



**PABLO PEREIRA DE ALBUQUERQUE PAES**

**METODOLOGIA PARA CONCEPÇÃO DE UMA  
SUSPENSÃO DUPLO-A**

**LAVRAS-MG  
2022**

**PABLO PEREIRA DE ALBUQUERQUE PAES**

**METODOLOGIA PARA CONCEPÇÃO DE UMA  
SUSPENSÃO DUPLO-A**

Monografia apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Curso de Engenharia Mecânica, para a obtenção do título de Bacharel.

Prof. Dr. Diogo Tubertini Maciel  
Orientador

**LAVRAS-MG  
2022**

*Dedico esse trabalho a minha família, professores e amigos, que sempre estiveram ao meu lado e me apoiaram durante a minha graduação. Aos membros da equipe Zeus Fórmula SAE. E aos participantes, estudantes, juízes e organizadores, da competição de Fórmula SAE*

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço à minha família, em especial aos meus pais Paulo César e Ana Paula, e à minha irmã Yamê, que sempre estiveram ao meu lado e me apoiaram.

Agradeço a todos os meus professores da graduação, que contribuíram para minha formação. Em especial ao Professor, Doutor, Orientador e amigo Diogo Tubertini Maciel, que me ensinou muito além das disciplinas curriculares.

Agradeço aos meus amigos das engenharias, que apesar inúmeros desafios, juntos sempre conseguimos prevalecer.

Por fim, agradeço aos meus amigos e companheiros da equipe Zeus Formula SAE, que com muito trabalho e dedicação, projetamos, desenvolvemos e construímos quatro carros de fórmula e participamos de cinco competições.

*“Sem sacrifício não há vitória”  
(Optimus Prime)*

## RESUMO

Este trabalho apresenta o estudo do projeto e desenvolvimento de uma suspensão do tipo Duplo-A de um carro de corrida do tipo fórmula. Esse veículo foi desenvolvido por uma equipe de estudantes de engenharia da Universidade Federal de Lavras para a competição de Fórmula SAE Brasil. Um dos objetivos desse trabalho foi o desenvolvimento de uma metodologia que envolve e correlaciona as partes de rigidez e cinemática da suspensão. Além disso se buscou determinar o comportamento *understeer/oversteer* do carro e por fim se realizar análise cinemática através de *software*. Para o projeto da suspensão, se partiu de estimativas iniciais de alguns parâmetros e dados de pista do veículo anterior da equipe. Com os valores de carregamentos verticais e forças laterais dos pneus encontrados para a determinação da rigidez da suspensão, juntamente com dados de performance dos pneus fornecidos pelo fabricante, foi possível calcular o *Slip Angle* dos pneus e determinar o balanceamento do carro. Em seguida foi realizado o projeto da parte cinemática da suspensão e a modelagem em 3D no *Solidworks*. O software *Lotus Suspension Analysis* foi utilizado para verificar se parâmetros da suspensão estão condizentes ao projeto e localizar pontos para a otimização da suspensão. A conclusão desse trabalho se mostrou satisfatória, pois foi possível se realizar o projeto de uma suspensão que relacionava a parte de rigidez e cinemática, que possui um comportamento dinâmico neutro, verificado durante fase de projeto, sendo obtido uma diferença entre *Slip Angle* dianteiro e traseiro de 0,11. Também se obteve uma configuração básica otimizada, com um valor de cambagem dianteira de  $-1,7^\circ$ . Além disso foi possível identificar e discutir outros possíveis estudos a se realizar no futuro.

**Palavras-chave:** Fórmula SAE; Suspensão; Duplo-A; Cinemática; *Slip Angle*; *Understeer*; *Oversteer*

## ABSTRACT

This work presents the study of the design and development of a Double-A suspension for a formula-type racing car. This vehicle was developed by a team of engineering students from the Federal University of Lavras for the Formula SAE Brasil competition. One of the objectives of this work was the development of a methodology that involves and correlates the stiffness and kinematics parts of the suspension. In addition, it was sought to determine the understeer/oversteer behavior of the car and perform kinematic analysis through software. The suspension design was started with initial estimates of some parameters and track data from the team's previous vehicle. With the values of vertical loads and lateral forces of the tires found to determine the stiffness of the suspension, together with tire performance data provided by the manufacturer, it was possible to calculate the Slip Angle of the tires and determine the balance of the car. Then, the design of the kinematic part of the suspension was carried out and the 3D modeling was carried out in *Solidworks*. The *Lotus Suspension Analysis* software was used to verify that the suspension parameters are consistent with the design and to locate points for suspension optimization. The conclusion of this work was satisfactory, as it was possible to carry out the design of a suspension that related the stiffness and kinematics part, which has a neutral dynamic behavior, verified during the design phase, with a difference between front and rear Slip Angle being obtained of 0.11. An optimized basic configuration was also obtained, with a front camber value of  $-1.7^\circ$ . In addition, it was possible to identify and discuss other possible studies to be carried out in the future.

**Keywords:** Formula SAE; Suspension; Double-A; Kinematics; Slip Angle; understeer; oversteer

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Veículo Z-03 da equipe Zeus Formula SAE .....	17
Figura 3.1 – Velocidade de um carro de corrida ao longo de um percurso.....	20
Figura 3.2 – Entre eixos e bitola.....	21
Figura 3.3 – Transferência longitudinal de carga durante uma aceleração .....	22
Figura 3.4 – Transferência lateral de carga durante uma aceleração.....	23
Figura 3.5 – Barras com mesmo peso, porém momento polar de inercia diferentes.....	24
Figura 3.6 – <i>Grip</i> de um pneu de corrida .....	26
Figura 3.7 – <i>Slip Angle</i> do pneu visto a partir do solo .....	27
Figura 3.8 – Força lateral por <i>Slip Angle</i> de um pneu de corrida.....	28
Figura 3.9 – Força lateral por <i>Slip Angle</i> de um pneu com diversas cargas verticais .....	29
Figura 3.10 – Força lateral por carga vertical para cada <i>Slip Angle</i> do pneu .....	30
Figura 3.11 – Ângulo de cambagem positivo e negativo .....	31
Figura 3.12 – Relação entre o ângulo de câmber e coeficiente de atrito instantâneo de um pneu .....	31
Figura 3.13 – Torque auto alinhante de um pneu para diferentes cargas verticais.....	32
Figura 3.14 – Valor de <i>Grip</i> para três pneus com diferentes pressões .....	33
Figura 3.15 – Vista transversal da banda de contato de pneus com a pressão correta, superinflação e subinflação .....	34
Figura 3.16 – <i>Grip</i> gerado por um pneu a diferentes temperaturas .....	35
Figura 3.17 – Movimentos da suspensão de um veículo.....	36
Figura 3.18 – <i>Grip</i> de um pneu submetido a uma aceleração/frenagem e curva .....	37
Figura 3.19 – Comportamento de uma suspensão com braços da suspensão paralelos e de comprimento iguais durante rolagem e <i>bump</i> .....	38
Figura 3.20 – <i>Roll Center</i> e <i>Roll Axis</i> de um veículo .....	39
Figura 3.21 – Conceito do <i>Front View Swing Arm</i> .....	40
Figura 3.22 – <i>Instant Center</i> para uma geometria de suspensão com braços convergentes.....	40
Figura 3.23 – <i>Instant Center</i> para uma geometria de suspensão com braços divergentes .....	41
Figura 3.24 – <i>Instant Center</i> para uma geometria de suspensão com braços paralelos .....	41
Figura 3.25 – Comportamento de uma suspensão com braços da suspensão convergentes e de comprimento iguais durante rolagem e <i>bump</i> .....	42
Figura 3.26 – Comportamento de uma suspensão com braços da suspensão convergentes e de	



comprimento desigual durante rolagem e bump.....	43
Figura 3.27 – Geometrias de direção.....	44
Figura 3.28 – Ângulo de <i>Caster</i> e <i>Caster Trail</i> .....	45
Figura 3.29 – Ângulo de pino-mestre e <i>Scrub Radius</i> .....	46
Figura 3.30 – Ângulo de convergência positivo e negativo .....	47
Figura 3.31 – Razão de instalação de uma suspensão do tipo <i>Trailing Arm</i> .....	48
Figura 3.32 – <i>Slip Angle</i> resultantes em comportamento neutro, <i>understeer</i> e <i>oversteer</i> .....	50
Figura 3.33 – Fatores que afetam o comportamento <i>understeer/oversteer</i> de um carro .....	52
Figura 4.1 – Fluxogramada metodologia empregada no projeto da suspensão.....	55
Figura 5.1 – Esboço inicial da suspensão dianteira .....	80
Figura 5.2 – Esboço da suspensão dianteira espelhada .....	81
Figura 5.3 – Esboço da suspensão dianteira e traseira .....	81
Figura 5.4 – Desenho 3D dos braços da suspensão .....	82
Figura 5.5 – Desenho do chassi e suspensão .....	83
Figura 5.6 – Modelagem 3D dos componentes da suspensão .....	83
Figura 5.7 – Modelagem 3D de todo o carro.....	84
Figura 5.8 – Projeto da suspensão no software <i>Lotus Suspension Analysis</i> .....	88

## LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 5.1 – Torque auto alinhante x <i>Slip Angle</i> .....	64
Gráfico 3.2 – Força lateral x <i>Slip Angle</i> .....	65
Gráfico 5.3 – Valores selecionados no gráfico de torque auto alinhante x <i>Slip Angle</i> .....	68
Gráfico 5.4 – Carga vertical nos pneus x Força lateral .....	71
Gráfico 5.5 – Rigidez dos pneus.....	76
Gráfico 5.6 – Cambagem durante uma rolagem de 1,35° .....	89
Gráfico 5.7 – Cambagem durante o esterçamento da direção .....	90
Gráfico 5.8 – Cambagem durante <i>bump</i> de 25,4mm.....	90
Gráfico 5.9 – Convergência durante <i>bump</i> de 25,4mm.....	91
Gráfico 5.10 – Altura do <i>Roll Center</i> durante <i>bump</i> de 25,4mm .....	92
Gráfico 5.11 – Altura do <i>Roll Center</i> durante uma rolagem de 1,35°.....	92
Gráfico 5.12 – Posição horizontal do <i>Roll Center</i> uma rolagem de 1,35° .....	93

## LISTA DE TABELAS

Tabela 5.1 – Parâmetros base para o projeto da suspensão .....	59
Tabela 5.2 – Valores de referência para o balanceamento de um Fórmula SAE .....	74
Tabela 5.3 – Parâmetros e valores da suspensão encontrados para a primeira e segunda iteração.....	75
Tabela 5.4 – Parâmetros adicionais da suspensão .....	79
Tabela 5.5 – Parâmetros finais do projeto .....	74
Tabela 5.6 – Valores de cambagem nas condições apresentadas .....	93
Tabela 5.7 – Valores de convergência durante um <i>bump</i> de 25,4mm .....	94
Tabela 5.8 – Localização vertical dos <i>Roll Centers</i> .....	94
Tabela 5.9 – Localização horizontal dos <i>Roll Centers</i> .....	94
Tabela 5.10 – Valores de cambagem inicial nas situações de rolagem e esterçamento .....	94
Tabela 5.11 – Configuração inicial otimizada de cambagem estática.....	95
Tabela 5.12 – Valores otimizados de cambagem nas situações de rolagem e esterçamento..	95

## LISTA DE SÍMBOLOS

$\alpha_f$	<i>Slip Angle</i> do pneu dianteiro
$\alpha_r$	<i>Slip Angle</i> do pneu traseiro
$\Delta W_y$	Trasferência lateral de carga simplificada
$\Delta W_f$	Trasferência lateral de carga dianteira
$\Delta W_r$	Trasferência lateral de carga traseira
$\Delta W_{fo}$	Diferença do carregamento em curva crítica para o estático na roda frontal de fora da curva ( <i>Front Outside</i> )
$\Delta W_{ro}$	Diferença do carregamento em curva crítica para o estático na roda traseira de fora da curva ( <i>Rear Outside</i> )
$\gamma_{estático\_F}$	Valor de cambagem estática na dianteira
$\gamma_{alvo\_F}$	Valor de cambagem alvo dianteira na condição de curva crítica
$\gamma_{estático\_R}$	Valor de cambagem estática na traseira
$\gamma_{alvo\_R}$	Valor de cambagem alvo traseira na condição de curva crítica
$\mu_{instantaneo}$	Coefficiente de atrito instantâneo
$\theta$	Ângulo de rolagem
$A_y$	Aceleração lateral
$DF$	<i>Drive Force</i>
$F_{front\_basic\_lat\_grip}$	<i>Grip</i> lateral frontal básico
$F_{front\_lat\_grip\_gerado}$	<i>Grip</i> gerado pelos pneus dianteiros
$F_{o\_lat\_grip}$	<i>Grip</i> lateral gerado pela roda frontal de fora da curva ( <i>Front Outside</i> )
$F_{i\_lat\_grip}$	<i>Grip</i> lateral gerado pela roda frontal de dentro da curva ( <i>Front Inside</i> )
$FVSA_F$	<i>Front View Swing Arm</i> dianteiro
$FVSA_R$	<i>Front View Swing Arm</i> traseiro
$GR$	Gradiente de rolagem
$G_{rip\_Change\_ITD}$	Mudança em <i>Grip</i> devido ao arrasto induzido do pneu
$G_{rip\_Change\_SAT}$	Mudança em <i>Grip</i> devido ao torque auto alinhante
$G_{rip\_Change\_RR}$	Mudança em <i>Grip</i> devido a resistência ao rolamento
$h_{CG}$	Altura do centro de gravidade
$h_s$	Braço do momento de rolagem
$IR_F$	Razão de instalação dianteira
$IR_R$	Razão de instalação traseira

$K_{rf}$	<i>Ride Rate</i> dianteiro
$K_{rr}$	<i>Ride Rate</i> traseiro
$K_S$	Spring Rate
$K_T$	Tire Spring Rate
$K_{WF}$	<i>Wheel Center Rate</i> frontal
$K_{WR}$	<i>Wheel Center Rate</i> traseiro
$K_\phi$	Rigidez à rolagem
$K_{\phi f}$	Rigidez à rolagem dianteira
$K_{\phi r}$	Rigidez à rolagem traseira
$K_{\phi_{ARB\_F}}$	Rigidez a rolagem da barra anti-rolagem ( <i>Anti-Roll Bar</i> ) frontal
$K_{\phi_{ARB\_R}}$	Rigidez a rolagem da barra anti-rolagem ( <i>Anti-Roll Bar</i> ) traseira
$L$	Entre eixos ( <i>Wheelbase</i> )
$m$	Massa
$M_{fo}$	Self-Aligning Torque na roda frontal de fora da curva ( <i>Front Outside</i> )
$M_{fi}$	Self-Aligning Torque na roda frontal de dentro da curva ( <i>Front Inside</i> )
$M_{ro}$	Self-Aligning Torque na roda traseira de fora da curva ( <i>Rear Outside</i> )
$M_{ri}$	Self-Aligning Torque na roda traseira de dentro da curva ( <i>Rear Inside</i> )
$M_{u\_ITD}$	Momento resultante em <i>understeer</i> devido ao arrasto induzido do pneu
$M_{u\_RR}$	Momento resultante em <i>understeer</i> devido a resistência ao rolamento
$M_{u\_SAT}$	Momento resultante em <i>understeer</i> devido o torque auto alinhante
$RC_F$	Altura do <i>Roll Center</i> dianteiro
$RC_R$	Altura do <i>Roll Center</i> traseiro
$R_{ear\_basic\_lat\_grip}$	<i>Grip</i> lateral traseiro básico
$R_{ear\_lat\_grip}$	<i>Grip</i> lateral traseiro sem o momento resultante em <i>understeer</i>
$R_{required\_Front\_lat\_grip}$	<i>Grip</i> lateral dianteiro requerido
$R_{required\_Rear\_lat\_grip}$	<i>Grip</i> lateral traseiro requerido
$R_{o\_lat\_grip}$	<i>Grip</i> lateral gerado pela roda traseira de fora da curva ( <i>Rear Outside</i> )
$R_{i\_lat\_grip}$	<i>Grip</i> lateral gerado pela roda traseira de dentro da curva ( <i>Rear Inside</i> )
$R_{ear\_lat\_grip\_gerado}$	<i>Grip</i> gerado pelos pneus traseiros
$T$	Bitola ( <i>Track</i> )
$W$	Peso
$W_f$	Peso frontal
$W_{fi}$	Carregamento na roda frontal de dentro da curva ( <i>Front Inside</i> )
$W_{fo}$	Carregamento na roda frontal de fora da curva ( <i>Front Outside</i> )

$W_{ri}$  Carregamento na roda traseira de dentro da curva (*Rear Inside*)  
 $W_{ro}$  Carregamento na roda traseira de fora da curva (*Rear Outside*)

## SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO .....	17
2	OBJETIVOS DO TRABALHO .....	19
2.1	Objetivos Específicos .....	19
3	REFERENCIAL TEÓRICO .....	20
3.1	A questão imposta em uma corrida .....	20
3.2	Peso, massa e transferência de peso .....	21
3.2.1	Entre eixos e bitola .....	21
3.2.2	Transferência longitudinal de carga .....	22
3.2.3	Transferência lateral de carga.....	23
3.2.4	Momento polar de inercia .....	23
3.3	Pneus.....	24
3.3.1	Coefficiente de atrito .....	25
3.3.2	<i>Slip Angle</i> .....	26
3.3.3	A relação entre <i>Slip Angle</i> e força lateral gerado pelo pneu .....	27
3.3.4	Ângulo de câmber .....	30
3.3.5	Torque auto alinhante .....	32
3.3.6	Rigidez do pneu .....	33
3.3.7	Pressão do pneu .....	33
3.3.8	Temperatura do pneu .....	34
3.4	Geometria da suspensão.....	35
3.4.1	Movimentos da suspensão do veículo .....	35
3.4.2	Relação entre <i>Grip</i> , <i>câmber</i> , <i>bump</i> , <i>rebound</i> e <i>roll</i> .....	37
3.4.3	Braços da suspensão paralelos e de comprimentos iguais .....	38
3.4.4	<i>Roll Center</i> , <i>Roll Axis</i> , <i>Instant Center</i> e <i>Front View Swing Arm</i> .....	38
3.4.5	Braços da suspensão convergentes e de comprimentos iguais.....	41
3.4.6	Braços da suspensão convergentes e comprimento desigual .....	42
3.5	Geometria da direção .....	43
3.5.1	Geometria de Ackermann.....	43
3.5.2	Ângulo de Caster e <i>Caster Trail</i> .....	45
3.5.3	Ângulo de pino-mestre e <i>Scrub Radius</i> .....	46
3.5.4	Ângulo de convergência .....	47
3.5.5	Razão de instalação .....	48

3.6	Taxas e razões de rigidez da suspensão .....	48
3.7	<i>Understeer, oversteer</i> , estabilidade e balanceamento .....	49
3.7.1	Fatores que afetam o comportamento <i>understeer/oversteer</i> .....	51
3.7.1.1	Resistência ao rolamento.....	51
3.7.1.2	Torque auto alinhante .....	51
3.7.1.3	Arrasto induzido do pneu, <i>Induced Tyre Drag</i> .....	51
3.7.1.4	<i>Drive Force</i> .....	52
3.8	Outros trabalhos sobre suspensão .....	49
4	<b>METODOLOGIA</b> .....	54
4.1	Projeto da Suspensão .....	54
4.2	Fase de pré-projeto da suspensão .....	56
4.3	Fase de definição da rigidez da suspensão .....	56
4.4	Fase de definição da cinemática da suspensão.....	57
5	<b>RESULTADOS E DISCUSSÃO</b> .....	59
5.1	Parâmetros base do veículo em estudo .....	59
5.2	Condição de curva crítica .....	59
5.3	Definição da rigidez da suspensão e balanceamento do carro .....	60
5.3.1	Determinação do gradiente de rolagem.....	60
5.3.2	Distribuição da rigidez à rolagem .....	60
5.3.3	Definição da altura dos <i>Roll Centers</i> .....	61
5.3.4	Determinação das rigidezes à rolagem dianteira e traseira.....	61
5.3.5	Determinação da variação de carga na condição crítica .....	61
5.3.6	Definição do curso da suspensão .....	62
5.3.7	Determinação da rigidez da suspensão.....	62
5.3.8	Contribuição da rigidez da suspensão para o <i>Roll Rate</i> e rigidez da barra estabilizadora .....	63
5.4	Verificação do balanceamento do veículo através de dados do pneu .....	64
5.4.1	Carregamentos das rodas em curva.....	65
5.4.2	<i>Grip</i> lateral requerido básico .....	66
5.4.3	Momento resultante em <i>understeer</i> devido a resistência ao rolamento .....	66
5.4.4	Momento resultante em <i>understeer</i> devido o torque auto alinhante.....	67
5.4.5	Momento resultante em <i>understeer</i> devido ao arrasto induzido do pneu.....	69
5.4.6	Calculado da <i>Drive Force</i> .....	70
5.4.7	<i>Grip</i> lateral requerido.....	70



5.4.8	<i>Slip Angle</i> e comportamento do veículo.....	73
5.5	Projeto cinemático da suspensão.....	75
5.5.1	Determinação da razão de instalação dos balancins .....	76
5.5.2	Cálculo do ganho de câmber da suspensão e <i>Front View Swing Arm</i> .....	78
5.5.3	Parâmetros adicionais da suspensão.....	79
5.6	Projeto 3D da suspensão .....	80
5.7	Parâmetros finais do projeto .....	84
5.8	Análise dos resultados da rigidez da suspensão .....	86
5.9	Análise dos resultados cinemáticos .....	88
5.10	Resultados alcançados pelo veículo na 16ª Competição de Fórmula SAE Brasil .	96
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	97
7	CONCLUSÃO.....	98
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	99
	ANEXOS .....	101

## 1 INTRODUÇÃO

A suspensão veicular está presente nos carros desde o surgimento dos primeiros modelos no final do século XIX, sendo derivadas das utilizadas em carroças. Desde então os tipos e configurações de suspensão foram e continuam evoluindo. Atualmente os tipos mais comuns encontrados em veículos nas ruas são a barra de torção, Mc Pherson, feixe de molas, Duplo-A e Multilink. Em um carro de rua, o seu objetivo primário é promover conforto para os passageiros de dentro de um veículo, porém para um carro de corrida a sua principal função é a otimização do contato do pneu e a pista com o intuito de maximizar a fricção entre o pneu e o solo. Apesar de objetivos diferentes, ambos são alcançados através do estudo da dinâmica veicular, e para aprofundar e desenvolver conhecimentos tanto teóricos quanto práticos nessa área, estudantes de engenharia podem participar da competição de Fórmula SAE.

O Fórmula SAE é um carro monoposto, *open wheel*, *open cockpit* e de tração traseira. É um projeto desenvolvido e construído por estudantes de engenharia para participarem das competições de Fórmula SAE ou *Formula Student* que ocorrem em 20 países pelo mundo. A suspensão desenvolvida nesse estudo pertence ao terceiro carro desenvolvido e construído pela equipe Zeus Formula SAE da Universidade Federal de Lavras, no ano de 2019 para a 16ª Competição de Fórmula SAE BRASIL. A Figura 1.1 a seguir apresenta o carro desse trabalho.

Figura 1.1 – Veículo Z-03 da equipe Zeus Formula SAE



Fonte: Do autor (2019).

A suspensão do veículo é do tipo independente nos dois eixos, o que permite que cada roda no mesmo eixo se mover na vertical (*bump* ou *rebound*) de forma independente da outra. Em ambos os eixos ela será do tipo duplo-A, na qual dois braços de controle (em forma de A), com rótulas esféricas em suas extremidades, ligam a manga de eixo ao chassi. A suspensão dianteira é do tipo Pull-Rod, enquanto a suspensão traseira é do tipo Push-Rod. Por fim, ambos os eixos possuem barras estabilizadoras para o ajuste do comportamento do carro.

Como se pode imaginar o desenvolvimento da suspensão de um veículo é um processo bastante complexo, com inúmeros conhecimentos gerais da engenharia e específicos da mecânica requeridos, etapas de análises e avaliações, além de iterações para a melhora do projeto. Um fator que contribui para a dificuldade de se realizar o projeto de suspensão de um Fórmula SAE é que muitos conhecimentos necessários estão espalhados por diversas literaturas e por isso não fazem a ligação entre essas informações. Esse trabalho buscou então desenvolver uma metodologia de projeto que correlaciona a parte de rigidez e cinemática da suspensão. Além disso procurou-se também identificar o comportamento dinâmico do carro e realizar a análise cinemática da suspensão.

Uma observação importante a se fazer é que apesar desse trabalho estar voltado para um carro de competição, os conceitos e princípios aprendidos podem ser utilizados para outros tipos de veículos. Para os carros de passeio, além do conforto dos passageiros, o estudo da cinemática do veículo pode ser utilizado para a realização de carros mais estáveis e seguros em situações de emergências, como frenagens bruscas e mudanças abruptas de direção, além de facilitar a dirigibilidade e o controle.

## 2 OBJETIVOS DO TRABALHO

O objetivo desse trabalho é desenvolver uma metodologia para o projeto de uma suspensão que envolve e correlaciona tanto a parte da rigidez da suspensão quanto a sua parte cinemática. Outro objetivo desse trabalho foi a determinação do balanceamento do carro a partir da utilização de dados de pneus. Além disso, buscou-se o uso de um software de análise cinemática para realizar a otimização da configuração inicial do veículo.

### 2.1 Objetivos Específicos

1. Determinar o *Wheel Center Rate*, *Ride Rate* e a Razão de Instalação dos balancins. Esses são parâmetros que correlacionam a rigidez da suspensão com a cinemática.
2. Desenvolver um fluxograma detalhado sobre os passos necessários para realizar o projeto de uma suspensão.
3. Encontrar os carregamentos verticais e as forças laterais exercidas nos pneus.
4. Quantificar o *understeer/oversteer* através do *Slip Angle* dos pneus.
5. Determinar o ganho de cambagem durante *bump* e uma curva (rolagem mais esterçamento da direção).
6. Definir um valor de cambagem estática dianteira aprimorada.

### 3 REFERENCIAL TEÓRICO

Nessa seção é apresentado conceitos fundamentais para a compreensão dos fatores que influenciam na dinâmica veicular e os parâmetros que se precisam encontrar e estabelecer para se realizar o projeto de uma suspensão Duplo-A.

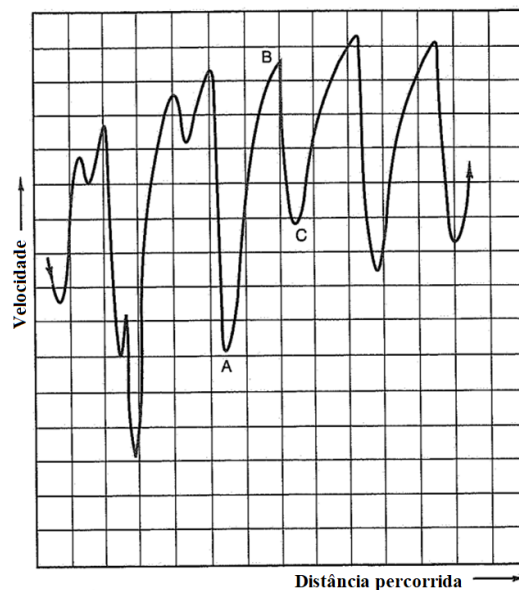
#### 3.1 A questão imposta em uma corrida

De acordo com Seward (2014) o objetivo de uma corrida é percorrer um circuito no menor tempo possível. E para realizar isso o piloto deve:

- Acelerar o carro para a maior velocidade possível.
- Frear o carro o mais tardio possível e na menor distância.
- Realizar curvas no menor tempo e sair das curvas com a maior velocidade possível para que a vantagem da velocidade seja levada para a reta subsequente.

Com essas condições estabelecidas, tanto Seward (2014) quanto Milliken (1995) apontam que em nenhum momento um bom piloto conduzirá o carro a velocidade constante, com exceção de situações de tráfego, segurança ou limitado pela velocidade máxima do veículo. A Figura 3.1, a seguir, mostra a velocidade de um carro de competição ao longo de um percurso.

Figura 3.1 – Velocidade de um carro de corrida ao longo de um percurso



Fonte: Milliken (1995) adaptado.

Segundo Seward (2014), para o carro acelerar ou mudar de direção ele deve ser submetido a uma força externa e a principal fonte dessa força ocorre na interface entre os pneus e o solo, conhecida como banda de contato do pneu. Essa força é comumente conhecida como *Grip*, e sua maximização é um critério de design importante para um carro de competição. Um bom projeto de suspensão é fundamental para a maximização do *Grip* e conforme Rill (2011) aponta ela também deve:

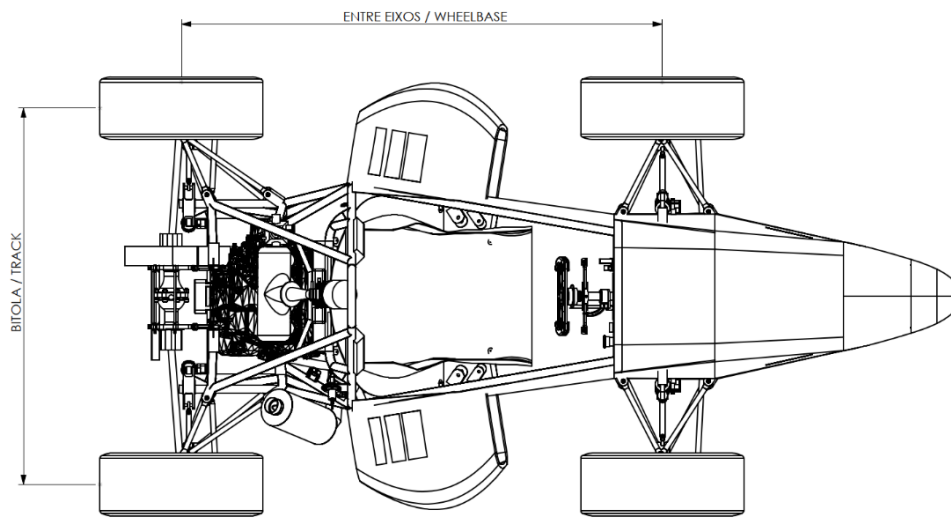
- Suportar o carro e seu peso.
- Manter o alinhamento correto das rodas.
- Controlar a direção de deslocamento do veículo.
- Manter os pneus em contato com o solo.
- Reduzir o efeito das forças causadas por choque.

## 3.2 Peso, massa e transferência de peso

### 3.2.1 Entre eixos e bitola

De acordo com Bravo (2013), o entre eixos ou *wheelbase* é a distância entre o centro da roda dianteira e o centro da roda traseira, medido lateralmente e sem o esterçamento da direção. A bitola ou *track* é a distância entre o plano central das rodas esquerda e direita de um mesmo eixo. A bitola do eixo dianteiro e do eixo traseiro podem ter medidas diferentes, sendo um dos parâmetros do projeto de uma suspensão. A Figura 3.2 abaixo apresenta essas dimensões.

Figura 3.2 – Entre eixos e bitola



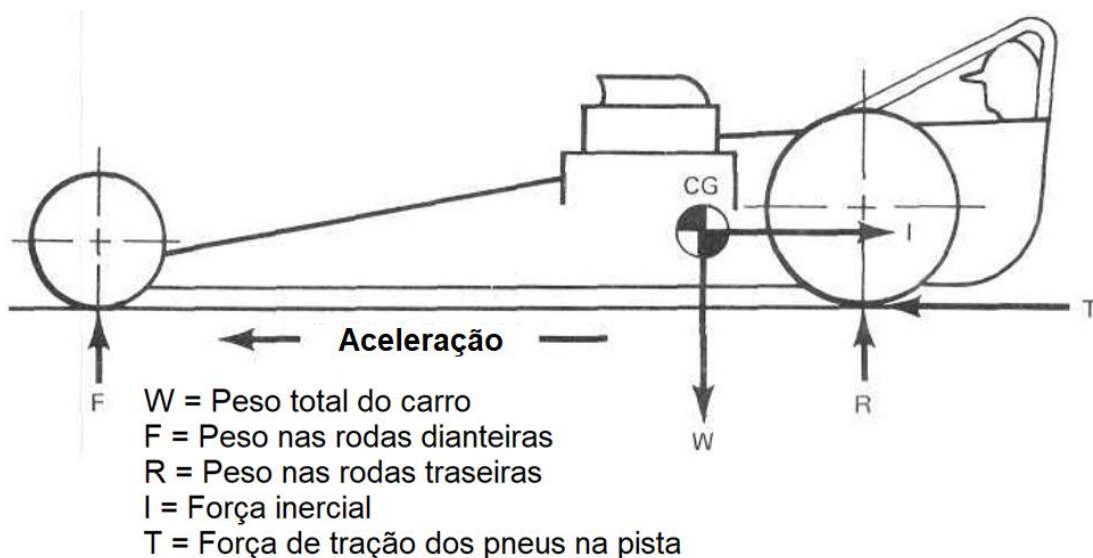
Fonte: Do autor (2022).

### 3.2.2 Transferência longitudinal de carga

Segundo Smith (1978) essa transferência de carga ocorre no plano longitudinal, durante a aceleração e desaceleração (frenagem) do veículo. De acordo com Puhn (1987), quando um carro acelera, os pneus movem o carro para frente devido a força de tração contra o solo. O carro é submetido a uma força inercial que age oposta a força acelerando o carro. A força inercial atua em todas as partes do veículo, mas pode ser considerada atuando no centro de gravidade do carro, que fica a uma distância da superfície enquanto a força de tração dos pneus traseiros atua no solo.

Puhn (1987) descreve que, da mesma forma que a força centrífuga em uma curva resulta os pneus de fora da curva ficarem mais carregados, durante uma aceleração peso é reduzido nas rodas dianteiras e aumentado nas rodas traseiras do veículo. Aumentando o peso ou força vertical nos pneus traseiros durante uma aceleração, a transferência de peso aumenta a força de tração gerada pelos pneus traseiros, resultando em uma melhor aceleração para um carro de tração traseira. A Figura 3.3, abaixo, apresenta a situação de aceleração descrita por Puhn (1987).

Figura 3.3 – Transferência longitudinal de carga durante uma aceleração



Fonte: Puhn (1987) adaptado.

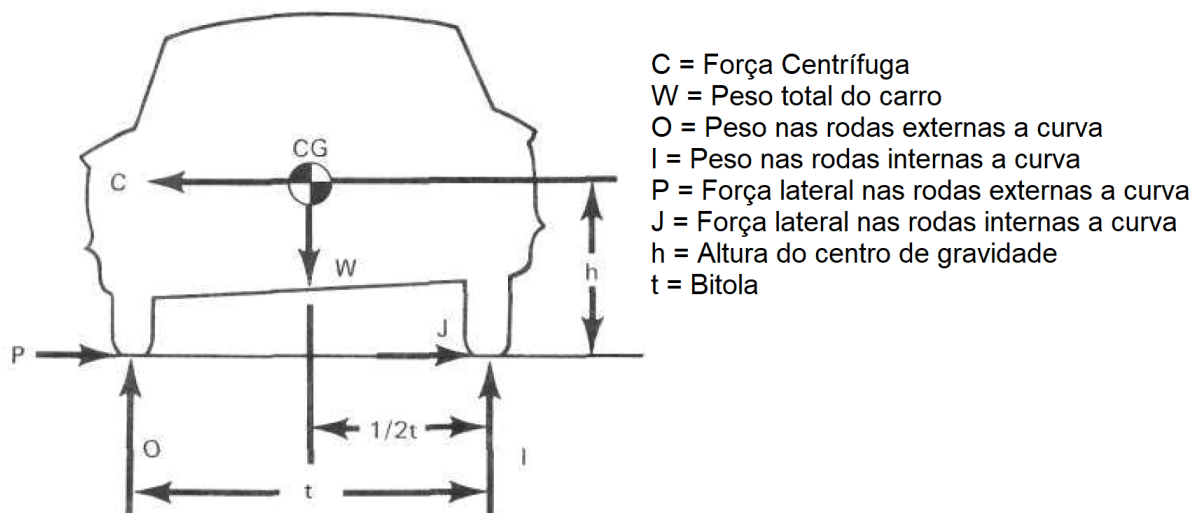
Smith (1978) apresenta a fórmula da transferência longitudinal de carga como:

$$\text{Transferência longitudinal de carga} = \text{Aceleração} \times \frac{\text{Peso} \times \text{Altura do CG}}{\text{Entre eixos}}$$

### 3.2.3 Transferência lateral de carga

Segundo Puhn (1987) a transferência Lateral de Carga ocorre durante curvas, de maneira similar a transferência longitudinal de carga que ocorre durante a aceleração e frenagem. A força centrífuga age lateralmente no centro de gravidade do carro na direção oposta ao centro da curva. Pelo fato de o centro de gravidade estar a uma distância do solo, peso é removido das rodas internas a curva e colocado nas rodas externas a curva. O peso total nas quatro rodas permanece constante durante esse processo. A Figura 3.4, abaixo, apresenta a situação de curva descrita por Puhn (1987).

Figura 3.4 – Transferência lateral de carga durante uma curva



Fonte: Puhn (1987) adaptado.

Smith (1978) apresenta a fórmula da transferência lateral de carga como:

$$\text{Transferência lateral de carga} = \text{Aceleração lateral} \times \frac{\text{Peso} \times \text{Altura do CG}}{\text{Bitola}}$$

### 3.2.4 Momento polar de inércia

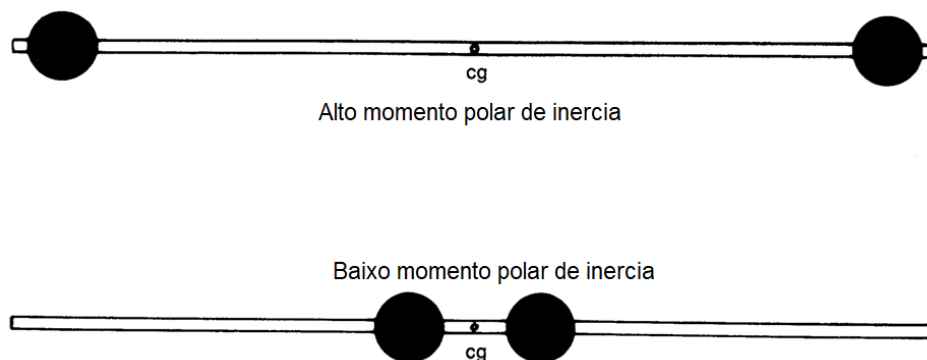
Conforme Puhn (1987) explica, o quão rápido um carro reage ao esterçamento da direção depende do seu momento polar de inércia. Isso é a resistência do carro a realizar uma curva. O momento polar de inércia não é só dependente do peso do carro, mas também na distribuição de peso do veículo. Quanto mais distante um peso estiver do centro de gravidade



do carro, maior será seu momento polar de inercia.

Puhn (1987) continua, um carro com um grande momento polar de inercia tem uma grande resistência a mudar de direção. Ele reage de maneira mais devagar ao esterçamento da direção que um carro com um baixo momento polar de inercia. Apesar do efeito adverso em curva, um veículo com um grande momento polar de inercia tende a ser mais estável em altas velocidades. A Figura 3.5, abaixo, exemplifica como duas barras com mesmo peso e localização de centro de gravidade podem ter momento polar de inercia diferentes.

Figura 3.5 – Barras com mesmo peso, porém momento polar de inercia diferentes.



Fonte: Smith (1978) adaptado.

### 3.3 Pneus

Conforme descrito por Gillespie (1992), todas forças que controlam e afetam o veículo, com exceção das forças aerodinâmicas, são geradas na banda de contato entre o pneu e o solo. Assim as forças de controle críticas que determinam como um veículo faz curva, freiam e aceleram são desenvolvidas em quatro bandas de contato não maiores que uma mão. O conhecimento das relações entre pneus, as suas condições de operação e as forças e momentos desenvolvidos na banda de contato é um aspecto essencial da dinâmica do veículo.

Gillespie (1992) complementa que as três principais funções de um pneu é:

- Suportar a carga vertical do veículo, enquanto amortece contra choques provenientes da pista.
- Desenvolver forças longitudinais para aceleração e freio.
- Desenvolver forças laterais para curvas.

De acordo com Seward (2014), o *Grip* de um pneu de competição é composto por três

componentes:

- Fricção – Em que o coeficiente de fricção varia conforme a temperatura e velocidade de rolamento.
- Intertravamento – Em que a borracha se deforma entorno de micro ressaltos e rebaixos na superfície da pista.
- Adesão – Em que um pneu efetivamente se gruda na pista, particularmente quando atinge a temperatura de trabalho (80°C a 110°C).

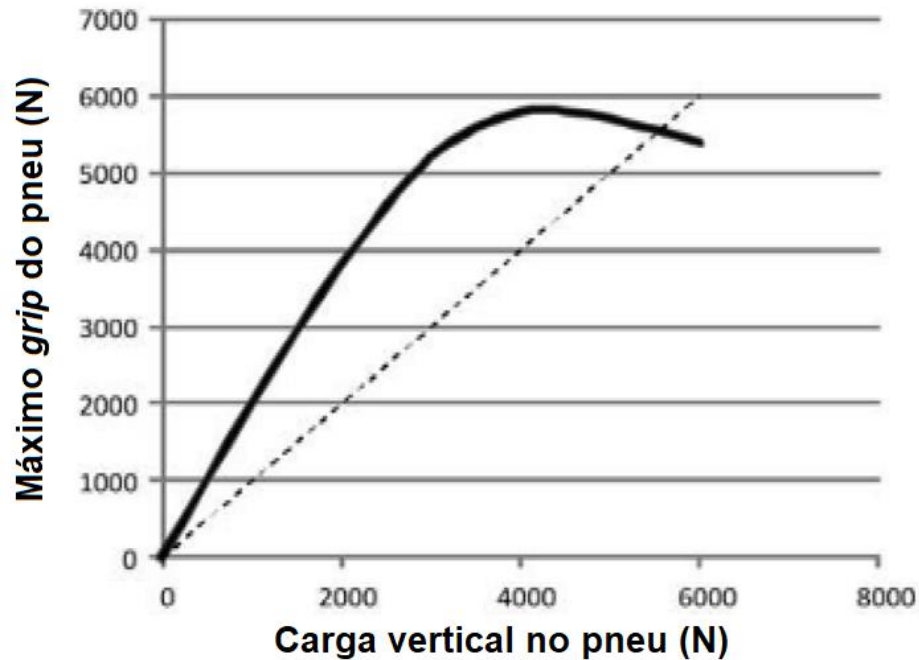
Seward (2014) complementa que para o intertravamento e adesão o *Grip* aumenta com a largura do pneu.

### 3.3.1 Coeficiente de atrito

Conforme diz Smith (1978), um pneu de corrida não segue a Lei de Fricção de Newton, que é para corpos lisos. Um pneu de competição pode, e gera, forças maiores que a carga vertical aplicada sobre eles. Além disso o pneu pode desenvolver uma combinação entre forças laterais e longitudinais. No caso da combinação de uma força lateral e uma aceleração/desaceleração, a soma das forças pode ser consideravelmente maior que a máxima força que pode ser desenvolvida em uma única direção.

Smith (1978) complementa que é importante lembrar que a força que pode ser desenvolvida pelo pneu é o produto de uma carga vertical instantânea aplicada e o coeficiente de atrito máximo que ocorre devido as condições existentes. Naturalmente ambas dessas condições mudam constantemente com a variação na velocidade, transferência de carga, condições da pista, temperatura e pressão dos pneus etc.

Conforme descrito por Seward (2014) à medida que a carga vertical no pneu aumenta, o *Grip* também aumenta, porém a uma taxa progressivamente mais devagar, um fenômeno conhecido como sensibilidade do pneu. Esse fenômeno pode ser visto na Figura 3.6 abaixo, que apresenta o *Grip* de um pneu de corrida e uma linha pontilhada representando a Lei de Fricção de Newton, com um coeficiente de atrito com valor de um.

Figura 3.6 – *Grip* de um pneu de corrida

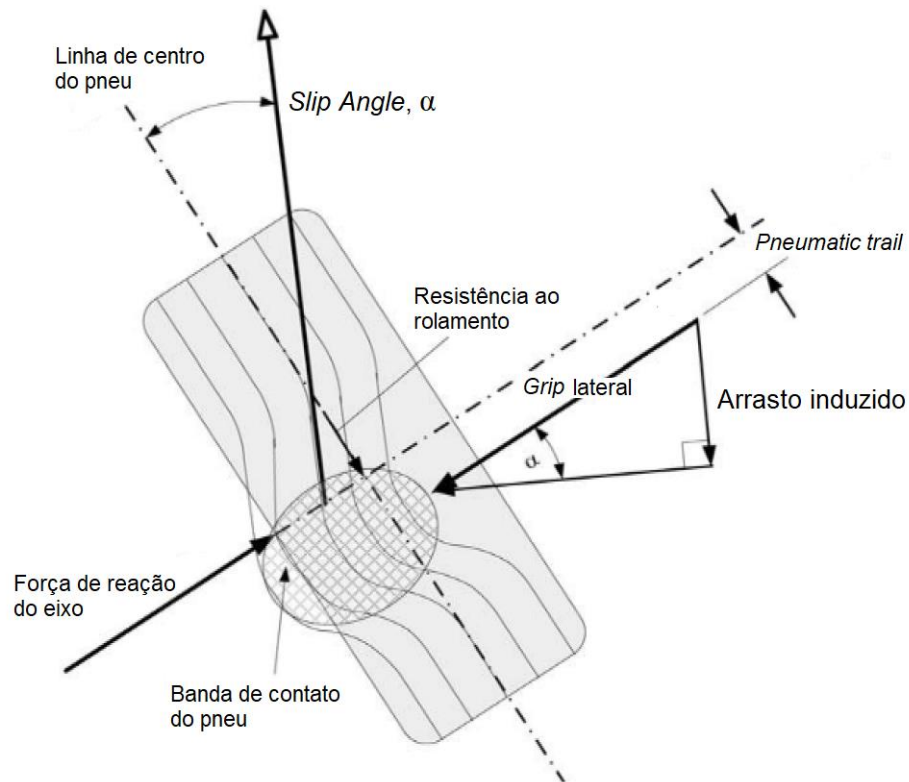
Fonte: Seward (2014) adaptado.

Seward (2014) complementa, com o aumento da carga vertical haverá um momento que o *Grip* do pneu chegará em um pico e depois começará a cair. A partir desse momento o pneu está sobrecarregado. A divisão do valor de *Grip* pela carga vertical do pneu em um ponto específico na figura 2.6 pode ser considerado um coeficiente de atrito instantâneo.

### 3.3.2 *Slip Angle*

Smith (1978) define o *Slip Angle* como o deslocamento angular entre o plano de rotação da roda (a direção que a roda está apontando) e o caminho que o pneu rodando irá seguir na superfície da roda. Para um veículo mudar de direção, independente da velocidade do carro ou do raio de curvatura, cada um dos pneus do veículo deve assumir algum valor de *Slip Angle*. A Figura 3.7 abaixo mostra a banda de contato do pneu e o seu *Slip Angle* em uma vista a partir do solo.

Figura 3.7 – *Slip Angle* do pneu visto a partir do solo.



Fonte: Seward (2014) adaptado.

Conforme descrito por Puhn (1987), o *Slip Angle* ocorre porque um pneu é um elemento elástico. Uma força aplicada no pneu em qualquer direção distorce a sua forma básica. A força gerada no pneu durante uma curva o distorce lateralmente no ponto de contato com o solo. Essa distorção lateral faz o carro seguir um caminho a um ângulo em relação a direção que a roda aponta.

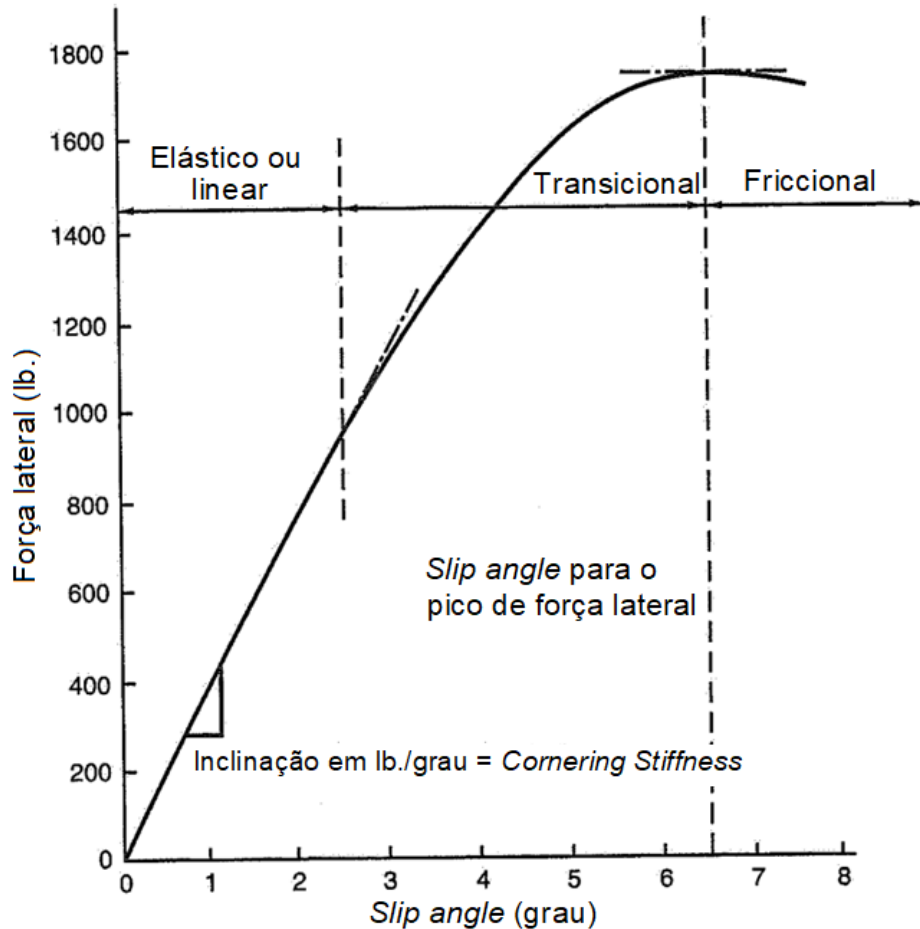
De acordo com Puhn (1987), não há uma transição abrupta entre um pneu mantendo o seu *Grip* e um pneu perdendo o seu *Grip* lateral e derrapando, apesar de parecer dessa forma para o piloto. Assim não há um ponto em que o termo *Slip Angle* não é mais relevante para o ângulo entre a direção de movimento do carro e a direção que as rodas apontam.

### 3.3.3 A relação entre *Slip Angle* e força lateral gerado pelo pneu

Conforme descrito por Smith (1978), a força lateral gerado pelo pneu, também conhecido como *Cornering Force*, varia com o *Slip Angle* do pneu durante uma curva. A força lateral aumenta com o aumento do *Slip Angle* até que, em um valor específico de *slip angle*, ela atinge um valor máximo. Após esse ponto, qualquer aumento no valor do *Slip Angle* irá resultar

em uma redução na força lateral gerada. A Figura 3.8 abaixo apresenta uma curva típica de força lateral por *Slip Angle* um pneu de corrida.

Figura 3.8 – Força lateral por *Slip Angle* de um pneu de corrida.  
P215/60 R15 Goodyear Eagle GT-S (raspado para corrida) 31 psi.  
Para uma carga vertical, nesse caso 1800 lb.

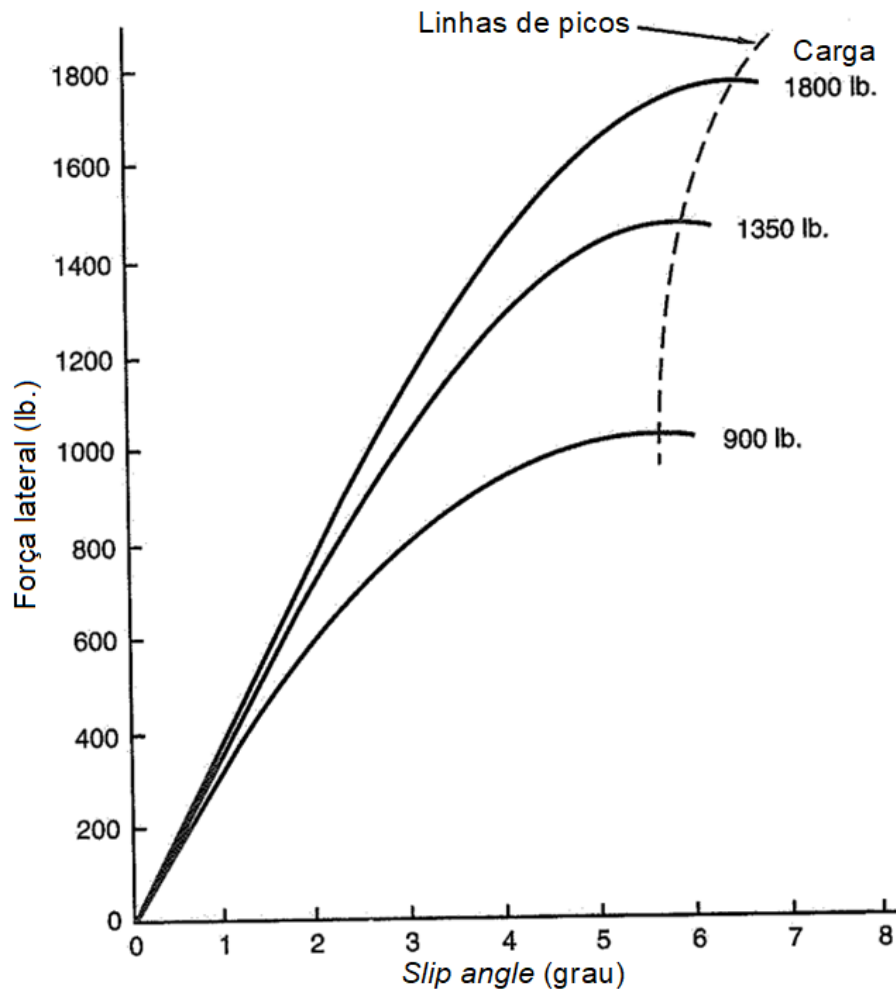


Fonte: Milliken (1995) adaptado.

Conforme diz Milliken (1995), os dados de forças e momentos gerados por pneus são obtidos a partir de testes realizados em laboratórios com máquinas específicas para teste de pneus. Quando um pneu é testado com uma série de cargas verticais, as curvas de força lateral aparecem como na Figura 3.9 abaixo.

Figura 3.9 – Força lateral por *Slip Angle* de um pneu com diversas cargas verticais.

P215/60 R15 Goodyear Eagle GT-S (raspado para corrida) 31 psi.



Fonte: Milliken (1995) adaptado.

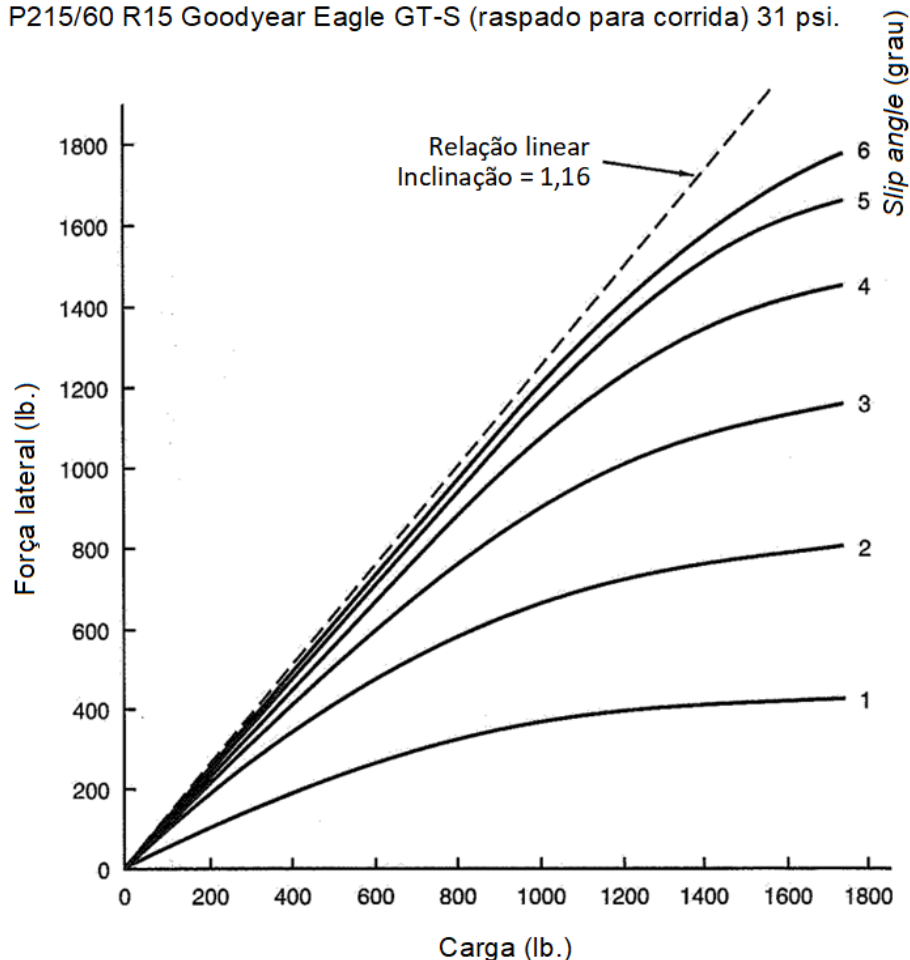
Milliken (1995) observa que com o aumento da carga vertical, o pico da força lateral ocorre a um *Slip Angle* maior. Puhn (1987) complementa que o topo da curva de força lateral por *Slip Angle* de um pneu pode ser plana ou aguda, dependendo das características do pneu e de suas condições particulares de operação. Uma curva plana permite ao piloto maior margem de pilotagem por permitir um aumento no *Slip Angle* sem uma queda na força lateral gerada pelo pneu.

Segundo Puhn (1987), pilotos aprendem a sentir o aumento no *Slip Angle* e o interpretam como um aviso da iminente perda de atrito do pneu. Isso é desejável, pois permite ao piloto corrigir uma velocidade excessiva em curva e permanecer nos limites de controle do veículo. Uma curva de força lateral por *Slip Angle* aguda significa perda repentina de atrito, levando a uma derrapagem do pneu com muito pouco aviso ao piloto.

Por fim, conforme descrito por Milliken (1995), o gráfico de força lateral por *Slip Angle* possui uma variação importante, que seria o gráfico de força lateral por carga vertical no pneu para cada *Slip Angle*. Esse tipo de representação é útil para análise de um par de pneus em um veículo com suspensão de eixo único com transferencial lateral de carga. A Figura 3.10 abaixo apresenta esse tipo de gráfico.

Figura 3.10 – Força lateral por carga vertical para cada *Slip Angle* do pneu

P215/60 R15 Goodyear Eagle GT-S (raspado para corrida) 31 psi.

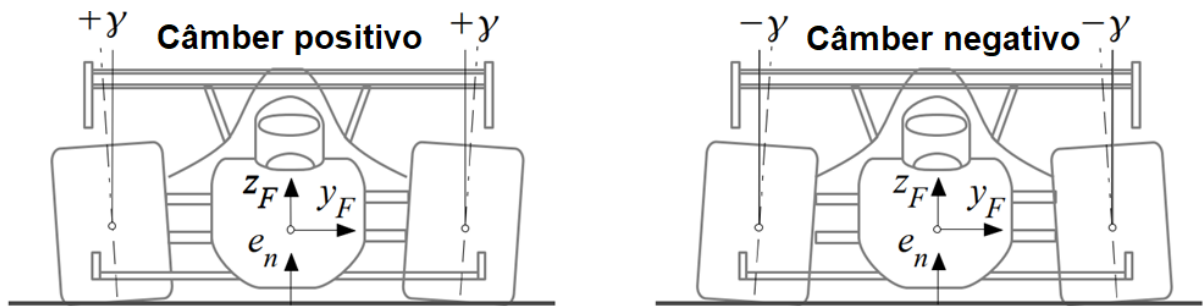


Fonte: Milliken (1995) adaptado.

### 3.3.4 Ângulo de câmbio

De acordo com Rill (2011) e Seward (2014) a cambagem é o ângulo entre o plano da roda em relação a vertical, visto a partir da frente ou de trás do carro, como na Figura 3.11, abaixo. Se a roda se inclinar para fora do carro, ela tem um câmbio positivo, caso ela se inclinar para o chassi, ela tem câmbio negativo.

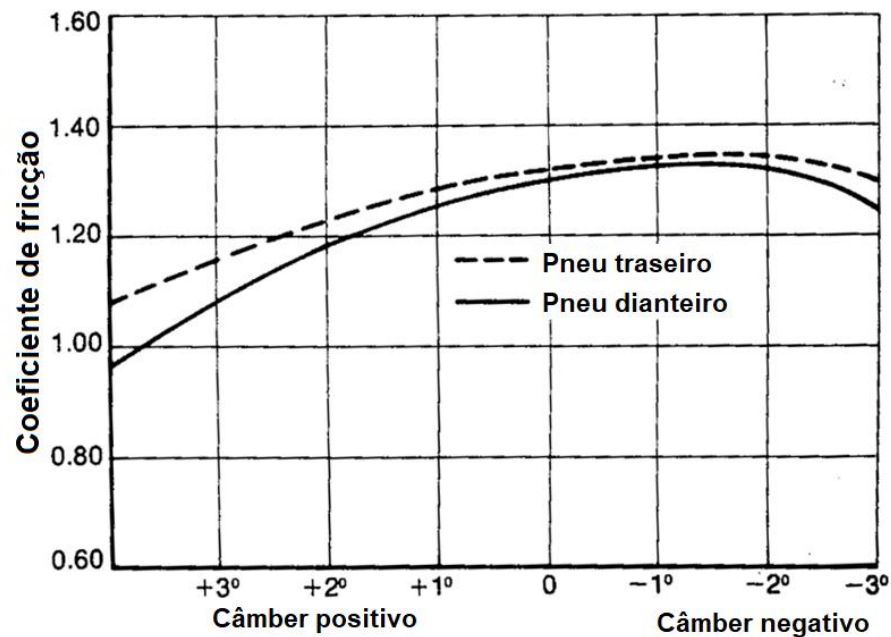
Figura 3.11 – Ângulo de cambagem positivo e negativo



Fonte: Rill (2011) adaptado.

Smith (1978) e Rill (2011) apontam que um pneu gera força lateral máxima durante as curvas se for operado com um ângulo de cambagem do pneu ligeiramente negativo. Isso ocorre devido o fenômeno de *camber thrust* causado pelo endireitamento do arco da banda de contato quando o pneu rola pela pista. Se o pneu possui um câmbem negativo, a força causada pelo *camber thrust* age em direção ao centro da curva, aumentando o *Grip* lateral do pneu. Se o pneu possui um câmbem positivo, a força causada pelo *camber thrust* age na direção de fora da curva, reduzindo o *Grip* lateral do pneu. A Figura 3.12 a seguir apresenta a relação entre o ângulo de câmbem e coeficiente de atrito instantâneo de um pneu.

Figura 3.12 – Relação entre o ângulo de câmbem e coeficiente de atrito instantâneo de um pneu



Fonte: Smith (1978) adaptado.



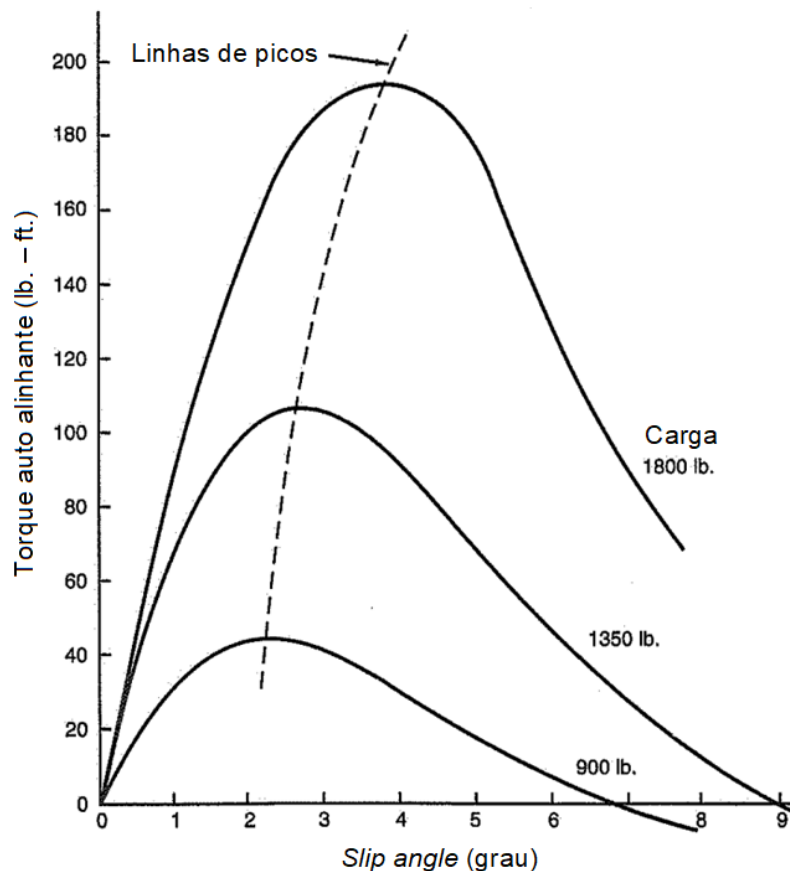
### 3.3.5 Torque auto alinhante

De acordo com Smith (1978), quando uma força lateral é aplicada a um pneu rolando o ponto de resistência a curva (o centro efetivo da banda de contato do pneu) está localizado a uma distância afora e atrás do centro geométrico do pneu. Isso é devido a deformação elástica da borracha e é referido como *pneumatic trail*. Já que a força lateral gerada pelo pneu age por esse centro dinâmico, essa distância é o braço de um momento, e a resistência do pneu a curva através desse braço de um momento se torna um torque que tende a retornar o pneu da direção que se está tentando virar para de volta a direção que a banda de rolagem está girando.

Smith (1978) continua, a resistência inicial a curva se forma rapidamente, mas começa a reduzir a partir da metade do valor de *Slip Angle* do pico de coeficiente de atrito instantâneo. Ele atinge o valor mínimo entorno do mesmo momento que o coeficiente de atrito começa a reduzir. A Figura 3.13 a seguir apresenta o torque auto alinhante de um pneu para diferentes cargas verticais.

Figura 3.13 – Torque auto alinhante de um pneu para diferentes cargas verticais

P215/60 R15 Goodyear Eagle GT-S (raspado para corrida) 31 psi.



Fonte: Milliken (1995) adaptado.

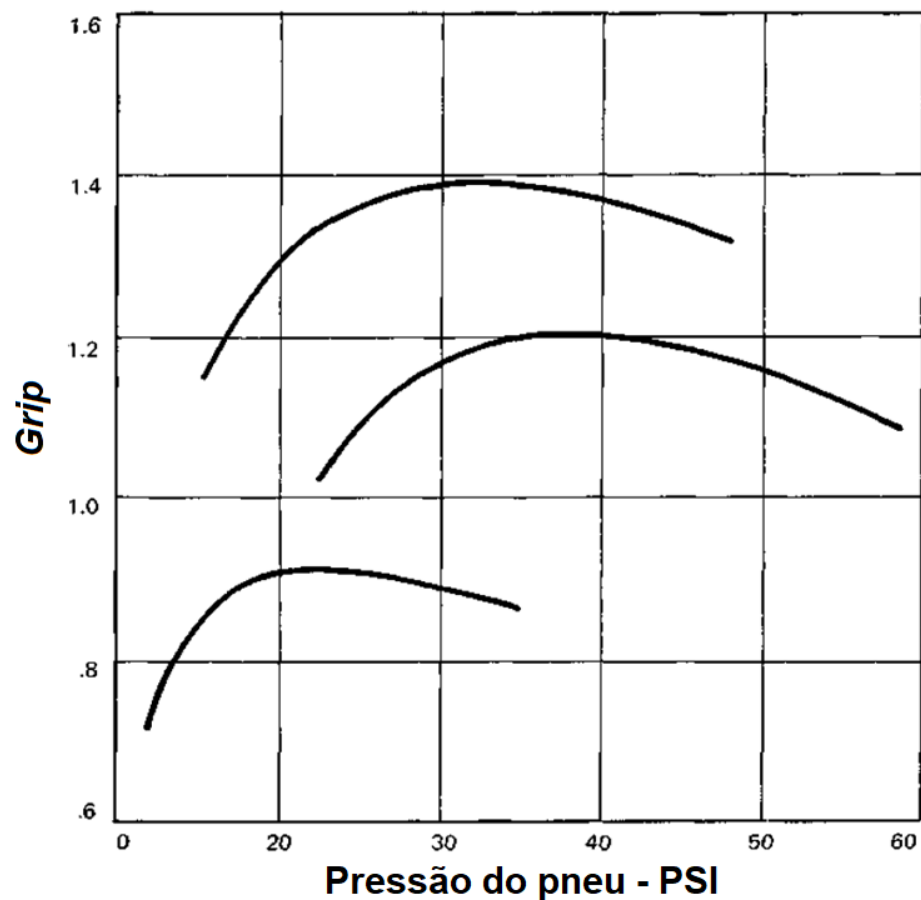
### 3.3.6 Rigidez do pneu

Segundo Smith (1978), todo pneu possui sua própria razão elástica e características de amortecimento. Não é possível alterá-la, a não ser pelo ajuste da pressão dos pneus. Maiores pressões no pneu resultam em um maior Spring Rate e menor amortecimento.

### 3.3.7 Pressão do pneu

Conforme descrito por Puhn (1987), há uma pressão otimizada para cada pneu, permitindo o maior *Grip* possível. Qualquer pressão maior que a ótima resultará no arqueamento do centro da banda de rolagem causando perda de tração, enquanto qualquer pressão abaixo da ótima causará um excesso de distorção do pneu e perda de tração. A Figura 3.14 abaixo apresenta o *Grip* para três pneus a diferentes pressões, nela observa-se que se perde mais *Grip* devido subinflação que o mesmo valor de superinflação dos pneus.

Figura 3.14 – Valor de *Grip* para três pneus com diferentes pressões

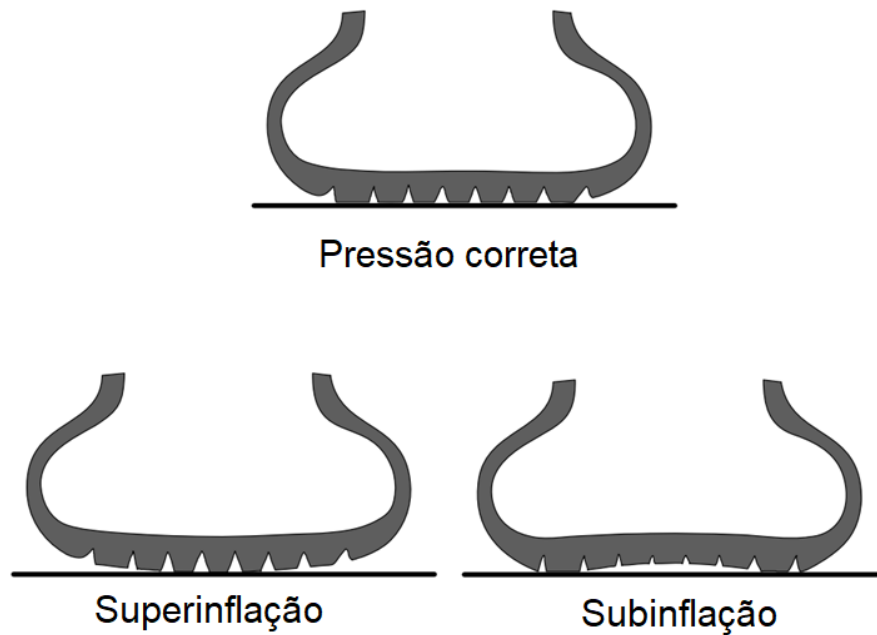


Fonte: Puhn (1987) adaptado.

De acordo com Jazar (2008), além do efeito negativo na tração dos pneus, a superinflação também aumenta a rigidez do pneu, o que reduz o conforto durante a condução e gera vibração. Além disso, a inflação excessiva faz com que o pneu transmita cargas de choque para a suspensão e reduz a capacidade do pneu de suportar as cargas necessárias para se realizar curvas, acelerações e frenagens.

Jazar (2008) complementa que a subinflação resulta em rachaduras e separação dos componentes do pneu. Além disso, aumenta a flexão da parede lateral do pneu e a resistência ao rolamento, o que resulta em aumento do calor e falhas mecânicas. A capacidade de carga de um pneu é determinada pela sua pressão de enchimento, portanto pressão insuficiente resulta em um pneu sobrecarregado que opera em alta deflexão, com baixa economia de combustível e comportamento ruim. A Figura 3.15 abaixo apresenta a vista transversal da banda de contato de pneus com a pressão correta, superinflação e subinflação dos pneus.

Figura 3.15 – Vista transversal da banda de contato de pneus com a pressão correta, superinflação e subinflação



Fonte: Jazar (2008) adaptado.

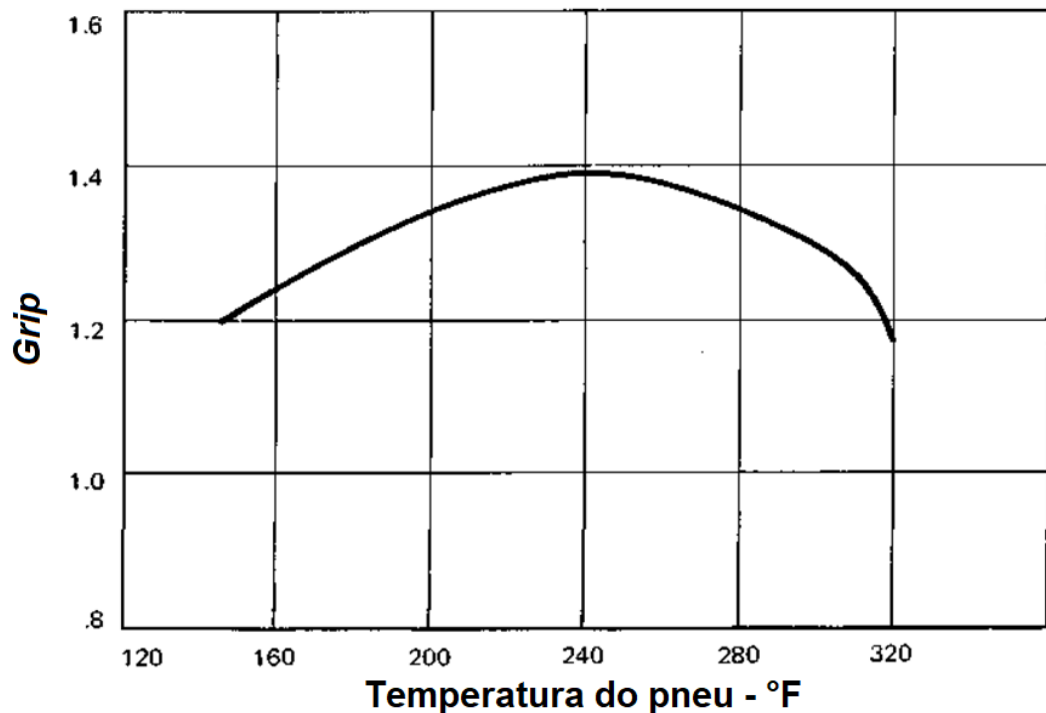
### 3.3.8 Temperatura do pneu

Conforme diz Puhn (1987), uma característica importante dos pneus é o efeito da temperatura no *Grip*. Em pneus de competição a borracha é feita para operar da melhor forma em uma certa temperatura ótima e qualquer outra temperatura resultará em uma perda de *Grip*.

A temperatura dos pneus é determinada pela temperatura ambiente e pelo aquecimento devido as forças laterais e longitudinais causadas por curvas, acelerações e frenagens. A Figura 3.16 abaixo apresenta o *Grip* gerado por um pneu a diferentes temperaturas.

Smith (1978) complementa que qualquer processo que envolve fricção gera calor. Uma porção da energia envolvida na compressão e distorção da banda de rolagem na região da banda de contato não é restaurada ao pneu quando ela retorna à posição original e sim é convertida em calor. Alguma parte desse calor produzido é irradiado para o ar, mas outra parte é armazenado no pneu. Idealmente a temperatura subirá até um balanço térmico ser atingido e irá estabilizar.

Figura 3.16 – *Grip* gerado por um pneu a diferentes temperaturas



Fonte: Puhn (1987) adaptado.

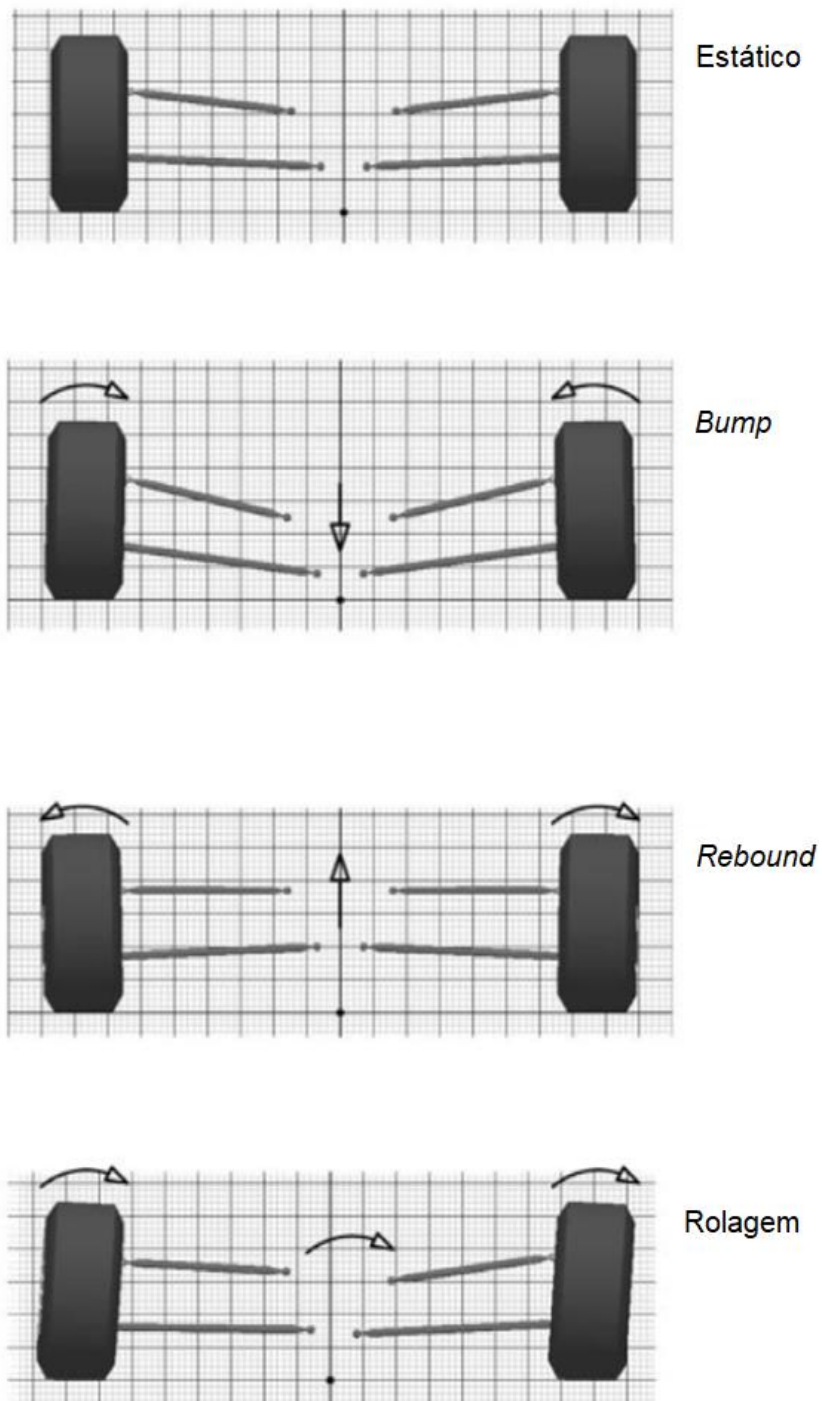
### 3.4 Geometria da suspensão

#### 3.4.1 Movimentos da suspensão do veículo

Conforme descrito por Smith (1978), há dois tipos de movimento da suspensão de um veículo, o movimento vertical de uma ou ambas as rodas e o movimento do chassi em rolagem. Dixon (1996) descreve como *bump* o deslocamento para cima de uma roda em relação ao chassi do carro. O movimento oposto, o deslocamento para baixo da roda, é chamado de *rebound*.

Segundo Dixon (1996), o movimento de rolagem, ou *roll*, da suspensão é definido como a rotação da massa suspensa do veículo entorno de um eixo dianteiro-traseiro em relação a uma linha transversal ligando um par de centro de rodas. Seward (2014) complementa que no movimento de rolagem as rodas de um lado do carro se movem para cima, enquanto do outro lado se movem para baixo. A Figura 3.17 a seguir apresenta os movimentos da suspensão.

Figura 3.17 – Movimentos da suspensão de um veículo



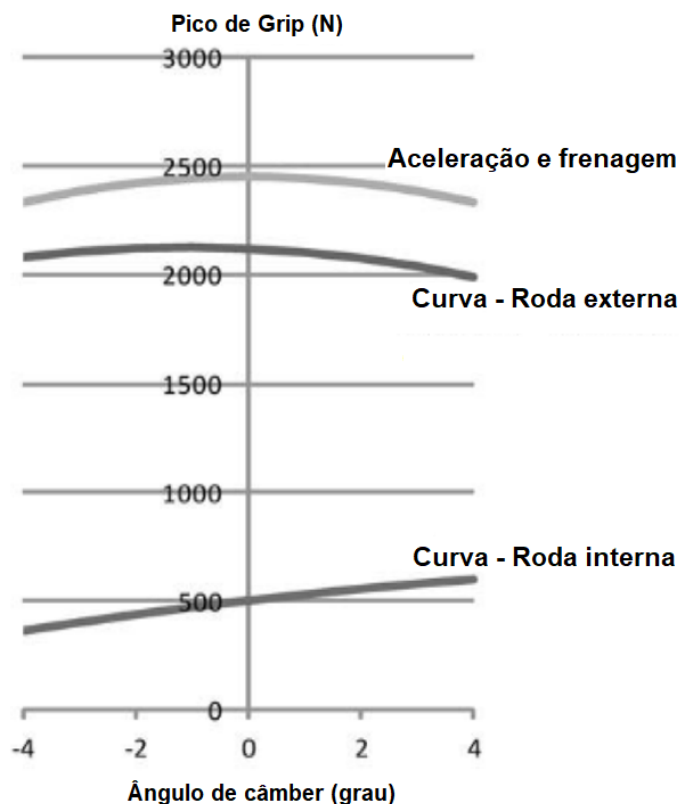
Fonte: Seward (2014) adaptado.

### 3.4.2 Relação entre *Grip*, *câmb*er, *bump*, *rebound* e *roll*

Conforme descrito por Seward (2014), a natureza do movimento dos braços da suspensão em relação ao chassi é muito importante para as características de pilotagem do carro e muito sensível a localização dos pontos de fixação no chassi. Pequenas mudanças na geometria dos pontos de ligações podem fazer mudanças significativas no movimento cinemático das rodas.

De acordo com Smith (1978), se deve buscar controlar a variação de cambagem da roda e a variação da bitola devido o movimento das rodas e/ou massa suspensa. Busca-se maximizar a área da banda de contato do pneu e atingir pressão uniforme nessa região com o objetivo de obter o máximo de tração sobre frenagem e aceleração. Para isso deve-se manter a roda na posição vertical quando a suspensão está submetida ao movimento vertical da massa suspensa causada pela transferência longitudinal de carga. Ao mesmo tempo, e pelas mesmas razões, procura-se deixar as rodas internas e externas a uma curva na vertical a superfície da pista devido a rolagem da massa suspensa. A Figura 3.18 a seguir apresenta o *Grip* de um pneu de um veículo submetido a uma aceleração/frenagem e a uma curva.

Figura 3.18 – *Grip* de um pneu submetido a uma aceleração/frenagem e curva

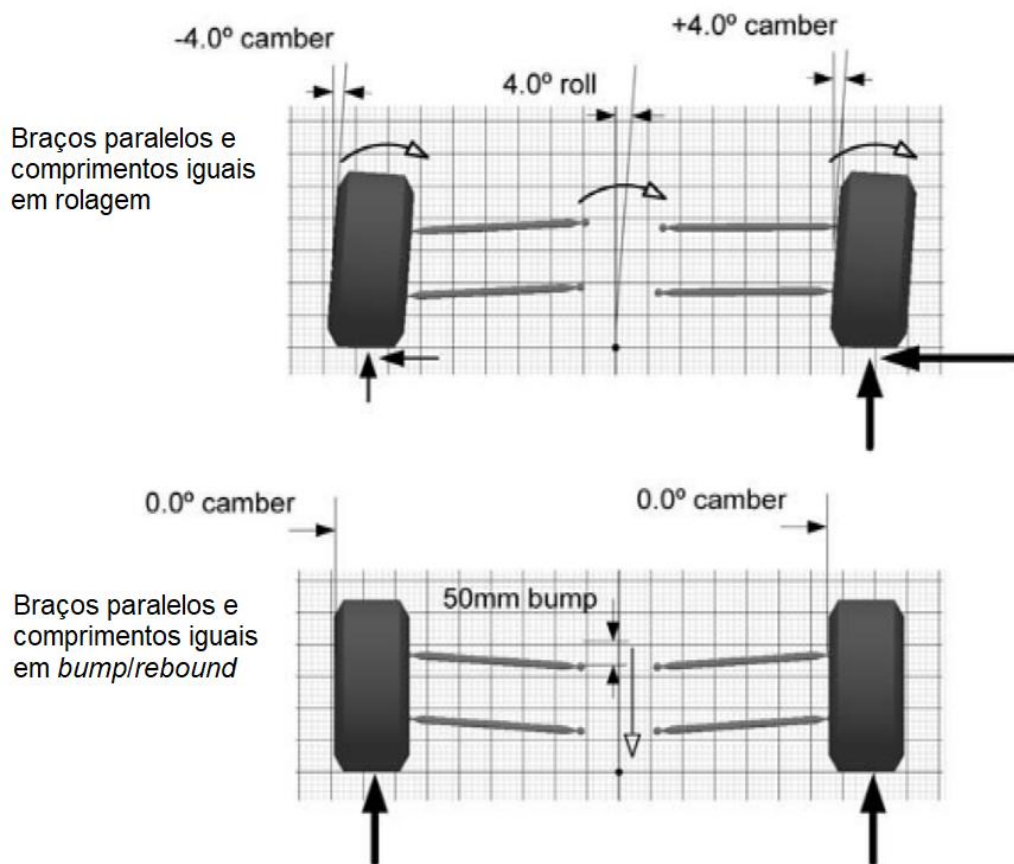


Fonte: Seward (2014) adaptado.

### 3.4.3 Braços da suspensão paralelos e de comprimentos iguais

De acordo com Smith (1978) em uma geometria de braços da suspensão paralelos e de comprimentos iguais pelo fato de as ligações formarem um paralelogramo, não haverá mudança na cambagem durante o movimento vertical das rodas. Há, entretanto, uma mudança considerável na medida da bitola, o que é indesejável. Além disso, quando o chassi rola, as rodas ganham a mesma quantidade de cambagem que o valor de rolagem do chassi, isso não é bom em nenhuma condição e quanto mais largo os pneus forem, mais prejudicial será para o carro. A Figura 3.19 abaixo apresenta o comportamento dessa geometria de suspensão.

Figura 3.19 – Comportamento de uma suspensão com braços da suspensão paralelos e de comprimento iguais durante rolagem e *bump*



Fonte: Seward (2014) adaptado.

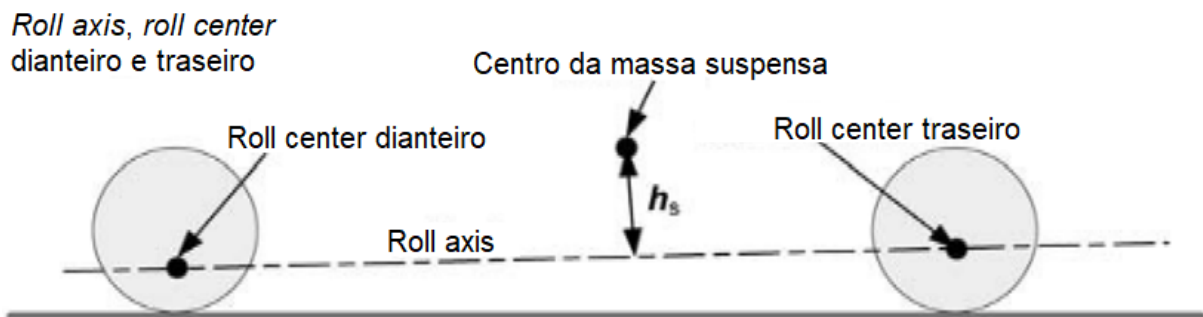
### 3.4.4 Roll Center, Roll Axis, Instant Center e Front View Swing Arm

Para se melhor compreender o comportamento de uma geometria de suspensão com braços da suspensão convergentes e de comprimentos iguais precisa-se conhecer os conceitos

de *Roll Center*, *Roll Axis*, *Instant Center* e *Front View Swing Arm*.

De acordo com Smith (1978) o *Roll Center* de uma suspensão é o ponto, no plano transversal dos eixos do carro, em que a massa suspensa daquele lado do carro irá rolar durante a influência de uma força centrífuga. O *Roll Axis* é uma linha reta que liga o *Roll Center* dianteiro e traseiro, formando um eixo em que a massa suspensa rola durante uma curva. A Figura 3.20 abaixo apresenta essas definições.

Figura 3.20 – *Roll Center* e *Roll Axis* de um veículo



Fonte: Seward (2014) adaptado.

A seguir Seward (2014) apresenta algumas posições em que o *Roll Center* se pode encontrar.

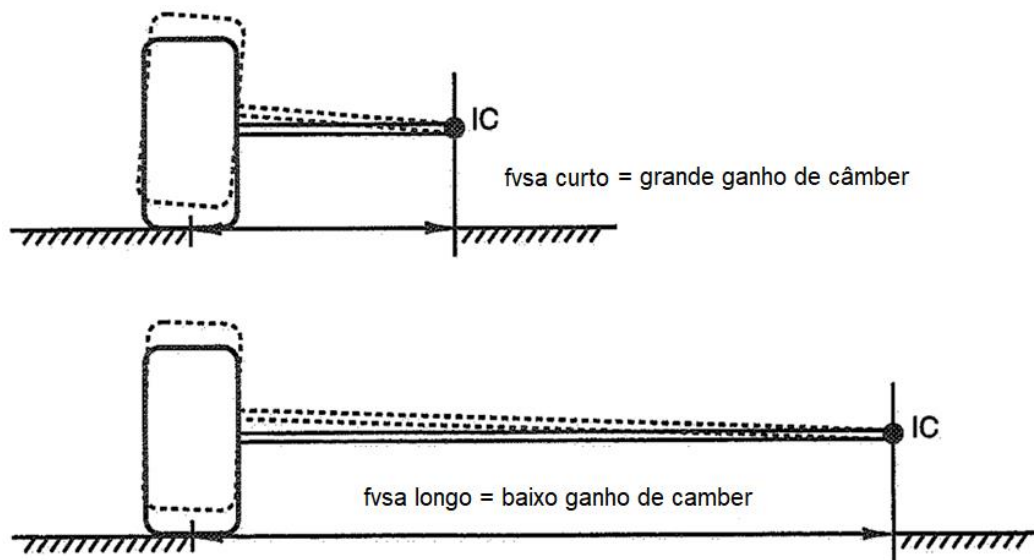
- *Roll Center* coincidente com o centro da massa suspensa: Não há rolagem durante a curva. Perde-se a possibilidade de tunar/balancear o carro com a uma *Anti-Roll Bar*.
- *Roll Center* acima do centro da massa suspensa: O chassi iria rolar para o lado “errado”, o topo do chassi iria inclinar-se para o lado de dentro da curva.
- *Roll Center* abaixo do solo: Resulta em um grande movimento lateral do *Roll Center* durante a rolagem. O movimento excessivo do *Roll Center* afeta adversamente o balanceamento do carro e deve ser evitado.
- Alto *Roll Center* (entre o chão e o centro de massa): Resulta em dois novos problemas: O lateral *Wheel Scrub* e o fenômeno de *Jacking*. A rolagem também é importante para balancear o comportamento *understeer/oversteer* do carro. Um alto *Roll Center* reduz o braço de momento de rolagem do carro.

O *Instant Center*, definido por Seward (2014) como o ponto de interseção projetado entre os braços da suspensão do veículo. O movimento da roda, em relação ao chassi, apresenta



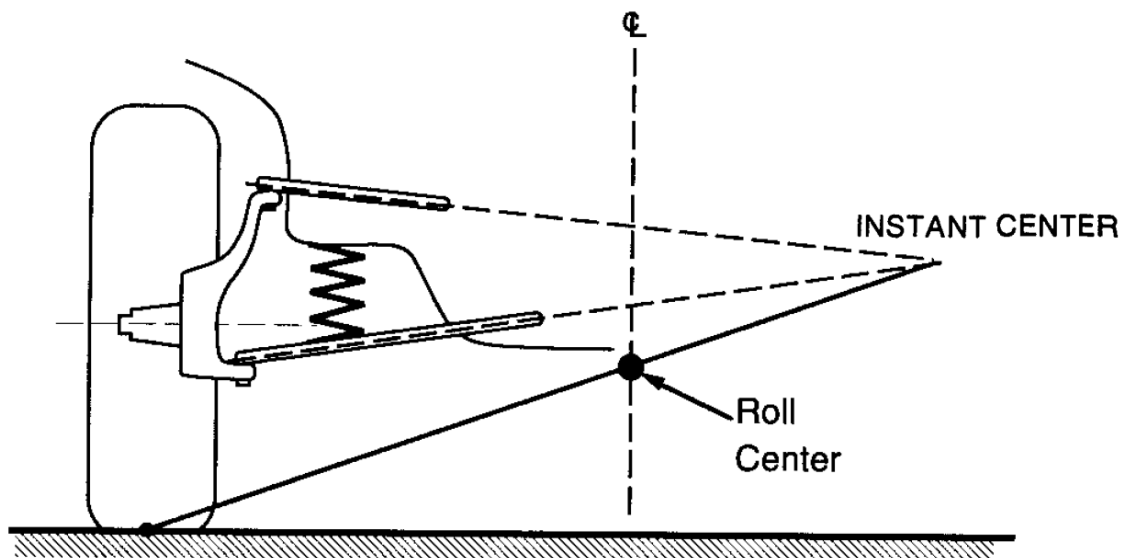
um trajeto circular envolta desse ponto. A palavra “instant” é usada, pois com a mudança da geometria da suspensão esse ponto se desloca. Isso implica que para pequenos movimentos a suspensão pode ser considerada um braço oscilante rígido conectado a roda e que pivota no *Instant Center* como visto na Figura 3.21 abaixo. Essa consideração de um braço oscilante é chamada de *Front View Swing Arm*. As Figuras 3.22, 3.23 e 3.24 a seguir apresentam o *Instant Center* para geometrias de suspensão com braços convergentes, divergentes e paralelos, respectivamente.

Figura 3.21 – Conceito do *Front View Swing Arm*



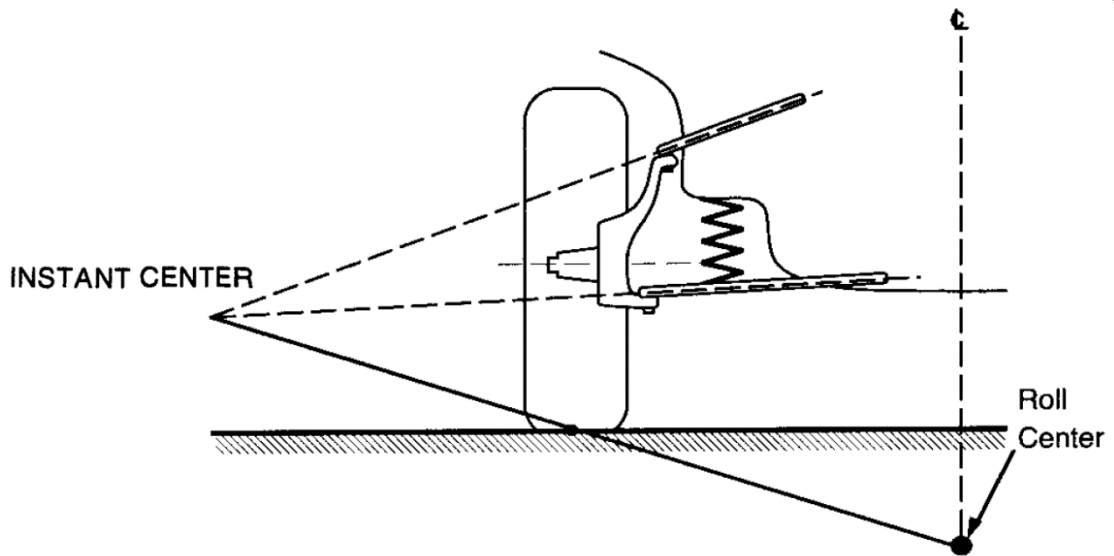
Fonte: Milliken (1995) adaptado.

Figura 3.22 – *Instant Center* para uma geometria de suspensão com braços convergentes



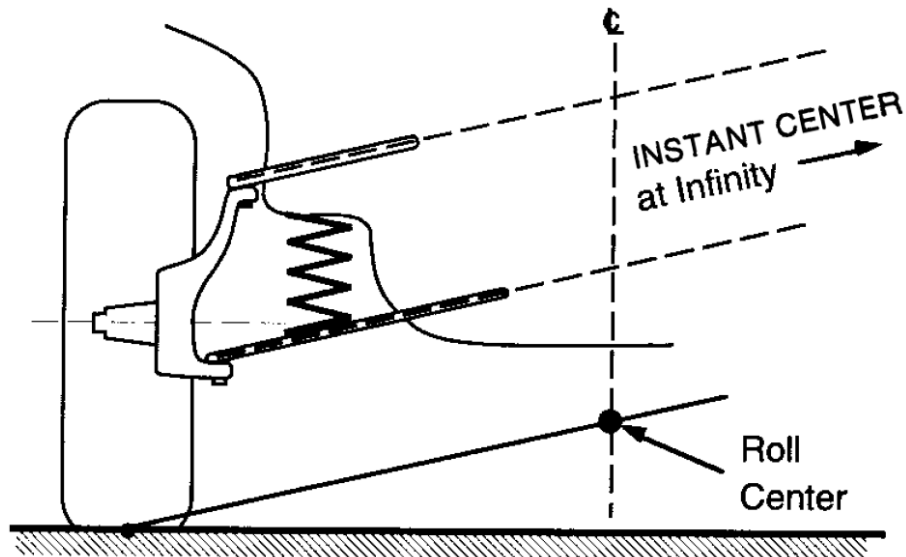
Fonte: Gillespie (1992) adaptado.

Figura 3.23 – *Instant Center* para uma geometria de suspensão com braços divergentes



Fonte: Gillespie (1992) adaptado.

Figura 3.24 – *Instant Center* para uma geometria de suspensão com braços paralelos



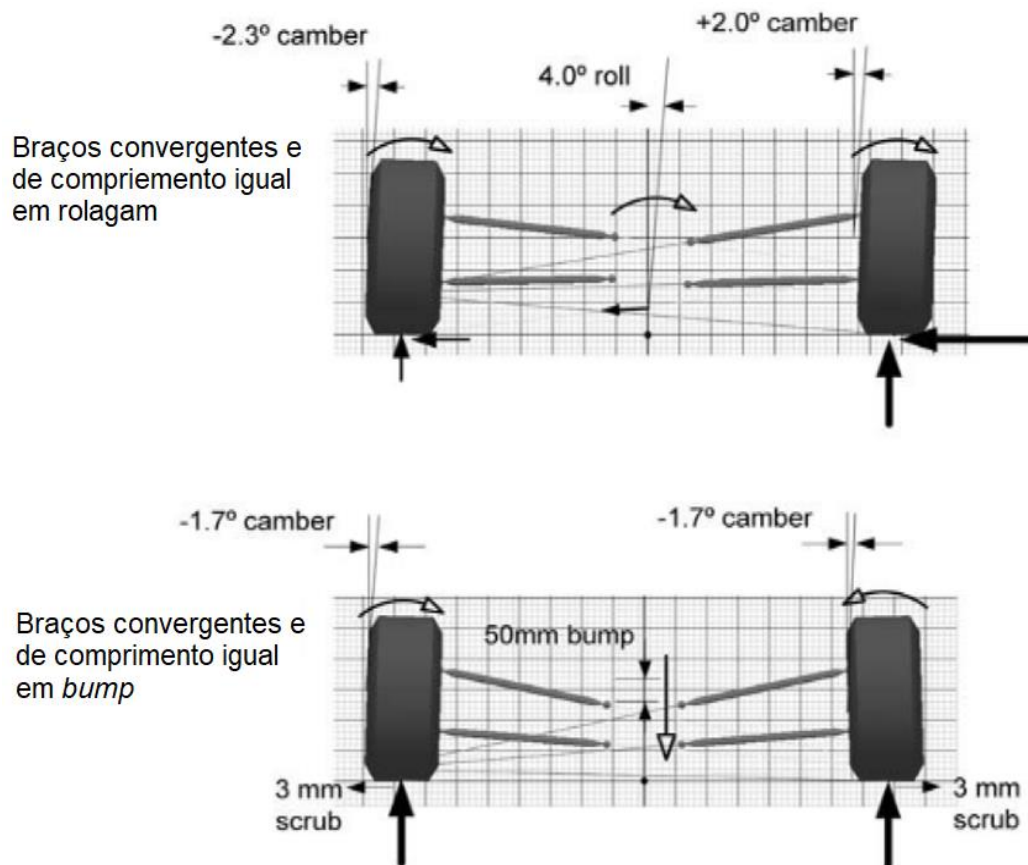
Fonte: Gillespie (1992) adaptado.

### 3.4.5 Braços da suspensão convergentes e de comprimentos iguais

De acordo com Seward (2014) braços da suspensão convergentes e de comprimentos iguais, quando comparados com braços paralelos, resultam em melhor controle da cambagem durante a rolagem, porém menor controle durante as situações de *bump* e *rebound*. Essa transição é completamente dependente no grau de convergência. Em um caso de convergência

extrema, em que os pontos de fixação no chassi se encontrassem em um mesmo ponto de pivotamento na linha de centro do carro, a variação de câmbor durante a rolagem seria zero, mas a variação de câmbor durante *bump* e *rebound* seria grande. Seria efetivamente uma situação completamente oposta a uma geometria de suspensão com braços paralelos. A Figura 3.25 abaixo apresenta o comportamento de uma geometria de suspensão com braços convergentes e comprimentos iguais.

Figura 3.25 – Comportamento de uma suspensão com braços da suspensão convergentes e de comprimento iguais durante rolagem e *bump*



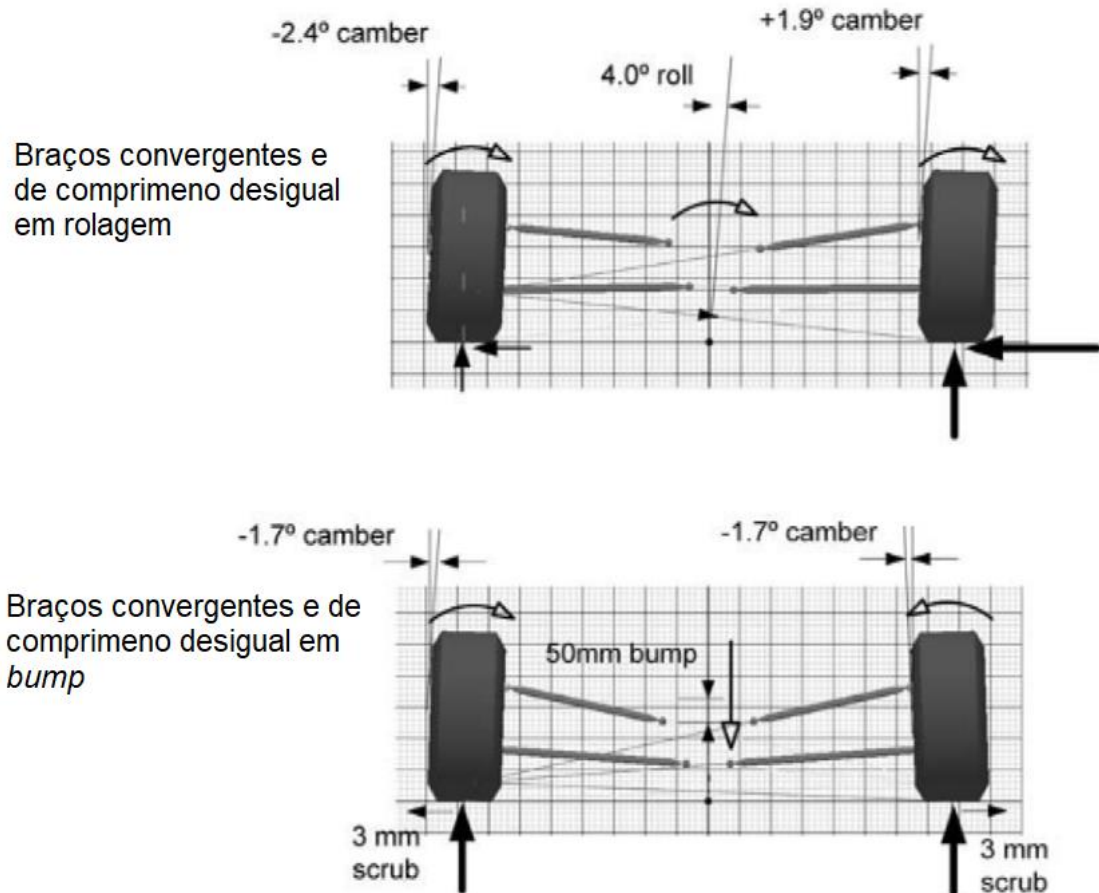
Fonte: Seward (2014) adaptado.

### 3.4.6 Braços da suspensão convergentes e comprimento desigual

Segundo Seward (2014) braços de suspensão convergentes e comprimento desigual não possuem grandes diferenças na variação de câmbor ou bitola, quando comparado com braços convergentes e de comprimento igual. Porém apresenta que a maior vantagem dessa geometria é de reduzir o movimento vertical e horizontal do *Roll Center*. A Figura 3.26 abaixo apresenta

o comportamento de uma geometria de suspensão com braços convergentes e comprimento desigual.

Figura 3.26 – Comportamento de uma suspensão com braços da suspensão convergentes e de comprimento desigual durante rolagem e *bump*



Fonte: Seward (2014) adaptado.

### 3.5 Geometria da direção

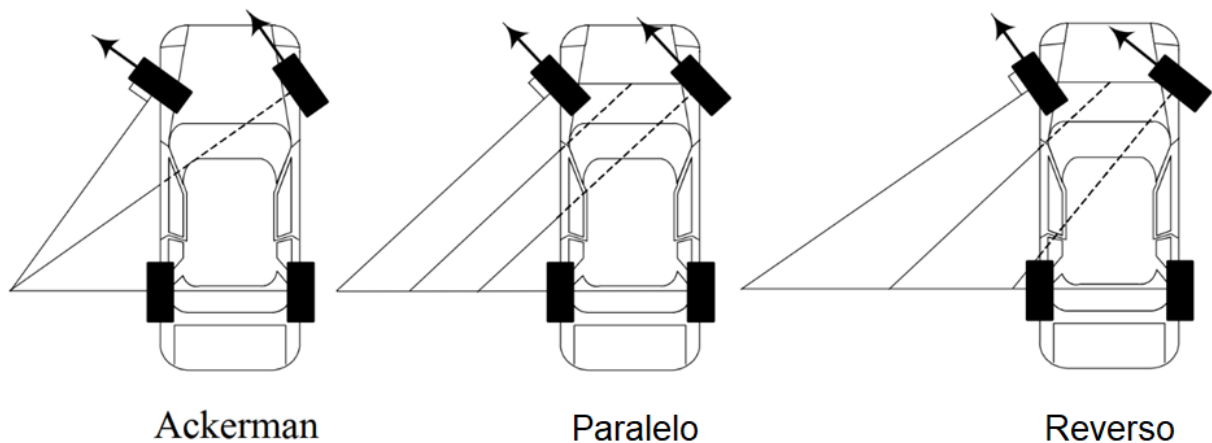
#### 3.5.1 Geometria de Ackermann

Conforme descrito por Seward (2014), quando um carro faz uma curva a roda de fora possui um raio de curvatura maior que a interna, assim com rodas paralelas, principalmente se movendo a baixa velocidade, os dois pneus iriam um contra o outro e se arrastarem. De acordo com Jazar (2008), para veículos em baixa velocidade, a geometria de direção correta seria Ackermann, em que as rodas apontam para o mesmo centro de curvatura e não resultaria no arrasto dos pneus.

Segundo Jazar (2008), quando um veículo faz uma curva em alta velocidade ocorre uma significativa aceleração lateral e, portanto, os pneus operam em altos valores de *Slip Angle*. Além disso, os carregamentos nas rodas internas a curva serão muito menores que as das rodas externas. As curvas de performance de pneus mostram que com o aumento da carga vertical menos *Slip Angle* é necessário para se alcançar o pico de força lateral. Sobre essas condições a roda dianteira interna a curva de um carro com geometria de Ackermann teria um *Slip Angle* maior que o requerido para o máximo de força lateral.

Jazar (2008) continua, a roda dianteira interna de um veículo em alta velocidade deve operar em um ângulo de esterçamento menor que o obtido com uma geometria de Ackermann. Reduzindo o ângulo de esterçamento da roda interna se reduz a diferença entre *Slip Angle* da roda interna e externa a curva. A Figura 3.27 a seguir apresenta os três tipos de geometria de direção.

Figura 3.27 – Geometrias de direção



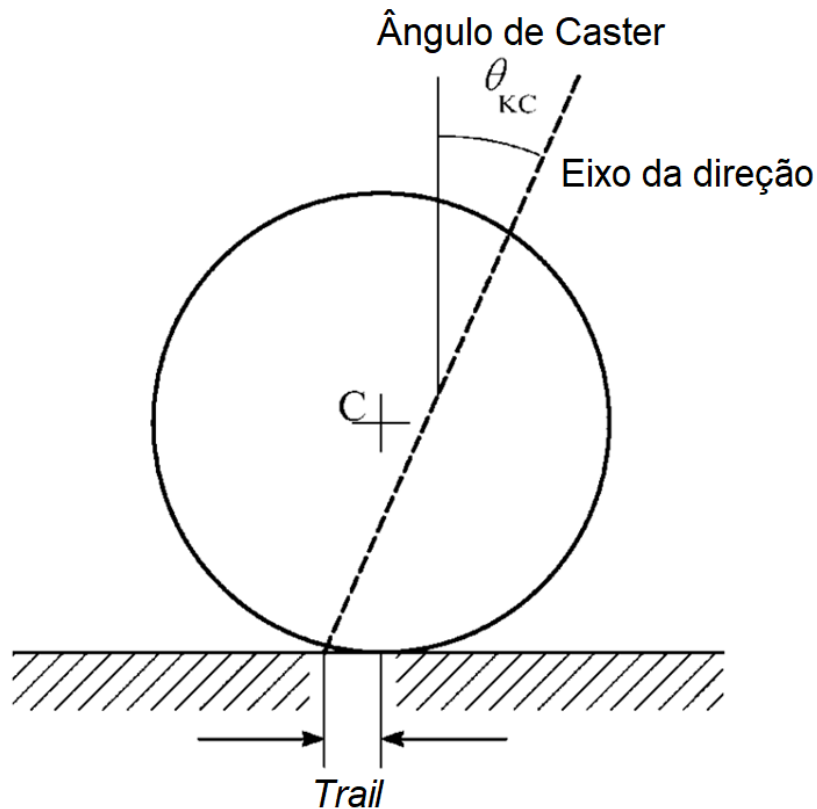
Fonte: Jazar (2008) adaptado.

De acordo com Jazar (2008), para carros de corrida é comum o uso de uma geometria paralela ou reversa. O ângulo correto de esterçamento é uma função da carga vertical instantânea, condições da pista, velocidade e características do pneu. Além disso, o veículo também deve ser capaz de virar em baixa velocidade sob uma condição de Ackermann. Portanto, não há uma geometria de direção ideal para todas as condições que um veículo encontra.

### 3.5.2 Ângulo de Caster e *Caster Trail*

Conforme diz Seward (2014), o ângulo de Caster é o ângulo, a partir da vista lateral, entre a linha de centro da roda e a linha passando entre as conexões superior e inferior da manga de eixo (o eixo da direção). *Caster Trail* é a distância longitudinal entre essas duas linhas no nível do solo, como pode ser visto na Figura 3.28 abaixo.

Figura 3.28 – Ângulo de Caster e *Caster Trail*



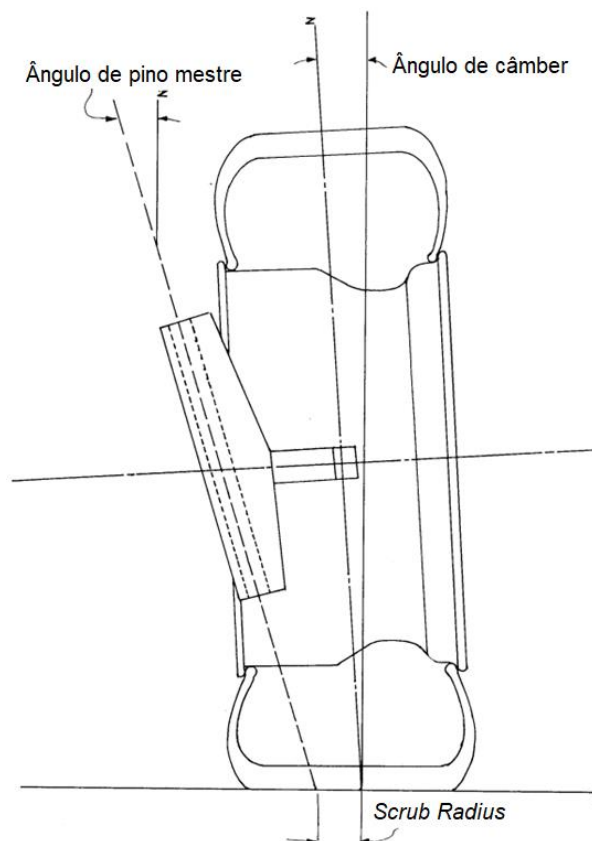
Fonte: Dixon (2009) adaptado.

Seward (2014) complementa que *Caster Trail* é o mecanismo primário que providencia o efeito centrante as rodas da direção. *Caster Trail* também é requerido para estabilidade em linha reta. Sistemas de direção de carros de corrida podem conter folgas provenientes do pinhão/cremalheira e devido ao desgaste de componentes. Um carro com *Caster Trail* inadequado é passível de oscilar, em zigue-zague, durante retas enquanto o piloto repetidamente corrige o comportamento do carro devido as folgas.

### 3.5.3 Ângulo de pino-mestre e *Scrub Radius*

De acordo com Seward (2014), o ângulo de pino-mestre, também conhecido como kingpin inclination (KPI), é o ângulo, a partir da vista frontal, entre a linha de centro da roda e a linha passando entre as conexões superior e inferior da manga de eixo (o eixo da direção). O *Scrub Radius* é a distância lateral entre essas duas linhas nível do solo, como pode ser visto na Figura 3.29 abaixo.

Figura 3.29 – Ângulo de pino-mestre e *Scrub Radius*



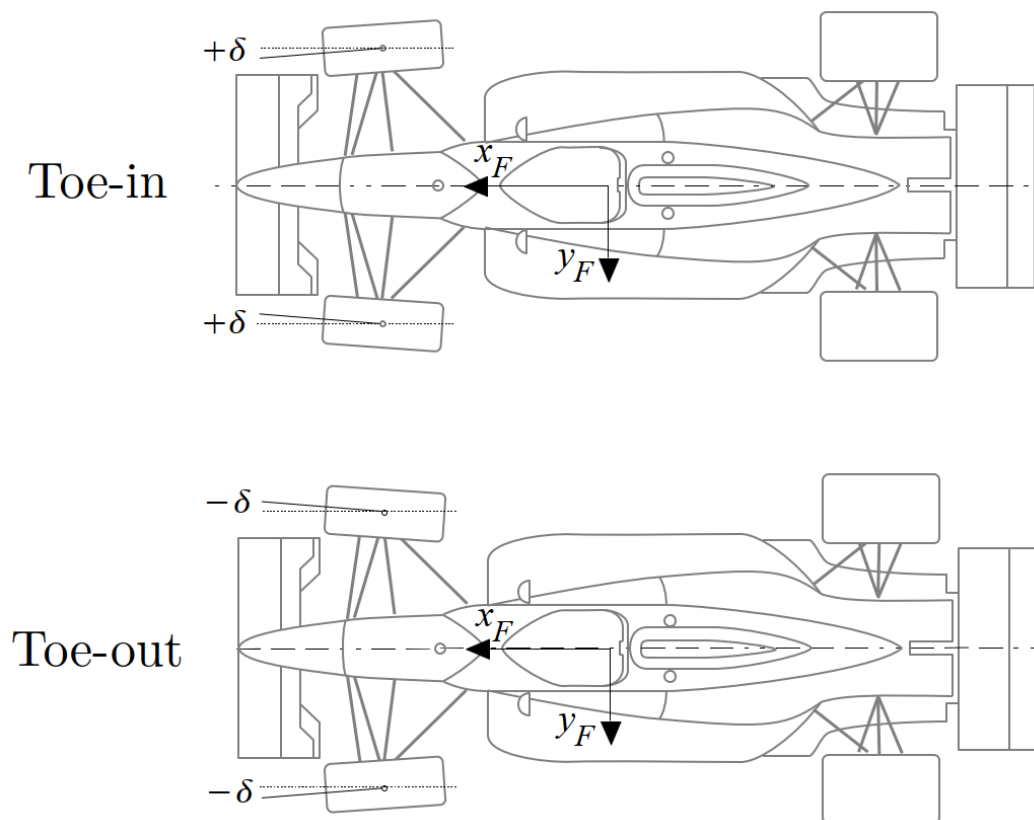
Fonte: Staniforth (1999) adaptado.

Segundo Seward (2014), um *Scrub Radius* excessivo significa que qualquer força fora de balanço agindo nas rodas dianteiras causará um momento que será transmitido para o sistema de direção. Então se uma roda atinge uma obstrução, ou uma condição de pista que o faz frear de forma desigual, o piloto terá que resistir a uma puxada na direção. Deve-se então buscar manter o *Scrub Radius* um valor pequeno.

### 3.5.4 Ângulo de convergência

Conforme diz Rill (2011), o ângulo de convergência, ou *toe angle*, é o ângulo formado pela linha de centro da roda e o eixo longitudinal do carro, a partir da vista superior do veículo. Quando as extensões das linhas de centro das rodas tendem a se encontrar na frente da direção de movimento do veículo, se possui *toe-in*. Se, entretanto, as linhas tendem a se encontrar atrás da direção de movimento do veículo, se possui *toe-out*, conforme visto na Figura 3.30 a seguir.

Figura 3.30 – Ângulo de convergência positivo e negativo



Fonte: Rill (2011) adaptado.

Rill (2011) complementa, a quantidade de *toe* pode ser expressa em graus como o ângulo em que as rodas estão fora do paralelo entre elas ou como a diferença entre as bitolas medidas na extremidades da frente e de atrás das rodas ou pneus. O ângulo de *toe* influencia em três grandes áreas de performance: desgaste dos pneus, estabilidade em reta, e características de pilotagem em curva. Para um desgaste mínimo dos pneus e perda de potência, as rodas de um determinado eixo devem apontar diretamente para a frente quando o carro estiver rodando em linha reta. *Toe-in* ou *toe-out* excessivo causa os pneus a arrastarem, pois sempre estarão com

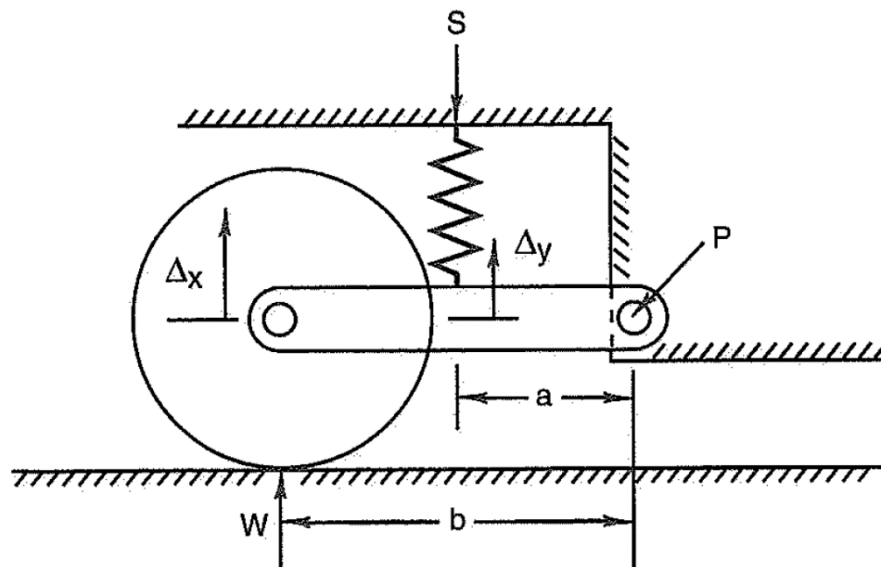


um grau em relação a direção de movimento. *Toe-in* melhora a estabilidade direcional de um carro e reduz a tendência das rodas de trepidar.

### 3.5.5 Razão de instalação

De acordo com Milliken (1995), a razão de instalação, ou *Installation Ratio*, é um conceito geométrico que relaciona a mudança em comprimento (ou ângulo) de um dispositivo que produz força (como uma mola, amortecedor, ou *Anti-Roll Bar*) a uma mudança no movimento vertical do centro da roda. Como pode ser visto na Figura 3.31 a seguir, a suspensão pivota no chassi no ponto “P”. A mola age a uma distância “a” ao longo do braço que pivota. O centro da roda está a uma distância “b” do ponto de pivotamento. Devido as diferenças entre as dimensões “a” e “b”, assim que a roda se move na vertical uma quantidade  $\Delta x$ , a mola comprime uma quantidade  $\Delta y$ . A razão de instalação é definida como a razão de mudança da compressão da mola com o movimento da roda, ou  $\Delta y/\Delta x$ .

Figura 3.31 – Razão de instalação de uma suspensão do tipo *Trailing Arm*



Fonte: Milliken (1995).

### 3.6 Taxas e razões de rigidez da suspensão

Conforme descrito por Seward (2014), em uma corrida o propósito das molas é permitir um grau de independência das rodas ao longo das mudanças de carregamento vertical que ocorrem em superfícies de pista irregulares. O objetivo é otimizar o *Grip* da banda de contato

do pneu em cada roda do carro. O movimento das molas também ocorrerá como consequência das mudanças de carregamento vertical das rodas devido a acelerações, curvas e frenagens. Durante o projeto de uma suspensão se precisa definir tanto a rigidez quanto o comprimento das molas. A unidade de rigidez é N/mm, portanto uma medida de o quanto uma mola se move sobre uma unidade de carga.

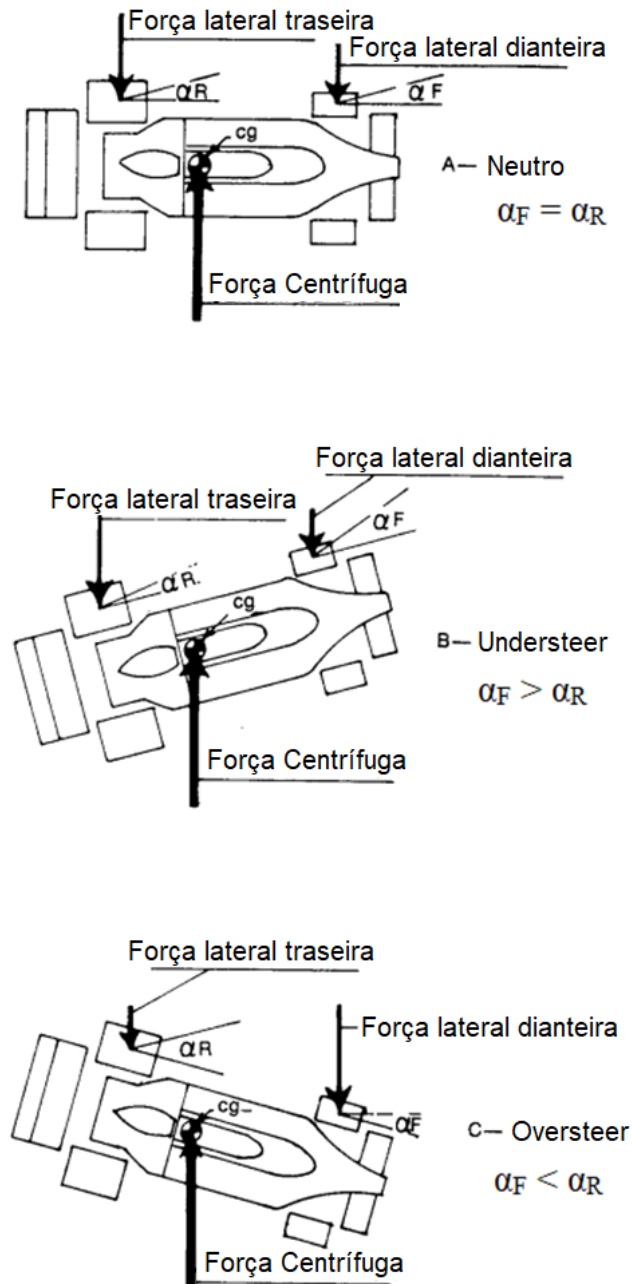
A seguir Seward (2014) e Milliken (1995) apresentam algumas definições de rigidez que são importantes para o projeto de uma suspensão.

- *Spring Rate*,  $K_S$ , é a real rigidez da mola presente no amortecedor do carro. Geralmente ela é constante e consequentemente a maioria das molas possuem uma relação linear entre carga e deflexão.
- *Wheel Center Rate*,  $K_W$ , é a rigidez da roda em relação ao chassi. É relacionada ao *Spring Rate* através da razão de instalação do balancim, que é o mecanismo que conecta a montagem da roda a mola ligada ao chassi.
- *Tire Rate*,  $K_T$ , é a razão entre a força vertical e deslocamento do pneu durante o sua carga de operação.
- *Ride Rate*,  $K_R$ , é o *Wheel Center Rate*,  $K_W$ , combinado com a rigidez do pneu,  $K_T$ . Isso representa a rigidez efetiva do chassi em relação a pista.
- *Roll Rate* é o momento (torque) de resistência a rolagem do chassi por grau de rolagem do chassi. O termo pode ser aplicado tanto para um eixo individual quanto para o veículo completo. Essa resistência a rolagem do chassi é proveniente pelo *Ride Rate*, bitola dos eixos e *Anti-Roll Bars*.

### 3.7 Understeer, oversteer, estabilidade e balanceamento

Segundo Smith (1978), a força centrífuga é oposta pela força lateral gerada pelos quatro pneus. Para se atingir um estado estável de curva, a soma das forças laterais geradas pelos pneus dianteiros e traseiros deve ser igual a força centrífuga. A Figura 3.32 a seguir apresenta três casos de um veículo em curva. No caso “A” o *Slip Angle* dianteiro ( $\alpha_f$ ) e traseiro ( $\alpha_r$ ) são iguais, as forças laterais e centrífuga se balanceiam e o veículo está em uma condição neutra de direção. No caso “B” o *Slip Angle* dianteiro está maior que o traseiro, assim o veículo está em um estado desbalanceado em uma condição de *understeer*. No caso “C” o *Slip Angle* traseiro está maior que o dianteiro, assim o veículo está em um estado desbalanceado em uma condição de *oversteer*.

Figura 3.32 – *Slip Angle* resultantes em comportamento neutro, *understeer* e *oversteer*



Fonte: Smith (1978) adaptado.

Conforme diz Smith (1978), assumindo que a velocidade do veículo se mantenha constante, o carro com comportamento *understeer* terá um aumento do raio de curva até que o aumento do raio de curvatura reduza a força centrífuga a um valor que possa ser suportado pela força lateral gerada pelos pneus dianteiros. Nesse ponto o carro entrará em uma curva em um estado estável na mesma velocidade, mas em um raio de curvatura maior e, portanto, a um nível menor de força lateral. A capacidade de aceleração lateral do veículo está limitada pela capacidade de força lateral gerada pelos pneus dianteiros.

Smith (1978) complementa, no caso “C” o veículo irá proceder em um raio de curvatura menor, que irá automaticamente aumentar o *Slip Angle* traseiro e reduzir a força lateral gerada pelo pneu traseiro e, se o piloto não tomar ações corretivas, o carro irá girar. Por isso que a situação de *oversteer* é basicamente uma condição instável.

### **3.7.1 Fatores que afetam o comportamento *understeer/oversteer***

De acordo com Seward (2014), em cada roda há uma força lateral, um torque auto alinhante e uma resistência ao rolamento. Em adição a isso, as rodas motoras geram a força que é necessária para manter a velocidade do carro constante na presença do arrasto induzido e resistência ao rolamento.

#### **3.7.1.1 Resistência ao rolamento**

Segundo Seward (2014), a resistência ao rolamento pode ser estimada em 2% da carga vertical no pneu. Isso significa que haverá mais resistência ao rolamento nas rodas externas a curva, por estarem mais carregadas. Isso produz um momento aproximadamente no centro de massa do carro e no sentido oposto da curva, o que contribui para o *understeer*. A diferença entre a resistência ao rolamento em cada lado do carro é, portanto, aproximadamente igual a 2% da diferença entre cargas verticais das rodas de cada lado do carro. Para compensar por isso, o *Grip* dianteiro irá aumentar e o *Grip* traseiro irá reduzir.

#### **3.7.1.2 Torque auto alinhante**

Conforme diz Seward (2014), todo torque auto alinhante contribui para o *understeer*, isso devido o *pneumatic trail* causar o *Grip* lateral resultante a agir atrás do centro da roda. Pelo torque auto alinhante ser dependente do valor do *Slip Angle*, para o cálculo do valor inicial de momento gerado, é necessário se estimar os valores de *Slip Angle* dianteiro e traseiro.

#### **3.7.1.3 Arrasto induzido do pneu, *Induced Tyre Drag***

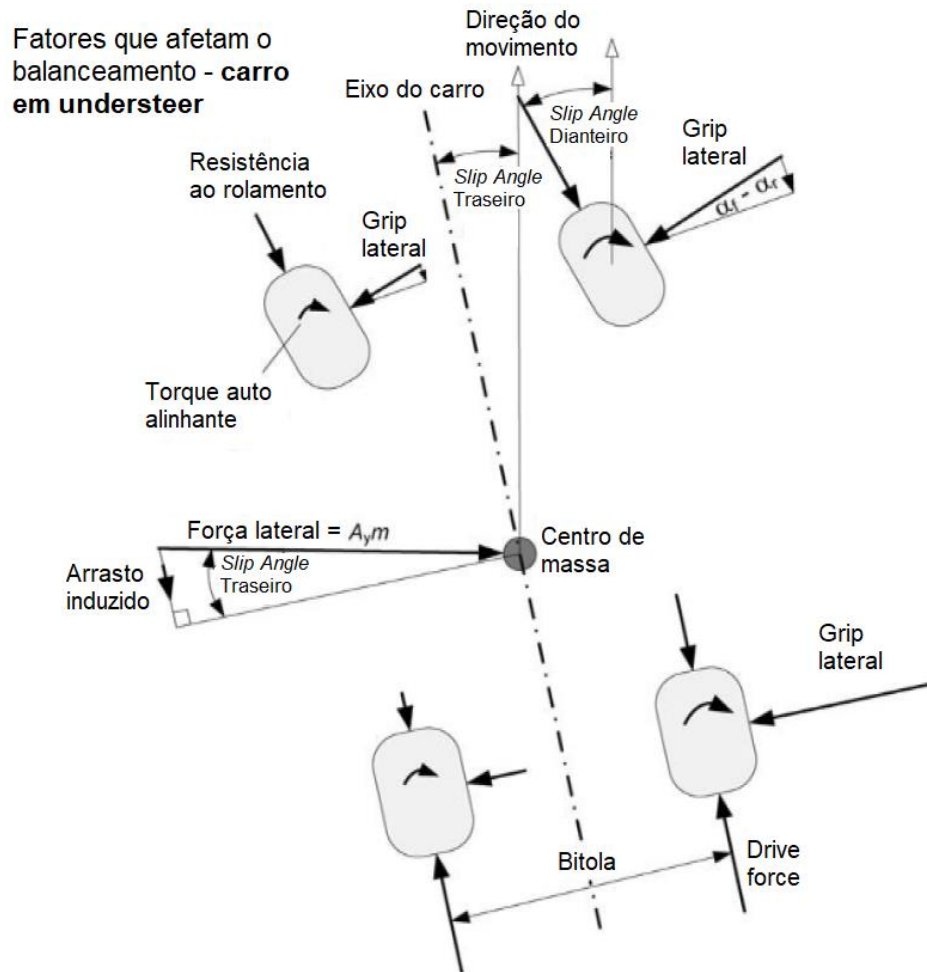
Conforme descrito por Seward (2014), um veículo em uma situação de *understeer*, o piloto, para balancear o carro, esterça a direção para que o *Slip Angle* dianteiro seja maior que o traseiro. Nessa situação pode ser visto que os pneus dianteiros possuem uma componente de

arrasto que é maior nas rodas externas a curva, por estarem mais carregadas. Isso puxa o carro para fora da curva e, portanto, contribui ainda mais para o *understeer*.

### 3.7.1.4 Drive Force

De acordo com Seward (2014) o valor de pico do *Grip* lateral é reduzido quando uma situação de curva é combinada com uma aceleração ou frenagem. Mesmo quando só se busca manter uma velocidade constante durante uma curva, força de tração ainda é necessária para superar o arrasto dos pneus, e isso já é suficiente para reduzir o *Grip* lateral disponível para curvas nas rodas motoras. O efeito se torna significativo para *Slip Angle* maiores que  $2^\circ$ . A presença da força de tração, ou *Drive Force*, aumenta o *Slip Angle* das rodas motoras, o que em um carro de tração traseira resulta em *oversteer*. A Figura 3.33 a seguir apresenta os fatores afetando o balanceamento de um veículo durante uma curva.

Figura 3.33 – Fatores que afetam o comportamento *understeer/oversteer* de um carro



Fonte: Seward (2014) adaptado.

### 3.8 Outros trabalhos sobre suspensão

A competição de Fórmula SAE proporciona aos estudantes de engenharia não só desenvolver habilidades de projeto e manufatura, mas também de pesquisa. A parte de suspensão é uma que possui os estudos mais diversos das áreas da Fórmula SAE, buscando atender as diversas e diferentes necessidades de cada equipe. Nessa seção é apresentado abordagens realizadas por outros estudantes de engenharia também buscando desenvolver uma suspensão Duplo-A.

Schommer (2015) e Levy (2019) utilizam a “Magic Formula” de Pacejka para realizar um modelo semiempírico de pneus enquanto Bravo (2013) a análise dos gráficos de força lateral por Slip Angle para avaliação e otimização do pneu na situação de curva. Levy (2019) utilizou o *software OptimumTire* para o auxílio da avaliação dos pneus. Uma observação dos trabalhos realizados por esses autores é que utilizaram dados de pneus provenientes do *Formula SAE Tire Test Consortium*, ao invés do fabricante do pneu, devido ao fato do fabricante do pneu selecionado por eles não providenciar dados de performance dos pneus.

Schommer (2015) também utiliza o *software Lotus Suspension Analysis* enquanto Bravo (2013) e Levy (2019) o *software OptimumKinematics* para a análise cinemática e avaliação do comportamento do carro em *bump*, *rebound* e rolagem, porém ambos os *softwares* possuem capacidades semelhantes de análise cinemática.

## 4 METODOLOGIA

Nessa seção será apresentada a metodologia utilizada no desenvolvimento de uma suspensão do tipo duplo-A.

### 4.1 Projeto da Suspensão

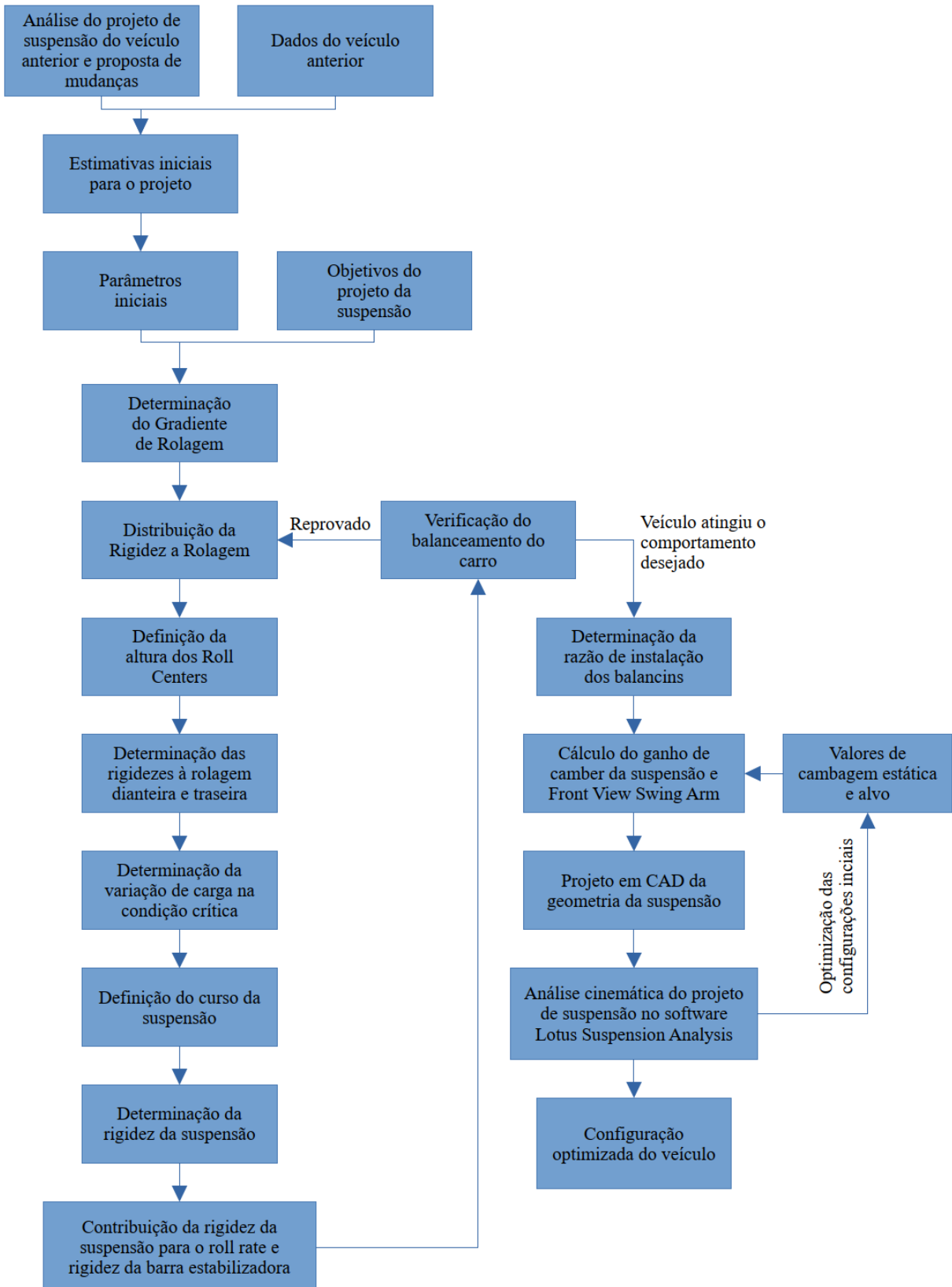
Durante o projeto da suspensão inúmeros outros parâmetros foram encontrados e definidos, uns deles provenientes de requerimentos de projeto, como o Ângulo de rolagem, regras da competição e outros provenientes diretamente dos cálculos do projeto da suspensão. Uma tabela com parâmetros da suspensão encontrados e definidos durante o desenvolvimento do projeto será apresentada na seção de resultados desse trabalho.

Em uma corrida desse-se realizar curvas no menor tempo possível, ou seja, na maior velocidade que se é possível obter. Assim busca-se a maximização da fricção entre o pneu e o solo. Com isso em mente, foi verificado que o movimento mais importante para se alcançar isso era o de rolagem, e assim ele foi dado mais ênfase. O movimento de *pitch* (ou arfagem) é mais importante para o projeto do sistema de freios e transmissão, devido a transferência longitudinal de carga, tópicos fora do objetivo desse estudo. O estudo do movimento de *yaw* (ou guinada) é importante para o projeto da direção, devido a influência do momento polar de inércia na agilidade do veículo.

Um outro ponto importante do projeto da suspensão e que influência tanto na maximização da fricção entre o pneu e o solo quanto na dirigibilidade do veículo é o balanceamento *understeer/oversteer* do carro. Que foi determinado a partir de dados de pneu fornecidos pelo fabricante e outros parâmetros do projeto da suspensão.

Como o projeto da suspensão envolve muitas etapas e que também é um processo iterativo, um fluxograma da metodologia desenvolvida foi feito e apresenta-se Figura 4.1, a seguir.

Figura 4.1 – Fluxograma da metodologia empregada no projeto da suspensão



Fonte: Do autor (2022).



## 4.2 Fase de pré-projeto da suspensão

As primeiras cinco etapas do fluxograma da metodologia empregada no projeto da suspensão são definidas como a fase de pré-projeto da suspensão. Ela parte da análise do projeto de suspensão do veículo anterior da equipe, o que ficou bom e se deve manter, o que ficou bom, mas pode melhorar e o que deixou a desejar e requer mudança. Isso, juntamente com os dados do veículo anterior, como massa, altura do centro de gravidade, distribuição de massa dianteira/traseira, permite criar estimativas iniciais para o novo projeto.

Com as estimativas iniciais do novo projeto, que inclui não somente mudanças no setor de dinâmica do carro, mas também de outros setores como *powertrain*, *drivetrain* e estrutura, se parte para os parâmetros iniciais do novo carro. Nessa etapa também se defini itens comprados do projeto, como os pneus e amortecedores a se utilizar.

É fundamental definir aqui se será fabricado uma mola para o amortecedor com uma rigidez específica para o projeto ou se utilizará uma mola comercial. Pelo fato de o *Wheel Center Rate* depender do valor de rigidez da mola do amortecedor e da razão de instalação do balancim, pode-se escolher um dos dois para se realizar um projeto para se obter o *Wheel Center Rate* desejado. Então pode-se utilizar uma mola comercial, comprada, e realizar o projeto de um balancim, ou fabricar uma mola e comprar um balancim. Como um balancim é um componente mais fácil de se fabricar do que uma mola, essa metodologia leva em consideração uma mola comercial e um balancim com geometria e razão de instalação específica para o projeto da suspensão.

É na fase de pré-projeto que se define o escopo do projeto de suspensão, aonde se quer chegar e partindo de onde, assim definindo objetivos do projeto da suspensão. Por exemplo, foi nessa etapa que foi decidido que se buscava um carro com comportamento neutro durante as situações de curva. Com isso feito, se cria uma base e ponto de partida para a parte de rigidez do projeto de suspensão.

## 4.3 Fase de definição da rigidez da suspensão

Nessa fase se define todos os parâmetros relacionados a rigidez da suspensão do veículo. Começando pela definição do ângulo de rolagem, determinado a partir da condição de curva crítica do projeto, um valor de aceleração lateral que é obtido através do uso de um acelerômetro durante testes de pista do veículo do projeto anterior. Com isso se parte para a determinação do gradiente de rolagem e subsequente distribuição de rigidez a rolagem.

A próxima etapa da parte de rigidez é a determinação da altura do *Roll Center* dianteiro e traseiro, podendo ser baseado na altura do centro de gravidade do carro ou sendo baseado no projeto do veículo anterior. Após isso se determina a rigidez a rolagem da suspensão dianteira e traseira, para o cálculo da transferência lateral de carga na condição de curva crítica. Em seguida é definido o curso da suspensão em *bump* e *rebound*.

Com isso determina-se o *ride rate* da suspensão dianteira e traseira, um dos parâmetros que correlaciona a parte de rigidez com a cinemática da suspensão. Caso o projeto conter barras estabilizadoras, é após a determinação do *ride rate* que a contribuição da rigidez da suspensão desses componentes é calculada.

A última etapa dessa segunda fase de projeto de uma suspensão é a verificação de balanceamento do carro. Se começa determinando os carregamentos verticais em cada roda na situação de curva crítica para em seguida se calcular o *Grip* lateral necessário para se realizar a curva, levando em consideração os fatores que resultam em *understeer* e *oversteer*. Para que com dados de pneus fornecidos pelo fabricante se possa calcular se os pneus conseguem gerar *Grip* necessário para realizar a curva e determinar o *Slip Angle* dos pneus. Com a diferença entre eles determina-se o comportamento do carro. Caso o comportamento for o desejado, se parte para a parte cinemática do projeto de suspensão.

#### **4.4 Fase de definição da cinemática da suspensão**

O início do projeto cinemático da suspensão se dá pelo cálculo do *Wheel Center Rate*, obtido através do *ride rate* e da rigidez do pneu. O *Wheel Center Rate*, juntamente com o valor de rigidez da mola do amortecedor, determina-se a razão de instalação dos balancins dianteiro e traseiro.

Assim se parte para a determinação do ganho de câmbor da suspensão e *Front View Swing Arm*. Com isso determinado, junto com parâmetros adicionais da suspensão, como o ângulo de pino mestre e o ângulo de caster, se parte para o projeto 3D da suspensão.

A modelagem 3D do projeto da suspensão começa por um esboço 2D no plano frontal de cada eixo da suspensão. Em que se rascunha componentes como o espaço necessário para manga de eixo, os braços da suspensão e o chassi/cockpit. Com o *Front View Swing Arm* se desenha a geometria dos braços da suspensão, juntamente com seus pontos de pivotamento na manga de eixo e chassi. Com o esboço 2D da suspensão dianteira e traseira realizados, se parte para o esboço 3D da suspensão, em que a geometria dos braços “A” da suspensão é desenhada. Com os pontos de pivotamento e fixação da suspensão definidos, se inicia o desenvolvimento

do chassi e outros componentes do veículo.

Com a conclusão projeto 3D da suspensão, se realiza a avaliação do projeto da suspensão com um *software* dedicado de análise cinemática. Com os resultados obtidos pode-se realizar uma nova iteração da parte cinemática ou a otimização da configuração inicial da geometria desenvolvida.

## 5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Com a metodologia definida se realizou o projeto da suspensão, que possui as etapas do fluxograma do projeto da suspensão apresentadas a seguir.

### 5.1 Parâmetros base do veículo em estudo

Para se realizar o estudo e modelagem do veículo, inúmeros parâmetros precisam ser conhecidos, encontrados e definidos, sejam eles a partir dos requerimentos das regras que delimitam os carros ou requerimentos de projeto. Na Tabela 5.1, a seguir, estão os parâmetros base para a realização do projeto da suspensão desenvolvida nesse estudo.

Tabela 5.1 – Parâmetros base para o projeto da suspensão

<b>Parâmetro</b>	<b>Valor</b>
Massa (m)	310 kg, sendo 240 do veículo e 70 kg do piloto
Altura do centro de gravidade ( $h_{CG}$ )	260 mm
Distribuição de massa Dianteira/Traseira	48:52 %
Entre eixo (L)	1535 mm
Bitola / <i>Track</i> (T)	1200 mm
<i>Ride Height</i>	45 mm
Peso (W)	3041,1 N
Pneus	Avon 7.2/20.0-13

Fonte: Do autor (2022).

### 5.2 Condição de curva crítica

É a condição de máxima transferência lateral de carga imposta pelo veículo em pista. O valor utilizado de aceleração lateral,  $A_y$ , para esse projeto foi obtido através de um acelerômetro do montado no veículo do ano anterior da equipe Zeus Formula SAE durante o percurso da prova de Skid Pad da Competição de Fórmula SAE BRASIL.

$$A_y = 1,5 \text{ g}$$

### 5.3 Definição da rigidez da suspensão e balanceamento do carro

Como pode ser observado no fluxograma o projeto da suspensão tem dois pontos de iteração, um durante a definição de rigidez da suspensão e balanceamento do carro e outro durante a parte cinemática do projeto. Nessa primeira parte iterativa a maximização da fricção entre o pneu foi alcançada através de dados de teste do pneu juntamente com cálculos para avaliar o seu comportamento na condição de curva crítica. Além disso, foi possível avaliar um dos fatores que afetam a dirigibilidade do veículo, o comportamento *understeer/oversteer* do carro.

#### 5.3.1 Determinação do Gradiente de rolagem

Nesse primeiro passo se determinou o Ângulo de rolagem, que é o ângulo formado entre o plano transversal do chassi e a vertical, e é definido com base na condição crítica de curva.

$$\theta = 1,35^\circ = 0,02356194 \text{ rad.}$$

Esse valor foi definido a partir de uma análise de projeto preliminar para garantir que componentes como o assoalho/difusor e radiador, ficassem a uma margem segura, de 20mm, de distância do chão na condição de curva crítica. O Gradiente de rolagem foi encontrado através da equação 5.1:

$$GR = \frac{\theta}{A_y} \quad (5.1)$$

Resultando em:

$$GR = 0,01309 \text{ rad/g}$$

#### 5.3.2 Distribuição da Rigidez à rolagem

A distribuição de Rigidez à rolagem se distancia da distribuição de peso do carro, para permitir uma variação da transferência lateral de carga entre os dois eixos (dessa forma é possível escolher entre ter mais transferência lateral de carga no eixo dianteiro ou traseiro. Como essa será a primeira iteração do projeto da suspensão, uma distribuição da rigidez à rolagem um pouco maior e oposta a distribuição de massa dianteira / traseira do carro (48:52 %).

Distribuição da Rigidez à Rolagem Dianteira/Traseira = 58:42 (%)

### 5.3.3 Definição da altura dos *Roll Centers*

Para se possibilitar tunar/balancear o carro com uma *Anti-Roll Bar* / Barra Estabilizadora e evitar os problemas mencionados na seção de referências bibliográficas, a altura dos *Roll Center* dianteiro foi definido como sendo 12,5% da altura do centro de gravidade. Já altura do *Roll Center* traseiro foi definido como sendo 20% da altura do centro de gravidade. Essa diferença entre a altura dos *Roll Centers* é devido a Distribuição da Rigidez à Rolagem do veículo.

$$RC_F = 30 \text{ mm}$$

$$RC_R = 50 \text{ mm}$$

### 5.3.4 Determinação das rigidezes à rolagem dianteira e traseira

Com a altura do Centro de Gravidade, entre eixos e altura dos *Roll Centers*, foi possível encontrar o braço de momento de rolagem, que juntamente com o gradiente de rolagem, e a massa do carro possibilitou se determinar a rigidez à rolagem através da equação 5.2:

$$h_s = 0,21958 \text{ m}$$

$$K\phi = \frac{W \cdot h_s}{GR} \quad (5.2)$$

$$K\phi = 42511 \text{ Nm/rad}$$

Esse valor, multiplicado pela distribuição de rigidez de cada eixo, resulta na rigidez à rolagem dianteira e traseira.

$$K\phi_f = 24657 \text{ Nm/rad}$$

$$K\phi_r = 17855 \text{ Nm/rad}$$

### 5.3.5 Determinação da variação de carga na condição crítica

A variação de carga total submetida ao lado externo do carro durante uma curva foi encontrada através do modelo simplificado de transferência lateral de carga através da equação

5.3 a seguir:

$$\Delta W_y = \frac{W * A_y * h_{CG}}{T} \quad (5.3)$$

Se obteve:

$$\Delta W_y = 988,3 \text{ N}$$

### 5.3.6 Definição do curso da suspensão

Quanto maior o curso da suspensão, maior terá que ser o *Ride Height* do veículo, e, portanto, maior seu centro de gravidade. Assim, para se obter um baixo centro de gravidade, o curso de suspensão definido foi o mínimo permitido pelas regras, 25,4mm para *bump* e *rebound*.

Curso *Bump* = 25,4mm

Curso *Rebound* = 25,4mm

### 5.3.7 Determinação da rigidez da suspensão

O parâmetro de rigidez que foi utilizado para calcular a rigidez da suspensão é o *Ride Rate*, que utiliza como referência o deslocamento do ponto central de contato pneu-solo em relação ao chassi. Com os dados obtidos até esse ponto do projeto, foi possível calcular a variação de carga utilizando um modelo mais completo, que serviu para determinar a distribuição de carga em cada eixo. A distribuição de carga no eixo dianteiro e traseiro são dadas pelas equações 5.4 e 5.5 respectivas a seguir:

$$\Delta W_f = \frac{A_y * W}{T} * \left[ \frac{h_s * K_{\phi f}}{K_{\phi f} + K_{\phi r}} + \frac{b}{L} * RC_F \right] \quad (5.4)$$

$$\Delta W_r = \frac{A_y * W}{T} * \left[ \frac{h_s * K_{\phi r}}{K_{\phi f} + K_{\phi r}} + \frac{a}{L} * RC_R \right] \quad (5.5)$$

Em que:

$$b = \frac{W_f * L}{W} \quad (5.4.1)$$

$$a = L - b \quad (5.5.1)$$

E  $W_f$  é o Peso do carro multiplicado pela distribuição de peso frontal.

Obtendo assim:

$$\Delta W_f = 538,9 \text{ N}$$

$$\Delta W_r = 449,4 \text{ N}$$

Uma conferência que se pode realizar com os dados obtidos até o momento é o somatório de  $\Delta W_f$  com  $\Delta W_r$  é igual a  $\Delta W_y$ , apesar de terem sido obtidos de métodos diferentes, resultam no mesmo valor. Com os valores de transferência lateral de carga em cada eixo na condição de curva crítica encontrado, foi possível calcular o *Ride Rate* dianteiro e traseiro, que são dados pelas equações 5.6 e 5.7 a seguir:

$$K_{rf} = \frac{\Delta W_f}{\text{Curso Bump}} \quad (5.6)$$

$$K_{rr} = \frac{\Delta W_r}{\text{Curso Bump}} \quad (5.7)$$

Obtendo assim:

$$K_{rf} = 21,21 \text{ N/mm}$$

$$K_{rr} = 17,69 \text{ N/mm}$$

### 5.3.8 Contribuição da rigidez da suspensão para o *Roll Rate* e rigidez da barra estabilizadora

Com os valores de rigidez à rolagem, junto com os valores de *Ride Rate* dianteiro e traseiro, calculou-se a rigidez da barra estabilizadora com as equações 5.8 e 5.9 a seguir:

$$K\phi_{ARB\_F} = K\phi_f - \frac{1}{2} * K_{rf} * T^2 \quad (5.8)$$

$$K\phi_{ARB\_R} = K\phi_r - \frac{1}{2} * K_{rr} * T^2 \quad (5.9)$$

Obtendo assim:

$$K\phi_{ARB\_F} = 9381 \text{ Nm/rad}$$

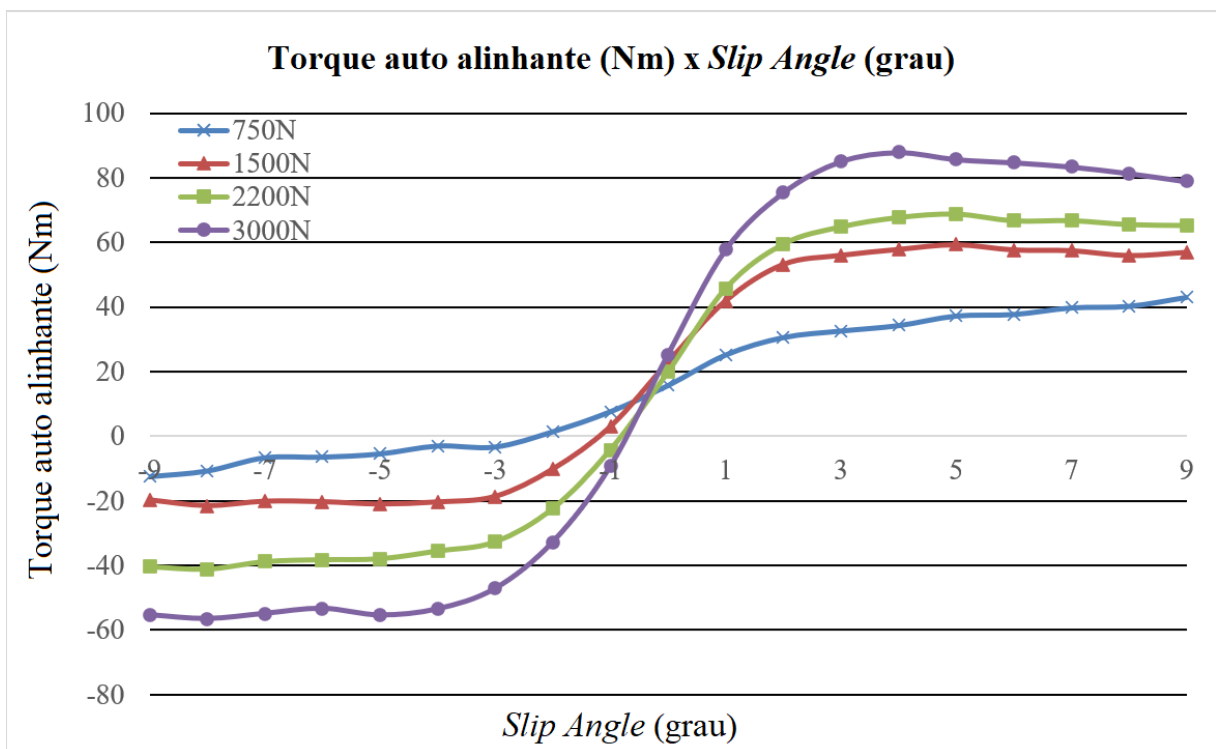
$$K\phi_{ARB\_R} = 5115 \text{ Nm/rad}$$



#### 5.4 Verificação do balanceamento do veículo através de dados do pneu

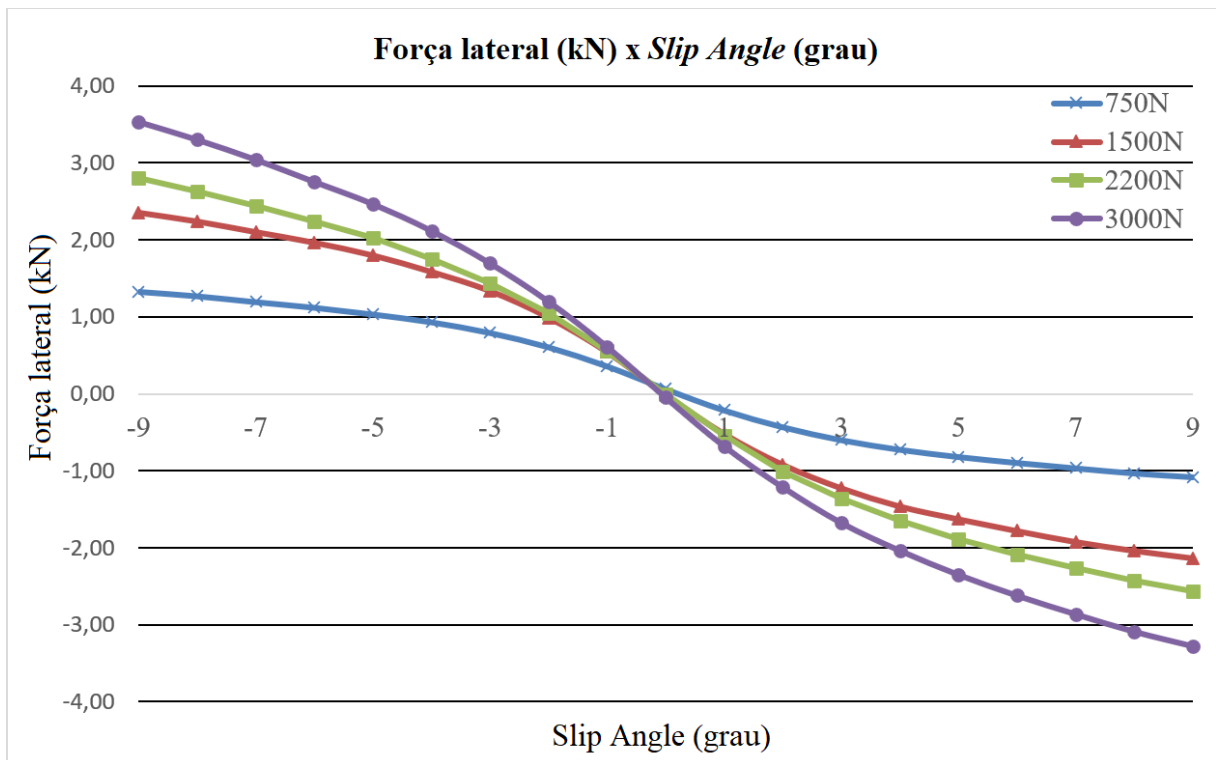
Com os valores de rigidez e distribuição da rigidez da primeira iteração do veículo definidos, utilizou-se então dados de pneu fornecidos pelo fabricante, Gráficos 5.1 e 5.2 abaixo, para verificar se o projeto apresentava um comportamento *understeer*, neutro ou *oversteer*. O pneu testado pelo fabricante e utilizado no projeto é um 7.2/20.0-13 com um câmbor de 0,5° em uma roda 7.0J x 13” com uma pressão de 21 psi a 20 km/h.

Gráfico 5.1 – Torque auto alinhante x *Slip Angle*



Fonte: Avon Tyres (2013) adaptado.

Gráfico 5.2 – Força lateral x Slip Angle



Fonte: Avon Tyres (2013) adaptado.

#### 5.4.1 Carregamentos das rodas em curva

Para o cálculo do balanceamento, partiu-se dos carregamentos das rodas na condição de curva crítica, para em um próximo passo, a obtenção da Cornering Force.

Carregamento na roda frontal de fora da curva (*Front Outside*) via equação 5.10 a seguir:

$$W_{fo} = \frac{W^{*0,48}}{2} + \Delta W_f \quad (5.10)$$

Carregamento na roda frontal de dentro da curva (*Front Inside*) via equação 5.11 a seguir:

$$W_{fi} = \frac{W^{*0,48}}{2} - \Delta W_f \quad (5.11)$$

Carregamento na roda traseira de fora da curva (*Rear Outside*) via equação 5.12 a seguir:

$$W_{ro} = \frac{W^{*0,52}}{2} + \Delta W_r \quad (5.12)$$

Carregamento na roda traseira de dentro da curva (*Rear Inside*) via equação 5.13 a seguir:

$$W_{ri} = \frac{W*0,52}{2} - \Delta W_r \quad (5.13)$$

Obtendo:

$$W_{fo} = 1268,7 \text{ N}$$

$$W_{fi} = 191 \text{ N}$$

$$W_{ro} = 1240,1 \text{ N}$$

$$W_{ri} = 341,3 \text{ N}$$

#### 5.4.2 *Grip* lateral requerido básico

Após calculado os carregamentos em cada roda, foi calculado o *Grip* requerido para fazer a curva sem levar em consideração outros fenômenos que afetam o balanceamento do carro, obtidos por:

*Grip* lateral frontal básico via equação 5.14 a seguir:

$$F_{\text{front\_basic\_lat\_grip}} = A_y * (W_{fo} + W_{fi}) \quad (5.14)$$

Obtendo:

$$F_{\text{front\_basic\_lat\_grip}} = 2189,5 \text{ N}$$

*Grip* lateral traseiro básico via equação 5.15 a seguir:

$$R_{\text{rear\_basic\_lat\_grip}} = A_y * (W_{ro} + W_{ri}) \quad (5.15)$$

Obtendo:

$$R_{\text{rear\_basic\_lat\_grip}} = 2372,1 \text{ N}$$

#### 5.4.3 Momento resultante em *understeer* devido a resistência ao rolamento

Em seguida foi calculado o momento resultante em *understeer* devido a resistência ao rolamento e a mudança de *Grip* devido a esse fenômeno via equação 5.16 a seguir:

$$M_{u\_RR} = 0.02 * (((W_{fo} - W_{fi}) * T) + ((W_{ro} - W_{ri}) * T)) \quad (5.16)$$

Obtendo:

$$M_{u\_RR} = 47,4 \text{ Nm}$$

Mudança de *Grip* devido ao momento resultante em *understeer* causado pela resistência ao rolamento via equação 3.17 a seguir:

$$G_{\text{rip\_Change\_RR}} = \frac{M_{u\_RR}}{L} \quad (5.17)$$

Obtendo:

$$G_{\text{rip\_Change\_RR}} = 30,9 \text{ N}$$

#### 5.4.4 Momento resultante em *understeer* devido o torque auto alinhante

Para o cálculo do momento resultante em *understeer* devido o torque auto alinhante foi necessário fazer uma estimativa inicial de *Slip Angle* dianteiro e traseiro, sendo:

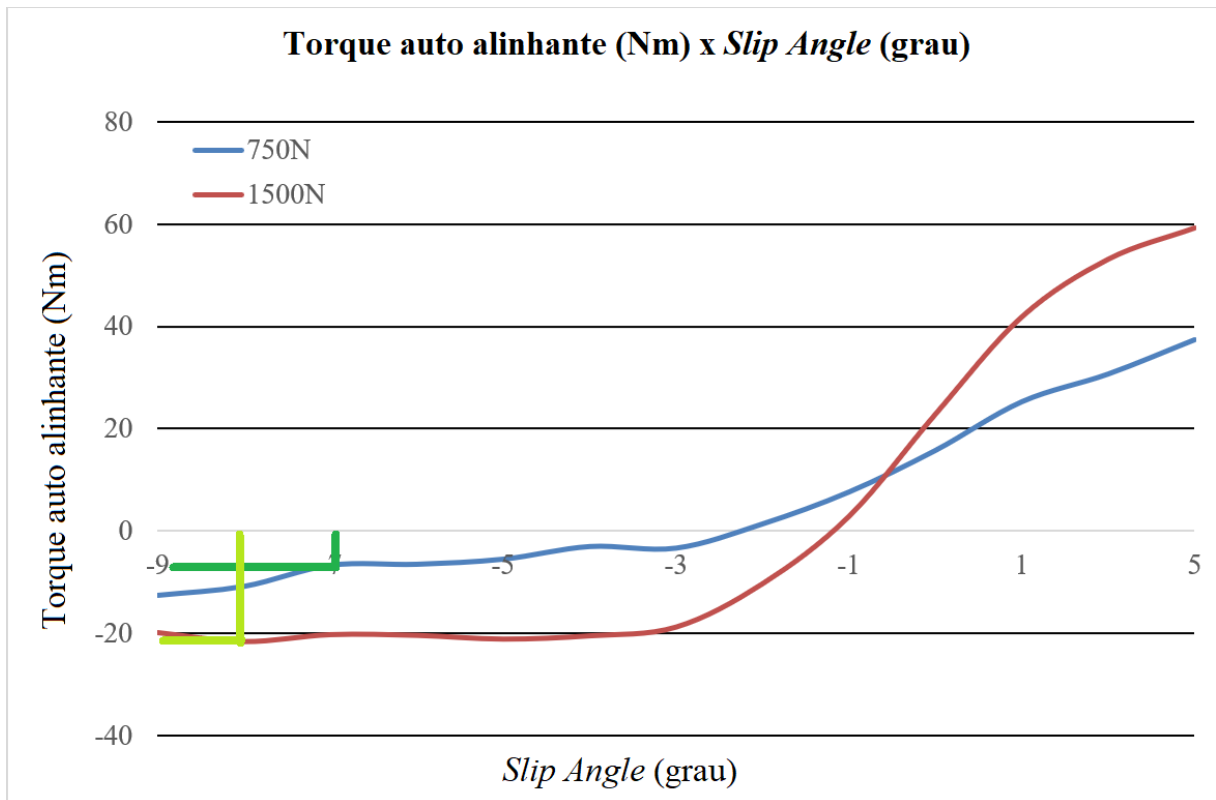
*Slip Angle* Dianteiro:

$$\alpha_f = 8^\circ$$

*Slip Angle* Traseiro:

$$\alpha_r = 7^\circ$$

Em seguida, utilizando o Gráfico 5.3 do Torque auto alinhante x *Slip Angle* podemos estimar o momento resultante em cada roda e assim calcular momento resultante em *understeer* devido o torque auto alinhante e a mudança de *Grip* devido a esse fenômeno.

Gráfico 5.3 – Valores selecionados no gráfico de torque auto alinhante x *Slip Angle*

Fonte: Avon Tyres (2013) adaptado.

Pelo gráfico, temos que:

Torque Auto Alinhante na roda frontal de fora da curva (*Front Outside*):

$$M_{fo} = 20 \text{ Nm}$$

Torque Auto Alinhante na roda frontal de dentro da curva (*Front Inside*):

$$M_{fi} = 5 \text{ Nm}$$

Torque Auto Alinhante na roda traseira de fora da curva (*Rear Outside*):

$$M_{ro} = 20 \text{ Nm}$$

Torque Auto Alinhante na roda traseira de dentro da curva (*Rear Inside*):

$$M_{ri} = 5 \text{ Nm}$$

Com os valores de momento de *understeer* gerados por cada pneu na curva, foi realizado o somatório desses momentos e subsequente cálculo da mudança de *Grip* devido a esse

fenômeno via equação 5.18 a seguir:

$$M_{u\_SAT} = M_{fo} + M_{fi} + M_{ro} + M_{ri} \quad (5.18)$$

Momento resultante em *understeer* devido o torque auto alinhante:

$$M_{u\_SAT} = 50 \text{ Nm}$$

Mudança de *Grip* devido ao momento resultante em *understeer* causado pelo torque auto alinhante via equação 5.19 a seguir:

$$G_{rip\_Change\_SAT} = \frac{M_{u\_SAT}}{L} \quad (5.19)$$

Obtendo:

$$G_{rip\_Change\_SAT} = 32,6 \text{ N}$$

#### 5.4.5 Momento resultante em *understeer* devido ao arrasto induzido do pneu

O próximo passo foi o cálculo do momento resultante em *understeer* devido ao arrasto induzido do pneu (*Induced Tyre Drag*) e a mudança de *Grip* devido a esse fenômeno via equação 5.20 a seguir.

$$M_{u\_ITD} = (W_{fo} - W_{fi}) * Ay * \sin(\alpha_f - \alpha_r) * T \quad (5.20)$$

Momento resultante em *understeer* devido ao arrasto induzido do pneu:

$$M_{u\_ITD} = 33,8 \text{ Nm}$$

Mudança de *Grip* devido ao momento resultante em *understeer* causado pelo arrasto induzido do pneu via equação 5.21 a seguir:

$$G_{rip\_Change\_ITD} = \frac{M_{u\_ITD}}{L} \quad (5.21)$$

Obtendo:

$$G_{rip\_Change\_ITD} = 22 \text{ N}$$

#### 5.4.6 Calculado da *Drive Force*

Por fim foi calculado a *Drive Force*, essa é a força gerada pelo motor para se manter a velocidade do carro constante durante a curva devido ao arrasto e a resistência ao rolamento dos pneus via equação 5.22 a seguir:

$$DF = Ay * 9.81 * m * \sin(\alpha_r) + 2 * Wf * \sin(\alpha_f - \alpha_r) + 0.02 * m * g \quad (5.22)$$

Obtendo:

$$DF = 667,7 \text{ N}$$

Com a *Drive Force* encontrada, calculou-se o *Grip* lateral traseiro sem momento resultante em *understeer*, para que em seguida ser calculado o *Grip* Lateral Requerido Dianteiro e Traseiro via equação 5.23 a seguir:

$$R_{\text{rear\_lat\_grip}} = \sqrt{DF^2 + R_{\text{rear\_basic\_lat\_grip}}^2} \quad (5.23)$$

Obtendo:

$$R_{\text{rear\_lat\_grip}} = 2464,2 \text{ N}$$

#### 5.4.7 *Grip* lateral requerido

Com todos os fatores afetando o *Grip* lateral durante uma curva crítica calculados, foi encontrado o valor real de *Grip* requerido pelo projeto para se realizar a curva via equação 5.24 e 5.25 a seguir:

$$R_{\text{required\_Front\_lat\_grip}} = F_{\text{front\_basic\_lat\_grip}} + G_{\text{rip\_Change\_RR}} + G_{\text{rip\_Change\_SAT}} + G_{\text{rip\_Change\_ITD}} \quad (5.24)$$

$$R_{\text{required\_Rear\_lat\_grip}} = R_{\text{rear\_lat\_grip}} - G_{\text{rip\_Change\_RR}} - G_{\text{rip\_Change\_SAT}} - G_{\text{rip\_Change\_ITD}} \quad (5.25)$$

*Grip* Lateral Dianteiro Requerido:

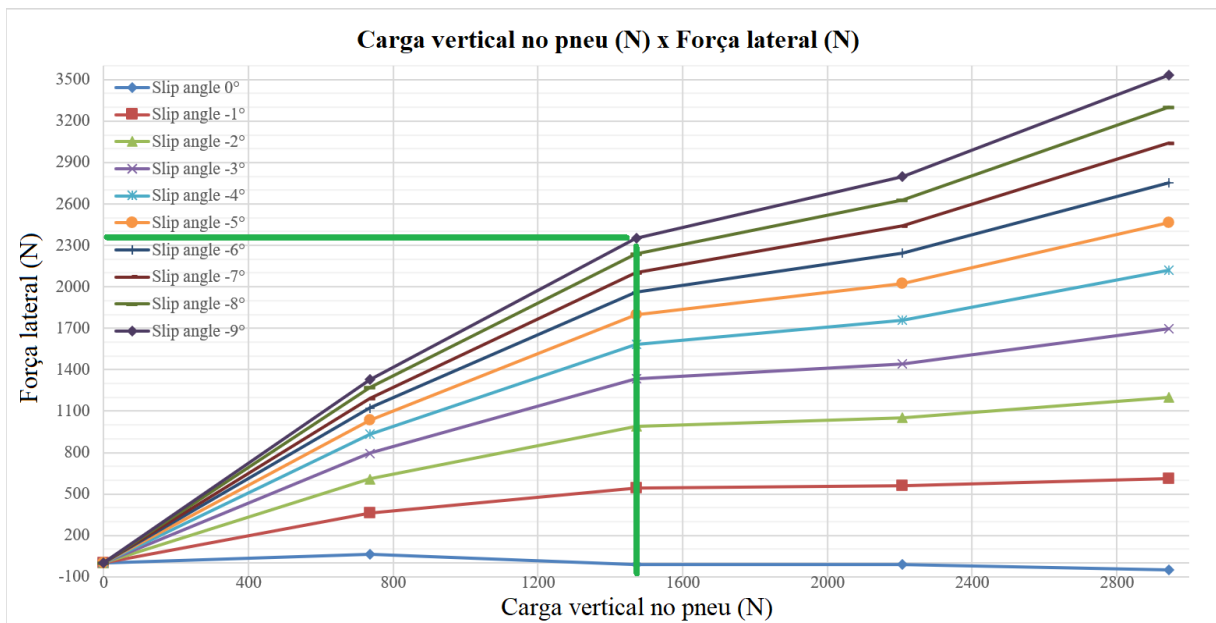
$$R_{\text{Required\_Front\_lat\_grip}} = 2275,1 \text{ N}$$

*Grip* Lateral Traseiro Requerido:

$$R_{\text{Required\_Rear\_lat\_grip}} = 2378,7 \text{ N}$$

Com os valores de *Grip* Lateral Dianteiro e Traseiro Requeridos determinados e juntamente com os dados de pneus do gráfico Cornering Force x *Slip Angle* reorganizados como Carga vertical no pneu x Força lateral, Gráfico 5.4 abaixo, calculou-se um coeficiente de atrito instantâneo para a situação de curva crítica.

Gráfico 5.4 – Carga vertical no pneu x Força lateral



Fonte: Do autor (2022).

Utilizando do gráfico 1471,5 N como Carga vertical no pneu em um ponto próximo do carregamento real calculado e 2352,5 N como Cornering Force calculou-se o coeficiente de atrito instantâneo via equação 5.26 a seguir:

$$\mu_{\text{instantaneo}} = \frac{C_{\text{Cornering Force Grafico}}}{V_{\text{Vertical Wheel Load Grafico}}} \quad (5.26)$$



Obtendo:

$$\mu_{\text{instantaneo}} = 1,5987$$

Com o valor do  $\mu_{\text{instantaneo}}$  calculado, foi passível determinar *Grip Lateral* máximo gerado por cada pneu na condição de curva crítica e verificar se o somatório é maior que o requerido para fazer a curva.

*Grip Lateral* gerado pela roda frontal de fora da curva (*Front Outside*) via equação 5.27 a seguir:

$$F_{o\_lat\_grip} = W_{fo} * \mu_{\text{instantaneo}} \quad (5.27)$$

*Grip Lateral* gerado pela roda frontal de dentro da curva (*Front Inside*) via equação 5.28 a seguir:

$$F_{i\_lat\_grip} = W_{fi} * \mu_{\text{instantaneo}} \quad (5.28)$$

*Grip Lateral* gerado pela roda traseira de fora da curva (*Rear Outside*) via equação 5.29 a seguir:

$$R_{o\_lat\_grip} = W_{ro} * \mu_{\text{instantaneo}} \quad (5.29)$$

*Grip Lateral* gerado pela roda traseira de dentro da curva (*Rear Inside*) via equação 5.30 a seguir:

$$R_{i\_lat\_grip} = W_{ri} * \mu_{\text{instantaneo}} \quad (5.30)$$

Obtendo:

$$F_{o\_lat\_grip} = 2028,3 \text{ N}$$

$$F_{i\_lat\_grip} = 305,3 \text{ N}$$

$$R_{o\_lat\_grip} = 1982,6 \text{ N}$$

$$R_{i\_lat\_grip} = 545,6 \text{ N}$$

*Grip* gerado pelos pneus dianteiros via equação 5.31 a seguir:

$$F_{\text{front\_lat\_grip\_gerado}} = F_{o\_lat\_grip} + F_{i\_lat\_grip} \quad (5.31)$$

Obtendo:

$$F_{\text{front\_lat\_grip\_gerado}} = 2333,6 \text{ N}$$

*Grip* gerado pelos pneus traseiros via equação 5.32 a seguir:

$$R_{\text{rear\_lat\_grip\_gerado}} = R_{\text{o\_lat\_grip}} + R_{\text{i\_lat\_grip}} \quad (5.32)$$

Obtendo:

$$R_{\text{rear\_lat\_grip\_gerado}} = 2528,2 \text{ N}$$

#### 5.4.8 *Slip Angle* e comportamento do veículo

Como o *Grip* gerado é maior que o requerido, foi visto que o carro consegue fazer a curva na condição crítica. Com isso verificado o próximo passo foi o cálculo do *Slip Angle* dos pneus dianteiro e traseiros para identificar o comportamento do veículo. Pelo fato do valor do  $R_{\text{required\_front\_lat\_grip}}$  ficar próximo de  $F_{\text{front\_lat\_grip\_gerado}}$  foi possível concluir que o valor do *Slip Angle* dianteiro fica próximo dos  $9^\circ$ . Então foi realizado uma interpolação, utilizando os dados do Gráfico 3.4 abaixo, entre um valor de *Grip* gerado por um *Slip Angle* de  $9^\circ$  e outro de  $8^\circ$  para se encontrar o valor exato de *Slip Angle* dianteiro, obtendo:

$$\alpha_f = 8,48^\circ$$

A mesma interpolação foi realizada para se encontrar o valor de *Slip Angle* dos pneus traseiros, porém agora utilizando um valor de *Grip* gerado por um *Slip Angle* de  $8^\circ$  e outro de  $7^\circ$ , devido a um requerimento menor de *Grip* na traseira, obtendo:

$$\alpha_r = 7,81^\circ$$

Com os valores de *Slip Angle* dianteiro e traseiro encontrados, foi possível determinar o balanceamento do projeto através da subtração do valor de *Slip Angle* Traseiro do Dianteiro, via equação 5.33 a seguir:

$$\alpha_f - \alpha_r = 0,67 \quad (5.33)$$

Esse valor encontrado indica que o carro apresenta um comportamento de leve *understeer*, e como um dos objetivos é se obter um veículo com comportamento próximo do

neutro, uma nova iteração do projeto deverá ser realizada. Para facilitar a realização de iterações do projeto, uma rotina no *software Matlab* foi criada, ela se apresenta na seção de anexos. A Tabela 5.2 valores de referência para o comportamento de um carro de competição de Fórmula SAE.

Tabela 5.2 – Valores de referência para o balanceamento de um Fórmula SAE

<b>Balanço</b>	<b><i>Understeer</i></b>	<b><i>Leve understeer</i></b>	<b>Neutro</b>	<b><i>Leve oversteer</i></b>	<b><i>Oversteer</i></b>
Diferença entre $\alpha_f$ e $\alpha_r$	> 1	> 0,2 < 1	< 0,2 > -0,2	< -0,2 < -1	< -1

Fonte: Do autor (2022).

Para a nova iteração retorna-se a etapa de determinação da Distribuição da Rigidez à Rolagem do veículo e se repete os cálculos realizados para o novo valor de Distribuição de Rigidez. A Tabela 5.3, a seguir, mostra os parâmetros e valores encontrados para a primeira e segunda iteração.

Tabela 5.3 – Parâmetros e valores da suspensão encontrados para a primeira e segunda iteração

Parâmetro	Símbolo	1ª Iteração	2ª Iteração
Ângulo de rolagem	$\theta$	1,35°	1,35°
Gradiente de rolagem	GR	0,01309 rad/g	0,01309 rad/g
Distribuição da Rigidez à rolagem dianteira/traseira		58:42 (%)	52:48 (%)
Altura dos <i>Roll Center</i> dianteiro	RC <sub>F</sub>	30 mm	30 mm
Altura do <i>Roll Center</i> traseiro	RC <sub>R</sub>	50 mm	50 mm
Braço de momento de rolagem	hs	0,21958 m	0,21958 m
Rigidez à rolagem	K $\phi$	42511 Nm/rad	42511 Nm/rad
Rigidez à rolagem dianteira	K $\phi_f$	24657 Nm/rad	22106 Nm/rad
Rigidez à rolagem traseira	K $\phi_r$	17855 Nm/rad	20405 Nm/rad
<i>Ride Rate</i> dianteiro	K <sub>r<sub>f</sub></sub>	21,21 N/mm	19,24 Nm/rad
<i>Ride Rate</i> traseiro	K <sub>r<sub>r</sub></sub>	17,69 N/mm	19,66 Nm/rad
Rigidez da barra estabilizadora dianteira	K $\phi_{ARB\_F}$	9381 Nm/rad	8250 Nm/rad
Rigidez da barra estabilizadora traseira	K $\phi_{ARB\_R}$	5115 Nm/rad	6246 Nm/rad
<i>Slip Angle</i> Dianteiro na curva crítica	$\alpha_f$	8,48°	8,29°
<i>Slip Angle</i> Traseiro na curva crítica	$\alpha_r$	7,81°	8,18°
Diferença entre <i>Slip Angle</i> dianteiro e traseiro		0,67	0,11
Comportamento do carro		Leve <i>understeer</i>	Neutro

Fonte: Do autor (2022).

Com uma diferença de *Slip Angle* dianteiro e traseiro de 0,11 o novo valor de distribuição de rigidez atendeu ao objetivo de se ter um carro com comportamento neutro na condição de curva crítica, possibilitando assim passar para a próxima etapa do projeto da suspensão.

## 5.5 Projeto cinemático da suspensão

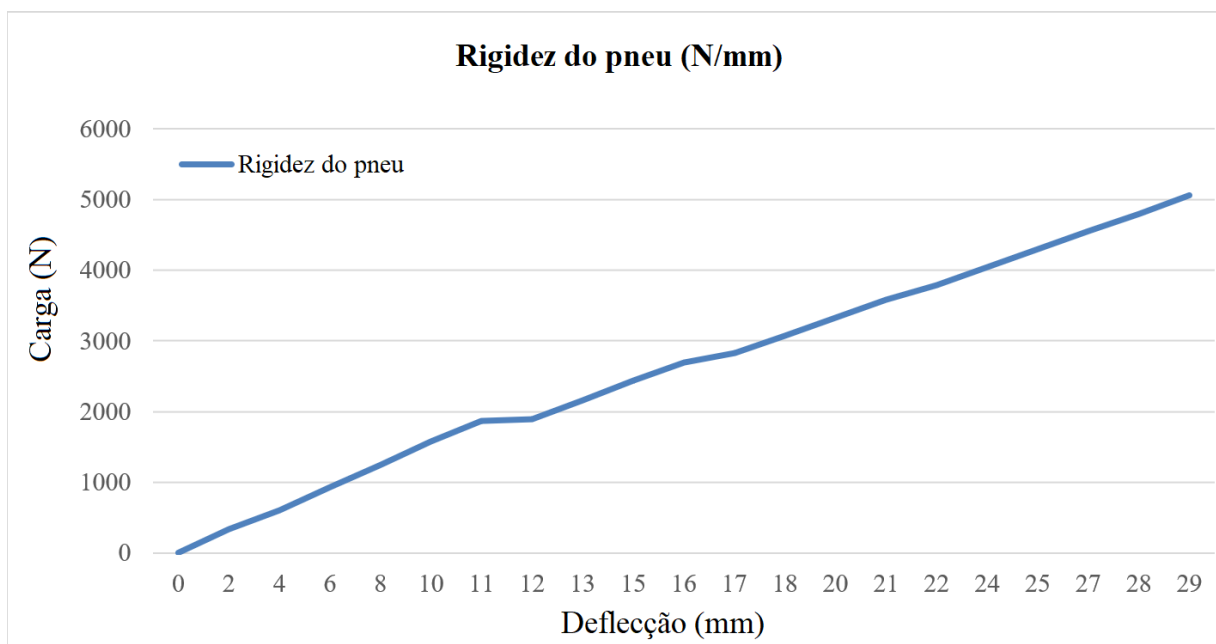
Estabelecidos os valores de rigidez da suspensão, foi iniciado o os cálculos de parâmetros que irão influenciar diretamente o dimensionamento dos componentes da suspensão

do carro, como os balancins, braços da suspensão, manga de eixo e chassi. Assim como a parte de projeto dos parâmetros da rigidez da suspensão essa parte também requer avaliação dos valores encontrados, porém dessa vez se utiliza um software de análise cinemática de suspensão.

### 5.5.1 Determinação da razão de instalação dos balancins

A determinação da razão de instalação dos balancins dianteiros e traseiros foi dependente de três novos parâmetros, dois deles fornecidos por fabricante de componentes do carro, amortecedores e pneus, e outro parâmetro obtido a partir do *Ride Rate*, já determinado anteriormente. Um desses parâmetros é o *Tire Rate*, que é o valor de rigidez do pneu e como os outros dados de pneus já utilizados até o momento, foi obtido a partir de ensaios mecânicos realizados pelo fabricante do pneu. O Gráfico 5.5, abaixo mostra a deflexão do pneu com uma carga conhecida aplicada.

Gráfico 5.5 – Rigidez dos pneus



Fonte: Avon Tyres (2013) adaptado.

Utilizou-se então um valor de 166,8 N/mm para o *Tire Rate*.

$$K_T = 166,8 \text{ N/mm}$$

O segundo parâmetro necessário, foi o *Wheel Center Rate*, que deve ser determinado tanto para o eixo dianteiro quando o traseiro, e foram determinados pelas equações 5.34 e 5.35 a seguir:

*Wheel Center Rate* dianteiro:

$$K_{WF} = \frac{K_{rf} * K_T}{(K_T - K_{rf})} \quad (5.34)$$

*Wheel Center Rate* traseiro:

$$K_{WR} = \frac{K_{rr} * K_T}{(K_T - K_{rr})} \quad (5.35)$$

Obtendo:

$$K_{WF} = 21,75 \text{ N/mm}$$

$$K_{WR} = 22,29 \text{ N/mm}$$

O terceiro e último parâmetro necessário para o cálculo da razão de instalação dos balancins foi a rigidez da mola do amortecedor,  $K_S$ , com valor fornecido pelo fabricante. Ele juntamente com o *Wheel Center Rate*, foi possível determinar o valor da razão de instalação dos balancins dianteiro e traseiro respectivamente através das equações 5.36 e 5.37 a seguir:

$$K_{WF} = K_S * IR_F^2 \quad (5.36)$$

$$K_{WR} = K_S * IR_R^2 \quad (5.37)$$

Com um valor de  $K_S = 96,32 \text{ N/m}$  (550lb/in), se obtém:

Razão de instalação dianteira:

$$IR_F = 0,4752$$

Razão de instalação traseira:

$$IR_R = 0,4811$$

### 5.5.2 Cálculo do ganho de câmber da suspensão e *Front View Swing Arm*

Para se determinar o ganho de câmber das rodas dianteiras e traseiras, primeiro se determinou o valor de cambagem estático e a cambagem alvo na condição de curva crítica. Esses valores foram definidos para as condições dos pneus no lado de fora da curva crítica sejam os mesmos do ensaio mecânico realizado pelo fabricante dos pneus e assim se comporte da mesma forma que previsto no projeto.

No eixo dianteiro do veículo:

$$\gamma_{\text{estático}_F} = -1,5^\circ$$

$$\gamma_{\text{alvo}_F} = -1,0^\circ$$

No eixo traseiro do veículo:

$$\gamma_{\text{estático}_R} = -1,0^\circ$$

$$\gamma_{\text{alvo}_R} = -0,5^\circ$$

O pneu dianteiro possui um valor mais negativo de cambagem estática e alvo que a roda traseira devido ao ganho de cambagem proveniente do esterçamento da direção durante as curvas. Com os valores de cambagem estática e alvo definidos, foram calculados os valores de *Roll Camber* e em seguida FVSA dianteiros e traseiros pelas equações 5.38 e 5.39 respectivas a seguir:

$$\text{roll\_camber}_F = \frac{\gamma_{\text{alvo}_F} - \gamma_{\text{estático}_F}}{\theta} \quad (5.38)$$

$$\text{roll\_camber}_R = \frac{\gamma_{\text{alvo}_R} - \gamma_{\text{estático}_R}}{\theta} \quad (5.39)$$

Lembrando que o Ângulo de Rolagem,  $\theta$ , é igual a  $1,35^\circ$ , se obtém:

*Roll camber* dianteiro:

$$\text{roll\_camber}_F = 0,3704^\circ$$

*Roll camber* traseiro:

$$\text{roll\_camber}_R = 0,3704^\circ$$

O valor de FVSA é dado pela equação 5.40 a seguir:

$$FVSA = \frac{(T/2)}{1-roll\_camber} \quad (5.40)$$

Obtendo assim:

*Front View Swing Arm* dianteiro:

$$FVSA_F = 0,9529 \text{ m}$$

*Front View Swing Arm* traseiro:

$$FVSA_R = 0,9529 \text{ m}$$

### 5.5.3 Parâmetros adicionais da suspensão

A manga de eixo do carro é um outro componente que possui parâmetros da suspensão. Eles são ângulos e medidas que influenciam no comportamento do carro e como o piloto sente a sua resposta. Como eles não são provenientes de cálculos, eles foram apresentados na Tabela 5.4, a seguir:

Tabela 5.4 – Parâmetros adicionais da suspensão

<b>Parâmetro</b>	<b>Valor</b>
Ackermann	90%
Ângulo de Pino Mestre / Kingpin Inclination	2°
Raio de deslizamento / <i>Scrub Radius</i>	76,9 mm
Ângulo de Caster	2°
<i>Caster Trail</i>	8,8 mm
<i>Offset</i>	35,5 mm
Convergência rodas dianteira / <i>Toe</i>	0°
Convergência rodas traseira / <i>Toe</i>	0°

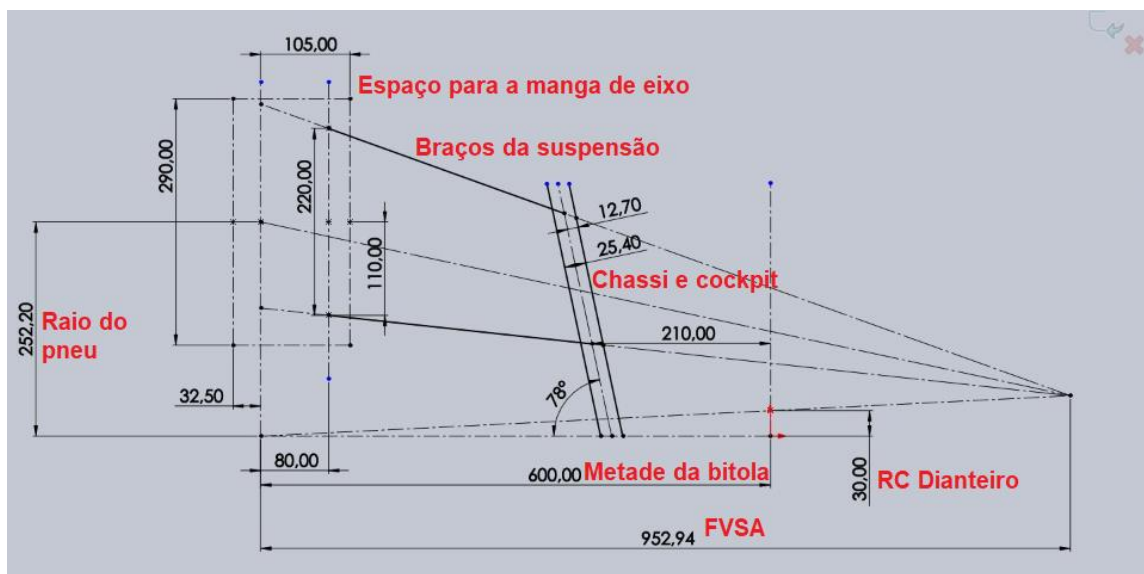
Fonte: Do autor (2022).



## 5.6 Projeto 3D da suspensão

Com todos os parâmetros da suspensão definidos, a próxima etapa foi a realização do projeto em CAD (*Computer Aided Design*) para a modelagem 3D do projeto utilizando o software *Solidworks*. Iniciou-se com um esboço 2D no plano frontal da suspensão dianteira, em que foi rascunhado o espaço interno da roda para a manga de eixo, o chassi e os braços da suspensão, como visto na Figura 5.1 a seguir.

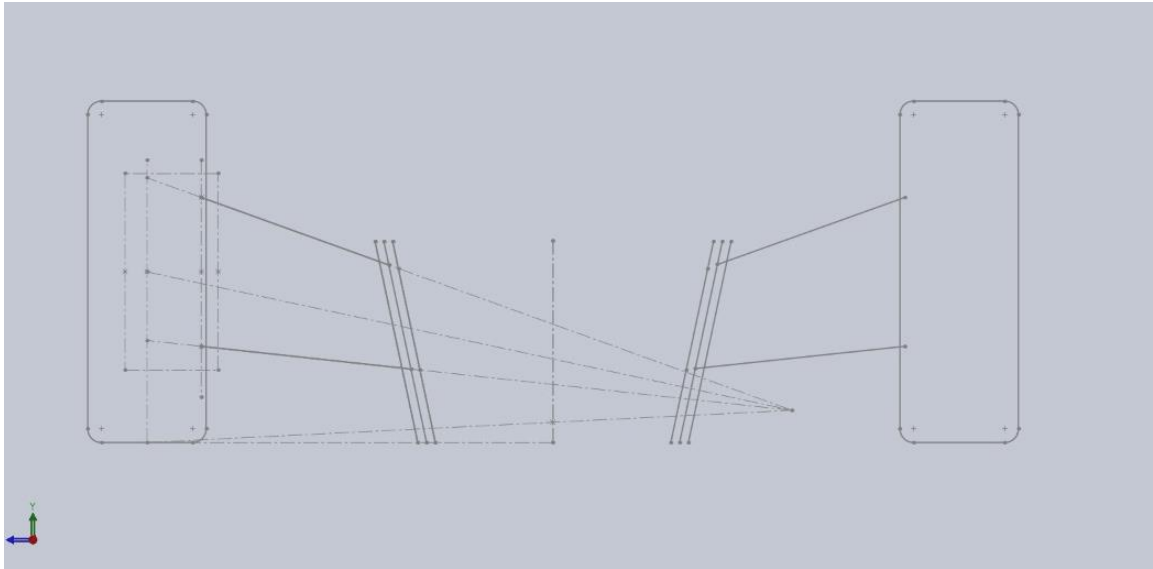
Figura 5.1: Esboço inicial da suspensão dianteira



Fonte: Do autor (2022).

Quando esses componentes forem desenhados, o próximo passo foi o espelhamento desses componentes em relação a vertical do plano da suspensão dianteira, conforme a Figura 5.2 a seguir.

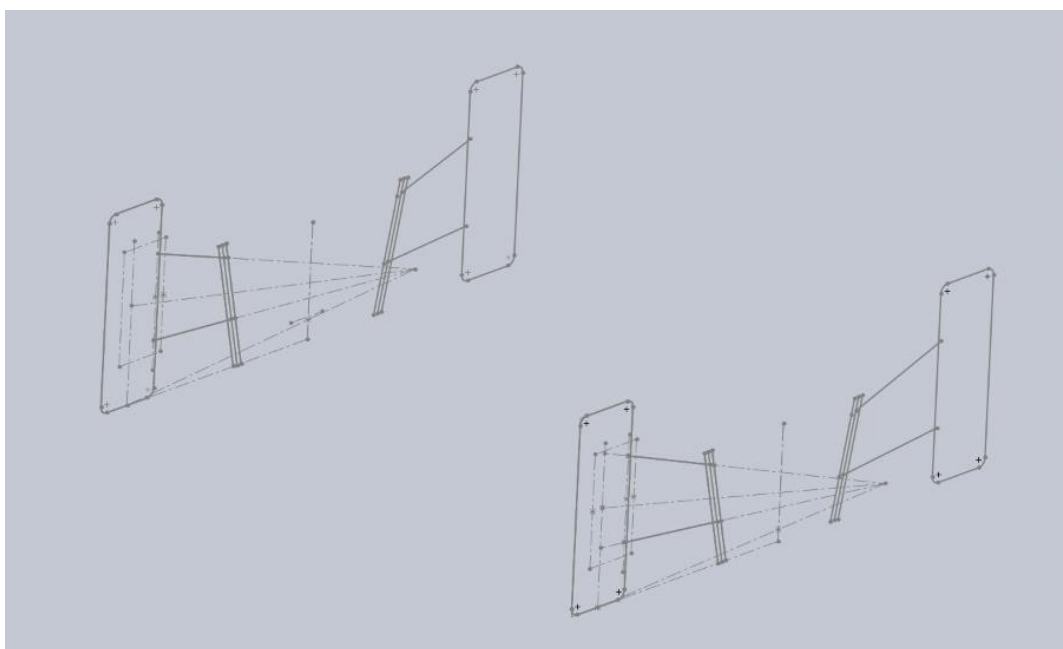
Figura 5.2: Esboço da suspensão dianteira espelhada



Fonte: Do autor (2022).

Concluído o esboço da suspensão dianteira, o mesmo procedimento foi realizado para a suspensão traseira, levando em consideração as diferenças do tamanho do chassi devido a necessidade de comportar o motor ou sistema de transmissão do carro. A distância entre os planos em que a suspensão dianteira e traseira são desenhadas é o entre eixos do carro. Esse passo pode ser visto na Figura 5.3 a seguir.

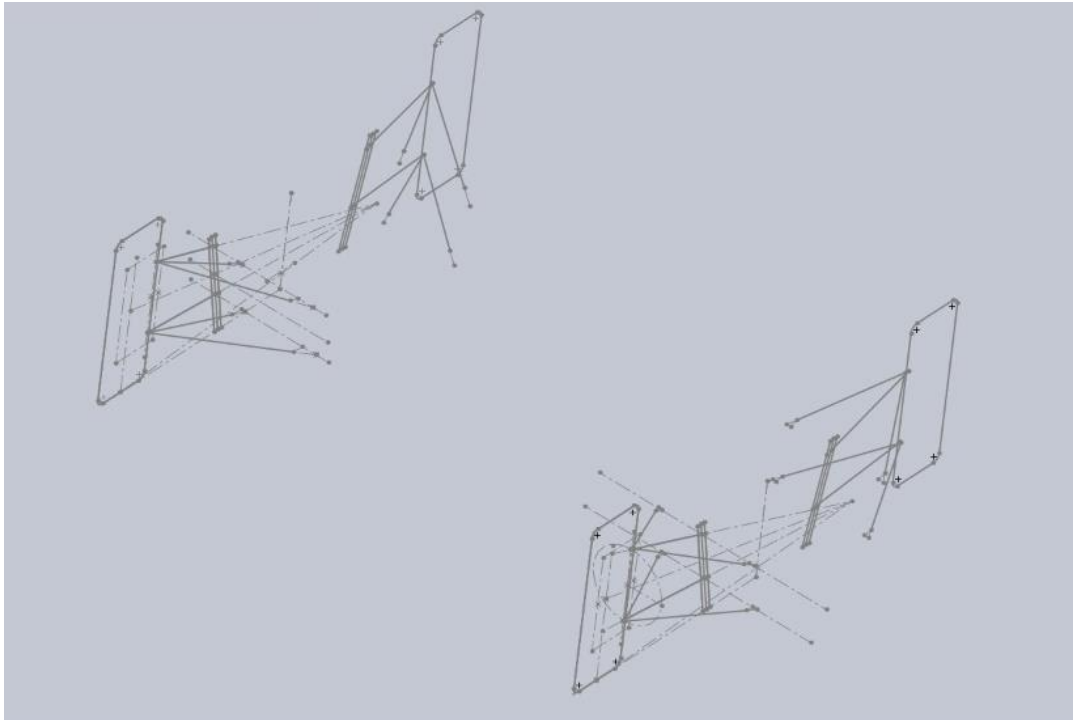
Figura 5.3: Esboço da suspensão dianteira e traseira



Fonte: Do autor (2022).

Com ambas as suspensões rascunhadas a próxima etapa foi o desenho dos braços da suspensão em 3D. Nessa etapa o grau de abertura dos braços “A” foi definido, como pode ser visto na Figura 5.4 a seguir.

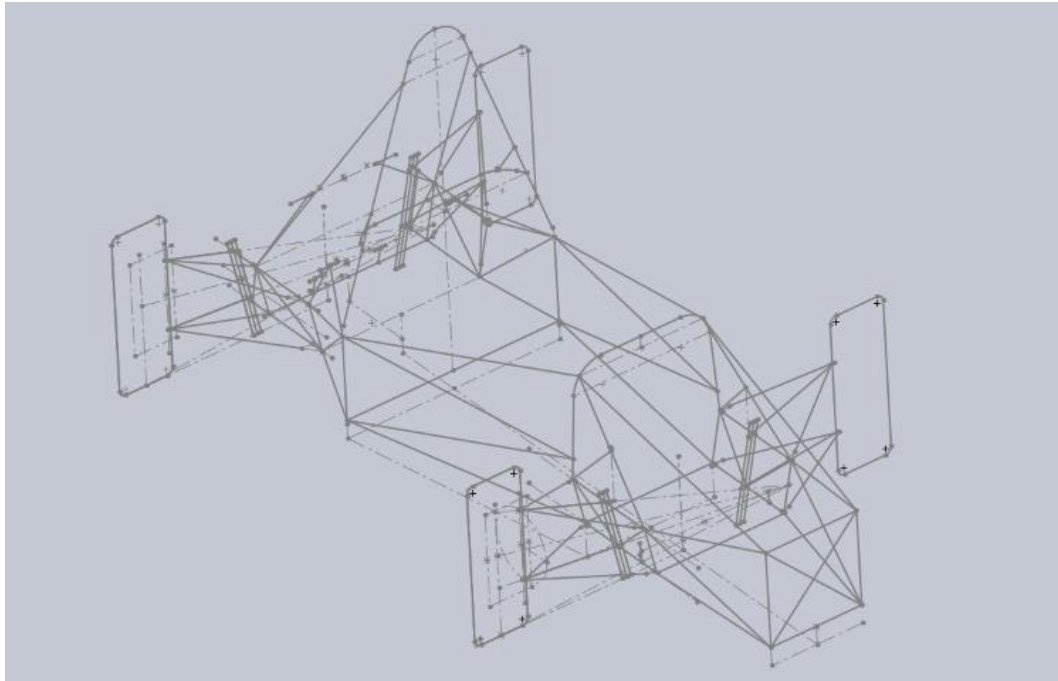
Figura 5.4: Desenho 3D dos braços da suspensão



Fonte: Do autor (2022).

Com os pontos de fixação da suspensão no chassi definidos, o próximo passo foi o projeto da geometria do chassi do carro, levando em consideração o espaço necessário para os componentes dos outros setores, como motor, transmissão, cockpit, caixa de pedais etc. Esse passo pode ser visto na Figura 5.5 a seguir.

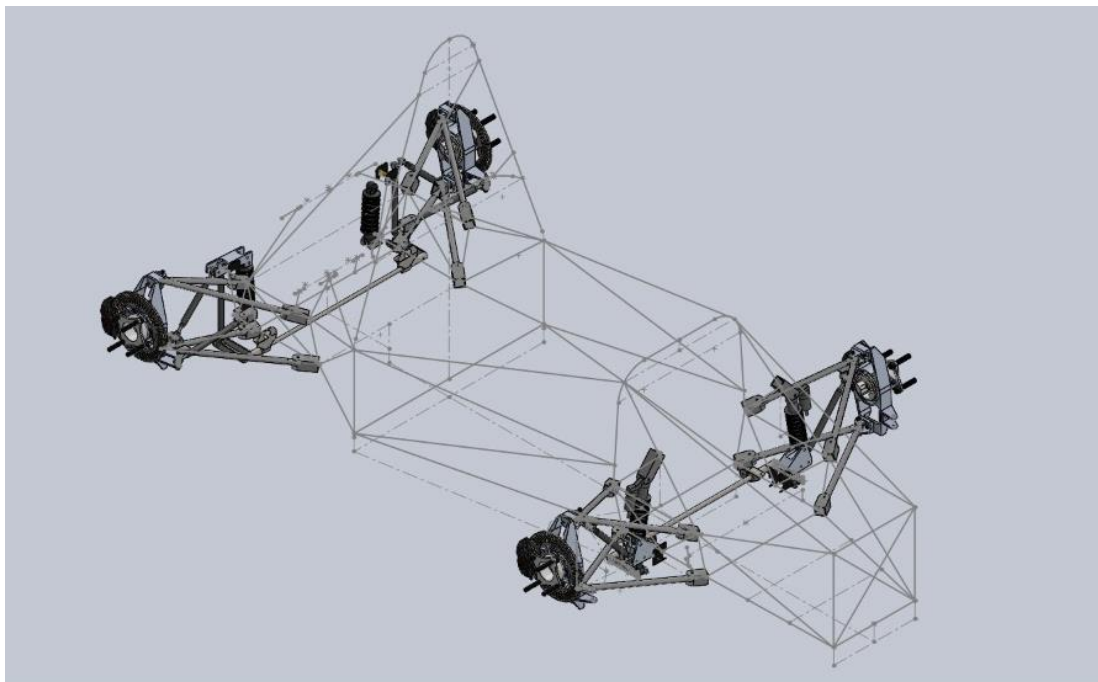
Figura 5.5: Desenho do chassi e suspensão



Fonte: Do autor (2022).

Com a geometria do chassi e suspensão definidas, se realizou o projeto e modelagem dos componentes individuais da suspensão, conforme a Figura 5.6 a seguir.

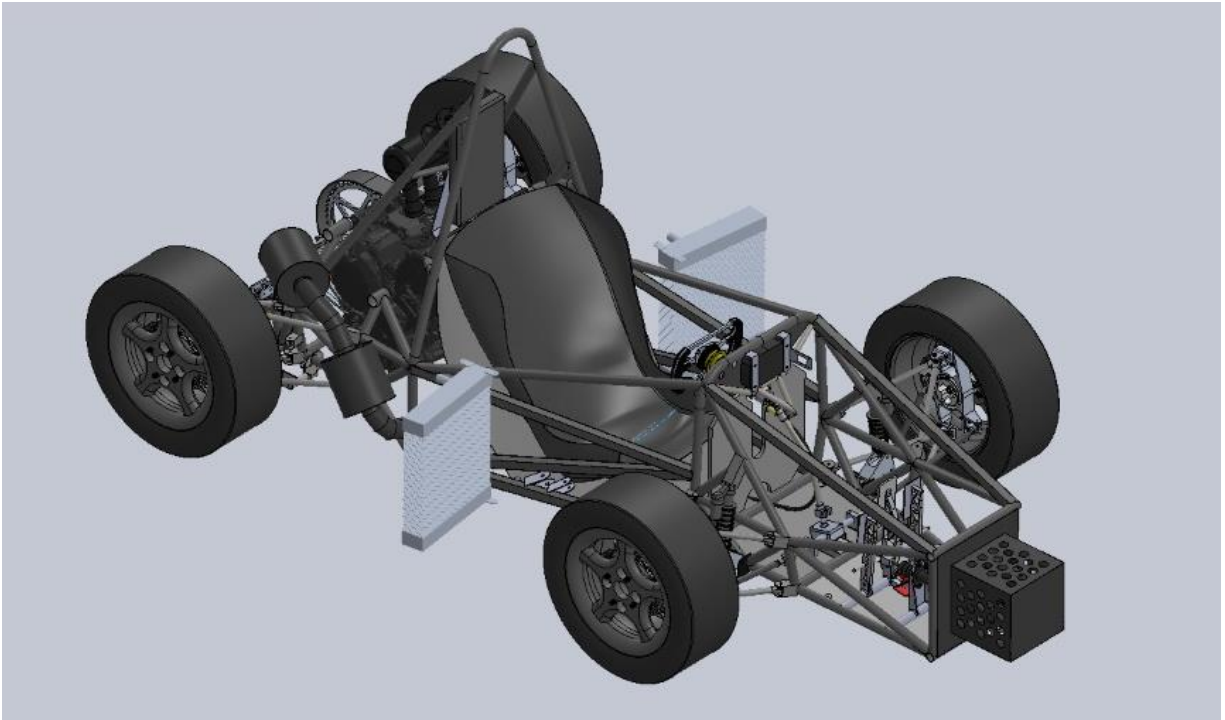
Figura 5.6: Modelagem 3D dos componentes da suspensão



Fonte: Do autor (2022).

Com o projeto do chassi e suspensão realizado, os outros setores puderam começar a projetar e modelar os outros componentes do veículo, realizando todo o projeto do carro em 3D para posterior manufatura, conforme pode ser visto na Figura 5.7 a seguir.

Figura 5.7: Modelagem 3D de todo o carro



Fonte: Do autor (2022).

## 5.7 Parâmetros finais do projeto

Com as propriedades de rigidez e cinemática do projeto da suspensão calculados e definidos, se montou a Tabela 5.5, abaixo, que contém também os parâmetros base para o projeto da suspensão

Tabela 5.5 – Parâmetros finais do projeto (continua)

<b>Parâmetros finais do projeto</b>			
<b>Parâmetro</b>	<b>Valor</b>	<b>Parâmetro</b>	<b>Valor</b>
Massa (m)	310 kg	Ângulo de Rolagem ( $\theta$ )	1,35°
Altura do centro de gravidade (h <sub>CG</sub> )	260 mm	Gradiente de Rolagem (GR)	0,01309 rad/g
Distribuição de massa Dianteira/Traseira	48:52 %	Distribuição da Rigidez à Rolagem Dianteira/Traseira	52:48 (%)
Entre eixo / <i>Wheelbase</i> (L)	1535 mm	Altura dos <i>Roll Center</i> dianteiro (RC <sub>F</sub> )	30 mm
Bitola / <i>Track</i> (T)	1200 mm	Altura do <i>Roll Center</i> traseiro (RC <sub>R</sub> )	50 mm
<i>Ride Height</i>	45 mm	Braço de momento de rolagem (hs)	0,21958 m
Peso (W)	3041,1 N	Rigidez à rolagem (K $\phi$ )	42511 Nm/rad
Pneus	7.2/20.0-13	Rigidez à rolagem dianteira (K $\phi$ <sub>f</sub> )	22106 Nm/rad
Curso <i>Bump</i>	25,4mm	Rigidez à rolagem traseira (K $\phi$ <sub>r</sub> )	20405 Nm/rad
Curso <i>Rebound</i>	25,4mm	<i>Ride Rate</i> dianteiro (K <sub>r</sub> <sub>f</sub> )	19,24 Nm/rad
Cambagem estática dianteira ( $\gamma$ <sub>estático_F</sub> )	-1,5°	<i>Ride Rate</i> traseiro (K <sub>r</sub> <sub>r</sub> )	19,66 Nm/rad
Cambagem alvo dianteira ( $\gamma$ <sub>alvo_F</sub> )	-1,0°	Rigidez da barra estabilizadora dianteira (K $\phi$ <sub>ARB_F</sub> )	8250 Nm/rad
Cambagem estática traseira ( $\gamma$ <sub>estático_R</sub> )	-1,0°	Rigidez da barra estabilizadora traseira (K $\phi$ <sub>ARB_R</sub> )	6246 Nm/rad
Cambagem alvo traseira ( $\gamma$ <sub>alvo_R</sub> )	-0,5°	<i>Wheel Center Rate</i> dianteiro (K <sub>w</sub> <sub>f</sub> )	21,75 N/mm
Ângulo de Pino Mestre / Kingpin Inclination	2°	<i>Wheel Center Rate</i> traseiro (K <sub>w</sub> <sub>r</sub> )	22,29 N/mm
Raio de deslizamento / <i>Scrub Radius</i>	76,9 mm	Razão de instalação dianteira (IR <sub>F</sub> )	0,4752
Ângulo de Caster	2°	Razão de instalação traseira	0,4811

		(IR <sub>R</sub> )	
<i>Caster Trail</i>	8,8 mm	<i>Roll Camber</i> dianteiro (roll_camber <sub>F</sub> )	0,3704°
<i>Offset</i>	35,5 mm	<i>Roll Camber</i> traseiro (roll_camber <sub>R</sub> )	0,3704°
Convergência rodas dianteira / <i>Toe</i>	0°	<i>Front View Swing Arm</i> dianteiro (FVSA <sub>F</sub> )	0,9529 m
Convergência rodas traseira / <i>Toe</i>	0°	<i>Front View Swing Arm</i> traseiro (FVSA <sub>R</sub> )	0,9529 m
<i>Slip Angle</i> Dianteiro na Curva Crítica ( $\alpha_f$ )	8,29°	Diferença entre <i>Slip Angle</i> Dianteiro e Traseiro	0,11
<i>Slip Angle</i> Traseiro na Curva Crítica ( $\alpha_r$ )	8,18°	Comportamento do carro	Neutro

Fonte: Do autor (2022).

## 5.8 Análise dos resultados da rigidez da suspensão

Com a primeira iteração do projeto de rigidez da suspensão realizada, se observou uma diferença entre *Slip Angle* dianteiro e traseiro de 0,67°, indicando um leve *understeer*. Já na segunda iteração a diferença obtida foi de 0,11°. Essa diferença de 0,56° pode não parecer significativa à primeira vista, porém ela deve ser analisada a partir do ponto de vista de ajuste / *tunning* e do comportamento dinâmico do carro em pista.

Como foi comentado no início desse trabalho e definido ao longo do projeto da suspensão, esse carro possui barra estabilizadora tanto no eixo dianteiro, quanto no traseiro, possibilitando um certo nível de ajuste da rigidez e distribuição de rigidez da suspensão. Porém deve-se levar em consideração que esse ajuste é para compensar somente dois fatores. O primeiro fator é a diferença entre carro real do carro que foi projetado, afetando parâmetros base para o projeto da suspensão, como massa, altura do centro de gravidade e distribuição de peso do carro.

Essa diferença pode ser causada pela falta de fidelidade de alguns componentes do modelo em CAD quando comparados com o real. Um exemplo de componente é o motor, que por ter sido obtido via um scanner 3D óptico, não possui os seus componentes internos modelados, resultando em uma diferença entre as propriedades físicas do motor real com o em

CAD, como posição e centro de gravidade.

Além do motor, outro componente que não é tão representativo, em relação a massa e altura do centro de gravidade, no modelo em 3D é o chassi. O projeto em CAD, por ser composto apenas de tubos, não possui as soldas modeladas e que acabam representando em torno de 7 kg, ou 20% do peso total do chassi. Por fim, outro componente que também não é tão representativo do modelo em 3D é o chicote do veículo, que possui as ligações elétricas e instrumentação do carro, mas não é representado no CAD.

O outro fator que a barra estabilizadora foi feita para compensar são os pilotos em si. Para se correr todas as provas da competição de Fórmula SAE se faz necessário o uso de quatro pilotos. Pilotos com pesos e alturas diferentes, o que também resulta na variação de massa e altura do centro de gravidade do conjunto homem máquina. Em outros veículos de competição o peso do piloto pode não causar uma mudança significativa no comportamento do carro, porém em um fórmula SAE a massa do condutor pode representar algo entre 20% a 30% do peso total do conjunto.

Ainda nesse segundo fator e a principal razão desse ajuste é esses diferentes pilotos possuem experiências e preferências de direção diferentes uns dos outros. Pilotos menos experientes podem se favorecer de um carro com um leve comportamento *understeer* por ser mais fácil de se estabilizar e recuperar o controle, enquanto um piloto mais experiente pode preferir um carro com comportamento *oversteer*, por ser capaz de “segurar” o carro na curva quando esse fenômeno ocorrer.

Uma última consideração a se fazer é sobre a capacidade de ajuste da rigidez da suspensão permitida pelas barras estabilizadoras. Apesar do dimensionamento delas não terem sido contempladas nesse trabalho, ele foi realizado para a construção do carro para a competição de Fórmula SAE. Tanto a barra estabilizadora dianteira e traseira permitem um ajuste para mais e para menos de 20% da sua rigidez de projeto, proporcionando ajuste da rigidez e distribuição da rigidez somente até certo ponto.

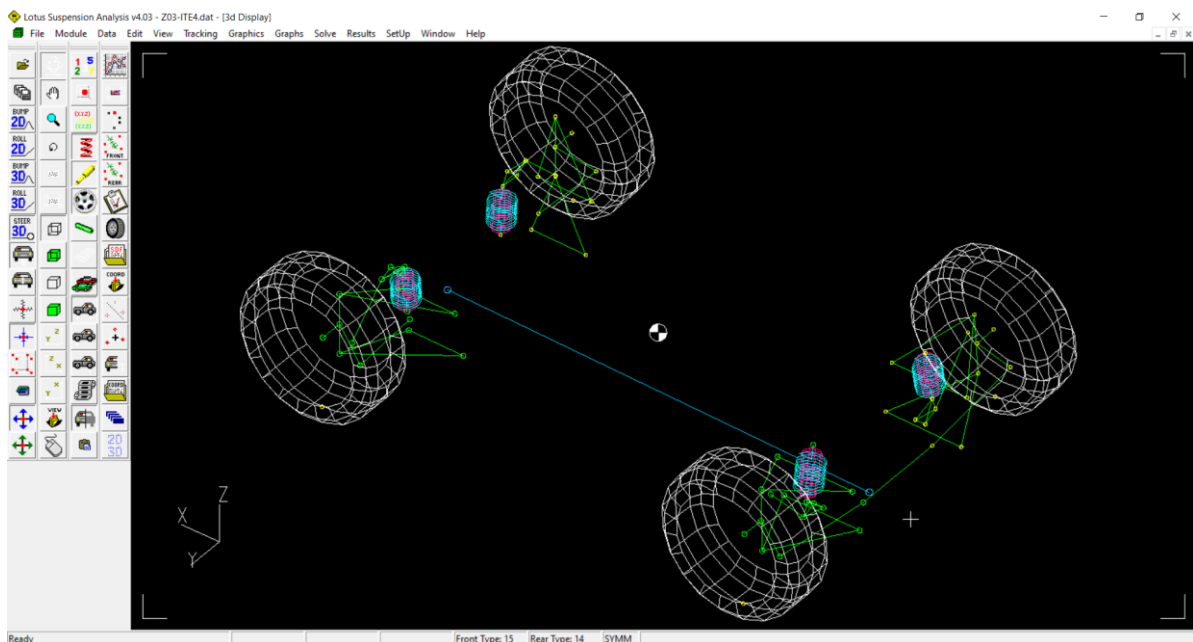
Com esses fatores e considerações realizadas, pode-se ver então que a barra estabilizadora não é para corrigir o comportamento de um carro com comportamento naturalmente *understeer* e sim ajustar / tunar um carro com comportamento neutro. Está aí então a importância de se realizar um estudo detalhado sobre o *Slip Angle* dos pneus na condição de curva crítica do projeto e se determinar o balanceamento do carro ainda na fase de projeto.



## 5.9 Análise dos resultados cinemáticos

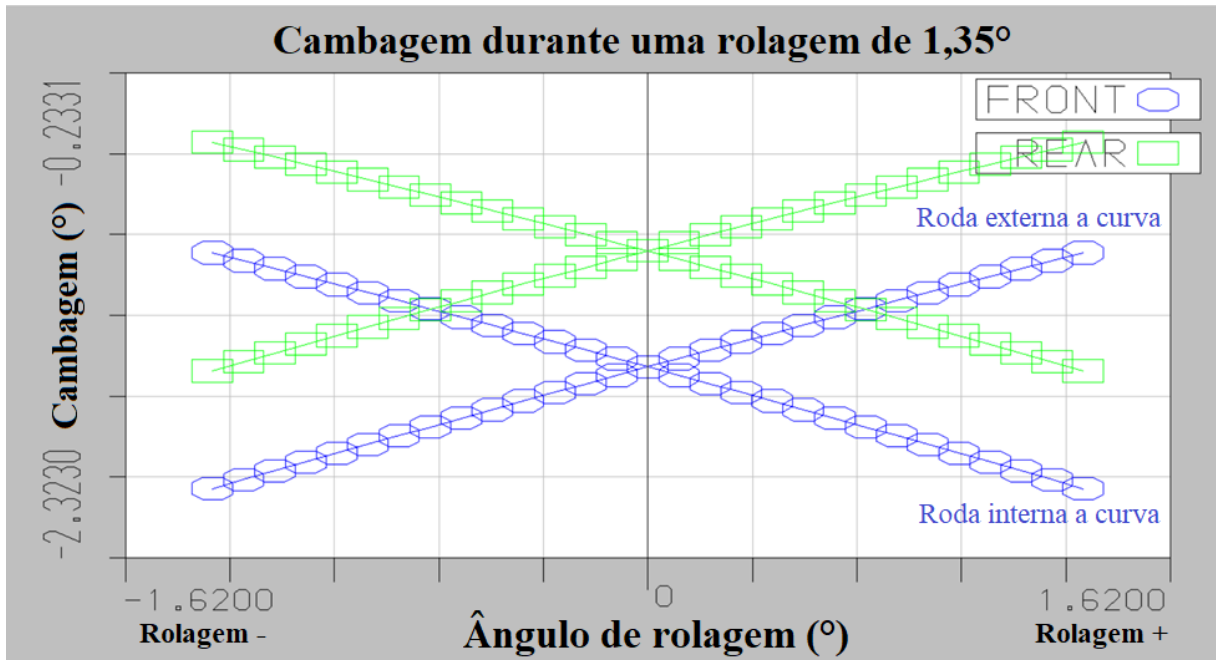
Após realizado a modelagem 3D do projeto, utilizando o software *Solidworks*, foi utilizado o software *Lotus Suspension Analysis* para se verificar se os parâmetros encontrados e utilizados no projeto estavam levando aos valores desejados de cambagem na curva crítica e otimizar a configuração primária do veículo levando em consideração o valor de ganho de câmber devido ao esterçamento da direção. O veículo no software pode ser visto na Figura 5.8, a seguir.

Figura 5.8 – Projeto da suspensão no software *Lotus Suspension Analysis*



Fonte: Do autor (2022).

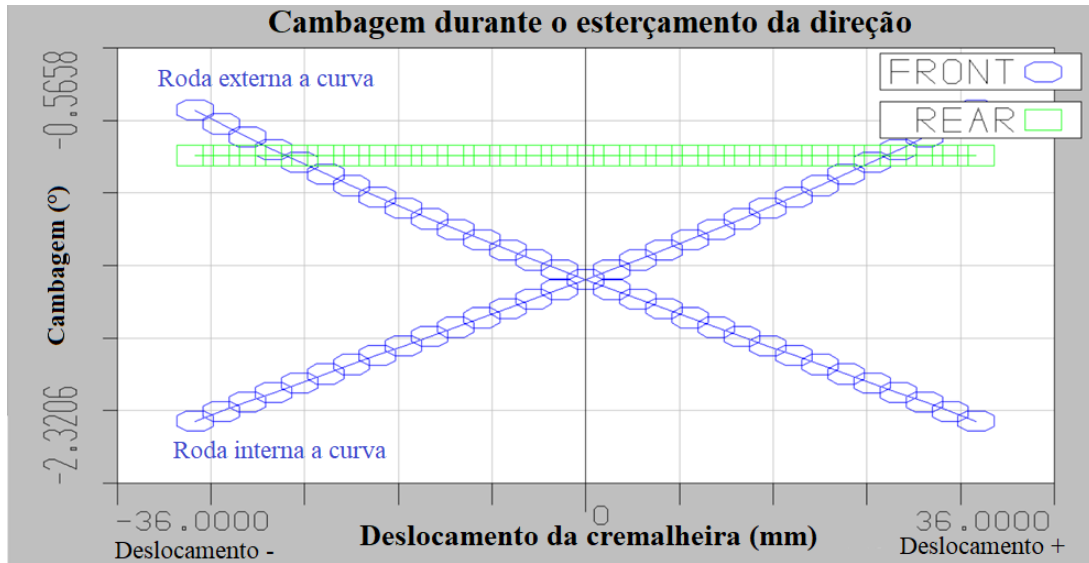
Com o software foi possível se obter gráficos dos valores de cambagem, convergência e posição do *Roll Center* durante a rolagem, *bump* e esterçamento da direção. O Gráfico 5.6, a seguir, mostra os valores de cambagem dos pneus durante uma rolagem de  $1,35^\circ$ . Nele observa-se que no eixo dianteiro, o pneu do lado de fora da curva perde  $0,5^\circ$ , ficando com  $-1,0^\circ$  e o do lado interno a curva ganha  $0,5^\circ$ , ficando com  $-2,0^\circ$ . No eixo traseiro, o pneu do lado de fora da curva também perde  $0,5^\circ$  de cambagem, ficando com  $-0,5^\circ$ , enquanto o do lado interno a curva ganha  $0,5^\circ$ , ficando com  $-1,5^\circ$ . Com esses resultados, observa-se que o ganho de cambagem definido na fase de projeto cinemático da suspensão foi alcançado, indicando que os métodos utilizados estão corretos.

Gráfico 5.6 – Cambagem durante uma rolagem de  $1,35^\circ$ 

Fonte: Do autor (2022).

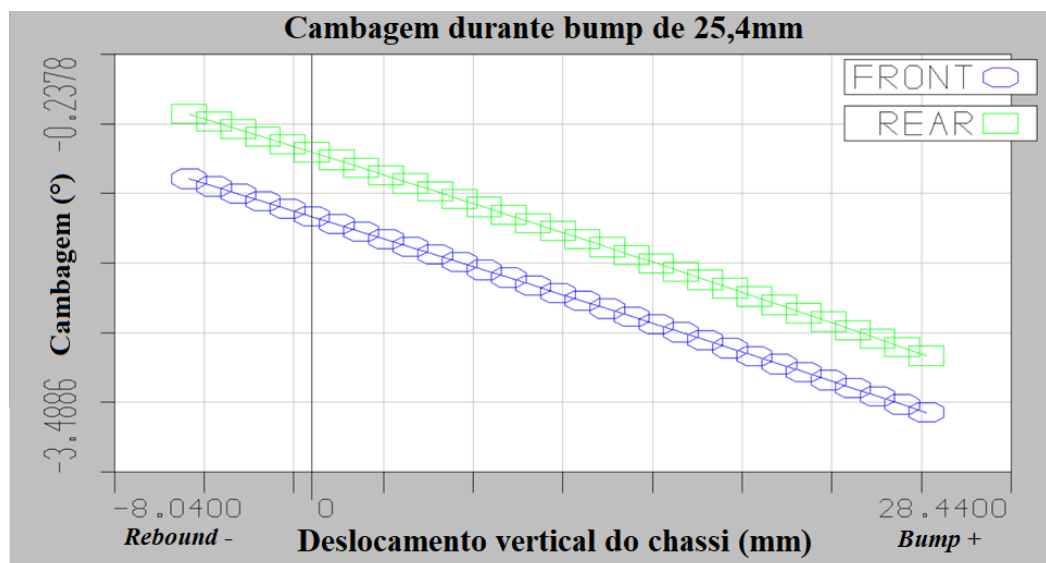
O Gráfico 5.7, a seguir, mostra o ganho de cambagem durante o esterçamento da direção. Observa-se que no esterçamento máximo a roda interna a curva perde  $0,7^\circ$  de cambagem, ficando com  $-0,8^\circ$  e a roda interna a curva ganha  $0,6^\circ$ , ficando com  $-2,1^\circ$ . Com esses valores conhecidos, foi possível levar em consideração os efeitos do esterçamento da direção no veículo durante uma situação de curva.

Gráfico 5.7 – Cambagem durante o esterçamento da direção



Fonte: Do autor (2022).

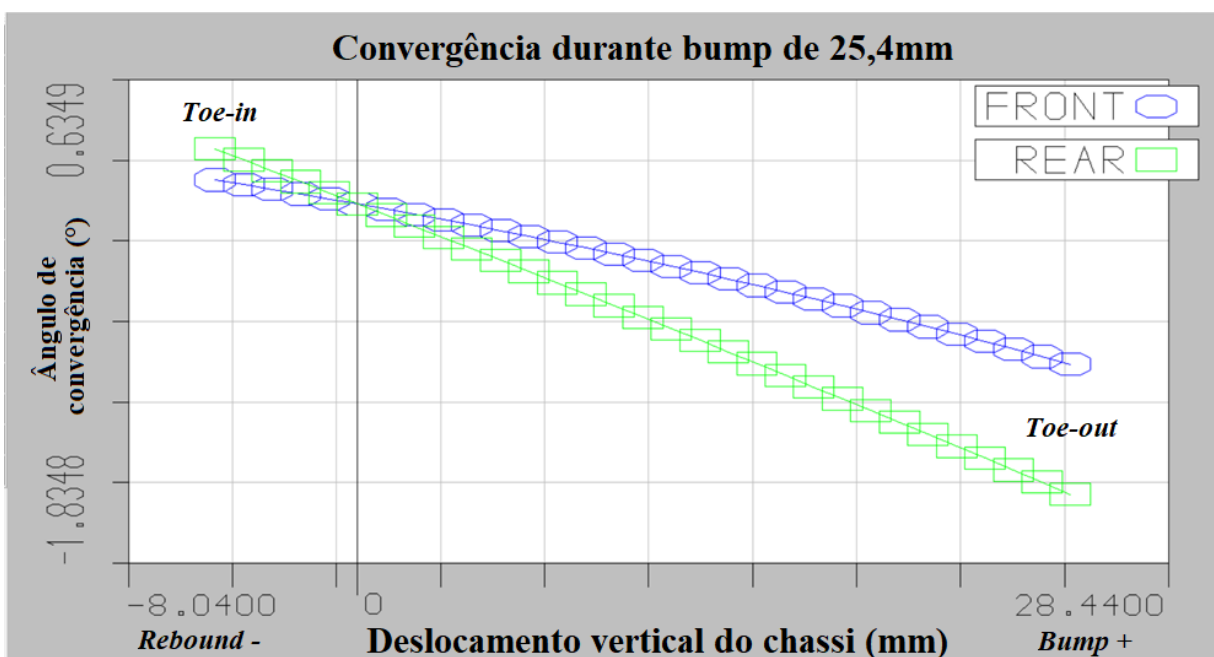
O Gráfico 5.8, a seguir, mostra o ganho de cambagem durante um *bump* de 25,4mm. Nele, observa-se que os pneus do eixo dianteiro ganharam 1,5° de cambagem, ficando com um valor de -3,0°, enquanto os traseiros ganharam 1,6°, ficando com -2,6°. O ganho de cambagem encontrado foi um valor significativo e é decorrente da geometria de braços convergentes e comprimento desigual. Para reduzir esse ganho de cambagem pode-se buscar uma geometria de braços paralelos e de comprimento igual, porém isso resultaria em um grande ganho de cambagem durante a rolagem, o que seria mais prejudicial ao projeto.

Gráfico 5.8 – Cambagem durante *bump* de 25,4mm

Fonte: Do autor (2022).

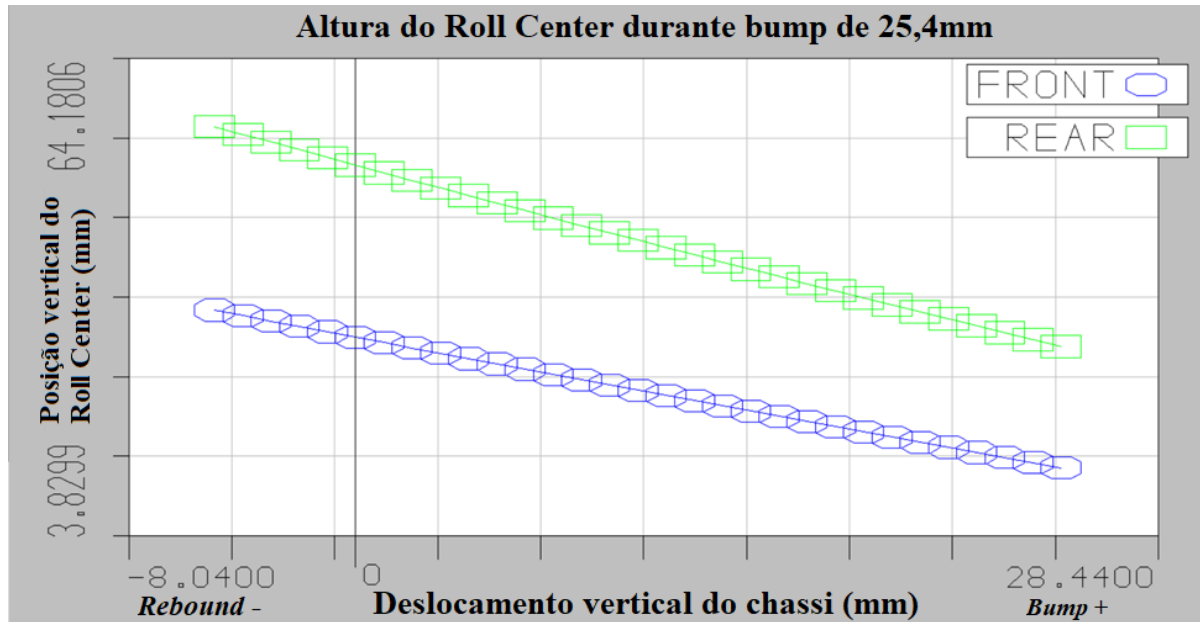
O Gráfico 5.9, a seguir, mostra o ganho de convergência durante um *bump* de 25,4mm. Observa-se que os pneus dianteiros partem de  $0^\circ$ , no estático, ganhando  $-0,82^\circ$ , enquanto os traseiros também partem de  $0^\circ$ , ganhando  $-1,48^\circ$  de convergência. Esse fenômeno de ganho de convergência devido ao movimento vertical do pneu é chamado de *bump steer*. O valor de ganho de convergência foi significativo no eixo traseiro, porém não tanto no eixo dianteiro, por ser um valor menor, ficando assim um ponto de melhoria para o projeto de suspensão do próximo carro da equipe.

Gráfico 5.9 – Convergência durante *bump* de 25,4mm



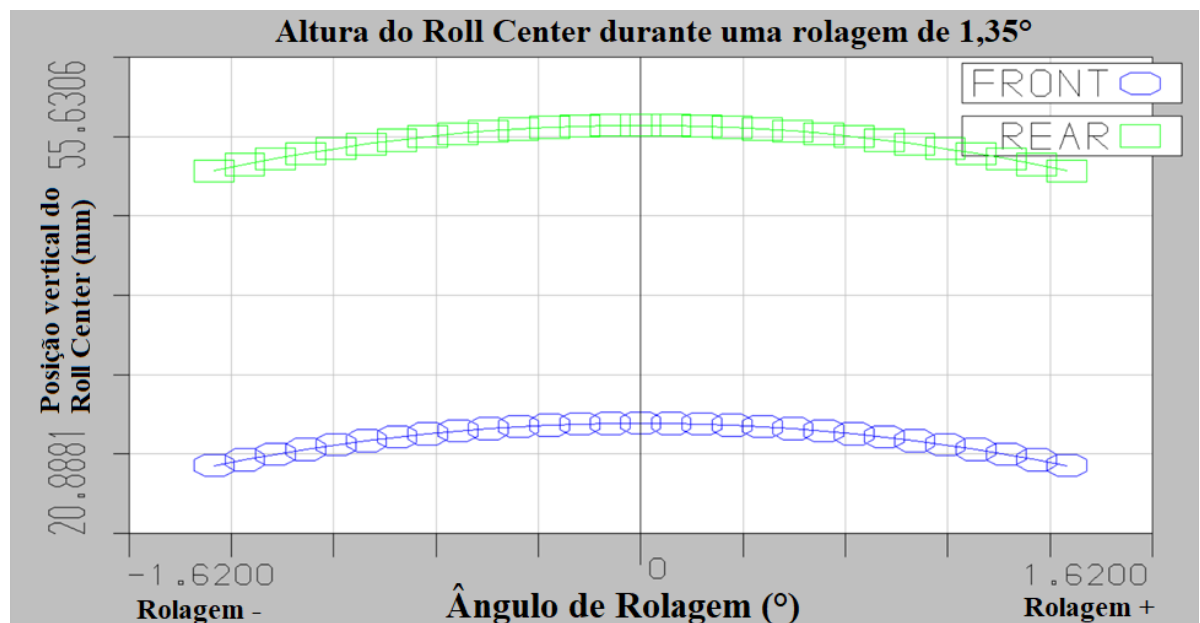
Fonte: Do autor (2022).

O Gráfico 5.10, a seguir, mostra a altura dos *Roll Centers* dianteiro e traseiro durante um *bump* de 25,4mm. Nele, observa-se que o *Roll Center* dianteiro se deslocou 18,8mm na vertical, ficando a 11,8 mm do chão, enquanto o *Roll Center* traseiro se deslocou, 22,22mm, ficando a 27,78mm do chão. A informação mais importante proveniente desse gráfico é nem o *Roll Center* dianteiro ou traseiro ficaram abaixo do solo durante o *bump*, que resultaria em um efeito adverso para o balanceamento do carro, caso ocorresse.

Gráfico 5.10 – Altura do *Roll Center* durante *bump* de 25,4mm

Fonte: Do autor (2022).

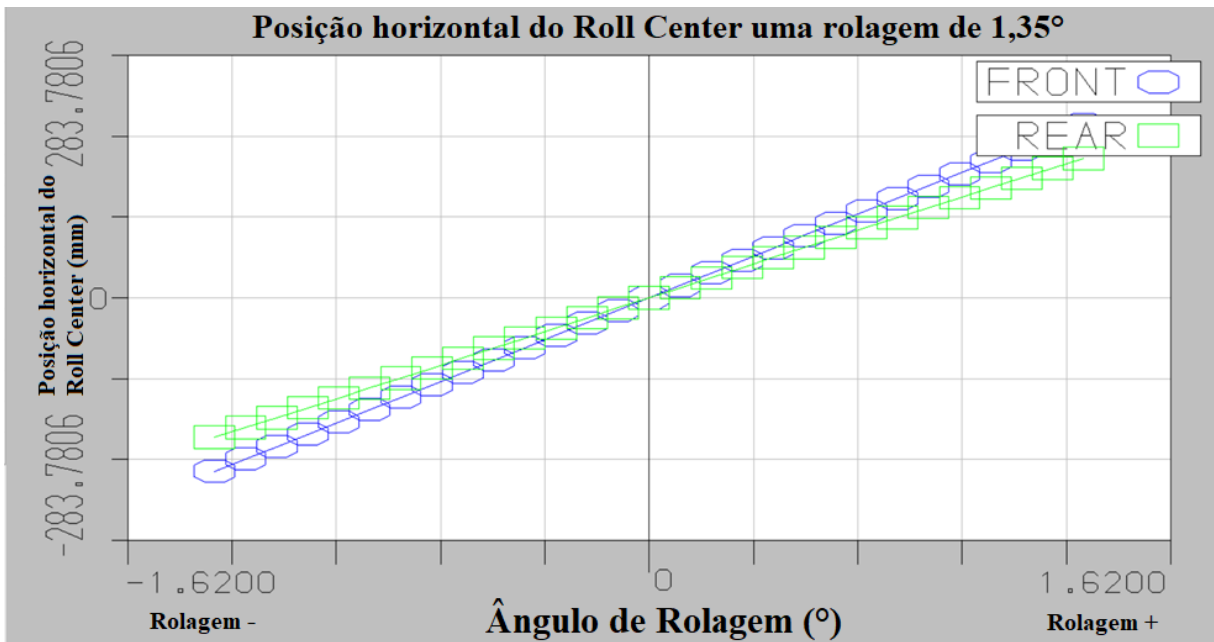
O Gráfico 5.11, a seguir, mostra a altura dos *Roll Centers* dianteiro e traseiro durante uma rolagem de 1,35°. Nele, observa-se que o *Roll Center* dianteiro se deslocou 3,47mm na vertical, ficando a 27,78mm do chão, enquanto o *Roll Center* traseiro se deslocou, 2,66mm, ficando a 47,34mm do chão. Como o Gráfico 5.10, esse gráfico também mostra que nem o *Roll Center* dianteiro ou traseiro ficaram abaixo do solo durante uma situação de rolagem.

Gráfico 5.11 – Altura do *Roll Center* durante uma rolagem de 1,35°

Fonte: Do autor (2022).

O Gráfico 5.12, a seguir, mostra a posição horizontal dos *Roll Centers* dianteiro e traseiro durante uma rolagem de  $1,35^\circ$ . Nele, observa-se que o *Roll Center* dianteiro se deslocou 202,7mm na horizontal, enquanto o *Roll Center* traseiro se deslocou, 163,1mm. Esse gráfico mostra que tanto o *Roll Center* dianteiro quanto o traseiro se deslocaram significativamente na horizontal, podendo afetar adversamente a transferência lateral de carga, assim ficando outro ponto de melhoria para o projeto de suspensão do próximo carro da equipe.

Gráfico 5.12 – Posição horizontal do *Roll Center* uma rolagem de  $1,35^\circ$



Fonte: Do autor (2022).

Os diversos valores de cambagem nas situações apresentadas foram inseridos na tabela 5.6, a seguir. Enquanto os valores de convergência e localização dos *Roll Centers* vertical e horizontal apresentados nas Tabelas 5.7, 5.8 e 5.9 respectivamente.

Tabela 5.6 – Valores de cambagem nas condições apresentadas

Cambagem	Estática		Rolagem de $1,35^\circ$		<i>Bump</i> de 25,4 mm	Esterçamento	
	-	-	Roda externa a curva	Roda interna a curva		Roda externa a curva	Roda interna a curva
Frontal	-1,5°	-1,5°	-1,0°	-2,0°	-3,0°	-0,8°	-2,1°
Traseira	-1,0°	-1,0°	-0,5°	-1,5°	-2,6°	-	-

Fonte: Do autor (2022).

Tabela 5.7 – Valores de convergência durante um *bump* de 25,4mm

Convergência	Estático	<i>Bump</i> de 25,4 mm
Frontal	0°	0,82°
Traseiro	0°	1,48°

Fonte: Do autor (2022).

Tabela 5.8 – Localização vertical dos *Roll Centers*

<i>Roll Center</i>	Estático	Rolagem de 1,35°	<i>Bump</i>
Frontal	30 mm	25,85 mm	12,45 mm
Traseiro	50 mm	47,34 mm	27,78 mm

Fonte: Do autor (2022).

Tabela 5.9 – Localização horizontal dos *Roll Centers*

<i>Roll Center</i>	Estático	Rolagem de 1,35°
Frontal	0 mm	202,7 mm
Traseiro	0 mm	163,1 mm

Fonte: Do autor (2022).

Os valores de cambagem nas situações estudadas estão apresentados na Tabela 5.10, a seguir:

Tabela 5.10 – Valores de cambagem inicial nas situações de rolagem e esterçamento

Configuração inicial do eixo dianteiro	Roda externa a curva	Roda interna a curva	Valor de cambagem cominado da roda externa a curva	Valor de cambagem cominado da roda interna a curva
Cambagem estática dianteira	- 1,5°	- 1,5°	-	-
Ganho de cambagem durante uma rolagem de 1,35°	0,5°	- 0,5°	- 1,0°	- 2,0°
Ganho de cambagem devido ao esterçamento da direção	0,7°	- 0,6°	- 0,8°	- 2,1°
Ganho de cambagem durante uma rolagem de 1,35° e o esterçamento da direção	1,2°	- 1,1°	- 0,3°	- 2,6°

Fonte: Do autor (2022).

Com a análise no software Lotus realizada, observou-se que a metodologia empregada no desenvolvimento da suspensão está correta, pois quanto se determinou os valores estático e alvo de cambagem, resultou em um requerimento de ganho de cambagem de  $0,5^\circ$  durante uma rolagem de  $1,35^\circ$ , e como pode ser visto no Gráfico 5.5, esse valor de ganho de cambagem foi alcançado em ambos os eixos.

Em relação ao ganho de cambagem por esterçamento, o valor de ganho de cambagem de  $0,2^\circ$  deve ser incluído na cambagem estática, para em que em uma situação de curva crítica ( $+0,5^\circ$ ) e com esterçamento total ( $+0,7^\circ$ ) o pneu fique com  $-0,5^\circ$  de cambagem. Assim o novo valor de cambagem estática é  $-1,7^\circ$  para as rodas dianteiras. O valor de  $-0,5^\circ$  é a cambagem alvo para ambos os pneus na condição de curva crítica, esse alvo vem das condições de projeto utilizando os dados de pneus fornecidos pelo fabricante, para se obter o maior *Grip* possível em curva. A configuração inicial otimizada de valor de cambagem para os pneus dianteiros e traseiros está apresentada na Tabela 5.11 a seguir:

Tabela 5.11 – Configuração inicial otimizada de cambagem estática

Nova cambagem estática	
Frontal	$-1,7^\circ$
Traseira	$-1,0^\circ$

Fonte: Do autor (2022).

Os novos valores de cambagem nas situações estudadas estão apresentados na Tabela 5.12, a seguir:

Tabela 5.12 – Valores otimizados de cambagem nas situações de rolagem e esterçamento

Configuração otimizada do eixo dianteiro	Roda externa a curva	Roda interna a curva	Valor de cambagem cominado da roda externa a curva	Valor de cambagem cominado da roda interna a curva
Cambagem estática dianteira	$-1,7^\circ$	$-1,7^\circ$	-	-
Ganho de cambagem durante uma rolagem de $1,35^\circ$	$0,5^\circ$	$-0,5^\circ$	$-1,2^\circ$	$-2,2^\circ$
Ganho de cambagem devido ao esterçamento da direção	$0,7^\circ$	$-0,6^\circ$	$-1,0^\circ$	$-2,3^\circ$
Ganho de cambagem durante uma rolagem de $1,35^\circ$ e o esterçamento da direção	$1,2^\circ$	$-1,1^\circ$	$-0,5^\circ$	$-2,8^\circ$

Fonte: Do autor (2022).



Com novos valores de cambagem estática definidos e a configuração de curva crítica otimizada alcançada, em conjunto com os valores de ganho, convergência e de deslocamento dos *Roll Centers* se demonstrando aceitáveis, chega-se ao fim da análise e otimização da parte cinemática da suspensão. Isso juntamente com a conclusão da parte de rigidez da suspensão resulta no encerramento do ciclo de desenvolvimento do projeto de suspensão de um veículo de competição de fórmula SAE.

### **5.10 Resultados alcançados pelo veículo na 16ª Competição de Fórmula SAE Brasil**

A suspensão desenvolvida nesse trabalho pertenceu ao terceiro veículo projetado e construído pela Zeus Formula SAE da Universidade Federal de Lavras e competiu na 16ª Competição de Fórmula SAE Brasil no ano de 2019. De 44 equipes da categoria combustão participantes, o projeto alcançou:

- 6º lugar na prova de aceleração.
- 6º lugar na prova de *Skid Pad*.
- 10º lugar na prova de *Autocross*.
- 11º lugar na prova de Enduro.

Além desses resultados obtidos nas provas dinâmicas da competição, um resultado empírico obtido foi o *feedback* dos pilotos do carro dirigido, que afirmaram que o carro possui uma boa dirigibilidade e que possui um comportamento entre neutro e um leve *oversteer* nas situações de curva.

## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com a finalização do projeto da suspensão pode-se observar que os resultados obtidos, uma suspensão com o comportamento esperado e otimizada, foram satisfatórios, porém a Fórmula SAE, como muitos outros ramos da engenharia, sempre permite margem para melhora e desenvolvimento dos métodos utilizados. Algumas propostas de melhora do método empregado são apresentadas nesse tópico, logo abaixo.

Dependendo da geometria de Ackermann utilizada no projeto da direção, os valores de *Slip Angle* dianteiro e traseiro não serão o mesmo, requerindo a determinação do *Grip* lateral para essas condições. Outra consideração a se fazer é sobre o valor da cambagem dos pneus na roda interna a curva, por ela ser mais negativa que a roda externa a curva, se poderia utilizar um gráfico de Cornering Force x *Slip Angle* para o seu valor específico, ao invés do mesmo gráfico da roda externa a curva, aumentando a precisão dos valores de *Grip* lateral.

Por fim, uma observação importante desse carro projetado é que ele não possui um pacote aerodinâmico, logo os seus efeitos não foram considerados no projeto da suspensão. Para um Fórmula SAE, com asas dianteiras e traseiras, difusor e outros acessórios aerodinâmicos, deve-se levar em consideração o *downforce*, a distribuição de *downforce* e, caso ocorrer, o momento de *understeer* gerado por esses componentes. Esses três pontos de melhora são apenas alguns de tantos que podem ser aplicado em um carro de Fórmula SAE, ficando para os novos membros da equipe, que realizarão o projeto e a construção do próximo carro, partir dos conhecimentos já consolidados e expandi-los.

## 7 CONCLUSÃO

A realização do presente estudo resultou no projeto de uma suspensão de um veículo de competição juntamente com a determinação de seu comportamento dinâmico e análise cinemática. O desenvolvimento de uma metodologia, a consolidação e divulgação de conhecimentos apresentados nesse trabalho para estudantes de engenharia não é só importante para aqueles que participam da competição de Fórmula SAE, mas também para aqueles que buscam adentrar na indústria automotiva, pois esses conhecimentos e métodos utilizados também são aplicados no desenvolvimento de veículos de rua.

A execução desse trabalho possibilitou a elaboração de uma metodologia de projeto de suspensão que envolve e correlaciona tanto a parte da rigidez da suspensão quanto a sua parte cinemática. Do desenvolvimento da parte da rigidez destaca-se a determinação do balanceamento do carro a partir da utilização de dados de pneu fornecidos pelo fabricante, enquanto na parte cinemática destaca-se o uso do software *Lotus Suspension Analysis*, que permitiu a otimização da configuração primária do veículo. Esse software também possibilitou se encontrar valores de ganho de convergência durante a situação de *bump*, o ganho de cambagem devido o esterçamento da direção, e permitiu verificar e compreender fenômeno de *bump steer*, o que viabiliza se realizar novos estudos e trabalhos para se minimizar esse fenômeno.

Verificando os resultados obtidos com os objetivos, gerais e específicos, que foram estabelecidos no início desse trabalho, observa-se que todos eles foram cumpridos. O fluxograma da Figura 4.1 apresenta a metodologia empregada para o projeto de uma suspensão. A utilização de dados de pneus via os Gráficos 5.1 e 5.2 permitiu a determinação dos valores de *Slip Angle* dianteiro e traseiro, e com uma diferença de  $0,11^\circ$  entre eles foi visto que o carro atingiu um comportamento neutro na condição de curva crítica. Por fim o uso de um software para se realizar análise cinemática do veículo possibilitou a otimização da configuração inicial de cambagem estática dianteira para  $-1,7^\circ$ .

Ainda assim, apesar de um estudo aprofundado sobre uma suspensão automotiva, ainda há espaço para se realizar mais estudos. Começando pelo mais simples, poderia se determinar o alcance de ajuste das barras estabilizadoras em relação ao balanceamento do carro. Também é possível a utilização de softwares de simulação mecânica, como o *CarSim*, para se avaliar o desempenho do carro em uma pista virtual e por fim se realizar a validação do carro construído com o que foi projetado.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BRAVO, Diego Moreno. **Projeto Cinemático da Suspensão e Direção de um Veículo de Fórmula SAE Elétrico**. 2013. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia Mecânica) – Universidade Estadual de Campinas

DIXON, J. C. **Suspension Geometry and Computation**. Wiley, 2009.

DIXON, J. C. **Tires, Suspension and Handling, Second Edition**. 2<sup>nd</sup> ed. SAE International, 1996.

GILLESPIE, T. D. **Fundamentals of Vehicle Dynamics**. SAE International, 1992.

JAZAR, R. N. **Vehicle Dynamics: Theory and Application**. 1<sup>a</sup> ed. Springer, 2008.

LEVY, Alex. **Design of the WUFR-19 FSAE Suspension**. 2019. Mechanical Engineering and Materials Science Independent Study. 83 – Washington University in St. Louis.

MILLIKEN, W. F., MILLIKEN D. L. **Race Car Vehicle Dynamics**. SAE International, 1995.

PUHN, F. **How to Make Your Car Handle: Pro Methods for Improved Handling, Safety and Performance**. 1<sup>a</sup> ed. H.P. Books, 1987.

RILL, G. **Road Vehicle Dynamics: Fundamentals and Modeling**. CRC Press, 2011.

STANIFORTH, A. **Competition Car Suspension: Design, Construction, Tuning**. 3<sup>rd</sup> ed. Haynes Publishing; 1999.

SMITH, C. **Tune to Win: The Art and Science of Race Car Development and Tuning**. 1<sup>a</sup> ed. Aero Publishing, 1978.

SEWARD, D. **Race car design**. Palgrave Macmilan, 2014.

SCHOMMER, Adriano Gonçalves. **Desenvolvimento da cinemática de suspensão de um veículo por meio de um modelo semi-empírico dos pneus**. 2015. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia Mecânica) – Universidade Federal de Santa Maria.

## ANEXOS

Rotina do Matlab para o cálculo da parte da rigidez e cinemática da suspensão:

```
clear all
close all
clc
```

### % PARÂMETROS

```
hCG = 0.260 % [m] altura CG
m = 310 % [kg] massa carro (240kg) + piloto (70kg)
F_w_distr = 0.48 % Front Front/Rear weight distribution [%]
R_w_distr = 0.52 % Rear Front/Rear weight distribution [%]
R_S_distr_f = 0.52 % Roll Stiffness distribution Frontal [%]
R_S_distr_r = 0.48 % Roll Stiffness distribution Rear [%]
g = 9.81; % [m/s²] aceleração gravitacional
D = 0 % [N] Downforce a 39.6 km/h % O carro não terá pacote aerodinâmico
```

```
W = m*g % [N] Peso do carro sem downforce
```

```
T = 1.2 % [m] Track
Kt = 166.8 % [N/mm] Tyre Rate - Rigidez do pneu
Ks = 96.32 % [N/mm] Spring Rate - Rigidez da Mola
L = 1.535 % [m] Entre eixos (wheelbase)
hs = 0.21958 % [m] Braço do momento de Rolagem
RCf = 0.030 % [m] Altura do roll center frontal
RCr = 0.050 % [m] Altura do roll center traseiro
Curso_susp = 50.8 % [mm] Curso máximo da suspensão
Curso_Bump = Curso_susp/2 % [mm] Curso máximo da suspensão em Bump
Curso_Rebound = Curso_susp/2 % [mm] Curso máximo da suspensão em Rebound
```

### %CONTAS

```
format long
```

```
Ay = 1.5 % [g] aceleração lateral medida em carros durante as provas dinâmicas
teta = 0.02356194 % [rad] (1.35°) ângulo de rolagem - Em 2g's o carro gira 1.5°
GR= teta/Ay % [rad/g] Gradiente de Rolagem
```

```
format short
```

```
K_fi= (W*hs)/GR % [Nm/rad] Rigidez a rolagem total
```

```
K_fi_f = K_fi*R_S_distr_f % [Nm/rad] Rigidez a rolagem frontal
K_fi_r = K_fi*R_S_distr_r % [Nm/rad] Rigidez a rolagem traseira
```

```
Delta_Wy = (W*Ay*hCG)/T % [N] Transferência Lateral de Carga Simplificada
Ax = 1.1 % [g] aceleração longitudinal medida em carros durante as provas dinâmicas
(frenagem)
Delta_Wx = (W*Ax*hCG)/L % [N] Transferência Longitudinal de Carga Simplificada
```

```
b = F_w_distr*L % Distância horizontal entre o CG e o eixo traseiro
a = L - b % Distância horizontal entre o CG e o eixo dianteiro
```

```
Delta_Wf = (Ay*(W/T))*((hs*K_fi_f)/(K_fi)+b*RCf/L) % Transferência Lateral de carga
dianteira
Delta_Wr = (Ay*(W/T))*((hs*K_fi_r)/(K_fi)+a*RCr/L) % Transferência Lateral de carga
```

traseira

$W_f = W * F\_w\_distr$  % [N] Peso Frontal  
 $W_r = W * R\_w\_distr$  % [N] Peso Traseiro

$D_f = D * F\_w\_distr$  % [N] Downforce no eixo frontal  
 $D_r = D * R\_w\_distr$  % [N] Downforce no eixo traseiro

$D_{fl} = D_f / 2$  % [N] Downforce na Roda Frontal Esquerda  
 $D_{fr} = D_f / 2$  % [N] Downforce na Roda Frontal Direira  
 $D_{rl} = D_r / 2$  % [N] Downforce na Roda Traseira Esquerda  
 $D_{rr} = D_r / 2$  % [N] Downforce na Roda Traseira Direira

$W_{fl} = W_f / 2$  % [N] Carregamento estático na Roda Frontal Esquerda  
 $W_{fr} = W_f / 2$  % [N] Carregamento estático na Roda Frontal Direira  
 $W_{rl} = W_r / 2$  % [N] Carregamento estático na Roda Traseira Esquerda  
 $W_{rr} = W_r / 2$  % [N] Carregamento estático na Roda Traseira Direira

% Nas condições de curva crítica  
 % Carro virando para a esquerda

$W_{fo} = W_{fr} + \Delta W_f + D_{fr}$  % Carregamento na roda frontal de fora da curva (Front Outside)  
 $W_{fi} = W_{fl} - \Delta W_f + D_{fl}$  % Carregamento na roda frontal de dentro da curva (Front Inside)  
 $W_{ro} = W_{rr} + \Delta W_r + D_{rr}$  % Carregamento na roda traseira de fora da curva (Rear Outside)  
 $W_{ri} = W_{rl} - \Delta W_r + D_{rl}$  % Carregamento na roda traseira de dentro da curva (Rear Inside)

%  $check1 = \Delta W_y - \Delta W_f - \Delta W_r$  % Para ver a diferença dos métodos de calcular a Transferência Lateral de Carga  
 %  $check2 = W + D - W_{fo} - W_{fi} - W_{ro} - W_{ri}$  % Para conferir os pesos do carro na condição de curva crítica + Downforce

$\Delta W_{fo} = W_{fo} - W_{fr}$  % [N] Diferença do carregamento em curva crítica para o estatico na roda frontal de fora da curva (Front Outside)  
 $\Delta W_{fi} = W_{fi} - W_{fl}$  % [N] Diferença do carregamento em curva crítica para o estatico na roda frontal de dentro da curva (Front Inside)  
 $\Delta W_{ro} = W_{ro} - W_{rr}$  % [N] Diferença do carregamento em curva crítica para o estatico na roda traseira de fora da curva (Rear Outside)  
 $\Delta W_{ri} = W_{ri} - W_{rl}$  % [N] Diferença do carregamento em curva crítica para o estatico na roda traseira de dentro da curva (Rear Inside)

% Escolhendo o Ride Rate (Kr) como o parâmetro de rigidez

$K_{rf} = \Delta W_{fo} / \text{Curso\_Bump}$  % [N/mm] Ride Rate dianteiro  
 $K_{rr} = \Delta W_{ro} / \text{Curso\_Bump}$  % [N/mm] Ride Rate traseiro

% Comparando Ride Frequencies:

$\omega_f = (1 / (2 * \pi)) * \sqrt{(K_{rf} * 1000 * g) / (W_{fl})}$  % [Hz] Ride frequency frontal  
 $\omega_r = (1 / (2 * \pi)) * \sqrt{(K_{rr} * 1000 * g) / (W_{rl})}$  % [Hz] Ride frequency traseira

% Rigidez a rolagem das Barras Anti-Rolagem

$K_{fi\_ARB\_f} = K_{fi\_f} - (1/2) * (K_{rf} * 1000) * (T^2)$  % [Nm/rad] Rigidez a rolagem da Barra Anti-Rolagem (ARB) frontal  
 $K_{fi\_ARB\_r} = K_{fi\_r} - (1/2) * (K_{rr} * 1000) * (T^2)$  % [Nm/rad] Rigidez a rolagem da Barra Anti-Rolagem (ARB) traseira

$C\_ARB\_F = K\_fi\_ARB\_f / K\_fi\_f$  % [%] Contribuição da ARB frontal a Rigidez à rolagem frontal

$C\_ARB\_R = K\_fi\_ARB\_r / K\_fi\_r$  % [%] Contribuição da ARB traseira a Rigidez à rolagem traseira

% Para achar a Razão de Instalação

$Kwf = (Krf * Kt) / (Kt - Krf)$  % [N/mm] Wheel Center Rate Frontal

$Kwr = (Krr * Kt) / (Kt - Krr)$  % [N/mm] Wheel Center Rate Traseiro

$IRf = \sqrt{Kwf / Ks}$  % Razão de Instalação frontal

$IRr = \sqrt{Kwr / Ks}$  % Razão de Instalação traseira

% Ganho de câmber

$gama\_alvo = -0.5$  % [°] (-0.5°) Cambagem alvo na condição de curva crítica - Valor selecionado devido para resultar em camber thrust, ganho de câmber devido ao bump steer e compliance

$gama\_estatico\_F = -1.0$  % [rad] (-1.0°) Cambagem Frontal

$gama\_estatico\_R = -1.0$  % [rad] (-1.0°) Cambagem Traseira

format long

$teta\_graus = 1.5$  % [°] ângulo de rolagem em graus

$wheel\_camber\_change\_F = gama\_alvo - gama\_estatico\_F$  % [°] Ganho de camber dianteiro devido a rolagem

$wheel\_camber\_change\_R = gama\_alvo - gama\_estatico\_R$  % [°] Ganho de camber traseiro devido a rolagem

$roll\_camber\_F = wheel\_camber\_change\_F / teta\_graus$

$roll\_camber\_R = wheel\_camber\_change\_R / teta\_graus$

format short

% FVSA - Front view swing arm

$FVSA\_F = (T/2) / (1 - roll\_camber\_F)$  % [m] Front view swing arm frontal

$FVSA\_R = (T/2) / (1 - roll\_camber\_R)$  % [m] Front view swing arm traseiro

Rotina do Matlab para o cálculo do *Grip* requerido para fazer a curva crítica:

clear all

close all

clc

% Balanceamento para o Z03, com pneus Avon 7.2/20.0-13 (14254S)

$Ay = 1.5$  % [g] Aceleração lateral medida em carros durante as provas dinâmicas

$Tf = 1.2$  % [m] Track Front

$Tr = 1.2$  % [m] Track Rear

$L = 1.535$  % [m] Entre eixos (wheelbase)

$m = 310$  % [kg] massa carro (240kg) + piloto (70kg)

$F\_w\_distr = 0.48$  % [%] Front Front/Rear weight distribution

$g = 9.81$ ; % [m/s<sup>2</sup>] aceleração gravitacional

$W = m * g$  % [N] Peso do carro sem downforce

$Wf = W * F\_w\_distr$  % [N] Peso Frontal



% Nas condições de curva crítica  
 % Carro virando para a esquerda  
 % Cambagem dos pneus externos a curva = -0.5°

% A partir de dados do programa anterior

Wfo = 1.2187e+03 % [N] Carregamento na roda frontal de fora da curva (Front Outside)  
 Wfi = 241.0771 % [N] Carregamento na roda frontal de dentro da curva (Front Inside)  
 Wro = 1.2902e+03 % [N] Carregamento na roda traseira de fora da curva (Rear Outside)  
 Wri = 291.1914 % [N] Carregamento na roda traseira de dentro da curva (Rear Inside)

% Cornering Force

Front\_basic\_lat\_grip = Ay\*(Wfo+Wfi) % [N] Front basic lateral Grip  
 Rear\_basic\_lat\_grip = Ay\*(Wro+Wri) % [N] Rear basic lateral Grip

% Rolling Resistance

Mu\_RR = 0.02\*((Wfo-Wfi)\*Tf) + ((Wro-Wri)\*Tr) % [Nm] Understeering Moment from  
 Rolling Resistance

Grip\_Change\_RR = Mu\_RR/L % [N] Change in grip devido ao Understeering Moment from  
 Rolling Resistance

% Self-Aligning torque  
 % Inicialmente se estima um valor de de Slip Angle

% Estimando o Slip Angle Dianteiro em 8° e Traseiro em 7°, com o gráfico  
 % tem-se que:

alpha\_f = 0.15708 % [rad] (9°) Slip Angle Dianteiro  
 alpha\_r = 0.15708 % [rad] (9°) Slip Angle Traseiro

M\_fo = 20 % [Nm] Com Wfo = 1316 N -> 134.1 kgf Self-Aligning torque na roda frontal de  
 fora da curva (Front Outside)  
 M\_fi = 5 % [Nm] Com Wfi = 204.6 N -> 20.8 kgf Self-Aligning torque na roda frontal de  
 dentro da curva (Front Inside)  
 M\_ro = 20 % [Nm] Com Wro = 1218.2 N -> 124.2 kgf Self-Aligning torque na roda traseira  
 de fora da curva (Rear Outside)  
 M\_ri = 5 % [Nm] Com Wri = 302.4 N -> 30.8 kgf Self-Aligning torque na roda traseira de  
 dentro da curva (Rear Inside)

Mu\_SAT = M\_fo + M\_fi + M\_ro + M\_ri % [Nm] Understeering Moment from Self-Aligning  
 torque

Grip\_Change\_SAT = Mu\_SAT/L % [N] Change in grip devido ao Self-Aligning torque

% Induced Tyre Drag

Mu\_ITD = (Wfo - Wfi)\*Ay\*sin(alpha\_f-alpha\_r)\*Tf % [Nm] Understeering Moment from  
 Induced Tyre Drag

Grip\_Change\_ITD = Mu\_ITD/L % [N] Change in grip devido ao Induced Tyre Drag

% Drive Force

DF = Ay\*9.81\*m\*sin(alpha\_r)+ 2\*Wf\*sin(alpha\_f-alpha\_r) + 0.02\*m\*g % [N] Drive Force

Rear\_lat\_grip = sqrt((DF^2)+(Rear\_basic\_lat\_grip^2)) % [N] Grip lateral traseiro sem  
 Understeering Moment

% Grip Lateral Requerido

Required\_Front\_lat\_grip = Front\_basic\_lat\_grip + Grip\_Change\_RR + Grip\_Change\_SAT  
 + Grip\_Change\_ITD % [N] Grip Lateral Requerido Dianteiro  
 Required\_Rear\_lat\_grip = Rear\_lat\_grip - Grip\_Change\_RR - Grip\_Change\_SAT -  
 Grip\_Change\_ITD % [N] Grip Lateral Requerido Traseiro

Rotina do Matlab para o cálculo do *Grip* requerido para fazer a curva crítica:

```
clear all
close all
clc
```

% Balanceamento para o Z03, com pneus Avon 7.2/20.0-13 (14254S)

Ay = 1.5 % [g] Aceleração lateral medida em carros durante as provas dinâmicas  
 Tf = 1.2 % [m] Track Front  
 Tr = 1.2 % [m] Track Rear  
 L = 1.535 % [m] Entre eixos (wheelbase)  
 m = 310 % [kg] massa carro (240kg) + piloto (70kg)  
 F\_w\_distr = 0.48 % [%] Front Front/Rear weight distribution  
 g = 9.81; % [m/s<sup>2</sup>] aceleração gravitacional

W = m\*g % [N] Peso do carro sem downforce  
 Wf = W\*F\_w\_distr % [N] Peso Frontal

% Nas condições de curva crítica  
 % Carro virando para a esquerda  
 % Cambagem dos pneus externos a curva = -0.5°

% A partir de dados do programa anterior

Wfo = 1.2187e+03 % [N] Carregamento na roda frontal de fora da curva (Front Outside)  
 Wfi = 241.0771 % [N] Carregamento na roda frontal de dentro da curva (Front Inside)  
 Wro = 1.2902e+03 % [N] Carregamento na roda traseira de fora da curva (Rear Outside)  
 Wri = 291.1914 % [N] Carregamento na roda traseira de dentro da curva (Rear Inside)

% Cornering Force

Front\_basic\_lat\_grip = Ay\*(Wfo+Wfi) % [N] Front basic lateral Grip  
 Rear\_basic\_lat\_grip = Ay\*(Wro+Wri) % [N] Rear basic lateral Grip

% Rolling Resistance

Mu\_RR = 0.02\*(((Wfo-Wfi)\*Tf) + ((Wro-Wri)\*Tr)) % [Nm] Understeering Moment from  
 Roling Resistance

Grip\_Change\_RR = Mu\_RR/L % [N] Change in grip devido ao Understeering Moment from  
 Roling Resistance

% Self-Aligning torque  
 % Inicialmente se estima um valor de de Slip Angle

% Estimando o Slip Angle Dianteiro em 8° e Traseiro em 7°, com o gráfico  
 % tem-se que:

alpha\_f = 0.15708 % [rad] (9°) Slip Angle Dianteiro

$\alpha_r = 0.15708 \text{ \% [rad] (9^\circ)}$  Slip Angle Traseiro

$M_{fo} = 20 \text{ \% [Nm]}$  Com  $W_{fo} = 1316 \text{ N} \rightarrow 134.1 \text{ kgf}$  Self-Aligning torque na roda frontal de fora da curva (Front Outside)

$M_{fi} = 5 \text{ \% [Nm]}$  Com  $W_{fi} = 204.6 \text{ N} \rightarrow 20.8 \text{ kgf}$  Self-Aligning torque na roda frontal de dentro da curva (Front Inside)

$M_{ro} = 20 \text{ \% [Nm]}$  Com  $W_{ro} = 1218.2 \text{ N} \rightarrow 124.2 \text{ kgf}$  Self-Aligning torque na roda traseira de fora da curva (Rear Outside)

$M_{ri} = 5 \text{ \% [Nm]}$  Com  $W_{ri} = 302.4 \text{ N} \rightarrow 30.8 \text{ kgf}$  Self-Aligning torque na roda traseira de dentro da curva (Rear Inside)

$Mu_{SAT} = M_{fo} + M_{fi} + M_{ro} + M_{ri} \text{ \% [Nm]}$  Understeering Moment from Self-Aligning torque

$Grip\_Change\_SAT = Mu_{SAT}/L \text{ \% [N]}$  Change in grip devido ao Self-Aligning torque

**% Induced Tyre Drag**

$Mu_{ITD} = (W_{fo} - W_{fi}) * Ay * \sin(\alpha_f - \alpha_r) * Tf \text{ \% [Nm]}$  Understeering Moment from Induced Tyre Drag

$Grip\_Change\_ITD = Mu_{ITD}/L \text{ \% [N]}$  Change in grip devido ao Induced Tyre Drag

**% Drive Force**

$DF = Ay * 9.81 * m * \sin(\alpha_r) + 2 * W_f * \sin(\alpha_f - \alpha_r) + 0.02 * m * g \text{ \% [N]}$  Drive Force

$Rear\_lat\_grip = \sqrt{(DF^2) + (Rear\_basic\_lat\_grip^2)} \text{ \% [N]}$  Grip lateral traseiro sem Understeering Moment

**% Grip Lateral Requerido**

$Required\_Front\_lat\_grip = Front\_basic\_lat\_grip + Grip\_Change\_RR + Grip\_Change\_SAT + Grip\_Change\_ITD \text{ \% [N]}$  Grip Lateral Requerido Dianteiro

$Required\_Rear\_lat\_grip = Rear\_lat\_grip - Grip\_Change\_RR - Grip\_Change\_SAT - Grip\_Change\_ITD \text{ \% [N]}$  Grip Lateral Requerido Traseiro

Rotina do Matlab para o cálculo do *Slip Angle* dos pneus e determinação do balanceamento do carro:

```
clear all
close all
clc
```

**% Balanceamento para o Z03, com pneus Avon 7.2/20.0-13 (14254S)**

**%% Dados dos programas anteriores**

$W_{fo} = 1.2187e+03 \text{ \% [N]}$  Carregamento na roda frontal de fora da curva (Front Outside)

$W_{fi} = 241.0771 \text{ \% [N]}$  Carregamento na roda frontal de dentro da curva (Front Inside)

$W_{ro} = 1.2902e+03 \text{ \% [N]}$  Carregamento na roda traseira de fora da curva (Rear Outside)

$W_{ri} = 291.1914 \text{ \% [N]}$  Carregamento na roda traseira de dentro da curva (Rear Inside)

$Required\_Front\_lat\_grip = 2.2530e+03 \text{ \% [N]}$  Grip Lateral Requerido Dianteiro

$Required\_Rear\_lat\_grip = 2.4318e+03 \text{ \% [N]}$  Grip Lateral Requerido Traseiro

**%% Retirando dados dos gráficos**

% A partir do gráfico "Vertical Wheel Load x Cornering Force" feito a  
% partir dos dados do gráfico "Slip Angle x Cornering Force"

% Estimando que os pneus estariam no maior valor de Slip Angle (-9° no gráfico)

% Selecionando o ponto de carregamento vertical dos dados mais próximo do  
% carregamento do carro vertical calculado.

% (Dados do Pneu Avon 7.2/20.0-13; 14254S; 21psi; -0.5° Camber; Slip Angle -9°;  
Vertical\_Wheel\_Load\_GRF = 1471.5 % [N] Carga vertical da roda do gráfico mais próxima  
do carregamento real calculado

Cornering\_Force\_GRF = 2352.51 % [N] Cornering Force do gráfico com o carregamento  
vertical do Vertical\_Wheel\_Load\_GRF

Coef\_mi\_instantaneo = Cornering\_Force\_GRF/Vertical\_Wheel\_Load\_GRF % Coeficiente  
de atrito no momento exato das condições do gráfico (SA-9°)

%% Cálculo da Cornering Force gerado pelo carro

Fo\_lat\_grip = Wfo\*Coef\_mi\_instantaneo % [N] Grip Lateral gerado pela roda frontal de fora  
da curva (Front Outside)

Fi\_lat\_grip = Wfi\*Coef\_mi\_instantaneo % [N] Grip Lateral gerado pela roda frontal de  
dentro da curva (Front Inside)

Ro\_lat\_grip = Wro\*Coef\_mi\_instantaneo % [N] Grip Lateral gerado pela roda traseira de  
fora da curva (Rear Outside)

Ri\_lat\_grip = Wri\*Coef\_mi\_instantaneo % [N] Grip Lateral gerado pela roda traseira de  
dentro da curva (Rear Inside)

Front\_lat\_grip\_9\_gerado = Fo\_lat\_grip + Fi\_lat\_grip % [N] Grip gerado pelos pneus  
dianteiros (Valor máximo com SA-9°)

Rear\_lat\_grip\_9\_gerado = Ro\_lat\_grip + Ri\_lat\_grip % [N] Grip gerado pelos pneus  
traseiros

Verificacao\_1 = Front\_lat\_grip\_9\_gerado - Required\_Front\_lat\_grip % Verificação para ver  
se o carro consegue fazer a curva proposta

if Verificacao\_1 < 0

    disp('Seu carro não gera grip dianteiro suficiente para fazer essa curva')

end

Verificacao\_2 = Rear\_lat\_grip\_9\_gerado - Required\_Rear\_lat\_grip % Verificação para ver  
se o carro consegue fazer a curva proposta

if Verificacao\_2 < 0

    disp('Seu carro não gera grip traseiro suficiente para fazer essa curva')

end

%% Cálculo do Slip Angle

% Pelo fato do valor do Required\_Front\_lat\_grip ficar próximo do

% Front\_lat\_grip\_9\_gerado podemos concluir que o valor do SA dianteiro fica

% próximo dos 9°. Agora se realiza uma interpolação para se encontrar o

% valor exato de SA, mas para isso se tem que encontrar o grip maximo gerado

% por um SA de -8°

coef\_mi\_inst\_8 = 2238.527/1471.5 % Coeficiente de atrito no momento exato das  
condições do gráfico (SA-8°)

Front\_lat\_grip\_8\_gerado = Wfo\*coef\_mi\_inst\_8 + Wfi\*coef\_mi\_inst\_8 % [N] Grip dianteiro  
máximo gerado por um SA de -8°

```
SA_Front = 8 + (Required_Front_lat_grip -
Front_lat_grip_8_gerado)/(Front_lat_grip_9_gerado - Front_lat_grip_8_gerado) % [°] SA
dianteiro
```

```
% Cálculo do SA Traseiro
```

```
Rear_lat_grip_8_gerado = Wro*coef_mi_inst_8 + Wri*coef_mi_inst_8 % [N] Grip traseiro
máximo gerado por um SA de -8°
```

```
% Calculando Rear_lat_grip_8_gerado vemos o grip gerado pelo SA de -8° é
% maior que o Required_Rear_lat_grip, portanto o SA traseiro é menor que 8°
```

```
coef_mi_inst_7 = 2101.1/1471.5 % Coeficiente de atrito no momento exato das condições
do gráfico (SA-7°)
```

```
Rear_lat_grip_7_gerado = Wro*coef_mi_inst_7 + Wri*coef_mi_inst_7 % [N] Grip traseiro
máximo gerado por um SA de -7°
```

```
% Calculando Rear_lat_grip_7_gerado vemos o grip gerado pelo SA de -7° é
% menor que o Required_Rear_lat_grip, portanto o SA traseiro é maior que 7°
```

```
% Realizando a interpolação para o cálculo do SA traseiro
```

```
SA_Rear = 7 + (Required_Rear_lat_grip -
Rear_lat_grip_7_gerado)/(Rear_lat_grip_8_gerado - Rear_lat_grip_7_gerado) % [°] SA
traseiro
```

```
%% Balanceamento do carro
```

```
Front_Rear_SA_Difference = SA_Front - SA_Rear
```

```
if SA_Front - SA_Rear > 1
    disp('UNDERSTEER')
```

```
elseif (SA_Front - SA_Rear) > 0.2 && (SA_Front - SA_Rear) < 1
    disp('MILD UNDERSTEER')
```

```
elseif (SA_Front - SA_Rear) > -0.2 && (SA_Front - SA_Rear) < 0.2
    disp('NEUTRO')
```

```
elseif (SA_Rear - SA_Front) > 0.2 && (SA_Rear - SA_Front) < 1
    disp('MILD OVERSTEER')
```

```
else
    disp('OVERSTEER')
```

```
end
```