



KARINA DE FÁTIMA MESQUITA SILVA

**A FUNÇÃO AFIM NOS LIVROS DIDÁTICOS DE
MATEMÁTICA DO ENSINO MÉDIO: POTENCIALIDADES E
LIMITAÇÕES NA CONSTRUÇÃO CONCEITUAL**

**LAVRAS-MG
2022**

KARINA DE FÁTIMA MESQUITA SILVA

**A FUNÇÃO AFIM NOS LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA DO ENSINO
MÉDIO: POTENCIALIDADES E LIMITAÇÕES NA CONSTRUÇÃO CONCEITUAL**

Monografia apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Curso de Matemática, para a obtenção do título de Licenciada.

Profa. Dra. Silvia Maria Medeiros Caporale
Orientadora

LAVRAS-MG
2022

KARINA DE FÁTIMA MESQUITA SILVA

**A FUNÇÃO AFIM NOS LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA DO ENSINO
MÉDIO: POTENCIALIDADES E LIMITAÇÕES NA CONSTRUÇÃO CONCEITUAL
THE AFFIN FUNCTION IN HIGH SCHOOL MATHEMATICS TEXTBOOKS:
POTENTIALS AND LIMITATIONS IN CONCEPTUAL CONSTRUCTION**

Monografia apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Curso de Matemática, para a obtenção do título de Licenciada.

APROVADA em 19 de abril de 2022.
Profa. Dra. Amanda Castro Oliveira UFLA
Profa. Dra. Rosana Maria Mendes UFLA

Profa. Dra. Silvia Maria Medeiros Caporale
Orientadora

**LAVRAS-MG
2022**

AGRADECIMENTOS

Dedico este espaço à manifestação de toda a minha gratidão às pessoas que, direta ou indiretamente, contribuíram para que minhas aspirações se concretizassem.

Primeiramente, agradeço a Deus. Não importa o quão difícil seja transpor os obstáculos, com Ele sempre será possível!

Ao meu filho, Paulo César, meu estímulo e minha motivação, por compreender minhas ausências e me retornar ternura em momentos de angústia.

Ao meu esposo, Thomaz, pela paciência, pelo companheirismo e por me amparar sempre que esmoreci. Sua escuta e sua palavra sempre foram meu refúgio e minha direção.

Aos meus pais, Hélio e Rosangela, por serem meu esteio. Pelo carinho, pelo incentivo e pela segurança que me transmitiram a vida toda. Vocês são meu suporte e meu exemplo. Às minhas irmãs Ingrid e Isabela, por me apoiarem e por acreditarem em mim, mesmo quando eu desacreditava.

À minha orientadora, Professora Doutora Silvia Maria Medeiros Caporale, por aceitar a tarefa de conduzir o meu trabalho e organizar minhas ideias. Seus conhecimentos e sua disponibilidade foram essenciais para o desenvolvimento desta pesquisa.

Às professoras Dra. Amanda Castro Oliveira e Dra. Rosana Maria Mendes por aceitarem o convite para participar da banca, pela leitura cuidadosa e, sobretudo, pelas valiosas contribuições.

À direção e a toda equipe da Escola Estadual Professor Fábregas, representadas pela supervisora Vanusa, que generosamente providenciou boa parte dos livros didáticos e esclareceu muitas dúvidas, facilitando a realização dessa pesquisa.

Às minhas ex-professoras e tias, Cíntia e Sandra, que não mediram esforços para que esse trabalho fosse concluído.

Às minhas professoras e aos meus professores da Educação Básica. Alcançar esse sonho, tempos depois, só foi possível porque a base foi construída com muita solidez. Às minhas professoras e aos meus professores da graduação, por me ensinarem tanta matemática e, sobretudo, por me mostrarem a humanidade desta ciência. Obrigada! Vocês me fizeram enxergar a possibilidade de um mundo melhor por meio da educação.

RESUMO

Este trabalho expressa o produto de uma investigação analítica sobre o Manual do Professor de cada uma das dez coleções de Matemática e suas tecnologias, aprovados no PNLD 2021 do Ensino Médio. O objetivo da presente pesquisa é analisar as limitações e potencialidades na construção conceitual e nas metodologias sugeridas nos livros didáticos de Matemática, no processo de ensino e de aprendizagem de Função Afim. Para aprofundar nas discussões sobre o assunto, foi utilizada a metodologia de pesquisa qualitativa, cujo desenvolvimento se deu pelo método de análise documental. Como suporte teórico foram explorados aspectos que vão de uma visão ampla da Álgebra ao conceito de Função Afim e seus desdobramentos no contexto educacional. Também foram descritos pontos relevantes da estrutura do Ensino Médio, a partir dos documentos oficiais, até a caracterização do livro didático, passando por uma discussão sobre o PNLD e alguns fatos marcantes em seu desenvolvimento histórico. Quanto à conceitualização foram analisados a disposição dos conteúdos, a apresentação do assunto, a existência das representações de funções, a formalização dos conceitos e a terminologia. Nas propostas de atividades foram considerados aspectos quantitativos, contextualização, abertura das questões e a articulação de diferentes representações. Também foi produzida uma análise descritiva da seção específica de orientações para docentes. Entre os resultados alcançados, observou-se uma tendência em abordar o conceito de Função Afim de forma contextualizada e explorar as representações verbal, gráfica, aritmética e algébrica, porém a articulação dessas quatro representações, simultaneamente, foi menos frequentes do que deveria. Constatou-se um movimento de adequação aos documentos oficiais e a busca por alternativas para o ensino da Álgebra algorítmico e procedimental na construção conceitual. Mas nas tarefas propostas a tendência “letrista”, descrita por Lins e Gimenez (2001), ainda resiste.

Palavras-chave: Livro didático. Função Afim. Ensino Médio. Conceitualização. Metodologias.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Tipos de documentos para análise documental.....	59
Figura 2 – Organização dos conteúdos em C10.....	70
Figura 3 – Ordenação dos conceitos na Unidade 1 – Função Afim, em C3.....	71
Figura 4 – Definição textual de função em C6.....	72
Figura 5 – Abertura do capítulo com situação contextualizada em C5.....	73
Figura 6 – Texto desencadeador de aprendizagem de Função Afim em C4.....	74
Figura 7 – Texto desencadeador de aprendizagem de Função Afim em C8.....	74
Figura 8 – Formalização da taxa de variação em C6, como velocidade média na função deslocamento por tempo.....	75
Figura 9 – Abordagem introdutória sem formalização algébrica e sem retomada ao longo do capítulo, em C9.....	77
Figura 10 – Retomada de temas trabalhados no capítulo anterior, com as respectivas formalizações algébricas, em C10.....	78
Figura 11 – Questionamentos para reflexão sobre o texto desencadeador da aprendizagem e retomada do assunto em C3, nas páginas 11 e 35, respectivamente.....	79
Figura 12 – Retomada do contexto por questionamentos adicionais em C2.....	80
Figura 13 – Apresentação de texto desencadeador e retomada do assunto para construir a ideia de Função Afim em C7.....	81
Figura 14 – Definição dos conceitos de função e Função Afim em C1.....	82
Figura 15 – Definição do conceito de Função Afim em C10.....	82
Figura 16 – Tipos de Função Afim em C5.....	83
Figura 17 – Conexão entre os conteúdos função e sequências em uma questão da C7.....	86
Figura 18 – Articulação de quatro representações simultâneas de uma relação funcional em C9.....	87
Figura 19 – Valorização de questionamentos na introdução dos conteúdos, em C7.....	91
Figura 20 – Apresentação dos assuntos em C1, sem questionamentos pertinentes ou provocativos	92
Figura 21 – Questão resolvida na perspectiva do transformismo algébrico em C2.....	93
Figura 22 – Questão resolvida na perspectiva da significação de conceitos em C8.....	93
Figura 23 – Questão interpretativa, que necessita da consolidação conceitual, em C1.....	95
Figura 24 – Questões que privilegiam a comunicação pela realização em duplas em C6.....	98
Figura 25 – Questão de elaboração de problemas com relações funcionais em C4.....	99

Figura 26 – Seção de autoavaliação em C7.....	100
Figura 27 – Exposição de mudanças e possibilidades para a organização da carga horária do Novo Ensino Médio em C8.....	104
Figura 28 – Quadro de Temas Contemporâneos Transversais em C2.....	104
Figura 29 – Sugestão de cronogramas em C9 para organização curricular dos assuntos matemáticos no Ensino Médio.....	109
Figura 30 – Sugestão de cronograma em C7 para organização curricular dos assuntos matemáticos apresentados no livro analisado.....	110
Quadro 1 – Habilidades a serem alcançadas na aprendizagem de funções, organizadas por Competência Específica de Matemática e suas tecnologias.....	31
Quadro 2 – Aspectos históricos do PNLD, segundo FNDE e MEC.....	39
Quadro 3 – Identificação para análise das coleções aprovadas no PNLD 2021 do Ensino Médio.....	63
Quadro 4 – Perfil das autoras e dos autores quanto a formação e atuação.....	67
Quadro 5 – Terminologia dos coeficientes da Função Afim nas obras do PNLD 2021.....	84
Quadro 6 – Características gerais da seção de orientações docentes.....	102
Quadro 7 – As metodologias e estratégias de ensino sugeridas para o ensino de Matemática, nas coleções aprovadas no PNLD 2021 – Ensino Médio.....	105
Quadro 8 – Orientações para docentes nas páginas correlatas o exemplar discente e no tópico de soluções das questões propostas.....	107
Gráfico 1 – Distribuição das questões dos capítulos que abordam funções e Funções Afim entre as obras.....	91
Gráfico 2 – Frequência das questões propostas nas obras, de acordo com os contextos.....	96

LISTA DE SIGLAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CEB	Câmara de Educação Básica
CNE	Conselho Nacional de Educação
CNLD	Comissão Nacional do Livro Didático
Colted	Comissão do Livro Técnico e Livro Didático
Covid-19	Coronavírus
Enem	Exame Nacional do Ensino Médio
FAE	Fundação de Assistência ao Estudante
Fename	Fundação Nacional do Material Escolar
FNDE	Fundo Nacional de Desenvolvimento e Educação
Ideb	Índice de Desenvolvimento da Educação Básica
Inep	Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira
INL	Instituto Nacional do Livro
IPT	Instituto de Pesquisas Tecnológicas do Estado de São Paulo
LDB	Lei de Diretrizes e Bases da Educação Brasileira
LDBEN	Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional
MEC	Ministério da Educação
PEC	Proposta de Emenda à Constituição
Pisa	Programa Internacional de Avaliação de Alunos
Plidef	Programa do Livro Didático para o Ensino Fundamental
PNE	Plano Nacional de Educação
PNLD	Programa Nacional do Livro e do Material Didático
PNLEM	Programa Nacional do Livro Didático para o Ensino Médio
PPP	Projeto Político Pedagógico
Sars-CoV-2	Síndrome Respiratória Aguda Grave de Coronavírus 2
SEB	Secretaria de Educação Básica
Simec	Sistema de Monitoramento, Execução e Controle do Ministério da Educação
SNEL	Sindicato Nacional dos Editores de Livros
TDICs	Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação
Usaid	Agência Norte-Americana para o Desenvolvimento Internacional

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	9
2	DA ÁLGEBRA AO LIVRO DIDÁTICO: O PENSAMENTO ALGÉBRICO E O CONCEITO DE FUNÇÃO AFIM.....	15
2.1	Sobre a Álgebra	15
2.1.1	Breve histórico da Álgebra e suas concepções	15
2.1.2	Sobre o ensino da Álgebra	16
2.1.3	O desenvolvimento do pensamento algébrico.....	19
2.2	O conceito e a definição de uma função	22
2.2.1	Ensino de função e pensamento funcional.....	23
2.2.2	O conceito de Função Afim e as representações de uma função	25
2.3	Diretrizes educacionais para o Ensino Médio	28
2.3.1	BNCC e o conceito de função dentro da área do conhecimento Matemática e suas tecnologias	29
2.3.2	A BNCC e o Novo Ensino Médio.....	35
2.4	O Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD).....	38
2.4.1	Contextualização histórica do PNLD.....	39
2.4.2	Sobre processos e etapas do PNLD	43
2.4.3	PNLD 2021 – Ensino Médio.....	45
2.4.4	A escolha dos livros didáticos pelas escolas	47
2.5	O livro didático	49
2.5.1	Por que analisar livros didáticos?	52
3	PERCURSO METODOLÓGICO.....	57
3.1	Método de pesquisa	57
3.2	Justificativa.....	60
3.3	Objetivos	61
3.3.1	Objetivo Geral	61
3.3.2	Objetivos específicos.....	62
3.4	Caracterização da pesquisa	62
4	DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	67
4.1	Conceitualização.....	69
4.1.1	Formalização, terminologia e representações da Função Afim	82
4.2	Propostas de atividades.....	89
4.2.1	O incentivo à criação de problemas e a autoavaliação.....	98
4.3	Aspectos gerais dos Manuais do professor	102
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	112
	REFERÊNCIAS	117

1 INTRODUÇÃO

Meu interesse em investigar diferentes aspectos que envolvem o processo de ensino e aprendizagem de conceitos algébricos, nas aulas de Matemática, vem de longa data. As sementes desta pesquisa foram plantadas no decorrer dos anos finais do Ensino Fundamental. Nesse primeiro momento, as inquietações eram suscitadas pela curiosidade em descobrir a Matemática. Operações, formas geométricas e medidas eram ideias diretamente associadas ao conhecimento matemático naquela ocasião. Entretanto, uma palavra inédita passou a compor os registros no caderno da disciplina: Álgebra. O que se aprende em Álgebra, na escola? São operações com símbolos literais? Essas dúvidas acompanhavam as tarefas e ampliavam meu interesse.

Ainda nessa etapa educacional, ao trabalhar com ideias de incógnitas e manipulações algébricas, a afinidade com essa área da Matemática tornou-se mais evidente. Em algumas situações pude ouvir colegas comentarem sobre as dificuldades que encontravam para compreender aqueles conceitos. Frases como “a Matemática era boa até o alfabeto participar dela.” ou “se no exercício anterior x valia 10, por que agora não vale mais?” eram ditas com uma frequência considerável. Foi perturbador confirmar que, em torno de vinte anos depois, essas falas ainda ecoavam nas escolas – fato que constatei nas atividades de estágio supervisionado em 2022.

Ao ingressar no Ensino Médio, com alguns conceitos algébricos já familiarizados, o período dedicado ao aprendizado de funções trouxe reflexões importantes. Como o professor de Matemática percebeu que existiam déficits na apropriação das ideias algébricas básicas, além da necessidade de se desenvolver raciocínios cada vez mais abstratos, optou por elaborar um material exclusivo. Dessa forma, pensando em retomar os conteúdos matemáticos do Ensino Fundamental e dinamizar as aulas, adotamos apostilas consumíveis, exclusivamente elaboradas para as necessidades da turma. Mesmo assim, muitas alunas e muitos alunos¹ não compreendiam conceitos e propostas.

Foi a partir dessa época que o questionamento que me mobilizou até aqui se consolidou: Por que alguns conceitos algébricos, especialmente funções, não são apropriados por discentes? Existem inúmeras situações reais, do cotidiano de estudantes, que podem ser representadas por

¹ Acreditamos na educação que acolhe a todas e a todos, que valorize e faça com que todas as vozes sejam ouvidas. Então, faz-se relevante informar, desde o início desta pesquisa, que todo o texto foi construído em linguagem não sexista, pois entendemos que nossa forma de comunicar deve concordar com nossas crenças.

funções. Contudo, a abundância de exemplos não parece ser suficiente para assegurar que as aprendizes e os aprendizes reconheçam no contexto explorado a conceitualização.

Durante a graduação sempre mantive um interesse especial pelas disciplinas relacionadas à Álgebra, mas foi ao cursar a disciplina Matemática Escolar I que tive a oportunidade de conhecer questões relativas ao ensino dessa área da Matemática que me produziram um resgate dos questionamentos da juventude, sobretudo os que envolvem a percepção da ideia de função. A importância do desenvolvimento do pensamento algébrico, para além de manipulações mecânicas de expressões e equações, discutida por Nacarato e Custódio (2018) fizeram com que eu reafirmasse minha busca pela forma com a qual cada sujeito compreende os conceitos em Álgebra.

Com o início do Projeto Orientado I coube a delimitação da pesquisa dentro de tão vasto campo de conhecimento. Nesse sentido, tentar compreender o processo de significação do conceito de função pela metodologia de ensino da resolução de problemas foi a forma entendida como promissora para investigar como as estudantes e os estudantes se apropriam dessa ideia. De acordo com Van de Walle (2009, p. 85) “Na sala de aula baseada em resolução de problemas, as crianças dão sentido à matemática ao seu modo, trazendo aos problemas só as habilidades e ideias que possuem”. Todavia, esse método de ensino tem entre suas premissas a aprendizagem colaborativa e participativa, sugerindo propostas de trabalhos em grupo. Lamentavelmente a pandemia² da Covid-19 impediu a investigação. Entre paralisação das atividades educacionais e ensino remoto ou ensino híbrido nas escolas estaduais de Minas Gerais, não dispúnhamos mais do tempo necessário para a investigação e produção de dados, em um trabalho colaborativo com uma professora ou um professor do Ensino Médio. Por outro lado, mesmo com a retomada progressiva do ensino presencial, propor trabalho em grupos em um cenário pandêmico seria um risco para a saúde das pessoas envolvidas na pesquisa. Além disso, a rejeição de pais, mães e responsáveis pela proposta era uma possibilidade real.

No decorrer do ano de 2020 até meados de 2021 uma nova angústia foi agregada àquela que me acompanhava: além de compreender a significação construída por estudantes, como docentes de Matemática poderiam contribuir para que esse processo fosse menos exaustivo? E, ainda, quais instrumentos poderiam contribuir para a mediação docente? Em minhas recordações discentes a imagem do livro didático era onipresente, em particular de Matemática. Trata-se de uma ferramenta que pode auxiliar professoras, professores e estudantes

² No ano de 2019, na China, surgiram vários casos de uma síndrome respiratória aguda, provocada pelo novo vírus Sars-CoV-2. Pelo alto potencial de propagação, em 11 de março de 2020, a doença provocada por esse vírus, Covid-19, foi caracterizada pela Organização Mundial de Saúde como uma pandemia.

simultaneamente, podendo dinamizar as práticas educacionais. Como esse recurso ainda é o mais utilizado por docentes da Educação Básica, embora não seja o único, a investigação desse instrumento se fez coerente.

O livro didático pode ser um recurso pedagógico, produzido com o intuito de favorecer o processo de ensino e aprendizagem. Mas, além desse aspecto, a consideração de questões econômicas é interessante quando se trata de livros didáticos. Ainda que o setor editorial tenha apresentado queda, tanto na produção quanto nas vendas, no ano de 2020, os números foram bastante expressivos. Segundo a pesquisa Produção e Vendas do Setor Editorial Brasileiro no ano de 2020³, realizada pelo Sindicato Nacional dos Editores de Livros (SNEL), foram vendidos cerca de 190.008.000 livros didáticos gerando um faturamento de aproximadamente R\$2.646.000.000,00. Dentre esses valores 160.879.000 exemplares foram vendidos ao governo, em sua maioria pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), resultando em um investimento de cerca de R\$1.442.000.000,00, proveniente dos cofres públicos.

Dessa forma, o processo de seleção do livro didático pode ser realizado considerando diferentes elementos e características. Atualmente, o Ministério da Educação e Cultura (MEC) se responsabiliza por elaborar orientações para a escolha dos livros, mas na seleção final, conforme Costa e Allevalo (2010, p. 72), “os professores devem fazer a escolha do livro didático que irão utilizar para desenvolver os conteúdos em sala de aula, de acordo com a realidade das escolas e, conseqüentemente, dos alunos”. Entretanto, a correta utilização desse material depende do planejamento feito pela professora e pelo professor. No caso da educação pública, esse instrumento é o principal suporte de pesquisa e mediação docente. Ou seja, trata-se de uma atividade própria do trabalho docente que envolve responsabilidades pedagógica e social.

Sabendo da complexidade envolvida na análise de livros didáticos, bem como o quanto são numerosos os conteúdos matemáticos, faz-se necessário restringir a abrangência desta pesquisa. Nesse sentido, a opção surge, inicialmente, em virtude das motivações pessoais e coletivas, já mencionadas. E, sucessivamente, em decorrência da diversidade de aplicações e das dificuldades envolvidas no processo de ensino e aprendizagem da Álgebra, ambos destacados por Ribeiro e Cury (2015). Esse campo matemático de conhecimento por si só abarca muitas definições, formulações e resultados e, dentro desse universo, o conceito de função parece representar um gargalo na Matemática da Educação Básica.

³ Pesquisa publicada em maio de 2021 pelo Sindicato Nacional dos Editores de Livros, disponível em <https://snel.org.br/pesquisas/>. Consulta em 11 de janeiro de 2022.

Espera-se que docentes trabalhem de maneira a estimular o desenvolvimento do pensamento algébrico de estudantes em todas as etapas da Educação Básica. Nos anos iniciais do Ensino Fundamental, de acordo com Fiorentini, Miorim e Miguel (1993, p. 89),

o objetivo fundamental a que se deve visar é o desenvolvimento da capacidade de perceber regularidades e de captar e expressar retoricamente, ou de forma semiconcisa, a estrutura subjacente às situações-problemas, através do processo de generalização.

A partir dos anos finais do Ensino Fundamental que se pode favorecer o desenvolvimento do pensamento funcional, com conceitos e problemas envolvendo relações de proporcionalidade e dependência. Com a apropriação dessas ideias, estudantes do Ensino Médio poderão desenvolver um raciocínio cada vez mais abstrato e generalizado, que possa ser utilizado para a compreensão e atuação sobre o mundo em que vive. É, também, nessa etapa da escolarização que a formalização dos conceitos matemáticos é fortalecida.

Diante das dificuldades que acompanham o ensino e a aprendizagem de funções, reveladas pelos discursos de estudantes e docentes, espera-se que as pesquisas em Educação Matemática possam vir a contribuir para a construção desse conceito, para que faça sentido para as aprendizes e os aprendizes. Em coerência com as Competências Específicas de Matemática e suas tecnologias⁴, previstas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para o Ensino Médio, a Educação Básica é direcionada para a formação de cidadãos capazes de interpretar as informações de diferentes contextos, de forma a investigar, propor estratégias e agir mediante mobilização de conceitos e linguagens matemáticos.

A essência da ideia de função surgiu do desejo e da necessidade de interpretar e descrever fenômenos naturais. Apesar do caráter histórico do conceito, a abordagem mais comum em sala de aula, para ensiná-lo, costuma ser impregnada por formalismos sem significado, reprodução de procedimentos ou a apresentação desassociada das diferentes formas de se representar uma função (RIBEIRO; CURY, 2015, p. 78-82). A profundidade e abrangência com as quais pesquisadoras e pesquisadores, como Caraça (1951), Van de Walle (2009) e Nacarato e Custódio (2018), recomendaram que esse conceito seja abordado não é compatível com um processo de ensino mecanicista e fragmentado, em que as ideias aprendidas se justifiquem apenas naquele contexto. O conceito precisa ter sentido para as estudantes e para os estudantes, ainda que elas e eles não estejam em atividades escolares.

⁴ A coerência com a BNCC, nesse caso, diz respeito ao alinhamento das propostas dos livros didáticos com o texto regulamentador. Embora existam diversos estudos que apontam críticas severas quanto aos objetivos, justificativas e teor do documento, com os quais pactuamos, não aprofundaremos nessas questões na presente pesquisa.

Embora meu interesse envolva a compreensão do ensino e da aprendizagem de todos os tipos de função, não seria possível realizar esta pesquisa nessa perspectiva. Trata-se de um conteúdo matemático extenso e com muitas subdivisões. Por isso, foi preciso refinar o assunto, especificando apenas um tipo de função, para não restringir a pesquisa a uma abordagem superficial. Além disso, ao me comprometer com a investigação e a reflexão sobre as dez coleções de livros didáticos de Matemática, aprovadas no PNLD 2021, a limitação do conteúdo matemático se faz imprescindível.

Acredito que a Função Afim oferece um bom panorama a ser explorado, pois, além oportunizar a interdisciplinaridade, esse tipo de função foi (e ainda é) usado para resolver inúmeros problemas cotidianos. Nesse sentido, pressuponho que o conceito em questão tenha grande potencial para ser trabalhado de forma contextualizada e gradativamente abstrata, uma vez que situações cotidianas poderão ser associadas ao conhecimento teórico repetidamente. Em geral, o estudo da Função Afim simboliza um elo entre conhecimentos algébricos estruturais, incluindo a ideia geral de função, como uma relação de interdependência entre grandezas, e outros tipos de funções mais sofisticadas, como funções exponenciais, logarítmicas ou trigonométricas. Sendo assim, motivação não falta para que docentes e estudantes se voltem para os estudos desse conceito, cuja importância ultrapassa os limites do universo matemático.

Posto isso, torna-se relevante investigar os livros didáticos docentes de Matemática e suas tecnologias quanto às limitações e potencialidades que apresentam em suas abordagens conceitual e metodológica para o ensino e a aprendizagem de Função Afim.

Partindo de uma perspectiva ampla, no segundo capítulo, apresentamos, sucintamente, a Álgebra, descrevendo traços relevantes de sua história e entendimento. Estreitando o referencial teórico, tal qual a constituição dos propósitos da pesquisa, fizemos uma caracterização das funções, seu processo de ensino e o direcionamento dessas questões para Funções Afim. Outro aspecto orientador desta investigação, pormenorizado neste capítulo, trata dos preceitos educacionais do Ensino Médio. O fechamento desta parte perpassa o PNLD, historicamente, culminando na descrição do livro didático, suas finalidades e a importância da análise criteriosa do material que será incorporado na rotina de milhares de jovens brasileiros.

No terceiro capítulo, intitulado Percurso Metodológico, explicitamos os processos metodológicos e a caracterização das obras pesquisadas. Apresentamos, também, as categorias estipuladas para a realização da análise.

A análise descritiva e o confronto com as teorias que constituem o parâmetro para esta pesquisa foram desenvolvidos no quarto capítulo. Optamos por um olhar multidimensional dos

livros, pois nosso interesse contempla o alinhamento com os documentos oficiais e teorias acerca da Educação Matemática, bem como as potencialidades e limitações no ensino e na aprendizagem de Funções Afim.

E para o último capítulo, Considerações Finais, reservamos um espaço para constituir o retrospecto do movimento e das informações envolvidos nesta pesquisa. Para esses, elaboramos algumas reflexões que poderão estimular novas investigações.

A seguir, constituímos reflexões teóricas sobre os assuntos que integram a presente pesquisa.

2 DA ÁLGEBRA AO LIVRO DIDÁTICO: O PENSAMENTO ALGÉBRICO E O CONCEITO DE FUNÇÃO AFIM

Nesse capítulo abordaremos as bases teóricas e os principais conceitos que alicerçam o ensino da Álgebra, voltado para o desenvolvimento do pensamento algébrico. Em seguida, vamos fazer uma breve discussão sobre o PNLD e o livro didático de Matemática, para que possamos compreender melhor a fonte de informações desta pesquisa.

2.1 Sobre a Álgebra

Normalmente a Álgebra é interpretada como uma área mais abstrata da Matemática, em que o uso de simbologia literal é característica preponderante. Contudo, essa abordagem proveniente do senso comum é um tanto rudimentar.

A Álgebra é acompanhada por dúvidas que perpassam desde a concessão de créditos aos matemáticos que contribuíram para o seu desenvolvimento, até o conflito para definir o que é raciocinar de maneira algébrica. “Há, é verdade, um certo consenso a respeito de quais são as coisas da álgebra: equações, cálculo literal, funções, por exemplo, mas mesmo aí há diferenças – gráficos são ou não parte da álgebra?” (LINS; GIMENEZ, 2001, p.89).

2.1.1 Breve histórico da Álgebra e suas concepções

Seja dentro ou fora da Matemática, a Álgebra representa uma importante área do conhecimento, contribuindo para o desenvolvimento científico e da sociedade. Nesse sentido, vale destacar que, assim como toda a Matemática, a Álgebra se desenvolveu tendo em vista a necessidade de se resolver problemas reais, sejam eles do cotidiano ou não.

De acordo com Roque (2012), a constituição histórica da Álgebra teve início pela sistematização de técnicas voltadas para a resolução de equações e esse papel é creditado a diferentes matemáticos. Uma parcela é atribuída a Diofanto, ao propor símbolos para representar um valor desconhecido. Aos árabes, em especial aos trabalhos de Al-Khwarizmi, com sua argumentação geométrica. Empregando uma sequência de regras para a resolução de equações cúbicas, Cardano consegue transformar uma equação em outra equivalente, mais fácil de manipular, embora ainda não empregasse linguagem simbólica. Uma aproximação maior do simbolismo como o conhecemos só foi possível com as contribuições de Viète ao empregar

símbolos para representar coeficientes. Dessa forma, nota-se a impossibilidade de conceder méritos a um único matemático na estruturação da Álgebra.

As concepções da Álgebra apresentadas por Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) sintetizam esse ramo da Matemática a partir de aspectos mais marcantes do seu desenvolvimento histórico, sob diferentes perspectivas. O entendimento da Álgebra como um agrupamento de procedimentos ordenados, empregados no intuito de resolver determinados problemas, pode ser designado por concepção processológica. Com um aspecto mais rigoroso, a concepção linguístico-estilística evidencia mais a representação simbólica do pensamento algébrico do que a maneira como ele se desenvolve, graças a uma linguagem criada para expressar os procedimentos descritos na concepção anterior. Já a concepção linguístico-sintático-semântica indica a significação da linguagem, isto é, o uso de letras representando valores genéricos e paramétricos, tornando-a mais concisa, formal e poderosa. Ao desdobrar o alcance da Álgebra para as demais áreas da matemática, a concepção linguístico-postulacional expande a linguagem da concepção linguístico-sintático-semântica, passando a representar, também, entidades mais abstratas da matemática, as estruturas algébricas.

Passando à análise das atividades típicas da Álgebra, é possível identificar três classes distintas propostas por Kieran (2004, apud RIBEIRO; CURY, 2015). Para esses pesquisadores a atividade algébrica pode ser:

- a) Geracional: abrange as ideias de variáveis e incógnitas vinculadas à construção de expressões e equações que representem padrões e regularidades;
- b) Transformacional: envolve ações de modificação de expressões e equações por meio de regras, propriedades e equivalência;
- c) Global: utiliza instrumental próprio para solucionar questões de outras áreas do conhecimento, mas que podem ser matematizadas.

Até aqui, apresentam-se traços descritivos da Álgebra, seja por sua história, suas concepções ou atividades. Contudo a existência de outros enfoques para analisar um campo da Matemática que trabalha com múltiplos objetos e aplicações, impede um maior aprofundamento nessa vertente.

2.1.2 Sobre o ensino da Álgebra

O papel que a Álgebra desempenha no processo de formação dos cidadãos é relevante, pois, enquanto um produto do conhecimento humano, esse campo da Matemática aparece “inicialmente para resolver necessidades práticas, estando bastante presente em nosso cotidiano

de várias formas. Por isso, e como não poderia deixar de ser, ela é parte essencial no ensino de Matemática nos níveis Fundamental e Médio” (COELHO; AGUIAR, 2018, p.171). Então, justifica-se a designação de uma Unidade Temática voltada exclusivamente para a Álgebra na Base Comum Nacional Curricular (BNCC)⁵. Entretanto, faz-se necessário compreender como a Álgebra tem sido tratada nas salas de aula e quais objetivos são pretendidos com esse ensino. Concordamos com Sousa, Panossian e Cedro (2014, p. 43) quando afirmam que “a educação algébrica deve se contrapor à ideia de que o ensino da álgebra deve se pautar tão somente no ensinar o formalismo dos conceitos algébricos e na aplicação de tais conceitos na realidade objetiva”.

Se, por um lado, uma abordagem mecanicista desestimula a estudante e o estudante, por outro, a constante busca por contextualização e justificativa para cada conteúdo que integra os currículos de Matemática das escolas brasileiras, acaba por fazer com que, em muitos casos, docentes optem por adotar metodologias que ressaltam o simbolismo para a aplicação dos conceitos, de forma exclusiva. Há, ainda, a possibilidade de abandonarem alguns conteúdos, diante do próprio desconhecimento acerca do assunto.

Nessas tentativas de relacionar diretamente cada conteúdo matemático com uma aplicação imediatamente perceptível, muitas vezes engajam-se os próprios professores, que se sentem ora desestimulados em transmitir assuntos para os quais não encontram utilidade prática, ora excessivamente entusiasmados com temas epistemologicamente bem pouco significativos, apenas porque dispõem, para eles, de um arsenal de respostas para a previsível e incômoda questão ‘para que serve isto?’. (MACHADO, 2011, p. 71-72).

Mesmo com toda a relevância, a compreensão da Álgebra tem se mostrado um desafio para seus aprendizes, em partes pelo nível de abstração exigido e em partes pelo formalismo com que é abordado nas escolas. Pois

(...) o modo como a maioria dos professores ainda trabalha a Álgebra – de forma mecânica e automatizada, dissociada de qualquer significação social e lógica, enfatizando simplesmente a memorização e a manipulação de regras, macetes, símbolos e expressões – tal como ocorria há várias décadas, mostra que seu ensino não tem recebido a devida atenção. (MIGUEL; FIORENTINI; MIORIM, 1992, p. 40).

Tal fato é complementado por outras pesquisas (LINS; GIMENEZ, 2001; RIBEIRO; CURY, 2015; COELHO; AGUIAR, 2018). Destacamos, ainda, que

Apesar do papel importante que a álgebra tem na formação dos estudantes, temos percebido que o seu ensino não tem conseguido torná-la um fator

⁵ A Unidade Temática da Matemática Álgebra será discutida posteriormente, na seção 2.3, em que buscamos evidenciar as propostas apresentadas nos documentos oficiais para o ensino de conceitos algébricos, sobretudo o de Função Afim.

relevante para o desenvolvimento dos sujeitos. Ao invés disso, a álgebra tem se tornado, quase que a fonte principal do processo de alienação dos estudantes em relação à aprendizagem dos conhecimentos matemáticos. Ao ser entendida somente como uma forma de manipulação de símbolos, perde totalmente a sua relevância na vida deles, dissociando-se de suas práticas sociais. (SOUSA; PANOSSIAN; CEDRO, 2014, p. 46).

Esse caminho gradativo a ser percorrido ao longo da Educação Algébrica muito se relaciona com os distintos momentos da linguagem algébrica descritos por Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), em uma leitura da Álgebra que, segundo a autora e os autores, seria comum em textos de história da Matemática. Na fase retórica ou verbal as ideias são expressas por meio de palavras, sem recorrência alguma à simbologia, configurando uma descrição textual de ideias e procedimentos empregados para operar de forma generalizada. Já na fase sincopada, ocorre a introdução de símbolos como representantes de incógnitas, além de uma forma sintetizada por meio de abreviações, tornando os procedimentos mais enxutos. E, por último, verifica-se a expressão de ideias algébricas exclusivamente por símbolos. Nessa fase, chamada simbólica, há uma maior formalização, estabelecendo símbolos diferentes para operações e generalizações, agregando formalidades que permitam discernir qual tipo de objeto matemático é representado. É possível observar com certa clareza a presença desses estágios nas tarefas propostas em salas de aula para o ensino e a aprendizagem da Álgebra.

De acordo com o uso da linguagem algébrica nas atividades escolares, é possível caracterizar a Educação Algébrica. Conforme proposto no trabalho de Lins e Gimenez (2001), diferenciam-se em tendência letrista, que limita a Álgebra escolar a “cálculos com letras” e é bastante difundida nas escolas e livros didáticos brasileiros, além de seguir a prescrição método/exemplo/exercício. Designada por facilitadora, a segunda abordagem ainda sugere operar com expressões literais, mas, nesse caso, como consequência de um processo de abstração a partir de situações concretas, que nem sempre oferecem condições para que estudantes relacionem o contexto e a formalização. Um terceiro ponto de vista proposto por esses pesquisadores aponta investigações e modelagem matemáticas como concepção de Educação Algébrica. Nesse último caso a situação concreta é necessariamente real e deixa de ser mera ilustração, pois é ela que sustenta o processo de abstração e generalização do contexto explorado.

Os pesquisadores Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) traçam concepções sobre a Educação Algébrica, a partir dos aspectos associados ao percurso histórico da Álgebra que eles mesmos descreveram. Segundo essa autora e esses autores, uma visão linguístico-pragmática é a que melhor descreve a Educação Algébrica no século XIX e na primeira metade do século

XX. Nessa formulação, as tarefas são propostas às estudantes e aos estudantes, tendo em vista o desenvolvimento e a aplicação do que chamaram de “transformismo algébrico”, a partir da proposição de problemas, frequentemente artificiais. A segunda concepção proposta pela autora e pelos autores, fundamentalista-estrutural, posiciona a Álgebra escolar como um alicerce para as demais áreas da Matemática. Além de legitimar o transformismo, essa perspectiva levou à reorganização da precedência dos conteúdos algébricos nos currículos. Por último, o ponto de vista fundamentalista-analógico busca a unificação das duas concepções anteriores como ferramenta e estrutura da Matemática, simultaneamente, mas agora com uma alteração: as explicações dos processos deixam de ser estritamente lógicas e passam a contar com o aporte visual da Geometria.

Tão importante quanto reconhecer os objetos e interpretações da Álgebra e seu ensino, é interessante conhecer – aqui e durante a prática docente – quais são os objetivos do ensino de Álgebra na Educação Básica em face das Competências e Habilidades a serem desenvolvidas nessa etapa da escolarização, segundo a recomendação da BNCC. Parece que as concepções descritas anteriormente dialogam com esses propósitos, mas certamente não constituem a principal preocupação do educador matemático nesse assunto.

2.1.3 O desenvolvimento do pensamento algébrico

Há algumas décadas, pesquisadoras e pesquisadores em Educação Matemática têm voltado seus estudos para compreender o processo de ensino e aprendizagem de Álgebra, assim como a forma com que as generalizações são construídas e significadas por estudantes (FIORENTINI; MIORIM; MIGUEL, 1993; LINS; GIMENEZ, 2001; PONTE; BRANCO; MATOS, 2009; SOUSA; PANOSSIAN; CEDRO, 2014; RIBEIRO; CURY, 2015; NACARATO; CUSTÓDIO, 2018). Nesse campo da Matemática a capacidade de abstração é fundamental, embora esse tipo de raciocínio não seja particularidade dessa ciência.

A partir das considerações feitas por Blanton e Kaput (2005) sobre o tipo de raciocínio trabalhado em uma aula de Álgebra, é razoável entendê-lo como um processo de generalização de ideias matemáticas que, por meio de argumentação cada vez mais consistente e lógica, pode se tornar mais formal. Para isso, estudantes podem partir de casos particulares e examiná-los a fim de encontrar padrões e regularidades, para que possam generalizá-los, usando o raciocínio abstrato.

Dessa forma, é possível afirmar que

A generalização e a formalização são intrínsecas à atividade matemática e ao pensamento matemático. Pela generalização podemos estender o alcance do raciocínio ou da comunicação para além dos casos particulares, identificando o que há de comum entre eles. Essa comunicação pode ser feita por meio de diferentes linguagens: natural, simbólica, gestual. Em estudantes mais novos, os modos como eles expressam a generalidade ou justificam um caso particular precisam ser ouvidos atentamente pelo professor, visto que essa comunicação nem sempre é tão explícita quanto com estudantes de anos mais avançados. A generalização e a formalização podem ocorrer de situações internas (propriamente matemáticas) ou externas à matemática (mas que podem ser modeladas matematicamente). (NACARATO; CUSTÓDIO, 2018, p. 16).

A partir do que foi debatido, compreendemos que alguns questionamentos são importantes: o que ensinar na Educação Básica, em Álgebra? Qual o papel que a Álgebra ensinada nas escolas desempenha na vida das estudantes e dos estudantes? Qual o grande objetivo do ensino de Álgebra nos Anos Finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio? Para essas interrogações, o desenvolvimento do pensamento algébrico é apontado como o cerne das respostas. No entendimento de Fiorentini, Miguel e Miorim (1993), apenas a presença dessa qualidade de pensamento, tanto na Matemática quanto em outras áreas do conhecimento, implica não apenas sua utilização, mas também a edificação da ciência atualmente. De fato, Coelho e Aguiar (2018, p. 171 e 177) afirmam que

ao se enfatizar o pensamento algébrico ao invés de apenas se restringir a questões técnicas e operacionais, o ensino de Álgebra poderia contribuir não só no aprendizado da Matemática como também auxiliar no desenvolvimento do pensamento lógico-abstrato do estudante, pensamento esse essencial para o desenvolvimento de um cidadão capaz de viver na sociedade atual. (...) O pensamento abstrato não aparece apenas na matemática ou na Álgebra, especificamente, é algo que nos auxilia no desenvolvimento do ato de raciocinar e, por não ser uma característica inerente ao ser humano, ele pode ser desenvolvido de acordo com o meio social em que vivemos.

As reformas educacionais promovidas nos últimos anos, em especial com a implantação da BNCC, sugerem que a Educação Matemática, dentro da Unidade Temática Álgebra, privilegie

o desenvolvimento de um tipo especial de pensamento – pensamento algébrico – que é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos. (BRASIL, 2018, p. 270)

Entretanto, para que essas normas se materializem em sala de aula, é necessária a reformulação das práticas pedagógicas, tendo em vista a persistência de uma formação, em termos de Educação Algébrica, em que a reprodução de métodos e aplicação de técnicas têm

sido sistematicamente ensinadas e cobradas das estudantes e dos estudantes. A persistência dessa situação se confirma pelas pesquisas de Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), cujas descrições quanto ao ensino de Álgebra não se alteram mais de duas décadas depois, como verificamos nas pesquisas de Coelho e Aguiar (2018) e Nacarato e Custódio (2018).

Salientamos a concepção de Ponte, Branco e Matos (2009, p. 9) ao referenciar os estudos de Kaput no ano de 1999 “para quem o pensamento algébrico é algo que se manifesta quando, através de conjecturas e argumentos, se estabelecem generalizações sobre dados e relações matemáticas, expressas através de linguagens cada vez mais formais.” Ou seja, a identificação do pensamento algébrico não se restringe à interpretação de soluções ou respostas fornecidas por estudantes, mas em compreender os procedimentos empreendidos na construção da argumentação, na descrição das conexões matemáticas e na forma de simbolizar todo o percurso até se obter a solução. Essa simbologia, de acordo com Machado (2011, p. 99), “ representa, instaura, cria ou constrói novos níveis de significados, novos objetos, inacessíveis à fala”.

A caracterização do pensamento algébrico compreende quatro modelos diferentes, não necessariamente disjuntos. De acordo com Blanton e Kaput (2005) podemos distinguir esse tipo de raciocínio quando há uso de

- a) Aritmética generalizada: situações em que se raciocina sobre operações e propriedades relacionadas aos números. Nesse caso, a igualdade representa uma relação entre quantidades;
- b) Pensamento funcional: ocorre a generalização de regularidades numéricas que descrevem o padrão de comportamento de uma sequência de valores que, em razão do contexto em que se encontram, estão relacionados a outros valores;
- c) Expressões de modelos matemáticos: semelhante ao caso do pensamento funcional, na modelagem há a busca por uma generalização de regularidades. Nesse caso, trata-se de uma forma de descrever contextos ou fenômenos essencialmente matematizados;
- d) Generalização de cálculos e relações em sistemas matemáticos: nas operações envolvendo um conjunto de elementos com atributos similares, há a mobilização de uma forma mais abstrata de raciocínio. Faz-se necessário notabilizar que trabalhos dessa natureza na Educação Básica são pouco usuais.

Também acrescentamos a utilização da simbologia de forma significativa como uma quinta manifestação do raciocínio algébrico. Essa é uma forma da qual se espera que todas as estudantes e todos os estudantes se valham para representar e analisar situações, estruturas e relações matemáticas, após atingirem amadurecimento suficiente, dada a concisão e universalidade da linguagem algébrica.

Portanto,

o pensamento algébrico não é uma ideia singular, mas é composto de diferentes formas de pensamento e de compreensão do simbolismo. É um ramo independente do currículo, mas também deve ser incorporado em todas as áreas da matemática. Existe uma concordância geral de que devemos começar o desenvolvimento dessas formas de pensar desde o início escolar de modo que os estudantes aprendam a pensar produtivamente com as poderosas ideias da matemática, ou seja, que eles possam pensar matematicamente. (VAN DE WALLE, 2009, p. 288)

Embora não haja uma definição sobre o que seja o pensamento algébrico, capaz de produzir um consenso entre pesquisadoras e pesquisadores, todas e todos concordam que o desenvolvimento dessa forma de raciocínio é um dos objetivos do ensino da Álgebra escolar. Nacarato e Custódio (2018) acreditam que, para a efetiva apropriação de conceitos e desenvolvimento do pensamento algébrico, seja essencial uma prática docente pautada em trocas e negociação de significados. Dessa forma, é possível alcançar o engajamento das estudantes e dos estudantes através da proposição de tarefas desafiadoras, que privilegiem um trabalho de colaboração, comunicação e reflexão.

Não será pela memorização de regras e repetição de processos em exaustivas listas de exercícios, com propostas idênticas (muitas vezes há alteração apenas de coeficientes ou contextos criados para cumprir o papel de ilustrar operações), que esse intento será alcançado. A criação de um ambiente com tarefas intencionalmente planejadas e que favoreçam desenvolvimento do raciocínio algébrico é fundamental à prática pedagógica. É importante que essas tarefas “coloquem o estudante num contexto investigativo que permita o levantamento de hipóteses, o diálogo em sala de aula e a elaboração de sínteses, pelos alunos e pelo professor” (NACARATO; CUSTÓDIO, 2018, p. 23), seja pelo crescente grau de abstração e generalização demandados na atividade ou pela liberdade de decidir entre as ferramentas cognitivas disponíveis se a mobilização do pensamento algébrico é a que lhe parece mais adequada e produz significados.

Como o conceito de função pertence ao domínio da Álgebra, não pode haver disparidade quanto às concepções de ensino geral e específica. Atendendo a essa subordinação, prosseguimos explorando as teorias que amparam o ensino e a aprendizagem de função.

2.2 O conceito e a definição de uma função

Dentro do universo matemático, o conceito de função tem uma posição de destaque. Ao lidar com a variação simultânea de duas grandezas relacionadas, cuja origem pode ser da

própria Matemática, de qualquer outra ciência ou mesmo de situações cotidianas, a dimensão do seu campo de atuação se torna explicitamente grande. Se, no meio acadêmico, o conceito é indiscutível e amplamente utilizado, no dia a dia, com um pouco de atenção, é possível identificar sua presença implícita em muitos discursos como: “isso ocorre em função daquilo”, “esse varia conforme o outro” ou “esse valor depende daquele outro”. Diante disso, torna-se pertinente delinear algumas questões referentes ao processo de ensino e aprendizagem, bem como ideias e representações associadas, para que o referencial para a análise seja previamente determinado. Em especial aquelas que estruturam a construção conceitual de Função Afim, um dos objetos desta pesquisa.

2.2.1 Ensino de função e pensamento funcional

De acordo com a abordagem em relação ao ensino e aprendizagem da Álgebra assumida neste trabalho, esse processo pode promover o desenvolvimento do pensamento algébrico em suas diferentes perspectivas e aplicações, considerando as particularidades de cada etapa do ensino. E, conforme o texto da BNCC (2018, p. 270), nos Anos Finais do Ensino Fundamental, a Álgebra

tem como finalidade o desenvolvimento de um tipo especial de pensamento – pensamento algébrico – que é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos. Para esse desenvolvimento, é necessário que os alunos identifiquem regularidades e padrões de sequências numéricas e não numéricas, estabeleçam leis matemáticas que expressem a relação de interdependência entre grandezas em diferentes contextos, bem como criar, interpretar e transitar entre as diversas representações gráficas e simbólicas, para resolver problemas por meio de equações e inequações, com compreensão dos procedimentos utilizados.

Nos anos finais do Ensino Fundamental, é “necessário, portanto, que os alunos estabeleçam conexões entre variável e função e entre incógnita e equação.” (BRASIL, 2018, p. 271), pois é a distinção dessas duas associações de ideias que viabilizará a construção de um pensamento funcional, enquanto relação definida entre conjuntos.

Nesse processo de construção de um conhecimento cada vez mais abstrato e generalizado, estudantes são levados à busca pela compreensão do mundo em que vivem, para que possam agir de forma consciente e crítica. É nessa perspectiva que se distingue a importância do aprendizado de funções e dos outros conceitos envolvidos nesse seguimento. A ideia de função, assim como os demais conceitos que a permeiam, é ampla e, na busca por

explicação para fenômenos de naturezas diversas, bem como fazer previsões (um anseio histórico do homem), esses conceitos matemáticos foram desenvolvidos. Diante disso, podemos perceber a diversidade de aplicabilidades e possibilidades que tal conteúdo oferece na educação, visto que “Todas as coisas estão relacionadas umas com as outras; o Mundo, toda esta Realidade em que estamos mergulhados, é um organismo vivo, uno, cujos compartimentos comunicam e participam, todos, da vida uns dos outros.” (CARAÇA, 1951, p. 109).

Em um ambiente de ensino, pode-se abordar o conceito de função sob esse ponto de vista, pois, de acordo com Van de Walle⁶ (2009, p. 303), “o conceito de função evolui melhor a partir de situações contextualizadas em que uma mudança em uma coisa (variável independente) cause uma mudança correspondente em outra coisa (variável dependente).” Isto é, compreender a noção de variação enquanto relação entre os valores de maneira significativa, pois a apropriação dos conceitos só faz sentido para as estudantes e para os estudantes se trazer uma sensação de familiaridade.

Por outro lado, o que se observa nos livros didáticos nas últimas décadas se difere substancialmente disso. Conforme apontado por Aguiar (2014, apud COELHO; AGUIAR, 2018, p. 174) “a maioria dos livros do Ensino Fundamental ainda privilegia o ensino de regras e técnicas operatórias, e poucos apresentam propostas voltadas para o desenvolvimento dos conceitos algébricos e do pensamento algébrico”. Muito se investe em classificações e exercícios de repetição e assim ocorre um distanciamento da construção significativa dos conceitos. Isto é, o ensino de funções se mantém focado na terminologia em detrimento da significação, que

Eventualmente satisfaz o sentido estético dos seus autores, que mostram assim saber bastante Matemática. Mas, se essa terminologia não constitui uma ferramenta prática para lidar com situações interessante – exteriores ou interiores à Matemática – ela constitui um vocabulário que meramente se memoriza sem se compreender nem valorizar. (PONTE, 1990, p. 6).

Além disso, para Ponte, Branco e Matos (2009) o ensino de funções envolve outros contratempos no que diz respeito à terminologia que, por não ser tão familiar, acaba gerando dúvidas e equívocos, e à simbologia que, em geral, não é tão nítida quanto os enunciados.

Pela generalização que se estabelece quando há variação e correspondência de quantidades ocorre a manifestação de um tipo específico de pensamento algébrico, o pensamento funcional. Conforme proposto nos estudos de Blanton e Kaput (2005), existem

⁶ Embora a referida obra de John A. Van de Walle articule concepções de Educação Matemática voltadas para o Ensino Fundamental, suas ideias podem ser perfeitamente extensíveis ao Ensino Médio, panorama desta pesquisa.

muitas possibilidades para beneficiar o desenvolvimento dessa espécie de raciocínio abstrato. Nas práticas pedagógicas, as tarefas planejadas e apresentadas poderão fortalecer o pensamento funcional se oportunizarem a exploração de situações em que estudantes possam modelar problemas usando linguagem algébrica para representar e operar, interpretar e expressar informações por meio de gráficos, investigar e descrever relações entre quantidades e fazer previsões e estimativas, tomando casos conhecidos como referência.

No momento em que a estudante ou o estudante reconhece o vínculo de interdependência em circunstâncias quantificadas, em que a mudança no valor de uma das grandezas analisadas implica na transformação da outra grandeza envolvida, a linguagem algébrica assume importância e sentido para ela ou ele, de maneira que seu uso passa a ser realizado reflexivamente. Constata-se, nesse ponto, a apropriação do entendimento da ideia de função.

2.2.2 O conceito de Função Afim e as representações de uma função

Uma função pode ser classificada de diferentes modos, de acordo especificidades e propriedades. Funções Polinomiais, Modulares, Logarítmicas, Exponenciais ou Trigonométricas são alguns exemplos clássicos. Entretanto, todos os tipos citados – e os omitidos por simplicidade – são, primordialmente, funções. Isso garante que existem traços fundamentais comuns a todas elas.

Em muitos livros didáticos brasileiros, uma função é designada como um subconjunto do produto cartesiano, de forma direta. Usa-se uma notação do tipo $f: D \rightarrow E$, fazendo as devidas indicações (domínio, contradomínio, imagem, variáveis independente e dependente). “Essa definição apresenta o inconveniente de ser formal, estática e não transmitir a ideia intuitiva de função como correspondência, transformação, dependência (uma grandeza função de outra) ou resultado de um movimento.” (LIMA et al., 1998, p. 81). Cabe aqui adotar uma definição para o conceito de função, que possa servir de guia para a investigação a ser feita. Com base no trabalho de Ponte, Branco e Matos (2009, p. 117),

Uma função f , definida num conjunto D e com valores num conjunto E , pode ser vista como uma regra que faz corresponder a cada elemento x de D (chamado *objecto*) um único elemento de E , que se designa por y ou $f(x)$ (chamado *imagem*). (...) As variáveis x e $f(x)$ são, respectivamente, as variáveis independente e dependente.

Chamam-se domínio, o conjunto D formado pelas variáveis independentes, contradomínio, o conjunto E que contém todas as imagens, e conjunto imagem, o subconjunto

de E formado exclusivamente por todas as imagens da função. Os conjuntos imagem e contradomínio podem ou não ser iguais.

Outro grande desafio que pode se estabelecer durante a aprendizagem de funções é a compreensão do que Caraça (1951) chamou de “noção de variável”. Pode não ser tão óbvio o entendimento de uma representação literal que não coincide com nenhum elemento específico do domínio da função, mas, ao mesmo tempo, é capaz de representar todos eles. Esse é um dos pilares para o entendimento da relação entre os conjuntos domínio e contradomínio. Se a apropriação desse conceito ocorrer de maneira frágil, o desenvolvimento do pensamento funcional poderá ser prejudicado.

A variação, também designada por taxa de variação ou taxa de mudança, é apontada como um dos conceitos mais importantes envolvidos na ideia de função, por autoras e autores (PONTE, BRANCO, MATOS, 2009; ROQUE, 2012; VAN DE WALLE, 2009). Essa é uma concepção tão importante que o texto da BNCC (2018) a apresenta como elemento de um dos pares de ideias fundamentais que organizam e vinculam os campos da Matemática entre si ou com outras áreas do conhecimento. Por indicar o quanto uma função é modificada por unidade, dentro de um determinado intervalo, a variação reflete as ideias de interdependência e fluência mencionadas por Caraça (1951). Evidencia-se, assim, o papel da função como descritora e instrumento de investigação da realidade em movimento.

Feitas as considerações anteriores, assume-se uma definição para a Função Afim. Conforme descrito e classificado por Ponte, Branco e Matos (2009, p. 119)

Função Afim (linear e não linear). Uma função afim tem por domínio \mathbb{Q} (ou \mathbb{R}) e é dada por uma regra de correspondência da forma $f(x) = ax + b$, sendo a e b números racionais (ou reais). No caso particular em que $b = 0$, esta relação tem a forma $f(x) = ax$, e dizemos que se trata de uma função *linear*. Esta função representa uma relação de proporcionalidade directa entre duas grandezas e o seu gráfico é uma recta que contém a origem do referencial. Quando b é diferente de zero, a função diz-se afim *não linear* e o seu gráfico é uma recta que não contém a origem do referencial. (...)
Uma particularidade da Função Afim, linear ou não linear, é o facto de possuir uma taxa de variação constante.

Como neste trabalho, foram analisadas as abordagens conceituais, representacionais e metodológicas para o ensino e aprendizagem de Funções Afim, achamos conveniente refletir sobre duas questões quanto à terminologia, colocadas por Lima et al. (1998, p. 92). A primeira diz respeito à possibilidade de dúvidas acerca da taxa de variação, quando denotada como coeficiente angular. Se houver gráfico no contexto explorado, o ângulo entre esse e o eixo horizontal (ou formado por uma reta paralela a ele) terá sua medida sujeita a alteração, em

decorrência da unidade selecionada para representar as variáveis independente e dependente. Além disso, “não há, na maioria dos casos, ângulo algum no problema estudado.” A segunda questão tem a ver com a denominação. É bastante frequente encontrar livros didáticos em que autoras e autores intitulem capítulos ou seções como “função do primeiro grau”. De acordo com os autores, essa “nomenclatura sugere a pergunta: o que é o grau de uma função? Função não tem grau. O que possui grau é o polinômio. (Quando $a \neq 0$, a expressão $f(x) = ax + b$ é um polinômio do primeiro grau.)” (LIMA et al., 1998, p. 92).

Tanto quanto conhecer as definições e conceitos que se relacionam com as funções, é importante o reconhecimento da equivalência das diferentes representações. De acordo com Roque (2012, n.p.),

Quando pensamos em função, duas coisas vêm à mente: a curva que a representa graficamente e sua expressão analítica. Em seguida, se fizermos um exercício mais formal, também nos lembraremos da ideia de correspondência, como uma máquina com entradas e saídas.

Contudo, essa é uma visão ainda restrita, pois Ponte, Branco e Matos (2009, p. 117) destacam

quatro modos principais de representar uma função: (i) através de enunciados verbais, usando a linguagem natural; (ii) graficamente, usando esquemas, diagramas, gráficos cartesianos e outros gráficos; (iii) aritmeticamente, com recurso a números, tabelas ou pares ordenados; e (iv) algebricamente, usando símbolos literais, fórmulas e correspondências.

Complementando as formas de exprimir uma relação funcional, listadas acima, a representação por meio de padrões físicos ou pictóricos, proposta por Van de Walle (2009), também auxiliam o desenvolvimento do pensamento funcional, pois os “padrões consistem em uma série de passos separados, cada novo passo relacionado ao anterior de acordo com uma regra” (Ibidem, p. 298), que contribuem para a compreensão da fluidez e da interdependência.

Para que o desenvolvimento do pensamento algébrico funcional ocorra, são necessários investimentos na diversificação das abordagens, especialmente quanto às representações. As diferentes formas de expressar ampliam as possibilidades de significar a relação funcional, já “que cada uma fornece um modo diferente de olhar ou pensar sobre a função. O valor de cada representação está no modo em que ela nos ajuda a ver e compreender a função de um modo diferente do que as outras fazem.” (VAN DE WALLE, 2009, p. 303)

Tendo em vista o referencial apresentado, desejamos compreender quais fatores interferem no aprendizado de funções. Diante das preocupações que verificamos nas pesquisas de Caraça (1951), Ponte (1990), Lima et al. (1998), Sousa, Panossian e Cedro (2014) e Ribeiro

e Cury (2015), quanto ao ensino e à aprendizagem de funções, entendemos que repensar o esse processo seja uma questão urgente há algum tempo.

Por outro lado, o sucesso da aprendizagem do conceito de Função Afim não é sujeito apenas às práticas docentes. Podemos encontrar muitas recomendações que associam professoras e professores, suas ações e o bom êxito na Educação Matemática. Entretanto, toda a educação é orientada por legislação específica. É com esse enfoque que prosseguimos na fundamentação teórica.

2.3 Diretrizes educacionais para o Ensino Médio

Acreditamos que a educação brasileira tem uma conotação ambígua em meio à sociedade: se, por um lado, representa a esperança de dias melhores para os educandos e suas famílias, por outro, é motivo de preocupação entre profissionais da área. Além disso, a ausência de um parâmetro capaz de unificar a Educação Básica em seus objetivos e resultados levou a uma reformulação educacional, em especial do Ensino Médio. Ainda há muito que se refletir, em um país cuja diversidade sociocultural repercute em todos os setores da sociedade, seria possível ou desejável padronizar a trajetória formativa?

Depois de anos de discussão acerca dos objetivos da educação, em 2018 foi homologada a BNCC do Ensino Médio que normatiza orientações para a reformulação dos currículos de referência das escolas brasileiras. Junto à Lei nº 13.415/2017⁷, a BNCC propõe uma formação voltada para o protagonismo da estudante ou do estudante de forma integral e preparação para o mundo do trabalho. Contudo, é preciso manter um olhar crítico sobre esse processo. Para as camadas menos favorecidas, essa reformulação educacional parece abreviar a inserção dos jovens no mundo do trabalho e ampliar a possibilidade de ascensão social. No entanto, essa asserção esconde o novo fôlego que ganha a educação tecnicista, voltada à instrumentalização para o mundo do trabalho. Pela busca de capital humano, que gere vantagens para a economia e para o setor empresarial, que a educação recupera discursos para a manutenção das desigualdades.

⁷ Lei nº 13.415, de 16 de fevereiro de 2017. Altera as Leis nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996, que estabelece as diretrizes e bases da educação nacional, e 11.494, de 20 de junho 2007, que regulamenta o Fundo de Manutenção e Desenvolvimento da Educação Básica e de Valorização dos Profissionais da Educação, a Consolidação das Leis do Trabalho -CLT, aprovada pelo Decreto-Lei nº 5.452, de 1º de maio de 1943, e o Decreto-Lei nº 236, de 28 de fevereiro de 1967; revoga a Lei nº 11.161, de 5 de agosto de 2005; e institui a Política de Fomento à Implementação de Escolas de Ensino Médio em Tempo Integral.

Estamos assistindo ao Estado investir no setor privado para garantir a capacitação técnica/profissional, conforme evidenciado por Ferreti e Silva (2017), e encobrir esse fato pela falsa sensação de mobilidade social ascendente para os mais vulneráveis. Esse mecanismo tem a escola como motor, conforme exposto por Oliveira (2020). De maneira global, testemunhamos indícios de um encaminhamento à privatização da educação.

2.3.1 BNCC e o conceito de função dentro da área do conhecimento Matemática e suas tecnologias

A BNCC é um documento que regulamenta os direitos e objetivos da Educação Básica no Brasil. De acordo com a apresentação do próprio documento, essas diretrizes resultam de “amplos debates com a sociedade e os educadores do Brasil” (BRASIL, 2018, p. 5). São organizados os seguintes aspectos da educação:

- Conteúdos, conhecimentos e habilidades a serem desenvolvidas na Educação Básica;
- Competências gerais a serem desenvolvidas por estudantes em todas as áreas;
- Competências específicas de cada área e respectivos componentes curriculares;
- Progressão e sequenciamento dos conteúdos e habilidades de cada componente curricular.

As competências são definidas no texto da BNCC (2018, p. 8) como a associação de “conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas e socioemocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho”. Entretanto, Perrenoud (2000) evidencia que a relação entre a educação e as competências é amparada pela ideia de transferência e acúmulo de saberes, sendo a escola o espaço para o que ele chamou de “treinamento”.

Apesar do texto da BNCC (2018) afirmar que as competências são requisitos para a formação cidadã, em que se deseja favorecer atitudes responsáveis e autônomas por parte das estudantes e dos estudantes, pudemos perceber outros aspectos no documento. Com um exame mais atento, entendemos que na elaboração de competências para a educação

não basta nomear uma comissão de redação. Certos países contentaram-se em reformular os programas tradicionais, colocando um verbo de ação na frente dos saberes disciplinares. Onde se lia "ensinar o teorema de Pitágoras", agora lê-se "servir-se do teorema de Pitágoras para resolver problemas de geometria". Isso é maquiagem. A descrição de competências deve partir da análise de situações, da ação, e disso derivar conhecimentos. Há uma tendência em ir rápido demais em todos os países que se lançam na elaboração de programas sem dedicar tempo em observar as práticas sociais,

identificando situações nas quais as pessoas são e serão verdadeiramente confrontadas. O que sabemos verdadeiramente das competências que têm necessidade, no dia-a-dia, um desempregado, um imigrante, um portador de deficiência, uma mãe solteira, um dissidente, um jovem da periferia ? Se o sistema educativo não perder tempo reconstruindo a transposição didática, ele não questionará as finalidades da escola e se contentará em verter antigos conteúdos dentro de um novo recipiente. (...)

Por isso, sob a capa de competências, dá-se ênfase a capacidades sem contexto. Resultado : conserva-se o essencial dos saberes necessários aos estudos longos, e os lobbies disciplinares ficam satisfeitos. (PERRENOUD, 2000, n.p.).

Ao orientar a construção de um currículo centrado no desenvolvimento de competências específicas por área do conhecimento, a BNCC não faz alterações substanciais nos objetivos propostos para o Ensino Médio na LDBEN, que os apresenta como

I - a consolidação e o aprofundamento dos conhecimentos adquiridos no ensino fundamental, possibilitando o prosseguimento de estudos;

II - a preparação básica para o trabalho e a cidadania do educando, para continuar aprendendo, de modo a ser capaz de se adaptar com flexibilidade a novas condições de ocupação ou aperfeiçoamento posteriores;

III - o aprimoramento do educando como pessoa humana, incluindo a formação ética e o desenvolvimento da autonomia intelectual e do pensamento crítico;

IV - a compreensão dos fundamentos científico-tecnológicos dos processos produtivos, relacionando a teoria com a prática, no ensino de cada disciplina (...)

§ 7º Os currículos do ensino médio deverão considerar a formação integral do aluno, de maneira a adotar um trabalho voltado para a construção de seu projeto de vida e para sua formação nos aspectos físicos, cognitivos e socioemocionais. (Incluído pela Lei nº 13.415, de 2017). (BRASIL, 1996, Art. 35).

A Matemática e suas tecnologias, uma das quatro áreas do conhecimento propostas no documento, é abordada na BNCC partindo do pressuposto de que todos podem aprender Matemática. O texto propõe o desenvolvimento de competências e habilidades que permitam que as estudantes e os estudantes percebam a importância dos saberes dessa natureza. Subdividida em 5 Unidades Temáticas – Grandezas e Medidas, Números, Álgebra, Geometria e Probabilidade e Estatística – que podem ser trabalhadas de forma correlacionada, essa área do conhecimento é baseada no desenvolvimento e aprofundamento do letramento matemático.

Para tanto, coloca em jogo, de modo mais inter-relacionado, os conhecimentos já explorados na etapa anterior, de modo a possibilitar que os estudantes construam uma visão mais integrada da Matemática, ainda na perspectiva de sua aplicação à realidade. (BRASIL, 2018, p. 517).

Mantendo o foco no desenvolvimento do pensamento algébrico, a Unidade Temática Álgebra recomenda que ideias de equivalência, interdependência, variação e proporcionalidade

sejam priorizadas. Considerando o escopo desta pesquisa, o Quadro 1 salienta as habilidades direcionadas ao desenvolvimento do pensamento algébrico funcional de acordo com as cinco Competências Específicas recomendadas na BNCC (2018), para a área de Matemática e suas tecnologias.

Quadro 1 – Habilidades a serem alcançadas na aprendizagem de funções, organizadas por Competência Específica de Matemática e suas tecnologias. (Continua)

Competências Específicas	Habilidades relacionadas à aprendizagem de funções, de forma geral	Habilidades relacionadas especificamente à aprendizagem de Funções Afim
<p>1. Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, ou ainda questões econômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a consolidar uma formação científica geral.</p>	<p>(EM13MAT101) Interpretar situações econômicas, sociais e das Ciências da Natureza que envolvem a variação de duas grandezas, pela análise dos gráficos das funções representadas e das taxas de variação com ou sem apoio de tecnologias digitais.</p> <p>(EM13MAT104) Interpretar taxas e índices de natureza socioeconômica, tais como índice de desenvolvimento humano, taxas de inflação, entre outros, investigando os processos de cálculo desses números.</p>	
<p>2. Articular conhecimentos matemáticos ao propor e/ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas de urgência social, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, recorrendo a conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática.</p>	<p>(EM13MAT203) Planejar e executar ações envolvendo a criação e a utilização de aplicativos, jogos (digitais ou não), planilhas para o controle de orçamento familiar, simuladores de cálculos de juros compostos, dentre outros, para aplicar conceitos matemáticos e tomar decisões.</p>	

Fonte: Elaborado pelas autoras com base na BNCC, 2018. (2022)

Quadro 1 – Habilidades a serem alcançadas na aprendizagem de funções, organizadas por Competência Específica de Matemática e suas tecnologias. (Continua)

Competências Específicas	Habilidades relacionadas à aprendizagem de funções, de forma geral	Habilidades relacionadas especificamente à aprendizagem de Funções Afim
<p>3. Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos, em seus campos – Aritmética, Álgebra, Grandezas e Medidas, Geometria, Probabilidade e Estatística –, para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.</p>	<p>(EM13MAT303) Resolver e elaborar problemas envolvendo porcentagens em diversos contextos e sobre juros compostos, destacando o crescimento exponencial.</p> <p>(EM13MAT304) Resolver e elaborar problemas com funções exponenciais nos quais é necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como o da Matemática Financeira e o do crescimento de seres vivos microscópicos, entre outros.</p> <p>(EM13MAT305) Resolver e elaborar problemas com funções logarítmicas nos quais é necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como os de abalos sísmicos, pH, radioatividade, Matemática Financeira, entre outros.</p> <p>(EM13MAT306) Resolver e elaborar problemas em contextos que envolvem fenômenos periódicos reais, como ondas sonoras, ciclos menstruais, movimentos cíclicos, entre outros, e comparar suas representações com as funções seno e cosseno, no plano cartesiano, com ou sem apoio de aplicativos de álgebra e geometria.</p>	<p>(EM13MAT302) Resolver e elaborar problemas cujos modelos são as funções polinomiais de 1º e 2º grau, em contextos diversos, incluindo ou não tecnologias digitais.</p>

Fonte: Elaborado pelas autoras com base na BNCC, 2018. (2022)

Quadro 1 – Habilidades a serem alcançadas na aprendizagem de funções, organizadas por Competência Específica de Matemática e suas tecnologias. (Continua)

Competências Específicas	Habilidades relacionadas à aprendizagem de funções, de forma geral	Habilidades relacionadas especificamente à aprendizagem de Funções Afim
<p>4. Compreender e utilizar, com flexibilidade e fluidez, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas, de modo a favorecer a construção e o desenvolvimento do raciocínio matemático.</p>	<p>(EM13MAT402) Converter representações algébricas de funções polinomiais de 2º grau para representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais uma variável for diretamente proporcional ao quadrado da outra, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica.</p> <p>(EM13MAT403) Comparar e analisar as representações, em plano cartesiano, das funções exponencial e logarítmica para identificar as características fundamentais (domínio, imagem, crescimento) de cada uma, com ou sem apoio de tecnologias digitais, estabelecendo relações entre elas.</p> <p>(EM13MAT404) Identificar as características fundamentais das funções seno e cosseno (periodicidade, domínio, imagem), por meio da comparação das representações em ciclos trigonométricos e em planos cartesianos, com ou sem apoio de tecnologias digitais.</p> <p>(EM13MAT405) Reconhecer funções definidas por uma ou mais sentenças (como a tabela do Imposto de Renda, contas de luz, água, gás etc.), em suas representações algébrica e gráfica, convertendo essas representações de uma para outra e identificando domínios de validade, imagem, crescimento e decrescimento.</p> <p>(EM13MAT406) Utilizar os conceitos básicos de uma linguagem de programação na implementação de algoritmos escritos em linguagem corrente e/ou matemática.</p>	<p>(EM13MAT401) Converter representações algébricas de funções polinomiais de 1º grau para representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais o comportamento é proporcional, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica.</p>

Fonte: Elaborado pelas autoras com base na BNCC, 2018. (2022)

Quadro 1 – Habilidades a serem alcançadas na aprendizagem de funções, organizadas por Competência Específica de Matemática e suas tecnologias. (Conclusão)

Competências Específicas	Habilidades relacionadas à aprendizagem de funções, de forma geral	Habilidades relacionadas especificamente à aprendizagem de Funções Afim
<p>5. Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando recursos e estratégias como observação de padrões, experimentações e tecnologias digitais, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas</p>	<p>(EM13MAT502) Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 2º grau do tipo $y = ax^2$.</p> <p>(EM13MAT503) Investigar pontos de máximo ou de mínimo de funções quadráticas em contextos da Matemática Financeira ou da Cinemática, entre outros</p> <p>(EM13MAT506) Representar graficamente a variação da área e do perímetro de um polígono regular quando os comprimentos de seus lados variam, analisando e classificando as funções envolvidas.</p> <p>(EM13MAT508) Identificar e associar sequências numéricas (PG) a funções exponenciais de domínios discretos para análise de propriedades, incluindo dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas.</p> <p>(EM13MAT510) Investigar conjuntos de dados relativos ao comportamento de duas variáveis numéricas, usando tecnologias da informação, e, se apropriado, levar em conta a variação e utilizar uma reta para descrever a relação observada</p>	<p>(EM13MAT501) Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 1º grau.</p> <p>(EM13MAT507) Identificar e associar sequências numéricas (PA) a funções afins de domínios discretos para análise de propriedades, incluindo dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas.</p>

Fonte: Elaborado pelas autoras com base na BNCC, 2018. (2022)

Do levantamento sistematizado no Quadro 1, percebemos que há significativo cuidado em relação ao ensino e à aprendizagem de funções no texto da BNCC. Entre as 52 habilidades a serem desenvolvidas por estudantes do Ensino Médio, em Matemática, previstas no documento, 21 estão diretamente relacionadas ao desenvolvimento do pensamento funcional, das quais quatro são voltadas a situações envolvendo Funções Afim. A recomendação apresentada no texto foi a abordagem de conceitos e campos da Matemática de forma articulada por meio da resolução de problemas, investigação e modelagem “tendo em vista as demandas para identificar a relação de dependência entre duas grandezas em contextos significativos e comunicá-la utilizando diferentes escritas algébricas.” (BRASIL, 2018, p. 517)

A organização dessas habilidades no documento foi feita de acordo com maior grau de afinidade com determinada competência. Trata-se de uma sugestão, indicando uma certa

flexibilidade nesse sentido, uma vez que, além de apontar outra forma de organizar (de acordo com Unidades Temáticas ou conteúdos), “uma mesma habilidade possa estar a serviço de mais de uma competência” (BRASIL, 2018, p. 523). Em contrapartida, a sucessão ordenada de conteúdos para cada ano do Ensino Médio, já entranhada nos currículos escolares, deixa de ser uma determinação. A orientação é para que sejam desenvolvidas as habilidades, a serem alcançadas no Ensino Médio, ao longo de toda essa etapa, sem uma demarcação precisa.

Parece haver na BNCC uma tendência em diminuir a disciplinarização e ampliar a visão de uma formação integrada, com a produção interdisciplinar de conhecimentos. No entanto, ao prescrever uma lista de competências e habilidades a serem atingidas de forma tão generalizada, identificamos uma formulação arbitrária do texto, pois desconsidera particularidades de cada escola e seu contexto social.

2.3.2 A BNCC e o Novo Ensino Médio

A reforma do Ensino Médio foi aprovada pela Lei nº 13.415/2017, que alterou a LDBEN e estabeleceu modificações na estrutura do Ensino Médio. Sem que houvesse uma discussão abrangente com segmentos da sociedade, aos quais de fato a reforma interessa e afeta, como profissionais da educação, mães, pais e estudantes, a tramitação foi concluída no ano de 2017, no governo Temer.

Com a justificativa de que mudanças no Ensino Médio seriam inadiáveis, dadas as falhas curriculares que representavam uma situação delicada nessa etapa da Educação Básica, a reforma e a implantação da BNCC ocorreram quase simultaneamente. A reforma

introduziu uma separação no currículo dividindo-o em dois momentos: um, destinado à formação básica comum, e outro, subdividido em cinco itinerários formativos (Linguagens, Matemática, Ciências da Natureza, Ciências Humanas e Formação Técnica e Profissional) dos quais cada estudante faz apenas um. A principal crítica a essa formulação diz respeito ao enfraquecimento do sentido do ensino médio como “educação básica”, consagrado na LDB de 1996 e que pressuporia uma formação comum. (SILVA, 2018, n.p.).

Foram usados quatro argumentos para justificar a reforma, segundo Ferreti e Silva (2017, p. 393-394):

o baixo desempenho dos estudantes em Língua Portuguesa e Matemática, conforme o Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB); a estrutura curricular com trajetória única para o conjunto de estudantes, cuja carga compreende 13 disciplinas, considerada excessiva e que seria a responsável pelo desinteresse e fraco desempenho; a necessidade de diversificação e flexibilização do currículo, tomando por modelo os países

com melhor desempenho no Programa Internacional de Avaliação de Alunos (PISA); o fato de que menos de 17% dos alunos que concluem o ensino médio acessam a educação superior, e que cerca de 10% das matrículas estão na educação profissional como justificativa para a introdução do itinerário ‘formação técnica e profissional’.

Mesmo com um marketing robusto, muitas questões ainda permanecem obscuras. Chamando a atenção para os retrocessos e interesses envolvidos na reforma, Oliveira (2020, p. 4) aponta que as principais mudanças regulamentadas foram

Ampliação da carga horária de 800 para 1400 horas/ano (Prazo Máximo de 5 anos para chegar a 1000 horas/ano);
Retirada das disciplinas de Filosofia, Sociologia e Espanhol;
Divisão da formação em cinco itinerários formativos (Linguagens e suas tecnologias; Matemática e suas tecnologias; Ciências da Natureza e suas tecnologias; Ciências Humanas e Sociais Aplicadas; Formação Técnica e Profissional), tendo em comum a Base Nacional Comum Curricular (BNCC);
Matemática e Português como disciplinas obrigatórias em todo o Ensino Médio (5h/aula –semana);
Língua inglesa obrigatória, sem carga horária definida;
BNCC não superior a 1800 h;
Possibilidade da contratação de profissionais de notório saber para o exercício de magistério no Itinerário “Formação técnica e profissional”; Possibilidade da contratação de Profissionais graduados desde que realizem uma complementação pedagógica.

De imediato, é possível levantar algumas questões controversas nesses aspectos listados, como a remoção de disciplinas que estimulam o desenvolvimento de um pensamento reflexivo e crítico em estudantes, a ampliação da carga horária em alusão ao ensino em tempo integral e a admissão de profissionais de notório saber. Para esses três casos, temos situações distintas. Houve um mascaramento quanto às disciplinas, pois “a polêmica em torno de Filosofia, Sociologia, Artes e Educação Física foi ‘resolvida’ por meio de sua presença obrigatória na forma de ‘estudos e práticas’” (SILVA, 2018, n.p.). A carga horária proposta se amplia de forma geral pela inclusão de uma aula, mas no que se refere às disciplinas de Português e Matemática, as 5 horas semanais foram suprimidas para atender os itinerários formativos e disciplinas de projetos de vida, dando lugar a apenas 3 horas/aula de ambas. Nos dois casos, identificamos uma realidade diferente do que foi regulamentado. Quanto à contratação de profissionais sem formação docente,

trata-se de um aspecto bastante controverso o reconhecimento do “notório saber” para fins de docência, e, ainda que esta proposição se destine estritamente ao itinerário de formação técnica e profissional, ela institucionaliza ainda maior precarização do trabalho docente e significa o comprometimento da qualidade da educação profissional. (SILVA, 2018, n.p.).

Partindo das dificuldades e desafios enfrentados por jovens do Ensino Médio, além da concordância com a BNCC, o Novo Ensino Médio adota a ideia de um currículo personalizado como estímulo aos discentes. Na proposta, constam as quatro áreas do conhecimento descritas na BNCC como uma formação geral básica. Mas, de forma global, a proposta é que a educação do Ensino Médio seja pautada em

- I - formação integral do estudante, expressa por valores, aspectos físicos, cognitivos e socioemocionais;
- II - projeto de vida como estratégia de reflexão sobre trajetória escolar na construção das dimensões pessoal, cidadã e profissional do estudante;
- III - pesquisa como prática pedagógica para inovação, criação e construção de novos conhecimentos;
- IV - respeito aos direitos humanos como direito universal;
- V - compreensão da diversidade e realidade dos sujeitos, das formas de produção e de trabalho e das culturas;
- VI - sustentabilidade ambiental;
- VII - diversificação da oferta de forma a possibilitar múltiplas trajetórias por parte dos estudantes e a articulação dos saberes com o contexto histórico, econômico, social, científico, ambiental, cultural local e do mundo do trabalho;
- VIII - indissociabilidade entre educação e prática social, considerando-se a historicidade dos conhecimentos e dos protagonistas do processo educativo;
- IX - indissociabilidade entre teoria e prática no processo de ensino-aprendizagem. (BRASIL, 2018, Art. 5º).

A parte que caberá às estudantes e aos estudantes a oportunidade de escolha se refere aos itinerários formativos. Esse segmento flexível do currículo ou parte diversificada, poderá se desenvolver de forma articulada com a formação geral básica. Os itinerários formativos forma definidos como unidades curriculares oferecidas de acordo com o contexto social e pedagógico de cada instituição de ensino, como laboratórios, oficinas, incubadoras, núcleos de estudos e de criação artística, entre outros. Nessa seção, estudantes optarão entre Linguagens e suas tecnologias, Matemática e suas tecnologias, Ciências da natureza e suas tecnologias, Ciências humanas e sociais aplicadas ou Formação técnica e profissional. De acordo com a Resolução CNE/CEB nº 3/2018, Art. 12, o planejamento dos itinerários pressupõe quatro eixos estruturantes:

- I - investigação científica: supõe o aprofundamento de conceitos fundantes das ciências para a interpretação de ideias, fenômenos e processos para serem utilizados em procedimentos de investigação voltados ao enfrentamento de situações cotidianas e demandas locais e coletivas, e a proposição de intervenções que considerem o desenvolvimento local e a melhoria da qualidade de vida da comunidade;
- II - processos criativos: supõe o uso e o aprofundamento do conhecimento científico na construção e criação de experimentos, modelos, protótipos para a criação de processos ou produtos que atendam a demandas pela resolução de problemas identificados na sociedade;

III - mediação e intervenção sociocultural: supõe a mobilização de conhecimentos de uma ou mais áreas para mediar conflitos, promover entendimento e implementar soluções para questões e problemas identificados na comunidade;

IV - empreendedorismo: supõe a mobilização de conhecimentos de diferentes áreas para a formação de organizações com variadas missões voltadas ao desenvolvimento de produtos ou prestação de serviços inovadores com o uso das tecnologias. (BRASIL, 2018, p. 7).

Mesmo considerando o fato de que as escolas não tiveram uma preparação suficiente, assim como houve muito pouco investimento em ações formativas para docentes em exercício, a implantação do Novo Ensino Médio passa a ser obrigatória em todas as escolas brasileiras no ano de 2022. Conforme cronograma proposto pelo MEC⁸, com a aprovação e homologação dos currículos de referência no ano de 2021, esses serão implementados para o 1º ano do Ensino Médio em 2022. Em relação ao 2º e 3º anos do Ensino Médio, essa implementação transcorrerá em 2023 e 2024, respectivamente. Ainda de acordo com a referida fonte, no período de 2022 a 2024 foi prevista a ocorrência de um monitoramento do processo, incluindo a formação continuada de professoras e professores.

Foram apresentadas nesta pesquisa as principais propostas dos documentos oficiais que regulamentam o Ensino Médio, como uma forma de subsidiar o debate acerca do conceito de Função Afim e sua abordagem nos livros didáticos. Mas a materialização dessa reforma é um assunto amplo, que tem motivado discussões e requer maiores pesquisas quanto à implementação, aos investimentos, aos desdobramentos e às consequências dessas mudanças. Então, para avançarmos rumo aos nossos objetivos, vamos nos dedicar ao livro didático e ao programa que garante a sua distribuição.

2.4 O Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD)

O Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD) tem cumprido um papel relevante de avaliar e disponibilizar obras didáticas, pedagógicas e literárias, entre outros materiais de apoio à prática educativa, de forma sistemática, regular e gratuita, às escolas públicas de Educação Básica e às instituições de educação infantil comunitárias, confessionais ou filantrópicas sem fins lucrativos e conveniadas. Dessa forma, podemos entender o programa sob o viés de uma política pública, uma vez que tem entre seus preceitos estruturais a garantia

⁸ BRASIL. Novo Ensino Médio começa a ser implementado gradualmente a partir de 2022. **Governo do Brasil**, 14 jul. 2021. Disponível em: <https://www.gov.br/pt-br/noticias/educacao-e-pesquisa/2021/07/novo-ensino-medio-comeca-a-ser-implementado-gradualmente-a-partir-de-2022>. Acesso em: 18 jan. 2022.

de educação de qualidade a todas as estudantes e todos os estudantes, um direito previsto na Constituição de 1988.

Nas subseções a seguir, buscamos evidenciar o funcionamento do programa com base nas informações disponibilizadas no site do FNDE (Fundo Nacional de Desenvolvimento e Educação)⁹, no Portal do MEC (Ministério da Educação)¹⁰ e no Edital de Convocação para o processo de inscrição e avaliação de obras didáticas, literárias e recursos digitais para o Programa Nacional do Livro e do Material Didático – PNLD 2021¹¹. Ou seja, partimos das orientações divulgadas pelos órgãos responsáveis pelo cumprimento do programa, bem como a legislação da edição referente ao ano de 2021, para compreendermos cada etapa, desde o planejamento e as expectativas até a distribuição dos livros didáticos nas escolas.

2.4.1 Contextualização histórica do PNLD

Estamos adentrando em um universo complexo, de pontos de vista divergentes, tanto no que diz respeito ao programa, quanto no que se refere aos produtos gerados por ele, os Livros Didáticos em especial. Para que pudéssemos construir uma abordagem ampla e não tendenciosa, inicialmente buscamos investigar a trajetória histórica do PNLD e sistematizá-la no Quadro 2.

Quadro 2 – Aspectos históricos do PNLD, segundo FNDE e MEC. (Continua)

Ano	Fatos relevantes e legislação do PNLD	Contexto histórico nacional ¹²
1937 - 1938	Criação do Instituto Nacional do Livro (INL - 1937) e a Comissão Nacional do Livro Didático (CNLD - 1938) visando a promoção, ampliação e barateamento da edição de livros no país, bem como a viabilização da importação de livros estrangeiros.	País sob regime ditatorial, Estado Novo, cujo chefe de Estado era Getúlio Vargas.

Fonte: Das autoras (2021)

⁹ BRASIL. FNDE. Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação. Histórico. In: **Histórico**, 2017, Disponível em: <http://www.fnde.gov.br/component/k2/item/518-hist%C3%B3rico>. Acesso em: 06 set. 2021.

¹⁰ _____.FNDE. Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação. In: **PNLD**, 2018, Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/busca-geral/318-programas-e-aco-es-1921564125/pnld-439702797/12391-pnld>. Acesso em: 06 set. 2021.

¹¹ BRASÍLIA (DF). FNDE. **Edital de convocação nº 03/2019**. CGPLI Edital de convocação para o processo de inscrição e avaliação de obras didáticas, literárias e recursos digitais para o programa nacional do livro e do material didático PNLD 2021, 2019.

¹² Levantamento histórico baseado no texto: LISTA DE PRESIDENTES DO BRASIL. In: **WIKIPÉDIA**, a enciclopédia livre. Flórida: Wikimedia Foundation, 2021. Disponível em: https://pt.wikipedia.org/wiki/Lista_de_presidentes_do_Brasil. Acesso em: 09 set. 2021.

Quadro 2 – Aspectos históricos do PNLD, segundo FNDE e MEC. (Continua)

Ano	Fatos relevantes e legislação do PNLD	Contexto histórico nacional
1945	Consolidação da legislação anterior com acréscimo de especificidades como a seleção dos livros feita exclusivamente por docentes e a responsabilização das caixas escolares em oferecer os livros às estudantes e aos estudantes necessitados.	A presidência da República foi assumida pelo, então presidente do Supremo Tribunal, ministro José Linhares, por convocação das Forças Armadas,
1966	Através de um acordo entre o Ministério da Educação (MEC) e a Agência Norte-Americana para o Desenvolvimento Internacional (Usaid), foram distribuídos 51 milhões de livros gratuitamente. Esta ação levou à criação da Comissão do Livro Técnico e Livro Didático (Colted) visando principalmente a produção e distribuição de livros didáticos.	O país vivia os primeiros anos de ditadura militar, sendo por Castelo Branco, o qual foi sucedido por Costa e Silva, também militar, através de eleições indiretas.
1970	Com uma parceria entre o INL e editoras privadas, o MEC adotou o sistema de coedições de livros didáticos.	Vivendo o período mais rígido da ditadura, com controle extremo do Estado, o país era governado pelo militar Emílio Garrastazu Médici.
1971	As atribuições da Colted ficam totalmente a cargo do INL que, entre suas ações, criou o Programa do Livro Didático para o Ensino Fundamental (Plidef). Houve o rompimento da parceria com o órgão norte-americano, demandando contribuição financeiras dos estados.	
1976	A responsabilidade pela edição e distribuição dos livros didáticos passa para a Fundação Nacional do Material Escolar (Fename), custeado pelos recursos do Fundo Nacional de Desenvolvimento e Educação (FNDE). Muitas escolas municipais foram excluídas do programa pela insuficiência de recursos.	O 4º presidente da ditadura militar, general Ernesto Geisel, pertencia à linha moderada das forças armadas e iniciou o período conhecido como redemocratização.
1983	Propondo uma ampliação do Plidef a todas as séries do Ensino Fundamental e participação de docentes na escolha de livros didáticos foi criada a Fundação de Assistência ao Estudante (FAE) em substituição à Fename.	O último presidente da ditadura deu prosseguimento à abertura política, mesmo enfrentando o descontentamento dos militares da linha dura.
1985	Com o Decreto 91.542 de agosto de 1985 é criado o Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) que prevê a indicação do livro didático pelos docentes, isenta os estados de investimentos e responsabiliza a FAE pelo processo de escolha.	Por meio de eleição indireta Tancredo Neves foi eleito, mas quem acabou assumindo a presidência foi seu vice, José Sarney.
1992 - 1994	Depois de uma considerável diminuição na distribuição de livros didáticos, em decorrência de falta de recursos, foi preciso estabelecer, em forma de resolução, recursos fixos para a manutenção do programa. Posteriormente foram estipulados critérios para a avaliação de livros didáticos.	Sob acusação de corrupção, o então presidente Fernando Collor sofreu impeachment. Em um momento delicado, o vice-presidente eleito, Itamar Franco, assume e conclui o mandato.

Fonte: Das autoras (2021)

Quadro 2 – Aspectos históricos do PNLD, segundo FNDE e MEC. (Continua)

Ano	Fatos relevantes e legislação do PNLD	Contexto histórico nacional
1996	Com parâmetros definidos, a avaliação pedagógica de livros didáticos segue o “Guia de Livros Didáticos”, elaborado pela primeira vez.	Além da estabilização econômica, iniciada no mandato anterior, Fernando Henrique realizou privatizações e aprovou a lei que permite a reeleição em cargos executivos.
1997	O FNDE assume de vez o programa em razão da extinção da FAE. Assim, o MEC amplia a abrangência distribuindo livros didáticos das principais disciplinas para todas as séries do Ensino Fundamental.	Fernando Henrique foi reeleito no 1º turno em meio a uma crise econômica, alegando que a continuidade das políticas adotadas garantiria a estabilidade econômica.
2000 - 2001	Os livros didáticos passaram a ser entregues no anterior à sua utilização. Além disso, foram distribuídos dicionários de língua portuguesa (1ª a 4ª série) e alunos com deficiência visual começaram a ser atendidos pelo PNLD, com versões em braile.	Eleito em 2002, Lula assumiu a presidência no ano seguinte. Seu governo foi marcado por programas sociais reconhecidos internacionalmente.
2002 - 2003	O Ensino Fundamental seguiu com reposições e complementações de livros didáticos. Em outubro de 2003 a Resolução nº38 incorpora a distribuição de livros didáticos de Português e Matemática para o ano seguinte, instituindo o Programa Nacional do Livro para o Ensino Médio (PNLEM).	Com uma alta na geração de empregos e contendo os limites da inflação, Lula terminou seu primeiro mandato com a popularidade mais alta do que no início de seu governo.
2004	Atendendo inicialmente as regiões Norte e Nordeste, o PNLEM foi implementado de forma gradativa.	Dando prosseguimento à sua política de programas sociais, Lula conseguiu fazer com que a economia brasileira crescesse no início de seu segundo mandato. Desta forma, foi possível segurar a economia diante da crise mundial no ano de 2008.
2006	Seguindo com o PNLEM, houve reposição e complementação de distribuição de livros de Português e Matemática, além da compra de livros de Biologia e manutenção das reposições e complementações do PNLD.	Mantendo e ampliando os programas sociais, a primeira presidente do Brasil, Dilma Rousseff, teve o início do seu primeiro mandato marcado pela recessão econômica mundial que também afetou o país.
2007 - 2009	Houve a manutenção do atendimento ao Ensino Fundamental e prosseguimento na meta progressiva de atendimento ao Ensino Médio. Ao longo desse período foi mantido o atendimento existente e ampliado em relação às disciplinas de História, Química, Física e Geografia. Com a Resolução nº60 de novembro de 2009 foram definidas regras para a participação no PNLD, houve a unificação do atendimento dos Ensinos Fundamental e Médio, a inclusão dos livros didáticos dos componentes Língua Estrangeira, Sociologia e Filosofia e a especificação das responsabilidades de cada órgão ou instituição no cumprimento do programa.	
2012	Buscando a inclusão de outros materiais, principalmente de cunho tecnológico, os editais a partir deste ano objetivaram a formação de parcerias e a inscrição de objetos complementares aos livros didáticos, por parte das editoras.	

Fonte: Das autoras (2021)

Quadro 2 – Aspectos históricos do PNLD, segundo FNDE e MEC. (Conclusão)

Ano	Fatos relevantes e legislação do PNLD	Contexto histórico nacional
2012	Buscando a inclusão de outros materiais, principalmente de cunho tecnológico, os editais a partir deste ano objetivaram a formação de parcerias e a inscrição de objetos complementares aos livros didáticos, por parte das editoras.	Mantendo e ampliando os programas sociais, a primeira presidente do Brasil, Dilma Rousseff, teve o início do seu primeiro mandato marcado pela recessão econômica mundial que também afetou o país.
2017	A ampliação do programa passou a contemplar outros tipos de recursos didáticos como softwares, jogos e materiais destinados à gestão, pelo Decreto nº 9.099/2017. Embora a sigla tenha sido mantida, o PNLD se uniu ao Programa Nacional Biblioteca da Escola, recebendo nova nomenclatura: Programa Nacional do Livro e do Material Didático.	O governo de Michel Temer, que havia assumido a presidência no ano anterior em decorrência do impeachment de Dilma Rousseff, foi marcado por decisões duvidosas como a Proposta de Emenda à Constituição (PEC) 55, que congelou os investimentos públicos durante 20 anos, inviabilizando o Plano Nacional de Educação (PNE), e a Medida Provisória 746, que impõe a reforma do ensino médio.

Fonte: Das autoras (2021)

Outras ações foram desenvolvidas no sentido de normatizar aspectos adicionais de responsabilidade do PNLD. A publicação da Resolução número 15, de julho de 2018, instituiu normas de conduta para a execução do PNLD, além de especificar órgãos públicos e instituições envolvidos em sua execução. O documento esclarece termos e regulamenta as etapas, responsabilidades e sanções direcionadas a cada instituição participante. Já em outubro de 2020, o MEC publicou a Resolução número 12, a qual trata, dentre outros assuntos, da periodicidade quadrienal de cobertura do programa para cada uma das quatro etapas de ensino atendidas (Educação Infantil, Anos Iniciais do Ensino Fundamental, Anos Finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio). O FNDE adquire e realiza a primeira distribuição do material para determinada etapa educacional. Nos três anos seguintes, propõe a realização reposições, para garantir que todas as estudantes e todos os estudantes das escolas que aderiram ao programa tenham acesso aos recursos distribuídos. Somente no ano seguinte, após a aprovação de novos materiais que atendam ao edital corrente, outros livros e recursos didáticos serão enviados às escolas. Assim, o PNLD pode ter suas ações geridas no intuito de realizar a distribuição e a reposição dos materiais previstos, conforme a demanda.

2.4.2 Sobre processos e etapas do PNLD

Até que os livros e demais materiais cheguem de fato às mãos de professoras, professores e estudantes, há um longo percurso. Dada a dimensão do programa, podemos pressupor a sistematização em diversas etapas. De acordo com o FNDE (2017), o processo envolvido na execução do PNLD é dividido em doze etapas, as quais organizamos em quatro blocos de ações.

No primeiro bloco, ocorre a organização do processo, com etapas estritamente burocráticas. As escolas que pertencem à rede pública de ensino podem formalizar sua adesão ao programa, atentando para atualizações anuais. Uma escola só será desvinculada do PNLD caso solicite oficialmente. Simultaneamente, o edital com as normas e exigências para que a inscrição das obras seja feita é publicado em órgão oficial de comunicação do governo. Em posse desse documento, as editoras buscam adequar seus títulos às condições e prazos estipulados.

Entendemos como um segundo bloco as ações de divulgação e seleção das coleções. Uma análise inicial é feita pelo Instituto de Pesquisas Tecnológicas do Estado de São Paulo (IPT) em relação aos quesitos técnicos e físicos dos materiais oferecidos pelas editoras. Uma primeira avaliação pedagógica também é realizada nesse momento, pela Secretaria de Educação Básica (SEB/MEC). Como produto desse parecer pedagógico, são redigidas resenhas dos livros aprovados que constituirão o guia destinado à etapa de escolha feita pelas escolas, juntamente com as orientações para essa ação. Na sequência, é realizada uma das etapas mais importantes na execução do PNLD, a escolha personalizada. Cada escola faz sua opção seguindo o critério definido anteriormente pela rede de ensino a qual está subordinada.

As formas de sistematizar essa escolha são as seguintes: 1) individual, cada instituição decide as coleções que deseja receber; 2) por grupo, um conjunto de escolas faz a seleção dos títulos mais adequados à sua realidade; 3) pela rede, os livros recebidos serão os mesmos para todas as escolas da rede de ensino. No entanto, cabe ressaltar que esse momento é evidenciado como “um processo democrático de escolha” pelo FNDE (2017), mas com um olhar mais crítico podemos apontar questões um tanto imprecisas: cabe ao corpo docente de cada escola fazer sua opção dentro de uma lista restrita de títulos validados pela equipe pedagógica do FNDE. Além disso, a forma adotada em cada instituição escolar para escolher as coleções pode não ser tão democrática quanto sugerem as orientações do programa, sendo este o caso de muitas escolas que realizam análises superficiais ou transferem toda a responsabilidade da escolha à

supervisão. De forma virtual o pedido é repassado formalmente em uma ata disponibilizada na página do FNDE, em ambiente específico.

Denotamos como um período de materialização o terceiro bloco. Nessa fase, o FNDE negocia diretamente com as editoras, de acordo com os dados apresentados nos pedidos. Estabelecidos a negociação e o contrato, as editoras começam a produção “que tem supervisão dos técnicos do FNDE” (BRASIL, 2017). Esses últimos trabalham, exclusivamente para averiguar se as características físicas dos livros atendem às exigências previstas no edital e por órgãos de normas e padrões técnicos.

O último bloco, que designamos como etapa de provisionamento, consiste na distribuição dos livros nas escolas, mediante contrato com a Empresa Brasileira de Correios e Telégrafos, sendo acompanhada por profissionais do FNDE e das secretarias estaduais de educação. Assim, os exemplares chegam às escolas no ano que antecede o seu uso.

O PNLD adota uma política de reutilização dos exemplares por tempo determinado, salvo os livros didáticos da etapa de alfabetização e os de língua estrangeira que são consumíveis. Os títulos são enviados para as escolas de acordo com o quantitativo de estudantes registrados no censo escolar referente a dois anos anteriores ao ano do programa vigente. Os livros didáticos permanecem em posse de cada estudante durante o tempo característico de seu uso, podendo ser anual ou por um ciclo (os três anos do Ensino Médio, por exemplo), o que sugere que a produção desses materiais seja de boa qualidade física. Ao final desse tempo, os livros didáticos devem ser devolvidos e repassados a estudantes ingressantes naquele ano escolar, caso ainda esteja dentro do quadriênio de seu uso.

Para que o sistema não fique sobrecarregado

São atendidos em ciclos diferentes os quatro segmentos: educação infantil, anos iniciais do ensino fundamental, anos finais do ensino fundamental e ensino médio. Os seguimentos não atendidos em um determinado ciclo, recebem livros, a título de complementação, correspondentes a novas matrículas registradas ou à reposição de livros avariados ou não devolvidos. (...) o MEC não dispõe de acervos de materiais ou livros didáticos do PNLD para distribuição avulsa ao público e bem como não possui versão para download destas obras. (BRASIL, 2018).

Além da intercalação, o FNDE realiza o remanejamento dos livros didáticos, pois, havendo discrepância entre o número de livros e necessidade de cada escola, é possível repassar exemplares excedentes de uma instituição para outras em que haja insuficiência.

2.4.3 PNLD 2021 – Ensino Médio

O PNLD de 2021 foi voltado para o provimento dos recursos didáticos destinados ao Ensino Médio. Contudo, a estruturação do programa ocorreu de uma forma diferente nesse ano, com a organização de materiais e processos classificados em objetos, numerados de 1 a 5, conforme listamos a seguir.

Objeto 1: Obras Didáticas de Projetos Integradores e de Projeto de Vida destinadas a estudantes e docentes do ensino médio;

Objeto 2: Obras Didáticas por Áreas do Conhecimento e Obras Didáticas Específicas destinadas a estudantes e docentes do ensino médio;

Objeto 3: Obras de Formação Continuada destinadas aos docentes e à equipe gestora das escolas públicas de ensino médio;

Objeto 4: Recursos Digitais;

Objeto 5: Obras Literárias.

Por meio de um sistema próprio do FNDE, as escolhas dos Objetos 1 e 2 foram realizadas e registradas ao longo de 2021. Os demais Objetos ainda serão escolhidos, embora o cronograma desta etapa ainda não tenha sido divulgado.

Quanto ao Objeto 1, as escolas escolheram até 4 (quatro) Projetos Integradores e 1 (um) Projeto de Vida, do dia 1º ao dia 15 de março, entre Linguagens e suas Tecnologias, Matemática e suas Tecnologias, Ciências da Natureza e suas Tecnologias e Ciências Humanas e Sociais Aplicadas, além da escolha específica do material para Projeto de Vida. Para cada projeto podem ser escolhidas duas opções, 1ª e 2ª, de editoras diferentes. Para o Objeto 2, o período de escolha se iniciou em 13 de julho e se estendeu até o dia 12 de agosto de 2021. Essa etapa envolveu a escolha de Obras Didáticas por Áreas do Conhecimento: Linguagens e suas Tecnologias; Matemática e suas Tecnologias; Ciências da Natureza e suas Tecnologias e Ciências Humanas e Sociais Aplicadas. A análise feita neste trabalho é sobre esse último objeto descrito, na área da Matemática e suas Tecnologias.

Publicado em 27 de novembro de 2019, o edital de convocação para o processo de inscrição e avaliação de obras didáticas, literárias e recursos digitais para o Programa Nacional do Livro e do Material Didático de 2021, regulamentou os objetos do programa, bem como as condições para inscrição e aprovação das obras. Considerando que o prazo, estipulado no edital, para o cadastramento de editores e obras foi do dia 14 ao dia 30 de setembro de 2020, as editoras contaram com pouco mais de nove meses para realizarem as adequações exigidas. Conforme disposto no edital

2.3.1.4.1. O conjunto dos seis volumes do livro do estudante deve abordar, de maneira equânime, todas as competências gerais, específicas e habilidades de cada área do conhecimento (com exceção de língua inglesa na área de linguagens e suas tecnologias). Ao se abordar as habilidades e as competências específicas, deve ser explicitada a devida articulação delas com as competências gerais, os temas contemporâneos e as culturas juvenis, conforme indicado pela BNCC. 2.3.1.4.2. Os volumes não devem ser sequenciais, considerando o crescente em termos de complexidade pedagógica. Cada volume deve ser autocontido no que se refere à progressão das abordagens das habilidades e das competências específicas, assim como da articulação com as competências gerais, com os temas contemporâneos e com as culturas juvenis, conforme indicado pela BNCC. (BRASÍLIA, 2019, p. 5).

Vale destacar que essa organização foi fundamentada tanto na BNCC, quanto no Novo Ensino Médio, esse último propõe mudanças foram implementadas no ano de 2022 em todo o território nacional – assunto que será discutido posteriormente.

As obras e editoras puderam efetuar cadastramento até às 18 horas do dia 30 de setembro de 2020, de acordo com o edital, pelo Sistema de Monitoramento, Execução e Controle do Ministério da Educação – Simec. Além de informar os dados da empresa, de autoras e autores, informações e disponibilização das obras pelas editoras foram registradas nesse período.

Na área da Matemática e suas Tecnologias foram inscritas 13 coleções distintas no Objeto 2, das quais 10 foram aprovadas sob condição de corrigir as falhas pontuais e outras 3 foram consideradas reprovadas, conforme publicado no Diário Oficial da União em 08 de abril de 2021. De uma forma geral, questões associadas à legislação (educacional ou não), princípios éticos e de cidadania, coesão quanto à perspectiva teórico-metodológica, precisão e renovação de conceitos, informação e linguagem, orientações adequadas para o docente, além da qualidade e contemporaneidade de temas abordados, são levadas em consideração durante a avaliação, inclusive com caráter eliminatório.

A avaliação das obras, de acordo com o Edital 03/2019 (BRASÍLIA, 2019, p. 74),

objetiva, sobretudo, garantir que esses materiais contribuam para o desenvolvimento das competências gerais, competências específicas e habilidades que devem ser desenvolvidas no processo de ensino e aprendizagem do ensino médio, conforme definidas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

Dessa forma, questões específicas da área da Matemática e suas Tecnologias são contempladas no processo avaliativo.

Em uma primeira etapa de avaliação, são considerados os aspectos físicos da obra cadastrada, como número de páginas nos exemplares voltados tanto para a professora e para o professor, quanto os destinados às estudantes e aos estudantes. Passando à avaliação pedagógica

do FNDE, os livros receberam aprovação, aprovação condicionada à correção de falhas pontuais ou reprovação. É importante destacar que, de acordo com o Edital do PNLD 2021,

8.2.2. Serão consideradas falhas pontuais as não repetitivas ou constantes que possam ser corrigidas com simples indicação da ação de troca a ser efetuada pelo titular de direitos autorais.

8.2.3. Não serão consideradas falhas pontuais:

- a. erros conceituais;
 - b. erros gramaticais recorrentes;
 - c. necessidade de revisão global do material;
 - d. necessidade de correção de unidades ou capítulos;
 - e. necessidade de adequação de exercícios ou atividades dirigidas;
 - f. supressão ou substituição de trechos extensos; e
 - g. outras falhas que ocorram de forma contínua no material didático.
- (BRASÍLIA, 2019, p. 25).

Dessa forma, a escolha feita por cada instituição de ensino foi realizada após o parecer de diferentes equipes do FNDE.

Após a seleção de cada escola, etapa descrita no tópico seguinte, o FNDE inicia a fase de Negociação, conforme descrito no edital. Assim, segundo o Edital 03/2019 (2019, p. 29), é feita “a pactuação de preço para aquisição das obras a serem distribuídas, não gerando direito a contratação.” As editoras ficam comprometidas em atender a demanda, com base censo escolar, fornecendo o quantitativo necessário, além das reposições e complementações que se fizerem necessárias durante o ciclo do PNLD vigente. Com a regulamentação efetivada, os exemplares começam a ser produzidos respeitando todas as exigências previstas como a fidelidade ao material aprovado e a presença dos elementos característicos do Programa. Antes de serem distribuídos, os livros ainda podem passar por um controle amostral de qualidade.

2.4.4 A escolha dos livros didáticos pelas escolas

Entre seus objetivos, o PNLD se dedica ao aperfeiçoamento do processo de ensino e aprendizagem nas escolas públicas, melhorando a qualidade da educação, além de se responsabilizar pelo padrão de qualidade do material de suporte à prática educativa utilizado nas escolas públicas de Educação Básica. Sendo assim, o desenvolvimento e a autonomia do docente são preservados e valorizados, uma vez que esses podem participar de forma ativa do processo de escolha dos livros didáticos. Para auxiliar docentes do Ensino Médio na escolha do Objeto 2 no PNLD 2021, o MEC elaborou um guia contendo resenhas das obras aprovadas e outros apontamentos. Após analisar as obras, a equipe responsável por área do conhecimento

apresenta suas considerações e orientações de modo a favorecer a compreensão da estrutura das coleções e salientar as potencialidades para a prática pedagógica.

O Guia Digital PNLD 2021¹³ recomenda que a escolha seja feita de forma cuidadosa, para que o material esteja “em consonância com o projeto político pedagógico que sua escola adota e defende como caminho educativo para o desenvolvimento dos estudantes e fortalecimento da esperança de um Brasil mais justo” (BRASIL, 2021, n.p.). Segundo consta no Guia Digital PNLD 2021, é interessante que as particularidades locais e as vivências das estudantes e dos estudantes sejam consideradas para que cada livro didático possa exercer seu papel de recurso pedagógico facilitador da aprendizagem, isto é, atuar como suporte para a ampliação do conhecimento e consulta de professoras, professores e estudantes.

As resenhas de apresentação das obras são organizadas sob quatro segmentos distintos: “Visão geral”, “Descrição da obra”, “Análise da obra” e “Em sala de aula”. Os dois primeiros se destinam à caracterização teórico-metodológica, sistematização e aspectos físicos das coleções. O tópico “Análise da obra”, além de evidenciar qualidades e retificações necessárias, explicita a dimensão conforme a legislação educacional, em especial as habilidades e competências descritas na BNCC.

Na seção “Em sala de aula”, as potencialidades e limitações pedagógicas são levantadas com o intuito de contribuir com a decisão dos docentes, os quais poderão elaborar projeções quanto ao uso de recursos didáticos adicionais em conformidade com seu estilo didático. Os docentes são orientados a selecionarem duas opções, pois na impossibilidade do envio da primeira coleção escolhida, serão enviados os livros da segunda opção. Por esse motivo, o Guia Digital do PNLD 2021 recomenda que ambas as escolhas sejam realizadas com atenção e cuidado.

As coleções da área de Matemática e suas tecnologias são compostas por 6 volumes autocontidos, isto é, os livros não são sequenciais. Ainda que um outro volume possa ser mencionado ou explorado de maneira a auxiliar a apropriação do conceito abordado, esses livros poderão ser utilizados sem que haja a necessidade de uma ordenação dos títulos que compõem a coleção, uma vez que os conteúdos de um livro não são pré-requisitos para os demais.

Como é indicado que a escolha dos livros didáticos atenda aos princípios da reformulação do Ensino Médio, fazem-se necessárias abordagens contextualizadas que

¹³BRASIL. MEC, **Guia Digital do PNLD**, Brasília, 2021. Disponível em: https://pnld.nees.ufal.br/pnld_2021_didatico/inicio. Acesso em: 18 nov. 2021.

despertem a criatividade, o interesse e a proatividade nas estudantes e nos estudantes, pois, de acordo com o Guia Digital PNLD 2021,

era comum que em obras didáticas houvesse pré-textos e não contextos reais de aplicação do conhecimento, como no caso de obras de matemática em que era recorrente o uso de situações cotidianas artificiais, produzidas puramente para exemplificar a pseudoaplicação de um conceito da área. E problematização, nesse mesmo âmbito, também se relaciona com problemas reais, porém, com problemas reais da sociedade contemporânea. Ou seja, que abordem o coletivo, como a comunidade escolar do estudante ou a sociedade brasileira de forma mais ampla. O desafio das obras do PNLD 2021 Novo Ensino Médio é ir além do “conteudismo”. (BRASIL, 2021, n.p.).

Assim, a utilização do material fora da escola é um aspecto a ser considerado na análise que precede a escolha das obras.

Conforme o guia elaborado e disponibilizado pelo MEC, o processo de escolha das coleções, de acordo com a proposta do PNLD, preza pela autonomia docente, o que pressupõe ações éticas e democráticas. De acordo com o FNDE, é essencial que cada instituição escolar realize “reuniões com a participação de todos os professores para análise e definição conjunta das obras que serão adotadas nos próximos anos” (BRASIL, 2021). Sendo assim, a escolha requer tempo suficiente para que a direção de cada escola, bem como a supervisão, reúna-se com todas as docentes e todos os docentes, inicialmente, e discutam as ações a serem desenvolvidas. Em seguida, são recomendadas novas reuniões com grupos mais restritos, compostos por educadoras e educadores de cada área do conhecimento, para que as especificidades sejam consideradas e a melhor decisão seja tomada.

Salientamos que a descrição do movimento de escolha foi apresentada com base no Edital de convocação nº 03/2019, que trata do PNLD 2021 – Ensino Médio, no Guia Digital PNLD 2021 e em sites de órgãos federais de educação. Apesar disso, para avaliar se essa dinâmica é concretizada ou não nas escolas brasileiras é necessário que essas discussões sejam mais aprofundadas. Como esse não é o foco desta pesquisa, direcionamos nossa abordagem à fonte das informações que analisaremos.

2.5 O livro didático

O papel exercido pelo livro didático no cenário educacional brasileiro tem um valor expressivo e incontestável. Conforme descrito por Costa e Allevato (2010, p. 72)

O livro didático é um dos instrumentos mais utilizados pelos professores para organização e desenvolvimento das atividades em sala de aula e, até mesmo,

para aprimorar seu próprio conhecimento sobre o conteúdo e, para os alunos, trata-se de uma fonte muito valiosa de informação, que deveria despertar o interesse e o gosto pela leitura, além de ajudar no avanço dos estudos.

Mesmo diante de um mundo globalizado, onde o volume e a velocidade com que novas informações são emitidas e recebidas são assustadores, essa ferramenta ainda apresenta múltiplas finalidades. De acordo com Gonçalves (2013), o livro didático contribui para a apropriação do conhecimento científico, sem se afastar dos saberes cotidianos; é fonte de informação para professoras, professores e estudantes, sujeitos do ensino e da aprendizagem, respectivamente; propagador de valores culturais e éticos, historicamente construídos. Ou seja, ao se configurar como um instrumento que favorece a construção do conhecimento, dialógica e significativamente, ele assume, também, uma função coadjuvante na mediação desempenhada por docentes.

Antes de prosseguir com as reflexões sobre esta ferramenta didática, faz-se oportuno defini-la. O livro didático é aquele

usado, de forma sistemática, no ensino-aprendizagem de um determinado objeto do conhecimento humano, geralmente já consolidado como disciplina escolar. Além disso, o livro didático caracteriza-se ainda por ser passível de uso na situação específica da escola, isto é, de aprendizado coletivo e orientado por um professor. (LAJOLO, 1996, p. 4-5).

Como apontado por Molina (1987, p. 17), a escrita destinada a essas publicações é singular ao ponto de não se adequar a situações não didáticas. “Um livro didático é, em geral, inconfundível, o que não significa, por outro lado, que deva ser imutável.”

Entre todos os instrumentos didáticos, o livro é, indiscutivelmente, aquele que possui maior alcance: seja por sua natureza, produzido exclusivamente para o uso em situações de aprendizagem, ou pela presença em praticamente todas as escolas brasileiras, em decorrência do PNLB. No entanto, é preciso avaliar quais são suas potencialidades e limitações na busca por uma educação de qualidade, de acordo com as orientações presentes nos documentos oficiais e em pesquisas no campo da Educação Matemática.

No conjunto dos elementos que tornam o livro didático essencial no processo educativo, merecem destaque os seguintes motivos apontados por Dante (1996, p. 83-84)

- em geral, só a aula do professor não consegue fornecer todos os elementos necessários para a aprendizagem do aluno, uma parte deles como problemas, atividades e exercícios pode ser coberta recorrendo-se ao livro didático;
- o professor tem muitos alunos, afazeres e atividades extracurriculares que o impedem de planejar e escrever textos, problemas interessantes e questões desafiadoras, sem ajuda do livro didático;

- a matemática é essencialmente seqüencial, um assunto depende do outro, e o livro didático fornece uma ajuda útil para essa abordagem;(…)
- a aprendizagem da matemática depende do domínio de conceitos e habilidades. O aluno pode melhorar esse domínio resolvendo os problemas, executando as atividades e os exercícios sugeridos pelo livro didático;
- o livro didático de matemática é tão necessário quanto um dicionário ou uma enciclopédia, pois ele contém definições, propriedades, tabelas e explicações, cujas referências são freqüentemente feitas pelo professor.

Embora o livro didático seja um artigo produzido em circunstâncias histórica e cultural particulares, o que torna sua finalidade bem demarcada, outras questões perpassam o envolvimento entre esse e os sujeitos do processo educacional. Esses livros adquirem uma conotação peculiar nos lares brasileiros por ser, em muitas das vezes, o único livro presente no recinto. Embora essa referência seja de mais de trinta anos, parece ainda descrever a situação de muitas residências. Some-se a esse fato a ausência de uma cultura de leitura no país, relegando o ato de ler exclusivamente às práticas escolares (MOLINA, 1987).

Quando se utiliza o livro didático de forma integrada ao planejamento, é possível beneficiar o processo de ensino e aprendizagem, “o que não significa o uso único e exclusivo deste instrumento no processo, pois, o professor deve sempre buscar meios alternativos para ampliar seu conjunto de estratégias de ensino, para então alcançar os objetivos traçados” (MACÊDO; BRANDÃO; NUNES, 2019, n.p.).

De acordo com Vilarinho e Silva (2015, p. 404)

o livro didático mantém a sua centralidade em diferentes contextos escolares, na medida em que é um importante suporte da atividade docente. Além de auxiliar a implementação do processo de ensino, ele possibilita ao docente uma reflexão sobre o que conhece (ou não) em relação aos conteúdos apresentados, favorecendo, em muitas situações, estudos paralelos relativos às lacunas identificadas. Nesta direção, pode-se afirmar que o livro didático, além de orientar o ensino e a aprendizagem, contribui, de forma significativa, para ampliar a formação do professor.

O exercício da docência pode ocorrer paralelamente à formação continuada. Isto é, o ensino é acompanhado de estudos e pesquisas constantes para que os objetivos propostos sejam alcançados. Nesse sentido, contar com um material que ofereça uma base técnica adequada contribui para o uso correto do livro didático, pois esse oportuniza que a docente ou o docente volte a refletir repetidas vezes sobre os conteúdos disciplinares e metodologias de ensino, aperfeiçoando e adaptando suas percepções e práticas de acordo com as condições da turma.

Essa ferramenta faz parte da atividade de ensino, não apenas como fonte de pesquisa extra e intraclasse, mas também como peça interessante na mediação docente. De acordo com Lajolo (1996, p. 5) “ambos, professores e livros didáticos, são parceiros em um processo de

ensino muito especial, cujo beneficiário final é o aluno.” Ao dispor de diferentes linguagens e representações, a professora e o professor ampliam seus recursos para agir como mediadora e mediador que, percebendo proximidades entre as comunicações articuladas por estudantes e a apropriação conceitual, poderão realizar as intervenções pertinentes. Assim, a parceria entre docentes e livro didático auxilia na significação das ideias de forma ativa e passiva, respectivamente.

Devido ao caráter sequencial da Matemática, os livros didáticos da disciplina costumam seguir essa mesma linha. Por isso, “professores e alunos sentem a necessidade de rever conteúdos anteriores, e neste caso, o livro didático é útil, pois favorece tal revisão com rápida precisão” (MACÊDO; BRANDÃO; NUNES, 2019, n.p.)

Embora o livro didático, por si só, não garanta a aprendizagem, ele oferece boas oportunidades para a produção de significados mediante de tarefas intencionalmente planejadas. Para isso, é conveniente manter a criticidade ao olhar para o material. Dessa forma, a valorização das potencialidades, a correção das lacunas conceituais e metodológicas, bem como a investigação de opções complementares que favoreçam o ensino e a aprendizagem passam a integrar as competências docentes.

2.5.1 Por que analisar livros didáticos?

Para que seja possível utilizar o livro como um recurso didático potencializador da aprendizagem e colaborador para o processo de ensino, é preciso analisar diferentes aspectos. Ele dialoga com as pessoas envolvidas no processo educacional em todas as suas etapas.

Considerando o poder de interlocução do material, a investigação e escolha dos livros didáticos pode ponderar sobre abordagem conceitual, metodologias, contextualização e questões de representatividade, além do atendimento das exigências previstas nos documentos orientadores da Educação Básica no país.

Além disso, o envolvimento de docentes em todo o processo de avaliação e seleção de obras didáticas

possibilita ao professor refletir criticamente, sobre a proposta pedagógica, o planejamento do trabalho docente, os conteúdos e metodologias que serão utilizadas. A tarefa de avaliar o conteúdo do livro e sua adequação ao trabalho pedagógico, leva o professor a refletir sobre sua prática, a ampliar os seus questionamentos e inquietações e, conseqüentemente, a desenvolver uma maior autonomia pedagógica em relação ao que editoras e PNLD apresentam como caminho a seguir. (VILARINHO; SILVA, 2015, p. 408).

Ainda em relação ao suporte oferecido pelo livro didático às professoras e aos professores, de acordo com Gonçalves (2013, p. 25688), “esse material auxilia no ensino, destacando algumas informações e sugerindo a adoção de determinados métodos e técnicas. O que não impede que o professor faça suas adaptações”. Acreditamos que a escolha e o uso desse material ocorrem de maneira positiva mediante adequações provenientes de reflexões e práticas docentes.

Inicialmente, é necessário reconhecer a avaliação de livros didáticos como uma atribuição inerente à docência. Isso não quer dizer que apenas professoras e professores em exercício devam se envolver nessa ação. Na medida em que a adoção de uma coleção impacta de forma imediata na educação de educandas e educandos, e indiretamente em toda a sociedade, há que se fomentar discussões sobre o tema em outros momentos e locais, além daqueles previstos no cronograma do PNL D.

Implantado por oportuna iniciativa ministerial em 1996, o processo de avaliação do livro didático pode vir a ser progressivamente assumido por outras e variadas instâncias: associações profissionais do magistério, órgão que congregam pais de alunos e diferentes sociedades científicas, entre outras, podem, articuladamente, com o tempo e com vantagens, assumir a tarefa, que também precisa contar com a participação intensa da universidade e das instituições de pesquisa. (LAJOLO, 1996, p. 9).

Assim, explorações e debates nos cursos de formação inicial de docentes são bastante apropriados, embora sejam pouco presentes. Por outro lado, são as questões mais inquietantes aquelas que acompanham a seleção das coleções por parte dos docentes em atividade. A decisão final é, teoricamente, dada por estes profissionais. A análise assertiva requer mais que a verificação de aspectos conceituais e metodológicas, “devendo concentrar-se, também, na adequação dos objetivos e pressupostos da obra ao projeto político-pedagógico (PPP) da escola, ao nível do ensino e às necessidades dos alunos” (VILARINHO; SILVA, 2015, p. 407).

Uma postura afirmativa rumo à decisão acertada resulta do exame criterioso, acompanhado de um olhar crítico e reflexivo. Tomando a construção significativa do conhecimento a partir de uma educação dialética, estudantes são protagonistas desse processo. Nessa perspectiva, é essencial que o material eleito concorra para essa proposta educacional. Conforme proposto por Dante (1996, p. 87-88)

na seleção final, os vários critérios de escolha devem ser devidamente ponderados, pois, por exemplo, o livro mais atrativo pode ser totalmente impróprio se seu conteúdo contiver erros conceituais ou se sua abordagem pedagógica não for satisfatória, não permitindo que o aluno pense, estime, faça conjecturas e hipóteses e teste-as, não permitindo que ele crie, invente

problemas e questões, ou seja, não permitindo que ele seja o próprio agente na construção do seu conhecimento.

Podemos conceber essa avaliação como uma forma de planejamento para a organizar o ensino a médio e longo prazo (semestres, anos ou ciclos). A realização de uma leitura analítica faz parte do trabalho de escolha. Ela é guiada pelos valores, competências e habilidades que se deseja desenvolver nas estudantes e nos estudantes, assim como por sua realidade sociocultural. A partir disso, segundo Lajolo (1996, p. 6), “se pode descobrir a melhor forma de estabelecer o necessário diálogo entre o que diz o livro e o que pensam os alunos. Pois é só na interação entre o saber que se traz do mundo e o saber trazido pelos livros que o conhecimento avança.” Ainda de acordo com a pesquisadora, a escolha

e uso de livro didático precisam resultar do exercício consciente da liberdade do professor no planejamento cuidadoso das atividades escolares, o que reforçará a posição de sujeito do professor em todas as práticas que constituem sua tarefa docente, em cujo dia-a-dia ele reescreve o livro didático, reafirmando-se, neste gesto, sujeito de sua prática pedagógica e um quase co-autor do livro. (LAJOLO, 1996, p. 9).

O posicionamento crítico e questionador da professora e do professor é relevante na prática pedagógica diariamente. Como bem lembrado por Dante (1996, p. 89) “mesmo que o livro didático esteja correto, aquilo que está lá não é tudo o que existe em relação àquele assunto.” Então a adoção de diferentes pontos de vista, linguagens, recursos adicionais e opção pela renúncia ou aprofundamento no processo de ensino de cada conteúdo ocorrerá a partir da interpretação docente de como suas estudantes e seus estudantes recebem as informações trazidas pelo livro.

O fato de os livros didáticos serem destinados ao uso em situações de ensino e aprendizagem não implica na restrição de seu manuseio ao ambiente escolar. Durante a análise, é preciso refletir sobre o grau de entendimento que estudantes obtém ao explorar o material quando estiver desacompanhado de sua professora ou de seu professor. Essa constatação agrega dois novos cuidados na inspeção dos livros didáticos.

A primeira cautela destacada por Molina (1987) diz respeito à legibilidade. Ao designar o que é legível¹⁴, o termo, associado a aspectos básicos de livros didáticos, remete às percepções decorrentes da observação. Nesse sentido, Dante (1996, p. 87) descreve as principais preocupações da seguinte forma:

¹⁴ Diz-se de texto ou impresso que, por ser escrito em caracteres nítidos, bem visíveis e distintos, se pode ler com facilidade. Fonte: <https://michaelis.uol.com.br/moderno-portugues/busca/portugues-brasileiro/leg%C3%ADvel/>. Acesso em: 26 de janeiro de 2022.

As características físicas do livro didático, como tamanho, diagramação, ilustrações e caracteres tipográficos devem ser atraentes e convidativas, mas sempre com o intuito de constituírem elementos facilitadores a mais para a leitura e a aprendizagem do aluno.

As ilustrações e cores não devem "poluir" o livro didático e, com isso, até dificultar a compreensão dos conceitos. Antes, elas devem ter relações estreitas com os objetivos e conteúdos trabalhados, contribuindo para um melhor entendimento do texto, motivando e estimulando a reflexão. Em suma, elas deverão ser partes essenciais do texto e não acessórios dispensáveis.

O segundo elemento que merece atenção trata do entendimento do texto. Molina (1987, p. 51) descreve a inteligibilidade como as “características de um material escrito que influenciam a possibilidade de que ele venha a ser compreendido”. Um dos enfoques da pesquisadora sobre o assunto se situa na frequência e profundidade de termos técnicos e científicos na composição textual. O posicionamento de Dante (1996) reitera essa afirmação, pois, para o pesquisador, necessariamente as expressões redigidas nos livros de Matemática “devem ser claras e compreensíveis, colocadas numa linguagem interessante que estimule o pensamento do aluno. As explicações, definições, problemas e questões devem conter somente termos que os estudantes daquela série possam compreender” (DANTE, 1996, p. 85).

Mesmo que a interpretação das informações que compõem a obra seja subjetiva e individual, a intencionalidade de quem formulou o texto está implícita. Então, para que haja o beneficiamento da aprendizagem pela ação pedagógica, usando o livro didático, Lajolo (1996) sugere que as professoras e os professores tomem ciência do ponto de vista das autoras e dos autores da obra, tanto em termos de teoria educacionais quanto conhecimentos disciplinares. É importante que as intenções docentes, do projeto pedagógico da escola e das obras selecionadas estejam em conformidade, pois as divergências entre as perspectivas desses agentes podem colapsar o processo educacional, resultando em negligência profissional ou até o total abandono dos livros. Além disso, convém reforçar que “o conteúdo não só traduz a ideologia do autor como ajuda a formar a ideologia do leitor.” (MOLINA, 1987, p. 47).

Em um mundo globalizado, em que a divulgação de conhecimentos e dados sucede de forma simultânea à sua produção, em que a informação já nos chega próxima da obsolescência, nos questionamos: a vida útil dos livros didáticos não estaria perto do fim? A resposta é não. Entre outros aspectos, Macêdo, Brandão e Nunes (2019) destacam a agilidade para retomar os assuntos que o material oferece, a potencialização da argumentação matemática pela leitura (principal instrumento de aprendizagem) do livro, a organização lógica dos conceitos e o reduzido número de escolas que dispõem de recursos diversificados de ensino, como ideias que explicam a resistência dos livros didáticos nas salas de aula.

O PNLD tem pretensões de garantir a universalidade da distribuição de material didático em todas as escolas públicas brasileiras que aderem ao programa. Esse fato é positivo não apenas pela amplitude de cobertura, mas primordialmente por assegurar que toda diversidade de linguagens e códigos cheguem de forma impressa em todos os cantos do país, conforme apontado por Lajolo (1996). Entretanto, é importante reconhecer que a legislação não tem garantido a eficiência do PNLD, visto que alguns fatores comprometem seu funcionamento. Com base em relatos de docentes atuantes, especificamos o atraso ou a insuficiência na entrega dos exemplares, que leva à restrição de acesso ao material (existem escolas que mantêm os livros nas bibliotecas, outras delimitam momentos para usá-los). Além disso, a carga de trabalho exaustiva impede um processo de avaliação e escolha satisfatório. Nesse caso, docentes acabam fazendo suas opções por indicação de colegas, pelo marketing editorial ou, incoerentemente, por um processo não democrático de escolha (apenas parte do corpo docente ou equipe pedagógica se encarrega dessa escolha).

Acreditamos que, tendo em vista o referencial teórico exposto, seja de grande valia a compreensão dos aspectos conceituais e pedagógicos na abordagem de funções nos livros didáticos. Entendemos que repensar o ensino de funções seja uma questão urgente há algum tempo, sobretudo no que diz respeito ao papel dos livros. Esse material tem grande representatividade na educação brasileira como instrumento de mediação docente, mas, também, como fonte de pesquisas para professoras, professores e estudantes. Nesse sentido, organizamos procedimentos e técnicas para a produção e a análise de dados, de modo a apurar as reflexões e considerações sobre as temáticas desta pesquisa.

3 PERCURSO METODOLÓGICO

A educação é um processo de alta complexidade e, para que se obtenha bom êxito, envolve diversos sujeitos, ações e recursos. Então, considerando-a um campo de estudo, é possível elaborar inúmeras questões para investigação, sob diferentes pontos de vista. Naturalmente esse também é o caso da Educação Matemática. As preocupações, típicas desse universo, percorrem o ensino, a aprendizagem, a avaliação, as relações entre pessoas e saberes, entre outros fenômenos que vão desde a Educação Básica até os cursos de formação de professoras e de professores.

Esta pesquisa tem o propósito de contribuir para a compreensão de questões associadas à Educação Matemática. Para que as informações produzidas tenham sua validade aceita, explicitamos neste capítulo os métodos que fundamentam e caracterizam este trabalho.

3.1 Método de pesquisa

Este estudo teve o propósito de aprofundar e propor novas discussões sobre as perspectivas conceituais e metodológicas para o ensino e a aprendizagem de Função Afim, apresentadas nos livros didáticos aprovados no PNLD 2021 para o Ensino Médio. Para tanto, buscou-se formar um alicerce teórico consistente. Os conhecimentos produzidos são, de acordo com Lüdke e André (2018, p. 2), “frutos da curiosidade, da inquietação, da inteligência e da atividade investigativa dos indivíduos, a partir da continuação do que já foi elaborado e sistematizado pelos que trabalharam no assunto anteriormente”.

Além da interpretação literal dos textos analisados, esta pesquisa voltou-se para a compreensão das representações e linguagens, intencionalidade e subjetividade que permeiam a comunicação motivada pelo uso do livro de Matemática. Portanto, por incluir as percepções da pessoa que faz a pesquisa, sem prejuízo do rigor científico, a abordagem qualitativa é a que perfeitamente reflete a intenção e as operações desenvolvidas.

Não há uma definição rígida de processos e métodos que qualifiquem a investigação qualitativa. Apesar disso alguns atributos reúnem as pesquisas dessa natureza. Essas características podem coexistir em diferentes graus de profundidade, ou ainda, a pesquisa pode incluir apenas parte delas. De forma sucinta, os cinco traços marcantes das pesquisas qualitativas, segundo Bogdan e Biklen (1994), são: o ambiente natural como fonte de dados obtidos diretamente pelo pesquisador; o caráter descritivo que recorre a escritas e imagens para a tomada de dados, os quais serão analisados sob todas as vertentes possíveis; mais ênfase nos

processos do que no desfecho do fenômeno analisado; maior propensão a examinar fatos particulares, validá-los e generalizá-los; as diferentes percepções e significações produzidas constituem o maior interesse do pesquisador.

Partindo do pressuposto de que a “palavra escrita ocupa lugar de destaque nessa abordagem, desempenhando um papel fundamental tanto no processo de obtenção dos dados quanto na disseminação dos resultados” (GODOY, 1995, p. 62), este trabalho contou com um aporte descritivo. Ao detalharmos nosso objeto de estudo, possibilitamos a expansão do entendimento das relações internas dos conteúdos e do livro didático com os sujeitos que dele se beneficiam.

Em um primeiro momento realizamos um levantamento bibliográfico incorporando, revisando e esmiuçando os conceitos vinculados ao ensino de Funções Afim e as potencialidades e limitações resultantes do uso do livro didático. A ampla compreensão dos elementos aqui tratados se desenvolveu a partir dessas teorias que tomamos por base. Entretanto, mais do que descrever, buscamos produzir dados novos e realizar uma sondagem do material que foi introduzido nas escolas brasileiras neste ano de 2022, junto à implementação no Novo Ensino Médio. Para isso, aprofundamos quanto aos processos que fundamentam o ensino da Álgebra, como forma de apurar nossa interpretação dos objetos de estudo e apontar sua adequação em relação aos documentos orientadores da educação. Dessa forma, designamos por descritiva exploratória a presente pesquisa, em termos da análise dos dados coletados. Esses dados foram tratados de forma qualitativa. Na concepção de Bogdan e Biklen (1994, p. 149)

Os dados são simultaneamente as provas e as pistas. Coligidos cuidadosamente, servem como factos inegáveis que protegem a escrita que possa ser feita de uma especulação não fundamentada. Os dados ligam-nos ao mundo empírico e, quando sistemática e rigorosamente recolhidos, ligam a investigação qualitativa a outras formas de ciência. Os dados incluem os elementos necessários para pensar de forma adequada e profunda acerca dos aspectos da vida que pretendemos explorar.

Sobre essas informações, por nós coletadas, nos debruçamos em análise e, confrontando as informações reunidas com os princípios teóricos, sistematizamos os procedimentos empregados.

Todo registro impresso nos exemplares que analisamos constituem a materialidade da pesquisa. Por esse motivo, compartilhamos da concepção de documento exposta por Severino (2013, n.p.):

em ciência, documento é todo objeto (livro, jornal, estátua, escultura, edifício, ferramenta, túmulo, monumento, foto, filme, vídeo, disco, CD etc.) que se torna suporte material (pedra, madeira, metal, papel etc.) de uma informação

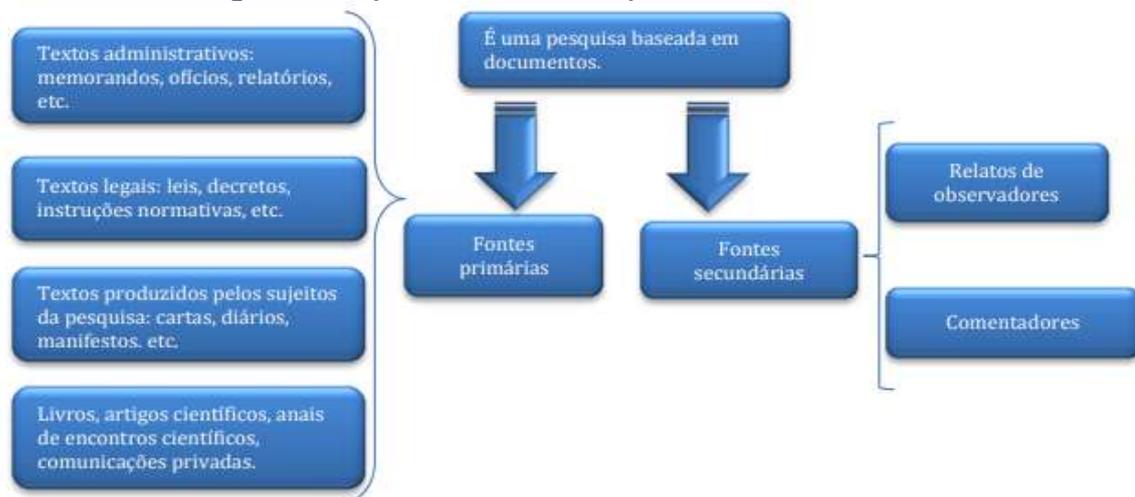
(oral, escrita, gestual, visual, sonora etc.) que nele é fixada mediante técnicas especiais (escritura, impressão, incrustação, pintura, escultura, construção etc.). Nessa condição, transforma-se em fonte durável de informação sobre os fenômenos pesquisados.

Assim, diante das metas que desejamos alcançar com este estudo, o livro didático assume a competência de documento. Além disso, diante dos propósitos e do grupo ao qual esses livros são destinados, concordamos com Flick (2009, p. 232), que

os documentos não são somente uma simples representação dos fatos ou da realidade. Alguém (ou uma instituição) os produz visando a algum objetivo (prático) e a algum tipo de uso (o que também inclui a definição sobre a quem está destinado o acesso a esses dados). Ao decidir-se pela utilização de documentos em um estudo, deve-se sempre vê-los como meios de comunicação.

O principal método de levantamento de dados utilizado para o desenvolvimento deste trabalho foi a análise documental. Essa formulação foi adotada tendo em vista a fonte dos elementos colhidos para o estudo. De acordo com Rosa (2013), fontes documentais primárias ou secundárias podem ser organizadas como na Figura 1.

Figura 1 – Tipos de documentos para análise documental.



Fonte: Rosa (2013, p. 53)

A organização do procedimento da análise documental ocorreu de acordo com Rosa (2013). Definimos o escopo da pesquisa, que se materializou com a obtenção de todas as coleções aprovadas no PNLD 2021 – Ensino Médio, para a área de Matemática e suas tecnologias. Em seguida, constituímos o *corpus* da pesquisa pela separação dos exemplares que tratavam do conceito de Função Afim.

Para a realização da análise, propriamente dita, realizamos leituras cuidadosas que produziram dados, os quais relacionamos com as teorias.

Ao optar pela análise de documentos, o pesquisador deve considerar quem produziu os documentos, com que objetivo, quem os utiliza em seu contexto natural e a forma como selecionar uma amostra adequada de documentos individuais. Deve-se evitar manter o foco apenas nos conteúdos dos documentos sem levar em conta o contexto, a utilização e a função dos documentos. Os documentos são os meios para a construção de uma versão específica de um evento ou processo e, normalmente, também em uma perspectiva mais ampla, para decifrar um caso específico de uma história de vida ou de um processo. (FLICK, 2009, p. 236).

O planejamento das ações envolvidas na coleta e tratamento dos dados seguiu a proposta de Lüdke e André (2018). Caracterizamos o livro didático como um documento técnico, em função de sua origem e finalidade. Em seguida, passamos à organização do material, realizando uma seleção dos livros que correspondem aos objetivos. Isto é, em meio às coleções separamos os exemplares que tratam diretamente de Função Afim ou de conceitos prévios à sua apropriação. Os dados foram registrados de forma sistemática, na configuração mais conveniente para que possam ser sintetizados e classificados. Após revisar o material, os agrupamentos definitivos se constituíram e a categorização foi efetuada. “Não existem normas fixas nem procedimentos padronizados para a criação de categorias, mas acredita-se que um quadro teórico consistente pode auxiliar uma seleção inicial mais segura e relevante” (Ibidem, p. 50).

Contudo, a dinâmica envolvida na análise dos dados se moldou em conformidade com a demanda. Essa última tem suas origens no intuito predominante desta pesquisa, que é discutir e aprofundar quanto a conceitualização, os objetivos e os métodos empregados no ensino e aprendizagem de Função Afim, recorrendo-se ao livro didático de Matemática como instrumento para mediação.

3.2 Justificativa

A construção do conhecimento formal em Matemática na Educação Básica tem sido uma preocupação constante para profissionais da área, estudantes, mães, pais e para a sociedade como um todo. Mais do que a apropriação dos conceitos, o mundo contemporâneo requer que a escolarização possibilite às estudantes e aos estudantes a decodificarem as informações matemáticas, mas também que reflitam e atuem usando esses saberes.

Todos os dias, as pessoas usam a Matemática nas mais diversas ocupações. Especificamente, as aplicações da Álgebra permeiam as relações sociais com caráter quantitativo, pois, ao estabelecer valores e comparações para situações ou problemas

decorrentes de relações humanas, é possível realizar algum tipo de transposição para linguagem matemática em forma de expressões ou equações. Essas aplicações podem ser facilmente observadas em questões financeiras, geométricas, científicas e nas mais variadas práticas do cotidiano. Essa é a Unidade Temática capaz de estabelecer uma ligação mais evidente com as outras quatro propostas para a Matemática da Educação Básica na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), bem como com outras áreas do conhecimento, por trabalhar e expressar pensamentos abstratos e generalizados. Por isso é tão importante que os conceitos sejam apropriados de forma adequada por todos os seus aprendizes.

A escolha do conteúdo de Função Afim, em particular, expressa as inquietações resultantes do que foi mencionado acima: as dificuldades que atravessam o processo de ensino e de aprendizagem da Matemática e a relevância da Álgebra. Ainda que essa discussão venha de longa data, sua validade permanece. Entretanto, os questionamentos acerca do assunto não são recentes para mim. Ao longo dos Anos Finais do Ensino Fundamental, ao trabalhar com ideias de incógnitas, variáveis e manipulações algébricas, muitas curiosidades se constituíram. Habitualmente presenciava relatos quanto à incompreensão de seu uso, restringido, em muitas das vezes, à reprodução de técnicas algorítmicas.

Em numerosas instituições o ensino de funções é iniciado ainda nos anos finais do Ensino Fundamental, mas um aprofundamento no assunto se verifica no curso do 1º ano do Ensino Médio, principalmente nas escolas públicas. Por ser o livro didático um recurso predominante nas escolas do país, a investigação desse instrumento no processo de ensino e aprendizagem de Função Afim nessa etapa educacional, faz-se justificável. É nessa perspectiva que desejamos responder à pergunta: Quais são as limitações e as potencialidades que os livros didáticos de Matemática e suas tecnologias, aprovados no PNL 2021, apresentam em suas abordagens conceitual e metodológica para o ensino e a aprendizagem de Função Afim?

3.3 Objetivos

3.3.1 Objetivo Geral

Analisar as possibilidades oferecidas às estudantes e aos estudantes do Ensino Médio, pelos livros didáticos de Matemática e suas tecnologias, para a construção do conceito de Função Afim.

3.3.2 Objetivos específicos

- Compreender as relações entre o ensino de funções e a BNCC;
- Identificar propostas e metodologias que contribuam para o desenvolvimento do pensamento algébrico nos livros didáticos;
- Analisar as representações de Função Afim existentes nos livros didáticos e como elas são articuladas;
- Identificar os diferentes contextos nas tarefas propostas nos livros e sua contribuição para a interpretação e construção do conhecimento sobre Função Afim.

3.4 Caracterização da pesquisa

Durante o primeiro semestre de 2021, realizamos um levantamento bibliográfico que pode ser dividido em duas etapas. No estágio inicial as atividades foram direcionadas à busca de referenciais sobre os temas Funções, Funções Afim, Ensino da Álgebra, Desenvolvimento do Pensamento Algébrico. Com a realização de fichamentos bibliográficos, os principais textos foram organizados de acordo com a compatibilidade da linha de pesquisa. Na segunda etapa, de forma semelhante, fizemos uma pesquisa bibliográfica, seguida de registros das principais ideias, sobre livros didáticos (de Matemática e no Brasil) e sobre o PNLD. Buscamos relacionar a evolução dos programas públicos voltados à produção e distribuição do livro didático com fatos e contextos históricos do país. Com uma discussão do percurso do livro didático e um aprofundamento no estudo da Função Afim, pretendemos não apenas apurar nossa análise, identificando potencialidades e lacunas e propor novas discussões sobre o assunto.

Demos início a uma fase mais concreta da pesquisa no segundo semestre de 2021. No mês de agosto reunimos 7 das 10 coleções de Matemática e suas tecnologias (Manuais docentes), aprovadas no PNLD 2021, em sua versão física. Essas coleções foram gentilmente disponibilizadas pela direção da Escola Estadual Professor Fábregas, que se localiza no município de Luminárias – MG. A cessão ocorreu após uma visita à instituição para a realização de uma entrevista com a supervisora Vanusa Garcia de Almeida Silva, sobre o processo de escolha dos livros para o ano de 2022, a formalização da escolha e a experiência com o programa nos anos anteriores. Essa ação foi desenvolvida para fazermos algumas reflexões iniciais, não produzindo dados de pesquisa. Após a exposição dos motivos para a entrevista, a equipe se prontificou a providenciar todas as obras do material de divulgação que as editoras

oferecem às escolas. Em relação às demais, conseguimos acessar as versões digitais, disponibilizadas pelas próprias editoras.

A partir desse primeiro contato com o material, elencamos os exemplares que trabalhavam especificamente com Função Afim. Mas achamos sensato incluir aqueles que abordavam funções, de forma geral. Então, simultaneamente, organizamos as coleções e fizemos uma pré-análise. Identificamos as obras da seguinte forma:

Quadro 3 – Identificação para análise das coleções aprovadas no PNLD 2021 do Ensino Médio. (Continua)

Identificação	Coleção	Formato usado na pesquisa		Livro que abrange o conteúdo Função Afim	Livro que abrange o conteúdo Função, de forma geral	Autoras e autores	Editora
		Físico	Digital				
C1	Conexões: Matemática e suas tecnologias	X		Funções e aplicações	Grandezas, álgebra e algoritmos	Renata Martins Fortes Goncalves; Dario Martins de Oliveira; Edson Ferreira de Souza; Ernani Nagy de Moraes; Fabio Martins de Leonardo; Juliana Ikeda; Luciana de Oliveira G. Moura; Maria Jose Guimaraes de Souza; Romenig da Silva Ribeiro	Moderna
C2	Diálogo: Matemática e suas tecnologias		X	Funções e progressões	Funções e progressões	Andre Luiz Steigenberger; Lilian Aparecida Teixeira; Julio Cesar Jovino da Silva; Felipe Neves Manjavachi; Alessandra Negrini Dalla Barba; Daiany Cristiny Ramos	Moderna
C3	Interação Matemática	X		O tratamento da informação e a resolução de problemas por meio da função do 1º grau	Em apêndice, no mesmo volume	Rodrigo Morozetti Blanco; Adilson Longen; Luciana Maria Tenuta de Freitas	Editora do Brasil

Fonte: Das autoras (2022)

Quadro 3 – Identificação para análise das coleções aprovadas no PNLD 2021 do Ensino Médio. (Conclusão)

Identificação	Coleção	Formato usado na pesquisa		Livro que abrange o conteúdo Função Afim	Livro que abrange o conteúdo Função, de forma geral	Autoras e autores	Editora
		Físico	Digital				
C4	Matemática em contextos	X		Função afim e função quadrática	Função afim e função quadrática	Luiz Roberto Dante; Fernando Cesar de Abreu Viana	Ática
C5	Matemática interligada	X		Funções afim, quadrática, exponencial e logarítmica	Funções afim, quadrática, exponencial e logarítmica	Victor Hugo dos Santos Gois; Danielly Regina Kaspary dos Anjos; Eduardo Henrique Gomes Tavares; Elias Borges da Silva; Keila Tatiana Boni; Thais Marcelle de Andrade	Scipione
C6	Matemática nos dias de hoje	X		Funções	Funções	Jefferson dos Santos Cevada; Daniel Romão da Silva; Gabriel Gleich Prado; Joao Guilherme Boaratti Colpani	SEI
C7	Multiversos : Matemática		X	Conjuntos e função afim	Conjuntos e função afim	Joamir Roberto de Souza	FTD
C8	Prisma: Matemática	X		Conjuntos e funções	Conjuntos e funções	Jose Roberto Bonjorno; Jose Ruy Giovanni Junior; Paulo Roberto Câmara de Sousa	FTD
C9	Quadrante Matemática e suas tecnologias	X		Funções	Funções	Diego Barboza Prestes; Eduardo Rodrigues Chavante	SM
C10	Ser protagonista: Matemática e suas tecnologias		X	Números e álgebra	Números e álgebra	Maria Ignez de Souza Vieira Diniz; Katia Cristina Stocco Smole	SM

Fonte: Das autoras (2022)

Todas as obras são formadas por seis livros, seguindo a orientação do PNLD 2021. A equipe docente de Matemática de cada escola foi orientada a separar dois volumes para o uso

em cada ano do Ensino Médio, de acordo com o currículo de referência de sua rede de ensino. O que pode trazer complicações no caso de transferência de estudantes entre escolas.

Desde essa catalogação do material nos envolvemos em um processo de elaboração de categorias para análise. Porém, antes de prosseguirmos com este processo descritivo da sistematização elaborada para investigar os livros, evidenciamos a concepção aceita nesta pesquisa para o termo categoria

categoria

ca·te·go·ri·a

sf

1 Conjunto de pessoas ou coisas que partilham características ou propriedades comuns, o que lhes possibilita serem agrupadas sob um mesmo conceito ou concepção genérica; agrupamento, classe, grupo, predicamento: “A liberdade não é para ele, entretanto, apenas uma categoria do espírito humano, mas uma conquista da humanidade” (NM).

2 FILOS Segundo Aristóteles, cada uma das diferentes classes (substância, qualidade, quantidade, relação etc.) que constituem o conjunto dos gêneros ou dos atributos das divisões primeiras do ser.

3 FILOS Segundo Immanuel Kant (1724-1804), forma a priori do intelecto que torna possível o conhecimento, constituindo-se em um conceito fundamental para o entendimento puro.

4 POR EXT Conceito geral, abstrato e fundamental, que possibilita à mente de um indivíduo expressar juízos, pensamentos ou julgamentos etc. sobre si mesmo ou sobre a realidade circundante.

5 POR EXT Aspecto qualitativo de um agrupamento ou classe (positivo ou negativo); gradação em uma hierarquia: Ele pertence à categoria dos bons alunos. (...) (CATEGORIA, 2022¹⁵).

Então, após minuciosa exploração e recorrentes leituras, podemos realizar a junção de elementos em classes de informações, dada a sua reincidência ou sua importância quando confrontada com o referencial teórico. Segundo Guba e Lincoln (1981, apud Lüdke; André, 2013), “as categorias devem antes de tudo refletir os propósitos da pesquisa”.

Toda a leitura das publicações coletadas, que sucedeu as pesquisas teóricas, deu-se de modo comparativo. Cada elemento da teoria, cuja presença ou ausência nos livros se torna destacada e perturbadora, sugere uma categoria a ser investigada. Contudo, o processo de pesquisa requer diversas retomadas, fazendo com que categorias sejam invalidadas em consequência de outras mais profundas e relevantes surgirem. Podemos afirmar que se trata de um longo processo de redescobertas e aprimoramento.

¹⁵ CATEGORIA. In: MICHAELIS, Dicionário Brasileiro da Língua Portuguesa. Editora Melhoramentos, 2022. Disponível em: <https://michaelis.uol.com.br/moderno-portugues/busca/portugues-brasileiro/categoria/>. Acesso em: 25/02/2022.

Para que possamos, de fato, examinar minuciosamente a conceitualização, os aspectos teórico-metodológicos e as representações presentes nos livros de Matemática e suas tecnologias, aprovados no PNL D 2021, e sua contribuição para a aprendizagem de função definimos duas categorias para análise.

1. **Conceitualização:** nessa categoria foram investigadas questões relativas à apresentação dos conceitos. Os critérios adotados para essa análise exploram a forma de introduzir o conteúdo; a formalização e terminologia; e as representações. A pormenorização dos itens segue da contextualização, da inteligibilidade e adequação à maturidade das estudantes e dos estudantes, organização do conteúdo, interdisciplinaridade e valorização de conhecimentos prévios. Para a investigação desses critérios, os parâmetros utilizados foram os trabalhos de Caraça (1951), Lima et al. (1998), Van de Walle (2009), Molina (1987) e Ponte, Branco e Matos (2009). Contudo, em vista da profundidade e abrangência desses estudos, optamos pela não delimitação da relação entre critérios e as ideias dessas pesquisadoras e desses pesquisadores. Acreditamos na influência mútua de suas concepções sobre a investigação dos dados coletados.
2. **Propostas de atividades:** foram analisadas de que forma as questões e outras tarefas propostas nos livros podem contribuir para a apropriação do conhecimento significativamente. Nesse caso, delineamos dois critérios para a investigação: as metodologias, as contextualizações e recursos sugeridos e a classificação das questões propostas quanto aos conceitos e procedimentos demandados. Nesse segmento, as referências que nos serviram de indicativo para estudo descendem das pesquisas de Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), Van de Walle (2009), Ponte (1990), Nacarato e Custódio (2018), Blanton e Kaput (2005) e Lins e Gimenez (2001), além dos princípios regulamentados na BNCC.

Convém destacar que a análise dessas categorias não ocorre de maneira fragmentada, pois conceitualização e atribuição/realização de tarefas se entrelaçam em contextos educacionais.

Com a estruturação dessas categorias buscamos construir uma forma de analisar o papel do livro em circunstâncias didáticas, voltadas para o ensino de Função Afim. Contudo, não temos a pretensão de esgotar o assunto. Apenas contribuir com uma sugestão de padrões de análise a partir de aspectos pedagógicos e conceituais que consideramos indispensáveis ao ensino deste conteúdo matemático.

4 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Analizamos todas as coleções de Matemática e suas tecnologias aprovadas no programa, na versão composta pelos seis Manuais do professor (designados dessa forma no Edital referente ao PNL D 2021). Essa decisão foi importante para a análise, uma vez que buscamos compreender as limitações e potencialidades que os livros oferecem, enquanto ferramentas para a mediação docente para o conteúdo de Função Afim.

Essas coleções foram produzidas cumprindo com as exigências da BNCC e do Novo Ensino Médio. Considerando a contemporaneidade da reforma dessa etapa da Educação Básica, regulamentada pela Lei nº 13.415/2017 e com implementação obrigatória no ano de 2022, as obras foram escritas recentemente ou foram reformulações de coleções já em uso. Sendo assim, as dez coleções são datadas no ano de 2020 e estão em sua primeira edição.

A titulação acadêmica de autoras e autores das obras é descrita nos próprios exemplares, conforme levantamento a seguir (QUADRO 4):

Quadro 4 – Perfil das autoras e dos autores quanto a formação e atuação. (Continua)

	Titulação acadêmica das autoras e dos autores	Área de atuação profissional
C1	Licenciadas e licenciados (em Matemática); Mestras e mestres (em Educação Matemática e em Ciência da Computação).	Edição de livros; docência de Matemática em escolas de aplicação, das redes pública e particular de ensino.
C2	Licenciados (em Matemática); Bacharel (em Engenharia Elétrica com habilitação para o Magistério e em Matemática); Mestras (em Educação Matemática e em Matemática Aplicada e Computacional); Doutora (em Educação Matemática).	Edição de livros didáticos; docência de Matemática em escolas das redes pública e particular de ensino; docente (em cursos técnicos do Instituto Federal do Paraná); docência do Ensino Superior (em cursos de Licenciatura em Matemática e Engenharias, em instituições particulares).
C3	Mestra e mestre (em Ensino de Matemática e em Filosofia da Matemática); Doutor (Educação Matemática).	Assessoria pedagógica e docência na Educação Básica; formação de professoras e professores; docência do Ensino Médio.
C4	Doutor (em Engenharia Mecânica); Livre-docente (em Educação Matemática).	Autoria de livros didáticos e paradidáticos para discentes e docentes da Educação Básica; docência na Educação Básica e cursinhos pré-vestibulares.
C5	Especialistas (em Educação Matemática); Mestra e mestres (em Matemática Aplicada e Computacional e em Educação Matemática); Doutora (em Educação Matemática).	Edição e elaboração de materiais didáticos de Matemática; docência de Matemática em escolas das redes pública e particular de ensino (todas as etapas da Educação Básica); docência em Ensino Superior.
C6	Licenciados (em Matemática e em Física); Doutor (em Educação).	Edição e elaboração de materiais didáticos; docência em escolas das redes pública e particular de ensino.

Fonte: Das autoras (2022)

Quadro 4 – Perfil das autoras e dos autores quanto a formação e atuação. (Conclusão)

	Titulação acadêmica das autoras e dos autores	Área de atuação profissional
C7	Mestre (em Matemática).	Autoria de livros didáticos para o Ensino Fundamental e o Ensino Médio.
C8	Licenciados (em Pedagogia, em Física e em Matemática); Mestre (em Educação).	Docência e assessoria em escolas de Ensino Fundamental e Médio; docência em Ensino Superior (programas de formação continuada e pós-graduação e do Departamento de Matemática da Universidade Federal de Pernambuco).
C9	Especialista (em Mídias na Educação); Mestre (em Educação Matemática).	Autoria de livros didáticos para a Educação Básica; docência em escolas das redes pública e particular de ensino.
C10	Doutoras (em Educação e em Matemática)	Autoria de livros didáticos e de formação docente; diretoria de grupo de formação e pesquisa em ensino de Matemática; assessoria de instituições e secretarias de Educação em projetos curriculares e de formação de professoras e professores de Matemática.

Fonte: Das autoras (2022)

Essas são informações relevantes, pois podem explicar tendências presentes nos livros, em relação à concepção de autoras e autores acerca da Matemática e da Educação Matemática.

Segundo a BNCC (2018), o conceito de função pode ser apropriado por estudantes ainda no Ensino Fundamental. De acordo com o documento, citamos algumas das habilidades¹⁶ a serem desenvolvidas nos sétimos, oitavos e nonos anos, que confirmam esta afirmação.

(EF07MA13) Compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita. (...)

(EF08MA12) Identificar a natureza da variação de duas grandezas, diretamente, inversamente proporcionais ou não proporcionais, expressando a relação existente por meio de sentença algébrica e representá-la no plano cartesiano.

(EF08MA13) Resolver e elaborar problemas que envolvam grandezas diretamente ou inversamente proporcionais, por meio de estratégias variadas. (...)

(EF09MA06) Compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica e utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis.

(EF09MA07) Resolver problemas que envolvam a razão entre duas grandezas de espécies diferentes, como velocidade e densidade demográfica.

(EF09MA08) Resolver e elaborar problemas que envolvam relações de

¹⁶ Listamos as habilidades a serem desenvolvidas nos anos finais do Ensino Fundamental, conforme propostas na BNCC, que envolvem a construção e aplicação da ideia de função. Essas habilidades são conhecimentos que devem ser mobilizados para desenvolver as competências. Essas últimas, se desenvolvidas, oferecem uma educação integral, com valores e atitudes que estimulam a transformação da sociedade de forma mais justa e sustentável, segundo o texto do documento.

proporcionalidade direta e inversa entre duas ou mais grandezas, inclusive escalas, divisão em partes proporcionais e taxa de variação, em contextos socioculturais, ambientais e de outras áreas.

Identificamos recomendação semelhante no trabalho de Van de Walle (2009, p. 314), quando o autor afirma que “Embora a análise de funções continue no EM, os alunos nas séries finais do EF devem começar a observar e procurar algumas ideias gerais sobre funções”. Entretanto, é conveniente revisar no 1º ano do Ensino Médio esses conceitos preliminares ao estudo da Função Afim. Essa revisão tem sua importância ampliada quando examinamos os questionamentos da sociedade quanto à possibilidade de defasagens na aprendizagem de Matemática devido às condições de ensino nos anos de 2020 e 2021, impostas pela pandemia da Covid-19. Entretanto, ressaltamos que a presente pesquisa não pretende responder a essas perguntas, mas evidenciamos que não ignoramos a sua existência.

Nesse sentido, as coleções C2, C4, C5, C6, C7, C8, C9 e C10 apresentam uma abordagem inicial do conceito de função em um capítulo separado ou em uma seção prévia à que desenvolve a ideia de Função Afim, de um mesmo volume. Enquanto a coleção C1 apresenta as conceituações em dois volumes separados. A proposta que se distingue das demais é identificada na obra C3, em que a revisão é feita brevemente em uma seção apêndice no próprio volume *O tratamento da informação e a resolução de problemas por meio da função do 1º grau*, que aborda o conceito de Função Afim.

Feitas as considerações mais gerais sobre as obras, nas seções seguintes nos concentraremos nas categorias de análise, já descritas. Buscamos a composição de uma investigação que contemple diferentes direções. Por um lado, nos interessa compreender em que medida o material analisado favorece a compreensão e significação dos conceitos. Por outro lado, desejamos examinar as contribuições e limitações para a organização do ensino que cada coleção evidencia. Para isso, descrevemos aspectos de maior relevância na sistematização, nas informações e nas proposições elaboradas e expostas pelas autoras e pelos autores para o desenvolvimento do pensamento algébrico e a construção do conceito de Função Afim.

4.1 Conceitualização

Para que a aprendizagem faça sentido para as estudantes e para os estudantes, intermediada pela ação docente e instrumentalizada pelos livros didáticos, a apresentação das ideias pode ser voltada para essa finalidade. É importante que a conexão entre os conceitos e aplicações seja coerente, precisa e adequada ao público-alvo.

O livro didático de Matemática cumprirá com seu objetivo de ser um instrumento mediador do processo de ensino e de aprendizagem se apresentar os conteúdos em uma disposição que considere as habilidades cognitivas das estudantes e dos estudantes. Concordamos com Silva, Junior e Régnier (2007, apud MACÊDO; BRANDÃO; NUNES, 2019, n.p.) quando afirmam que a “estrutura de como o livro didático é elaborada, em forma de blocos, com objetivos e estratégia de ensino e instrumento de avaliação, contribui para que ele se torne um facilitador para o ensino e a aprendizagem”.

Os conteúdos são organizados pela lógica conceitual, na maioria das coleções. É o caso identificado em C1, C2, C5, C7, C8, C9 e C10. Nessas obras, a proposta das autoras e dos autores é trabalhar com conjuntos e relações entre conjuntos, como forma de construir gradativamente a noção de função. Um capítulo dedicado ao estudo de funções e seus conceitos adjacentes é inserido entre Conjuntos e Função Afim, como é possível verificar na Figura 2.

Figura 2 – Organização dos conteúdos em C10.

<p>UNIDADE 1 14</p> <p>Números e funções</p> <p>CAPÍTULO 1 – Conjuntos numéricos e intervalos na reta real 16</p> <p>A origem dos números 17</p> <p>Números naturais 17</p> <p>Números inteiros 17</p> <p>Números racionais 18</p> <p>Números irracionais 21</p> <p>Números reais 25</p> <p>Reta real 26</p> <p>Intervalos 31</p> <p>Intervalos limitados 31</p> <p>Intervalos ilimitados 32</p> <p>Intersecção, reunião e diferença de conjuntos 33</p> <p>Diagramas de Euler-Venn 35</p> <p>Matemática e inclusão 42</p> <p>CAPÍTULO 2 – Relações entre grandezas: funções 44</p> <p>Plano cartesiano 46</p> <p>Simetria e coordenadas 49</p> <p>Função 50</p> <p>Domínio, contradomínio e conjunto imagem 54</p> <p>Gráfico de função 58</p> <p>Estudo de funções por meio de gráficos cartesianos 59</p>	<p>Domínio de uma função de variável real 69</p> <p>Simetria e funções 70</p> <p>Matemática e sociedade 74</p> <p>Por dentro do Enem e dos vestibulares 76</p> <p>UNIDADE 2 78</p> <p>Funções: afim, quadrática e outras</p> <p>CAPÍTULO 3 – Função afim 80</p> <p>Introdução à função afim 80</p> <p>Gráfico cartesiano da função afim 81</p> <p>Termos relacionados à função afim 82</p> <p>Construção do gráfico de uma função afim 85</p> <p>Algoritmo, fluxograma e função afim 86</p> <p>Função identidade 95</p> <p>Função crescente e função decrescente 95</p> <p>Inequações e estudo do sinal da função afim 97</p> <p>Matemática e meio ambiente 105</p> <p>CAPÍTULO 4 – Função quadrática 109</p> <p>Introdução à função quadrática 110</p> <p>Gráfico cartesiano da função quadrática 110</p>	<p>Pontos importantes do gráfico da função quadrática 115</p> <p>Concavidade da parábola 119</p> <p>Construção do gráfico de uma função quadrática 121</p> <p>Algoritmo, fluxograma e função quadrática 121</p> <p>Valor máximo ou mínimo e conjunto imagem da função quadrática 125</p> <p>Estudo do sinal da função quadrática 127</p> <p>Inequações do 2º grau 131</p> <p>Matemática e esporte 138</p> <p>CAPÍTULO 5 – Outras funções 140</p> <p>As quatro operações básicas entre números e novas funções 141</p> <p>Funções definidas por partes 143</p> <p>Módulo de um número real 147</p> <p>Propriedades do módulo de um número real 148</p> <p>Função modular 150</p> <p>Gráfico cartesiano da função modular 151</p> <p>Matemática e cidadania 155</p> <p>Por dentro do Enem e dos vestibulares 157</p> <p>Lista de siglas 159</p> <p>Bibliografia comentada 159</p>
--	--	--

Fonte: Livro Números e Álgebra (2022), C10, pág. 6.

Nas demais coleções não são apresentados os conteúdos de conjuntos e funções em um mesmo volume. Nas obras C4 e C6 o conceito Função Afim é precedido pela retomada da ideia geral de função em uma seção e em um capítulo, respectivamente. Diferentemente, em C3 o capítulo inicial do livro é designado Função Afim e a abordagem geral de função fica por conta de um apêndice. Acreditamos que a proposta da autora e dos autores de C3 pode ser um tanto arriscada, pois a retomada das ideias não faz parte da construção do conceito de Função Afim. Em diferentes pontos do livro aparece a sugestão para que a estudante ou o estudante consultem o apêndice “A linguagem das funções”, pelo boxe “Caixa de ferramentas”. Após a análise desse aspecto ficamos com a impressão de que se espera que a revisão dos conceitos relacionados à ideia de função venha de uma decisão discente, que pode não acontecer, por imaturidade.

Algumas autoras e alguns autores, e as respectivas editoras optaram por um forma de organizar os conteúdos que pode apresentar divergências em relação ao PNLD ou tornar complexo o processo de aprendizagem. O primeiro caso caracteriza a situação da coleção C1, que desenvolve o conceito de função em um livro (Grandezas, álgebra e algoritmos) e Função Afim em outro livro (Funções e aplicações). Essa situação implica na necessidade de uma ordem de precedência para o uso dos dois volumes, já que a apresentação (ou revisão) do conceito de Função antecede o estudo de Função Afim. Com esse arranjo, a obra se mostra incompatível com princípios do PNLD 2021, que recomendam que os volumes sejam autocontidos e não sequenciais. A coleção C3 também pode desfavorecer a compreensão dos conceitos em razão da disposição dos capítulos na Unidade 1 – Função afim, conforme Figura 3. Nessa obra, as classificações da Função Afim são apresentadas antecedendo sua própria definição.

Figura 3 – Ordenação dos conceitos na Unidade 1 – Função Afim, em C3.

SUMÁRIO	
UNIDADE 1	Função afim
1. Grandezas diretamente proporcionais ...	12
Aproveitando a oportunidade:	
Regra de três	20
2. Função linear ...	22
Características da função linear	23
Gráfico da função linear	24
Taxa de variação da função linear	25
Função identidade	28
3. Função polinomial do 1º grau ...	29
Termo independente na função do 1º grau	30
4. Função afim ...	31
Classificações da função afim	
Função constante	
Funções definidas por mais de uma sentença	
Aproveitando a oportunidade:	
Módulo de uma função afim	
Atividades finais	



Fonte: Livro O tratamento da informação e a resolução de problemas por meio da função do 1º grau (2020), C3, pág. 8.

Entendemos que a construção do conceito de função ocorre gradualmente, passando por aspectos intuitivos de situações problematizadas, até a devida formalização. De acordo com a BNCC (2018), os livros didáticos “precisam estar integrados a situações que levem à reflexão e à sistematização, para que se inicie um processo de formalização” (BRASIL, 2018, p. 276).

A introdução da ideia de função feita diretamente pela relação entre conjuntos, não contribui para a compreensão da interdependência. Nesse seguimento, a obra C6 propõe o desenvolvimento das ideias conforme Caraça (1951) as apresentou: a compreensão de recorte da realidade como um fragmento possível de ser estudado; interdependência e fluência como características da realidade em movimento; noção de grandezas como atributos mensuráveis; proporcionalidade como uma comparação; variáveis e constantes como qualidades possivelmente comparáveis, mensuráveis, fluidas e/ou relacionadas de forma dependente. Toda essa construção se estende ao longo de trinta e uma páginas do livro Funções, da coleção C6, para sustentar o conceito de interdependência ao representar a relação entre duas variáveis por uma lei de correspondência. Só então os autores formalizam textualmente o conceito de função (FIGURA 4).

Figura 4 – Definição textual de função em C6.

Uma **função** f é uma lei (uma regra ou, ainda, uma categoria de instruções) que diz como se deve associar a cada elemento x de um conjunto X um elemento $y = f(x)$ que está em um conjunto Y .

Fonte: Livro Funções (2020), C6, pág. 46.

O ensino da Álgebra, em especial de Função Afim, não pode se desvincular de procedimentos. Apesar disso, a perspectiva de ensino voltada para o desenvolvimento do pensamento algébrico sugere a reprodução de técnicas como uma parte suplementar da Educação Algébrica. O conceito matemático, sobre o qual se desdobra esta investigação, possui aplicação em inúmeras situações, das mais diversas naturezas. É nessa perspectiva que prosseguimos com as análises dessa categoria.

A abordagem inicial, para introduzir a ideia de Função Afim nas coleções, é baseada em situações-problema aplicadas em contextos do dia a dia ou de outras ciências, valorizando a interpretação e a significação, progressivamente. Embora cada coleção opte por uma temática, essa contextualização é feita de forma similar à representada na Figura 5.

Figura 5 – Abertura do capítulo com situação contextualizada em C5.

Função afim

Frequência cardíaca

A frequência cardíaca é um indicador do funcionamento do coração, expresso como a quantidade de batimentos cardíacos por minuto (bpm), que varia de acordo com a intensidade das atividades físicas realizadas pela pessoa. Durante a prática de atividade física, por exemplo, a frequência de uma pessoa deve ficar entre 50% e 85% do número máximo de bpm para sua idade. Essa frequência máxima varia de pessoa para pessoa considerando diversos fatores, entre eles a idade, e é o máximo recomendado para uma pessoa chegar durante a atividade, sem que se sinta mal.

A frequência cardíaca máxima y , de acordo com a faixa etária, pode ser determinada pela expressão $y = 220 - x$, em que x é a idade em anos. Multiplicando-se o resultado obtido por 0,50 ou 0,85, obtêm-se a frequência cardíaca mínima ou máxima, respectivamente, para treinamentos. Lembre-se de que isso é apenas um cálculo aproximado da frequência cardíaca, e a melhor maneira de conhecer essa frequência é fazendo uma avaliação física.

a Escreva a lei de formação de duas funções, g e h , que relaciona as frequências cardíacas máximas e mínimas, de acordo com a idade x de quem pratica atividade física. máxima: $g(x) = 187 - 0,85x$; mínima: $h(x) = 110 - 0,5x$

b Usando a lei de formação correspondente, determine a frequência cardíaca máxima para uma pessoa que deseja praticar atividade física e tenha 23 anos de idade. *aproximadamente 167 bpm*

Você cidadão

c Em sua opinião, qual é a importância de fazer uma avaliação física antes de praticar atividades físicas? *Resposta pessoal.*

■ Vanessa Low, atleta parolímpica alemã, realizando a prova de 100 m T42 feminina no estádio olímpico durante os Jogos Paralímpicos 2016 no Rio de Janeiro, Brasil. Nessa categoria a atleta conquistou o segundo lugar.

Fonte: Livro Função afim, quadrática, exponencial e logarítmica (2020), C5, págs. 58-59.

As outras nove coleções seguem um estilo de formalização semelhante. Todas apresentam uma ou mais situações cotidianas ou interdisciplinares, em que relações de dependência entre grandezas estejam bem delineadas. Traduzindo os contextos como relações estabelecidas entre conjuntos, essas coleções destacam dois aspectos suficientes e necessários, em concordância com o texto de Ponte, Branco e Matos (2009), para caracterizar uma função: a associação entre elementos de dois conjuntos e a unicidade da correspondência entre x e $f(x)$.

As autoras e os autores das dez obras apostam em textos desencadeadores para introduzir a ideia de Função Afim na abertura do capítulo. Contudo, o grau de profundidade e a reflexividade despertada pela temática narrada são bastante diversos. Esse é um item relevante para a professora ou o professor, pois é interessante que a formação cidadã e o desenvolvimento de valores sejam considerados desde o planejamento do curso que se deseja oferecer.

Nesse sentido, temas relacionados à saúde foram escolhidos por autoras e autores de C1 e C5, conforme visto na Figura 4. Nas obras C2, C4, C7 e C9 foram privilegiados assuntos sobre produção e consumo de energia e sustentabilidade (FIGURA 6).

Figura 6 – Texto desencadeador de aprendizagem de Função Afim em C4.

Da água doce superficial do planeta, 12% está em território brasileiro. Essa característica permite ao país gerar, por meio de usinas hidrelétricas, energia limpa e renovável. Em uma usina hidrelétrica, a pressão da água armazenada em grandes barragens faz girarem turbinas que, com o auxílio de geradores, produzem energia elétrica. Em 2020, a maior usina geradora de energia limpa e renovável do planeta era a Itaipu Binacional. Ela recebeu esse nome porque foi concebida a partir de um acordo entre Brasil e Paraguai, em 1974, e atualmente fornece 11,3% da energia consumida no Brasil e 88,1% da consumida no Paraguai. A Itaipu Binacional está localizada na fronteira entre o Brasil e o Paraguai; parte dela no município de Foz do Iguaçu (PR), no Brasil, e parte no distrito de Ciudad del Leste, no Paraguai.

Os números da Itaipu Binacional impressionam:

- o total de concreto utilizado na construção da usina seria suficiente para construir 210 estádios de futebol como o Maracanã, no Rio de Janeiro (RJ);
- a medida de comprimento da altura da barragem principal (196 metros) é aproximadamente igual à medida de comprimento de altura de um prédio de 65 andares;
- o Brasil teria de queimar 536 mil barris de petróleo por dia para obter em termelétricas a mesma produção de energia gerada por Itaipu.

No ano de 2019, a Itaipu Binacional produziu, aproximadamente, 80 000 GWh. Considerando essa produção energética anual, vamos estimar a produção energética acumulada de Itaipu nos 10 anos seguintes a 2019.

Para isso, copie e complete a tabela no caderno, considerando 2019 o ano zero, depois converse com os colegas sobre cada item. A resposta encontra-se nas Orientações específicas deste Manual.

Fonte de consulta: ITAIPU BINACIONAL. Disponível em: <https://www.itaipu.gov.br/>. Acesso em: 7 abr. 2020.

Estimativa de produção energética acumulada de Itaipu

Ano após 2019	Produção acumulada em GWh a partir de 2019	Proporção entre a produção acumulada e a produção inicial (em 2019)
0 (2019)	80 000	1
1 (2020)	160 000	2
2	240 000	3
3	320 000	4
4		5
	480 000	
		7
		9
9		
10		

Tabela elaborada para fins didáticos.

Fonte: Livro Função afim e função quadrática (2020), C4, pág. 9.

Produção, compras e serviços foram questões selecionadas para inserir relações funcionais nas coleções C8 e C10, esta última se dedica a citar produção, venda, lucro, prejuízo e salários como situações desta natureza, conforme exibido na Figura 7.

Figura 7 – Texto desencadeador de aprendizagem de Função Afim em C8.

Função afim

Você sabe como é calculado o valor de uma corrida de táxi? Tudo depende de onde você está e para onde quer ir.

O valor de uma corrida de táxi está relacionado a uma tarifa fixa, conhecida como bandeirada, e a outra que é cobrada por quilômetro rodado e por outros fatores que possam influenciar nesse valor, como o tempo do veículo parado no trânsito.

A determinação dessas tarifas é incumbência das prefeituras; por isso, estados e até cidades dentro do mesmo estado podem ter valores diferentes. Por exemplo, em 2020, no município de São Paulo (SP), o preço da bandeirada era de R\$ 4,50, e a taxa por quilômetro rodado era de R\$ 2,75. Além disso, havia a tarifa de R\$ 33,00 por hora parada. Já em Porto Alegre (RS), esses valores eram R\$ 5,18 (bandeirada), R\$ 2,59 (por quilômetro rodado) e R\$ 18,31 (por hora parada).

Para realizar esses cálculos, os táxis possuem um aparelho chamado de **taxímetro**, similar a uma calculadora, que mostra o valor a ser pago à medida que o veículo se desloca. Atualmente, algumas empresas que oferecem serviço de táxi operam por meio de aplicativos, e quando um usuário solicita uma corrida, o preço aproximado aparece na tela do celular, incluindo o tempo estimado da viagem.

O estudo de **funções** em Matemática pode nos auxiliar a modelar situações, fazer estimativas e compreender como esses valores são obtidos.

Agora, reúna-se a um colega, e façam o que se pede em cada item.

- Vocês já utilizaram o serviço de táxi? Se sim, lembram-se de ter reparado no funcionamento do taxímetro? Sugestões pessoais.
- Pesquem o valor das tarifas de táxi no município onde vocês moram e façam uma estimativa do valor de uma corrida de 8 km, a resposta depende do local onde os estudantes moram.
- Vocês sabem o que é uma função? E função afim? Respostas pessoais. É possível que os estudantes associem funções com relações de dependência ou utilizem exemplos para definir a que classes de funções se referem.

• Pessoa utilizando serviço de táxi no aeroporto Santos Dumont, no Rio de Janeiro (RJ). Fotografia de 2020.

Fonte: Livro Conjuntos e funções (2020), C8, págs. 58-59.

Já as obras C3 e C6 optaram por uma abordagem diferente. Enquanto as autoras e os autores de C3 evidenciaram os conceitos de semelhança e proporcionalidade, através de um texto sobre bonecas russas (matrioscas), para a construção da ideia de Função Afim, os autores de C6 apresentaram pequenos textos ao longo das dez primeiras páginas do capítulo Função Afim, tratando de mobilidade urbana, espaço e tempo e, com essas noções, construíram a ideia de variação de espaço e tempo e sua relação com o conceito de velocidade média, como taxa de variação. A obra C6 traz, regularmente, boxes e textos que estimulam a reflexão para a construção conceitual, conforme Figura 8.

Figura 8 – Formalização da taxa de variação em C6, como velocidade média na função deslocamento por tempo.

NO ENTORNO

Para fazer esta atividade, reúna-se com um ou dois colegas e observem as imagens de uma campanha do Detran (Departamento Estadual de Trânsito):

PRIORIDADES NO TRÂNSITO

BICICLETA TAMBÉM É UM VEÍCULO

MOTORISTA, RESPEITE O CICLISTA

Inspirem-se nessas imagens – usem a criatividade e o senso crítico – para produzir uma sequência com 3 ou 4 banners digitais de modo a conscientizar as pessoas sobre o convívio seguro no trânsito. Utilizem trechos do PNMTU para divulgar um conteúdo que informe, oriente e alerte as pessoas em geral. Se preferirem, em vez de um banner digital, vocês podem produzir um flipbook com essa temática.

ESPELHOS

Ao contrário dos automóveis, para os quais existem diversos estudos sobre seus fluxos, cuidadosamente medidos e analisados, há pouca informação sobre o fluxo de pedestres ou ciclistas.

Até mesmo a velocidade média de um ciclista nos centros urbanos é pouco estudada. Na prática, é possível ver um ciclista urbano desenvolvendo velocidade média de 20 km/h.

Você sabe dizer a quanto isso equivale, aproximadamente, em m/s?

Comente com os colegas sobre a normatização para pedestres e ciclistas: pesquise e leia a lei 9503 de 1997, que institui o Código de Trânsito Brasileiro (CTB). Atente-se ao trecho que compreende os artigos de 68 a 71.

Converse com os colegas a respeito

O uso de meios de transporte não motorizados é uma alternativa para preservar o meio ambiente. No entanto, eles ainda são pouco conhecidos, mesmo pelas pessoas que vivem de

Análise do gráfico da função horária

Observe o gráfico:

Por meio da análise desse gráfico, podemos notar o seguinte:

- nos eixos desse sistema cartesiano estão indicadas as unidades de medida das variáveis consideradas: a do espaço (s) em metros e a do tempo (t) em segundos;
- quando $t = 0$, vemos no gráfico a **posição inicial** desse móvel: $s_0 = -12$ m;
- no intervalo $0 < t < 3$, o gráfico está abaixo do eixo das abscissas e $s < 0$;
- no instante $t = 3$, o móvel passa pela origem dos espaços: $s = 0$;
- para $t > 3$, o gráfico está acima do eixo horizontal e $s > 0$;
- a velocidade escalar média é constante em qualquer intervalo de tempo.

Por exemplo, no intervalo entre 3 s e 6 s:

$$v_m = \frac{12 \text{ m}}{3 \text{ s}} = 4 \text{ m/s.}$$

O marco indicado pelo zero em um sistema de eixos é a origem dos espaços. O marco zero nos centros urbanos indica, geralmente, o local em que, a partir dele, ocorreu o processo de formação gradual da cidade.

Fonte: Livro Funções (2020), C6, págs. 96-97.

Embora os temas escolhidos pelas autoras e pelos autores sejam todos interessantes e curiosos, não podemos deixar de nos questionar quanto ao conhecimento prévio das estudantes e dos estudantes. Ao selecionar a coleção, a professora ou o professor poderá refletir sobre o perfil das aprendizagens e dos aprendizes de sua instituição. É importante que os temas sejam do

interesse das estudantes e dos estudantes incitando-lhes a curiosidade, que abordem situações sobre as quais elas e eles já possuam algum conhecimento ou que seja apresentado como um tema novo, que desafie e demande reflexão para provocar a articulação de conhecimentos práticos e teóricos. Caso contrário, não será uma tarefa fácil estimular o aprendizado de Função Afim e, sobretudo, o desenvolvimento do pensamento algébrico. Concordamos com Fiorentini, Miorim e Miguel (1993, p. 88), quando afirmam que

O modo como buscamos caracterizar o pensamento algébrico nos leva, portanto, a pensar que ele é um tipo especial de pensamento que pode se manifestar não apenas nos diferentes campos da Matemática, como também em outras áreas do conhecimento.

A análise das situações em que esse pensamento pode se manifestar levou-nos, ainda, a concluir que não existe uma única forma de se expressar o pensamento algébrico. Ele pode expressar-se através da linguagem natural, através da linguagem aritmética, através da linguagem geométrica ou através da criação de uma linguagem específica para esse fim, isto é, através de uma linguagem algébrica, de natureza estritamente simbólica.

É importante que a abordagem inicial não seja restrita a uma mera ilustração desconexa dos conceitos trabalhados. Isto é, as obras articulam os enredos dos textos introdutórios ou esses se encerram ali mesmo? Com isso, desejamos verificar se a contextualização narrada no início do capítulo, ou seção, de fato expôs uma situação problematizada envolvendo a dependência entre grandezas.

Nos casos afirmativos, verificamos a confirmação de um dos pressupostos para o ensino de função, defendido por Van de Walle (2009). Além de explicitar relações de dependência entre grandezas de diferentes espécies, conforme descrito no referencial teórico, “O contexto fornece uma incorporação da relação fora do mundo da matemática. A linguagem ajuda a expressar a relação de uma maneira significativa e útil” (VAN DE WALLE, 2009, p.307).

A única coleção que não retomou o assunto do texto de abertura para a discussão de Funções Afim, ao longo do capítulo, foi a C9. Nessa obra, os autores utilizaram a produção de energia eólica para introduzir a ideia de dependência, mas o tema não volta a ser discutido e nem formalizado algebricamente, limitando-se a abordagem evidenciada na Figura 9.

Figura 9 – Abordagem introdutória sem formalização algébrica e sem retomada ao longo do capítulo, em C9.

Atualmente, a geração de energia proveniente das usinas eólicas tem crescido consideravelmente, graças à busca constante por alternativas que visem complementar ou até mesmo substituir as fontes não renováveis de energia, ou seja, aquelas obtidas por meio de recursos naturais esgotáveis. O “combustível” utilizado nas usinas eólicas é o vento, um recurso abundante, renovável e limpo.

A quantidade de energia gerada por uma usina eólica depende muito da região onde ela está localizada, pois a geografia do local influencia na incidência dos ventos. Em média, uma turbina eólica pode gerar cerca de 5,2 milhões de kWh (quilowatts-hora) por ano. Em condições ideais, essa turbina permite abastecer, aproximadamente, 2 626 casas pelo mesmo período.



■ Turbinas do Complexo Eólico no vilarejo de Atins, em Barreirinhas (MA), em 2019.

A grandiosidade das instalações de uma usina eólica é comprovada pelo tamanho das pás da hélice de uma turbina, que podem medir cerca de 80 metros de comprimento, fixadas a mais de 100 metros acima do solo.

Respostas nas **Orientações para o professor**

A) Em sua opinião, qual é a importância da implementação de usinas eólicas?

B) Suponha que todas as turbinas de uma usina eólica estejam gerando a mesma quantidade de energia. O que ocorre com a quantidade de energia elétrica gerada se a quantidade de turbinas em funcionamento variar?

C) Cite exemplos de duas grandezas que, quando variadas, aumentam ou diminuem na mesma proporção.

Fonte: Livro Funções (2020), C9, págs. 56-57.

Em C8 e C10 a opção dos autores e das autoras, para discutir Função Afim, foi pela retomada de situações problematizadas no capítulo ou seção anterior (Funções). Nos dois casos o assunto volta a ser discutido e é concluído com a representação algébrica da situação (FIGURA 10).

Figura 10 – Retomada de temas trabalhados no capítulo anterior, com as respectivas formalizações algébricas, em C10.

FUNÇÃO AFIM

» Neste capítulo

- Função afim ou polinomial do 1º grau
- Zero ou raiz da função afim
- Construção do gráfico de uma função afim
- Função identidade
- Função crescente e função decrescente
- Inequação
- Estudo do sinal

Este capítulo sistematiza o estudo das funções afins e enfatiza a relação entre a expressão algébrica da função e seu gráfico, assim como a utilização da função para a resolução de situações-problema. Os exemplos e os contextos apresentados em algumas atividades podem motivar o interesse dos jovens pela pesquisa mais aprofundada em algum tema relacionado a consumo, saúde, impostos e taxas de serviços ou profissão. Dessa maneira, os estudantes

Vamos relembrar as situações **A** e **B** apresentadas no início do capítulo 2 da unidade 1.

A situação **A** descrevia o custo, a receita e o lucro de um fabricante que vendia cada unidade de seu produto por R\$ 1,50 e tinha um custo fixo de R\$ 6 300,00 mais o custo variável de R\$ 0,80 por unidade do produto.

Nesse contexto, descrevemos como funções para a produção de x unidades:

- o custo de produção $C(x) = 6\,300 + 0,80x$;
- a receita na venda $R(x) = 1,50x$;
- o lucro da operação $L(x) = 1,50x - (6\,300 + 0,80x)$, que simplificando pode ser escrito como $L(x) = 0,70x - 6\,300$.

Observe que essas três funções podem ser escritas da seguinte forma:

$$f(x) = a \cdot x + b, \text{ sendo } a \text{ e } b \text{ números reais.}$$

Para a função custo C , temos $a = 0,80$ e $b = 6\,300$; para R , temos $a = 1,50$ e $b = 0$; e para L , temos $a = 0,70$ e $b = -6\,300$.

Na situação **B**, vimos que $N(c) = \frac{5c + 28}{4}$ é o número dos calçados no Brasil em função do comprimento c do pé, em centímetro.

Aqui também temos uma função do tipo $f(x) = a \cdot x + b$, sendo a e b números reais.

Nesse caso, a variável foi denominada como c e podemos escrever:

$$N(c) = \frac{5}{4}c + 7, \text{ sendo } a = \frac{5}{4} \text{ e } b = 7.$$

Neste capítulo, vamos estudar esse tipo de função devido à importância de seu uso para descrever fenômenos de diferentes áreas do conhecimento.

Fonte: Livro Números e Álgebra (2020), C10, pág. 80.

Na obra C6, a unidade 2 – Função Afim –, designada por Trajetória 2, é subdividida em capítulos, e o primeiro deles (O movimento e a mobilidade) é todo destinado à construção da ideia de função deslocamento por tempo. Outras situações caracterizadas como Funções Afim são apresentadas somente depois das ideias de interdependência, variação e taxa de variação estarem bem delineadas. Em C3 foi feita uma retomada do assunto de abertura por meio de questionamentos problematizadores. Entretanto as três perguntas que resgatam o tema são as mesmas feitas logo após o texto, conforme Figura 11.

Figura 11 – Questionamentos para reflexão sobre o texto desencadeador da aprendizagem e retomada do assunto em C3, nas páginas 11 e 35, respectivamente.



Fotografia de bonecas Matrioscas. No Brasil, são chamadas bonecas russas.

Ideia de semelhança

As bonecas representadas na imagem são matrioscas, também conhecidas como *babushkas*. O termo **matriosca** é uma referência a Matriona – nome feminino comum na Rússia por volta do século XIX. A tradução para Matriona seria Maria, e o nome se refere à maternidade. Já o termo *babushka*, como são conhecidas na Sérvia, significa “avozinha”. Essas bonecas vêm na maior parte das vezes em conjuntos de 6 ou 7 peças que se encaixam uma dentro da outra. Por essa construção, seu significado remete ao poder da mulher, do matriarcado e da expansão.

Observando a imagem, você consegue prever qual será o tamanho da próxima boneca? Se você respondeu que sim, é porque está utilizando, mesmo que de forma intuitiva, o conceito de semelhança. Sempre que vemos duas figuras com formas idênticas, mas com tamanhos diferentes, é o raciocínio proporcional que nos possibilita chamá-las de semelhantes. Além de atestar a semelhança, esse raciocínio, que utiliza a ideia de taxa de variação, propicia prever o que aconteceria se continuássemos aumentando a figura para além do tamanho da maior ou diminuindo para aquém do tamanho da menor.

Para retomar



1. Sabendo que a menor figura tem 1 cm de altura por 0,4 cm de largura e a maior figura tem 23 cm de altura, qual será sua largura? *9,2 cm*
2. Sabendo a altura da menor (1 cm) e da maior (23 cm), é possível descobrir a altura de todas as outras bonecas. Qual é a diferença em cm entre a altura de uma boneca e a altura da boneca seguinte? *2 cm*
3. Se você fosse criar novas bonecas maiores com base nessas, aumentando o tamanho da coleção, como utilizaria a resposta do item 2 para descobrir a altura das próximas bonecas? Você acha que é possível escrever uma fórmula que determine a altura da maior boneca dessa nova coleção sabendo o número total de bonecas? *Resposta na página 11.*

As coleções C1, C2 e C4 aprofundam o contexto matematizado, imediatamente depois do texto motivador. Porém, enquanto em C2 os temas são retomados em questões ou boxes marcados como “No contexto” (FIGURA 12), C1 e C4 não os retomam mais.

Figura 12 – Retomada do contexto por questionamentos adicionais em C2.

5

Função afim

BNCC

- EM13MAT101
- EM13MAT302
- EM13MAT404
- EM13MAT405
- EM13MAT501

Lâmpadas de LED: acenda essa ideia

Uma medida que evita o desperdício e contribui para a redução do valor da fatura de energia elétrica é optar, quando possível, por um tipo de lâmpada mais eficiente. Os tipos de lâmpadas utilizadas no Brasil são: a incandescente, que apesar de consumir muita energia foi a mais vendida no país por muito tempo; a fluorescente, que se popularizou no final da década de 1990, quando a busca pela economia de energia ganhou maior destaque; e a de LED (do inglês, diodo emissor de luz) que, apesar de ainda apresentar um maior custo em comparação com as demais, possui baixo consumo de energia e alta durabilidade em relação aos demais modelos.

A) Uma possível resposta: incandescente, pois, se comparada às fluorescentes e às de LED equivalentes, ela consome mais energia elétrica, além de ter menor durabilidade.



INCANDESCENTES



FLUORESCENTE COMPACTA



LED

Potência	60 W	15 W	10 W
Consumo	0,060 kWh	0,015 kWh	0,010 kWh
Vida útil (média)	1 000 horas	8 000 horas	50 000 horas

Oriente os alunos a escrever as respostas no caderno.

A Qual tipo de lâmpada é a menos eficiente? Justifique sua resposta.

B Considere que uma lâmpada ficará acesa 8 h por dia durante 30 dias. Qual será o consumo de energia elétrica se essa lâmpada for do tipo:

- incandescente de 60 W? 14,4 kWh
- fluorescente de 15 W? 3,6 kWh
- LED de 10 W? 2,4 kWh

Resposta pessoal. Espera-se que os alunos citem atitudes como escolher aparelhos mais eficientes, reduzir o tempo de uso do chuveiro elétrico, aproveitar a iluminação natural, reduzir o uso de ferro elétrico, não deixar aparelhos ligados e lâmpadas acesas se não houver ninguém usando, entre outras.

Ser consciente

➤ Em sua opinião, além do uso de lâmpadas mais econômicas, quais medidas podem ser tomadas em nossas casas para reduzir o consumo mensal de energia elétrica? Converse com o professor e os colegas.

Ao associar as grandezas tempo e consumo de energia elétrica de cada modelo de lâmpada na questão B, você usou, de maneira indireta, uma função afim, mais especificamente, uma função linear, que são assuntos que estudaremos nas páginas

** $f(t) = 0,06t$, em que $f(t)$ indica o consumo da lâmpada.*

*** $f(t) = 0,015t$, em que $f(t)$ indica o consumo da lâmpada.*

No contexto

Escreva a lei de formação de uma função que expresse o consumo de uma lâmpada em relação ao tempo t , em horas, que ela permanece acesa, caso ela seja:

- incandescente. *
- fluorescente. **
- LED. $L(t) = 0,01t$, em que $L(t)$ indica o consumo da lâmpada.

Fonte: Livro, Funções e progressões (2020), C2, págs. 40 e 41.

As demais, C5 e C7, fazem a construção da ideia de Função Afim a partir do texto inicial, pela retomada do tema na seção seguinte (FIGURA 13). Em ambas o assunto é finalizado com o modelo algébrico da situação problematizada.

Figura 13 – Apresentação de texto desencadeador e retomada do assunto para construir a ideia de Função Afim em C7.

UNIDADE

3

Função afim

Mobilidade urbana sustentável

Os meios de transporte que utilizamos impactam diretamente na mobilidade das diferentes vias de uma região. Nos centros urbanos, por exemplo, o número cada vez maior de veículos motorizados e o uso excessivo de transportes individuais intensificam alguns problemas relacionados à mobilidade, como maior tempo de deslocamento e aumento no número de acidentes.

Garantir que as pessoas consigam se deslocar e tenham acesso a serviços de maneira rápida, segura e sustentável é um dos desafios da sociedade contemporânea. Para atingir esse objetivo, são necessárias medidas que favoreçam a mobilidade urbana, como a qualidade do transporte público coletivo e estímulo ao uso de transportes menos poluentes.

COMPETÊNCIAS E HABILIDADES DA BNCC:
Competências gerais: 5 e 7
Matemática e suas Tecnologias
Competências específicas: 1, 3, 4 e 5
Habilidades: EM13MAT101, EM13MAT302, EM13MAT303, EM13MAT401, EM13MAT404, EM13MAT501, EM13MAT506, EM13MAT507 e EM13MAT510
Conteúdos da Natureza e suas Tecnologias
Competências específicas:
 Não integral das competências e habilidades citadas, encontra-se no final deste livro estudante.

Função afim: ideias iniciais e definição

Na abertura desta Unidade, foram apresentadas algumas informações sobre mobilidade urbana e meios de transporte alternativos, como o aluguel de patinetes elétricos para pequenos deslocamentos. Ainda nesse contexto, considere a seguinte situação.

Certa empresa oferecia locação de patinetes elétricos para transporte em uma região delimitada de um município. Para utilizar esse serviço, o cliente deveria pagar um valor composto por uma taxa fixa de R\$ 3,00 mais R\$ 0,50 para cada minuto de uso do patinete. A seguir, temos a relação entre o tempo de uso do patinete, em minuto, e o valor a ser pago pela locação, em reais.

Tempo (min)	Valor total (R\$)
1	$0,50 \cdot 1 + 3 = 3,50$
2	$0,50 \cdot 2 + 3 = 4,00$
3	$0,50 \cdot 3 + 3 = 4,50$
4	$0,50 \cdot 4 + 3 = 5,00$
5	$0,50 \cdot 5 + 3 = 5,50$



» Homem andando de patinete elétrico em ciclovia na cidade de São Paulo (SP). Fotografia de 2019.

Essa relação também pode ser expressa pela função f :

Para pensar

Na função apresentada:

- qual é a variável independente? E a variável dependente?
- qual é o valor de $f(15)$ e o que esse resultado indica?

Temos que $f(15) = 10,50$. Indica que, ao usar o patinete por 15 min, deve-se pagar o valor de R\$ 10,50.

Valor a pagar por minuto de uso (R\$/min) Taxa fixa (R\$).

A variável independente é x , que representa o tempo de uso do patinete em minutos. A variável dependente é $y = f(x)$, que corresponde ao valor total a pagar em reais.

$$f(x) = 0,50x + 3$$

Valor total a pagar (R\$) em função do tempo de uso (min). Tempo de uso (min).

Podemos, por exemplo, determinar o valor em reais a ser pago pelo uso de 10 min desse patinete calculando $f(10)$:

$$f(10) = 0,50 \cdot 10 + 3 = 5 + 3 = 8, \text{ ou seja, R\$ } 8,00.$$

A função definida pela lei de formação $f(x) = 0,50x + 3$, que representa essa situação, é um exemplo de **função afim**.

Além das questões relacionadas à forma como autoras e autores propuseram a contextualização de Funções Afim, é importante que as ideias sejam formalizadas matematicamente. Concordamos com Van de Walle (2009, p. 287) quando afirma que o pensamento algébrico também envolve “formalizar essas ideias com o uso de um sistema de símbolos significativos e explorar os conceitos de padrão e de função”. É nessa perspectiva que prosseguimos com nossa análise.

4.1.1 Formalização, terminologia e representações da Função Afim

A formalização do conceito de Função Afim é feita dentro de quadros destacados nos livros. Em todas as coleções as Funções Afim são definidas como “ $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, tal que $f(x) = ax + b$, com a e b reais”, com pequenas divergências em consequência da terminologia, rigor e associação entre representações assumidos. Ou seja, a definição proposta por Ponte, Branco e Matos (2009) está presente em todas as coleções. Destacamos na Figura 14 a abordagem em C1, que é precedida pela definição de função.

Figura 14 – Definição dos conceitos de função e Função Afim em C1.

Considerando dois conjuntos, A e B , não vazios, dizemos que f é uma **função** de A em B se, e somente se, para cada elemento x de A existe, em correspondência, um único elemento y de B . Indicamos essa função assim: $f: A \rightarrow B$ (lemos: “função f de A em B ”).

Uma função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ chama-se **função afim** quando existem números reais a e b tais que $f(x) = ax + b$ para todo $x \in \mathbb{R}$.

Fonte: Livro Funções e aplicações (2020), C1, pág. 15.

Nas coleções C5 e C9 a forma algébrica $y = ax + b$ foi acrescentada como outra possibilidade para representar a Função Afim. Essa forma privilegia a associação com a representação no plano cartesiano. A forma utilizada em C10 não apresenta a escrita “ $f(x)$ ”, conforme a Figura 15.

Figura 15 – Definição do conceito de Função Afim em C10.

Uma função f , de \mathbb{R} em \mathbb{R} , que a todo x associa o número $ax + b$, com a e b reais, sendo $a \neq 0$, é denominada **função afim** ou **função polinomial** do 1º grau.

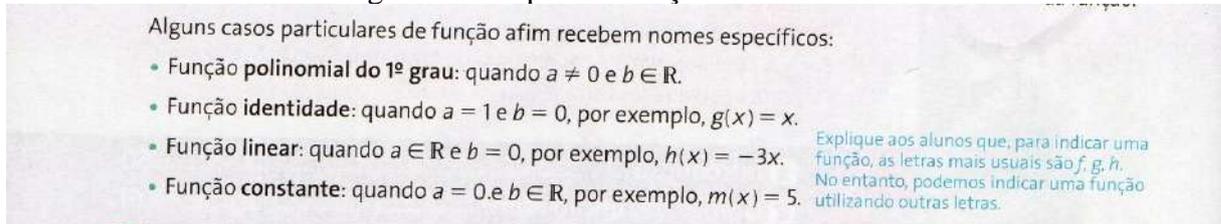
$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \mapsto y = ax + b, a \neq 0$$

Fonte: Livro Números e Álgebra (2020), C10, pág. 80.

Quanto à terminologia, as dez coleções foram unânimes ao designar as funções trabalhadas como Função Afim. Porém a forma de lidar com as classificações dos casos particulares não foi uniforme. As coleções C1, C4, C5 e C8 definiram e nomearam os casos particulares da Função Afim, a partir de especificidades em seus coeficientes. Com maior ou menor aprofundamento, essas obras caracterizaram tipos de Função Afim como na Figura 16.

Figura 16 – Tipos de Função Afim em C5.



Fonte: Livro Funções Afim, quadrática, exponencial e logarítmica (2020), C5, pág. 60.

As coleções C2, C7 e C9 assumiram apenas a nomenclatura Função Afim. Em C2 há a descrição dos casos particulares das funções linear, identidade e constante. Enquanto nas coleções C7 e C9 especificam-se funções constante e linear e apenas a função linear, respectivamente. As divergências um pouco mais acentuadas quanto à terminologia são da coleção C3, que descreve e formaliza os casos particulares de funções linear, identidade e polinomial do 1º grau, descreve a Função Afim e nela singulariza a função constante, nesta ordem, e das coleções C6 e C10 que escrevem “Função Afim ou Função Polinomial do 1º grau”. Neste último caso, ao apresentar as terminologias Função Afim e Função Polinomial do 1º grau como equivalentes, excetua-se a função constante, pois faz-se necessário definir $a \neq 0$. Contudo, a obra C6 ainda faz referência à exceção. Neste ponto, enfatizamos que o cuidado recomendado por Lima et al (1998) em relação à terminologia, para que o equivocado questionamento “O que é o grau da função?” não surja nas aulas de Matemática, ou mesmo em pesquisas fora do ambiente escolar, foi tomado por todas as autoras e por todos os autores ao denominarem o objeto matemático como Função Afim ou Função Polinomial do 1º grau.

Consideramos relevante a exploração de nomenclaturas adotadas por autoras e autores para outros conceitos que entremeiam a Função Afim. Em especial, a crítica desenvolvida por Lima et al. (1998) quanto à taxa de variação ser denotada por coeficiente angular. Ressaltamos que esta última terminologia é apropriada no universo das Funções Afim, desde que esteja associada à representação geométrica da função, no plano cartesiano. Desta forma, sistematizamos no quadro abaixo a expressão e algumas relações evidenciadas nas dez coleções.

Quadro 5 – Terminologia dos coeficientes da Função Afim nas obras do PNLD 2021.

Coleção	Coeficiente a			Coeficiente b	
	Nomeado como taxa de variação	Nomenclaturas alternativas	Observação	Nomenclatura	Observação
C1	Sim	_____	_____	Coeficiente linear	Associação da variação do coeficiente com a translação vertical do gráfico.
C2	Sim	_____	_____	Não especificado	Descrito como $f(0)=b$.
C3	Sim	Coeficiente da variável	_____	Termo independente	Associação da variação do coeficiente com a translação vertical do gráfico.
C4	Sim	_____	_____	Valor inicial da função	Descrito como $f(0)=b$.
C5	Sim	Coeficiente angular; declividade	O nome alternativo é associado à inclinação da reta que representa o gráfico da função. O nome principal é apresentado posteriormente.	Coeficiente linear	Valor da ordenada do ponto do gráfico sobre o eixo y.
C6	Sim	Coeficiente angular	Corresponde à tangente do ângulo entre a reta (gráfico) e o eixo x.	Coeficiente linear; intercepto y	Descrito como $f(0)=b$.
C7	Sim	Coeficiente de x	_____	Termo independente	Associação da variação do coeficiente com a translação vertical do gráfico.
C8	Sim	Coeficiente angular; declividade	Associado à inclinação da reta que representa o gráfico da função.	Coeficiente linear	Interseção do gráfico com o eixo y; Associação da variação do coeficiente com a translação vertical do gráfico.
C9	Sim	Coeficiente angular; declividade	Associado à inclinação da reta que representa o gráfico da função.	Coeficiente linear	Interseção do gráfico com o eixo y.
C10	Não	Coeficiente angular; declividade	Associado à inclinação da reta que representa o gráfico da função.	Coeficiente linear	Interseção do gráfico com o eixo y; Associação da variação do coeficiente com a translação vertical do gráfico.

Fonte: Das autoras (2022)

O uso das letras também foi analisado nas definições e textos informativos. É importante que a professora ou o professor e o recurso didático em uso não contribuam para a apropriação de uma ideia equivocada. Nesse sentido, o uso de diferentes letras nos livros didáticos pode auxiliar a construção conceitual, para além de convenções infundadas. Entre explicações, definições e exemplos, as dez coleções diversificam a forma de designar a Função Afim nas equações. Algumas o fazem de maneira tímida, limitando-se a algumas expressões com “ $g(x)$ ”, “ $f(t)$ ” ou outras similares (C2, C6 e C10). Em contrapartida, as obras C4, C5, C7 e C8 exploram mais abundantemente essa alternância.

Destacamos aqui a orientação para a professora e para o professor, exposta anteriormente na Figura 14 (texto na cor azul), como uma assistência positiva prestada pelo livro didático. É importante reforçar que uma função pode ser representada algebricamente de formas distintas, pois o uso contínuo de uma mesma expressão pode trazer limitação, ou mesmo confusão, para a interpretação e argumentação algébrica das estudantes e dos estudantes.

Quanto às representações de uma função, além de entendê-las como formas de expressar uma relação funcional, nos interessa investigar o quanto essas representações se articulam na exposição de situações-problema para a apropriação conceitual. Por outro lado, é preciso haver um equilíbrio para que o material não fique visualmente poluído ou resulte em imprecisão e ambiguidade.

De acordo com Ponte, Branco e Matos (2009), é possível privilegiar quatro representações diferentes no processo de ensino e aprendizagem de função. São elas: verbal (por enunciados em língua materna), algébrica (recorrendo a equações e símbolos literais), gráfica (esquemas, diagramas e gráficos em geral) e aritmética (associação de pares numéricos e tabelas).

Destacamos que os quatro formatos são bem apresentados nas dez coleções. Apesar disso, o quinto modo de representar uma função, de acordo com Van de Walle (2009), por meio de padrão físico ou pictórico tem uma presença discreta entre as obras. Trata-se de uma representação que possibilita a generalização pela visualização, manuseio e interpretação do comportamento sequencial. Dessa forma, “Se os alunos podem relacionar seu método de contagem ao valor do elemento, eles devem então poder escrever uma fórmula geral que lhes dará o valor para qualquer elemento” (VAN DE WALLE, 2009, p. 301), articulando diferentes representações na generalização de uma dada situação.

Apenas as coleções C3, C7 e C10 se ocupam desta representação. A coleção C3 deu maior visibilidade à representação figural, pois em dois dos quatro capítulos que compõem a unidade 2 do volume dedicado à Função Polinomial do 1º grau, são associadas a estas funções

o estudo de sequências numéricas e padrões geométricos. Nas outras duas coleções mencionadas acima, encontramos um exemplo dentro do capítulo 2 (Relações entre grandezas: funções), em C10, e uma questão na unidade 3 (Função Afim) em C7 (FIGURA 17).

Figura 17 – Conexão entre os conteúdos função e sequências, em uma questão da C7.

50. d) Resposta esperada: A sequência numérica (2, 4, 6, 8, 10, ..., $2n$, ...) é uma PA pois, a partir do 2º termo, a diferença entre cada termo e o anterior é igual a 2, que corresponde à razão da PA.

50. Observe a sequência figurar a seguir, em que cada figura é formada por quadrados e circunferências.

Resposta pessoal.

a) Nessa sequência, que regularidade você percebe na variação da quantidade de quadrados e de circunferências de uma figura para a seguinte? Explique com suas palavras.

b) Desenhe como você acha que é a figura 5 dessa sequência. Depois, compare com os desenhos feitos pelos colegas. Resposta pessoal.

c) Escreva uma sequência numérica para expressar a quantidade de:

- quadrados nas figuras dessa sequência figurar. Resposta esperada: (1, 4, 9, 16, 25, ..., n^2 , ...).
- circunferências nas figuras dessa sequência figurar. Resposta esperada: (2, 4, 6, 8, 10, ..., $2n$, ...).

d) Qual das sequências numéricas que você escreveu no item anterior é uma PA? Justifique sua resposta.

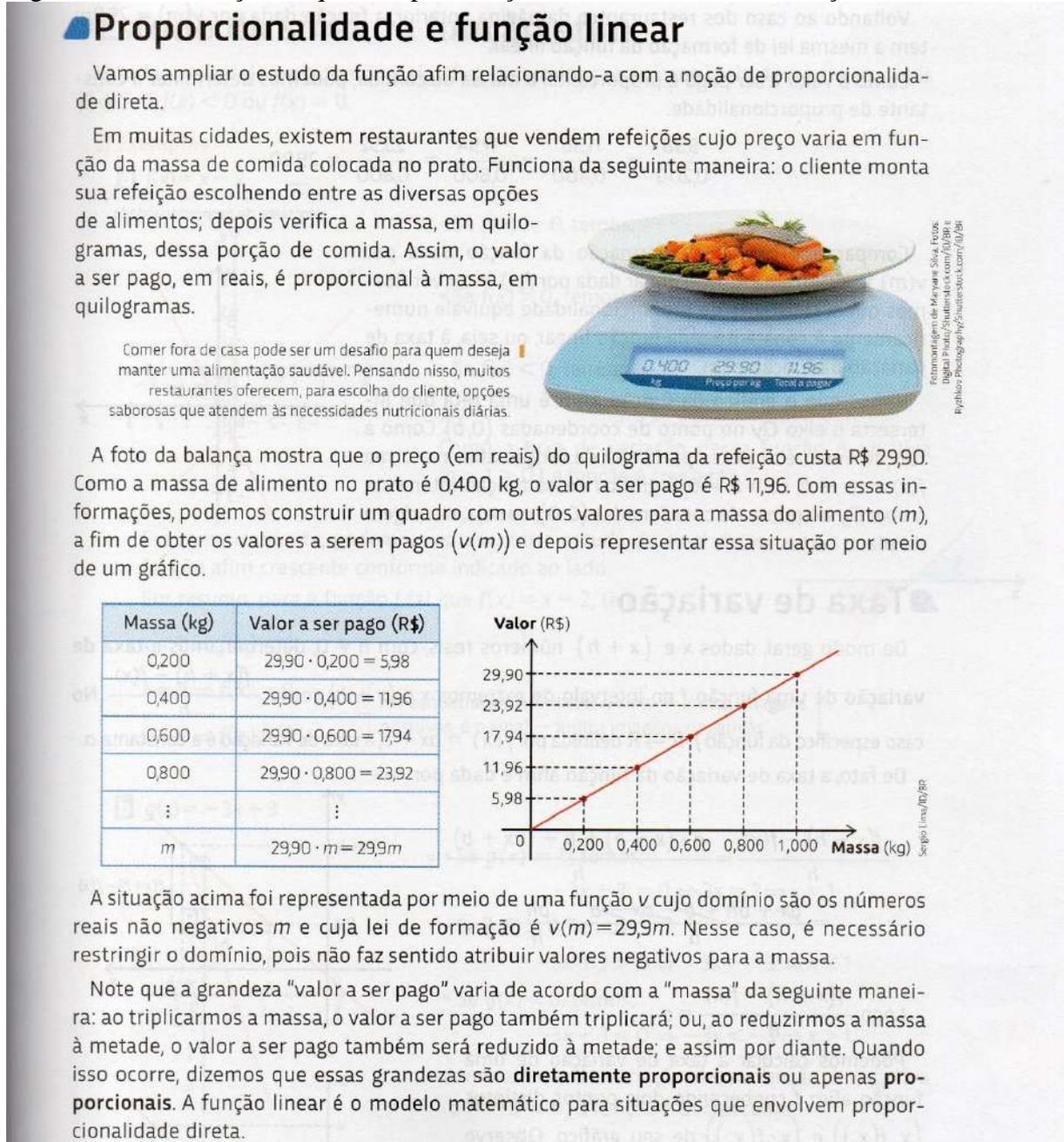
Fonte: Livro Conjuntos e Função Afim (2020), C7, pág. 133.

Mais do que identificar a presença dos variados jeitos de se expressar uma função, importa-nos a conexão entre eles e o quanto, em união, podem favorecer o aprendizado. Pois, de acordo com Van de Walle (2009), esse processo se torna mais significativo se entendermos que as representações são formas diferentes de observar e interpretar as funções e que “O valor de cada representação está no modo em que ela nos ajuda a ver e compreender a função de um modo diferente do que as outras fazem” (VAN DE WALLE, 2009, p. 303).

Nessa perspectiva, as coleções C1, C2, C5, C8 e C10, com as quatro representações da proposta de Ponte, Branco e Matos (2009), e C3, que inclui a quinta representação recomendada por Van de Walle (2009), expressam uma situação matemática utilizando até três dessas representações ao mesmo tempo. Já o autor de C7 conseguiu simbolizar uma mesma função de quatro formas diferentes, entre as cinco reproduzidas em seu livro. Situação semelhante se

constata nas coleções C4, C6 e C9, que articularam simultaneamente as quatro representações (verbal, gráfica, numérica e algébrica) distinguidas nas obras, na tradução de uma relação funcional, como o exemplo ilustrado na Figura 18.

Figura 18 – Articulação de quatro representações simultâneas de uma relação funcional em C9.



Fonte: Livro Funções (2020), C9, pág. 67.

Diante dos aspectos analisados, quando confrontados com as teorias que fundamentam a presente pesquisa e com nossas percepções, notamos algumas características marcantes que podem prejudicar a apropriação do conceito de Função Afim nas coleções C1, C3, C9 e C10. Em C1, a opção pela abordagem dos conceitos de Função e Função Afim em volumes distintos,

além de comprometer o atendimento a uma das exigências do PNL D 2021, a da não sequencialidade, traz a necessidade da recorrência aos dois volumes para revisar conceitos gerais sobre funções.

A disposição dos conteúdos em C3 pode ser arriscada por exibir classificações de Funções Afim antes da sua própria descrição. Ou seja, especifica-se casos de um conceito ainda não definido. Em C9, quando os autores decidem pela não retomada do assunto que abre o capítulo, o contexto utilizado se configura como um recurso decorativo, desvinculado dos assuntos matemáticos desenvolvidos no capítulo. A possibilidade de confusão em C10 ficam por conta da terminologia usada. Ao apresentar a taxa de variação como coeficiente angular ou declividade, pode-se criar a necessidade da representação gráfica para a compreensão do conceito.

Por outro lado, a construção desenvolvida gradualmente em C6 pode oferecer uma apropriação conceitual na perspectiva do desenvolvimento do pensamento algébrico. Além de um sólido trabalho proposto, nitidamente fundamentado na obra de Caraça (1951), para o aprendizado ou a retomada das ideias sobre funções, os autores elaboraram uma proposta interessante para o conceito de Função Afim. O livro Funções dessa coleção usa um tema abrangente para a contextualização (O movimento e a mobilidade urbana), promovendo a interdisciplinaridade e o desenvolvimento de valores éticos e sociais. Nessa mesma temática são formados ou aprofundados os conceitos de variação de grandezas, interdependência e taxa de variação.

A forma de construir os conceitos e formalizá-los nos livros didáticos é de grande importância para a prática docente. Conforme destacado por Costa e Allevato (2010) e por Vilarinho e Silva (2015), esses livros fundamentam o aprimoramento dos saberes docentes. Como este é o instrumento didático mais frequente nas escolas brasileiras, muitas vezes é a partir dele que docentes farão seu planejamento. A conceitualização envolve a intuição, as experiências, formulações e definições que poderão ser associadas e aplicadas por estudantes, e são facilitadas pela mediação docente. Mas é pela prática de exercícios, resolução de problemas diversos e outras formas de atividade de aprendizagem que o resultado será avaliado pela professora ou pelo professor. Diante da importância da aplicação do conceito de Função Afim, tanto pelo ponto de vista do ensino como da aprendizagem, passamos a discuti-lo na categoria a seguir.

4.2 Propostas de atividades

Assim como os aspectos analisados na categoria anterior, as questões sugeridas dos livros didáticos têm um papel relevante na Educação Matemática. Pois, para garantir a aprendizagem e o pleno desenvolvimento discente, os

conteúdos de matemática do livro didático devem estar corretos para que o aluno não estabeleça, de forma inadequada, significados errôneos para a sua própria vida. É altamente desejável que os conteúdos matemático sejam desenvolvidos a partir de situações-problema desafiadoras e que as atividades e os exercícios enfatizem o pensamento reflexivo e que sejam adequados a diferentes níveis de dificuldades dos alunos. É recomendável que os problemas, as atividades e os exercícios visem à compreensão e à consolidação de conceitos, revisem noções fundamentais, apliquem idéias aprendidas a novas situações e proporcionem o desenvolvimento independente por parte do aluno, de tópicos para pesquisa, projetos e experimentos, que enriqueçam suas experiências. (DANTE, 1996, p. 85).

As questões para a prática e aplicação dos conceitos, propostas nas dez coleções que analisamos, foram apenas aquelas de seções exclusivamente elaboradas para essa finalidade. Elas habitualmente são intituladas nas coleções como exercícios, problemas, atividades, tarefas, desafios ou aplicações. A forma de denominar as questões sugeridas à estudante ou ao estudante pode ser fruto das concepções de autoras e autores sobre a educação. Nesta pesquisa, decidimos pelo nome *questões*. Embora esta terminologia não influencie em nossa análise, achamos sensato referenciá-la, visto que alguns dos termos citados possuem diferentes significações em teorias distintas.

Passamos à investigação das questões sugeridas nos livros que desenvolvem os conceitos mobilizados para o aprendizado de Função Afim. Para isso, consideramos duas vertentes que acreditamos que tenham grande importância na Educação Matemática. Em primeiro lugar a influência que o livro didático e sua sistematização exercem sobre as práticas docentes, porque sua estrutura “é elaborada, em forma de blocos, com objetivos e estratégia de ensino e instrumento de avaliação, contribui para que ele se torne um facilitador para o ensino e a aprendizagem, assumindo o único recurso didático que se possa utilizá-lo” (MACÊDO; BRANDÃO; NUNES, 2019, n.p.). E em segundo lugar o suporte que as questões indicadas podem oferecer para a construção do saber, para capacitar as estudantes e os estudantes para lerem e escreverem a realidade matematicamente e, acima de tudo, para incentivar a autonomia dessas jovens e desses jovens em seu processo educacional. Isto é, cumpre-se o “compromisso com o desenvolvimento do *letramento matemático*” (BRASIL, 2018, p. 266).

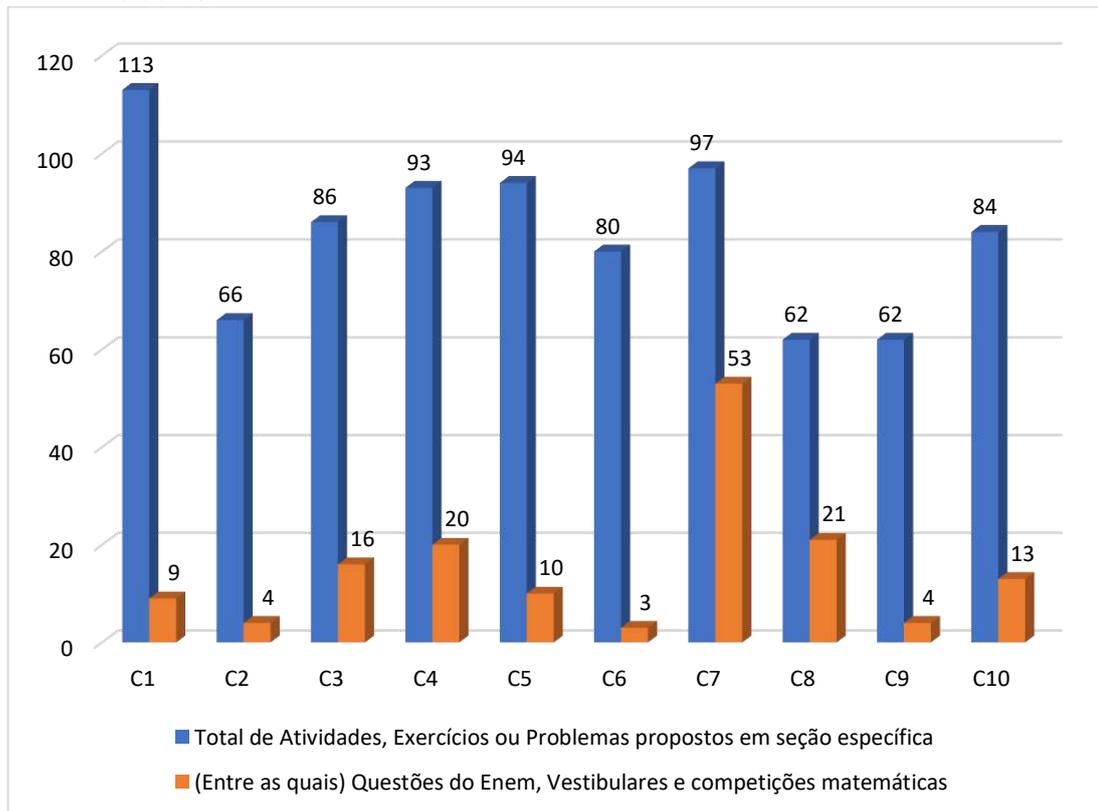
Para que pudéssemos investigar as propostas de atividades, bem como outros aspectos pertinentes à categoria em pauta, fizemos uma adequação em relação à coleção C1. Somente nessa obra, as autoras e os autores optaram pelo trabalho com funções em um volume separado e com maior aprofundamento. Nas outras coleções, as autoras e os autores elaboraram uma revisão mais resumida (em unidades, capítulos, seções ou apêndice) do conceito de funções e prosseguiram com a abordagem sobre Função Afim. Por esse motivo, acreditamos que elas e eles tenham partido do pressuposto de que esses conceitos já foram apropriados por estudantes, ainda nos Anos Finais do Ensino Fundamental. Desta forma, seguimos com a investigação da obra C1 pelos dois volumes denominados Grandezas, álgebra e algoritmos e Funções e aplicações, os quais tratam de função e Função Afim, respectivamente, para que a análise das obras ocorra sem propensões. Pois os outros nove títulos propõem questões e aplicações de funções de maneira geral.

Em todas as coleções as questões propostas aparecem de forma intercalada com os conteúdos. As unidades ou capítulos que abordam funções e Funções Afim são subdivididas em tópicos ou seções, com o intuito de organizar os assuntos trabalhados. Ao final de cada uma destas divisões há um bloco de questões. Além disso, também é uniforme entre as obras a estratégia de situar um compilado maior de questões no final da unidade ou capítulo.

Os livros didáticos analisados foram elaborados e produzidos para um público muito bem definido: jovens prestes a concluir a Educação Básica. Nessa fase é que os projetos de vida se fortalecem e os caminhos para a vivência profissional começam a ser trilhados. As propostas e ferramentas didáticas podem dialogar com esses anseios e oferecer diferentes direções. Entre os possíveis destinos subsequentes ao Ensino Médio, a continuidade dos estudos cada vez mais é considerada pelos adolescentes. Sendo assim, proporcionar-lhes a familiarização com questões tipicamente utilizadas nos exames de acesso às universidades pode contribuir com o planejamento para alcançar as metas individuais. Contudo, é importante que haja moderação em relação às propostas dessas questões, na elaboração do material didático. Ou seja, é conveniente que as autoras, os autores e editoras zelem para não tender aos extremos, omissão ou excesso; nesse último caso, há um grande risco de inferiorizar outras possibilidades, para além da academia.

Entre as questões propostas em seções voltadas especificamente para a prática e aplicação dos conteúdos estudados, o número de questões do Enem, Vestibulares e competições matemáticas foram heterogêneos entre as obras. Conforme os dados na Gráfico 1, encontramos os extremos nas coleções C6, que propôs 3,75% de questões dessa natureza, e C7, que dedicou aproximadamente 54,64% de suas sugestões a essa categoria.

Gráfico 1 – Distribuição das questões dos capítulos que abordam funções e Funções Afim entre as obras.



Fonte: Das autoras (2022)

Na concepção de Educação Algébrica que defendemos, há a possibilidade de privilegiar o desenvolvimento do pensamento funcional pela proposição de questões em que a estudante ou o estudante poderá encontrar padrões e regularidades em situações, contextos e modelos a ela ou ele oferecidos. Sendo assim, a apresentação de questionamentos na abertura de unidades, capítulos ou seções pode potencializar a mobilização de saberes prévios, provenientes de vivências externas à instituição escolar, bem como conhecimentos teóricos, ambos necessários para a estruturação das relações funcionais no pensamento. As coleções C2, C3, C4, C5, C7, C8 e C9 apresentam seus livros com essa percepção, ao registrarem algumas perguntas que estimulam a reflexão discente sobre a realidade e o papel da Matemática, nas páginas que introduzem o assunto (FIGURA 19).

Figura 19 – Valorização de questionamentos na introdução dos conteúdos, em C7.

Após ler as informações, converse com os colegas e o professor sobre os itens abaixo.

- Quais tipos de transporte você costuma utilizar para se locomover no município onde você mora?
- Quais são as opções de transporte público disponíveis no seu município? Você considera esses transportes eficientes? Justifique.
- O esquema apresenta uma modalidade de cobrança para o aluguel de um patinete elétrico. Como é realizada essa cobrança?

Fonte: Livro Conjuntos e função afim (2020), C7, pág. 95.

Por outro lado, as obras C1, C6 e C10 contextualizaram e matematizaram as situações que selecionaram para representar relações funcionais na abordagem inicial do capítulo. Porém não utilizam interrogações para provocar e incentivar o raciocínio das estudantes e dos estudantes (FIGURA 20). Segundo Molina (1987) essas questões auxiliam a compreensão de ideias do texto e, em especial, essas, às quais nos referimos, são “questões de aprendizagem significativa ou questões de inferência, nas quais o leitor deve estabelecer uma relação entre elementos que estão implícita e não explicitamente apresentados no texto” (MOLINA, 1987, p.107).

Figura 20 – Apresentação dos assuntos em C1, sem questionamentos pertinentes ou provocativos.

1 Função afim

A pandemia causada pelo novo Coronavírus no início do ano de 2020 mudou hábitos de locomoção e consumo. Visando a diminuição de contágio, a Organização Mundial de Saúde (OMS) recomendou que as pessoas permanecessem em casa. Com o tráfego de pessoas reduzido, locais como lojas, escritórios e restaurantes fecharam as suas portas.

Protocolos como higienização das mãos e a aferição da temperatura corporal passaram a ser tomados no acesso aos estabelecimentos essenciais que permaneceram abertos, como supermercado e alguns locais de trabalho.

Observe a foto da aferição da temperatura de um trabalhador na Índia. O aparelho de infravermelho está indicando 98 °F. Essa unidade de medida de temperatura, Fahrenheit, é adotada em alguns países. No Brasil, a temperatura é medida em grau Celsius. Para converter a temperatura em grau Fahrenheit para grau Celsius, podemos usar a seguinte função:

$$f(x) = \frac{5}{9}x - \frac{160}{9}$$

Sendo $f(x)$ a medida em grau Celsius e x a medida em grau Fahrenheit.

Fonte: Livro Funções e aplicações (2020), C1, pág. 14.

Os exemplos, também designados por questões, exercícios, problemas, atividades ou tarefas resolvidas, também possuem um papel relevante no livro didático, voltado para o entendimento das estudantes e dos estudantes. São um referencial a mais, em que elas e eles possam realizar consultas para que compreendam processos e encadeamento de ideias envolvidos na resolução das questões propostas. Entretanto, ao realizar a escolha do material, convém à professora ou ao professor contemplar os indícios que esses modelos revelam quanto à opinião de autoras, autores e editoras sobre a Educação Algébrica. Em exemplos como o da Figura 21 distinguimos a reprodução de técnicas e o transformismo algébrico, conforme destacado por Fiorentini, Miorim e Miguel (1993).

Figura 21 – Questão resolvida na perspectiva do transformismo algébrico em C2.

e problemas resolvidos

R1 Qual é a lei de formação da função afim f , tal que $f(-1) = 2$ e $f(1) = 0$?

Resolução
Inicialmente, determinamos o coeficiente a . Para isso, fazemos:

$$a = \frac{f(1) - f(-1)}{1 - (-1)} \Rightarrow a = \frac{0 - 2}{2} = -1$$

Agora, calculamos o coeficiente b . Sabemos que a função f é do tipo $f(x) = ax + b$. Assim:

$$f(1) = 0 \Rightarrow (-1) \cdot (1) + b = 0 \Rightarrow b = 1$$

Portanto, a lei de formação da função f é $f(x) = -x + 1$.

Fonte: Livro Funções e progressões (2020), C2, pág. 43.

Destacamos, ainda, que excetuando as coleções C3 e C6, todas as outras apresentam exemplos com essas características, diferenciando apenas pela frequência. Por outro lado, exemplos que contribuem para o processo de significação dos conceitos são identificados nas dez obras, como o representado na Figura 22.

Figura 22 – Questão resolvida na perspectiva da significação de conceitos em C8.

> ATIVIDADES RESOLVIDAS

9. Vinícius trabalha como DJ e cobra um valor fixo de R\$ 250,00, além de um valor adicional de R\$ 110,00 por hora, para animar uma festa.



Resolução

a) O valor y recebido por Vinícius depende da quantidade x de horas que ele trabalhou animando a festa. Assim, a lei que relaciona essas duas variáveis pode ser escrita como:
 $y = 250 + 110x$ ou $y = 110x + 250$

b) Sim, essa lei de formação é de uma função afim, pois é do tipo $y = ax + b$, com a e b reais. Neste caso, $a = 110$ e $b = 250$.

c) Se o tempo de animação da festa for de 2 horas, então substituímos x por 2 na lei da função e determinamos o valor de y correspondente:
 $y = 250 + 110 \cdot 2 \Rightarrow y = 250 + 220 \Rightarrow y = 470$
Portanto, Vinícius receberá R\$ 470,00 por 2 horas de trabalho na festa.

d) Sabendo que ele recebeu R\$ 635,00, substituímos y por 635 na lei da função e determinamos o valor de x :
 $635 = 250 + 110x \Rightarrow 110x = 385 \Rightarrow x = 3,5$
Portanto, ele prestou serviço nessa festa por 3,5 h ou 3h30min.

PENSE E RESPONDA Ver as Orientações para o professor.
Observe a afirmação a seguir.
“O valor que Vinícius recebe é diretamente proporcional ao número de horas que trabalhou”.
Reúna-se a um colega, e discutam-na. Ela é verdadeira? Justifiquem.

86

Fonte: Livro Conjuntos e funções (2020), C8, pág. 86.

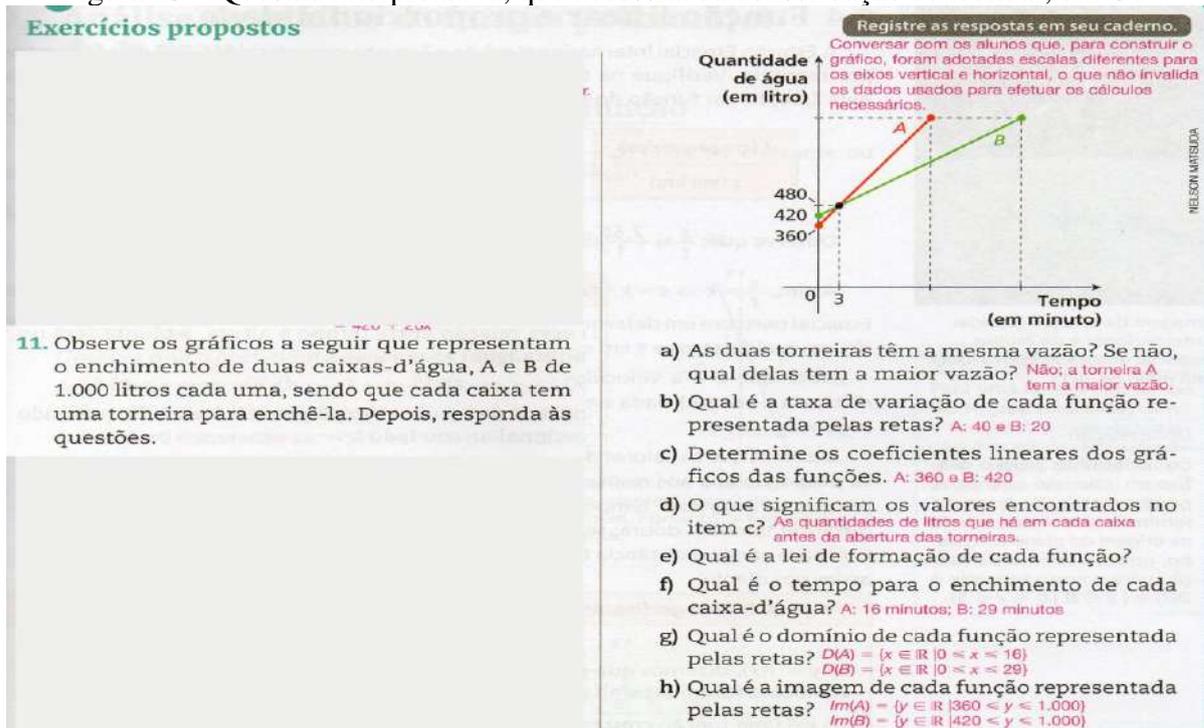
Nos momentos de aprendizagem em que a estudante ou o estudante for desenvolver seus estudos fora do ambiente escolar, esses exemplos poderão influenciar a forma de resolver as questões, propostas pelo livro ou oferecidas de outra maneira.

Voltando às questões propostas às estudantes e aos estudantes, essa mesma perspectiva pode ser considerada. Trazendo para esta análise os apontamentos de Ponte (1990), é preciso refletir sobre qual Álgebra se deseja ensinar. Ela pode ser pautada na memorização e, nesse caso, há maior ênfase na estética, na classificação e na fixação de termos técnicos, ou na atribuição de sentido aos conceitos. Sabemos que os dois aspectos são elementos da Álgebra escolar, mas é pela moderação que ambos serão desenvolvidos de maneira adequada.

Para esta investigação classificamos as questões em três tipos: 1 - questões para efetuar cálculos e gravar termos e procedimentos, valorizando estratégias únicas; 2 - questões para interpretar e raciocinar, considerando a diversidade de estratégias; 3 – questões que podem demandar as ações descritas nos tipos 1 ou 2, e, ainda assim, requerem ações de classificar, identificar, reconhecer e associar conceitos fundamentais e secundários por suas definições. A estas questões, subentende-se a compreensão satisfatória dos conceitos, tendo um efeito informativo relevante para o trabalho docente de avaliar.

Pela exploração das seções dedicadas à aplicação dos conceitos de funções e Funções Afim das dez coleções, percebemos as três classes de questões sendo privilegiadas. Em um primeiro agrupamento listamos C1, C5, C8 e C9, sendo essas as obras que apontam uma nítida propensão às questões do tipo 1. As coleções C3 e C6 apresentam questões do tipo 2 com grande predominância. As demais, C2, C4, C7 e C10 evidenciam o equilíbrio em sua proposta, com aproximadamente o mesmo número de questões dos dois tipos. Constatamos o tipo 3 nas obras C1, C5, C7 e C10 com maior prevalência, enquanto C2, C3, C4, C6, C8 e C9 fizeram menos uso desse recurso. Esse terceiro tipo é evidenciado na questão apresentada na Figura 23, em que as ideias de taxa de variação, coeficiente linear, domínio, contradomínio e conjunto imagem são a essência dela.

Figura 23 – Questão interpretativa, que necessita da consolidação conceitual, em C1.



Fonte: Livro Funções e aplicações (2020), C1, pág. 23.

O texto da BNCC, em diversos momentos, recomenda o compromisso com a contextualização na Educação Matemática. Parece-nos que as autoras e os autores se empenharam bastante em cumprir com esse propósito, ao elaborarem as dez coleções. Ao descrever as cinco competências específicas e, em particular, as habilidades relacionadas ao ensino-aprendizagem de funções, essa preocupação torna-se mais evidente. Ideia que também foi prescrita e amplamente detalhada por Van de Walle (2009). Conduzindo a análise sob esse viés, examinamos todos os contextos que ilustram e/ou explicam relações funcionais nas questões propostas, as quais foram sistematizadas em quatro gêneros, que descrevemos da seguinte forma:

- Questões com contexto matemático – apresentam funções através de alguma das quatro representações explicadas por Ponte, Branco e Matos (2009), como um objeto matemático sem finalidade ou interpretação externa à resolução da questão. Dentre essas questões, encontramos um grupo que demanda a interpretação das informações e organização de etapas para a solução e outro grupo em que as questões são associadas à aplicação de técnicas e procedimentos com base em memorização e algoritmos;
- Questões com contextos fictícios ou cotidianos – expressam situações imaginárias ou cotidianas que auxiliam na percepção de relações funcionais. As estudantes e os estudantes são impulsionados a descobrir, representar ou explicar esses contextos usando a linguagem matemática;

- c) Questões com contextos interdisciplinares – propõem a compreensão da Matemática sob a perspectiva de outras ciências ou o contrário. Essas questões condizem com a visão de Educação Matemática integrada descrita na BNCC e nas diretrizes do Novo Ensino Médio;
- d) Questões com contextos de outras áreas da Matemática¹⁷ – utilizam situações próprias das outras unidades temáticas (Números, Geometria, Grandezas e Medidas, Probabilidade e Estatística). Destacam-se aqui a associação de funções com Números, pelo estudo de progressões aritméticas e suas propriedades, Geometria, pelo cálculo de perímetros, áreas e somas de ângulos internos, e, sobretudo, Grandezas e Medidas, um dos pilares na construção intuitiva do conceito.

Assim, organizamos todas as questões de acordo com os atributos que marcam o contexto utilizado para enunciá-las, conforme Gráfico 2.

Gráfico 2 – Frequência das questões propostas nas obras, de acordo com os contextos.

	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10
Questões com contexto matemático	Alta	Média	Baixa	Baixa	Alta	Baixa	Alta	Alta	Alta	Média
Questões com contextos fictícios ou cotidianos	Baixa	Média	Alta	Média	Baixa	Média	Baixa	Baixa	Média	Baixa
Questões com contextos interdisciplinares	Baixa	Baixa	Baixíssima	Baixa	Baixíssima	Baixa	Baixíssima	Baixíssima	Baixíssima	Baixíssima
Questões com contextos de outras áreas da Matemática	Baixíssima	Baixíssima	Baixa	Baixíssima	Baixa	Baixíssima	Baixa	Baixa	Baixíssima	Baixa
Frequência de ocorrência	Alta		Média		Baixa		Baixíssima			

Fonte: Das autoras (2022).

Mesmo com abordagens contextualizadas e construções intuitivas do conceito de Função Afim, um panorama tradicional da Educação Algébrica ainda se manifesta em todas as coleções. As tendências letrista e facilitadora, descritas por Lins e Gimenez (2001), são recorrentes nos livros aprovados. Quando não se localizam nas questões explicitamente

¹⁷ Diferenciamos os contextos descritos nos itens a) e d) de acordo com a relação com conceitos das unidades temáticas Grandezas e Medidas, Probabilidade e Estatística, Números e Geometria. As questões classificadas no item a) não evidenciam a interação entre uma das unidades temáticas descritas com a Álgebra em seu enunciado. Enquanto as questões classificadas no item d) revelam essa relação de forma clara e objetiva.

mecânicas, que exigem a simples repetição de procedimentos garantidos por regras memorizadas, situam-se na própria organização do material, pela sequência entranhada nos livros didáticos de Matemática ou nos exemplos apresentados. Eles passam da formalização dos conceitos à aplicação em exemplos e, finalmente, há a sugestão de questões.

Assim como na conceitualização, na realização das questões propostas é conveniente lidar com diferentes representações. Identificamos propostas que solicitam que estudantes construam os quatro tipos de representação da função, de acordo com Ponte, Branco e Matos (2009). Destacamos, ainda, que em todas as coleções existem questões que articulam duas ou mais representações para uma mesma função (construir diagramas, tabelas, gráficos no plano cartesiano, expressão algébrica e enunciados), mantendo uma certa uniformidade quanto à proporção dessas questões em relação ao total de cada obra. Essa característica é notada tanto como uma forma de exibir as funções, como requer que estudantes construam as diferentes formas de expressá-las.

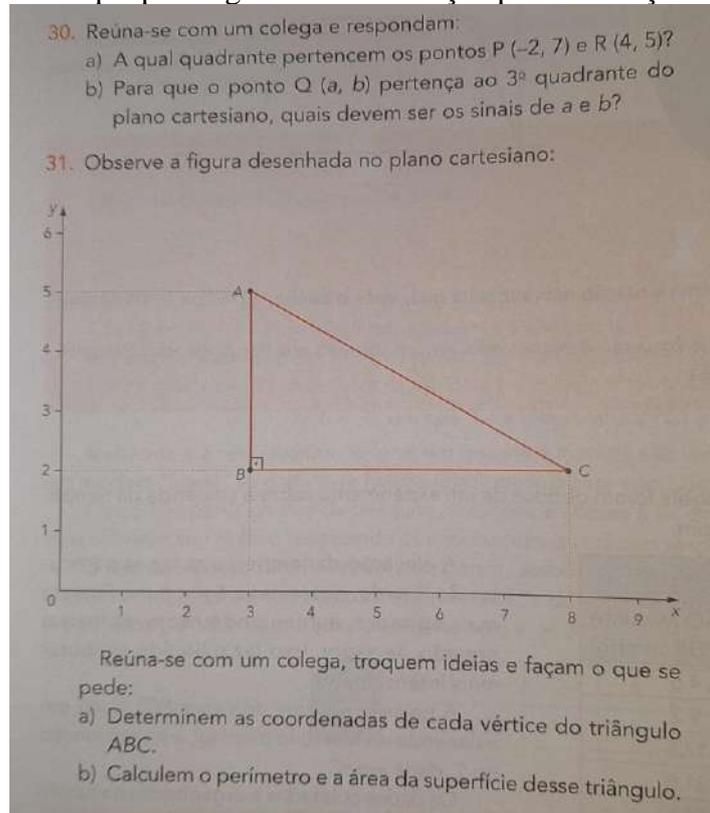
As questões que solicitam a elaboração de leis de formação de funções são propostas sobre todos os tipos de contextos mencionados anteriormente e em todos os livros investigados. Mas há uma certa discrepância em relação à frequência com que estas questões ocupam as páginas destes volumes. Enquanto as coleções C3 e C6 apresentam uma quantidade menor dessa variedade de questões, C2, C4, C5 e C7 possuem uma parcela bem mais avantajada delas. Uma frequência intermediária foi verificada em C1, C8, C9 e C10. Considerando os estudos de Blanton e Kaput (2005), é desejável oferecer às estudantes e aos estudantes situações a serem modeladas, representadas por equações ou gráficos. Mas novamente sugerimos sensatez e equilíbrio, principalmente com questões para construir leis de formação. Essa cautela é relevante para que não haja supervalorização dos formalismos da linguagem algébrica em detrimento do desenvolvimento do pensamento algébrico.

A prática docente pautada na dialogicidade pode favorecer a aprendizagem coletivamente, em particular na Educação Matemática. Ao negociar significados com docentes e entre seus pares, estudantes (re) constroem seus saberes matemáticos. Nacarato e Custódio (2018) ressaltam o papel da comunicação na mediação entre sujeitos e conhecimento e docente, enquanto sujeito que cria situações para a aprendizagem.

Nesta perspectiva, a proposição de questões do livro didático, elaboradas para que sejam realizadas em duplas ou grupos, apresenta características que podem favorecer a aprendizagem (FIGURA 24). Notamos que as coleções C3, C5 e C7 priorizam bastante essa abordagem. Ao mesmo tempo, as obras C1, C2, C4, C6, C8 e C10 oferecem um número bem mais reduzido dessas questões. Mas o destaque maior nesse quesito fica por conta de C9. O livro não apresenta

nenhuma questão com indicativo para a realização em duplas ou grupos, nos capítulos 2 – Funções e 3 – Função Afim.

Figura 24 – Questões que privilegiam a comunicação pela realização em duplas em C6.



Fonte: Livro Funções (2020), C6, pág. 57.

Acreditamos que a proposta para a criação de problemas e situações que apresentem relação marcada por Funções Afim, bem como propostas de autoavaliação, pode contribuir para a autonomia e criatividade das estudantes e dos estudantes. Com uma análise sobre esses itens, prosseguimos.

4.2.1 O incentivo à criação de problemas e a autoavaliação

No texto da BNCC, as ações de identificar, classificar, descrever e planejar são propostas com o intuito de promover uma formação integral às estudantes e aos estudantes, na qual as demandas da vida em sociedade podem ser resolvidas de forma ética, sustentável e consciente, valorizando a diversidade. A maioria absoluta das habilidades matemáticas a serem desenvolvidas por estudantes do Ensino Médio, especialmente aquelas referentes à Competência Específica 3, requer mais que a mobilização de conhecimentos para resolver

problemas. É desejável nesta etapa educacional que discentes se envolvam em um movimento de formulação de problemas, que envolvam a Matemática em sua concepção e resolução.

Nesse sentido, voltamos nossa investigação para as questões que indicam a criação de problemas que descrevam alguma relação envolvendo a interdependência entre grandezas. Este aspecto não é contemplado apenas nas coleções C1 e C6. As outras oito obras se engajaram nessa proposta, sendo que C4, C5 e C7 foram as que sugeriram um número maior de questões nessa perspectiva (FIGURA 25).

Figura 25 – Questão de elaboração de problemas com relações funcionais em C4.

0,37 em todas as funções.

30. Um tanque estava inicialmente com 10 litros de água. A torneira que abastece esse tanque foi aberta, enchendo-o de água com vazão de 5 litros por segundo.

a) Escreva no caderno a lei da função afim que representa a quantidade de água nesse tanque, em litros, após t segundos. $f(t) = 10 + 5t$

b) Qual é a taxa de variação da função afim obtida? 5

c) Qual é o valor inicial da função afim obtida? 10

d) Reformule a situação do enunciado, modificando os valores apresentados. Em seguida, elabore um problema de acordo com essa reformulação, troque-o com um colega e resolva o problema elaborado por ele. Resposta pessoal.

Fonte: Livro Função afim e função quadrática (2020), C4, pág. 29.

Uma peculiaridade em algumas coleções também despertou nosso interesse, convertendo-se em objeto de análise. Trata-se de um agrupamento de questões com o intuito de proporcionar uma autoavaliação. Essa seção foi identificada apenas nas coleções C1, C7 e C8, sendo localizada no final da unidade ou capítulo. Em C1 são apresentadas dez questões objetivas, condizente com uma abordagem mais mecânica dos conceitos. Em seguida, todo o conteúdo do capítulo é sistematizado em quadro, e recomenda-se a retomada das ideias conforme os resultados da autoavaliação. A proposta da coleção C7 já apresenta traços diferentes (FIGURA 26).

Figura 26 – Seção de autoavaliação em C7.

1 Leia com atenção cada frase a seguir e faça uma reflexão. Depois, responda se você **concorda, concorda parcialmente** ou **não concorda** com cada uma das afirmações. *Respostas pessoais.*

Ouvi com atenção as explicações do professor. ✓

Quando precisei, pedi ajuda ao professor. ✓

Auxiliei o professor quando ele me pediu. ✓

Participei das discussões propostas à turma. ✓

Fiz as atividades propostas na sala de aula. ✓

Fiz as atividades escolares propostas para casa. ✓

Respeitei meus colegas nas atividades em grupo. ✓

Auxiliei meus colegas quando eles tiveram dúvidas. ✓

Levei para a sala de aula os materiais necessários. ✓

2 Nas fichas abaixo estão indicados os principais conceitos que estudamos nesta Unidade. Reflita sobre cada um deles e verifique se você precisa retomar algum conceito para melhor compreendê-lo. *Resposta pessoal.*

Função afim

Taxa de variação média de uma função

Estudo do sinal de uma função afim

Função constante

Função afim e progressão aritmética

Função afim e juro simples

Função linear

Gráfico da função afim

Função afim e perímetro de polígonos regulares

Função identidade

Determinação de uma função afim

Função modular

3 Junte-se a dois colegas e escolham três conceitos entre os que foram listados na atividade anterior. Depois, conversem entre si sobre as aprendizagens e conhecimentos relacionados a esses conceitos e pensem em uma maneira de compartilhar essas informações com os colegas da turma. Vocês podem utilizar diferentes linguagens e ferramentas, como: a escrita de um texto em uma rede social ou *blogue*, a elaboração de um cartaz ou de uma apresentação visual (*slides*), a produção de um vídeo ou *podcast* (programa de áudio veiculado na internet) etc. *Resposta pessoal.*

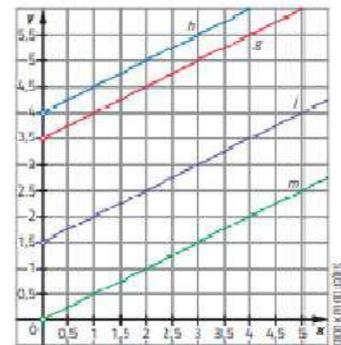
4 Na abertura desta Unidade, foram apresentadas algumas informações sobre mobilidade urbana sustentável. Observe ao lado mais informações sobre a cobrança de um serviço de aluguel de bicicletas.

- Escreva a lei de formação de uma função f que determine o preço a ser pago, neste serviço de aluguel, por x minutos de uso da bicicleta. $f(x) = 0,5x + 2,50$
- Calcule $f(5)$ e $f(10)$. Depois, explique o que esses resultados indicam no contexto apresentado.
- Classifique f como uma função afim, linear, identidade, constante ou modular. *função afim*
- A função f é crescente ou decrescente? O que isso indica no contexto apresentado?
- Determine a taxa de variação média da função f , para x variando de 2 min até 20 min. $0,5$
- Esboce o gráfico da função f . *Resposta nas Orientações para o professor.*
- Os gráficos a seguir foram obtidos ao se deslocar verticalmente o gráfico da função f . Determine a lei de formação da função correspondente a cada gráfico apresentado.

b) $f(5) = 5$ e $f(10) = 7,50$. Esses resultados indicam que o aluguel de bicicleta por 5 min e por 10 min custam, respectivamente, R\$ 5,00 e R\$ 7,50.

d) Função crescente. Indica que, ao aumentarmos o tempo de locação da bicicleta, o valor a pagar por esse serviço também aumenta.

g) $g(x) = 0,5x + 2,5$; $h(x) = 0,5x + 4$; $f(x) = 0,5x + 1,5$; $m(x) = 0,5x$



h) Pesquise na internet o preço cobrado em algum serviço de mobilidade urbana sustentável, como a locação de bicicleta ou de patinete elétrico. Em seguida, descreva a lei de formação de uma função que possa expressar o valor a pagar por esse serviço de acordo com o tempo de uso ou da distância percorrida. *Resposta pessoal.*

i) Junte-se a dois colegas e, em grupo, investiguem e analisem dados sobre os principais meios de transporte utilizados na região onde vivem. Depois, com base nessa pesquisa, elaborem um texto que contemple as seguintes questões: A população, em geral, utiliza veículos automotores a combustão ou meios de transporte alternativos e menos poluentes? O transporte público oferecido no município onde vivem atende às necessidades e demandas da população por um preço acessível?

Parece-nos que há a valorização da reflexividade acerca das ações discentes sobre seu processo de aprendizagem e do grau de compreensão dos conceitos, conjuntamente. A obra C8 faz uma síntese em poucos parágrafos de todo o conteúdo estudado, na seção denominada “Para refletir”. Em seguida, são listados alguns questionamentos que associam os conhecimentos teóricos e do dia a dia, e estimulam a reflexão quanto ao aproveitamento do conhecimento formal para simplificar problemas reais. Estas seções podem ser muito vantajosas, pois ao levar discentes a analisarem seu comportamento, seus erros e acertos diante do que foi estudado, ele amplia sua responsabilidade em seu processo de aprendizagem, tornando-se de fato protagonista de seu processo formativo.

No que diz respeito à proposição de questões abordando conceitos de função e Função Afim nos livros analisados, a segunda categoria, as quantidades são divergentes. Enquanto C1 conta com 113 questões para estudantes praticarem e aprofundarem seus conhecimentos sobre funções, C8 e C9 contam com 62 questões, cada. Embora essa discrepância não passe despercebida, um grande volume de questões não se traduz em garantia de bons resultados. Essa afirmação é legitimada quando observamos a repetitividade de propostas em C1. O excesso de itens em uma mesma questão evidencia o transformismo algébrico e a memorização, duas ações que não caracterizam o desenvolvimento do pensamento algébrico funcional. Outro aspecto inconveniente é notado em C9, pois a coleção não traz nenhuma proposta de trabalho em duplas ou grupos. Concordamos com a necessidade de atividades que privilegiem a interação entre sujeitos para a negociação de significados, conforme bem descrito por Nacarato e Custódio (2018).

O conjunto de questões propostas em C4 nos pareceu mais adequado por evidenciar o equilíbrio entre as diferentes contextualizações, técnicas e metodologias apresentadas. Os autores privilegiaram questões que requerem interpretação e reflexividade, sem dispensar o uso de técnicas e propriedades. Dessa forma, percebemos uma proposta voltada à significação de conceitos. Acrescentamos ainda o reconhecimento da importância de trabalhos colaborativos, recomendados em dezesseis questões diferentes.

A conceitualização e as questões propostas no livro didático exercem um papel importante de auxiliar e orientar a aprendizagem. Espera-se que profissionais com experiência e formação na área elaborem um material adequado a essa finalidade, seguindo os documentos que regulamentam a educação no país e as pesquisas em Educação Matemática. Por outro lado, é preciso examinar com cuidado o suporte oferecido à professora e ao professor pelas publicações aprovadas e destinadas ao uso do profissional. Sem perda da autonomia, docentes têm a opção de organizar o ensino pela exploração crítica desse recurso didático.

Embora tenhamos proposto duas categorias de análise, a natureza do material fez com que nos interessássemos na análise de mais um aspecto. Os “Manuais do professor” – designados dessa forma nas capas de todos os livros das dez coleções – trouxeram informações relevantes e pertinentes aos objetivos propostos. Esse é o foco da próxima seção.

4.3 Aspectos gerais dos Manuais do professor

Para que possamos compreender melhor o suporte oferecido às docentes e aos docentes pelos livros de Matemática aprovados no PNLD 2021, faremos um apanhado de sua organização, seções e propostas. Quando pensamos sobre o que será ensinado em relação aos conteúdos presentes nas coleções, o livro didático da estudante ou do estudante fornece um bom panorama. Mas quando a questão é refletir sobre como ensinar, o manual docente carrega (ou poderia carregar) consigo orientações metodológicas, sugestões adicionais e aprofundamentos, em relação ao material discente.

Os Manuais do professor são divididos em duas partes. A primeira corresponde ao livro destinado ao uso discente, podendo conter ou não informações de teor pedagógico. A segunda parte, exclusivamente elaborada para professoras e professores, refere-se a uma seção com orientações, sugestões e outras informações relevantes para a prática docente. Esta seção pode se localizar no início ou no final do livro didático e algumas das características destas seções, nas dez coleções analisadas, encontram-se descritas no Quadro 6.

Quadro 6 – Características gerais da seção de orientações docentes. (Continua)

Coleção	Nome da seção de orientações pedagógicas	Número de páginas da seção	Modelos/páginas para a reprodução de recursos
C1	Guia para o professor	120	Não há.
C2	Suplemento para o professor	121	Plano cartesiano e malhas quadriculadas.
C3	Manual do professor	110	Não há.
C4	Manual do professor	96	Não há.
C5	Assessoria pedagógica	112	Malha quadriculada.
C6	Manual do professor	104	Não há.

Fonte: Das autoras (2022)

Quadro 6 – Características gerais da seção de orientações docentes. (Conclusão)

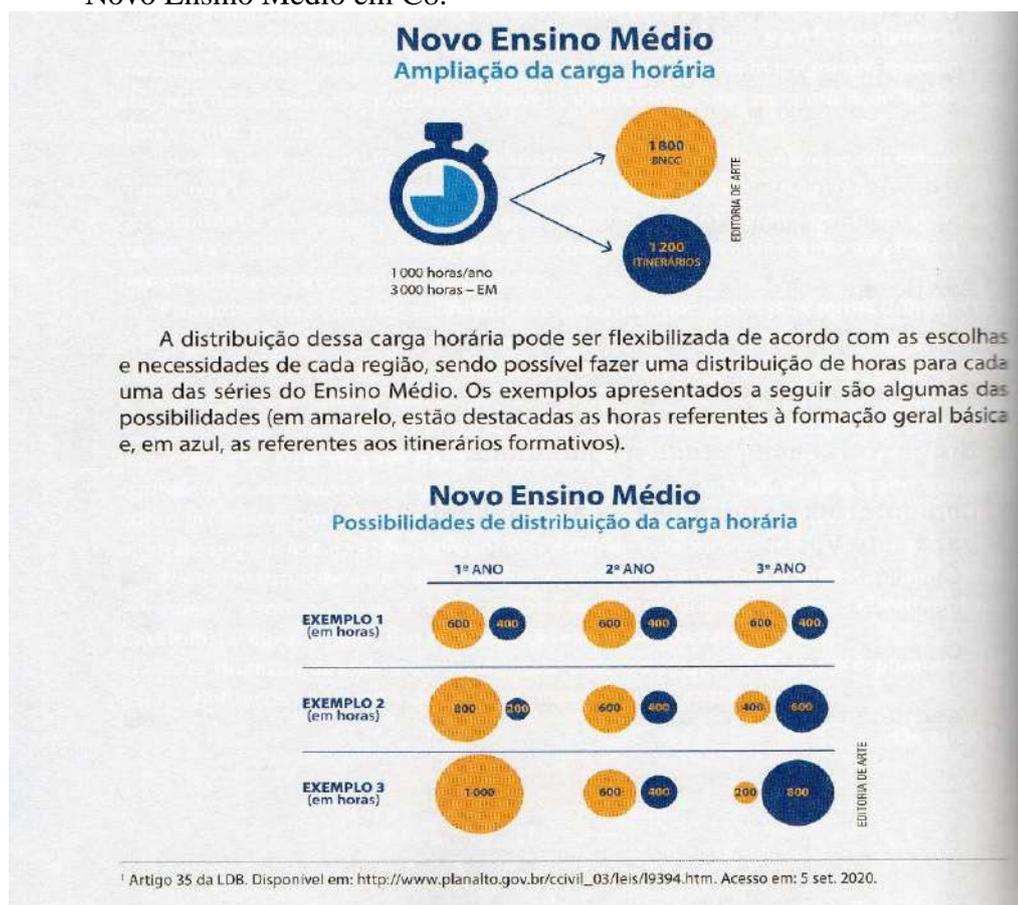
Coleção	Nome da seção de orientações pedagógicas	Número de páginas da seção	Modelos/páginas para a reprodução de recursos
C7	Orientações para o professor	128	Não há.
C8	Orientações para o professor	128	Não há.
C9	Orientações para o professor	128	Diagrama de conjuntos, malha quadriculada e plano cartesiano.
C10	Manual do professor	120	Não há.

Fonte: Das autoras (2022)

Alguns assuntos são comuns a todas as coleções, em suas orientações para as professoras e para os professores. As competências gerais propostas na BNCC compõem parte do embasamento das dez coleções. Mas um maior detalhamento nas recomendações para a Matemática e suas tecnologias é notado nos livros das coleções C1, C5, C7, C8 e C9. Essas cinco obras também listam as competências específicas da área e as respectivas habilidades relacionadas a elas. Apesar disso, os Manuais do professor que mais se aprofundam no texto do documento são C4, C8 e C10, que discutem a formação integral, e C3 que aborda o letramento matemático como um compromisso em Educação Matemática.

Há diferença nos enfoques que as autoras e os autores tiveram em suas abordagens em relação ao Novo Ensino Médio. Em C1, C2, C3, C5, C6 e C10 os discursos foram construídos sobre as culturas juvenis e a multiplicidade de projetos de vida. Segundo Freitas, Longen e Blanco (2020, p. XXII) através das questões apresentadas no livro são proporcionados “diferentes tipos de interação entre os colegas e entre os estudantes e o professor, enquanto vivenciam diferentes experiências, oferece a oportunidade a cada jovem de projetar, definir e redefinir o que deseja para sua vida”. A abordagem em C4 e C7, além das questões relativas ao protagonismo juvenil, trouxeram a legislação que regulamenta a reforma. As coleções C8 e C9 discutiram aspectos da reorganização do Ensino Médio, conforme visto na Figura 27, para além dos assuntos tratados nas outras oito coleções.

Figura 27 – Exposição de mudanças e possibilidades para a organização da carga horária do Novo Ensino Médio em C8.



Fonte: Livro Conjuntos e funções (2020), C8, pág. 164.

Os Temas Contemporâneos Transversais também são apresentados nas dez coleções. Entretanto, as coleções C6 e C9 optaram por uma explicação alinhada às obras, enquanto as demais fizeram uma apresentação geral dos quinze temas propostos no documento Temas Contemporâneos Transversais na BNCC: Proposta de Práticas de Implementação¹⁸, subdivididos em seis áreas, conforme representado na Figura 28.

Figura 28 – Quadro de Temas Contemporâneos Transversais em C2.

TEMAS CONTEMPORÂNEOS TRANSVERSAIS					
CIÊNCIA E TECNOLOGIA • Ciência e tecnologia	MEIO AMBIENTE • Educação ambiental • Educação para o consumo	ECONOMIA • Trabalho • Educação financeira • Educação fiscal	MULTICULTURALISMO • Diversidade cultural • Educação para valorização do multiculturalismo nas matrizes históricas e culturais brasileiras	CIDADANIA E CIVISMO • Vida familiar e social • Educação para o trânsito • Educação em direitos humanos • Direitos da criança e do adolescente • Processo de envelhecimento, respeito e valorização do idoso	SAÚDE • Saúde • Educação alimentar e nutricional

Fonte: Livro Diálogo – Matemática e suas tecnologias (2020), Funções e progressões, pág. XIX.

¹⁸ Documento elaborado e divulgado na internet pelo MEC. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/implementacao/guia_pratico_temas_contemporaneos.pdf. Acesso em: 02 de março de 2022.

Outro tema recorrente nas orientações é quanto ao desenvolvimento do Pensamento Computacional. A única coleção que não menciona o assunto é C6, embora o desenvolvimento do material possibilite trabalhar nesta perspectiva. Ressaltamos aqui, que esta lacuna acomete a assistência do material para docentes.

As estratégias e metodologias de ensino que as autoras e os autores propõem são bastante diversificadas e buscam um alinhamento com a BNCC. Para isto, a postura ativa das estudantes e dos estudantes sempre é descrita como necessária. Conforme explicitado no Quadro 7, a metodologia de ensino pela Resolução de problemas, minuciosamente detalhada por Van de Walle (2009), é unânime nas publicações.

Quadro 7 – As metodologias e estratégias de ensino sugeridas para o ensino de Matemática, nas coleções aprovadas no PNL D 2021 – Ensino Médio. (Continua)

Metodologias e estratégias de ensino sugeridas nos Manuais do professor	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10
Resolução de problemas	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■
Aprendizagem por projetos	■				■			■		■
Sala de aula invertida	■			■	■			■		
Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDICs)		■			■		■		■	
Etnomatemática		■		■					■	
História da Matemática		■								
Investigação matemática			■	■		■	■	■		■
Modelagem matemática					■	■	■		■	■
Educação matemática crítica							■			
Educação maker (Faça você mesmo)									■	
Aprendizagem baseada em equipes/times	■			■						
Design thinking (Pensamento de design)		■								

Fonte: Das autoras (2022)

Quadro 7 – As metodologias e estratégias de ensino sugeridas para o ensino de Matemática, nas coleções aprovadas no PNLD 2021 – Ensino Médio. (Conclusão)

Metodologias e estratégias de ensino sugeridas nos Manuais do professor	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10
Peer instruction (Abordagem por pares)	■	■								
Gallery walk (Caminhada na galeria)		■			■				■	
Sorting strips (Tiras de classificação)		■								
Think-pair-share (Pensar-compartilhar-conversar)		■							■	
Quick writing (Escrita rápida)		■								
Discussão de caso				■						
Rotação por estações/Estação laboral					■			■		
Seminários					■					
Fishbowl (Aquário – discussão em grandes grupos)					■					
One minute paper (Papel de um minuto)									■	
Brainstorming (Tempestade de ideias)									■	

Fonte: Das autoras (2022)

Os manuais também abordam as avaliações e instrumentos avaliativos. Para as autoras e os autores, a avaliação tradicional não se adequa ao Novo Ensino Médio e, por isso, eles propõem adequações pertinentes ao novo modelo de ensino. Os tipos de avaliação mais recomendados nas obras foram a formativa e a autoavaliação, cada uma delas presentes nos textos de cinco coleções. A avaliação formativa “Oferece subsídios que respaldam a interferência no processo de atuação do professor e de aprendizagem dos alunos, com vistas ao seu aprimoramento” (TEIXEIRA et al., 2020, p. XXVII). As coleções C1, C2, C5, C9 e C10 privilegiam essa forma de avaliar. Já a autoavaliação foi recomendada pelas autoras e pelos autores de C1, C2, C3, C5 e C7.

Também nos interessa a identificação dos subsídios que o Manual do Professor oferece em suas páginas. Parte desse aspecto, sistematizamos no Quadro 8, que se ocupa das orientações impressas apenas no livro didático de uso docente.

Quadro 8 – Orientações para docentes nas páginas correlatas o exemplar discente e no tópico de soluções das questões propostas.

Coleção	Orientações/sugestões nas páginas correspondentes ao livro discente	Solução das questões propostas
C1	Competências e habilidades da BNCC, favorecidas no trecho demarcado; Respostas das questões e das perguntas orientadoras; Muitos comentários (matemáticos e pedagógicos) adicionais.	Todas são solucionadas. Muitas trazem o termo " <i>Comentário</i> ", com sugestões e possíveis respostas ou desfechos.
C2	Respostas de questões e das perguntas orientadoras.	Todas são solucionadas, mas com poucas explicações.
C3	Respostas e indicações de consultas ao manual.	Todas comentadas detalhadamente. As questões são bastante abertas e interpretativas.
C4	Respostas de questões e das perguntas orientadoras, além de comentários auxiliares da prática pedagógica.	Todas as questões são solucionadas e comentadas com ponderação.
C5	Respostas de questões e das perguntas orientadoras, além de muitos comentários auxiliares da prática pedagógica.	Algumas questões são bem explicadas, enquanto outras apresentam apenas a solução.
C6	Não há.	Todas comentadas detalhadamente.
C7	Competências e habilidades da BNCC, favorecidas no trecho demarcado; Respostas das questões e das perguntas orientadoras.	Todas são solucionadas. Há comentários em parte delas.
C8	Respostas de questões, perguntas orientadoras e indicações de consultas ao manual.	Todas as questões são solucionadas e comentadas com ponderação.
C9	Respostas de questões, perguntas orientadoras e indicações de consultas ao manual.	Todas são solucionadas. Muitas com sugestões e possíveis respostas ou desfechos.
C10	Respostas de questões e das perguntas orientadoras, além de comentários auxiliares da prática pedagógica.	Todas as questões são solucionadas e comentadas com ponderação.

Fonte: Das autoras (2020)

As dez coleções apresentam um referencial de pesquisa complementar. São indicações que podem subsidiar a prática docente e estimular a formação continuada, com assuntos que

auxiliam as professoras e os professores em suas atividades. Embora todas as obras destinem um espaço de suas publicações a essa finalidade, são os extremos que se sobressaem em nossa análise. Nesse sentido, C6 indica dez fontes de pesquisa docente entre livros, sites e vídeos. A maioria das recomendações trata de metodologias e Educação Matemática. Em contrapartida, as referências registradas em C4 e C8 são bem mais numerosas. Em C4 contabilizamos cinquenta e nove sugestões classificadas em sites e jogos, podcasts e vídeos, softwares, revistas e boletins de Educação Matemática e livros. Nessa última classe há subdivisões pelos temas História da Matemática, Educação Matemática, Metodologia do ensino da Matemática, Educação e Documentos oficiais. Já nas cinquenta e duas sugestões listadas em C8, as categorias foram caracterizadas em Sugestões de leitura para o professor (Metodologias de ensino de Matemática, Formação de professores e Educação Matemática), Sites, vídeos e podcasts e Cursos e instituições. Este cenário, registrado em C4 e em C8, evidencia uma preocupação das autoras e dos autores em auxiliar as pesquisas e a continuidade do processo formativo docente.

Conforme esclarecido na caracterização da pesquisa, as coleções são compostas por seis livros de Matemática a serem utilizados ao longo do Ensino Médio. O planejamento docente será organizado para o trabalho com dois volumes por ano, seguindo os currículos de referência quanto à organização dos conteúdos. Teoricamente, poderíamos encontrar divergências entre diferentes redes de ensino neste aspecto. Entretanto, parece-nos que o arranjo dos assuntos tende a seguir a disposição curricular anterior ao PNLD 2021, conforme conhecíamos. Isto é, o trabalho com funções no Ensino Médio aparentemente permanecerá no 1º ano. Este fato fica mais evidente quando observamos os cronogramas sugeridos nos Manuais do professor das coleções C1, C5 e C9 (FIGURA 29).

Figura 29 – Sugestão de cronogramas em C9 para organização curricular dos assuntos matemáticos no Ensino Médio.

Sugestão de cronograma

Organização		Bimestre				Trimestre			Semestre		
Livro	Capítulo	1º	2º	3º	4º	1º	2º	3º	1º	2º	
Ano 1	Funções	1 Conjuntos									
		2 Funções	Páginas 10 a 77								
		3 Função afim					Páginas 10 a 123			Páginas 10 a 127	
		4 Função quadrática									
		5 Função exponencial		Páginas 78 a 127							
		6 Logaritmos e função logarítmica			Páginas 128 a 147			Páginas 106 a 147			Páginas 128 a 147
Trigonometria e seqüências	1 Relações métricas e trigonométricas						Páginas 10 a 39				
	2 Trigonometria na circunferência			Páginas 10 a 61							
	3 Funções trigonométricas				Páginas 62 a 139			Páginas 40 a 139		Páginas 10 a 139	
	4 Sequência e progressões										
Ano 2	Estatística, probabilidade e matemática financeira	1 Estatística	Páginas 10 a 89				Páginas 10 a 115				
		2 Análise combinatória									
		3 Probabilidade									Páginas 10 a 145
		4 Matemática financeira		Páginas 90 a 145				Páginas 116 a 145			
Geometria plana e espacial	1 Figuras planas						Páginas 10 a 43				
	2 Geometria espacial de posição			Páginas 10 a 73						Páginas 10 a 147	
	3 Poliedros				Páginas 72 a 147			Páginas 44 a 147			
	4 Corpos redondos										
Sistemas lineares e geometria analítica	1 Sistemas lineares						Páginas 10 a 81				
	2 Matrizes	Páginas 10 a 72									
	3 Determinantes									Páginas 10 a 147	
	4 Ponto e reta		Páginas 73 a 147					Páginas 82 a 147			
	5 Cônicas										
Ano 3	Grandezas, medidas e programação	1 Grandezas e o sistema internacional (SI)									
		2 Grandezas determinadas pela razão ou pelo produto de outras		Páginas 10 a 44				Páginas 10 a 55			
		3 Taxas e índices socioeconômicos			Páginas 45 a 105						Páginas 10 a 143
		4 Linguagem de programação				Páginas 106 a 143			Páginas 56 a 143		
		5 Aplicativos e simuladores									

Fonte: Livro Funções – Orientações para o professor (2020), C9, pág. 37.

As coleções C3, C4 e C6 optaram por não divulgar um possível cronograma. Por outro lado, as obras C2, C7, C8 e C10 se mostraram cautelosas em sugerir cronogramas elaborados exclusivamente para o volume, conforme exposto na Figura 30. Entretanto, convém ressaltar que essas últimas quatro coleções recomendaram cronogramas apoiadas em uma estrutura curricular para cinco aulas de Matemática por semana. Fato que não condiz com a realidade das escolas públicas que conhecemos.

Figura 30 – Sugestão de cronograma em C7 para organização curricular dos assuntos matemáticos apresentados no livro analisado.

Unidade	Tópico/Seção	Quantidade de aulas	Planejamento*
1. Conjuntos	Abertura: Banco de dados	1	semanas 1 e 2
	Noção de conjunto	2	
	Operações com conjuntos	3	
	Integrando: Transfusão sanguínea	2	
	Conjunto dos números naturais (\mathbb{N}) e conjunto dos números inteiros (\mathbb{Z})	2	semanas 3 e 4
	Conjunto dos números racionais (\mathbb{Q})	4	
	Conjunto dos números irracionais (\mathbb{I})	2	
	Conjunto dos números reais (\mathbb{R})	4	semanas 5 e 6
	Você conectado: Representando um retângulo áureo	1	
O que estudei	1		
2. Relações entre grandezas e noção de função	Abertura: O Sistema Internacional de Unidades (SI)	1	semanas 7 e 8
	Grandezas	4	
	Noção de função	3	
	Conceito de função	4	semanas 9 e 10
	Integrando: Velocidade de conexão	2	
	Gráfico de uma função	4	
	Estudo do sinal de uma função	2	semanas 11 e 12
	Você conectado: Representando pontos do gráfico de funções	2	
	O que estudei	1	
3. Função afim	Abertura: Mobilidade urbana sustentável	1	semanas 13 e 14
	Função afim: Ideias iniciais e definição	4	
	Taxa de variação média de uma função	3	
	Gráfico da função afim	4	semanas 15 e 16
	Determinação de uma função afim	3	
	Integrando: Movimento retilíneo uniforme	4	
	Estudo do sinal de uma função afim	2	semanas 15 e 16
	Algumas aplicações	4	
	Função modular	3	
	Você conectado: Construindo e analisando o gráfico da função afim; Construindo um modelo para representar relações entre grandezas	2	semanas 15 e 16
O que estudei	1		
+ ATIVIDADES		4	

* Nessa proposta, foram consideradas 5 aulas semanais na organização do semestre.

Algumas características tornaram as orientações docentes destacadas no conjunto das dez coleções analisadas. É o caso das obras C2, C5 e C9 em relação às metodologias e estratégias de ensino recomendadas. Algumas dessas sugestões ainda podem ser difíceis de serem colocadas em prática, devido à falta de infraestrutura (espaços físicos, recursos didáticos e outros equipamentos pedagógicos) da maioria das escolas públicas brasileiras.

O desafio para garantir infraestrutura adequada ao ensino-aprendizagem refere-se, segundo Censo Escolar/Inep 2019, a 139,2 mil escolas públicas em todo o Brasil. Entre elas, 3,1 mil sequer funcionam em um prédio escolar. São essas escolas públicas que garantem o direito à educação a 38,7 milhões de crianças, jovens e adultos, o que representa 81% das matrículas na Educação Básica. (SCHNEIDER; FRANTZ; ALVES, 2020, p.3)¹⁹

Todavia é interessante apresentar novas perspectivas de ensino para que professoras e professores busquem prosseguir avaliar quais recomendações são condizentes com sua prática, com suas turmas e com as condições de sua instituição.

De acordo com Lajolo (1996), professoras e professores são leitores privilegiados, pois o diálogo entre docentes e o livro do professor

se instaura de forma conveniente quando o livro do professor se transforma no espaço onde o autor põe as cartas na mesa, explicitando suas concepções de educação, as teorias que fundamentam a disciplina de que se ocupa seu livro. Ou seja, quando, no livro do professor, o autor franquear a seus leitores-professores os bastidores de seu livro, mostrando as cartas com que faz seu jogo: os pressupostos teóricos que assume e segue relativamente tanto à matéria de que trata o livro quanto a questões de educação e aprendizagem (LAJOLO, 1996, p. 5).

Então, o suporte mais assertivo, nesse sentido, foi elaborado pelos autores da obra C4. As orientações apresentadas são precisas e objetivas. Há textos com boas explicações quanto às orientações para o Novo Ensino Médio, bem como informações e sugestões de pesquisas adicionais que subsidiem a prática pedagógica, no ensino de Matemática.

A descrição de cada um dos manuais docentes é importante para que possamos nos aproximar das intenções e teorias assumidas pelas autoras e pelos autores. Desse modo, todas as autoras e todos os autores trouxeram esclarecimentos quanto às potencialidades do material que elaboraram, embora as perspectivas educacionais sejam diferentes.

¹⁹ SCHNEIDER, G.; FRANTZ, M. G.; ALVES, T. Infraestrutura das escolas públicas no Brasil: Desigualdades e desafios para o financiamento da Educação Básica. **Revista Educação Básica em Foco**, v.1, n. 3, 2020. Disponível em: [https://educacaobasicaemfoco.net.br/02/Artigos/Infraestrutura das escolas publicas no brasil SCHNEIDER-Gabriela FRANTZ-Maira-Gallotti ALVES-Thiago.pdf](https://educacaobasicaemfoco.net.br/02/Artigos/Infraestrutura%20das%20escolas%20publicas%20no%20brasil%20SCHNEIDER-Gabriela%20FRANTZ-Maira-Gallotti%20ALVES-Thiago.pdf). Acesso em: 28 fev. 2022.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Entre os aspectos inerentes ao processo de ensino e de aprendizagem de Função Afim, as concepções educacionais e a interpretação dos conceitos são elementos que consideramos preponderantes e que abordamos nesta pesquisa. Mas para que pudéssemos alcançar o propósito de analisar as limitações e as potencialidades que os livros didáticos de Matemática e suas tecnologias, aprovados no PNLD2021, apresentam em suas abordagens conceitual e metodológica para o ensino e a aprendizagem de Função Afim, outros fatores foram igualmente importantes. Nesse sentido, a investigação dos aspectos históricos dos conceitos e do PNLD foram relevantes para que pudéssemos compreender a existência de usos do livro didático de Matemática que limitam o seu potencial didático: adoção com função curricular ou abandono do material por motivos como escolha inadequada, quantidade insuficiente ou mesmo pela complexidade da prática pedagógica. A conscientização de que textos e recursos complementares são necessários para uma utilização do livro que potencialize a aprendizagem, parece ser uma ação adequada, desde o processo de escolha até o seu manuseio em sala de aula.

Dada a contemporaneidade da implementação do Novo Ensino Médio, presumimos que as coleções aprovadas para a área do conhecimento Matemática e suas tecnologias seriam inéditas, uma vez que a reformulação implica em novas exigências. Por esse motivo, optamos pelo trabalho com as dez coleções aprovadas no PNLD vigente. A análise documental se ajustou plenamente tanto aos objetivos quanto às fontes de dados. Nesse último caso, o aspecto duradouro, a disponibilidade e a temporalidade refletida nas publicações possibilitam um exame crítico, compatível com a metodologia utilizada.

Ao analisar a conceitualização como um movimento dentro dos livros didáticos, acreditamos na relevância desse processo para que as ideias façam sentido para as estudantes e os estudantes. A organização dos conteúdos nas coleções pode facilitar essa aprendizagem ou, ao contrário, tornar o processo mais complexo e desestimulante. Sobre esse assunto, considerando o fato de que o conceito de função pode ser apropriado ainda no Ensino Fundamental, a retomada das ideias gerais pode ser feita de forma mais concisa no Ensino Médio. Sendo assim, ambos os trabalhos, de revisão de funções e construção do conceito de Função Afim, podem ser feitos de forma satisfatória dentro de apenas um volume. Além disso, o sequenciamento dos conteúdos prévios também foi considerado.

Nesse sentido, pudemos perceber que a construção do conceito de função como uma relação entre conjuntos é a que predomina para as autoras, os autores e editoras das obras

aprovadas. Porém, assinalados positivamente pela contextualização em situações cotidianas ou interdisciplinares de relações entre grandezas, na seção de abertura.

Na perspectiva da Educação Algébrica que assumimos, identificada no referencial teórico, o desenvolvimento do pensamento algébrico funcional é condição primordial. É nas relações de um mundo em movimento que cada estudante poderá reconhecer o conceito de Função Afim como uma ideia abstrata, capaz de generalizar fenômenos e possibilitar projeções. Com a utilização de contextos do mundo real, a maioria das coleções apoia a construção intuitiva dos conceitos pela exploração de situações em que a variação de uma grandeza implica na variação de outra grandeza. Entretanto, em algumas podem ocorrer equívocos devido à celeridade em se obter a formalização, como em C1 e C5 que apresentam situações envolvendo relações funcionais e formalizam o conceito de Função Afim em menos de uma página. As estudantes e os estudantes precisam ter a oportunidade de construir por si mesmos estas ideias, para que não recaiam na concepção processológica da Álgebra, conforme esclarecido por Fiorentini, Miorim e Miguel (1993).

Acreditamos que a articulação de diferentes representações de uma função, em particular da Função Afim, pode estimular a criatividade e a participação de estudantes nas aulas. Mas, acima de tudo, traz a possibilidade de desenvolver a cognição e a capacidade de criação de estratégias, que são habilidades essenciais para o desenvolvimento do raciocínio algébrico. Ainda que pelo menos quatro representações estejam presentes em todos os livros analisados, nem todas as obras conseguiram associá-las de maneira razoável. Há uma tendência notável de se enunciar situações variadas para a construção de leis de formação (representação algébrica) e de evidenciar a relação entre as expressões algébrica e geométrica (gráficos). Entretanto, nos trechos informativos a articulação das quatro representações propostas por Ponte, Branco e Matos (2009) não é produzida com profundidade pela maioria das coleções. A escassez de modelos físicos ou pictóricos nas páginas dos livros, como forma de expressar uma função, é um aspecto que explicita uma propensão, por parte de autoras, autores e editoras, em se manter o ensino da Álgebra atado ao tradicionalismo.

Quando defendemos o ensino no sentido do desenvolvimento do pensamento algébrico, isso não implica em repulsa aos procedimentos e formalidades. Mas sim na necessidade de tornar significativa a simbologia e a aplicação de técnicas e propriedades.

Neste momento, cabe recordar o papel do livro didático para as professoras e para os professores. Enquanto ferramenta facilitadora da mediação na construção do conhecimento teórico de estudantes, o livro didático acompanha as atividades da professora e do professor desde o planejamento até a avaliação. Contudo, trata-se de um instrumento que subsidia a

revisão de conceitos e indica materiais de aprofundamento teórico-metodológico para docentes. Novamente destacamos que esse recurso pode apoiar a materialização do currículo escolar, mas nunca prescrever a prática docente.

Entre questões dedicadas ao uso de técnicas, cálculos e recursos mecânicos e aqueles que suscitam a reflexividade, a interpretação e a argumentação, a análise evidenciou propósitos contrastantes. A formulação de hipóteses, a construção de estratégias para testagem e obtenção de resultados é coerente com a Educação Algébrica significativa e apresenta maior afinidade com as propostas de questões do segundo tipo descrito. Contudo, o primeiro tipo não pode ser desprezado, pois, reafirmamos, conhecer métodos e propriedades é um enfoque importante para o aprendizado da Álgebra, apenas não se trata do objetivo do ensino. Nas obras C2, C4, C7 e C10 a perspectiva adotada foi aquela na qual acreditamos: o equilíbrio entre os diferentes formatos.

Assim como na primeira categoria, na segunda também consideramos a contextualização das questões um elemento que influencia a consolidação dos conceitos. Se é a formação integral, para a vida, que os documentos oficiais apontam como adequada, é aconselhável trabalhar a Matemática incorporada no cotidiano, em outras ciências e pela significação mútua entre suas Unidades Temáticas. Sistematizamos os contextos das questões em quatro gêneros diferentes, mas a distribuição deles foi melhor em C4 e C6. A sinalização de tendência acentuada a alguma dessas classes de questões em detrimento das demais pode limitar a articulação de conhecimentos prévios, levando a uma percepção fragmentada da Matemática.

Para compreender e organizar o que as estudantes e os estudantes deverão aprender, isto é, definir os objetivos do ensino, é preciso viabilizar o processo de ensino e aprendizagem. Guiando-se pela intenção de oferecer uma educação de qualidade, em que a apropriação de conhecimentos se dá simultaneamente à de valores, importa a atenção sobre o porquê ensinar e como ensinar. Sob essa ótica analisamos os guias que compõem o manual docente. Apuramos que a BNCC e a regulamentação do Novo Ensino Médio foram considerados e devidamente registrados em todas as coleções. Como estes documentos são recentes e as professoras e os professores não contaram com nenhum tipo formação complementar visando a preparação para a reforma, disponibilizar algumas orientações poderá contribuir para a compreensão e adaptação às propostas.

O protagonismo juvenil difundido nestes documentos fica mais perceptível quando examinamos as propostas metodológicas nos manuais. A ideia de estudantes em ação para a construção de seu conhecimento perpassa todos os guias. Contudo, é importante considerar a pertinência destas propostas. Em algumas destas metodologias sugeridas é fundamental que a

escola disponha de espaço e materiais apropriados. Mas a pergunta que imediatamente nos fazemos é quais escolas foram consideradas na elaboração deste material? Parece distante da realidade da maioria das escolas públicas brasileiras que conhecemos, conforme apontado por Schneider, Frantz e Alves (2020), justamente onde se localiza a maioria dos jovens que aprenderão com o apoio destes livros didáticos.

Assim, verificamos que embora os manuais de todas as coleções contenham informações substanciais para a prática docente, quando se trata de ensino público, algumas autoras, alguns autores e respectivas editoras parecem desconhecer em absoluto esta realidade. Não se pode privar estudantes do aprendizado com recursos e por metodologias diversificados. Entretanto, publicar uma proposta utópica para o ensino de Matemática configura mais uma ilustração em um texto pedagógico do que uma orientação profissional.

Sobre a apropriação do conceito de Função Afim, partindo das pesquisas sobre a Educação Algébrica feitas por Lins e Gimenez (2001), Sousa, Panossian e Cedro (2014), Ribeiro e Cury (2015) e Coelho e Aguiar (2018), discutimos as dificuldades envolvidas nos processos de ensino e de aprendizagem. Também reconhecemos que os livros didáticos, assim como qualquer outra ferramenta didática, por si só não são capazes de garantir o desenvolvimento do pensamento algébrico. O que fizemos foi identificar as limitações e as potencialidades dos livros aprovados no PNLD 2021 – Ensino Médio. E ainda que tenhamos notado potencialidades em relação ao desenvolvimento do pensamento algébrico na conceitualização e nas questões propostas em C6 e C4, respectivamente, é a reflexão de cada docente sobre sua prática, suas turmas e sobre o projeto pedagógico de sua instituição que viabiliza uma decisão acertada.

Sabemos que o ensino e a aprendizagem de Funções Afim são assuntos distantes de serem esgotados. Embora essa pauta venha perturbando docentes há tempos, estes profissionais constantemente tecem novas reflexões sobre suas práticas. Desta forma, sempre é possível examinar este processo por um novo ponto de vista.

Com a conclusão desta pesquisa pudemos ressignificar o papel do livro didático no processo de ensino e de aprendizagem de Matemática. A interpretação preliminar, elaborada no curso da Educação Básica, era do livro como definição de currículo. Naquele momento, costumava refletir sobre a elaboração dos livros didáticos: Se nunca conseguíamos estudar tudo o que estava registrado, por que não eram produzidos livros contendo somente o que seria possível estudar em um ano? Percebi que esses materiais têm limitações e potencialidades na Educação Matemática.

Acreditamos no compromisso das autoras e dos autores dos livros didáticos para com a Educação Matemática. Entretanto, achamos válida a análise de alguns aspectos em relação ao ensino e à aprendizagem de Funções Afim, pela comparação do material com referências teóricas consistentes. Com isso, buscamos contribuir com a escolha de materiais adequados às diferentes comunidades escolares e com a mediação docente para a construção e a apropriação do conhecimento das estudantes e dos estudantes.

REFERÊNCIAS

- ANDRADE, T. M. de (Ed.) et al. **Matemática interligada: Funções afim, quadrática, exponencial e logarítmica**. 1. ed. São Paulo: Scipione, 2020.
- BLANTON, M. L.; KAPUT, J. J. Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. **Journal for Research in Mathematics Education**, v. 36, n. 5, p. 412-443, nov. 2005.
- BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação: Uma introdução à teoria e aos métodos**. Porto, Portugal: Porto, 1994.
- BONJORNO, J. R.; GIOVANNI JÚNIOR, J. R.; SOUSA, P. R. C. **Prisma matemática: Conjuntos e funções**. 1. ed. São Paulo: FTD, 2020.
- BRASIL. **Decreto-Lei nº 77.107, de 04 de fevereiro de 1976**, que dispõe sobre a edição e distribuição de livros texto. Disponível em: https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/atos/decretos/1976/d77107.html. Acesso em: 06 set. 2021.
- _____. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_-versaofinal_site.pdf. Acesso em: 04 dez 2021.
- _____. **Decreto-Lei nº 8.460, de 26 de dezembro de 1945**, que consolida a legislação sobre as condições de produção, importação e utilização do livro didático. Disponível em: <https://www2.camara.leg.br/legin/fed/declei/1940-1949/decreto-lei-8460-26-dezembro-1945-416379-publicacaooriginal-1-pe.html>. Acesso em: 06 set. 2021.
- _____. **Decreto-Lei nº 91.542, de 19 de agosto de 1985**, que institui o Programa Nacional do Livro Didático. Disponível em: <https://www2.camara.leg.br/legin/fed/decree/1980-1987/decreto-91542-19-agosto-1985-441959-publicacaooriginal-1-pe.html>. Acesso em: 06 set. 2021.
- _____. **Decreto-Lei nº 93, de 21 de dezembro de 1937**, que cria o Instituto Nacional do Livro. Disponível em: <https://www2.camara.leg.br/legin/fed/declei/1930-1939/decreto-lei-93-21-dezembro-1937-350842-publicacaooriginal-1-pe.html>. Acesso em: 06 set. 2021.
- _____. **Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996**. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Brasília: MEC – Edição Atualizada, 2017. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/19394.htm. Acesso em: 17 jan. 2022.
- _____. **Resolução nº 03, de 21 de novembro de 2018**, que atualiza as Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio. Disponível em <http://portal.mec.gov.br/docman/novembro-2018-pdf/102481-rceb003-18/file>. Acesso em: 07 jan. 2022.
- _____. **Resolução nº 12, de 07 de outubro de 2020**, que dispõe sobre o Programa Nacional do Livro e do Material Didático – PNLD. Disponível em <https://www.fnde.gov.br/index.php/aceso-a-informacao/institucional/legislacao/item/13844-resolu%C3%A7%C3%A3o-n%C2%BA-12,-de-07-de-outubro-de-2020>. Acesso em: 01 dez. 2021.
- _____. **Resolução nº 15, de 26 de julho de 2018**, que dispõe sobre as normas de conduta no âmbito da execução do Programa Nacional do Livro e do Material Didático. Disponível em <https://www.fnde.gov.br/index.php/aceso-a-informacao/institucional/legislacao/item/11997-resolu%C3%A7%C3%A3o-n%C2%BA15,-de-26-de-julho-de-2018>. Acesso em: 01 dez. 2021.

_____. **Resolução nº 38, de 15 de outubro de 2003**, que institui o Programa Nacional do Livro para o Ensino Médio. Disponível em <https://www.fnnde.gov.br/index.php/aceso-a-informacao/institucional/legislacao/item/4256-resolu%C3%A7%C3%A3o-cd-fnde-n%C2%BA-38,-de-15-de-outubro-de-2003>. Acesso em: 07 set. 2021.

_____. **Resolução nº 60, de 20 de novembro de 2009**, que dispõe sobre o Programa Nacional do Livro Didático para a Educação Básica. Disponível em <https://www.fnnde.gov.br/index.php/aceso-a-informacao/institucional/legislacao/item/3369-resolu%C3%A7%C3%A3o-n%C2%BA-60-de-20-de-novembro-de-2009>. Acesso em: 07 set. 2021.

_____. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Terceiro e Quarto Ciclo do Ensino Fundamental. Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998.

CARAÇA, B. J. **Conceitos Fundamentais da Matemática**. Lisboa: Fotogravura Nacional, 1951.

CEVADA, J. et al. **Matemática nos dias de hoje: Funções**. 1. ed. São Paulo: SEI, 2020.

CHAVANTE, E.; PRESTES, D. **Quadrante – Matemática e suas tecnologias: Funções**. 1. ed. São Paulo: SM, 2020.

COELHO, F. U.; AGUIAR, M. A história da álgebra e o pensamento algébrico: correlações com o ensino. **Estudos Avançados**, v. 32, n. 94, p.171-187, dez. 2018. FapUNIFESP (SciELO). Disponível em: <https://www.scielo.br/j/ea/a/6KryLd3HngCnBwJtWFHxSHj/?lang=pt>. Acesso em: 12 jan. 2022.

COSTA, M. S.; ALLEVATO, N. S. G. Livro didático de matemática: Análise de professoras polivalentes em relação ao ensino de geometria. **Vidya**, v. 30, n. 2, p. 71-80, jul./dez., 2010.

DANTE, L. R. Livro Didático de matemática: uso ou abuso? **Em aberto**, Brasília, ano 16, n. 69, 83-90, jan./mar. 1996. Disponível em: <https://www.livrosgratis.com.br/ler-livro-online-29026/em-aberto---livro-didatico-e-qualidade-de-ensino-brasilia-ano-16-n69-janmar-1996>. Acesso em: 10 jan. 2022.

DANTE, L. R.; VIANA, F. **Matemática em contextos: Função afim e função quadrática**. 1. ed. São Paulo: Ática, 2020.

FERRETTI, C. J.; SILVA, M. R. Reforma do Ensino Médio no Contexto da Media Provisória no 746/2016: Estado, currículo e disputas por hegemonia. **Educação & Sociedade**, v. 38, n. 139, 2017, p. 385-404. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/es/a/LkC9k3GXWjMW37FTtfSsKTq/?format=pdf&lang=pt>. Acesso em: 17 jan. 2022.

FIORENTINI, D.; MIORIM, M. A.; MIGUEL, A. Contribuição para repensar... a educação algébrica elementar. **Pro-Posições**, v. 1, n. 4, Campinas, p. 78-91, 1993.

FLICK, U. **Introdução à pesquisa qualitativa**. 3.ed. Porto Alegre: Artemed, 2009. 408p. Tradução Joice Elias Costa.

FREITAS, L. M. T. de (Coord.); LONGEN, A.; BLANCO, R. M. **Interação matemática: O tratamento da informação e a resolução de problemas por meio da função do 1º grau**. 1. ed. São Paulo: Editora do Brasil, 2020.

GODOY, A. S. Introdução à pesquisa qualitativa e suas possibilidades. **Revista de Administração de Empresas**, v. 35, n. 2, p. 57-63, 1995.

GONÇALVES, A. O. O livro didático de Matemática e o professor: Produtores ou reprodutores de Conhecimento. In.: **Congresso Nacional de Educação – EDUCERE**, 11, 2013. Curitiba Anais

Eletrônicos. Curitiba: PUCPR, 2013. p. 25676–25690. Disponível em: https://educere.bruc.com.br/CD2013/pdf/6959_4763.pdf. Acesso em: 11 jan. 2022.

LAJOLO, M. Livro didático: um (quase) manual de usuário. **Em aberto**, Brasília, ano 16, n. 69, 3-9, jan./mar. 1996. Disponível em: <https://www.livrosgratis.com.br/ler-livro-online-29026/em-aberto---livro-didatico-e-qualidade-de-ensino-brasilia-ano-16-n69-janmar-1996>. Acesso em: 10 jan. 2022.

LEONARDO, F. M. de (Ed.). **Conexões – Matemática e suas tecnologias: Funções e aplicações**. 1. ed. São Paulo: Moderna, 2020.

LEONARDO, F. M. de (Ed.). **Conexões – Matemática e suas tecnologias: Grandezas, álgebra e algoritmos**. 1. ed. São Paulo: Moderna, 2020.

LIMA, E. L. et al. Funções Afins. In: **A Matemática do Ensino Médio**. 3. ed. Rio de Janeiro. Sociedade Brasileira de Matemática, 1998. v. 1, cap. 5, p. 78-113.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. Sobre a Álgebra. In: LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. Campinas: Papyrus, cap. III, p. 89-157, 2001.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. 2. ed. Rio de Janeiro: E.P.U., 2013. 112p.

MACÊDO, J. A. de; BRANDÃO, D. P.; NUNES, D. M. Limites e possibilidades do uso do livro didático de Matemática nos processos de ensino e de aprendizagem. **Educação Matemática Debate**, v. 3, n. 7. Montes Claros: Unimontes, 2019. Não paginado. Disponível em: <https://www.redalyc.org/journal/6001/600166634004/html/>. Acesso em: 17 fev. 2022.

MACHADO, N. J. **Matemática e língua materna: análise de uma impregnação mútua**. 6. ed. São Paulo: Cortez, 2011. 207 p.

MIGUEL, A.; FIORENTINI, D.; MIORIM, M. A. Álgebra ou Geometria: para onde pende o pêndulo?. **Pro-Posições**, Campinas, v. 3, n. 1, p. 39-54, mar. 1992.

MOLINA, O. **Quem engana quem? professor x livro didático**. Campinas: Papyrus, 1987.

NACARATO, A. M.; CUSTÓDIO, I. A. (org.). **O Desenvolvimento do Pensamento Algébrico na Educação Básica: Compartilhando Propostas de Sala de Aula com o Professor que Ensina (Ensinará) Matemática**. Brasília: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2018. 309 p. ISBN 978-85-98092-54-6. Disponível em: http://www.sbem brasil.org.br/files/ebook_desenv.pdf. Acesso em: 2 ago. 2021.

OLIVEIRA, R. A reforma do Ensino Médio como expressão da nova hegemonia neoliberal. **Educação Unisinos**, v.24, p. 1-20, 2020. Disponível em: <http://revistas.unisinos.br/index.php/educacao/article/view/edu.2020.241.05/60747588>. Acesso em: 17 jan. 2022.

PERRENOUD, P. Construindo competências: Entrevista com Philippe Perrenoud, Universidade de Genebra. Nova Escola, São Paulo, set. 2000. Disponível em: https://www.unige.ch/fapse/SSE/teachers/perrenoud/php_main/php_2000/2000_31.html. Acesso em: 18 jan. 2022.

PONTE, J. P. O conceito de função no currículo de Matemática. **Revista Educação e Matemática**, Portugal, n. 15, p. 3-9, 1990.

PONTE, J. P. da; BRANCO, N.; MATOS, A. **Álgebra no Ensino Básico**. Lisboa, Portugal: Ministério da Educação, Direcção-Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular, 2009. 180 p.

RIBEIRO, A. J.; CURY, H. N. **Álgebra para a formação do professor: explorando os conceitos de equação e de função**. Belo Horizonte: Autêntica, 2015.

ROQUE, T. **História da matemática: Uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas**. Rio de Janeiro: Zahar, 2012. Não paginado.

ROSA, P. R. da S. **Uma Introdução à Pesquisa Qualitativa em Ensino de Ciências**. [S. l.]: Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, 2013. 172 p. Disponível em: https://www.academia.edu/38904070/UMA_INTRODU%C3%87A_O_A_PESQUISA_QUALITATIVA_EM_ENSINO_DE_CIE_NCIAS. Acesso em: 12 jan. 2022.

SEVERINO, A. J. **Metodologia do Trabalho Científico**. São Paulo: Cortez, 2013. Não paginado. Disponível em: https://www.ufrb.edu.br/ccaab/images/AEPE/Divulga%C3%A7%C3%A3o/LIVROS/Metodologia_do_Trabalho_Cient%C3%ADfico_-_1%C2%AA_Edi%C3%A7%C3%A3o_-_Antonio_Joaquim_Severino_-_2014.pdf. Acesso em: 12 jan. 2022.

SILVA, M. R. A BNCC da reforma do ensino médio: o resgate de um empoeirado discurso. **Educação em Revista**, v. 34, Belo Horizonte, 2018. Não paginado. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/edur/a/V3cqZ8tBtT3Jvts7JdhxxZk/?format=html&lang=pt#>. Acesso em: 17 jan. 2022.

SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. **Ser protagonista - Matemática e suas tecnologias: Números e álgebra**. 1. ed. São Paulo: SM, 2020.

SOUSA, M. do C. de; PANOSSIAN, M. L.; CEDRO, W. L. **Do movimento lógico e histórico à organização do ensino: o percurso dos conceitos algébricos**. Campinas, SP: Mercado das Letras, 2014. 184 p.

SOUZA, J. R. de. **Multiversos Matemática: Conjuntos e função afim**. 1. ed. São Paulo: FTD, 2020.

TEIXEIRA, L. A. (Ed.) et al. **Diálogo - Matemática e suas tecnologias: Funções e progressões**. 1. ed. São Paulo: Moderna, 2020.

VAN DE WALLE, J. **Matemática no ensino fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula**. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

VILARINHO, L. R. G.; SILVA, J. de S. N. da. A avaliação do livro didático como instrumento de afirmação da autonomia da escola e de seus docentes. **Meta: Avaliação**, Rio de Janeiro, v. 7, n. 21, 2015, p. 403-428.