



**DANIEL DE OLIVEIRA CARVALHO**

**MODELAGEM DE UM SISTEMA DE CONTROLE  
SEMIATIVO DE VIBRAÇÕES APLICADO A SUSPENSÃO  
AUTOMOTIVA**

**LAVRAS – MG**

**2021**

**DANIEL DE OLIVEIRA CARVALHO**

**MODELAGEM DE UM SISTEMA DE CONTROLE SEMIATIVO DE VIBRAÇÕES  
APLICADO A SUSPENSÃO AUTOMOTIVA**

Monografia apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências para a obtenção do título de Bacharel em Engenharia Mecânica.

Prof. Dr. Wander Gustavo Rocha Vieira  
Orientador

**LAVRAS – MG  
2021**

**Ficha catalográfica elaborada pela Coordenadoria de Processos Técnicos  
da Biblioteca Universitária da UFLA**

Carvalho, Daniel de Oliveira

Modelagem de um Sistema de Controle Semiativo de Vibrações Aplicado a Suspensão Automotiva / Daniel de Oliveira Carvalho. – Lavras : UFLA, 2021.

66 p. : il.

TCC–Universidade Federal de Lavras, 2021.

Orientador: Prof. Dr. Wander Gustavo Rocha Vieira.

Bibliografia.

1. TCC. 2. Monografia. 3. Dissertação. 4. Tese. 5. Trabalho Científico – Normas. I. Universidade Federal de Lavras. II. Título.

CDD-808.066

## RESUMO

Este trabalho tem como objetivo o estudo da aplicabilidade do conceito de *smart-spring* em suspensões automotivas. Para sua execução, foi realizada uma revisão bibliográfica permitindo a compreensão das diferentes classificações de suspensões automotivas, técnicas de controle de vibrações, modelos matemáticos mais comumente utilizados e metodologias de análises do desempenho da suspensão. O trabalho se concentrou na análise do desempenho de modelos matemáticos em relação ao conforto e estabilidade por meio das Funções de Resposta em Frequência (FRFs) e de índices de conforto e estabilidade para suspensões automotivas. Assim, foi proposto um modelo de suspensão semiativa baseado no conceito de *smart-spring* utilizando a técnica de controle ISS para  $\frac{1}{4}$  de veículo em um sistema massa-mola-amortecedor. Neste modelo, a massa suspensa representou o chassi, enquanto a massa não suspensa representou o conjunto roda-pneu. A aplicação da *smart-spring* na massa suspensa teve como objetivo a melhora no conforto percebido por meio da redução da vibração no chassi do veículo. Baseado na técnica ISS foram definidos os 3 estados de funcionamento do modelo semiativo. Assim, os parâmetros dos elementos da suspensão e as equações de movimento do modelo foram definidos e implementadas no *software* MATLAB<sup>®</sup>. Como excitação do modelo foi utilizado uma representação do perfil vertical da rodovia a partir de uma onda senoidal de amplitude unitária em diferentes frequências. Em seguida, foi desenvolvida uma rotina computacional no MATLAB<sup>®</sup> a fim de realizar a solução dessas equações de movimento de acordo com cada estado do modelo. As equações de movimento foram escritas em espaços de estados e utilizado integração numérica para solução das equações diferenciais. Como referência de comparação foi utilizado um modelo passivo, já validado na literatura, a fim de avaliar os efeitos da *smart-spring*. A partir dos resultados obtidos na simulação foi feita a análise do comportamento do modelo tanto em vibração livre quanto na resposta à vibração forçada. O modelo semiativo apresentou atenuação da vibração de maneira mais acentuada que o modelo passivo. Além disso, a amplitude do deslocamento máximo para as diferentes frequências de excitação foi reduzida para o modelo semiativo. Após, foram obtidas as FRFs para o chassi e para o conjunto roda-pneu. A primeira FRF foi orientada para a análise do conforto (vibração do chassi); enquanto a segunda, para a estabilidade (deflexão vertical do pneu). Considerando os parâmetros previamente selecionados, o modelo semiativo apresentou menor amplitude de deslocamento do chassi. Afim de avaliar os efeitos da rigidez e da massa do ramo de carga auxiliar, esses parâmetros foram variados e obtidas as FRFs e índices de desempenho para cada configuração. A partir da análise dos resultados, foi possível definir a melhor configuração de parâmetros, dentre os selecionados, para o modelo semiativo. Tal configuração apresentou um aprimoramento de aproximadamente 10,2% no índice de conforto para um mesmo nível de estabilidade. Concluiu-se, então, que a aplicação do conceito de *smart-spring* para os parâmetros selecionados resulta em redução do nível de oscilação percebido no chassi do veículo sem impactar significativamente a estabilidade.

**Palavras-chave:** *Smart-spring*, controle, modelagem, conforto, estabilidade.

## ABSTRACT

This undergraduate thesis aims to study the applicability of the smart-spring concept in automotive suspensions. For its execution, a literature review was carried out, allowing the understanding of the different classifications of automotive suspensions, vibration control techniques, the most commonly used mathematical models and methodologies for analyzing the suspension performance. The work focused on analyzing the performance of mathematical models in relation to comfort and stability through Frequency Response Functions (FRFs) and comfort and stability indexes for automotive suspensions. Thus, a semiactive suspension model based on the smart-spring concept was proposed using the ISS control technique for  $\frac{1}{4}$  of vehicle in a mass-spring-damper system. In this model, the suspended mass represented the chassis, while the unsprung mass represented the tire. The application of smart-spring in the suspended mass aimed to improve perceived comfort by reducing vibration in the vehicle chassis. Based on the ISS technique, the 3 operating states of the semiactive model were defined. Thus, the parameters of the suspension elements and the equations of motion of the model were defined and described in the MATLAB<sup>®</sup> software. As excitation of the model, a representation of the vertical profile of the highway from a sine wave of unit amplitude at different frequencies was used. Then, a computational routine was developed in MATLAB<sup>®</sup> in order to solve these equations of motion according to each state of the model. The equations of motion were written in state spaces and numerical integration was used to solve the differential equations. As a reference for comparison, a passive model, already validated in the literature, was used in order to assess the effects of smart-spring. From the results obtained in the simulation, the behavior of the model was analyzed both in free vibration and in the response to forced vibration. The semiactive model presented a more accentuated vibration attenuation than the passive model. Furthermore, the amplitude of the maximum displacement for the different excitation frequencies was reduced for the semiactive model. Afterwards, the FRFs for the chassis and for the tire were obtained. The first FRF was oriented towards the analysis of comfort (chassis vibration); while the second, for stability (tire deflection). Considering the previously selected parameters, the semiactive model presented a lower chassis displacement amplitude. In order to evaluate the effects of stiffness and mass of the auxiliary load branch, these parameters were varied and the FRFs and performance indexes for each configuration were obtained. From the analysis of the results, it was possible to define the best configuration of parameters, among those selected, for the semiactive model. This configuration presented an improvement of approximately 10% was concluded, then, that the application of the smart-spring concept for the selected parameters results in a reduction in the oscillation level perceived in the vehicle chassis without significantly impacting stability.

**Keywords:** Smart-spring, automotive suspension, modeling, comfort, stability

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Conceito da <i>smart-spring</i> . . . . .	8
Figura 2.1 – Modelo clássico de suspensão passiva automotiva. . . . .	11
Figura 2.2 – Modelo simplificado de ¼ de carro com suspensão passiva. . . . .	12
Figura 2.3 – Absorvedores semiativos controlados eletronicamente: a) Hidráulico; b) Magneto-reológico (MR); c) Eletro-reológico (ER). . . . .	12
Figura 2.4 – Esquema de suspensão semiativa eletrohidráulica. . . . .	13
Figura 2.5 – Modelagem de suspensão: a) passiva e b) semiativa. . . . .	13
Figura 2.6 – Controle baseado na mudança de rigidez para múltiplos graus de liberdade. . . . .	16
Figura 2.7 – Conceito da <i>smart-spring</i> . . . . .	17
Figura 2.8 – Estratégia de controle RSS . . . . .	19
Figura 2.9 – Estratégia de controle ISS. . . . .	20
Figura 3.1 – O conceito de <i>smart-spring</i> aplicado a ¼ de suspensão. . . . .	23
Figura 3.2 – a) Detalhe das forças no ramo de carga principal; b) Forças na massa $m_1$ ; c) Forças no ramo de carga auxiliar. . . . .	25
Figura 3.3 – Estratégia de controle ISS. . . . .	28
Figura 4.1 – Resposta do ramo de carga principal para resposta em vibração livre. . . . .	33
Figura 4.2 – Resposta do ramo de carga principal e ramo de carga auxiliar para resposta em vibração livre. . . . .	34
Figura 4.3 – Representação do perfil vertical da rodovia. . . . .	34
Figura 4.4 – Resposta do ramo de carga principal em vibração forçada. . . . .	35
Figura 4.5 – Resposta em frequência <i>Road-to-chassis</i> . . . . .	36
Figura 4.6 – Resposta em frequência <i>Road-to-tire deflection</i> . . . . .	36
Figura 4.7 – Relação entre $\tilde{J}_{estab}$ e $\tilde{J}_{conf}$ para caso passivo. . . . .	37
Figura 4.8 – Resposta em frequência <i>Road-to-chassis</i> . . . . .	39
Figura 4.9 – Resposta em frequência <i>Road-to-tire deflection</i> . . . . .	39
Figura 4.10 – Relação entre $\tilde{J}_{estab}$ e $\tilde{J}_{conf}$ para caso passivo e semiativo . . . . .	40
Figura 4.11 – Resposta em frequência <i>Road-to-chassis</i> (Razão de Rigidez = 1%). . . . .	41
Figura 4.12 – Resposta em frequência <i>Road-to-chassis</i> (Razão de Rigidez = 4%). . . . .	41
Figura 4.13 – Resposta em frequência <i>Road-to-chassis</i> (Razão de Rigidez = 7%). . . . .	42
Figura 4.14 – Resposta em frequência <i>Road-to-tire deflection</i> (Razão de Rigidez = 1%). . . . .	42
Figura 4.15 – Resposta em frequência <i>Road-to-tire deflection</i> (Razão de Rigidez = 4%). . . . .	43

Figura 4.16 – Resposta em frequência <i>Road-to-tire deflection</i> (Razão de Rigidez = 7%). . . . .	43
Figura 4.17 – Relação entre $\tilde{J}_{estab}$ e $\tilde{J}_{conf}$ para modelo semiativo com variação da razão de rigidez . . . . .	44
Figura 4.18 – Resposta em frequência <i>Road-to-chassis</i> ( $m_3 = 0,300$ kg). . . . .	45
Figura 4.19 – Resposta em frequência <i>Road-to-chassis</i> ( $m_3 = 0,625$ kg). . . . .	45
Figura 4.20 – Resposta em frequência <i>Road-to-chassis</i> ( $m_3 = 1,25$ kg). . . . .	46
Figura 4.21 – Resposta em frequência <i>Road-to-chassis</i> ( $m_3 = 2,50$ kg). . . . .	46
Figura 4.22 – Resposta em frequência <i>Road-to-chassis</i> ( $m_3 = 5,00$ kg). . . . .	47
Figura 4.23 – Resposta em frequência <i>Road-to-tire deflection</i> ( $m_3 = 0,300$ kg). . . . .	47
Figura 4.24 – Resposta em frequência <i>Road-to-tire deflection</i> ( $m_3 = 0,625$ kg). . . . .	48
Figura 4.25 – Resposta em frequência <i>Road-to-tire deflection</i> ( $m_3 = 1,25$ kg). . . . .	48
Figura 4.26 – Resposta em frequência <i>Road-to-tire deflection</i> ( $m_3 = 2,50$ kg). . . . .	49
Figura 4.27 – Resposta em frequência <i>Road-to-tire deflection</i> ( $m_3 = 5,00$ kg). . . . .	49
Figura 4.28 – Relação entre $\tilde{J}_{estab}$ e $\tilde{J}_{conf}$ para modelo semiativo com variação da massa do ramo de carga auxiliar ( $m_3$ ). . . . .	50
Figura 4.29 – Relação entre $\tilde{J}_{estab}$ e $\tilde{J}_{conf}$ para modelo semiativo ( $m_3 = 0,3$ e razão de rigidez de 7%) e modelo passivo. . . . .	50

## LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Valores gerais para análise de conforto. . . . .	21
Tabela 4.1 – Parâmetros para o modelo semiativo proposto utilizados. . . . .	32

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>7</b>
1.1	Objetivos gerais	7
1.2	Objetivos específicos	8
<b>2</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b>	<b>9</b>
2.1	Classificação das Suspensões	9
2.1.1	Passivas	10
2.1.2	Semiativas	11
2.2	Técnicas de Controle	14
2.3	<i>Smart-Spring</i>	16
2.4	Conforto (ISO 2631)	21
2.5	Perfil Vertical da Rodovia	22
<b>3</b>	<b>METODOLOGIA</b>	<b>23</b>
3.1	Metodologia proposta	23
3.2	A <i>Smart-Spring</i>	23
3.3	Aplicação das leis de controle semiativas	27
3.4	Método numérico e rotina computacional	27
3.5	Metodologia de Análise da Suspensão automotiva	29
3.5.1	Conforto	29
3.5.2	Estabilidade ( <i>road-holding</i> )	30
3.5.3	Análise da Resposta em Frequência e Índice de Performance	30
<b>4</b>	<b>RESULTADOS</b>	<b>32</b>
4.1	Resposta em vibração livre	33
4.2	Resposta em vibração forçada	33
4.3	Análise da suspensão automotiva	35
4.3.1	Suspensão Passiva	35
4.3.2	Suspensão Semiativa	38
4.3.2.1	Efeito da Razão de Rigidez	40
4.3.2.2	Efeito da Massa do Ramo de Carga Auxiliar	44
<b>5</b>	<b>CONCLUSÃO</b>	<b>52</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>54</b>
	<b>APENDICE A – Rotina Computacional</b>	<b>59</b>

## 1 INTRODUÇÃO

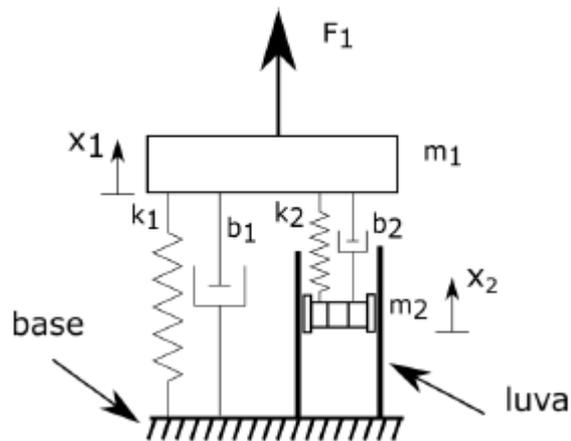
O tema desse trabalho é o estudo de suspensões semiativas baseado no conceito da *smart-spring* (VIEIRA *et al.*, 2018) com o intuito de melhorar o conforto e a dirigibilidade de veículos. A literatura já demonstrou que o uso de controle semiativo, em especial, devido ao emprego do controle *Skyhook* (BOBROW *et al.*, 1995), confere um menor valor global da transmissibilidade (tanto para regimes de altas e baixas frequências) quando comparado com um controle puramente passivo. Baixos valores globais de transmissibilidade refletem, principalmente, no comportamento do sistema em sua frequência de ressonância. Quanto maior a isolamento de vibração, menos desconfortos o passageiro irá sentir e estará menos propenso a ter doenças musculoesqueléticas (BOVENZI; HULSHOF, 1999).

Assim, o sistema de suspensão do veículo é responsável pelo isolamento de vibrações do chassi e também influi nas características dinâmicas apresentadas pelo carro (SAVARESI *et al.*, 2010). Desse modo, a suspensão deve ser projetada de modo a oferecer um bom desempenho no controle de oscilações nas mais diversas condições em que o veículo é exposto. Essas condições incluem: irregulares do solo, curvas, aceleração e frenagem.

Segundo VIEIRA *et al.* (2018), a *smart-spring*, apresentada na Figura 1.1, consiste em um sistema com dois graus de liberdade dispostos em paralelo. Esses dois graus de liberdade são identificados como ramo de carga principal (denotado pelo índice 1), e ramo de carga auxiliar (denotado pelo índice 2). No sistema mecânico, é assumido que o ramo de carga auxiliar pode ser conectado ou desconectado da base (onde assume que não existe movimento) através da ação de uma força de atrito. Essa força de atrito surge através da indução de uma força normal entre a luva e a massa do ramo de carga auxiliar. Nota-se que a força normal (que induz a força de atrito) é ortogonal ao movimento do sistema, e assim esse controle semi-ativo não injeta energia diretamente no mesmo, pois nenhum trabalho é realizado pela força normal sobre ele.

### 1.1 Objetivos gerais

Estudar e analisar o uso da *smart-spring* em uma suspensão automotiva semiativa com o principal propósito de aumento de conforto.

Figura 1.1 – Conceito da *smart-spring*.Fonte: VIEIRA *et al.* (2018).

## 1.2 Objetivos específicos

- Modelagem e simulação da vibração transmitida pelo solo ao chassi, utilizando como entrada o perfil vertical de uma rodovia;
- Simulação do chassi com  $\frac{1}{4}$  de carro utilizando suspensão semiativa com o conceito de smart-spring para o controle de vibrações;
- Estudo dos efeitos dos parâmetros de amortecimento e massa da smart-spring no comportamento dinâmico do modelo.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Os objetivos de uma suspensão automotiva são o suporte do peso do veículo, isolamento do corpo do veículo das irregularidades do solo e a redução da transmissibilidade das forças oriundas do solo até o chassi. Um bom projeto de suspensão pode ser identificado por meio da capacidade de promover o conforto dos passageiros, garantir dirigibilidade e estabilidade. O principal problema enfrentado na modelagem de suspensões automotivas está na complexa relação de compromisso entre estes objetivos. Enquanto se busca aumentar o conforto, geralmente existe uma dificuldade de se manter uma boa estabilidade. Desse modo, espera-se que uma boa suspensão seja aquela que aumenta ao máximo o conforto dos passageiros, mantendo o movimento relativo entre as massas do modelo limitado por um valor aceitável (SEGL'A; REICH, 2007).

### 2.1 Classificação das Suspensões

ISERMANN (2005) introduziu uma classificação das suspensões automotivas. Nessa classificação, três características devem ser levadas em consideração: o intervalo de frequências controláveis; o quão rápido esse controle é realizado no sistema; e a quantidade de energia necessária para realizar tal controle. Desse modo, cinco famílias de suspensões controláveis foram definidas, adicionando ainda a suspensão puramente passiva.

- Passiva: esse tipo de suspensão é projetado para reduzir a vibração em uma faixa de frequência específica. A redução da vibração é feita por meio dos elementos dissipativos no mecanismo e não há necessidade de consumo de energia para seu funcionamento;
- Adaptativa: de acordo com ISERMANN (2005), a ação do controle é realizada por uma modulação relativamente lenta do amortecimento. Esse absorvedor é caracterizado por um intervalo de frequências limitado. Nenhuma energia deve ser inserida no sistema;
- Semiativa: esse sistema utiliza um absorvedor eletrônico que varia o amortecimento, promovendo a atuação do controle em uma faixa de frequência mais ampla que a suspensão adaptativa (30-40 Hz, geralmente). Não ocorre a injeção de energia no sistema e pouca energia é consumida no acionamento do controle;
- *Load-Leveling*: de acordo com o autor, essa é a primeira tentativa de desenvolvimento de uma suspensão ativa, visto que há a injeção de energia no sistema. O controle é aplicado

em alguns parâmetros da mola, geralmente uma mola a gás. A frequência de atuação geralmente não passa de 1 Hz e nota-se um considerável consumo de energia;

- *Slow-active*: O controle é feito por meio da aplicação de uma força no sistema por meio de um atuador que substitui os elementos passivos da suspensão. Esse tipo de suspensão atua em uma pequena faixa de frequência e há um consumo elevado de energia;
- Totalmente ativa: A principal diferença entre a suspensão *slow-active* e a totalmente ativa se encontra no tempo de ação do controlador, que é reduzido para poucos milissegundos. Vale ressaltar que a faixa de frequência para esta suspensão é praticamente a mesma que para a semiativa. Enquanto a semiativa consome uma pequena quantidade de energia para seu acionamento, a redução de vibrações por meio da suspensão totalmente ativa é melhor às custas de um consumo maior de energia.

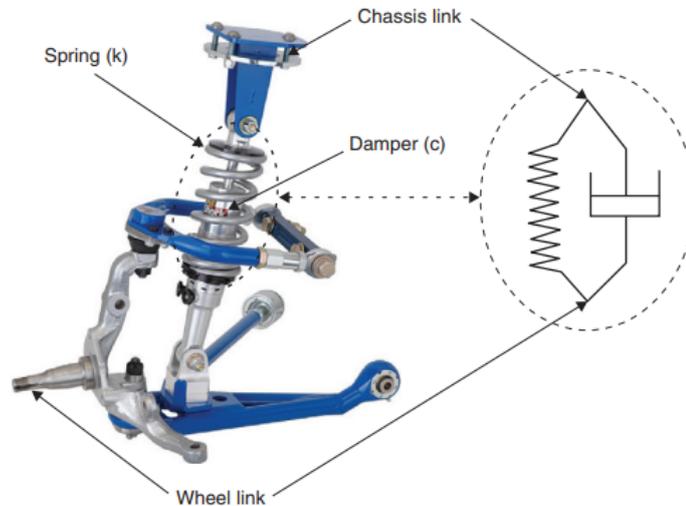
Ainda, o autor ressalta que o uso de suspensões automotivas semiativas pode garantir maior estabilidade do veículo, visto que não ocorre a inserção de energia no sistema, diferentemente das suspensões ativas.

A seguir será descrito com maiores detalhes como é feita a modelagem das suspensões passivas e semiativas.

### 2.1.1 Passivas

A suspensão passiva é o modelo mais básico para o controle de vibrações aplicado em automóveis. Com o desenvolvimento de novas tecnologias para os veículos automotores, fez-se necessárias melhorias no projeto das suspensões desses veículos, surgindo, assim, diversas geometrias de suspensões. As geometrias mais conhecidas incluem: eixo rígido, *McPherson*, *mult link* e duplo A. Cada geometria é escolhida na definição do projeto da suspensão. Sua escolha é condicionada, dentre outros fatores, pelo objetivo do projeto (veículos de passeio, carros de alta performance, veículos para aplicações agrícolas/rurais, por exemplo), pelo espaço disponível para alocar os elementos da suspensão ou ainda pela viabilidade econômica do modelo. A suspensão duplo A, por exemplo, é comumente utilizada em projetos de veículos para competições devido a sua simplicidade construtiva. A Figura 2.1 apresenta a geometria da suspensão duplo A.

Figura 2.1 – Modelo clássico de suspensão passiva automotiva.



Fonte: SAVARESI *et al.* (2010).

Embora haja uma variedade de configurações de suspensões passivas, todas podem ser modeladas de maneira simplificada por meio de um sistema massa-mola-amortecedor composto de dois graus de liberdade (SAVARESI *et al.*, 2010).

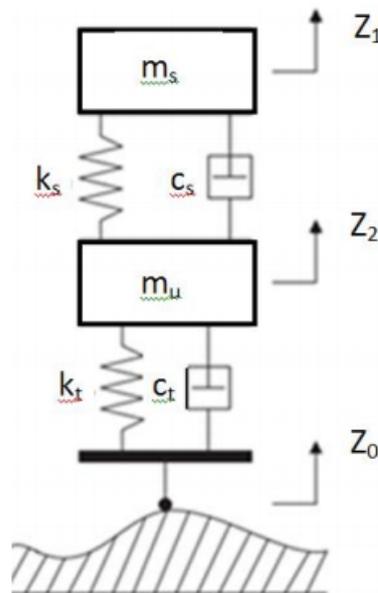
Na Figura 2.2, a massa  $m_u$  representa a massa não-suspensa equivalente (*unsprung mass*). Essa massa é relativa aos elementos que se encontram entre o pneu e o chassi do veículo, ou seja, a manga de eixo, componentes do sistema de freio, direção e outros. A massa  $m_s$  é a massa suspensa (*sprung mass*) e representa o chassi, carenagem e passageiros do veículo. O deslocamento  $z_0$  representa o perfil vertical da rodovia em que o veículo percorre. Essa variável define a excitação do sistema. Os parâmetros  $k_t$  e  $c_t$  representam, respectivamente, os valores dos coeficientes de rigidez da mola e de amortecimento referentes ao pneu; já  $k_s$  e  $c_s$  são referentes à rigidez e amortecimento da suspensão. Essa modelagem já foi vastamente validada e se mostra útil no projeto de suspensões automotivas (HEGAZY; SHARAF, 2013).

### 2.1.2 Semiativas

Atualmente existem diversas tecnologias aplicadas a suspensões automotivas semiativas. A principal característica da suspensão semiativa é a variação do seu coeficiente de amortecimento. Tal variação pode ser obtida através do uso de amortecedores hidráulicos, eletro-reológicos (ER) e magneto-reológicos (MR) (SAVARESI *et al.*, 2010).

Nos hidráulicos, conforme apresentado na Figura 2.3a, a mudança do coeficiente de amortecimento se dá por meio da variação do fluxo de óleo dentro do amortecedor através

Figura 2.2 – Modelo simplificado de ¼ de carro com suspensão passiva.



Fonte: HEGAZY; SHARAF (2013).

Figura 2.3 – Absorvedores semiativos controlados eletronicamente: a) Hidráulico; b) Magneto-reológico (MR); c) Eletro-reológico (ER).



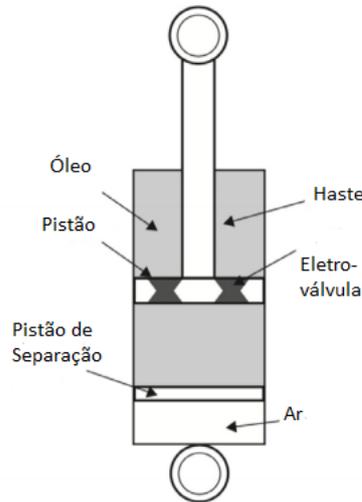
Fonte: SAVARESI *et al.* (2010).

da abertura e fechamento de uma válvula (BOLANDHEMMAT *et al.*, 2010). A Figura 2.3 apresenta um modelo de válvula solenoide utilizada para o controle do fluxo de fluido no interior do cilindro do amortecedor.

No exemplo da Figura 2.4, a válvula solenoide altera o diâmetro do orifício do pistão modificando o fluxo de óleo hidráulico no interior do cilindro.

Para os amortecedores MR e ER, Figuras 2.3b e 2.3c, respectivamente, a força de amortecimento é variada por meio da mudança da viscosidade de um fluido pela indução de um campo elétrico, para o amortecedor eletro-reológico, e magnético, para o amortecedor magneto-reológico. Quando a tensão elétrica aplicada é zero, o comportamento do fluido é linear. Po-

Figura 2.4 – Esquema de suspensão semiativa eletrohidráulica.

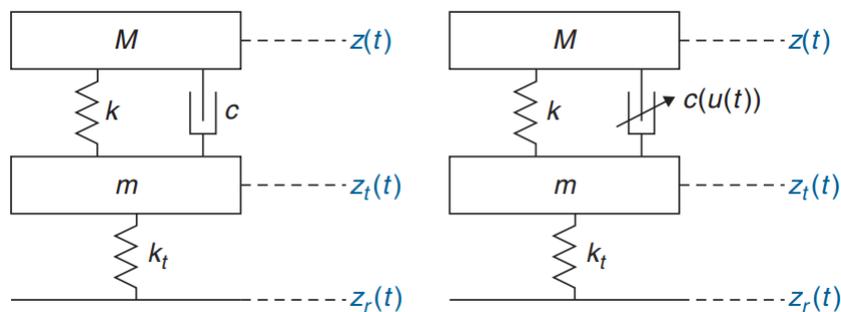


Fonte: SAVARESI *et al.* (2010).

rém, ao variar a tensão, o fluido apresenta um comportamento semelhante ao plástico, onde é necessária uma aplicação de força para o fluido apresentar escoamento (KAMATH *et al.*, 1996; WERELEY; PANG, 1998; JANSEN; DYKE, 2000; KORI; JANGID, 2009).

O projeto de uma suspensão automotiva pode ser feito por meio da modelagem utilizando  $\frac{1}{4}$  de carro, como mostrado na Figura 2.5. Usualmente, a suspensão semiativa pode ser modelada para  $\frac{1}{4}$  de carro por meio de um sistema constituído de dois graus de liberdade, mostrado na Figura 2.5b. Essa modelagem é parecida com a utilizada para a suspensão passiva, diferindo apenas na variação temporal do coeficiente de amortecimento da massa suspensa ( $c(t)$ ) (Figura 2.5a). A mudança deste parâmetro altera o desempenho dinâmico do veículo e é responsável por promover maior conforto e dirigibilidade (SAVARESI *et al.*, 2010).

Figura 2.5 – Modelagem de suspensão: a) passiva e b) semiativa.



Fonte: SAVARESI *et al.* (2010).

## 2.2 Técnicas de Controle

Existem duas técnicas mais comumente aplicadas no controle de vibrações: o controle passivo e o controle ativo. A principal diferença entre esses dois controles está no caráter energético do sistema. Enquanto no controle passivo a vibração é reduzida por meio das propriedades dos elementos do sistema, sem que haja qualquer variação dessas propriedades no tempo; o controle o ativo, por outro lado, requer a inserção de energia no sistema mecânico para o amortecimento (FULLER *et al.*, 1996). Ainda, o controle ativo requer a utilização de sensores e atuadores, o que eleva o custo da aplicação, além de complexidades relativas às leis de controle. São exemplos de aplicações para o sistema passivo a utilização de amortecedores e absorvedores de vibração (HARTOG, 1985).

Além das duas técnicas de controle citadas anteriormente, o controle semiativo pode ser visto como uma alternativa que une algumas características do passivo e ativo. O uso desse controle tem obtido destaque na literatura para a solução de problemas em redução de vibrações, como pode ser visto por vários artigos de revisão (SOONG; SPENCER, 2002; SPENCER; NAGARAJAIAH, 2003; SYMANS; CONSTANTINO, 1999). Existem diversas aplicações para esse tipo de controle, como: helicópteros (ANUSONTI-INTHRA; GANDHI, 2000; SEMIACTIVE..., 2010; NITZSCHE *et al.*, 2005; QIN *et al.*, 2017; SEMIACTIVE..., 2004; TSENG; HROVAT, 2015), sistemas microeletromecânicos (MEMS - *Microelectromechanical systems*) (GUYOMAR *et al.*, 2007; LEFEUVRE *et al.*, 2006; RICHARD *et al.*, 1999; RICHARD *et al.*, 2000) e suspensões veiculares (AHMADIAN; PARE, 2000; CANALE *et al.*, 2006; CHOI *et al.*, 2001; FATEH; ALAVI, 2009; FISCHER; ISERMANN, 2004; POUSSOT-VASSAL *et al.*, 2008).

Existem diversas definições para o controle semiativo. Segundo GAVIN (2000), o controle de vibrações semiativo é definido como o controle que realiza a redução de vibração variando-se as propriedades internas do sistema. De acordo com o mesmo autor, uma das principais características do controle semiativo é que a potência necessária para o funcionamento do controle é apenas uma fração da energia do sistema principal que se deseja controlar. Isso define uma grande vantagem sobre o controle ativo, visto que este requer a utilização de uma quantidade considerável de energia para a redução de vibrações. Outra característica relevante é o fato de que o controle semiativo não insere energia diretamente no sistema mecânico a ser controlado. De acordo com SOONG; SPENCER (2002), essa característica não compromete a estabilidade do sistema, como pode ocorrer com os controles ativos.

Em diversos casos o controle semiativo pode ser realizado a partir da variação dos parâmetros de amortecimento e rigidez. Dentre as técnicas de controle semiativo utilizando a variação do coeficiente de amortecimento do sistema encontram-se o controle *SkyHook* (SH), *Mix-1-Sensor* (M1S), *GroundHook* (GH) e o controle híbrido. Estas técnicas são aplicadas no controle de vibrações aplicado a suspensões automotivas. As duas primeiras são utilizadas para melhorar o conforto; a terceira é aplicada com o objetivo de melhorar a estabilidade e dirigibilidade do veículo e a última une conforto e estabilidade.

O objetivo principal do controle SH é a redução do deslocamento vertical da massa suspensa (chassi), conectando um amortecedor virtual entre a massa e o “céu” (KARNOPP *et al.*, 1974). Esse tipo de controle é tido como referência na melhora do conforto, porém pode provocar uma pior dirigibilidade do veículo. Na equação 2.1,  $c_{SH}$  e  $c_{min}$  representam o coeficiente de amortecimento viscoso,  $\dot{z}_s$  e  $\dot{z}_{us}$  representam a velocidade das massas do modelo e FSH a força de amortecimento.

$$F_{SH} = \begin{cases} c_{SH}\dot{z}_s, & \text{se } \dot{z}_s (\dot{z}_s - \dot{z}_{us}) \geq 0 \\ c_{min} (\dot{z}_s - \dot{z}_{us}), & \text{se } \dot{z}_s (\dot{z}_s - \dot{z}_{us}) < 0 \end{cases} \quad (2.1)$$

O princípio de funcionamento do controle M1S é a seleção do maior ou menor amortecimento em cada intervalo de tempo com o objetivo de obter a melhor configuração que apresente o melhor conforto (SAVARESI *et al.*, 2010). Os autores mostraram uma verificação experimental, onde os resultados experimentais apresentaram uma correlação com os resultados obtidos em simulações. Na equação 2.2,  $c_{min}$  e  $c_{max}$  representam os amortecimentos, e  $\dot{z}$  representa velocidade e FM1S a força de amortecimento.

$$F_{M1S} = \begin{cases} c_{max} \cdot \dot{z}, & \text{se } (\ddot{z}_s^2 - \alpha^2 \dot{z}_s^2) \leq 0 \\ c_{min} \cdot \dot{z}, & \text{se } (\ddot{z}_s^2 - \alpha^2 \dot{z}_s^2) > 0 \end{cases} \quad (2.2)$$

Os valores de  $\alpha$  podem ser escolhidos entre [6.3, 12.56] rad/s para uma suspensão automotiva convencional. Este parâmetro é escolhido em função da frequência de ressonância do modelo do veículo.

De modo semelhante ao *SkyHook*, o controle *GroundHook* é aplicado por meio do uso de um amortecedor virtual entre o solo e a massa não-suspensa (pneu). A alteração do valor de amortecimento neste controle reduz as forças oriundas da interação pneu-solo, melhorando a estabilidade do veículo (NWOKAH; HURMUZLU, 2002).

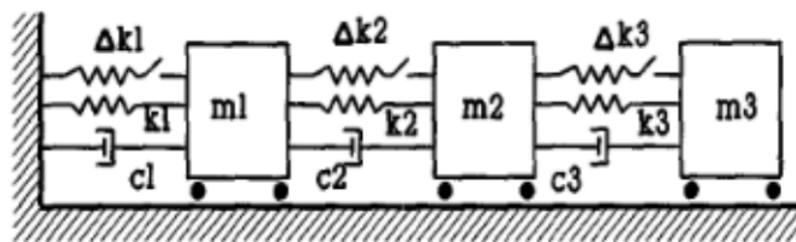
$$F_{GH} = \begin{cases} c_{GH}\dot{z}_s, & \text{se } -\dot{z}_{us}(\dot{z}_s - \dot{z}_{us}) \geq 0 \\ c_{\min}(\dot{z}_s - \dot{z}_{us}), & \text{se } -\dot{z}_{us}(\dot{z}_s - \dot{z}_{us}) < 0 \end{cases} \quad (2.3)$$

Por fim, o controle híbrido agrupa as características de melhora de conforto e estabilidade do SH e GH, respectivamente.

$$F_{\text{hybrid}} = \beta F_{SH} + (1 - \beta)F_{GH} \quad (2.4)$$

Diferentemente das técnicas de controle em que há a modulação do coeficiente de amortecimento, existem as técnicas que modulam a rigidez do sistema afim de reduzir as vibrações. Esses casos que apresentam rigidez variável podem ser encontrados nas publicações de (NASU *et al.*, 2001; NEMIR *et al.*, 1994; YANG *et al.*, 1994; YANG *et al.*, 2007). Por meio da mudança de rigidez do sistema, há uma troca de energia dos modos de frequência mais baixa para os modos de frequência mais alta. Segundo os autores, esses modos de frequências mais altas possuem uma capacidade inerente de melhor dissipação de energia. A troca de energia é feita quando o deslocamento da massa que se quer controlar é zero, afim de evitar a adição de energia no sistema por parte do controle. A Figura 2.6 apresenta um exemplo de variação de rigidez de um sistema com três graus de liberdade. Nela, a rigidez do sistema é alterada por meio do acoplamento das molas  $\Delta k_1$ ,  $\Delta k_2$  e  $\Delta k_3$ .

Figura 2.6 – Controle baseado na mudança de rigidez para múltiplos graus de liberdade.



Fonte: NEMIR *et al.* (1994).

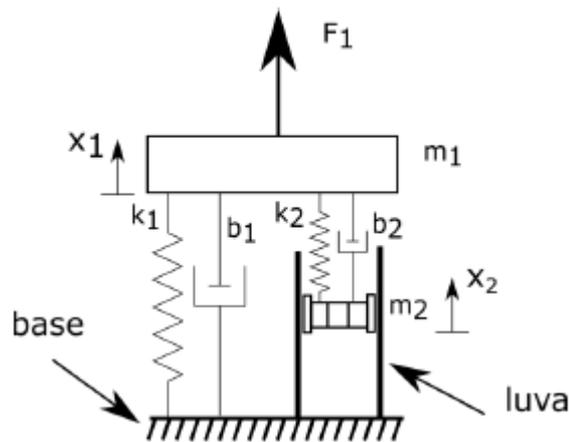
### 2.3 Smart-Spring

A *smart-spring* é um sistema mecânico de controle semiativo que tem ganhado destaque nas últimas décadas. Inicialmente, esse sistema foi desenvolvido para a redução de vibrações em rotores de helicópteros. A *smart-spring* tem sido investigada na redução de vibrações de

asas fixas e rotativas de aeronaves, tanto experimentalmente como numericamente (WICKRAMASINGHE *et al.*, 2008; NITZSCHE *et al.*, 2004; NITZSCHE *et al.*, 2005).

Neste trabalho, esse conceito foi aplicado na redução de vibração de veículos, sendo parte integrante do sistema de suspensão. A Figura 2.7 ilustra o funcionamento do sistema mecânico.

Figura 2.7 – Conceito da *smart-spring*.



Fonte: VIEIRA *et al.* (2018).

O sistema mecânico é constituído por dois sistemas massa-mola-amortecedor em paralelo. Estes sistemas são chamados ramo de carga principal e ramo de carga auxiliar. Os elementos que possuem índice 1 constituem o ramo de carga principal, enquanto aqueles com índice 2 formam o ramo de carga auxiliar. O ramo de carga auxiliar pode se acoplar ou desacoplar da base através de uma força de atrito originada através do contato com a luva apresentada na Figura 2.7. Esse atrito pode ser induzido, por exemplo, por meio de um eletroímã, que promove a atração entre a massa do ramo auxiliar e a luva. A atuação dessa força se dá na mesma direção do movimento da massa 2. Logo, nenhuma energia é adicionada no sistema visto que não há trabalho. Essa característica constitui uma grande vantagem no uso da *smart-spring* no controle de vibrações e justifica sua aplicação em veículos automotores.

O funcionamento do mecanismo de controle se dá em três estados. O primeiro ocorre quando o ramo de carga auxiliar está completamente desconectado da luva. O segundo estado é caracterizado pelo contato do ramo auxiliar com a luva, porém havendo um movimento relativo entre eles, surgindo a ação de uma força de atrito dinâmico no sistema. E, por fim, o terceiro estado ocorre quando não há movimento relativo entre a luva e o ramo de carga auxiliar, originando uma força de atrito estático. Nesse último estado a rigidez resultante do sistema é a

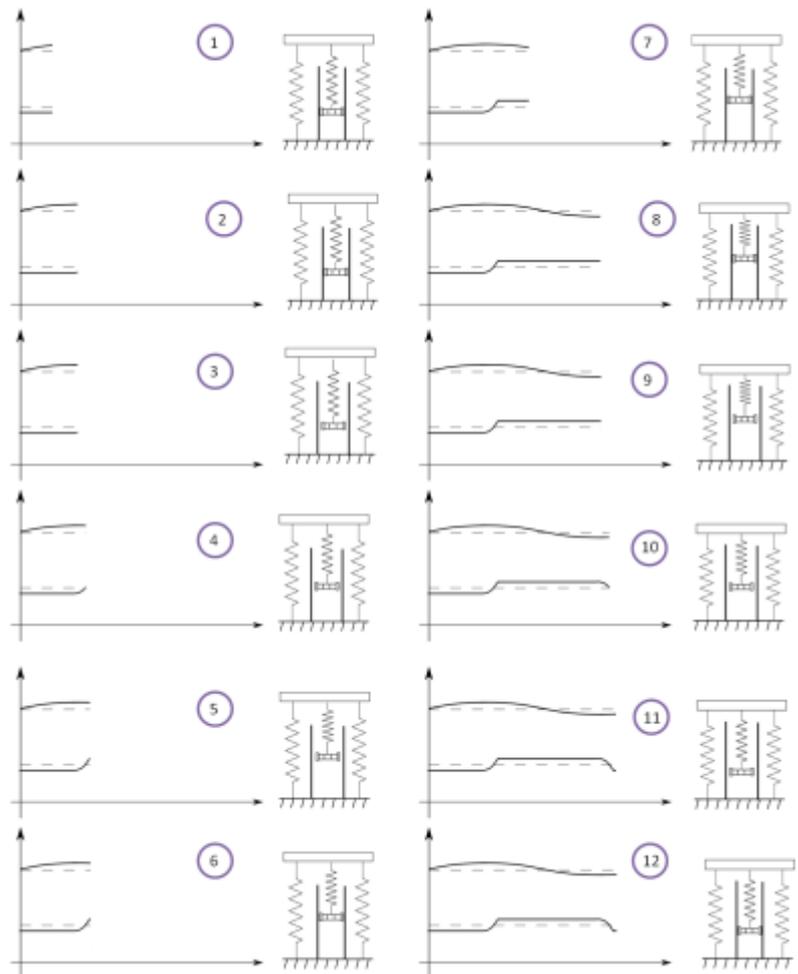
combinação entre as rigidezes do ramo principal e auxiliar (VIEIRA *et al.*, 2018). Desse modo, a *smart-spring* pode modular sua rigidez entre  $k_1$ , chamado “*soft*” link e  $k_2$ , chamado “*solid*” link.

Segundo VIEIRA *et al.* (2018), duas técnicas de controle semi-ativo podem ser empregadas na *smart-spring*: a Reconfiguração da *Smart-Spring* (RSS) e a Inversão da *Smart-Spring* (ISS).

A estratégia utilizada no controle RSS (Figura 2.8) é baseada no movimento relativo entre a massa do ramo de carga auxiliar e a massa do ramo de carga principal. O estado 3 caracteriza a condição natural do sistema (Gráficos 1 a 3 e 7 a 9 da Figura 2.8). Ao atingir um extremo de deslocamento (máximo ou mínimo), o ramo de carga auxiliar é desacoplado do principal, caracterizando o estado (Gráficos 4 a 5 e 10 a 11 da Figura 2.8). Quando a deformação da mola da carga auxiliar é zero, o mecanismo de controle é acionado e realiza o acoplamento novamente à luva. Neste ponto, observa-se uma força de atrito dinâmico entre a luva e a massa do ramo de carga auxiliar, representando o estado 2 (Gráficos 6 e 12 da Figura 2.8). Quando o sistema é completamente acoplado, não há força de atrito dinâmico (ainda há a atuação da força de atrito estático) e o mecanismo retorna ao estado 3. Desse modo, o controle RSS leva o movimento relativo entre as massas a zero (o sistema é acoplado novamente quando não há deformação na mola do ramo de carga auxiliar) dissipando, na forma de atrito, toda a energia armazenada na mola do ramo de carga auxiliar. A Figura 2.8 representa o comportamento da *smart-spring* utilizando a técnica de controle RSS.

A base da estratégia do controle ISS (Figura 2.9) é a realização da completa inversão do ramo de carga auxiliar em vista de um ponto extremo de deslocamento do ramo de carga principal. A condição natural no controle ISS é o estado 3 (Gráficos 1 a 3 e 7 a 9 da Figura 2.9). Quando ocorre um extremo de deslocamento (máximo ou mínimo) do ramo de carga principal, o ramo de carga auxiliar é desacoplado da luva, caracterizando o estado 1 (Gráficos 4 a 5 e 10 a 11 da Figura 2.9). No momento em que ocorre a inversão no deslocamento do ramo de carga auxiliar, o mecanismo de controle é acionado e o ramo de carga auxiliar é acoplado novamente à luva. Neste momento ocorre a ação de uma força de atrito dinâmico, caracterizando o estado 2 (gráficos 6 e 12 da Figura 2.9). Quando não há mais deslocamento do ramo de carga auxiliar, não há ação da força de atrito e o sistema retorna ao estado 3. Vale notar que enquanto o mecanismo se encontra no estado 3, energia é armazenada na mola do ramo de carga auxiliar. Quando o ocorre o desacoplamento e posterior acoplamento deste ramo, essa energia é dissipada

Figura 2.8 – Estratégia de controle RSS



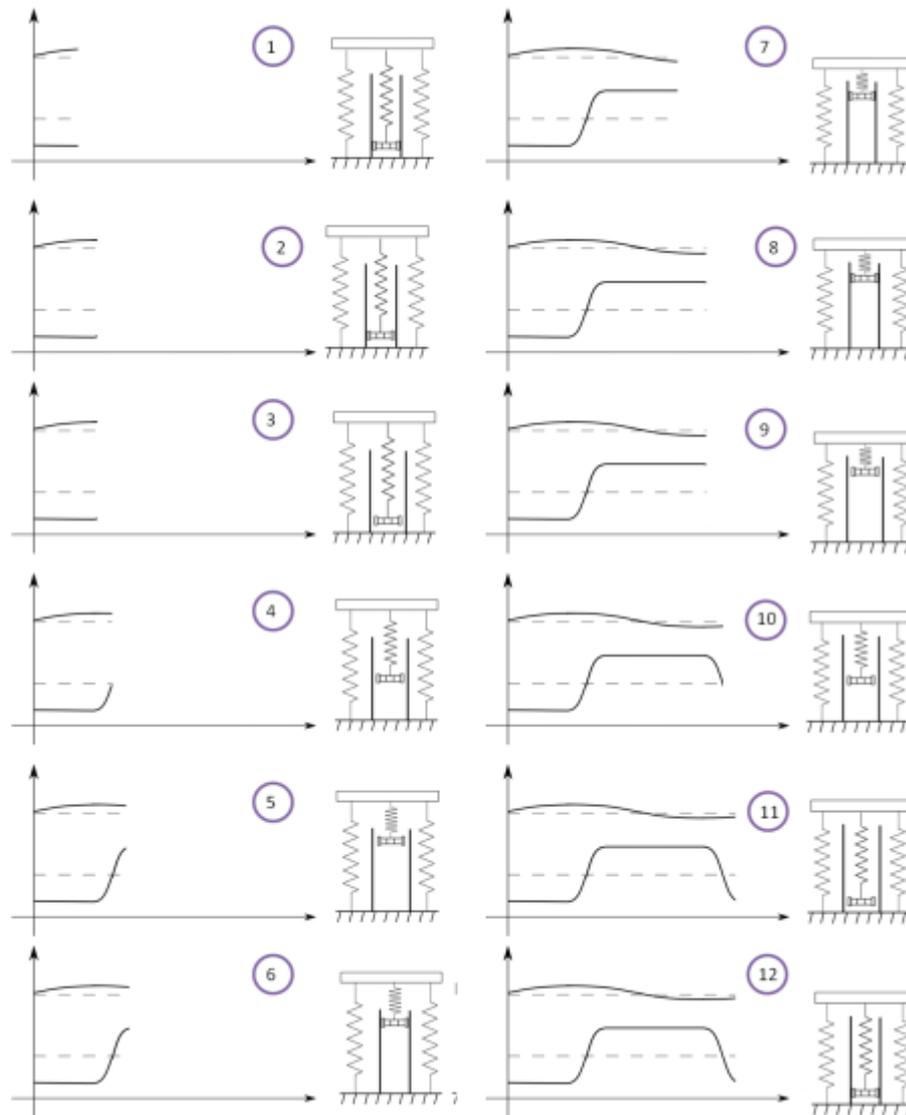
Fonte: VIEIRA *et al.* (2018).

na forma de atrito. A Figura 2.9 a seguir representa o comportamento da *smart-spring* utilizando a técnica de controle ISS.

Visto que o controle ISS acopla novamente o ramo de carga auxiliar quando sua velocidade é aproximadamente nula, nessa condição, pouca energia é necessária para o acionamento do mecanismo de controle. Já o controle RSS acopla o ramo auxiliar quando a velocidade da massa do ramo de carga auxiliar é máxima (não há deformação na mola desse ramo), exigindo maior energia que o controle ISS.

Além disso, o intervalo de tempo compreendido pelo estado 2 é menor utilizando o controle ISS do que o RSS. Esse fator reduz ainda mais a energia necessária para o funcionamento da *smart-spring*. Fica evidente, então, que o instante em que o controle atua deve ser o mais preciso possível, pois um atraso ou adiantamento no acoplamento implica em uma menor

Figura 2.9 – Estratégia de controle ISS.



Fonte: VIEIRA *et al.* (2018).

dissipação de energia. Essa característica se aplica tanto ao controle RSS quanto ao controle ISS.

De acordo com os resultados de VIEIRA *et al.* (2018), o uso da *smart-spring* para a redução de vibrações é vantajoso devido ao fato de que é necessária uma pequena massa no ramo de carga auxiliar para obter um decaimento considerável nas vibrações do sistema principal. De modo geral, o autor salienta uma melhor atenuação de vibrações a partir do controle ISS, sendo esta a justificativa para sua aplicação em suspensões automotivas.

## 2.4 Conforto (ISO 2631)

A exposição de passageiros a vibrações, desde veículos de passeio (carros e motocicletas, por exemplo) aos veículos de grande porte (ônibus e tratores), deve ser minimizada. De acordo com a International Standard 2631 (1997), uma condição específica de vibração pode ser considerada causadora de desconforto inaceitável em uma situação, mas pode ser classificada como agradável ou emocionante em outra. Vibrações que interferem em atividades como leitura e escrita geralmente são causadoras de desconforto.

Tanto vibrações mecânicas como acústicas podem ser causadoras de desconforto. A exposição prolongada a essas vibrações pode provocar problemas de saúde. A ergonomia do trabalho é responsável por analisar as condições seguras em que não haja riscos de surgimento de doenças decorrentes dessas vibrações.

Existem diversos fatores que influenciam na determinação de frequências de vibrações consideradas confortáveis ou desconfortáveis. Muitos desses fatores são referentes à capacidade de percepção do indivíduo que é submetido a oscilações. Desse modo, a definição de uma faixa de frequências considerada desconfortável é uma tarefa complexa e onerosa de ser feita (THUONG; GRIFFIN, 2011).

Diversos métodos foram apresentados na British Standards 6841 (1987), European Standards ENV 12299 e International Standard 2631 (1997) para a obtenção de frequências aceitáveis para pessoas sentadas, em pé e deitadas. De acordo com a IS 2631 (1997) alguns valores de acelerações verticais podem ser considerados como padrões gerais para a análise de conforto. Esses valores são apresentados na Tabela 2.1.

Tabela 2.1 – Valores gerais para análise de conforto.

Less than 0,315 m/s <sup>2</sup> :	not uncomfortable
0,315 m/s <sup>2</sup> to 0,63 m/s <sup>2</sup> :	a little uncomfortable
0,5 m/s <sup>2</sup> to 1 m/s <sup>2</sup> :	fairly uncomfortable
0,8 m/s <sup>2</sup> to 1,6 m/s <sup>2</sup> :	uncomfortable
1,25 m/s <sup>2</sup> to 2,5 m/s <sup>2</sup> :	very uncomfortable
Greater than 2 m/s <sup>2</sup> :	extremely uncomfortable

Fonte: IS 2631 (1997).

Vale ressaltar que a reação a diversas magnitudes de vibrações depende da percepção e expectativa dos passageiros. Essa percepção é influenciada, dentre outros fatores, pela atividade desenvolvida (leitura, escrita, consumo de bebidas), tempo de exposição e amplitude da oscilação.

O projeto da suspensão automotiva deve ser feito de modo a contemplar os valores apresentados na Tabela 2.1. Quanto menor a aceleração percebida pelos passageiros, maior a sensação de conforto desenvolvida. Ainda, tendo em vista que a aceleração percebida pelos passageiros é oriunda da transmissão das vibrações do chassi do veículo, quanto menor for a aceleração percebida pelo chassi, menor será a oscilação percebida pelo passageiro. Desse modo, a suspensão, que é responsável pela redução das oscilações transmitidas ao chassi, é também responsável pela percepção de conforto dos passageiros (GILLESPIE, 1992).

## 2.5 Perfil Vertical da Rodovia

O perfil da rodovia é uma das condições externas que influencia em diversas características do veículo. A rugosidade apresentada pela rodovia gera esforços na estrutura do veículo. Esses esforços são aplicados constantemente gerando a sensação de desconforto percebida pelos passageiros (NGWANGWA *et al.*, 2014).

A Sociedade Americana de Ensaio e Materiais (American Society of Testing and Materials – ASTM) em sua norma E867 (ASTM, 2000) definiu a rugosidade da rodovia como sendo os desvios de um pavimento superficial de uma verdadeira superfície plana com dimensões características que influem na dinâmica veicular, conforto e nas cargas dinâmicas impostas ao veículo.

Esta rugosidade pode ser vista como um sinal aleatório em um espectro de frequências. Diversos métodos são utilizados para a obtenção do perfil vertical de uma rodovia. Esses métodos variam desde a instrumentação de veículos com acelerômetros e posterior tráfego em rodovias reais, a modelos matemáticos utilizando redes neurais.

Resultados promissores foram obtidos por meio dos estudos de NGWANGWA *et al.* (2014), KAGEYAMA (1993) e PALKOVICS *et al.* (1994) utilizando redes neurais para a obtenção aproximada do perfil teórico de rodovias. Segundo seus estudos, aplicando métodos de redes neurais é possível obter um perfil semelhante a outros métodos já validados experimentalmente. Ainda, outros métodos para a obtenção da rugosidade de superfícies são apresentados por BHUSHAN (2000) utilizando equipamentos eletrônicos, óticos, mecânicos e fluidos.

Por outro lado, tendo em vista que a rodovia trata-se de um sinal randômico com diversas frequências, pode-se simular o perfil vertical do solo de maneira simplificada como um sinal senoidal conhecido aplicado em diferentes frequências. Essa simplificação é extensivamente validada para análises numéricas (SAVARESI *et al.*, 2010).

### 3 METODOLOGIA

#### 3.1 Metodologia proposta

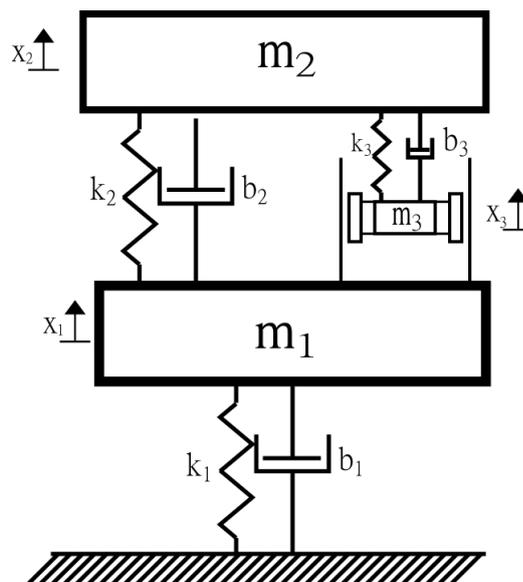
Neste capítulo é apresentado o conceito de *smart-spring* aplicado à suspensão automotiva, bem como o emprego da técnica de controle semiativo para a redução de vibrações. São apresentadas as equações de movimento dos modelos propostos e uma descrição detalhada do funcionamento da *smart-spring*.

Ainda, é apresentada a metodologia para a resolução das equações de movimento para os estados do modelo proposto e os coeficientes para análise do desempenho da suspensão automotiva.

#### 3.2 A *Smart-Spring*

A Figura 3.1 mostra o conceito de *smart-spring* sendo aplicado em um modelo de ¼ de suspensão automotiva. O modelo proposto é um sistema mecânico com 3 graus de liberdade. Os elementos que possuem índice 1 são referentes à massa não-suspensa (unsprung mass). Esses elementos, como descrito anteriormente, representam os componentes de um veículo que se encontram entre o solo e a suspensão, como: pneu, manga de eixos, sistema de freio, entre outros.

Figura 3.1 – O conceito de *smart-spring* aplicado a ¼ de suspensão.



Fonte: O autor.

Os valores de  $k_1$  e  $b_1$  são referentes à rigidez e amortecimento do pneu. Os elementos que possuem índice 2 representam a massa suspensa. Nela estão compreendidas todas as massas que têm sua dinâmica afetada pelo desempenho da suspensão, por exemplo: chassi do veículo, assentos, passageiros, entre outros. Os valores de  $k_2$  e  $b_2$  são relativos à rigidez e amortecimento da suspensão. Esses valores são fixos e a sua escolha é baseada na relação de compromisso entre a busca pelo melhor conforto com o mínimo comprometimento da estabilidade do veículo. Já os índices que possuem índice 3 representam o ramo de carga auxiliar da *smart-spring*. Assume-se que essa massa 3 pode se acoplar e desacoplar da luva, fixa na massa não-suspensa, por meio da ação de uma força de atrito induzida. Como descrito anteriormente, a ação dessa força não insere energia no sistema devido à sua orientação em relação ao movimento das massas.

É interessante evidenciar que os valores de  $k_3$  e  $b_3$  são fixos. Porém, com a aplicação das técnicas de controle semiativas é possível modular a rigidez do sistema entre as condições *soft link* e *hard link*. Quando o ramo de carga auxiliar está completamente acoplado à luva, tem-se um mecanismo de 2 graus de liberdade. A rigidez e amortecimento apresentados entre as massas  $m_1$  e  $m_2$  passam a ser descritos em termos de  $k_2$  e  $b_2$  e  $k_3$  e  $b_3$ , respectivamente. Essa modulação de rigidez e amortecimento é feita em momentos estratégicos selecionados pela técnica de controle.

A Figura 3.2 apresenta o diagrama de corpo livre para as massas do ramo de carga principal e auxiliar em seus 3 estados. A Figura 3.2a representa o ramo de carga principal. Na Figura 3.2b é apresentado o diagrama de corpo livre da massa  $m_1$  considerando a ação de uma força de atrito dinâmico entre a luva e a massa  $m_3$ . A Figura 3.2c mostra o ramo de carga auxiliar e uma força de atrito estático entre  $m_3$  e a luva. Essa força surge devido ao deslocamento relativo entre  $m_1$  e  $m_3$ .

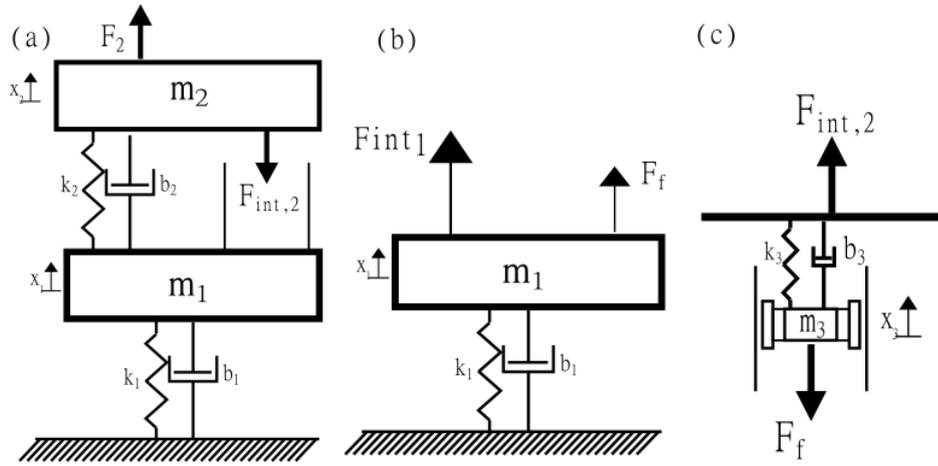
Para a massa não-suspensa as equações de movimento podem ser descritas como,

$$m_1\ddot{x}_1 + b_1\dot{x}_1 + k_1x_1 - F_{\text{int},1} = F_1 \quad (3.1)$$

Onde  $x_1$  é o deslocamento da massa  $m_1$ .  $F_1$  representa a força externa aplicada à massa suspensa e  $F_{\text{int},1}$  é a força interna da interação entre a massa  $m_2$  e  $m_3$ . Essa força pode ser descrita como,

$$F_{\text{int},1} = k_2(x_1 - x_2) + b_2(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) \quad (3.2)$$

Figura 3.2 – a) Detalhe das forças no ramo de carga principal; b) Forças na massa  $m_1$ ; c) Forças no ramo de carga auxiliar.



Fonte: O autor.

A equação geral de movimento da massa suspensa pode ser descrita como,

$$m_2 \ddot{x}_2 + b_2 \dot{x}_2 + k_2 x_2 - F_{\text{int},2} = F_2 \quad (3.3)$$

Onde  $x_2$  é o deslocamento da massa  $m_2$ .  $F_2$  representa a força externa aplicada à massa suspensa e  $F_{\text{int}}$  é a força interna da interação entre a massa  $m_2$  e  $m_3$ . Essa força pode ser descrita como,

$$F_{\text{int}} = k_3 (x_2 - x_3) + b_3 (\dot{x}_2 - \dot{x}_3) \quad (3.4)$$

A equação de movimento do ramo de carga auxiliar pode ser descrita por meio da equação 2.3. Essa equação representa o mecanismo nos estados 1 e 3, onde não há a presença de uma força de atrito (o ramo de carga auxiliar se encontra completamente desacoplado da luva) e quando ocorre a presença de uma força de atrito dinâmico entre a massa suspensa e  $m_3$ . Quando não existe força de atrito dinâmico, o valor de  $F_f$  é zero. Assim,

$$m_3 \ddot{x}_3 + b_3 (\dot{x}_3 - \dot{x}_2) + k_3 (x_3 - x_2) = F_f \text{sign}(\dot{x}_3) \quad (3.5)$$

Desse modo, as equações de movimento para o modelo proposto quando ocorre uma força de atrito dinâmica são descritas como

$$\begin{aligned}
m_1\ddot{x}_1 + (b_1 + b_2)\dot{x}_1 + (k_1 + k_2)x_1 - b_2\dot{x}_2 - k_2x_2 &= F_1 - F_f \text{sign}(\dot{x}_3) \\
m_2\ddot{x}_2 + (b_2 + b_3)\dot{x}_2 + (k_2 + k_3)x_2 - b_3\dot{x}_3 - k_3x_3 &= F_2 \\
m_3\ddot{x}_3 + b_3(\dot{x}_3 - \dot{x}_2) + k_3(x_3 - x_2) &= F_f \text{sign}(\dot{x}_3)
\end{aligned} \tag{3.6}$$

Já quando não há força de atrito dinâmico no sistema, as equações de movimento das massas do modelo são

$$\begin{aligned}
m_1\ddot{x}_1 + (b_1 + b_2)\dot{x}_1 + (k_1 + k_2)x_1 - b_2\dot{x}_2 - k_2x_2 &= F_1 \\
m_2\ddot{x}_2 + (b_2 + b_3)\dot{x}_2 + (k_2 + k_3)x_2 - b_3\dot{x}_3 - k_3x_3 &= F_2 \\
m_3\ddot{x}_3 + b_3(\dot{x}_3 - \dot{x}_2) + k_3(x_3 - x_2) &= 0
\end{aligned} \tag{3.7}$$

Conforme descrito anteriormente, no estado 3 não há movimento relativo entre as massas  $m_1$  e  $m_3$ . Desse modo, as equações de movimento neste estado devem ser alteradas. Visto que a massa  $m_3$  se acopla à massa  $m_1$ , o sistema pode ser tratado como um mecanismo de 2 graus de liberdade considerando a soma dessas massas.

De modo semelhante aos estados 1 e 2, as equações de movimento para o estado 3 podem ser escritas como

$$\begin{aligned}
(m_1 + m_3)\ddot{x}_1 + (b_1 + b_2 + b_3)\dot{x}_1 + (k_1 + k_2 + k_3)x_1 - (b_2 + b_3)\dot{x}_2 - (k_2 + k_3)x_2 &= F_1 \\
m_2\ddot{x}_2 + (b_2 + b_3)\dot{x}_2 + (k_2 + k_3)x_2 - (b_2 + b_3)\dot{x}_1 - (k_2 + k_3)x_1 + F_f &= F_2
\end{aligned} \tag{3.8}$$

Vale ressaltar que o valor da força de atrito ( $F_f$ ) deve ser maior do que a força interna no sistema. Desse modo garante-se que não há movimento relativo entre as massas.

Tendo em vista a não linearidade das equações de movimento do modelo, o método de integração numérica será adotado para obter suas soluções. O *software* MATLAB<sup>®</sup> será utilizado para a implementação do modelo e solução das equações diferenciais acopladas.

Foi utilizado um passo de tempo variável para permitir uma melhor resolução do problema em suas diferentes configurações. Tendo em vista o curto intervalo de tempo para ocorrer o engajamento (estado 2), fez-se necessário o uso de um passo de tempo menor nessa condição. Para os estados 1 e 3, foi utilizado um passo de tempo de 0,001 segundo. Porém, para o estado 2, visando a melhor discretização do movimento e aumentar a resolução dos fenômenos físicos, foi utilizado um passo de tempo de 0,0001 segundo. Embora essa alteração de passo de tempo aumente o custo computacional para executar a simulação, isso se faz necessário para que seja

possível identificar a transferência de energia entre  $m_3$  e a luva durante o estado 2 por meio da força de atrito dinâmico.

### 3.3 Aplicação das leis de controle semiativas

Conforme apresentado anteriormente, a técnica de controle a ser aplicada na *smart-spring* neste trabalho é a ISS (Inversão da *Smart-Spring*). Nesta seção será apresentada a aplicação dessa lei de controle no modelo de suspensão proposto utilizando a *smart-spring*.

Visto que o controle ISS, assim como o RSS, atua com o avanço de fase do ramo de carga auxiliar, a frequência natural do ramo de carga auxiliar na implementação do modelo deve ser maior que a do ramo de carga principal.

O controle ISS tem seu princípio de funcionamento baseado na inversão do ramo de carga auxiliar nos pontos máximos e mínimos do deslocamento da massa do ramo de carga principal. Entende-se por ramo de carga principal a massa que é alvo da redução de vibração e ramo de carga auxiliar a massa que é utilizada para a redução dessa vibração. Neste trabalho, a massa  $m_2$ , que representa o chassi do veículo, é a que deve ter seu deslocamento minimizado e  $m_3$  é utilizada para a redução de vibração.

Desse modo, ao ocorrer um ponto máximo de deslocamento da massa  $m_2$  (chassi) o mecanismo de acionamento da *smart-spring*, tido como ideal, desacopla a massa  $m_3$  da luva<sup>1</sup>. Após determinado intervalo de tempo, o mecanismo é acionado novamente e a massa do ramo de carga auxiliar é novamente acoplada à luva. Esse intervalo de tempo deve ser metade do período do ramo de carga auxiliar, de modo a garantir o melhor momento para o acoplamento.

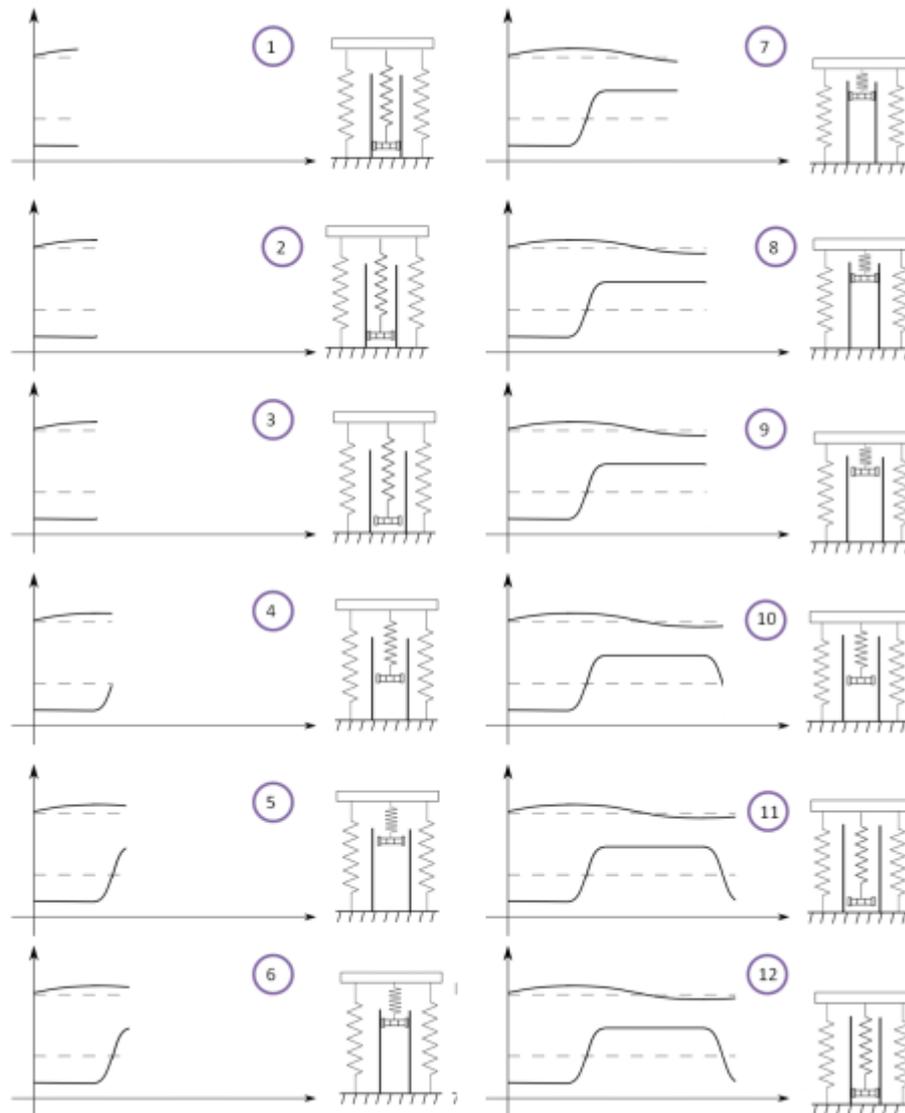
A Figura 3.3 (reprodução da Figura 2.9) representa a aplicação dessa lei de controle.

### 3.4 Método numérico e rotina computacional

Para a solução das equações de movimento foi utilizado o método de espaço de estados. Por meio desta técnica é possível descrever o um sistema físico por meio de variáveis de entrada e saída, relacionando seus valores por meio de equações diferenciais de primeira ordem. Essa técnica é empregada a fim de reduzir a ordem das equações facilitando suas soluções, dobrando em contrapartida o número de equações. Isso promove uma redução do uso de recursos com-

<sup>1</sup> Tendo em vista que o sinal de controle da técnica ISS é o deslocamento da massa  $m_2$ , define-se que o objetivo da *smart-spring* é a redução da oscilação dessa massa e, portanto, o aumento do conforto percebido no veículo. Tal fenômeno é evidente nos resultados (Figura 4.27).

Figura 3.3 – Estratégia de controle ISS.



Fonte: VIEIRA *et al.* (2018).

putacionais e ainda simplifica a modelagem do sistema físico, que neste trabalho se trata da suspensão automotiva semiativa.

Após a definição das equações de movimento em espaços de estados, foi aplicada a técnica de diferenças finitas centrais, realizando a integração numérica. Essa técnica usa aproximações das derivadas das equações e possibilita sua solução em intervalos discretos de tempo. Vale ressaltar que o intervalo de tempo referente ao estado 2 (referente ao processo de acoplamento do ramo de carga auxiliar, onde ocorre a atuação da força de atrito dinâmico) deve ser menor do que para os outros estados. Isso se dá por conta da velocidade em que ocorre o acoplamento,

sendo que uma resolução maior de tempo se faz necessária para observar as transferências de energia no sistema nessa condição.

Assim, foi desenvolvida a rotina computacional no *software* MATLAB<sup>®</sup> para a solução das equações de movimento em cada estado do modelo utilizando a técnica ISS. Essa rotina foi responsável por alterar as equações resolvidas dada uma determinada condição do modelo. Ou seja, quando deve-se realizar a modulação da rigidez do estado *hard link* para o *soft link* (na presença de um extremo de deslocamento do ramo de carga principal) a rotina computacional passa a resolver as equações referentes aos estados 1 e 2. Quando o ramo de carga auxiliar é novamente engajado à luva (na presença da inversão do deslocamento da *smart-spring*), a rotina torna a resolver as equações referentes ao estado 3. Desse modo é possível obter um vetor de base temporal dos deslocamentos, velocidades e acelerações de todas as massas. Assim, a partir da integração dessas equações é possível analisar o modelo proposto em todos os estados e ainda compará-lo com o modelo puramente passivo. A rotina computacional desenvolvida encontra-se no Anexo A.

### **3.5 Metodologia de Análise da Suspensão automotiva**

Com os resultados obtidos por meio rotina computacional, é possível realizar a análise do modelo semiativo proposto e uma comparação com o modelo puramente passivo. A análise de suspensões automotivas leva em conta dois principais aspectos: o conforto e a estabilidade.

#### **3.5.1 Conforto**

Em se tratando de suspensões automotivas, o conforto se refere à sensibilidade dos passageiros do veículo às vibrações. Desse modo, conforme discutido anteriormente, o conforto não possui uma métrica objetiva. Isso significa que o para um mesmo nível de vibração, dois passageiros distintos podem julgar a situação confortável ou não. Essa subjetividade está relacionada ao próprio passageiro (idade, condição física, peso, etc) e à estrutura do veículo (vibração do chassi, ruídos). A análise de conforto pode ser feita, então, levando em conta apenas o movimento vertical dos modelos em faixas de frequências específicas. Desse modo, é possível evitar a modelagem do corpo humano e reduzir o número de variáveis do problema. Em outras palavras, a análise de conforto tem foco no deslocamento e aceleração da massa do ramo de carga principal (representando a massa do chassi e dos passageiros). Fica evidente que quanto

menores forem os valores de aceleração e deslocamento dessa massa, maior será a sensação de conforto transmitida aos passageiros.

### **3.5.2 Estabilidade (*road-holding*)**

Neste trabalho, entende-se por estabilidade a capacidade da suspensão em manter o contato constante entre o pneu e o solo. Esse aspecto é geralmente encontrado na literatura como “*road-holding*” ou ainda “*handling*”. O contato do pneu com o solo é uma característica essencial na análise da dinâmica veicular por estar relacionada com a força normal, que é função de suas componentes longitudinais e lateral. Essas forças se tornam relevantes em situações de aceleração, frenagem ou curvas durante a utilização do veículo. Visto que esses tópicos não são objeto deste trabalho, a análise de estabilidade se resume à análise da deflexão vertical do pneu. Essa deflexão é calculada por meio da diferença entre o deslocamento vertical do pneu e o perfil da rodovia, que é o sinal de entrada dos modelos utilizados. Minimizar a deflexão vertical do pneu resulta na maximização da força normal, o que confere maior estabilidade ao veículo.

Para a análise de conforto, o modelo é excitado com frequências de 0 a 20 Hz; enquanto para a análise de estabilidade a excitação é de 0 a 30 Hz. Esses são os intervalos de frequência mais comumente utilizados na literatura (SAVARESI *et al.*, 2010). Tal intervalo é definido haja vista que as frequências naturais para os modelos se encontram nesta faixa de frequências.

### **3.5.3 Análise da Resposta em Frequência e Índice de Performance**

Em suma, a metodologia adotada segue o seguinte algoritmo para o modelo passivo e semiativo:

1. Um sinal senoidal com amplitude unitária é aplicado como excitação de base, simulando o perfil vertical da rodovia;
2. Os sinais de deslocamento, velocidade e aceleração são obtidos por meio da solução das equações de movimento;
3. Para cada sinal obtido, é extraído o espectro no domínio da frequência por meio da Transformada de Fourier Discreta tanto do deslocamento vertical da massa que representa o chassi e os passageiros (para a análise de conforto) quanto da deflexão do pneu (para a análise de estabilidade);

Por fim, define-se uma função  $\sigma$  do seguinte modo:

$$\sigma(X, f_{\min}, f_{\max}) = \int_{f_{\min}}^{f_{\max}} |X(f)|^2 df \quad (3.9)$$

Onde,  $X$  é o sinal de interesse,  $f_{\min}$  e  $f_{\max}$  é a frequência mínima e máxima a ser analisada. Desse modo, para cada sinal de interesse (conforto e estabilidade), respectivamente, tem-se:

$$\tilde{J}_{\text{conf}} = \frac{\sigma(F_z, 0, 20)}{\sigma(F_z^{\text{nom}}, 0, 20)} \quad (3.10)$$

$$\tilde{J}_{\text{estab}} = \frac{\sigma(F_{\text{deflec}}, 0, 30)}{\sigma(F_{\text{deflec}}^{\text{nom}}, 0, 30)} \quad (3.11)$$

Onde,  $\tilde{J}_{\text{conf}}$  representa o índice de performance da suspensão para o conforto,  $F_z$  representa o ganho obtido da função do espectro em frequência do deslocamento vertical da massa do sistema principal,  $F_z^{\text{nom}}$  representa a ganho obtido da função do espectro em frequência do deslocamento vertical da massa do sistema principal para o valor nominal de amortecimento da suspensão. Ainda,  $\tilde{J}_{\text{estab}}$  representa o índice de performance da suspensão para a estabilidade,  $F_{\text{deflec}}$  representa o ganho obtido da função do espectro em frequência da deflexão do pneu e  $F_{\text{deflec}}^{\text{nom}}$  representa o ganho obtido da função do espectro em frequência da deflexão do pneu para o valor nominal de amortecimento da suspensão. Assim, o índice  $\tilde{J}_{\text{conf}}$  trata do conforto percebido pelo veículo por meio do sinal de deslocamento do chassi e  $\tilde{J}_{\text{estab}}$  se concentra na estabilidade por meio do sinal de deflexão do pneu.

Esses índices são analisados com base em um valor nominal previamente estabelecido. A literatura convencionada que o valor nominal para o coeficiente de amortecimento viscoso de amortecedores utilizados em suspensões automotivas típicas de passeio seja de 1500 N·s/m (SAVARESI *et al.*, 2010). Tendo em vista esse referencial, caso o índice de performance seja maior do que uma unidade, indica que a suspensão é menos confortável (ou menos estável) do que o referencial. Analogamente, se o índice de performance for menor do que um, indica que a suspensão é mais confortável (ou mais estável) do que a condição referencial.

## 4 RESULTADOS

Neste capítulo serão apresentados os resultados obtidos por meio da aplicação da metodologia proposta. Serão também discutidos os efeitos do emprego da técnica de controle ISS no domínio do tempo e da frequência. Será realizada uma comparação entre a resposta do modelo proposto e o caso da suspensão puramente passiva nos casos de oscilação livre e forçada. É importante salientar que para a resposta em vibração livre foi aplicada uma condição inicial no sistema enquanto para a resposta em vibração forçada.

Os resultados foram obtidos por meio da solução das equações de movimento utilizando o método de espaço de estados e integração numérica no *software* MATLAB®, conforme apresentado anteriormente. Neste programa é possível variar os valores dos parâmetros físicos dos elementos possibilitando um estudo sobre seus efeitos na resposta dinâmica do modelo.

A Tabela 4.1 apresenta os parâmetros da suspensão utilizados na simulação. Para os elementos em comum do modelo passivo ( $k_1, b_1, m_1, k_2, b_2, m_2$ ), foram utilizados os mesmos parâmetros do modelo semiativo.

A razão de rigidez indica a relação entre a rigidez do ramo de carga auxiliar e a rigidez do ramo de carga principal. Essa relação tem implicação direta na frequência natural do modelo e, conseqüentemente, na resposta em frequência exibida. De igual modo, a razão do coeficiente de amortecimento indica a relação entre o amortecimento do ramo de carga auxiliar e o amortecimento do ramo de carga principal.

Tabela 4.1 – Parâmetros para o modelo semiativo proposto utilizados.

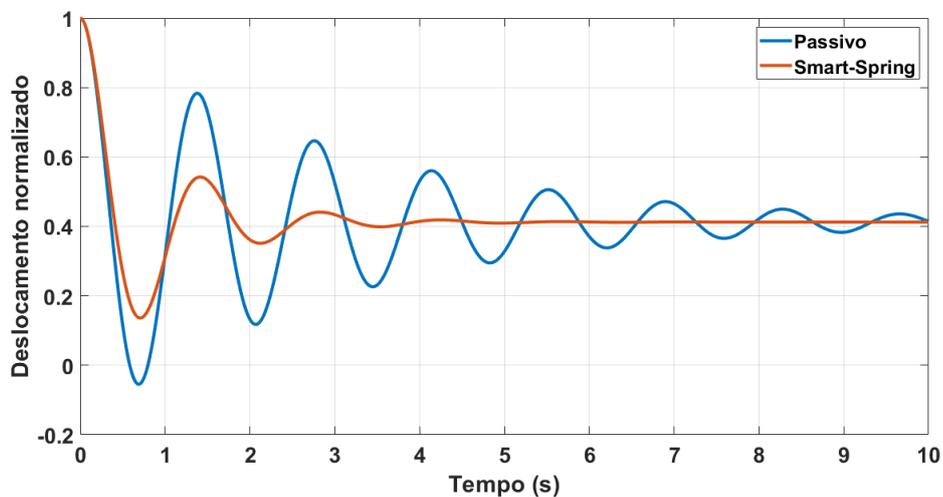
Parâmetro	Valor
Massa não suspensa ( $m_1$ ) – Pneu	15 kg
Rigidez do Pneu ( $k_1$ )	200000 N/m
Massa ramo de carga principal ( $m_2$ ) – Chassi/Passageiros	117 kg
Rigidez ramo de carga principal ( $k_2$ )	16088 N/m
Amortecimento ramo de carga principal ( $b_2$ )	1500 N·s/m
Massa ramo de carga auxiliar ( $m_3$ ) – <i>Smart-spring</i>	2,5 kg
Razão de Rigidez $k_3/k_2$	0.07
Coefficiente de Amortecimento ramo de carga auxiliar $b_3/b_2$	0.08
Força de excitação da massa não suspensa	Unitária (senoidal)

Fonte: SAVARESI *et al.* (2010).

#### 4.1 Resposta em vibração livre

A Figura 4.1 mostra a resposta do deslocamento normalizado da massa  $m_2$  (deslocamento dividido pelo deslocamento máximo do ramo de carga principal) para a resposta em vibração livre, onde foi aplicada uma condição inicial de 0,5 metros para a massa suspensa ( $m_2$ ). Na figura são apresentadas as respostas tanto para o modelo de suspensão passiva como para o modelo proposto com a *smart-spring*. Como pode ser observado, a aplicação da *smart-spring* acentua o amortecimento do sistema.

Figura 4.1 – Resposta do ramo de carga principal para resposta em vibração livre.



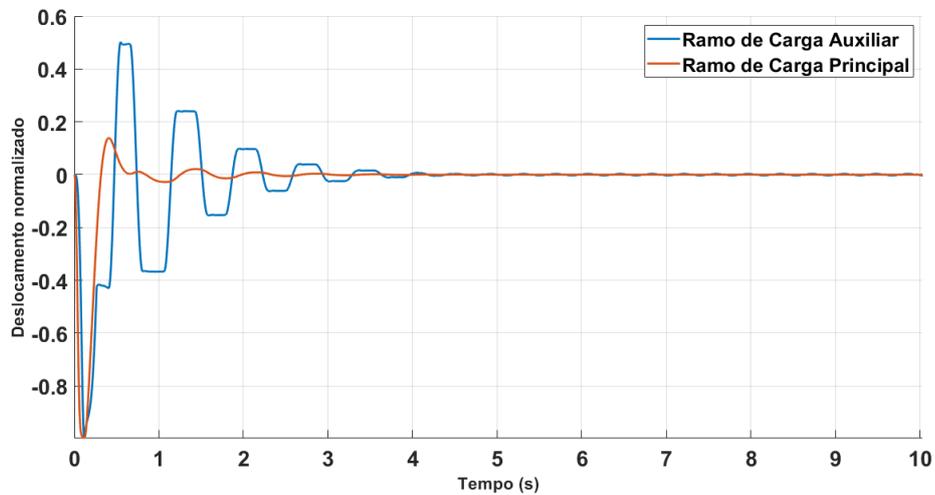
Fonte: O autor.

Na Figura 4.2 são apresentados os deslocamentos normalizados do ramo de carga principal e do ramo de carga auxiliar. Nessa figura é possível observar o funcionamento da técnica de controle ISS. Na presença de um extremo de deslocamento do ramo de carga principal, o ramo auxiliar é desengajado da massa  $m_1$ . Em seguida, após  $\frac{1}{4}$  do período do ramo de carga auxiliar (ou até a inversão do deslocamento do ramo de carga auxiliar), ocorre o engajamento à massa  $m_1$ . Assim, tendo em vista que a massa  $m_3$  se acopla à massa  $m_1$  durante o estado 3 o deslocamento desenvolvido por essas massas é o mesmo. Além disso, como a força de atrito no engajamento é perpendicular ao deslocamento da massa  $m_3$ , o acoplamento do ramo de carga auxiliar não implica geração de trabalho no modelo.

#### 4.2 Resposta em vibração forçada

Para a análise do modelo no domínio da frequência, foi utilizada uma força monoharmônica de amplitude unitária aplicada à massa  $m_1$ . Essa excitação ocorre para simular o

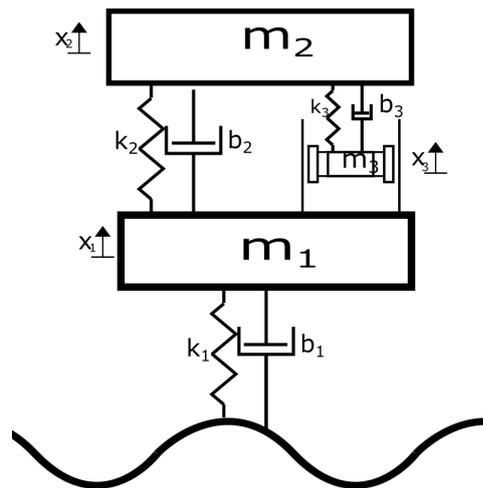
Figura 4.2 – Resposta do ramo de carga principal e ramo de carga auxiliar para resposta em vibração livre.



Fonte: O autor.

perfil vertical da rodovia em que o veículo trafega. A excitação provocada pelo solo deve ser analisada no domínio da frequência a fim de estudar o comportamento dinâmico do modelo, enfatizando o efeito de ressonância. A Figura 4.3 representa o perfil vertical da rodovia, que pode ser visto como uma onda senoidal.

Figura 4.3 – Representação do perfil vertical da rodovia.

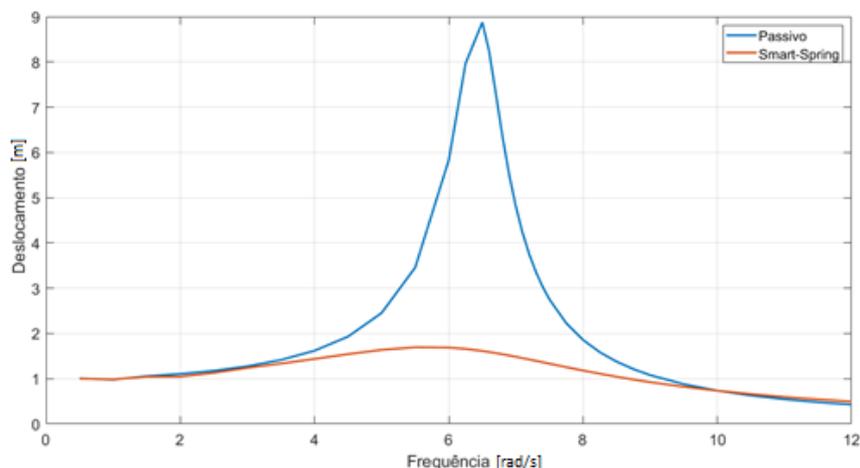


Fonte: O autor.

A Figura 4.4 mostra o deslocamento do ramo de carga principal no domínio da frequência considerando os modelos passivo e semi-ativo e um deslocamento unitário no perfil da ro-

dovia. A aplicação do conceito de *smart-spring* resultou em um menor deslocamento do ramo de carga principal para diferentes frequências de excitação.

Figura 4.4 – Resposta do ramo de carga principal em vibração forçada.



Fonte: O autor.

Como pode ser observado na Figura 4.4, a frequência de ressonância do modelo passivo é de 0,99 Hz, e a do modelo semi-ativo (*smart-spring*) é de 0,84 Hz, pouco inferior ao modelo passivo. Observando a amplitude do deslocamento fica evidente a redução do deslocamento mesmo em frequências ressonantes no sistema. Por outro lado, para frequências elevadas (acima de 1,6 Hz) o deslocamento do modelo semiativo passa a ser ligeiramente superior ao passivo.

### 4.3 Análise da suspensão automotiva

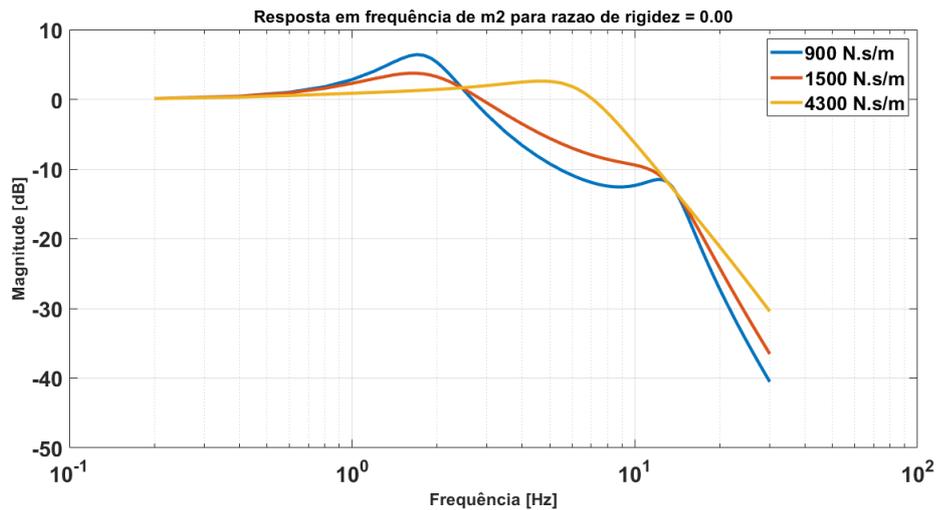
Inicialmente serão feitas análises separadas para o modelo passivo e semiativo. Na sequência, os resultados das análises semiativas e passivas serão comparados evidenciando a aplicabilidade da *smart-spring* em suspensões automotivas. Para ambos os modelos, a princípio, foram selecionados os parâmetros descritos na Tabela 4.1. Entretanto, o valor da razão de rigidez é igual a zero para o modelo passivo, haja vista que os efeitos da *smart-spring* são inexistentes.

#### 4.3.1 Suspensão Passiva

Aplicando o algoritmo apresentado anteriormente, obtém-se a resposta em frequência para o modelo puramente passivo. As Figuras 4.5 e 4.6 apresentam as funções de resposta em

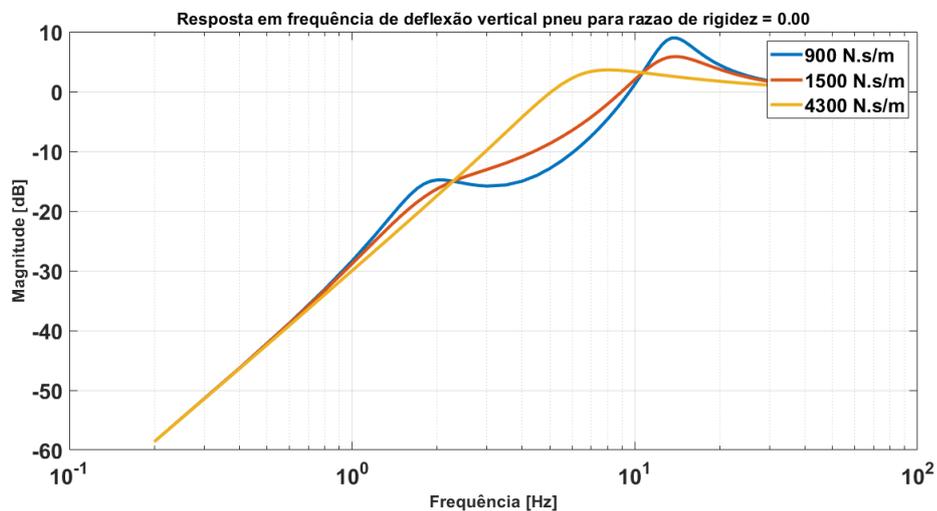
frequência para o chassi e o pneu, respectivamente, para uma entrada de excitação de base do modelo excitado de 0 a 30Hz para três diferentes condições de amortecimento: 900 N·s/m; 1500 N·s/m e 4300 N·s/m. Essas três condições foram selecionadas com base nos valores mais comumente utilizados na literatura para amortecimentos de suspensões automotivas.

Figura 4.5 – Resposta em frequência *Road-to-chassis*.



Fonte: O autor.

Figura 4.6 – Resposta em frequência *Road-to-tire deflection*.



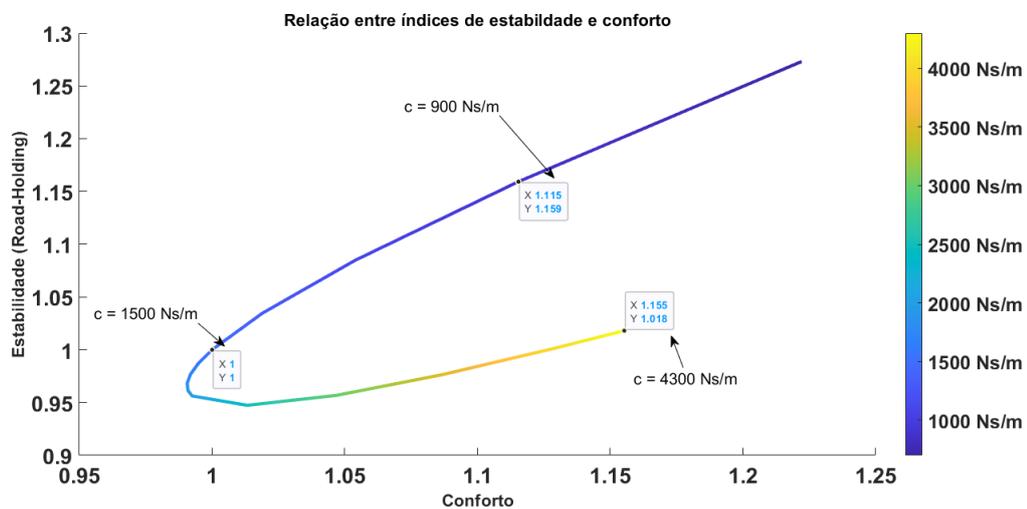
Fonte: O autor.

Para a análise do conforto por meio da Figura 4.5, na faixa de frequência de 0 a 2 Hz, a suspensão com o maior coeficiente de amortecimento apresenta maior atenuação. Por outro lado, na faixa de 2 a 10 Hz a melhor atenuação é observada com a configuração de menor coeficiente de amortecimento. Por fim, para frequências superiores a 10 Hz, a configuração de menor coeficiente de amortecimento apresenta melhor atenuação na análise de conforto; enquanto a

configuração de maior coeficiente de amortecimento resulta em melhor atenuação na análise de estabilidade. Já para a análise de estabilidade através da Figura 4.6, o comportamento é similar para a análise de conforto, com a exceção para frequências entre 10 a 20 Hz, onde o maior amortecimento implica em maior redução. Para frequências maiores que 20 Hz, observa-se a tendência de convergência entre as respostas para os valores de amortecimento selecionados.

Seguindo nesta análise, a Figura 4.7 apresenta os índices de performance  $\tilde{J}_{conf}$  e  $\tilde{J}_{estab}$  para diversos valores de amortecimento do ramo de carga principal (700 a 10000 N·s/m).

Figura 4.7 – Relação entre  $\tilde{J}_{estab}$  e  $\tilde{J}_{conf}$  para caso passivo.



Fonte: O autor.

O eixo horizontal apresenta o índice referente ao conforto, enquanto o eixo vertical apresenta o índice de estabilidade. O ponto de coordenada (1,1) indica o valor de amortecimento nominal ( $c = 1500 \text{ N}\cdot\text{s/m}$ ). A variação da coloração da curva indica o aumento do amortecimento: de 700 N·s/m (azuis) a 4300 N·s/m (amarelo).

Conforme mencionado anteriormente, para valores de índices de conforto e estabilidade menores que 1, o modelo apresenta comportamento aprimorado em relação ao modelo de referência (passivo). Por outro lado, quando o valor dos índices for maior que 1, indica um comportamento pior que o modelo passivo.

Para o valor de amortecimento 4300 N·s/m, fica evidente que o valor de  $\tilde{J}_{estab}$  é maior do que 1, indicando que o modelo é menos estável em relação ao amortecimento nominal. Ainda, fica evidente que o valor de  $\tilde{J}_{conf}$  é maior que 1, indicando que o veículo não é confortável.

Por outro lado, para um valor de amortecimento de 900 N·s/m, tanto o valor de  $\tilde{J}_{conf}$  quanto  $\tilde{J}_{estab}$  são maiores que 1, indicando uma piora tanto na estabilidade quanto no conforto.

A partir do gráfico da Figura 4.7 é visível que o aumento do amortecimento não indica necessariamente uma melhora no conforto; ao mesmo tempo em que a diminuição do coeficiente de amortecimento também não indica necessariamente uma melhora na estabilidade.

O gráfico pode ser dividido em 3 regiões, de acordo com o valor do amortecimento e o comportamento da Figura 4.7:

1. 100 a 1500 N·s/m: o aumento do amortecimento indica uma melhora tanto do conforto quanto da estabilidade;
2. 1500 a 2500 N·s/m: o aumento do amortecimento indica uma melhora na estabilidade e piora no conforto;
3. 2500 N·s/m ou mais: o aumento do amortecimento indica uma piora tanto no conforto quanto na estabilidade.

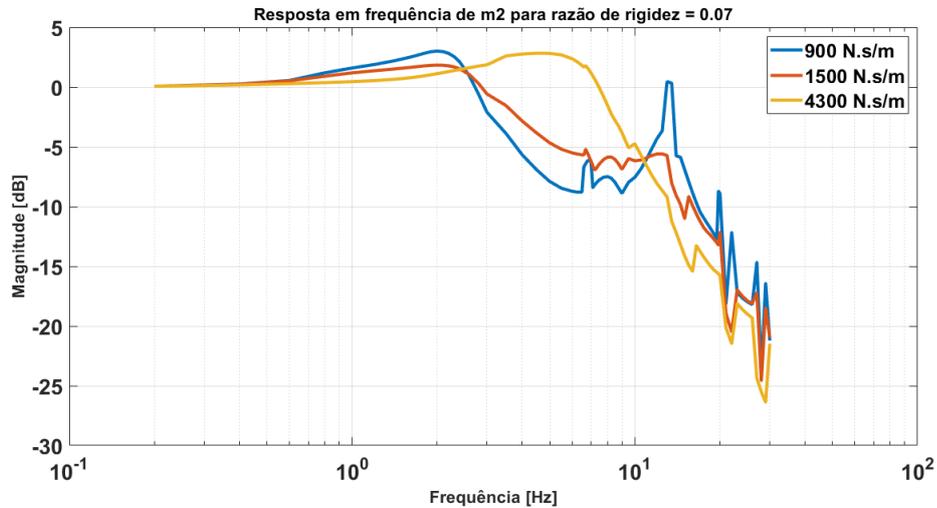
Desse modo, fica evidente que existe um ponto ótimo para o melhor conforto e outro para a melhor estabilidade. Tais pontos são o menor valor de  $\tilde{J}_{conf}$  e  $\tilde{J}_{estab}$ , respectivamente, conforme exibidos no gráfico. O menor valor para  $\tilde{J}_{conf}$  encontrado é de 0,9906, onde o valor de amortecimento é 1800 N·s/m e de  $\tilde{J}_{estab}$  vale 0,9682. Já o menor valor para  $\tilde{J}_{estab}$  encontrado é 0,9474, onde o valor do amortecimento é 2500 N·s/m e  $\tilde{J}_{conf}$  vale 1,013.

Os resultados descritos acima serão utilizados como referência para comparação com os resultados do modelo semiativo proposto.

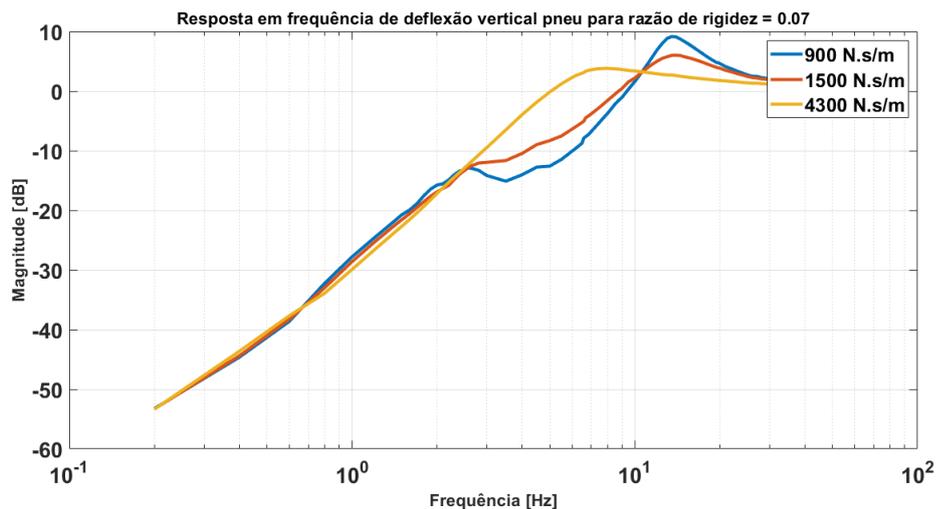
### 4.3.2 Suspensão Semiativa

Aplicando a técnica de controle apresentada anteriormente, obtém-se a resposta em frequência para o algoritmo da *smart-spring* (Figura 3.1). As Figuras 4.8 e 4.9 apresentam as funções de resposta em frequência para o chassi e o pneu, respectivamente, para uma entrada de excitação de base do modelo excitado de 0 a 30 Hz para o valor de razão de rigidez de 0,07 e massa da *smart-spring* de 2,5 kg.

De maneira semelhante ao modelo passivo, a análise dos diagramas de resposta em frequência para o modelo semiativo também pode ser dividido em 3 faixas de frequências. De 0 a 10 Hz observa-se um comportamento semelhante ao caso passivo, onde o modelo com maior amortecimento do ramo de carga principal reflete em uma maior atenuação da oscilação para frequências de 0 a 2 Hz, e menor atenuação para frequências de 2 a 10 Hz. No primeiro intervalo observa-se uma atenuação consideravelmente maior em comparação com o caso passivo.

Figura 4.8 – Resposta em frequência *Road-to-chassis*.

Fonte: O autor.

Figura 4.9 – Resposta em frequência *Road-to-tire deflection*.

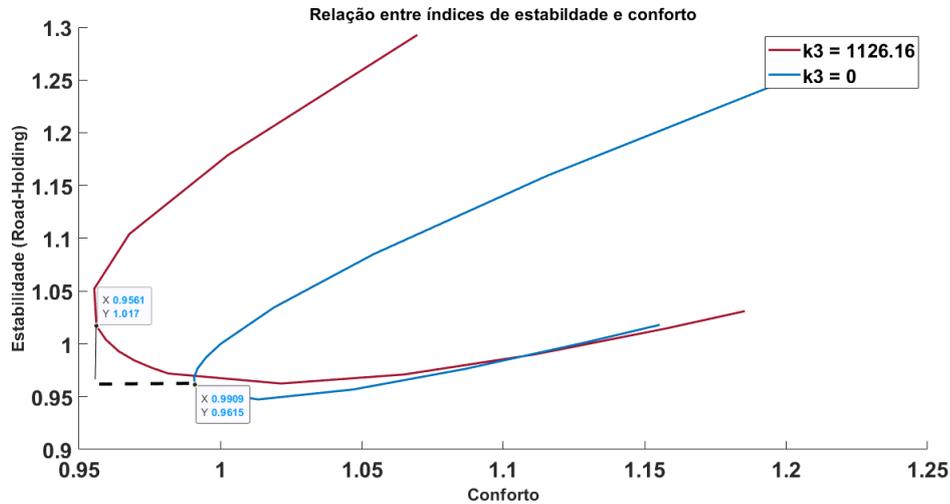
Fonte: O autor.

Para frequências maiores que 10 Hz o sistema apresenta uma ineficiência de controle. Neste intervalo, essa instabilidade se dá devido à força de mola decorrente do acoplamento e desacoplamento do ramo de carga auxiliar. A energia cinética transferida do pneu no momento do acoplamento da massa  $m_3$  é reduzida com a diminuição da massa e da rigidez do ramo de carga auxiliar. Estes parâmetros serão abordados a seguir.

Utilizando as equações 3.10 e 3.11 para o cálculo dos índices de conforto e estabilidade, respectivamente, obtém-se, para o modelo proposto, os resultados descritos a seguir.

Na Figura 4.10 pode-se observar o comportamento do modelo semiativo em comparação com o modelo passivo de maneira sobreposta. O eixo horizontal e vertical apresenta os índices

Figura 4.10 – Relação entre  $\tilde{J}_{estab}$  e  $\tilde{J}_{conf}$  para caso passivo e semiativo



Fonte: O autor.

de conforto e estabilidade, respectivamente. A referência para o cálculo destes índices para o modelo semiativo é o caso nominal passivo. Desse modo, utiliza-se a mesma base de comparação para avaliar o desempenho do modelo semiativo. Assim, o ponto de coordenada (1,1) indica a configuração de parâmetros em que o desempenho do modelo semiativo se aproxima do modelo passivo.

Observando a linha horizontal tracejada na Figura 4.10, é possível inferir que a aplicação do conceito da *smart-spring* apresenta melhora considerável no quesito conforto. Isso é evidenciado pela redução de aproximadamente 3% no valor mínimo do índice  $\tilde{J}_{conf}$ .

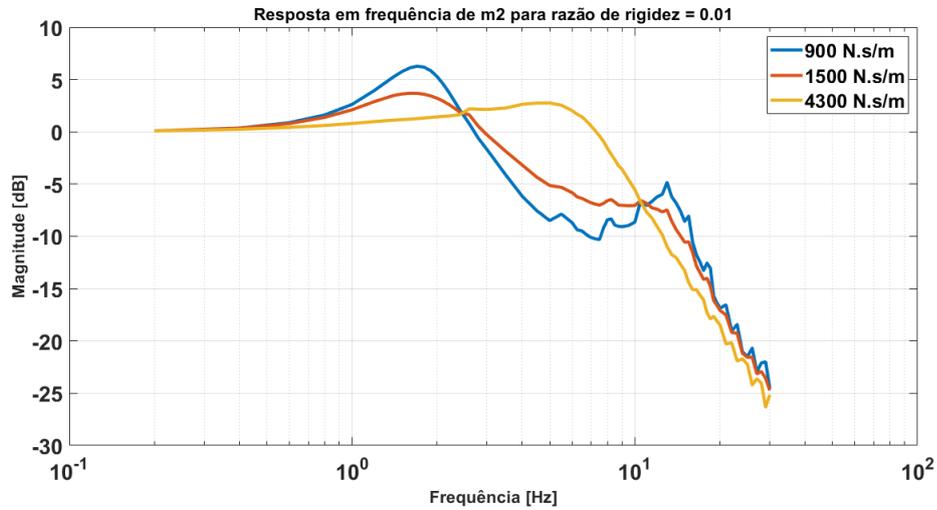
Por outro lado, o valor mínimo da estabilidade se aproxima do modelo passivo. Isso indica que a aplicação do modelo semiativo não apresenta efeito notável sobre a estabilidade.

#### 4.3.2.1 Efeito da Razão de Rigidez

Com o intuito de avaliar os impactos dos parâmetros selecionados para o modelo passivo, o valor da razão de rigidez foi variado de 0,01 a 0,07. Numericamente, uma razão de rigidez igual a zero indica o caso passivo, onde a *smart-spring* não possui efeito. Porém, a razão de rigidez de 0,07 indica que a mola do ramo de carga auxiliar possui 7% da rigidez da mola do ramo de carga principal.

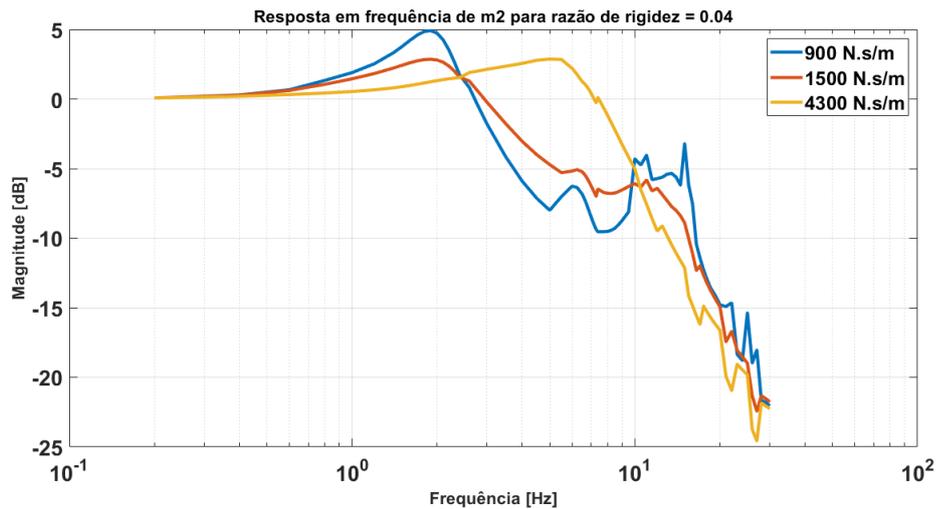
As Figuras 4.11, 4.12 e 4.13 apresentam a resposta em frequência para a análise de conforto (deslocamento do chassi) para razões de rigidezes de 1%, 4% e 7%, respectivamente.

Figura 4.11 – Resposta em frequência *Road-to-chassis* (Razão de Rigidez = 1%).



Fonte: O autor.

Figura 4.12 – Resposta em frequência *Road-to-chassis* (Razão de Rigidez = 4%).

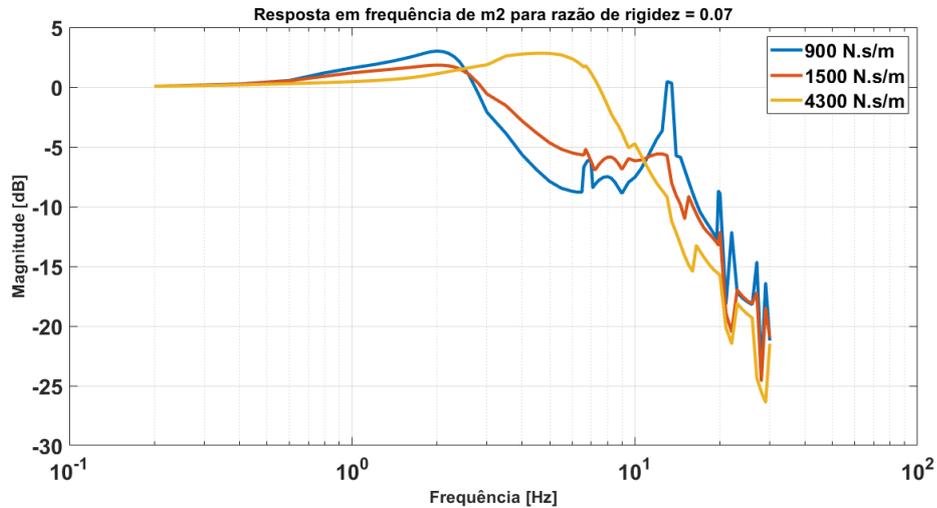


Fonte: O autor.

A partir dos gráficos é possível inferir que para frequências de 0 a 2 Hz o modelo apresenta maior atenuação da vibração conforme o aumento da razão de rigidez. Ainda, de 2 a 10 Hz o comportamento do sistema se mantém independente do valor da rigidez  $k_3$ .

Por outro lado, para frequências maiores de 10 Hz, a instabilidade apresentada é reduzida para menores razões de rigidez. Isso se dá visto que quanto maior for a razão de rigidez maior será a força de mola exercida no acoplamento e desacoplamento da *smart-spring*. Para altos valores de rigidez a atuação dessa força implica em movimentos indesejados no ramo de carga principal, prejudicando a sensação de conforto.

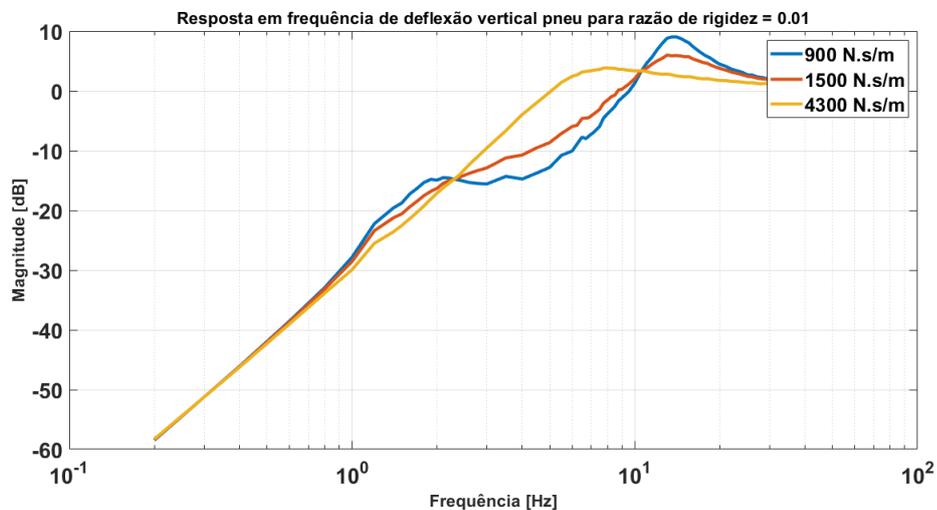
Figura 4.13 – Resposta em frequência *Road-to-chassis* (Razão de Rigidez = 7%).



Fonte: O autor.

As Figuras 4.14, 4.15 e 4.16 apresentam a resposta em frequência para a análise de estabilidade (deflexão do pneu) para razões de rigidezes de 1%, 4% e 7%, respectivamente.

Figura 4.14 – Resposta em frequência *Road-to-tire deflection* (Razão de Rigidez = 1%).



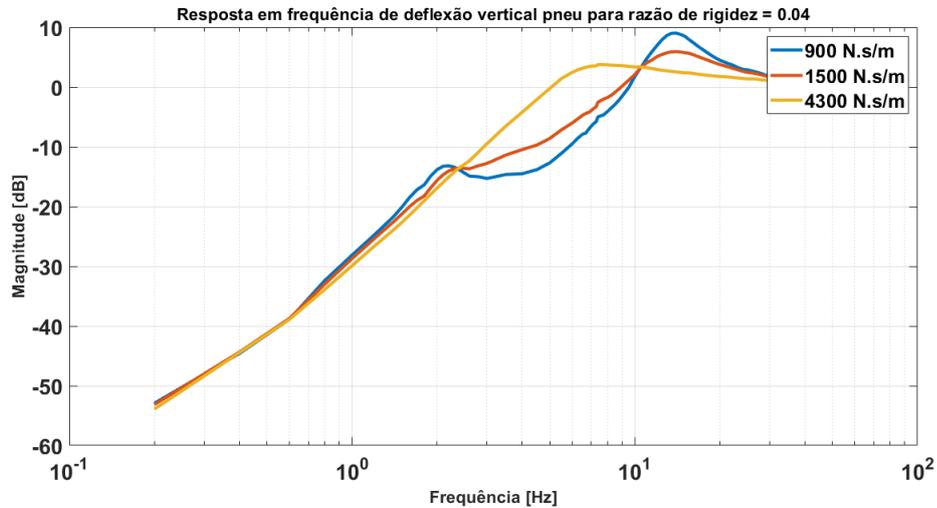
Fonte: O autor.

A partir dos gráficos acima, fica evidente que a alteração da razão de rigidez pouco influi no comportamento de estabilidade do modelo.

Com relação aos índices de conforto e estabilidade, a Figura 4.17 apresenta o comportamento dos indicadores em função da razão de rigidez.

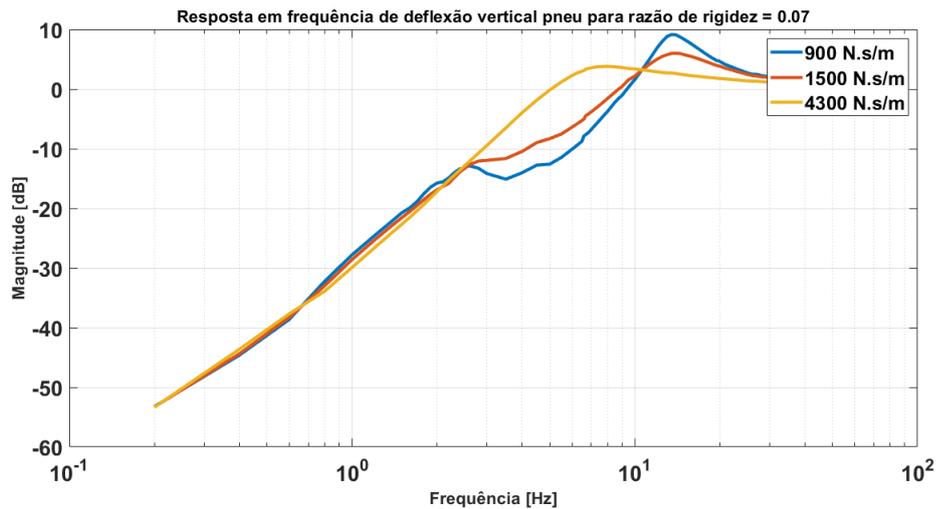
Na Figura 4.17 as linhas contínuas indicam o modelo semiativo considerando suas variações de razão de rigidez. A linha pontilhada indica o modelo passivo.

Figura 4.15 – Resposta em frequência *Road-to-tire deflection* (Razão de Rigidez = 4%).



Fonte: O autor.

Figura 4.16 – Resposta em frequência *Road-to-tire deflection* (Razão de Rigidez = 7%).

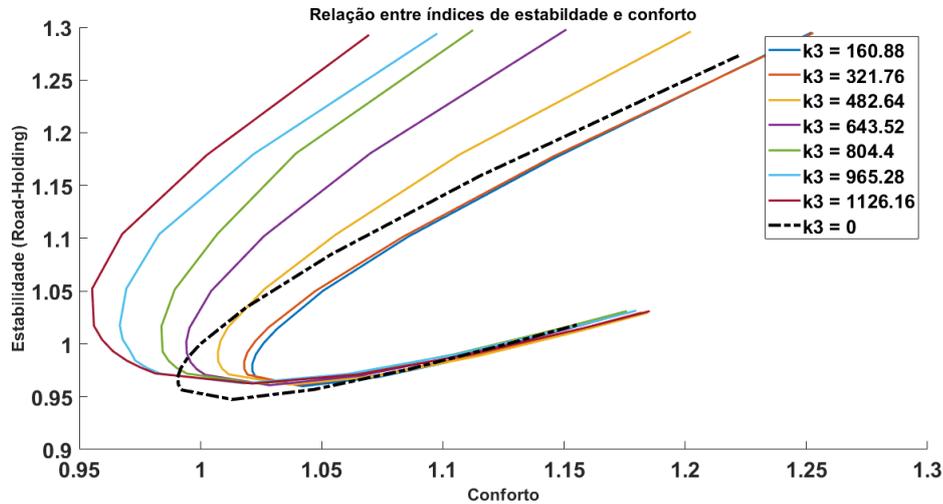


Fonte: O autor.

Para razões de rigidez menores que 5% ( $k_3 = 808,4 \text{ N/m}$ ), o comportamento do modelo é prejudicado tanto no quesito conforto quanto na estabilidade em relação ao caso passivo. Razões de rigidez maiores que 5% implicam em uma melhora considerável no quesito conforto.

Fica evidente, então, que para valores maiores que o nominal de amortecimento do ramo de carga principal o comportamento do modelo é pouco influenciado com a aplicação do conceito da *smart-spring*. Por outro lado, para valores menores que o nominal de amortecimento do ramo principal o comportamento do modelo para a característica conforto é aprimorado. Para razões de rigidezes maiores que 5% ( $k_3 = 808,4 \text{ N/m}$ ) o comportamento do modelo com

Figura 4.17 – Relação entre  $\tilde{J}_{estab}$  e  $\tilde{J}_{conf}$  para modelo semiativo com variação da razão de rigidez



Fonte: O autor.

o conceito da *smart-spring* reduz o índice  $\tilde{J}_{conf}$ , refletindo em melhor desempenho no quesito conforto.

Apesar do fato de que o aumento da razão de rigidez implica em uma instabilidade em altas frequências para o modelo semiativo, os índices de conforto apresentam melhores resultados considerando a razão de rigidez de 7%. Isso ocorre visto que para o cálculo de  $\tilde{J}_{conf}$  utiliza-se a faixa de frequências de 0 a 20 Hz, conforme já validado pela literatura (equação 3.10).

#### 4.3.2.2 Efeito da Massa do Ramo de Carga Auxiliar

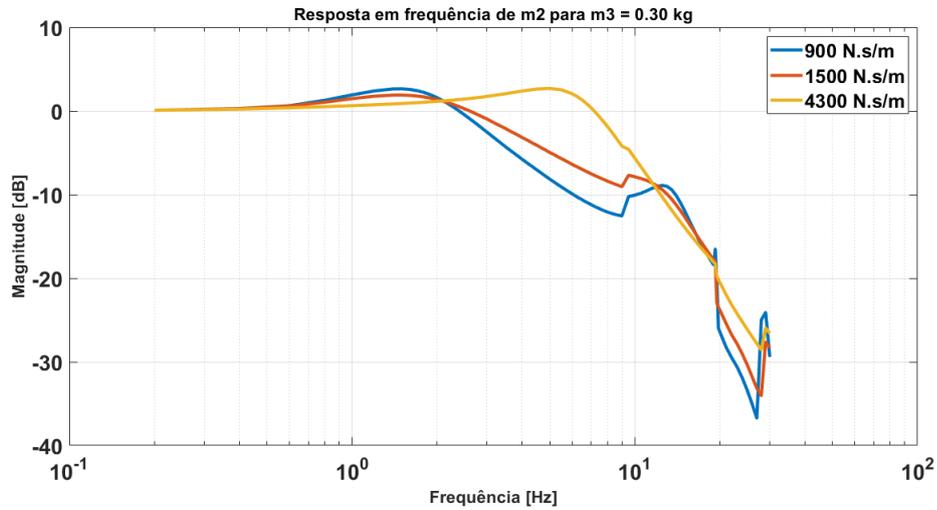
Conforme mencionado anteriormente, a literatura já indica que a aplicação do conceito de *smart-spring* requer uma pequena adição de massa ao modelo para que seus efeitos sejam observados. Desse modo, estuda-se a influência da massa da *smart-spring* no comportamento do modelo proposto.

Inicialmente, foi considerada a massa de 2,5 kg para o ramo de carga auxiliar (figura 4.9). A fim de estudar os efeitos da massa da *smart-spring* no modelo, seu valor foi variado de 0,625 kg até 5 kg. A razão de rigidez de 7% foi mantida constante nesta análise.

As figuras a seguir apresentam a resposta em frequência considerando o valor da massa do ramo de carga auxiliar como 0,300 kg, 0,625 kg, 1,25 kg, 2,5 kg e 5 kg.

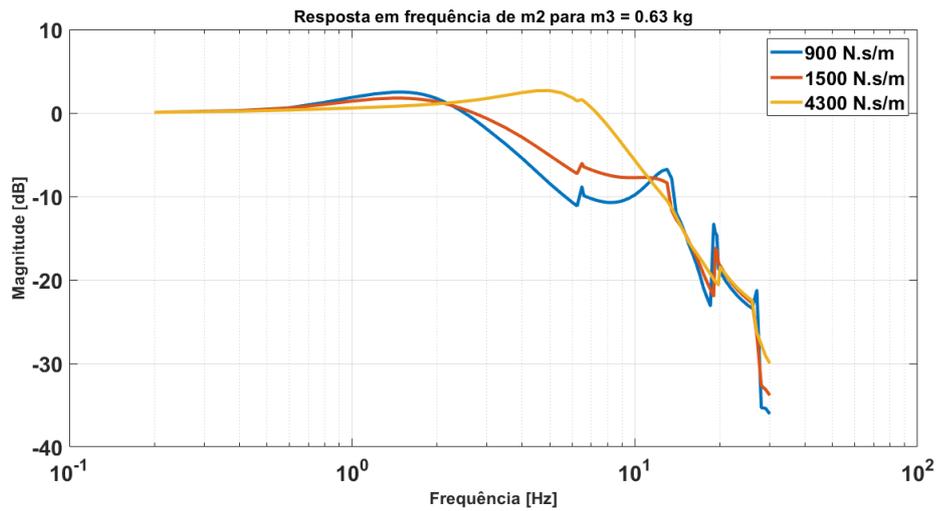
Observando as figuras anteriores, fica evidente que o aumento da massa do ramo de carga auxiliar aumenta a instabilidade percebida pelo veículo em altas frequências. Esse efeito

Figura 4.18 – Resposta em frequência *Road-to-chassis* ( $m_3 = 0,300$  kg).



Fonte: O autor.

Figura 4.19 – Resposta em frequência *Road-to-chassis* ( $m_3 = 0,625$  kg).



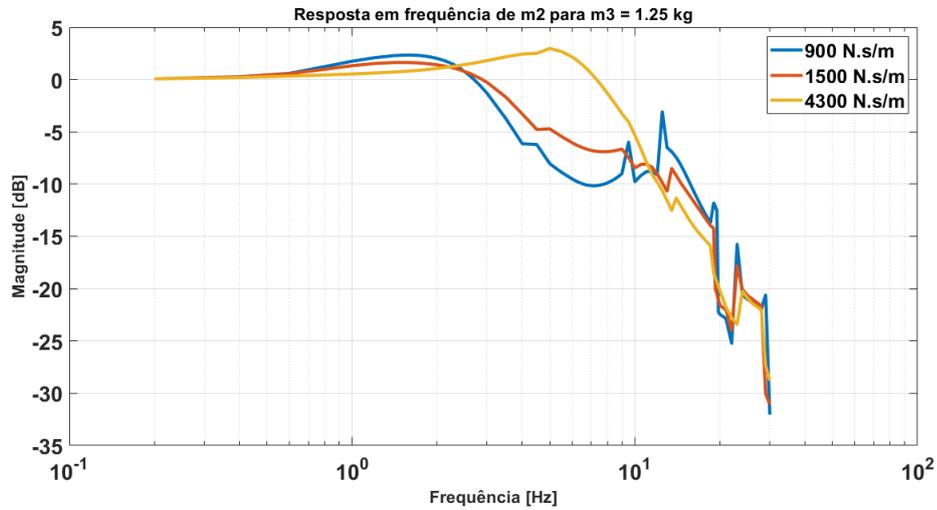
Fonte: O autor.

é justificado pela ação da força de mola que, ao contrário do esperado, promove a oscilação indesejada do ramo de carga principal.

Além disso, para baixas frequências, observa-se que ocorre maior redução da oscilação do ramo de carga auxiliar. Isso pode ser evidenciado pela magnitude apresentada na Figura 4.18 em comparação com as Figuras 4.21 (semiativo) e 4.4 (passivo).

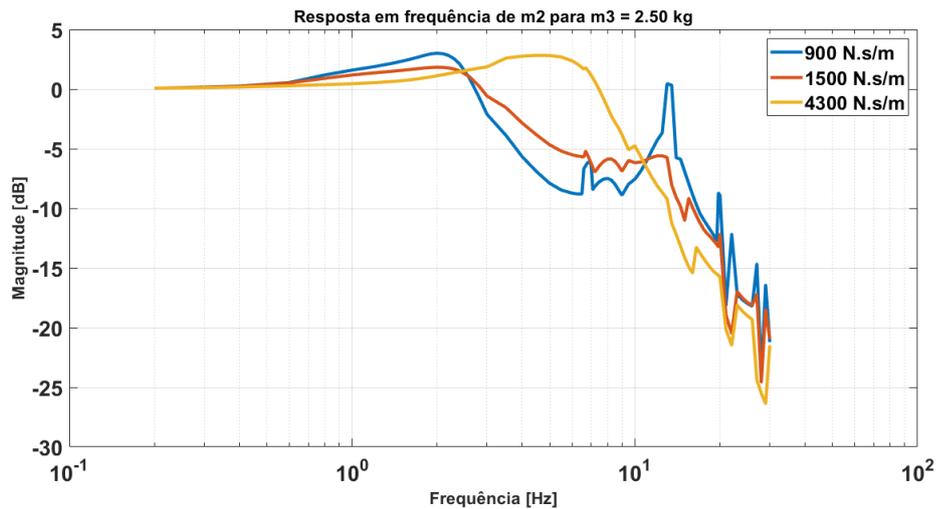
As figuras a seguir apresentam a resposta em frequência para a análise de estabilidade (deflexão do pneu) para valores de massa do ramo de carga auxiliar de 0,625 kg, 1,25 kg, 2,5 kg e 5 kg, respectivamente.

Figura 4.20 – Resposta em frequência *Road-to-chassis* ( $m_3 = 1,25$  kg).



Fonte: O autor.

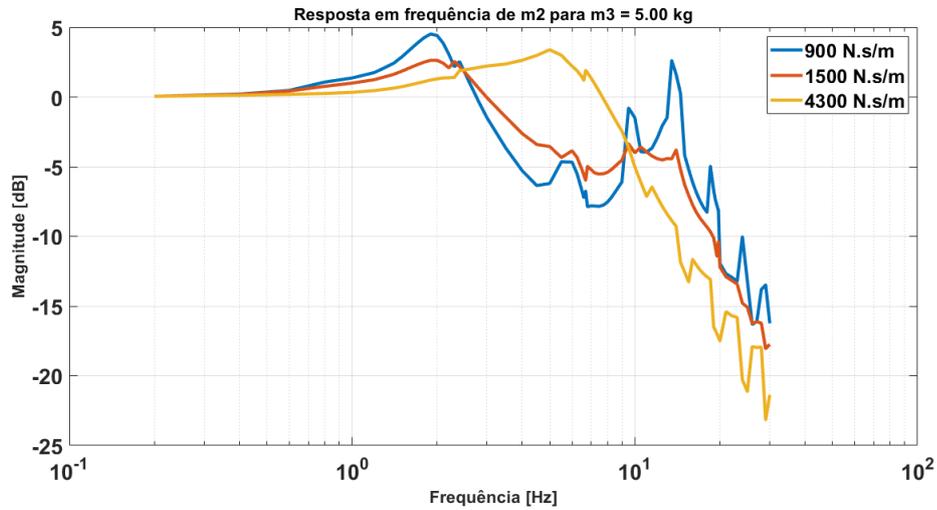
Figura 4.21 – Resposta em frequência *Road-to-chassis* ( $m_3 = 2,50$  kg).



Fonte: O autor.

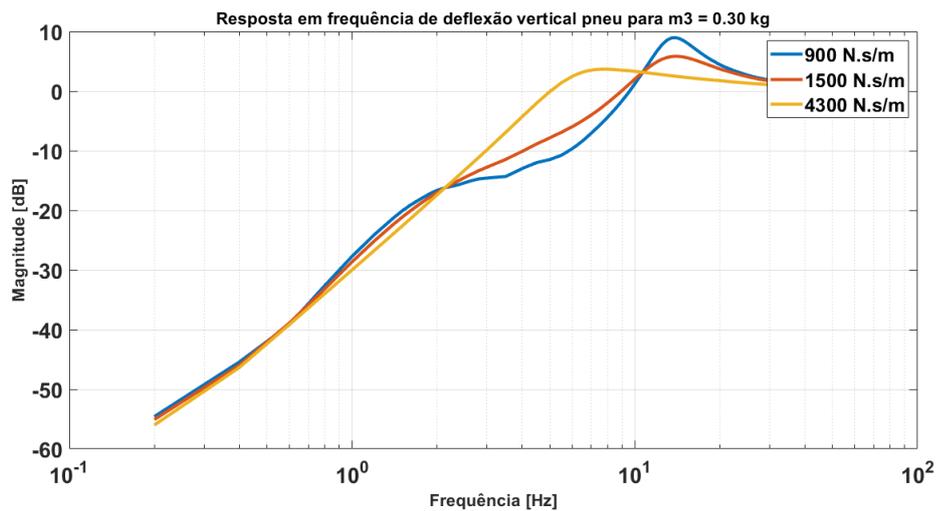
Seguindo nesta análise, as Figuras 4.23, 4.24, 4.25, 4.26 e 4.27 corroboram a ideia de que a aplicação do conceito de *smart-spring* em suspensões automotivas pouco influi no comportamento do modelo em relação ao caso passivo no quesito estabilidade. Conforme apresentado anteriormente, o foco da aplicação do conceito de *smart-spring* neste trabalho se concentra no aprimoramento do conforto. Porém, vale ressaltar que em baixas frequências (0 a 1 Hz, aproximadamente), o modelo *soft link* (amortecimento mínimo de 900 N.s/m) apresenta melhor atenuação quando comparado ao modelo nominal e *hard link* conforme a massa do ramo de carga auxiliar é reduzida. Para as demais faixas de frequências, o valor da massa  $m_3$  não interfere consideravelmente no comportamento do modelo no quesito estabilidade.

Figura 4.22 – Resposta em frequência *Road-to-chassis* ( $m_3 = 5,00$  kg).



Fonte: O autor.

Figura 4.23 – Resposta em frequência *Road-to-tire deflection* ( $m_3 = 0,300$  kg).



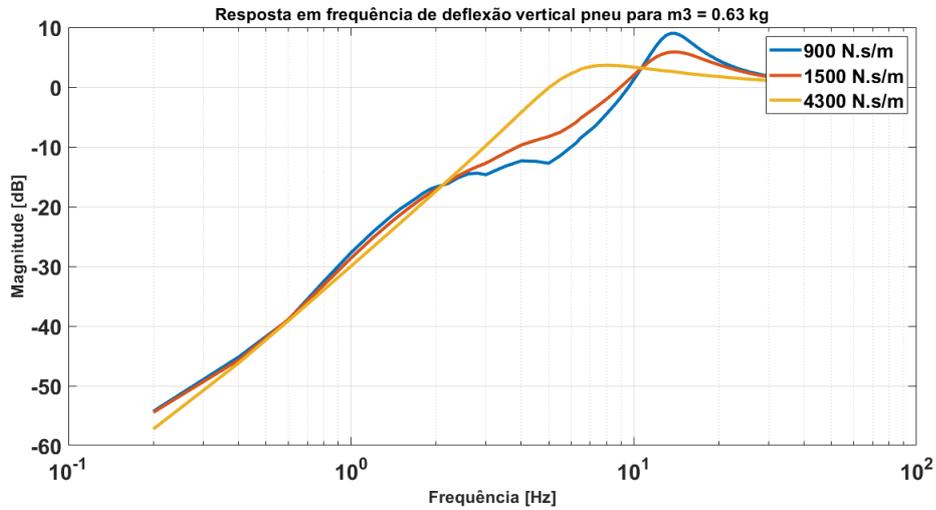
Fonte: O autor.

Utilizando as equações 3.10 e 3.11 para o cálculo dos índices de conforto e estabilidade, obtém-se a Figura 4.26 para análise do comportamento do modelo semiativo com variação da massa do ramo de carga auxiliar.

Na Figura 4.28 as linhas cheias indicam o modelo semiativo, considerando a variação de massa do ramo de carga auxiliar; enquanto a linha tracejada indica o modelo passivo, utilizado como referência.

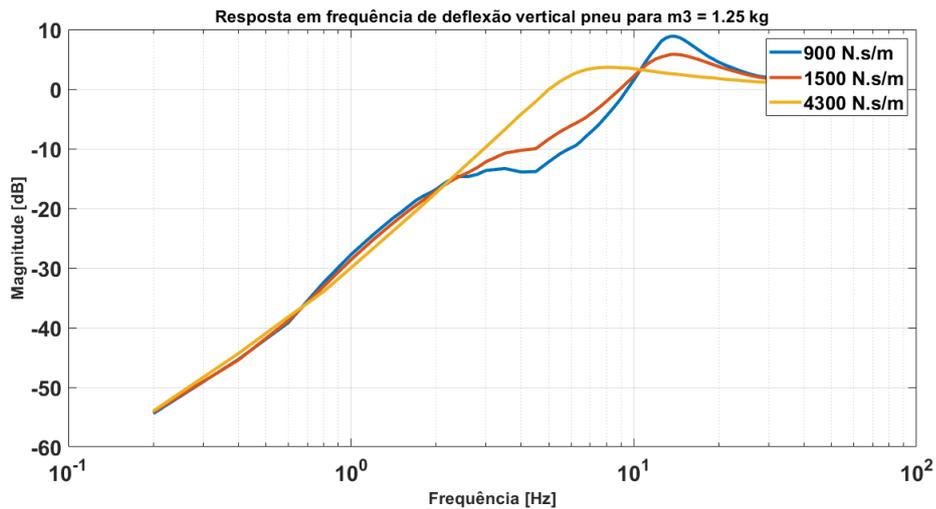
Como evidenciado em análises anteriores, para valores de amortecimento maiores que o caso nominal ( $c = 1500$  N·s/m), a alteração da massa não influi consideravelmente no indicador de estabilidade. Porém, para suspensões *softs*, a redução da massa do ramo de carga auxiliar

Figura 4.24 – Resposta em frequência *Road-to-tire deflection* ( $m_3 = 0,625$  kg).



Fonte: O autor.

Figura 4.25 – Resposta em frequência *Road-to-tire deflection* ( $m_3 = 1,25$  kg).

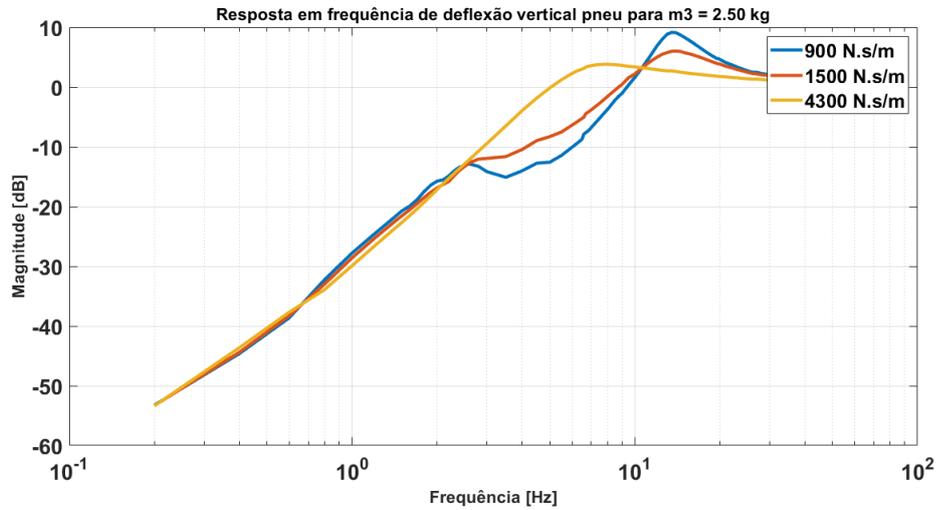


Fonte: O autor.

implica em uma piora considerável no quesito estabilidade. Para  $m_3$  com valor de 0,625 kg, por exemplo, quanto mais a configuração se distancia do caso nominal reduzindo o coeficiente de amortecimento do ramo de carga principal, pior é o desempenho em estabilidade do modelo.

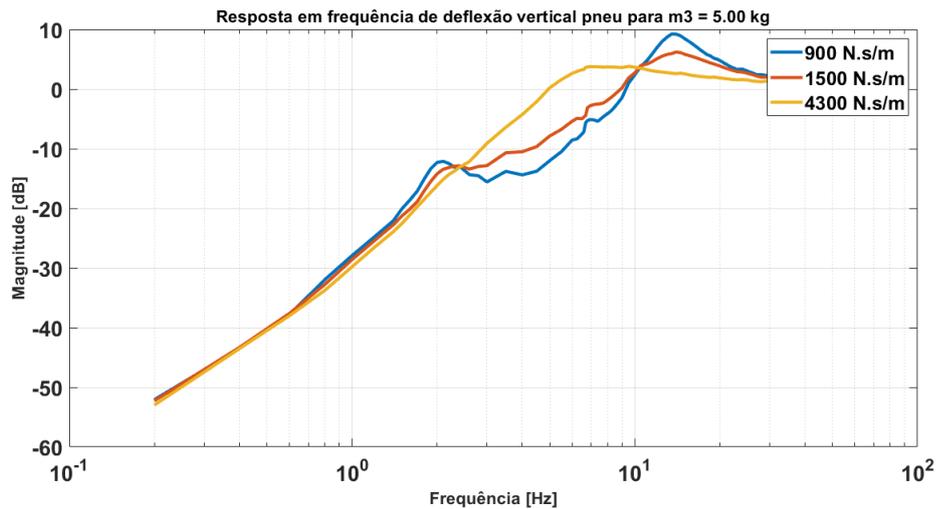
Por outro lado, considerando a característica de conforto, a aplicação da massa  $m_3$  com valores maiores do que 2,5 kg indicam uma piora no comportamento do modelo. Para valores de  $m_3$  menores que 2,5 kg, observa-se uma melhora considerável no conforto percebido no modelo, podendo chegar a 10% em relação ao caso passivo nominal (para  $m_3 = 0,625$  kg). Ainda, com base nas curvas referentes ao modelo com  $m_3$  igual a 0,3 kg e 0,625 kg, percebe-se

Figura 4.26 – Resposta em frequência *Road-to-tire deflection* ( $m_3 = 2,50$  kg).



Fonte: O autor.

Figura 4.27 – Resposta em frequência *Road-to-tire deflection* ( $m_3 = 5,00$  kg).

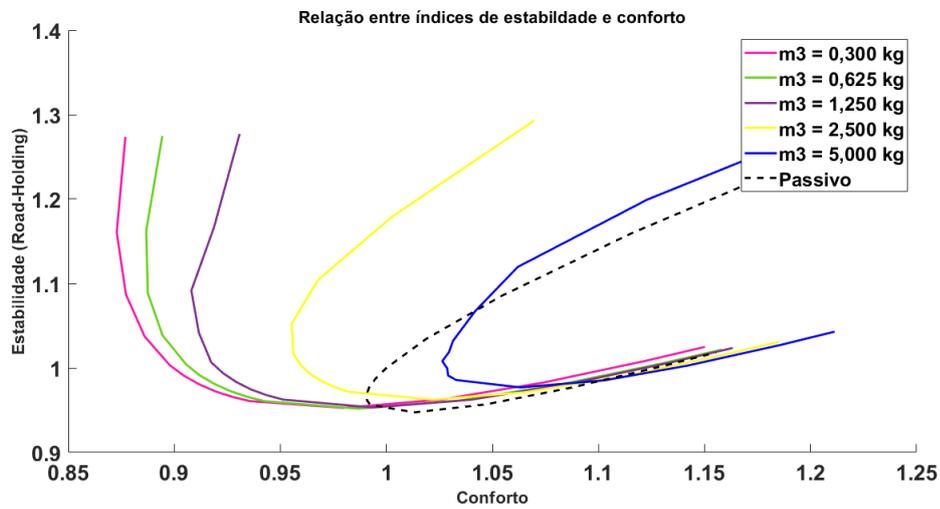


Fonte: O autor.

que os efeitos da redução dessa massa impacta menos o comportamento do modelo no quesito conforto.

A análise das Figuras 4.17 e 4.28 permite selecionar a melhor configuração de parâmetros para o modelo semiativo para os objetivos desejados. Por exemplo, para selecionar a melhor configuração dentre os parâmetros estudados afim de obter o melhor conforto (considerando os parâmetros do ramo de carga auxiliar previamente selecionados), utiliza-se a coordenada que apresenta o menor valor para o índice  $\tilde{J}_{conf}$ . Tal coordenada indica o valor do amortecimento do ramo de carga principal a ser utilizado. De igual modo, para selecionar a melhor configuração

Figura 4.28 – Relação entre  $\tilde{J}_{estab}$  e  $\tilde{J}_{conf}$  para modelo semiativo com variação da massa do ramo de carga auxiliar ( $m_3$ ).

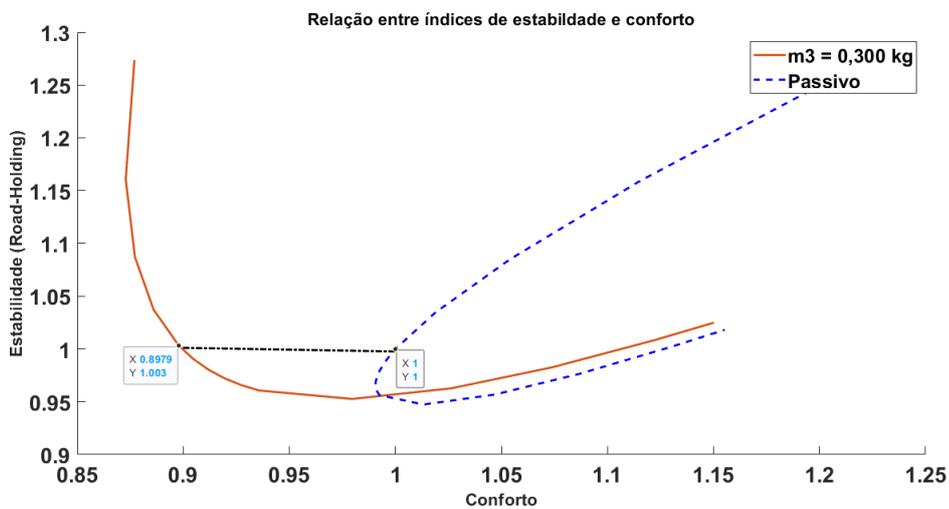


Fonte: O autor.

para a melhor estabilidade seleciona-se o menor valor de  $\tilde{J}_{estab}$ . A coordenada resultante indica o melhor valor do amortecimento do ramo de carga principal a ser utilizado.

Com as análises realizadas, a redução da massa do ramo de carga auxiliar e o aumento da razão de rigidez indicam uma melhora considerável no conforto. Desse modo, a figura 4.29 apresenta a relação dos índices de conforto e estabilidade para o modelo semiativo considerando a massa de 0,3 kg e razão de rigidez de 7%, em comparação com o caso passivo.

Figura 4.29 – Relação entre  $\tilde{J}_{estab}$  e  $\tilde{J}_{conf}$  para modelo semiativo ( $m_3 = 0,3$  e razão de rigidez de 7%) e modelo passivo.



Fonte: O autor.

Considerando a Figura 4.29, observa-se um aprimoramento em aproximadamente 10,2% no nível de conforto para um mesmo nível de estabilidade. Para ambas as curvas (passivo e

semiativo) o valor marcado se refere ao valor nominal do coeficiente de amortecimento do ramo de carga principal ( $c = 1500 \text{ N}\cdot\text{s}/\text{m}$ ). Isso implica que a aplicação do conceito de *smart-spring* no modelo de  $\frac{1}{4}$  de veículo possibilita, virtualmente, uma configuração de suspensão semiativa que apresente considerável melhora no conforto mantendo o desempenho em estabilidade do modelo passivo.

## 5 CONCLUSÃO

No capítulo anterior foram apresentados os resultados obtidos na simulação do modelo proposto em contraste com o caso de um modelo de suspensão puramente passiva. Por meio dos resultados apresentados, fica evidente a efetividade das técnicas de controle semiativas aplicadas ao modelo de  $\frac{1}{4}$  de suspensão automotiva, tendo em vista os resultados apresentados na análise da Figura 4.29 de aproximadamente 10% de redução no índice  $\tilde{J}_{conf}$ .

O comportamento dos modelos foi analisado, primeiramente, em vibração livre. Nessa condição, é possível identificar o decaimento mais acentuado na oscilação da massa suspensa utilizando o conceito de *smart-spring* do que para o modelo passivo, como pode ser visto na Figura 4.1. O aumento da rigidez por meio do acoplamento do ramo de carga auxiliar altera a fase de oscilação do sistema. Esse efeito pode ser observado na Figura 4.1, onde o extremo de deslocamento da massa suspensa no caso semi-ativo não coincide com o extremo do modelo passivo. Isso faz com que a mola do sistema de carga auxiliar dissipe energia a cada ciclo, reduzindo a vibração do sistema de forma mais acentuada.

Ainda, o modelo foi analisado em vibração forçada. Tendo em vista que o veículo percorre diferentes tipos de rodovias e em diferentes velocidades, essa análise é relevante no projeto de suspensões automotivas. A força aplicada na massa não suspensa (representando o pneu do veículo) simula o perfil vertical da rodovia em que o veículo trafega. Por meio do gráfico de transmissibilidade apresentado na Figura 4.4 fica evidente a redução da amplitude do deslocamento da massa suspensa. Ainda, é possível verificar o comportamento do modelo em sua frequência de ressonância, que é aproximadamente 1 Hz. Esse comportamento é um dos mais almejados no projeto de suspensões automotivas, tendo em vista as mais diversas frequências de excitação que são aplicadas ao veículo durante seu uso.

Considerando o modelo inicialmente selecionado (razão de rigidez 7% e  $m_3 = 2,5$  kg) o modelo semiativo se apresentou com uma melhora de aproximadamente 3% no quesito conforto para um mesmo nível de estabilidade. Por outro lado, observa-se que o modelo se torna sensível à variação do coeficiente de amortecimento do ramo de carga principal, haja vista que quanto menor for o amortecimento da suspensão, mais acentuada se torna a influência dos parâmetros da *smart-spring*.

Desse modo, o estudo desses parâmetros se dá a fim de definir a melhor configuração para o modelo semiativo. Uma variação da razão de rigidez do modelo implica em diferentes resultados. Para razões de 1 a 5%, considerando a massa do ramo de carga principal de 2,5 kg, o

modelo apresenta piora no indicador de conforto, para um mesmo nível de estabilidade. Porém, para razões de 5 a 7%, o modelo apresenta notável melhora no quesito conforto.

Ainda, a redução da massa do ramo de carga principal (mantendo-se fixa a razão de rigidez em 7%) de 2,5 para 0,625 kg implica em uma melhora considerável no conforto. Em comparação com o caso nominal passivo, para o nível de estabilidade obtido foi evidenciado uma melhora em cerca de 10% do desempenho em conforto. Por outro lado o modelo se torna ainda mais sensível à variação do amortecimento do ramo de carga principal para suspensões com menores valores de amortecimento do ramo de carga principal.

Por fim, a partir da Figura 4.29, fica evidente que a aplicação do conceito de *smart-spring* em  $\frac{1}{4}$  de suspensão automotiva possibilita uma configuração de modelo semiativo que apresente uma melhora no conforto para um mesmo nível de estabilidade. Vale ressaltar que o conflito entre conforto e estabilidade no projeto de suspensões automotivas persiste. Porém, a aplicação deste conceito reflete em uma redução deste conflito.

Em oportunidades futuras, propõe-se:

- Estudo dos aspectos construtivos de  $\frac{1}{4}$  de suspensão automotiva para validação experimental dos resultados apresentados;
- Viabilidade econômica e de mercado da construção do modelo proposto;
- Parametrização das técnicas de controle para acoplamento e desacoplamento de acordo com o tipo de rodovia em que o modelo transita.

## REFERÊNCIAS

AHMADIAN, M.; PARE, C. A. A quarter-car experimental analysis of alternative semiactive control methods. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, v. 11, n. 8, p. 604–612, 2000. Disponível em: <<https://doi.org/10.1106/MR3W-5D8W-0LPL-WGUQ>>.

ANUSONTI-INTHRA, P.; GANDHI, F. Helicopter vibration reduction through cyclic variations in rotor blade root stiffness. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, v. 11, n. 2, p. 153–166, 2000. Disponível em: <<https://doi.org/10.1106/B8NQ-4LNN-MPPL-AFHV>>.

BHUSHAN, B. **Modern Tribology Handbook, Two Volume Set**. CRC Press, 2000. (Mechanics & Materials Science). ISBN 9780849377877. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=h6X0NM7ME8IC>>.

BOBROW, J. E.; JABBARI, F.; THAI, K. An active truss element and control law for vibration suppression. IOP Publishing, v. 4, n. 4, p. 264–269, dec 1995. Disponível em: <<https://doi.org/10.1088/0964-1726/4/4/006>>.

BOLANDHEMMAT, H.; CLARK, C. M.; GOLNARAGHI, F. Development of a systematic and practical methodology for the design of vehicles semi-active suspension control system. **Vehicle System Dynamics**, Taylor and Francis, v. 48, n. 5, p. 567–585, 2010. Disponível em: <<https://doi.org/10.1080/00423110902971809>>.

BOVENZI, M.; HULSHOF, C. T. J. An updated review of epidemiologic studies on the relationship between exposure to whole-body vibration and low back pain (1986-1997). Springer Science and Business Media LLC, v. 72, n. 6, p. 351–365, set. 1999. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s004200050387>>.

CANALE, M.; MILANESE, M.; NOVARA, C. Semi-active suspension control using “fast” model-predictive techniques. **IEEE Transactions on Control Systems Technology**, v. 14, n. 6, p. 1034–1046, 2006.

CHOI, S.; LEE, H.; CHANG, E. Field test results of a semi-active er suspension system associated with skyhook controller. **Mechatronics**, v. 11, n. 3, p. 345–353, 2001. ISSN 0957-4158. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S095741580000222>>.

FATEH, M. M.; ALAVI, S. S. Impedance control of an active suspension system. **Mechatronics**, v. 19, n. 1, p. 134–140, 2009. ISSN 0957-4158. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0957415808000779>>.

FISCHER, D.; ISERMANN, R. Mechatronic semi-active and active vehicle suspensions. **Control Engineering Practice**, v. 12, n. 11, p. 1353–1367, 2004. ISSN 0967-0661. Mechatronic Systems. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0967066103001771>>.

FULLER, C.; ELLIOTT, S.; NELSON, P. **Active Control of Vibration**. Elsevier Science, 1996. ISBN 9780080525914. Disponível em: <<https://books.google.fr/books?id=HGP4iGWhAdEC>>.

GAVIN, H. Implementation and modeling of a semi-active control system. In: \_\_\_\_\_. **Condition Monitoring of Materials and Structures**. [s.n.], 2000. p. 202–217. Disponível em: <<https://ascelibrary.org/doi/abs/10.1061/40495%28302%2916>>.

GILLESPIE, T. **Fundamentals of Vehicle Dynamics**. Society of Automotive Engineers, 1992. (Premiere Series Bks). ISBN 9781560911999. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=L6xd0nx5KbwC>>.

GUYOMAR, D.; RICHARD, C.; MOHAMMADI, S. Semi-passive random vibration control based on statistics. **Journal of Sound and Vibration**, v. 307, n. 3, p. 818–833, 2007. ISSN 0022-460X. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022460X07005470>>.

HARTOG, J. D. **Mechanical Vibrations**. Dover Publications, 1985. (Civil, Mechanical and Other Engineering Series). ISBN 9780486647852. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=-Pu5YlgY4QsC>>.

HEGAZY, S.; SHARAF, A. Ride comfort analysis using quarter car model. **International Conference on Aerospace Sciences and Aviation Technology**, The Military Technical College, v. 15, p. 1–11, 2013. ISSN 2090-0678. Disponível em: <[https://asat.journals.ekb.eg/article\\_22238.html](https://asat.journals.ekb.eg/article_22238.html)>.

ISERMANN, R. **Mechatronic Systems: Fundamentals**. Springer London, 2005. ISBN 9781846282591. Disponível em: <<https://books.google.de/books?id=bcK8BAAAQBAJ>>.

ISO 2631-1. **Mechanical vibration and shock – Evaluation of human exposure to whole-body vibration – Part 1: General requirements**. Geneva, CH, 1997.

JANSEN, L. M.; DYKE, S. J. Semiactive control strategies for mr dampers: Comparative study. **Journal of Engineering Mechanics**, v. 126, n. 8, p. 795–803, 2000.

KAGEYAMA. On a control of tire force coefficient for vehicle handling with neural network system - estimation for load rate of tire forces. In: SHEN, Z. (Ed.). **13th IAVSD Symposium on Dynamics of Vehicles on Roads and Tracks**. [S.l.], 1993.

KAMATH, G. M.; HURT, M. K.; WERELEY, N. M. Analysis and testing of bingham plastic behavior in semi-active electrorheological fluid dampers. IOP Publishing, v. 5, n. 5, p. 576–590, oct 1996. Disponível em: <<https://doi.org/10.1088/0964-1726/5/5/007>>.

KARNOPP, D.; CROSBY, M. J.; HARWOOD, R. A. Vibration Control Using Semi-Active Force Generators. **Journal of Engineering for Industry**, v. 96, n. 2, p. 619–626, 05 1974. ISSN 0022-0817. Disponível em: <<https://doi.org/10.1115/1.3438373>>.

KORI, J. G.; JANGID, R. Semi-active mr dampers for seismic control of structures. **Bulletin of the New Zealand Society for Earthquake Engineering**, v. 42, n. 3, p. 157–166, Sep. 2009. Disponível em: <<https://bulletin.nzsee.org.nz/index.php/bnzsee/article/view/295>>.

LEFEUVRE, E.; BADEL, A.; PETIT, L.; RICHARD, C.; GUYOMAR, D. Semi-passive piezoelectric structural damping by synchronized switching on voltage sources. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, v. 17, n. 8-9, p. 653–660, 2006. Disponível em: <<https://doi.org/10.1177/1045389X06055810>>.

NASU, T.; KOBORI, T.; TAKAHASHI, M.; NIWA, N.; OGASAWARA, K. Active variable stiffness system with non-resonant control. **Earthquake Engineering & Structural Dynamics**, v. 30, n. 11, p. 1597–1614, 2001. Disponível em: <<https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/eqe.83>>.

NEMIR, D. C.; LIN, Y.; OSEGUEA, R. A. Semiactive motion control using variable stiffness. **Journal of Structural Engineering**, v. 120, n. 4, p. 1291–1306, 1994.

NGWANGWA, H.; HEYNS, P.; BREYTENBACH, H.; ELS, P. Reconstruction of road defects and road roughness classification using artificial neural networks simulation and vehicle dynamic responses: Application to experimental data. **Journal of Terramechanics**, v. 53, p. 1–18, 2014. ISSN 0022-4898. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022489814000068>>.

NITZSCHE, F.; HAROLD, T.; WICKRAMASINGHE, V. K.; YONG, C.; ZIMCIK, D. G. Development of a maximum energy extraction control for the smart spring. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, v. 16, n. 11-12, p. 1057–1066, 2005. Disponível em: <<https://doi.org/10.1177/1045389X05059964>>.

NITZSCHE, F.; ZIMCIK, D. G.; WICKRAMASINGHE, V. K.; YONG, C. Control laws for an active tunable vibration absorber designed for rotor blade damping augmentation. **The Aeronautical Journal (1968)**, Cambridge University Press, v. 108, n. 1079, p. 35–42, 2004.

NWOKAH, O. D. I.; HURMUZLU, Y. The mechanical systems design handbook. In: \_\_\_\_\_. CRC Press, 2002. cap. Semi-Active Suspension Systems II. Disponível em: <<https://doi.org/10.1201/9781420036749>>.

PALKOVICS, L.; EL-GINDY, M.; PACEJKA, H. Modelling of the cornering characteristics of tyres on an uneven road surface: a dynamic version of the 'neuro-tyre'. **International Journal of Vehicle Design**, v. 15, n. 1-2, p. 189–215, 1994. Disponível em: <<https://www.inderscienceonline.com/doi/abs/10.1504/IJVD.1994.061916>>.

POUSSOT-VASSAL, C.; SENAME, O.; DUGARD, L.; GÁSPÁR, P.; SZABÓ, Z.; BOKOR, J. A new semi-active suspension control strategy through l<sub>p</sub>v technique. **Control Engineering Practice**, v. 16, n. 12, p. 1519–1534, 2008. ISSN 0967-0661. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0967066108000853>>.

QIN, Y.; ZHAO, F.; WANG, Z.; GU, L.; DONG, M. Comprehensive Analysis for Influence of Controllable Damper Time Delay on Semi-Active Suspension Control Strategies. **Journal of Vibration and Acoustics**, v. 139, n. 3, 03 2017. ISSN 1048-9002. 031006. Disponível em: <<https://doi.org/10.1115/1.4035700>>.

RICHARD, C.; GUYOMAR, D.; AUDIGIER, D.; CHING, G. Semi-passive damping using continuous switching of a piezoelectric device. In: HYDE, T. T. (Ed.). **Smart Structures and Materials 1999: Passive Damping and Isolation**. SPIE, 1999. v. 3672, p. 104 – 111. Disponível em: <<https://doi.org/10.1117/12.349773>>.

RICHARD, C.; GUYOMAR, D.; AUDIGIER, D.; BASSALER, H. Enhanced semi-passive damping using continuous switching of a piezoelectric device on an inductor. In: HYDE, T. T. (Ed.). **Smart Structures and Materials 2000: Damping and Isolation**. SPIE, 2000. v. 3989, p. 288 – 299. Disponível em: <<https://doi.org/10.1117/12.384569>>.

SAVARESI, S.; POUSSOT-VASSAL, C.; SPELTA, C.; SENAME, O.; DUGARD, L. **Semi-Active Suspension Control Design for Vehicles**. Elsevier Science, 2010. ISBN 9780080966793. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=Wor8ye8tVbAC>>.

SEGL' A Štefan; REICH, S. Optimization and comparison of passive, active, and semi-active vehicle suspension systems. In: MERLET, J.-P.; DAHAN, M. (Ed.). **Proceedings of Twelfth World Congress in Mechanism and Machine Science**. 2007. Disponível em: <[https://books.google.com/books/about/IFTtoMM\\_2007.html?id=7FGrZwEACAAJ](https://books.google.com/books/about/IFTtoMM_2007.html?id=7FGrZwEACAAJ)>.

SEMIACTIVE Coulomb Friction Lead-Lag Dampers. **Journal of the American Helicopter Society**, v. 55, n. 1, 2010.

SEMIACTIVE Damping of Ground Resonance in Helicopters Using Magnetorheological Dampers. **Journal of the American Helicopter Society**, v. 49, n. 4, 2004.

SOONG, T.; SPENCER, B. Supplemental energy dissipation: state-of-the-art and state-of-the-practice. **Engineering Structures**, v. 24, n. 3, p. 243–259, 2002. ISSN 0141-0296. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S014102960100092X>>.

SPENCER, B. F.; NAGARAJIAH, S. State of the art of structural control. **Journal of Structural Engineering**, v. 129, n. 7, p. 845–856, 2003.

SYMANS, M. D.; CONSTANTINOU, M. C. Semi-active control systems for seismic protection of structures: a state-of-the-art review. **Engineering Structures**, v. 21, n. 6, p. 469–487, 1999. ISSN 0141-0296. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0141029697002253>>.

THUONG, O.; GRIFFIN, M. J. The vibration discomfort of standing persons: 0.5–16-hz fore-and-aft, lateral, and vertical vibration. **Journal of Sound and Vibration**, v. 330, n. 4, p. 816–826, 2011. ISSN 0022-460X. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022460X1000581X>>.

TSENG, H. E.; HROVAT, D. State of the art survey: active and semi-active suspension control. **Vehicle System Dynamics**, Taylor and Francis, v. 53, n. 7, p. 1034–1062, 2015. Disponível em: <<https://doi.org/10.1080/00423114.2015.1037313>>.

VIEIRA, W. G. R.; NITZSCHE, F.; MARQUI CARLOS, J. D. The Use of Damping Based Semi-Active Control Algorithms in the Mechanical Smart-Spring System. **Journal of Vibration and Acoustics**, v. 140, n. 2, 10 2018. ISSN 1048-9002. 021011. Disponível em: <<https://doi.org/10.1115/1.4038034>>.

WERELEY, N. M.; PANG, L. Nondimensional analysis of semi-active electrorheological and magnetorheological dampers using approximate parallel plate models. IOP Publishing, v. 7, n. 5, p. 732–743, oct 1998. Disponível em: <<https://doi.org/10.1088/0964-1726/7/5/015>>.

WICKRAMASINGHE, V.; CHEN, Y.; ZIMCIK, D. Experimental evaluation of the smart spring impedance control approach for adaptive vibration suppression. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, v. 19, n. 2, p. 171–179, 2008. Disponível em: <<https://doi.org/10.1177/1045389X06074026>>.

YANG, J.; LI, Z.; WU, J. Control of seismic-excited buildings using active variable stiffness systems. In: **Proceedings of 1994 American Control Conference - ACC '94**. [S.l.: s.n.], 1994. v. 1, p. 1083–1088 vol.1.

YANG, J. N.; BOBROW, J.; JABBARI, F.; LEAVITT, J.; CHENG, C. P.; LIN, P. Y. Full-scale experimental verification of resettable semi-active stiffness dampers. **Earthquake**

**Engineering & Structural Dynamics**, v. 36, n. 9, p. 1255–1273, 2007. Disponível em:  
<<https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/eqe.681>>.

## APÊNDICE A – Rotina Computacional

A rotina desenvolvida pode ser dividida em 3 etapas:

1. Definição dos parâmetros;
2. Definição das equações de movimento do modelos em cada estados e as matrizes de rigidez;
3. Solução das equações de movimento por meio da integração numérica, aplicando a técnica de controle ISS;
4. Cálculo dos índices de estabilidade e conforto, bem como as FRFs para o chassi e pneu;
5. Criação dos arquivos de imagens para análise dos resultados.

Na etapa 1 não definidos os parâmetros descritos na tabela 2, bem como as frequências de excitação de base no vetor  $z$ .

Na etapa 2 as matrizes "A1\_engaged" e "A1\_disengaged" apresentam a matriz de rigidez para o modelo completamente engajado e para os estados 1 e 2, respectivamente.

Além disso, são definidas as equações de movimento, passos de tempo e os sinais de entrada e saída do modelo.

Na etapa 3 ocorrem as interações e variação dos parâmetros de acordo com o tipo de análise selecionada (passivo ou semiativo). É possível parametrizar os valores de razão de rigidez que se deseja analisar (definido de 1% a 7%).

Na etapa 4 são calculadas as FRFs e os índices de conforto e estabilidade dos modelos passivo e semiativo.

Na etapa 5 são criados os gráficos para análise dos resultados obtidos. A seguir, é apresentada a rotina computacional na íntegra.

```

1 %% 1/4 suspensao Semi-ativa
2
3
4 clc; clear all; close all; tic
5 %Dados
6 z = 2*pi*[0 0.2 0.4 0.6 0.8 1 1.2 1.4 1.5 1.6 1.7 1.8 1.9 2 2.1 2.2
7         2.3 2.4 2.6 2.8 3 3.5 4 4.5 5 5.5 6 6.25 6.50 6.6 6.7 6.8 6.9 7
8         7.1 7.2 7.3 7.4 7.5 7.75 8 8.25 8.5 8.75 9 9.5 10 10.5 11 11.5 12
9         12.5 13 13.5 14 14.5 15 15.5 16 16.5 17 17.5 18 18.5 19 19.25 19.5
10        19.75 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30];
11 m1 = 30; %kg
12 k1 = 200000; %N/m
13 b1 = 300*0; %N/(m.s) %CONSIDERAcAO!
14 m2 = 117; %kg
15 k2 = 16088;
16 b2 = [700 900 1100 1300 1500 1600 1700 1800 1900 2000 2500 3000 3500
17        4000 4300];
18 m3 = 5; %kg
19 k3 = zeros(length(k2));
20 razao = 0.01;
21 for m=1:7
22     k3(m) = k2*(razao*(m))*1;
23     desl_chassi{m}=zeros(length(b2),length(z));
24     acel_chassis{m}=zeros(length(b2),length(z));
25     tire_deflection{m}=zeros(length(b2),length(z));
26     z_road{m} = zeros(length(b2),length(z));
27     for n=1:length(b2)
28         zeta3=0.08;
29         b3=zeta3*(2*sqrt(k3(m)*m3)); % amortecimento relativo a smart
30         -spring
31         g = 9.81*0;
32         deltat=0.001;
33         estado=3; %Variavel que controla o estado do sistema (3 ->
34         preso; 2 -> sendo preso; 1 -> solto)
35         tempo_solto=0; % variavel de soltura da smart-spring
36         w3=sqrt(k3(m)/m3);
37         tempo_setted=pi/(w3);
38         % Esse tempo eh necessario para inversao do deslocamento da
39         mola, e e igual
40         % a metade do periodo da smart-spring
41         F1=1*1*30000; % Magnitude da forza de atrito dinamica
42         contador=0;
43         A1_engaged=[0
44                     0
45                     0
46                     1
47                     -(k1+k2+k3(m))/(m1+m3)
48                     (k2+k3(m))/(m1+m3)
49                     -(b1
50                     +b2(n)+b3)/(m1+m3)
51                     (b2(n)+b3)/(m1+m3)
52                     (k2+k3(m))/(m2)
53                     -(k2+k3(m))/(m2)
54                     (b2(n)+b3
55                     )/(m2)
56                     -(b2(n)+b3)/(m2)];

```

```

39
40     A1_disengaged= [0           0           0           1
41                   0           0;           0           1
42                   0           0;           0           0
43                   1;
44                   -(k1+k2)/m1    k2/m1        0           -(b1+b2(n))/m1
45                   b2(n)/m1      0;
46                   k2/m2         -(k2+k3(m))/m2    k3(m)/m2        b2(n)/m2
47                   -(b2(n)+b3)/m2    b3/m2;
48                   0             k3(m)/m3        -k3(m)/m3        0
49                   b3/m3          -b3/m3];
50
51     time_domain=129000;
52     t(1)=0.000;
53     x=zeros(6,time_domain); %
54     t=zeros(1,time_domain);
55     x(1,2)=0;
56     x(2,2)=0;
57     x(3,1)=0;
58     x(4,1)=0;
59     x(5,1)=0;
60     x(6,1)=0;
61     i=2;
62     for k=1:length(z)
63         x=zeros(6,time_domain); %
64         t=zeros(1,time_domain);
65         x(1,2)=1;
66         x(2,2)=0;
67         x(3,2)=0;
68         x(4,1)=0;
69         entrada=zeros(1,time_domain); %deslocamento da excitacao
70         de base
71         dev_entrada=zeros(1,time_domain);
72         Energia=zeros(1,time_domain);
73         while t(i)<20
74             if estado==1
75                 count=1;
76                 if tempo_solto>tempo_setted
77                     estado=2;
78                     contador=0;
79                     abc=1;
80                 else
81                     tempo_solto=tempo_solto+deltat;
82                 end
83             else
84                 if estado==2
85                     if (x(6,i)-x(4,i))*(x(6,i-1)-x(4,i-1))<=0
86                         contador =0;

```

```

81         estado=3 ;
82     else
83         contador=contador+1;
84     end
85 else
86     if contador==0
87     else
88
89         if (x(5,i))*(x(5,i-1))<=0
90             estado=1;
91             tempo_solto=0;
92         else
93             end
94         end
95     end
96 end
97 entrada(i+1)= 1*sin(z(k)*t(i))*1;
98 dev_entrada(i+1)=0*z(k)*cos(z(k)*t(i))*1;
99 if estado == 1
100     t(i+1)=t(i)+deltat;
101     x(:,i+1)=(eye(6)-A1_disengaged*deltat/2)\((eye(6)
        +A1_disengaged*deltat/2)*x(:,i)+[0;0;0;((k1*
        entrada(i)+dev_entrada(i)*b1)/m1)-(g);-(g);-(g)
        ]*deltat);
102     est(i+1)=1;
103     acel(:,i+1)=A1_disengaged*x(:,i+1)+2*[0;0;0;((k1*
        entrada(i)+dev_entrada(i)*b1)/m1)-(g);-(g);-(g)
        ]];
104 end
105
106 if estado==2
107     deltat=0.0001;
108     t(i+1)=t(i)+deltat;
109     x(:,i+1)=(eye(6)-A1_disengaged*deltat/2)\((eye(6)
        +A1_disengaged*deltat/2)*x(:,i)+[0;0;0;((k1)*
        entrada(i)+dev_entrada(i)*(b1))/m1)-(g)-(sign(
        x(4,i)-x(6,i))*F1*1/m1);-(g);-(sign(x(6,i)-x
        (4,i))*F1*1/m3))-(g)]*deltat);
110     est(i+1)=2;
111     acel(:,i+1)=A1_disengaged*x(:,i+1)+2*[0;0;0;((k1
        )*entrada(i)+dev_entrada(i)*(b1))/m1)-(g);-(g)
        +(sign(x(6,i)-x(4,i))*F1*1/m1);-(sign(x(6,i)-x
        (4,i))*F1*1/m3)-(g)];
112 end
113
114 if estado==3
115     deltat=0.0001;
116     x1(1,1)=x(1,i); %nao tem deslocamento nem
        velocidade no estado 3
117     x1(2,1)=x(2,i);

```

```

118         x1(3,1)=x(4,i);
119         x1(4,1)=x(5,i);
120
121         if contador==0
122             bb1=x(3,i);
123             bb01=x(3,i)-entrada(i);
124             bb2=x(1,i);
125             bb3=x(6,i);
126         end
127         t(i+1)=t(i)+deltat;
128         x1(:,2)=(eye(4)-A1_engaged*deltat/2)\((eye(4)+
            A1_engaged*deltat/2)*x1(:,1)+[0;0;(((k1)*
            entrada(i)+(dev_entrada(i)*(b1)))/(m1+m3))-(g
            )-(k3(m)*(bb1-bb2))*1/(m1+m3);-(g)+(k3(m)*(bb1
            -bb2))*1/(m2)]*deltat);
129         acel1(:,1)=A1_engaged*x1(:,2)+2*[0;0;((k1)*
            entrada(i)+dev_entrada(i)*(b1)/(m1+m3))-(g)+((
            k3(m)*bb1)*1)/(m1+m3);-(g)-(k3(m)*bb1)*1/m2];
130
131         x(1,i+1)=x1(1,2);
132         x(2,i+1)=x1(2,2);
133         x(3,i+1)=+(bb1*1)-(bb2*1)+(x1(1,2)*1);
134         x(4,i+1)=x1(3,2);
135         x(5,i+1)=x1(4,2);
136         x(6,i+1)=-x1(3,2)*1+x1(4,2)*1;
137
138         acel(1,i+1)=acel1(1,1);
139         acel(2,i+1)=acel1(2,1);
140         acel(3,i+1)=0;
141         acel(4,i+1)=acel1(3,1);
142         acel(5,i+1)=acel1(4,1);
143         acel(6,i+1)=0;
144         contador=contador+1;
145         est(i+1)=3;
146     end
147     Energia(i+1)=(((m1*x(4,i+1)^2)+(m3*x(6,i+1)^2)+(m2*(
        x(5,i+1)^2))+((k1*(x(1,i+1)-entrada(i))^2)+(k2*(x
        (2,i+1)-x(1,i+1))^2)+(k3(m)*(x(3,i+1)-x(2,i+1))^2
        ))/2)+((m1*g*x(1,i+1))+(m2*g*x(2,i+1))));
148     i=i+1;
149     if t(i)>17 && t(i)<19
150         acel_chassis{m}(n,k) = max(acel_chassis{m}(n,k),
            abs(acel(2,i)));
151         desl_chassi{m}(n,k)=max(desl_chassi{m}(n,k),abs(x
            (2,i)));
152         tire_deflection{m}(n,k) = max(tire_deflection{m}(
            n,k),abs(x(1,i)-entrada(i)));
153         z_road{m}(n,k) = max(z_road{m}(n,k),(entrada(i))
            );

```

```

154         end
155     end
156     i=2;
157 end
158 max_desl1 = 0;
159 max_desl2 = 0;
160 max_desl3 = 0;
161 for a=1:length(x(1,:))
162     max_desl1 = max(max_desl1,abs(x(1,a)));
163     max_desl2 = max(max_desl2,abs(x(2,a)));
164     max_desl3 = max(max_desl3,abs(x(3,a)));
165 end
166 sig_conf_hard = 0;
167 sig_conf_soft = 0;
168 sig_conf_nom = 0;
169
170 sig_rh_conf_hard = 0;
171 sig_rh_conf_soft = 0;
172 sig_rh_conf_nom = 0;
173
174 J_conf_soft = 0;
175 J_conf_hard = 0;
176 J_conf_nom = 0;
177
178 J_rh_soft = 0;
179 J_rh_hard = 0;
180 J_rh_nom = 0;
181 J_rh(n) = 0;
182
183 sig_conf(n) = 0;
184 sig_rh(n) = 0;
185 l = 2;
186 end
187 end
188
189 %%
190 for i = 1:length(k3)
191     figure(i);
192     semilogx(z/(2*pi),mag2db(desl_chassi{i}(2,:)),z/(2*pi),mag2db(
193         desl_chassi{i}(5,:)),z/(2*pi),mag2db(desl_chassi{i}(15,:)),'
194         linewidth',3)
195     str = sprintf('Road-to-chassis frequency response for stiffness
196         ratio = %.2f', razao*0);
197     title(str)
198     xlabel('Frequencia')
199     ylabel('Magnitude')
200     legend(num2str(b2(2)),num2str(b2(5)),num2str(b2(15)));
201     grid on; box on;
202     set(gca,'FontSize',20,'fontWeight','bold')
203     set(findall(gcf,'type','text'),'FontSize',16,'fontWeight','bold')

```

```

201 end
202
203 %%
204 for i = 1:length(k3)
205     figure(i);
206     semilogx(z/(2*pi),mag2db(tire_deflection{i}(2,:)),z/(2*pi),mag2db
        (tire_deflection{i}(5,:)),z/(2*pi),mag2db(tire_deflection{i}
        )(15,:),'linewidth',3)
207     str = sprintf('Road-to-tire-deflection frequency response for
        stiffness ratio = %.2f', m3*0);
208     title(str)
209     xlabel('Frequencia')
210     ylabel('Magnitudo')
211     legend(num2str(b2(2)),num2str(b2(5)),num2str(b2(15)));
212     grid on; box on;
213     set(gca,'FontSize',20,'fontWeight','bold')
214     set(findall(gcf,'type','text'),'FontSize',16,'fontWeight','bold')
215 end
216 %%
217 clear sig_conf sig_rh J_conf J_rh
218 if length(k3) > 1
219     sig_conf = zeros(length(k3),length(b2));
220     sig_rh = zeros(length(k3),length(b2));
221     l=2;
222     for m = 1:length(k3)
223         l = 2;
224         for n =1:length(b2)
225             while (z(l)/(2*pi)) <= 19.999999
226                 sig_conf(m,n) = (desl_chassi{m}(n,l)/z_road{m}(n,l))
                    ^2 + sig_conf(m,n);
227                 l = l+1;
228             end
229             l = 2;
230             while (z(l)/(2*pi)) <= 29.9999999
231                 sig_rh(m,n) = (tire_deflection{m}(n,l)/z_road{m}(n,l)
                    )^2 + sig_rh(m,n);
232                 l = l+1;
233             end
234             l=2;
235
236         end
237     end
238 end
239
240 if length(k3) == 1
241     sig_conf = zeros(length(k3),length(b2));
242     sig_rh = zeros(length(k3),length(b2));
243     l=2;
244     l = 2;

```

```

245     m = 1;
246     for n =1:length(b2)
247         while (z(1)/(2*pi)) <= 19.999999
248             sig_conf(m,n) = (desl_chassi{1}(n,1)/z_road{1}(n,1))^2 +
                sig_conf(m,n);
249             l = l+1;
250         end
251         l = 2;
252         while (z(1)/(2*pi)) <= 29.9999999
253             sig_rh(m,n) = (tire_deflection{1}(n,1)/z_road{1}(n,1))^2
                + sig_rh(m,n);
254             l = l+1;
255         end
256         l=2;
257
258     end
259 end
260
261
262 for m = 1:length(k3)
263     for n =1:length(b2)
264         J_conf(m,n) = (sig_conf(m,n)/(42.4203))^(1/2);
265         J_rh(m,n) = (sig_rh(m,n)/95.2480)^(1/2);
266     end
267 end
268 figure(9)
269 hold on
270 for m = 1:length(k3)
271     b = J_conf(m,:);
272     c = J_rh(m,:);
273     d = zeros(size(b2));
274     col = b2;
275     txt = ['k3 = ', num2str(k3(m))];
276     surface([b;b], [c;c], [d;d], [col;col], 'FaceColor', 'interp', '
        EdgeColor', 'interp', 'LineWidth', 3, 'displayName',txt);
277     xlabel('Conforto')
278     ylabel('Estabilidade (Road-Holding)')
279     title('Relacao entre indices de estabilidade e conforto')
280 end
281
282
283 set(gca, 'FontSize',20, 'fontWeight', 'bold')
284
285 set(findall(gcf, 'type', 'text'), 'FontSize',16, 'fontWeight', 'bold')

```