



Fonte: Autores, 2022

A malha foi refinada até que o número total dos elementos chegasse ao limite do permitido pela licença estudantil, refinando o tamanho da malha até o seu valor mínimo. Foi testado a utilização de somente elementos cúbicos e, posteriormente, somente elementos tetraédricos regulares. Nos dois casos, foram feitos testes de refinamento, porém notou-se que não havia um recobrimento satisfatório da geometria utilizando esses elementos, principalmente nos pontos de curvatura da roda, apresentando problemas de qualidade no momento em que o programa era processado. O problema de qualidade impedia que o software apresentasse os resultados de forma fiel ao modelo estudado. Portanto, como já citado anteriormente, optou-se por uma mesclagem de elementos mistos (tetraédricos e cúbicos). Entretanto, não foi possível refiná-la totalmente devido a limitação da licença. Outro fator de impedimento foi o tempo e custo de processamento necessário para que o modelo convergisse.

Conforme realizado experimentalmente, empregou-se a condição livre-livre, ou seja, suspensão em condições elásticas suficientemente suaves para se assumir como verdadeira tal

condição. Dentro do software, é possível reproduzir fielmente a condição livre-livre, não sendo necessário a aplicação de nenhum tipo de engaste ou condições de fixação.

O sistema computacional soluciona a Equação 1, que é governante dos problemas dinâmicos, que segundo Rao (2010) é dada por:

$$[m]\{\ddot{x}\} + [c]\{\dot{x}\} + [k]\{x\} = F(t) \quad (1)$$

Sendo que:

- Os vetores $\{x\}$, $\{\dot{x}\}$ e $\{\ddot{x}\}$ representam, respectivamente, os vetores de posição, velocidade e aceleração de todos os graus de liberdade em função do tempo; [m, m/s, m/s²];
- $[m]$ é a matriz de massa de todos os graus de liberdade livres do sistema, representada na Equação 2;

$$\begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & \dots & m_{1n} \\ m_{21} & m_{22} & \dots & m_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ m_{n1} & m_{n2} & \dots & m_{nn} \end{bmatrix} [\text{kg}] \quad (2)$$

- $[k]$ é a matriz de rigidez de todos os graus de liberdade livres dos sistemas, representada na Equação 3;

$$\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & \dots & k_{1n} \\ k_{21} & k_{22} & \dots & k_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{n1} & k_{n2} & \dots & k_{nn} \end{bmatrix} [\text{N/m}] \quad (3)$$

- $[c]$ é a matriz de amortecimento de todos os graus de liberdade livres do sistema, representada na Equação 4;

$$\begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \dots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \dots & c_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{n1} & c_{n2} & \dots & c_{nn} \end{bmatrix} [\text{Ns/m}] \quad (4)$$

- $F(t)$ é o vetor representante das forças externas aplicadas aos graus de liberdade livres do sistema [N];

Por se tratar de uma análise modal com situação de vibração livre não amortecida sem forças externas aplicadas ao sistema, a matriz de amortecimento $[c]$ e o vetor de forças $F(t)$ não serão considerados no momento dos cálculos, resultando na Equação 5 (PONTELLO, 2019).

$$[m]\{\ddot{x}\} + [k]\{x\} = 0 \quad (5)$$

Após o processamento do modelo computacional, foi possível a obtenção dos 100 primeiros modos de vibrar do sistema, entretanto será considerado na análise somente os modos até a frequência de 2500 Hz. Foi possível obter também as frequências naturais de corpo rígido, juntamente com a análise visual de cada modo. O software nos apresenta os valores nominais de cada frequência juntamente com a sua respectiva representação visual de movimentação e deformação. As frequências encontradas no Hypermesh foram comparadas com as frequências encontradas no experimento, de forma a verificar a convergência dos modelos. Os gráficos de frequência foram confeccionados a partir dos dados experimentais, dando destaque para as frequências de pico onde há significativo aumento da amplitude, e posteriormente será buscado a frequência correspondente no modelo computacional. Foram verificadas as porcentagens dos desvios entre estas frequências analisadas.

Para análise comparativa, o erro experimental foi calculado de acordo com a Equação 6.

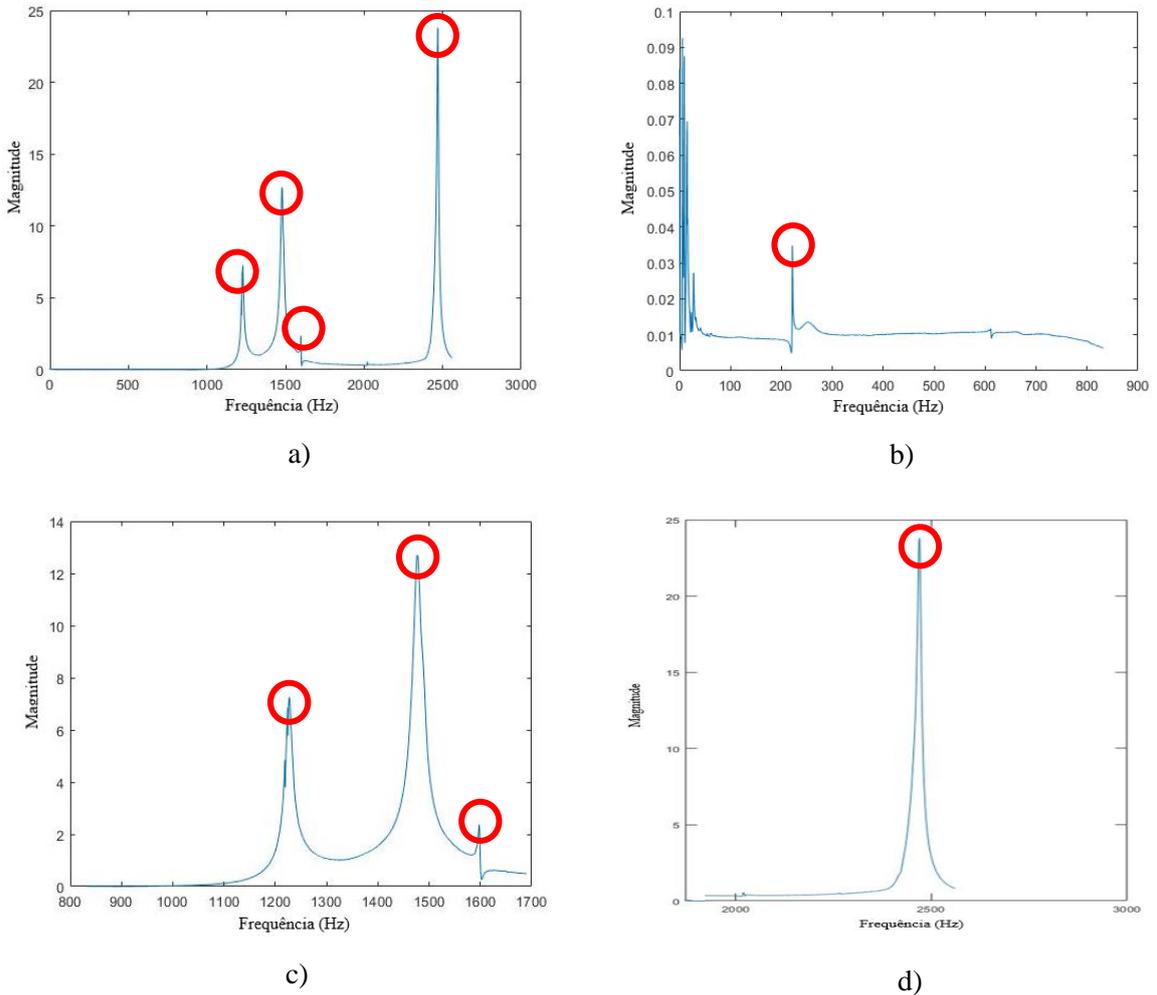
$$Erro = \frac{R_E - R_S}{R_E} \times 100 \quad (6)$$

3 RESULTADOS E DISCUSSÕES

3.1 Análise Experimental

A partir dos resultados obtidos a partir dos ensaios de análise modal experimental, foi possível a obtenção das funções de resposta em frequência. Na Figura 12 é mostrada a Função Resposta em Frequência (FRF) completa obtida através do impacto realizado utilizando a ponteira de alumínio, e suas respectivas divisões de acordo com o intervalo de frequência.

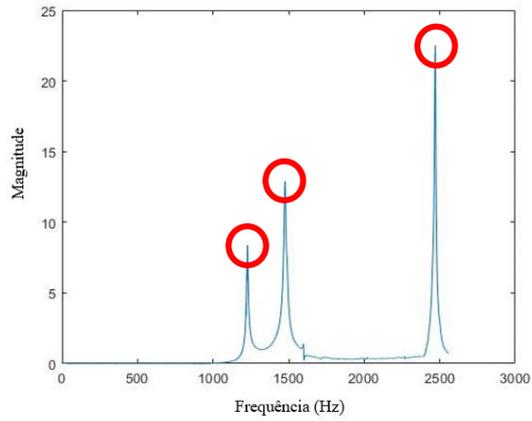
Figura 12 - a) FRF obtida através do impacto com a ponteira de alumínio b) FRF impacto da ponteira de alumínio - 0 a 830 Hz c) FRF impacto da ponteira de alumínio - 830 a 1600 Hz d) FRF impacto da ponteira de alumínio - 1600 a 2500 Hz



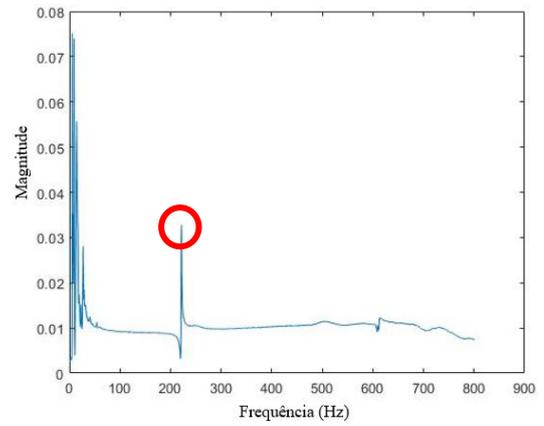
Fonte: Autores, 2022

Analogamente ao que foi apresentado e explicitado para a ponteira de alumínio, podemos visualizar nas Figuras 13 (a), (b), (c) e (d) a FRF completa obtida através do impacto com a ponteira de alumínio.

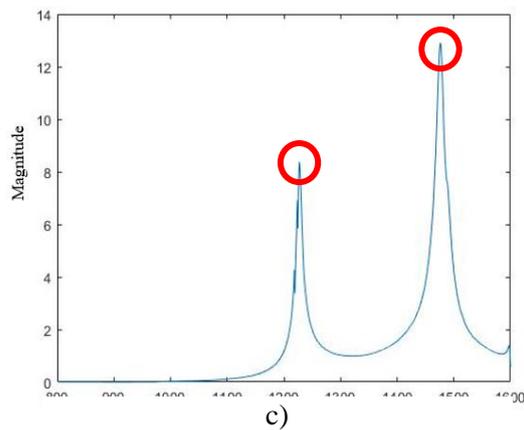
Figura 13 - a) FRF obtida através do impacto da ponteira plástica b) FRF impacto da ponteira plástica - 0 a 800 Hz c) impacto da ponteira plástica – 800 a 1600 Hz d) 1600 a 2500 Hz



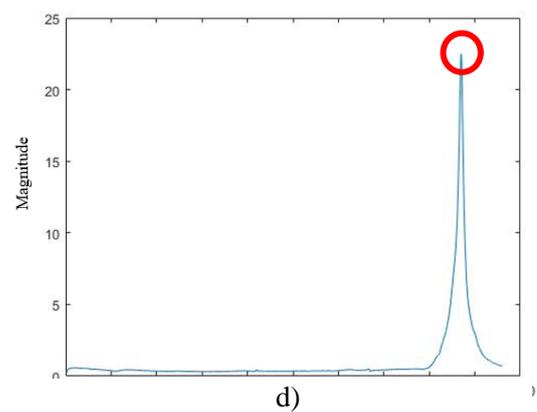
a)



b)



c)

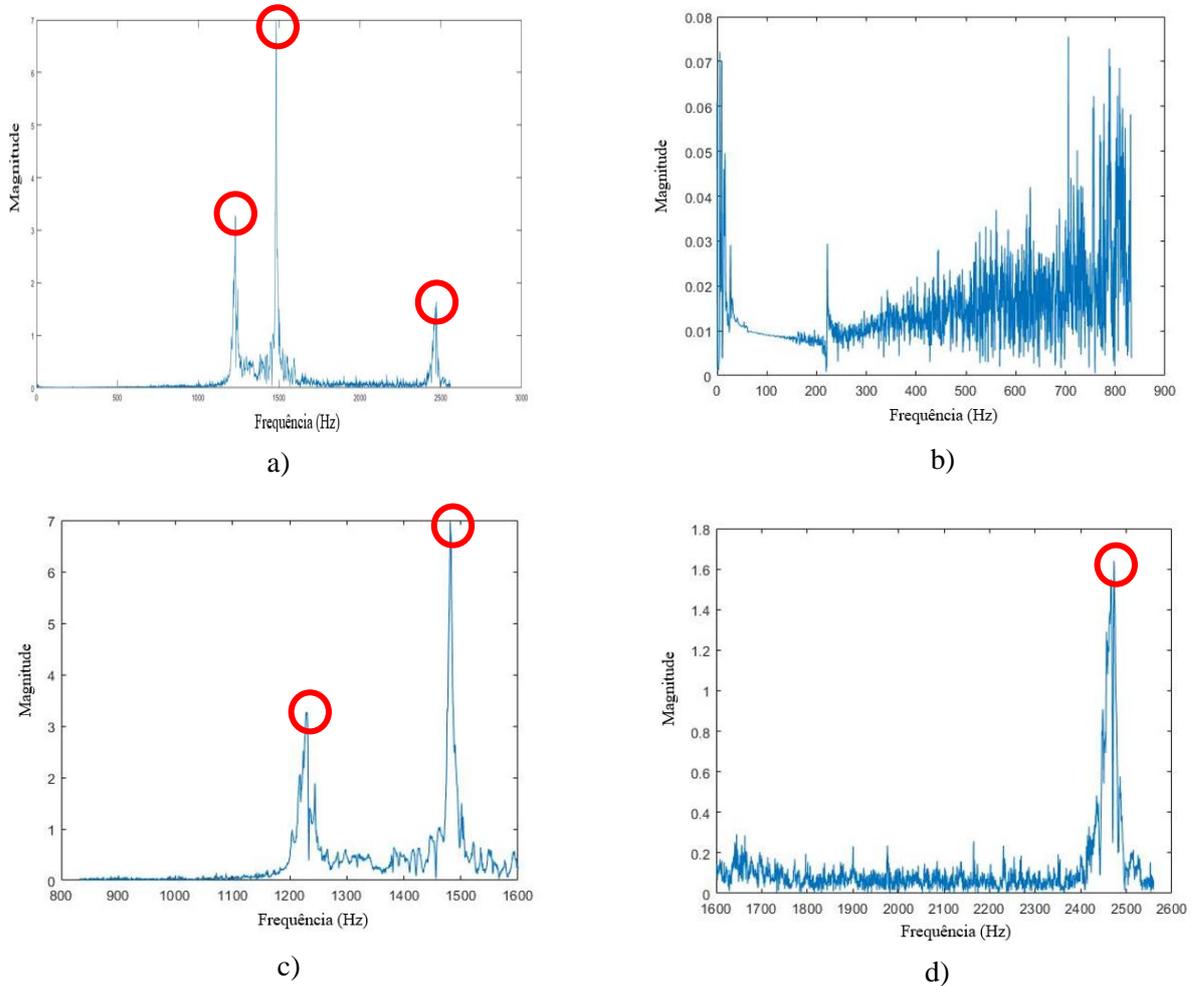


d)

Fonte: Autores, 2022

Por fim, a última FRF referente à ponteira de borracha é representada através das Figuras 14 (a), (b), (c) e (d).

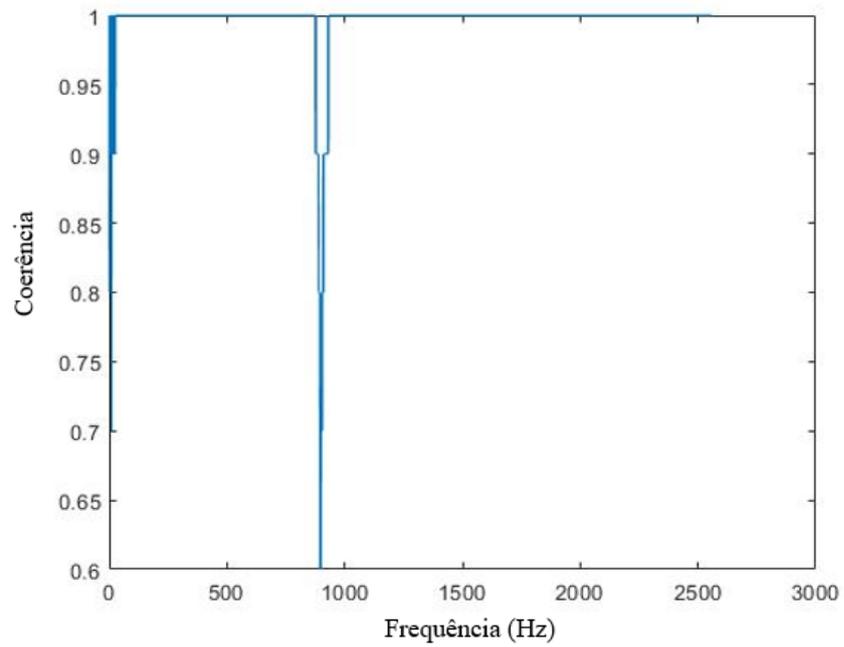
Figura 14 - a) FRF obtida através do impacto da ponteira de borracha Figura b) impacto da ponteira de borracha - 0 a 800 Hz c) FRF impacto da ponteira de borracha - 800 a 1600 Hz d) impacto da ponteira de borracha - 1600 a 2500 Hz



Fonte: Autores, 2022

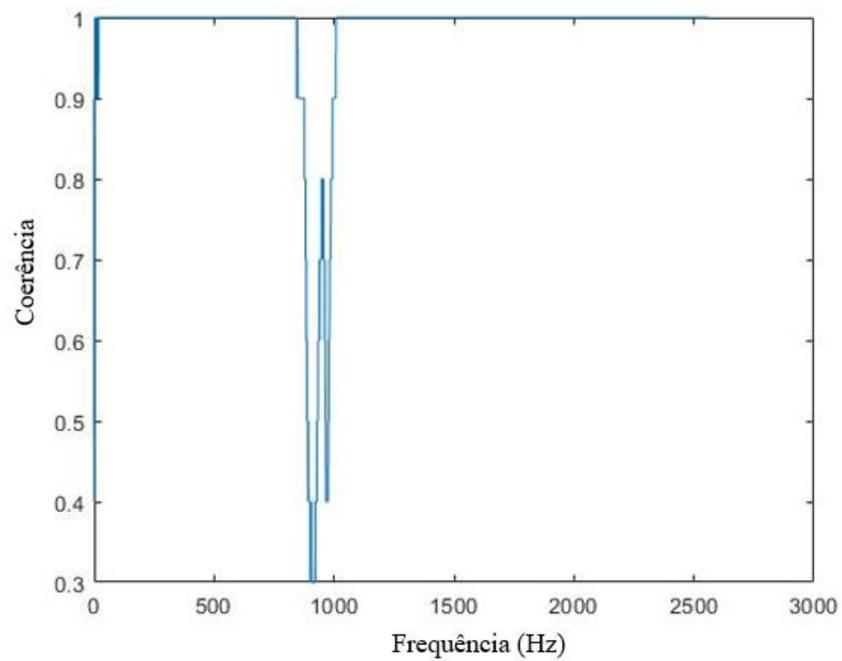
Nota-se grande semelhança entre as 3 FRF's obtidas, porém para a escolha do material a ser utilizado no estudo comparativo, deve-se analisar também a curva de coerência de cada uma das ponteiros, conforme as Figuras 15, 16 e 17.

Figura 15 - Curva de Coerência para os impactos realizados com a ponteira de alumínio



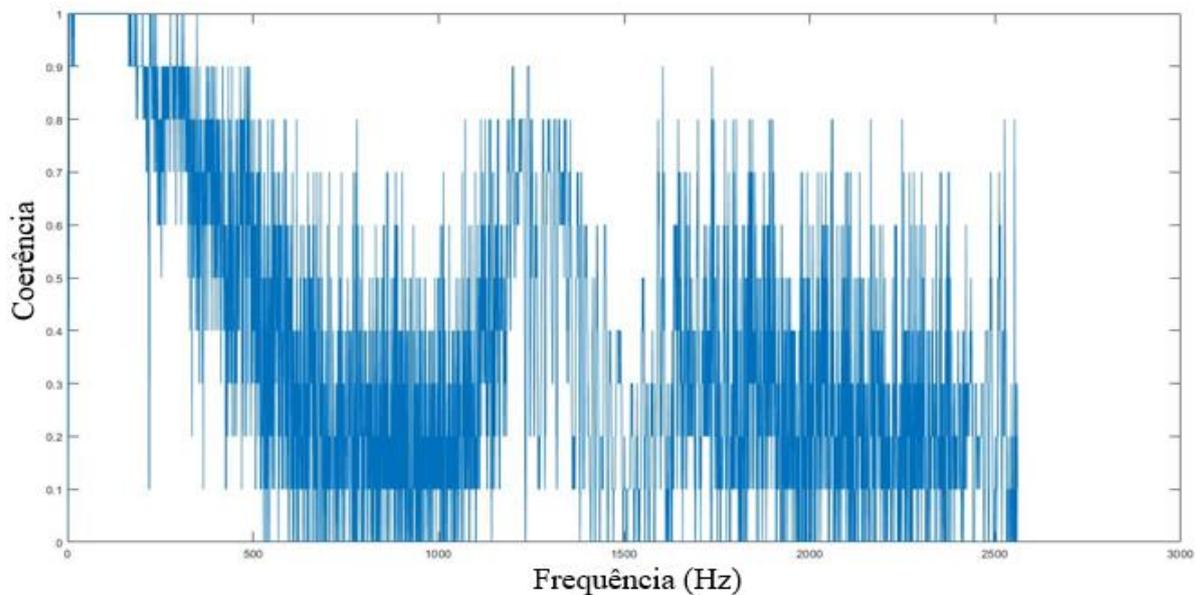
Fonte: Autores, 2022

Figura 16 - Curva de coerência obtida através do impacto com a ponteira plástica



Fonte: Autores, 2022

Figura 17 - Curva de coerência obtida através do impacto da ponteira de borracha



Fonte: Autores, 2022

Analisando as Figuras 15, 16 e 17, são feitas as seguintes análises: primeiramente, a curva de coerência obtida através do ensaio com a ponteira de alumínio apresenta um valor médio de 0,987, enquanto as curvas das ponteiras de plástico e borracha apresentam 0,977 e 0,487 respectivamente. Afirma-se também que os resultados apresentados pela ponteira de borracha não são os ideais para a análise deste trabalho, pois apesar de que quando o sistema apresenta baixas frequências (0 a aproximadamente 165 Hz) a coerência estar próxima de 1, acima de 165 Hz ela sofre uma significativa queda, o que torna o valor médio muito baixo. Logo, conforme descrito por Leme (2014), esse tipo de ponteira é utilizado para realçar as análises em baixas frequências. Para altas frequências, a borracha não se torna confiável. Portanto, nesse trabalho os dados considerados na análise foram advindos da base de dados obtidos a partir da ponteira metálica, pois esse componente apresenta uma maior linearidade e uma maior média na coerência, mostrando que os impactos foram feitos com significativa precisão. Analogamente, a ponteira de plástico apresenta quase os mesmos valores da ponteira metálica, podendo também ser utilizada como base comparativa em futuros estudos.

A partir dos dados apresentados nas Figuras 13 b), c) e d), identifica-se as frequências nos picos de aceleração. Essas frequências provocam máximas de amplitude e refletem os pontos onde temos as frequências naturais, conforme SOUZA (2014). Todos os pontos coletados apresentam-se em zonas com coerência dos impactos iguais ou próximas a 1. As

frequências foram extraídas manualmente através dos picos de amplitude e estão representadas na Tabela 3.

Tabela 3 - Modos de vibrar - Ponteira de Alumínio

Modo	Frequência (Hz)
1	221,184
2	1226,752
3	1476,096
4	1596,928
5	2469,888

Fonte: Autores, 2022

3.2 Análise Numérica

Na análise computacional foi desenvolvido um modelo para as 100 primeiras frequências naturais da roda em uma condição livre-livre. Na Tabela 4, são apresentados os 36 primeiros modos de vibrar visto o range de frequência de análise experimental (0 a 2500 Hz). Os 64 modos seguintes não foram considerados nessa análise pois trata-se de uma análise comparativa entre o modelo experimental e computacional, assim, analisando os valores até o limite máximo de frequência encontrado no experimento.

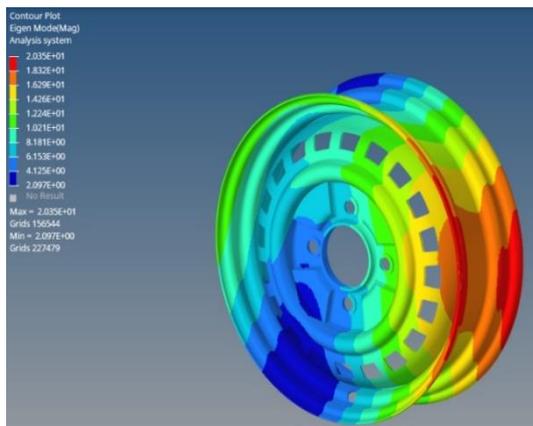
Tabela 4 - Modos de vibrar obtidos através do modelo computacional

Modos	Frequência (Hz)	Modos	Frequência (Hz)
1	0,013909	19	1604,5
2	0,01392	20	1609,7
3	0,013984	21	1612,4
4	0,014076	22	1719,7
5	0,014086	23	1721,3
6	0,014123	24	1830,1
7	220,76	25	1833,7
8	221,37	26	2167,8
9	616,5	27	2170,1
10	617	28	2188,7
11	1083,49	29	2189,7
12	1094,54	30	2233,2
13	1094,5	31	2238,1
14	1095,8	32	2298,9
15	1295	33	2299,1
16	1552,8	34	2458,7
17	1569,4	35	2460,3
18	1603,6	36	2508,6

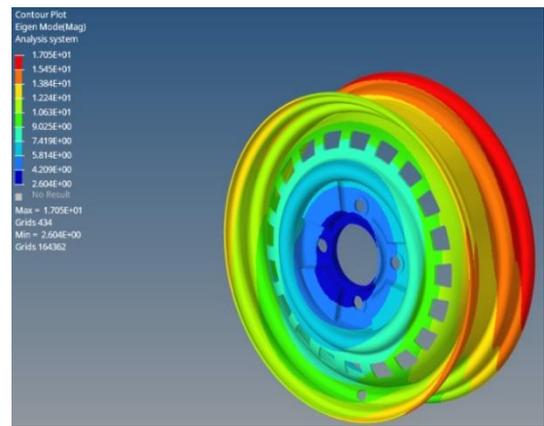
Fonte: Autores, 2022

Os modos de 1 a 6 representam as frequências de corpo rígido. Todas as estruturas possuem três modos de translação e três modos de rotação, e esses modos tendem a zero pois pode se interpretar como se a vibração ocorresse de forma lenta infinitamente, de modo que não há forças de inércia associadas (SCHWARZ, 1999). Esses modos numéricos serão mostrados na composição da Figura 18 (a), (b), (c), (d), (e) e (f).

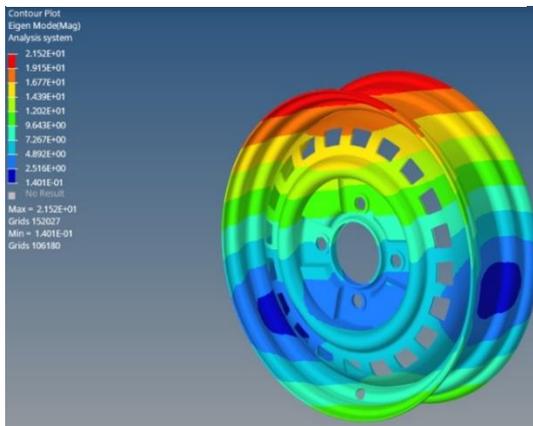
Figura 18 - a) Modo 1 - 0,013909 Hz b) Modo 2 - 0,01392 Hz c) Modo 3 - 0,013984 Hz d) Modo 4 - 0,014076 Hz e) Modo 5 - 0,014086 Hz f) Modo 6 - 0,014123 Hz



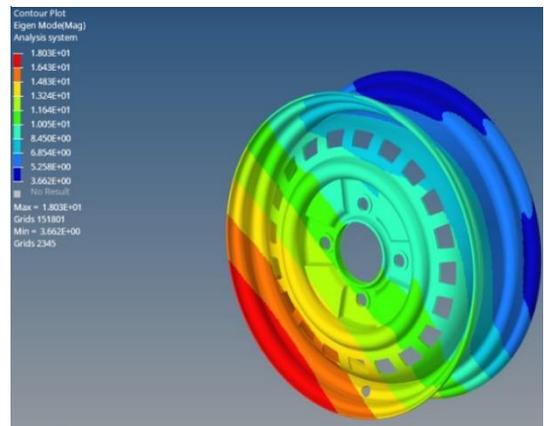
a)



b)



c)



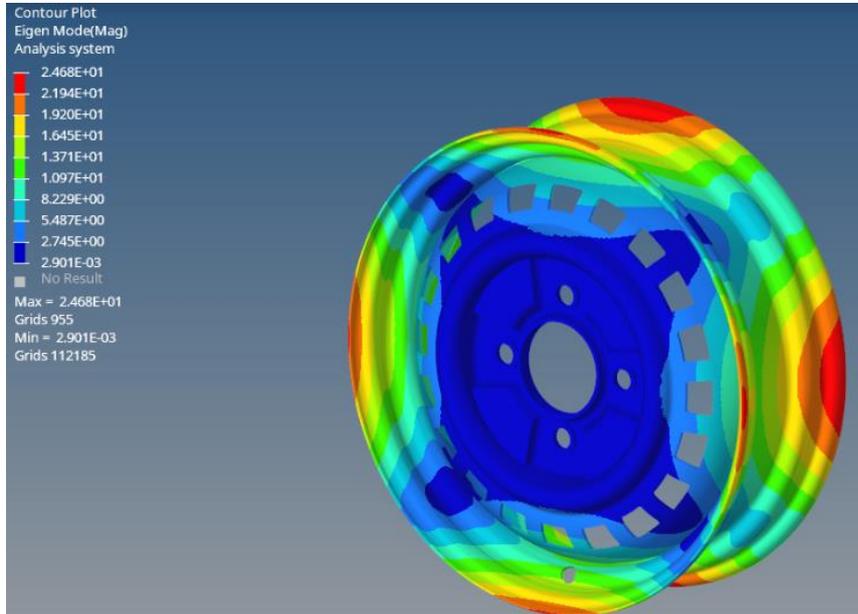
d)

Fonte: Autores, 2022

Pode-se observar que a menor frequência natural do aro é 220,76 Hz, conforme Figura 19, equivalente a aproximadamente 13245 rpm. Este valor está de acordo com a mínima frequência natural dos aros do rodado, conforme estudo realizado por Marini (2016). Esta frequência mínima está relacionada com minimização de ruídos e vibrações presentes no interior de veículos. As frequências mais baixas causam um impacto maior no comportamento dinâmico de estruturas e componentes mecânicos. As frequências ressonantes mais altas

geralmente estão relacionadas com amplitudes muito pequenas de deslocamentos e, portanto, em alguns casos são negligenciadas nas análises (MARINI, 2016).

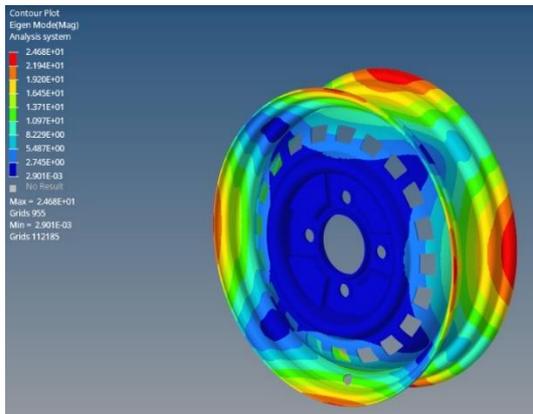
Figura 19 - Modo 7 - 220,76 Hz - Menor frequência natural da roda



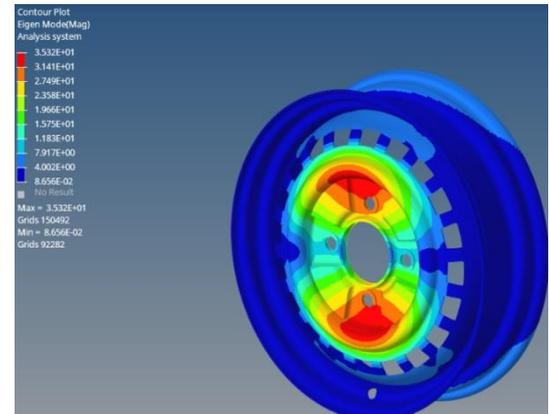
Fonte: Autores, 2022

Relacionando a análise computacional e experimental, deve-se destacar os modos citados na Tabela 3, e buscá-los nos resultados computacionais. Os modos experimentais 1, 2, 3, 4 e 5 são correspondentes aos modos computacionais 8, 15, 16, 18, 35, mostrados na composição da Figura 20 a), b), c), d) e e).

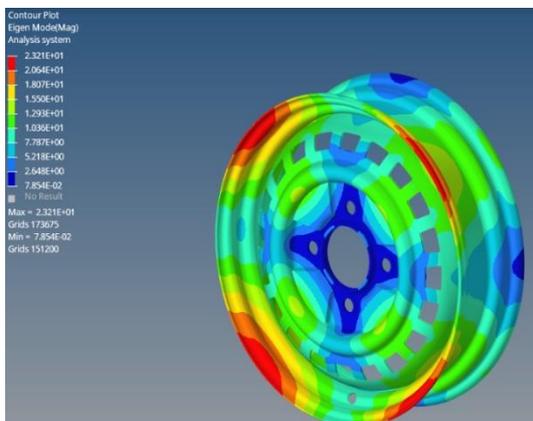
Figura 20 - a) Modo 8 - 221,37 Hz b) Modo 15 - 1295 Hz c) Modo 16 - 1552,8 Hz d) Modo 18 - 1603,6 Hz e) Modo 35 - 2460,3 Hz



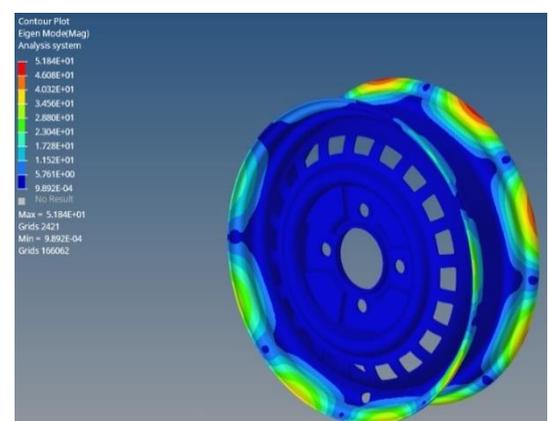
a)



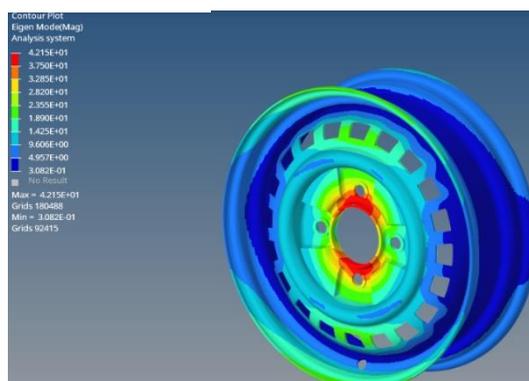
b)



c)



d)



e)

Fonte: Autores, 2022

Realizando uma análise comparativa, é observado uma diferença entre os valores encontrados na análise experimental e computacional. Entre todos os modos mais notáveis nos gráficos (picos), houve uma diferença com média de 2,27% entre as frequências obtidas no experimento e as frequências mostradas na análise por Elementos Finitos, conforme Tabela 5.

Ressalta-se que as comparações entre os modos foram feitas através da visualização da simulação, verificando se a movimentação do corpo estava no mesmo sentido na qual o acelerômetro realizou as medições. Para garantia da correspondência, o ideal seria a realização de impactos e a fixação do acelerômetro em diferentes locais, de forma a gerar diferentes entradas e saídas, possibilitando uma melhor confiabilidade nos resultados.

Tabela 5 - Porcentagem de erro entre valores encontrados na simulação computacional e teste físico

<i>Modos Experimental</i>	<i>Modos Computacional</i>	<i>Frequência Análise Numérica</i>	<i>Frequência Análise Experimental</i>	<i>Diferença (Hz)</i>	<i>% Erro</i>
1	8	221,37	221,184	0,186	0,08
2	15	1295	1226,752	68,248	5,5
3	16	1552,8	1476,096	76,704	5,1
4	18	1603,6	1596,928	6,672	0,4
5	35	2460,3	2469,888	9,588	0,3

Fonte: Autores, 2022

A diferença entre os valores encontrados pode ser explicada por alguns fatores, tanto experimentais como computacionais. Em relação ao experimento, o corpo de prova possuía uma ferrugem considerável, com regiões com grande acúmulo de material, mostrado na Figura 21. Em análises experimentais, deve-se atentar nas condições físicas do corpo de prova, pois a oxidação pode gerar perda ou ganho de massa. Em casos mais brandos com oxidações leves, recomenda-se sua remoção por processos mecânicos ou químicos. Nesse caso, com ferrugem considerável, porém sem perdas drásticas de material seria de grande valia a remoção da ferrugem através de processos químicos com produtos à base de ácidos inorgânicos (PANDOLFO, 2006). Caso a roda estivesse em um estado de oxidação mais agressiva, com grandes perdas de material e função estrutural, o ideal seria desconsiderar essas regiões no modelo computacional (COLOMBO, 2017).

Outro ponto a ser destacado se deve ao fato que análise modal experimental foi feita considerando uma única entrada e uma única resposta (Single Input, Single Output – SISO), visto ser um sistema de fácil implementação. Logo, para uma melhor qualidade nos resultados, poderia utilizar-se um sistema com várias entradas e várias saídas (Multiple Input, Multiple Output – MIMO), o que implicaria também em um maior custo operacional para o

processamento dos sinais, pois seria necessário a utilização de desacopladores visando eliminar os efeitos indesejáveis das interações entre as malhas.

Figura 21 - Oxidação presente no corpo de prova



Fonte: Autores, 2022

Alguns parâmetros explicam a porcentagem de erro encontrada. Primeiramente, não se sabe a composição exata do aço utilizado na fabricação na roda, sendo que o teor de carbono está diretamente relacionado às propriedades mecânicas, que influenciam significativamente nos resultados, gerando incertezas na análise. Outro ponto notável consiste no posicionamento do corpo de prova, visto que algumas atividades podem ser feitas para que o modelo fique cada vez exato. A roda foi suspensa por cordas, não sendo a condição mais ideal quando se trata de um experimento com condição livre-livre, no caso, o ideal seria ser suspenso por elásticos. Havia também pessoas transitando pelo ambiente onde realizou-se o experimento e as janelas estavam todas abertas, podendo causar movimentos mínimos na roda suspensa, o que pode afetar no resultado da análise.

Outro fator contribuinte para uma possível propagação de erro é a presença de ruído, e amostragem no sistema de aquisição (Huang et al, 2012). Existem também alguns fatores considerados epistêmicos, pois dependem da configuração do modelo adotado, como por exemplo: posição dos sensores, local de impacto, intensidade dos impactos, tipo de apoio, distância dos apoios para o acelerômetro e ponto de impacto.

Quanto à análise numérica, para uma melhor qualidade nos resultados, pode ser usado um software com licença sem limitação na quantidade de elementos, visto que no programa atual a geometria foi refinada até o limite, porém não sendo possível chegar à convergência da malha. Deve-se também considerar que na elaboração do modelo 3D, há erros inerentes à medição das dimensões, tendo em vista a precisão dos instrumentos utilizados, possibilitando assim uma não fidelidade do objeto estudado e o modelo elaborado. Logo, para fins de otimização, o ideal seria a utilização de um dispositivo *scanner* 3D.

Através dos resultados obtidos, é possível mostrar que as metodologias utilizadas se mostraram eficientes em encontrar as frequências naturais da roda automotiva visto que o erro máximo encontrado nas medições foi de 5,5%, conforme pode ser observado na Tabela 5.

Para a redução dessa divergência de valores e possíveis otimizações do projeto, seria necessário a realização do experimento com um corpo de prova em melhores condições físicas, suspenso por elásticos conforme o estudo de Kloutsey (2006), bem como um possível ajuste em alguns parâmetros, tais como realização de um experimento para encontrar o valor exato da densidade do objeto estudado, visto que o material pode não ser totalmente composto por aço 1020.

4 CONCLUSÃO

Com o estudo apresentado, é possível verificar que os resultados foram consistentes, pois o erro quando comparado as análises numérica e experimental é significativamente baixo, não chegando a 6% nos casos mais discrepantes. Logo, a partir dos resultados apresentados, infere-se que experimento e metodologia são análises que devem ser realizadas paralelamente para validação do método.

É de extrema importância conhecer as frequências naturais e os modos de vibrar de uma roda visto que a resposta dinâmica pode comprometer a segurança dos ocupantes de um veículo. Portanto, como se trata de um ensaio não destrutivo, economicamente viável, de baixa complexidade para a realização, e visando mitigar essas possíveis falhas devido à resposta dinâmica, a análise modal deve ser considerada na elaboração de um projeto.

Para trabalhos futuros, a elaboração do modelo deverá ser mais refinada, levando em consideração a todos os detalhes da geometria do corpo, simplificando o menos possível a geometria. Deverá também ser utilizado um software para análise numérica que não tenha restrição em número de elementos, visto que quanto maior este número, maior será a precisão

do resultado obtido. Outro ponto que pode ser explorado é o ensaio de análise modal utilizando o método de múltiplas entradas e múltiplas saídas.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, Jonatan de. Desenvolvimento e análise pelo método dos elementos finitos de um suporte híbrido metal-polímero aplicado a um tanque de combustível veicular. 2019.
- ALTAIR. Practical Aspects of Finite Element Simulation. 1. ed. [s.l: s.n.].
- ANTONIOLLI, E. B. Estudo comparativo de técnicas de medição e análise de vibrações para a manutenção preditiva em mancais de rolamentos. Florianópolis, 1999. 142pg.
- BRITO, L. C. Estudo de Rigidez de Base Através da Técnica de ODS e Análise de Vibração. Iniciação Científica – Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – Universidade Federal de São João Del Rei, p. 14, 2015.
- CALLISTER, W. D., Ciência e Engenharia de Materiais: Uma Introdução. John Wiley & Sons, Inc., 2002.
- CARVALHO, Cleginaldo; ALTERTHUN, Felipe; JULIS, Julis; CARVALHO, Daniel. Manufatura enxuta: um estudo baseado em processos reais para a disciplina de sistemas produtivos. revista ciência contemporânea, [s. l.], 2018.
- CARVALHO, Cleginaldo; ALTERTHUN, Felipe; LENCO, Julis; CARVALHO, Daniel. Manufatura enxuta: um estudo baseado em processos reais para a disciplina de sistemas produtivos. Revista Ciência Contemporânea, [s. l.], 2018.
- COLOMBO, PABLO. Análise estrutural da ponte ferroviária em treliça metálica danificada pela oxidação na ferrovia tereza cristina. 2017. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia de Infraestrutura) - Universidade Federal de Santa Catarina, [S. l.], 2017.
- DUKKIPATI, Rao V. Solving vibration analysis problems using MATLAB. 1, dez. 2007. Disponível em:< <http://www.newagepublishers.com/samplechapter/001413.pdf>>. Acesso em: 10 de dezembro de 2021.
- EWINS, D. J. Modal testing: theory, practice and application. [S.l.]: Research Studies Press Letchworth, 2000.
- FILHO, Luis Fernando. Análise estrutural e verificação da vida à fadiga de uma roda automotiva utilizando o Método dos Elementos Finitos. 2007. Trabalho de Formatura (Graduação em Engenharia) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, [S. l.], 2007.
- FISH, Jacob; BELYTSCHKO, Ted. Um primeiro curso em elementos finitos. 1.ed. Rio de Janeiro: Editora LTC, 2007
- FU, Z.-F.; HE, J. Modal analysis. [S.l.]: Elsevier, 2001.
- HUANG, Q., Gardoni, P. and Hurlebaus, S., 2012. “A probabilistic damage detection approach using vibration-based nondestructive testing”. Structural Safety, Vol. 38, pp. 11–21. Inman, D.J., 2013. Engineering vibration. Prentice Hall, 4th edition. ISBN 97801328716930132871696.

KLOUTSEY, A. Eliké H.; DINIZ, Alberto C. G. C; VILLA, Cristiano V. S. Influência das condições de contorno na análise modal experimental de vigas. In: Simpósio de PósGraduação em Engenharia Mecânica Posmec, 16. 2006, Uberlândia. Artigo: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia. Uberlândia, 2006.

LEME, Leandro Marinho Marques. Estudo comparativo de técnicas de análise modal experimental no domínio da frequência em uma barra na condição de contorno livre-livre. 2014. Trabalho de Conclusão de Curso. Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

LENZI, A., Revisão Bibliográfica sobre Técnicas de Diagnóstico de Defeitos em Máquinas. Relatório Parcial I e II, Setembro 1991.

LOGAN, Daryl L. A first course in the finite element method. 6th ed. Boston, MA: Cengage

LUZ, Gelson. Aço SAE 4340 Propriedades Mecânicas. Blog Materiais, [s. l], 2017. Disponível em: <https://www.materiais.gelsonluz.com/2017/10/aco-sae-4340-propriedades-mecanicas.html>. Acesso em: 10 de abril de 2022.

MARINI, L. Design of automotive road racing rim with aidoftopology optimization. 2016.

MARQUES, Ana Cláudia. Importância da manutenção preditiva para diminuir o custo em manutenção e aumentar a vida útil dos equipamentos. Brazilian Journal Development, 4 jul.2019.

MERLING, M. C. C. Uma Abordagem Gerencial para o procedimento de Projeto de Suspensões de Veículos Terrestres. 2007. 173f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2007.

MOURA, Paulo César. Análise de Fadiga em Rodas Automotivas Utilizando Método dos Elementos Finitos. 2014. Trabalho de Graduação (Graduação em Engenharia Mecânica) - Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, [S. l.], 2014.

OMEGA, Sua Fonte Única Para Medição E Controle De Processos. O que são acelerômetros. Disponível em: <http://br.omega.com/prodinfo/acelerometros.html>>. Acesso em 06 abril 2022.

PANDOLFO, FELIPE. Análise modal de materiais compósitos. 2006. Dissertação (Mestrado em Materiais) - Universidade de Caxias do Sul, [S. l.], 2006.

PONTELLO, Raul. Desenvolvimento de uma rotina computacional para análise modal de torres de transmissão e comparação com software comercial. 2019. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação do Curso de Engenharia Civil) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, [S. l.], 2019.

RAO, S. S. VIBRAÇÕES MECÂNICAS. 4 ed. São Paulo, SP: Pearson Prentice Hall, c2009.

SCHWARZ, Brian J.; RICHARDSON, Mark H. Experimental Modal Analysis. In: CSI Reliability Week, 1999. Proceedings: Jamestown, Califórnia, 1999.

SILVA, Romário César da. Estudo das frequências naturais de um chassi tubular de um

protótipo Baja offroad. 2019.

SORIANO, Humberto. Métodos de Elementos Finitos em Análise de Estruturas. São Paulo: Edusp, 2003

SOUSA, ANTONIO. ANÁLISES MULTIFÍSICA VIA MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS PARA O AUXÍLIO À MANUTENÇÃO PREDITIVA EM TRANSFORMADORES DE POTÊNCIA. Dissertação (Mestre em Engenharia Elétrica na área de Sistemas de Energia Elétrica.) - UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ, [S. l.], 2018.

SOUZA, Erich Douglas de. Análise do efeito da tensão média sobre a resistência à fadiga do aço ASTM A743 CA6NM. 2011.

SOUZA, Pedro. Análise modal experimental utilizando vibrômetro laser doppler. 2014. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação do Curso de Engenharia Mecânica) - Universidade Federal de São João Del-Rei, [S. L.], 2014.

TOLEDO, Pedro Henrique Policarpo. Gestão de manutenção com ênfase em Manutenção Preditiva: a Análise De Vibração aplicada em meios navais da Marinha Do Brasil, 2019.

VASCONCELOS, Fabíola Ortega. Otimização estrutural da travessa de um chassi de caminhão através da simulação pelo método de elementos finitos. 2015.