



**MAXUEL SILVA LEMOS**

**ANÁLISE DOS MODELOS DE TURBULÊNCIA EM  
SIMULAÇÕES DE HIDROCICLONES VIA CFD: UM  
ESTUDO DE REVISÃO**

**LAVRAS – MG**

**2021**

**MAXUEL SILVA LEMOS**

**ANÁLISE DOS MODELOS DE TURBULÊNCIA EM SIMULAÇÕES DE  
HIDROCICLONES VIA CFD: UM ESTUDO DE REVISÃO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à  
Universidade Federal de Lavras, como parte das  
exigências do Curso de Engenharia Química, para  
a obtenção do título de Bacharel

Isabele Cristina Bicalho

Orientadora

**LAVRAS – MG**

**2021**

## RESUMO

O hidrociclone é um equipamento de separação sólido-líquido ou líquido-líquido amplamente empregado nas indústrias alimentícia, petroquímica, de mineração, têxtil, dentre outras, em função da sua alta eficiência de separação, bem como baixa complexidade de fabricação, instalação e manutenção. Ainda que apresente muitas facilidades, a fluidodinâmica deste dispositivo pode ser bastante complexa e, por isso, estudos de otimização ou desenvolvimento desse equipamento são, frequentemente, necessários. Uma opção bastante atraente para este tipo de estudo é a aplicação de técnicas de fluidodinâmica computacional (CFD). Tal ferramenta permite obter informações detalhadas do fluxo no interior do hidrociclone, bem como fornecer informações importantes acerca dos fenômenos complexos que podem ocorrer neste escoamento. O presente trabalho tem como objetivo, em formato de Revisão Bibliográfica, compilar modelos de turbulência usualmente utilizados nos trabalhos sobre simulação de hidrociclones via CFD encontrados na literatura, fornecendo uma visão crítica das aplicações, justificativas teóricas e direcionamento para futuros estudos. Para isto, foi realizado um levantamento de textos científicos através da Plataforma de Periódicos CAPES, da biblioteca SciELO, do Repositório da Universidade Federal de Uberlândia e do Google Acadêmico. Quatro trabalhos foram selecionados para o aprofundamento das discussões, tomando-se como critério a relevância do estudo e a presença de modelos de turbulência em comum utilizados nas simulações. Concluiu-se que para um mesmo poder de processamento computacional, o modelo RSM demanda um maior tempo de simulação, quando comparado ao modelo LES, e o modelo  $k-\epsilon$  demanda o menor tempo. Foi constatado que os métodos LES e RSM são mais adequados para simulações em hidrociclones, sendo que o LES pode trazer melhores previsões para a região cônica do equipamento e o RSM, para a região cilíndrica.

**Palavras-chave:** Fluidodinâmica computacional. Campo de escoamento. Hidrociclonagem.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – a) Estrutura do hidrociclone. b) Esquema do escoamento interno: alimentação da suspensão através do duto de entrada; corrente de <i>underflow</i> e corrente de <i>overflow</i> através do <i>vortex finder</i> . . . . .	9
Figura 2.2 – Formação do núcleo gasoso ( <i>air core</i> ) pela entrada de gás no escoamento. . . .	10
Figura 2.3 – Esquema de análise da Dinâmica de Fluidos Computacional (CFD): a) Geometria e malha para um hidrociclone; b) Resíduos das propriedades calculadas; c) Perfil de pressão avaliado em uma seção do hidrociclone. . . . .	12
Figura 2.4 – Comparação da solução numérica para a quantidade $\phi$ utilizando a) método das diferenças centrais e b) <i>Upwind</i> , em regiões de alto gradiente através de um pulso em $\phi$ . . . . .	14
Figura 2.5 – Velocidade $v_i$ como uma composição de sua média temporal $\bar{v}_i$ e suas flutuações $v'_i$ . . . . .	16
Figura 2.6 – Elementos com valores baixo e alto de <i>skewness</i> , à esquerda e à direita, respectivamente. . . . .	20
Figura 2.7 – Célula computacional unitária e aferição do <i>aspect ratio</i> . . . . .	21
Figura 2.8 – Elementos com valores baixo e alto de <i>aspect ratio</i> , à esquerda e à direita, respectivamente. . . . .	22
Figura 4.1 – Comparação entre os diferentes modelos de turbulência na predição do gradiente de velocidade tangencial em diferentes posições a partir do topo da seção cilíndrica do hidrociclone: a) 14,8cm; b) 31,0cm; c) 47,2cm. . . . .	28
Figura 4.2 – Solução numérica para a velocidade tangencial do modelo $k - \epsilon$ padrão, entre outros, em comparação aos dados experimentais. . . . .	29
Figura 4.3 – Perfil de pressão manométrica obtido pela simulação via CFD utilizando o modelo de turbulência RSM. . . . .	30
Figura 4.4 – Comparação na predição da velocidade tangencial entre os modelos RSM e LES nas posições a) 60 e b) 120, definidas no trabalho fonte. . . . .	31

## LISTA DE SÍMBOLOS

$\rho$	Massa específica do fluido	$[ML^{-3}]$
$x_i, x_j$	Componente espacial (i, j = 1, 2, 3)	$[L]$
$u_i, u_j$	Componentes do campo de velocidade (i, j = 1, 2, 3)	$[MT^{-1}]$
$f$	Vetor forças de campo	$[MLT^{-2}]$
$P$	Campo de pressão do escoamento	$[ML^{-1}T^{-2}]$
$\mu$	Viscosidade dinâmica do fluido	$[ML^{-1}T^{-1}]$
$V$	Volume da célula computacional	$[L^3]$
$\nu$	Viscosidade cinemática do fluido	$[L^2T^{-1}]$
$\nu_T$	Viscosidade turbulenta do escoamento	$[L^2T^{-1}]$
$C_{ij}$	Transporte advectivo do Tensor de Reynolds	$[ML^{-1}T^{-2}]$
$D_{T,ij}$	Difusão turbulenta do Tensor de Reynolds	$[ML^{-1}T^{-2}]$
$D_{L,ij}$	Difusão molecular do Tensor de Reynolds	$[ML^{-1}T^{-2}]$
$P_{ij}$	Produção de tensões	$[ML^{-1}T^{-2}]$
$G_{ij}$	Produção de flutuações	$[ML^{-1}T^{-2}]$
$\phi_{ij}$	Tensões de pressão do Tensor de Reynolds	$[ML^{-1}T^{-2}]$
$\varepsilon_{ij}$	Termo de dissipação do Tensor de Reynolds	$[ML^{-1}T^{-2}]$
$F_{ij}$	Produção do Tensor de Reynolds por rotação do sistema	$[ML^{-1}T^{-2}]$
$S_{ft}$	Termo fonte do modelo RSM	$[ML^{-1}T^{-2}]$
$k$	Energia cinética turbulenta por unidade de massa	$[L^2T^{-2}]$
$\varepsilon$	Dissipação da energia cinética turbulenta por unidade de massa	$[L^2T^{-3}]$
$S_{ij}$	Componentes do tensor taxa de deformação (i, j = 1, 2, 3)	$[T^{-1}]$

$\delta_{ij}$	Delta de Kronecker ( $i, j = 1, 2, 3$ )	$[-]$
$\tau_{SGS,ij}$	Componente do T. de Reynolds Sub-malha ( $i, j = 1, 2, 3$ )	$[ML^{-1}T^{-2}]$
$\nu_{sgs}$	Viscosidade turbulenta sub-malha do escoamento	$[L^2T^{-1}]$
$\Delta$	Largura do filtro no espaço computacional	$[L]$

## LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Valores usuais das constantes do modelo $k - \epsilon$ . . . . .	24
Tabela 3.1 – Buscas e resultados obtidos nas pesquisas a partir das palavras-chave selecionadas.	26
Tabela 3.2 – Referências selecionadas para discussão neste trabalho. . . . .	27
Tabela 4.1 – Principais observações acerca dos modelos de turbulência com base nos trabalhos avaliados. . . . .	32

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> . . . . .	<b>7</b>
<b>2</b>	<b>REFERENCIAL TEÓRICO</b> . . . . .	<b>9</b>
<b>2.1</b>	<b>Estrutura e Funcionamento de um Hidrociclone</b> . . . . .	<b>9</b>
<b>2.2</b>	<b>Fluidodinâmica Computacional (CFD)</b> . . . . .	<b>10</b>
<b>2.2.1</b>	<b>Aplicação do CFD</b> . . . . .	<b>11</b>
<b>2.2.1.1</b>	<b>Método dos Volumes Finitos</b> . . . . .	<b>13</b>
<b>2.3</b>	<b>Efeitos Turbulentos em Escoamentos</b> . . . . .	<b>15</b>
<b>2.4</b>	<b>Modelagem da Turbulência</b> . . . . .	<b>15</b>
<b>2.4.1</b>	<b>Equações Médias de Reynolds (<i>Reynolds Averaged Navier-Stokes - RANS</i>)</b> . . . . .	<b>15</b>
<b>2.4.2</b>	<b>Simulação das Grandes Escalas (<i>Large Eddy Simulation - LES</i>)</b> . . . . .	<b>17</b>
<b>2.4.3</b>	<b>A Hipótese de Boussinesq</b> . . . . .	<b>19</b>
<b>2.5</b>	<b>Qualidade da Malha Computacional</b> . . . . .	<b>20</b>
<b>2.5.1</b>	<b>Distorção (<i>Skewness</i>)</b> . . . . .	<b>20</b>
<b>2.5.2</b>	<b>Razão de Aspecto (<i>Aspect Ratio</i>)</b> . . . . .	<b>21</b>
<b>2.6</b>	<b>Estudos via CFD de Hidrociclones</b> . . . . .	<b>21</b>
<b>3</b>	<b>METODOLOGIA</b> . . . . .	<b>26</b>
<b>4</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÃO</b> . . . . .	<b>28</b>
<b>5</b>	<b>CONCLUSÃO</b> . . . . .	<b>33</b>

## 1 INTRODUÇÃO

A aplicação de hidrociclones é relatada desde o fim do século XIX, normalmente empregados na separação de águas contendo areia. No entanto, tecnologicamente, o seu uso só foi desenvolvido a partir de 1940, com a potencialização das indústrias de processamento mineral. Posteriormente, a indústria petroquímica foi a maior responsável pela disseminação do equipamento, sobretudo para utilização na separação de águas oleosas. Na década de 1980, a Universidade de Southampton, na Inglaterra, já continha diversas pesquisas em andamento que objetivavam o desenvolvimento de geometrias de hidrociclones eficientes para esta função (COELHO; ALVES; MEDRONHO, 2011).

Os hidrociclones são equipamentos usados na separação sólido-líquido e líquido-líquido a partir de um campo centrífugo, possuindo excelente eficiência de separação de partículas entre 5  $\mu\text{m}$  e 400  $\mu\text{m}$ . Em comparação a outros dispositivos de separação, como as centrífugas, não possuem partes móveis, tratando-se de um método atrativo industrialmente por demandar pouco espaço e praticamente nenhuma manutenção. Desta forma, além das indústrias de mineração e petroquímica, se tornou uma opção agradável para outros setores, como as indústrias biotecnológicas, favorecendo o processo de limpeza, esterilização e o baixo consumo de energia (VIEIRA et al., 2006).

A configuração clássica dos hidrociclones constitui-se de um corpo cilíndrico que se conecta a um duto de alimentação tangencial e a um duto coaxial, por onde escoam a corrente de *overflow* e contém o particulado fino. A região cilíndrica é acoplada a uma parte cônica cuja abertura inferior descarrega a corrente de *underflow*, contendo partículas grosseiras. Apesar de sua geometria simples, o hidrociclone apresenta fluidodinâmica bastante complexa, envolvendo escoamentos espirais ascendentes e descendentes ocasionados pelos campos centrífugo e gravitacional. Sob este aspecto, estudos de otimização e desenvolvimento desses separadores são, frequentemente, fundamentados em simulações CFD.

As simulações via Dinâmica dos Fluidos Computacional ou *Computational Fluid Dynamics* (CFD) são um recurso tecnológico de modelagem numérica amplamente empregado em trabalhos de engenharia envolvendo estudos fluidodinâmicos em equipamentos. Ela consiste na resolução simultânea de equações que governam o escoamento de fluido e a transferência de calor e massa. Ademais, pode ser considerada uma ferramenta útil para facilitar na interpretação de fenômenos físicos que ocorrem nos escoamentos devido à forma em que os resultados são visualizados, por meio de figuras e animações coloridas (MALEKJANI; JAFARI, 2018).

Sua aplicação oferece predições na otimização desses dispositivos, podendo avaliar o impacto de variáveis geométricas ou operacionais. No entanto, a implementação dessas simulações requer conhecimento sobre os formalismos matemáticos que governam os fenômenos físicos e isto se transmite na configuração adequada dos casos estudados através dos softwares de simulação, como o Fluent ANSYS®, o CFX®, o OpenFOAM, o StarCCM, entre outros. A escolha do modelo matemático, a geração da geometria do problema e sua discretização espacial (criação de malha) para a obtenção da solução numérica irão impactar diretamente na qualidade dos resultados.

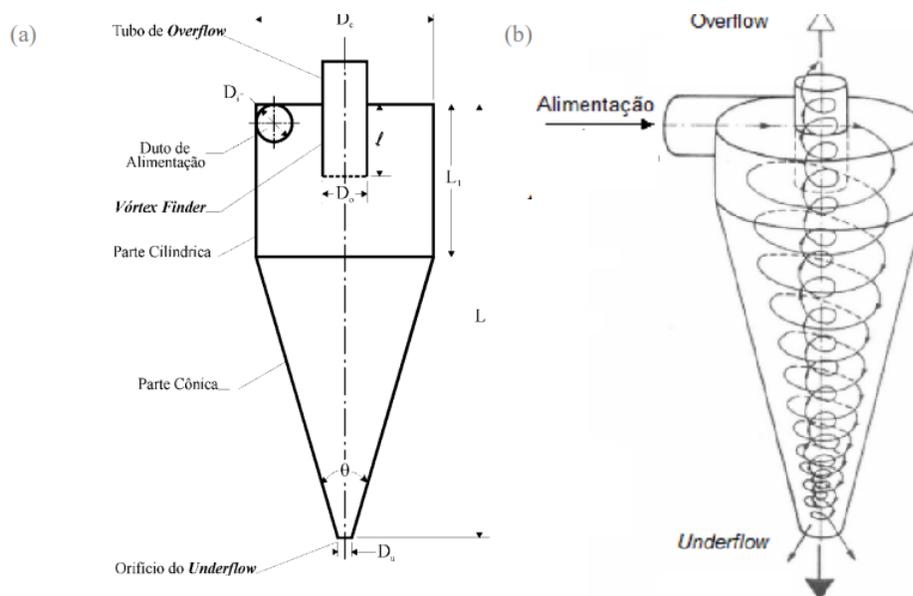
Uma vez que a escolha dos modelos matemáticos utilizados na definição de cada caso a ser simulado varia com a operação estudada, assim como a aplicabilidade investigada, este trabalho visará identificar as modelagens mais recorrentes de simulações de hidrociclones via CFD e discutir o impacto das técnicas selecionadas nos resultados finais.

## 2 REFERENCIAL TEÓRICO

### 2.1 Estrutura e Funcionamento de um Hidrociclone

Os hidrociclones possuem como geometria convencional uma câmara cilíndrica, em que é acoplado um duto tangencial, para a alimentação da suspensão, e um duto coaxial denominado *vortex finder*, por onde escoam a corrente de *overflow*. A parte cilíndrica se conecta a uma região cônica, com uma abertura terminal, por onde escoam a corrente de *underflow*. O esquema da estrutura do equipamento, bem como a exemplificação do seu escoamento interno podem ser conferidos através da Figura 2.1 a) e b).

Figura 2.1 – a) Estrutura do hidrociclone. b) Esquema do escoamento interno: alimentação da suspensão através do duto de entrada; corrente de *underflow* e corrente de *overflow* através do *vortex finder*.



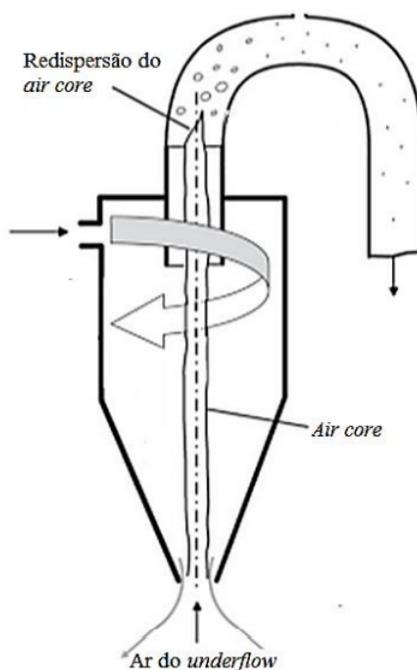
Fonte: Adaptado de Vieira *et al.* (2006) e Mognon *et al.* (2015).

A fluidodinâmica nestes dispositivos inicia-se pela alimentação pressurizada tangencial na câmara cilíndrica, onde o fluido assume um movimento rotacional, em função da geometria. Isto gera um campo centrífugo de intensidade muitas vezes maior que a do campo gravitacional (BICALHO *et al.*, 2011). Este campo faz com que, por ação de forças de arraste e de pressão sobre partículas de diferentes tamanhos e densidades, aquelas de maior dimensão sejam conduzidas às regiões periféricas, no interior do equipamento. Conjuntamente, o campo gravitacional as direciona até o orifício inferior da parte cônica, coletando-as na corrente de *underflow*. O particulado mais refinado, por consequência, tende a depositar-se na região central do equipamento, de modo que, no momento que o escoamento

espiral atinge o *underflow*, há um estrangulamento associado a uma região de baixa pressão que induz uma trajetória espiral ascendente, carregando a corrente de sólidos finos para serem coletadas no *vortex finder*, onde é gerada a corrente de *overflow*.

Uma característica importante do escoamento em hidrociclones é a possibilidade de formação do núcleo central de ar. Como o centro do equipamento assume uma pressão menor que a atmosférica, induz-se a formação de um núcleo gasoso denominado *air core* (MOGNON et al., 2015). A composição gasosa do *air core* é resultado da entrada de gás no escoamento, seja por bolhas na alimentação ou pela entrada de ar através da abertura do *underflow* (NEESSE; DUECK, 2007). Uma representação deste fenômeno pode ser observado na Figura 2.2.

Figura 2.2 – Formação do núcleo gasoso (*air core*) pela entrada de gás no escoamento.



Fonte: Adaptado de Mognon *et al.* (2015) e Hararah *et al.* (2010).

## 2.2 Fluidodinâmica Computacional (CFD)

Há diversos problemas envolvendo escoamentos em engenharia cuja resolução é de grande interesse para o desenvolvimento tecnológico, mas que, após a transcrição do problema físico para o formalismo matemático, encontram dificuldades no processo de solução. Estas restrições podem aparecer tanto na inviabilidade prática de resolução de certos problemas, mas também por impossibilidade

de validação experimental por questões de segurança ou ambientais, por exemplo. Casos clássicos são encontrados na indústria aeroespacial, bioengenharia, engenharia de reatores, fenômenos ambientais, entre outros. Em outros casos, as ferramentas de CFD podem ser utilizadas para trazer informações de hidrodinâmicas complexas, tais como perfis radiais de turbulência média, componentes de velocidade e distribuição de energia cinética turbulenta em situações que não se consegue obter esses dados de forma experimental.

Basicamente fluidodinâmica computacional (CFD) é o termo dado ao grupo de técnicas matemáticas, numéricas e computacionais usadas para obter, visualizar e interpretar soluções computacionais para as equações de conservação de grandezas físicas de interesse de um dado escoamento (BICALHO et al., 2011). Este procedimento permite resolver numericamente amplos problemas envolvendo escoamentos, eliminando as barreiras das soluções analíticas que exigem equacionamentos diferenciais muitas vezes com alta complexidade matemática. Além disso, oferece previsões valiosas para o engenheiro, descartando a necessidade de experimentos em escalas impraticáveis.

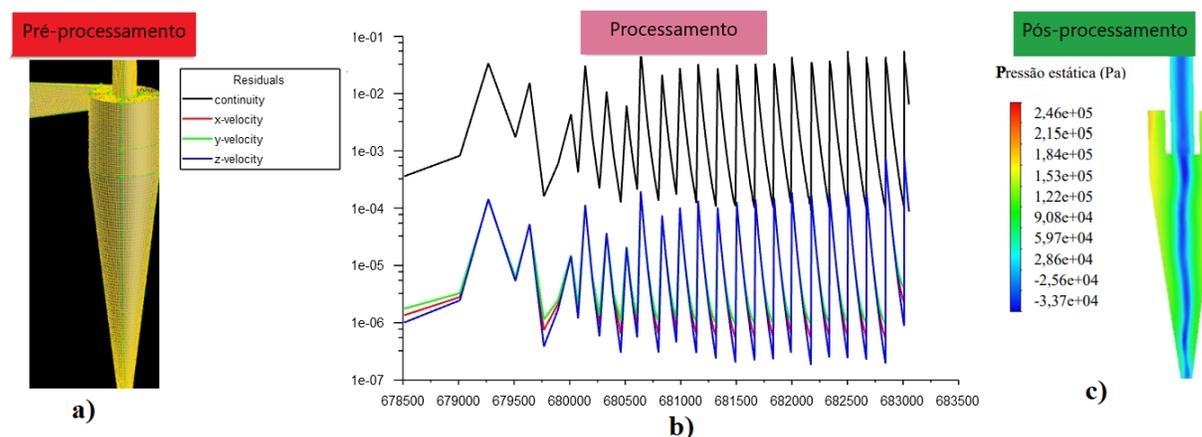
Na fluidodinâmica computacional, as equações diferenciais parciais resultantes das leis de conservação da massa, momento e energia para cada fase são discretizadas, sendo obtido um sistema de equações algébricas que viabilizam a obtenção de uma solução aproximada. Em contraste com a solução analítica ou experimental, a solução gerada é a descrição numérica do escoamento, sendo válida enquanto modelos físicos e condições de contorno forem válidas (FERZIGER; PERIĆ, 1996). Os principais resultados de interesse são as distribuições de velocidades, pressões e concentrações. Porém, para que os resultados da simulação sejam os mais próximos possíveis da realidade, é importante a correta modelagem da turbulência existente no processo.

### **2.2.1 Aplicação do CFD**

A utilização da técnica de simulação computacional via CFD pode ser dividida em três importantes etapas para a solução de um problema, como representado na Figura 2.3 (MALEKJANI; JAFARI, 2018).

1. Pré-processamento: Etapa destinada para construção da geometria do equipamento (definição das paredes, interiores, entradas e saídas), em que alguns dos softwares disponíveis para esta função são: SpaceClaim®, FreeCAD, Gambit®, SolidWorks®, etc. Geração de malha ou discretização do domínio, efeitos de camada limite, em que alguns dos programas utilizados são Gmsh, SALOME Mesh, ICEM®, Meshing® e Gambit®. Nesta etapa também são definidas as proprieda-

Figura 2.3 – Esquema de análise da Dinâmica de Fluidos Computacional (CFD): a) Geometria e malha para um hidrociclone; b) Resíduos das propriedades calculadas; c) Perfil de pressão avaliado em uma seção do hidrociclone.



Fonte: Adaptado de Malekjani e Jafari (2018) e Quintino *et al.* (2019).

des físicas do fluido, definição das condições iniciais e condições de contorno, além da definição da solução numérica que será utilizada (MALEKJANI; JAFARI, 2018).

2. **Processamento:** Etapa em que os softwares aplicarão o método de discretização e resolução de matrizes para resolver as equações conservativas de continuidade, de momento e de energia (modelagem realizada no pré-processamento), para obtenção das grandezas de interesse (velocidade, pressão, temperatura). Os softwares comerciais mais utilizados no processamento da simulação são FLUENT® e CFX®, ambos pertencentes ao pacote computacional da ANSYS®, e como software de fonte aberta, tem-se o exemplo do OpenFOAM. Há vários métodos de discretização, podendo destacar-se o método dos volumes finitos, utilizado na maioria dos trabalhos em fluidodinâmica computacional (ARTUR *et al.*, 2018, 2020; MALEKJANI; JAFARI, 2018).

3. **Pós-processamento:** Análise numérica dos resultados obtidos do problema em estudo e visualização destes. Para essa etapa pode-se utilizar softwares como ParaView e Post-cfx (MALEKJANI; JAFARI, 2018). Nesta etapa, os resultados da simulação, que podem ser grandezas primárias, como, velocidades, pressões e temperaturas, ou até mesmo grandezas secundárias, como, coeficientes de arrasto, torque e coeficientes de transferências de calor são analisados para se verificar a validade do modelo numérico. Um dos métodos mais clássicos para validação de um modelo numérico é através de um comparativo dos resultados da simulação com resultados experimentais (LIMA *et al.*, 2005).

### 2.2.1.1 Método dos Volumes Finitos

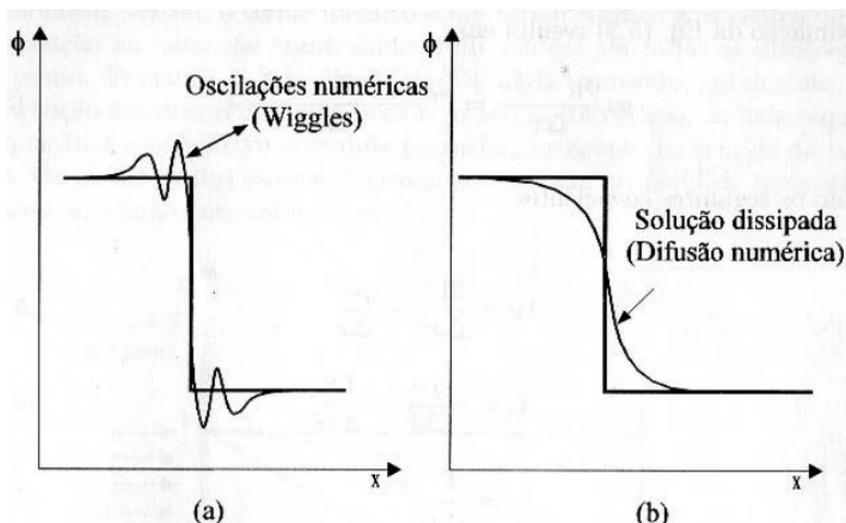
Para a transformação das equações diferenciais em equações algébricas existem diversas técnicas de discretização, sendo que o método dos volumes finitos é a técnica mais empregada pelos pacotes comerciais de CFD, segundo Maliska (2017). Vale salientar que o software FLUENT® pertencente ao pacote computacional ANSYS® também utiliza o método dos volumes finitos (MVF). O primeiro passo para aplicar tal método é dividir o domínio em volumes de controle discretos, para manufatura da malha computacional. O segundo passo, que é o passo chave, é definido por realizar a integral das equações governantes em cada um dos nós para alterar as equações da forma diferencial para a forma algébrica. Vale ressaltar que com a resolução da integral as variáveis estão nas faces do volume de controle. Como os valores das variáveis nas faces do volume de controle são desconhecidas é necessário utilizar os métodos de interpolação espacial e temporal, que são utilizados com intuito de obter valores aproximados para as faces dos volumes de controle, conhecendo os valores das variáveis no centro do volume de controle. E o último passo da aplicação do MVF é a resolução do sistema de equações algébricas (VERSTEEG & MALALASEKERA, 2007).

Os métodos de interpolação espacial mais conhecidos são o método das diferenças centrais e o método *Upwind*. No método das diferenças centrais, a propriedade interpolada na face do volume de controle é calculada em termos dos valores da propriedade nos centros deste volume e do volume adjacente. Já o método *Upwind* aproxima os valores dos centros dos volumes aos valores das faces, com relação à direção do escoamento do fluido. Em problemas de advecção dominante, o *Upwind* gera soluções fisicamente coerentes, porém suaviza os altos gradientes por ser um método dissipativo. Por outro lado, o método das diferenças centrais, em geral, pode gerar oscilações numéricas nas regiões de altos gradientes (MALISKA, 2017). A Figura 2.4 exemplifica a performance dos métodos em altos gradientes.

Os principais métodos de interpolação temporal podem ser representados pela Equação 2.1. Nesta equação,  $(t)$  é o tempo,  $(\phi_p)$  é uma grandeza genérica do escoamento e  $(m)$  é um adimensional, que vale 0 para o esquema explícito, vale 1 para o esquema implícito e vale 0,5 para o esquema semi-implícito. Sendo que no caso da formulação explícita são geradas equações desacopladas e para as formulações implícita e semi-implícita, são geradas equações acopladas (PETRI, 2020).

$$\int_{\Delta t}^{t+\Delta t} \phi_p dt = [m\phi_p^{t+\Delta t} + (1-m)\phi_p^t]\Delta t \quad (2.1)$$

Figura 2.4 – Comparação da solução numérica para a quantidade  $\phi$  utilizando a) método das diferenças centrais e b) *Upwind*, em regiões de alto gradiente através de um pulso em  $\phi$ .



Fonte: Adaptado de Maliska (2017)

Já os fatores de relaxação são valores que alteram as estimativas iniciais da simulação, que para casos isotérmicos são a pressão, a densidade, as forças de corpo e o momento. Os fatores de relaxação são importantes pois são eles que irão determinar a convergência inicial da simulação, devido ao fato que com as estimativas iniciais é feito a interpolação espacial e temporal dos parâmetros para posterior resolução numérica das equações de conservação (PETRI, 2020). Devido às não linearidades das equações a serem calculadas, os fatores de relaxação são necessários, atuando diretamente no processo iterativo e suavizando a quantidade interpolada (FLUENT, 2013). A Equação 2.2 representa o esquema de relaxação explícito para uma variável interpolada ( $\phi$ ), a partir de seu valor anterior ( $\phi_{old}$ ), seu incremento ( $\Delta\phi$ ) e o fator ( $\alpha$ ).

$$\phi = \phi_{old} + \alpha\Delta\phi \quad (2.2)$$

Um ponto importante, para assegurar a qualidade dos resultados obtidos, é o critério de convergência, sendo esse parâmetro definido como o erro máximo permitido associado à resolução numérica das equações de conservação e constitutivas envolvidas na simulação. O Time Step Size representa o tamanho do passo de tempo da simulação, e quanto maior o passo de tempo, maior serão os resíduos associados à simulação, podendo assim, fazer com que o erro ultrapasse o critério de convergência.

## 2.3 Efeitos Turbulentos em Escoamentos

As equações de movimento descrevem, essencialmente, todo comportamento do escoamento, inclusive a turbulência. Este fenômeno, no entanto, é calculado nas pequenas escalas de tempo, muito abaixo do menor elemento passível de resolução via CFD, de forma que o recurso computacional requerido é muito alto (HARGREAVES; SILVSTER, 1990). Devido às limitações computacionais associadas à resolução das equações de Navier-Stokes, não se consegue a obtenção de resultados instantâneos para pontos muito pequenos no domínio do escoamento. Deste modo, para captar os efeitos turbulentos, existem diversos modelos de turbulência que são associados às equações de movimento e permitem uma melhor representação do campo de escoamento.

Em hidrociclones, a turbulência influencia fortemente no comportamento do fluido, sendo necessária sua correta modelagem para obtenção de uma solução numérica que se adeque melhor à realidade da dinâmica do escoamento. Estas metodologias são implementadas em pacotes numéricos, como o Fluent ANSYS® e o OpenFOAM.

## 2.4 Modelagem da Turbulência

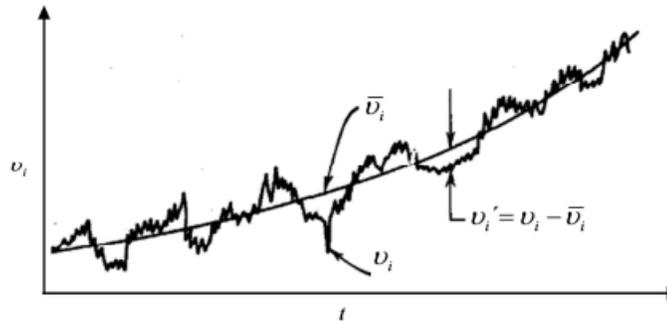
A turbulência é um fenômeno tridimensional, transiente e randômico observado em escoamentos de moderados a elevados números de Reynolds (FLUENT, 2013). Ela provoca comportamentos irregulares no escoamento e induz a mistura de todas as propriedades transportadas pelo movimento do fluido (VIEIRA et al., 2006). A modelagem de escoamentos turbulentos pode ser avaliada através de duas tendências: pela simulação numérica do comportamento médio do escoamento (abordagem estatística clássica) ou pela filtragem de escalas, onde as maiores são resolvidas explicitamente e as menores, modeladas (modelagem submalha) (VIEIRA et al., 2006).

### 2.4.1 Equações Médias de Reynolds (*Reynolds Averaged Navier-Stokes - RANS*)

Uma das formas de incorporar os efeitos turbulentos na solução das equações de conservação é realizar uma abordagem estatística deste fenômeno através da inserção da média temporal. Nesta interpretação uma quantidade ( $x$ ) é obtida pela soma de um valor médio ( $\bar{x}$ ) e um valor flutuante ( $x'$ ), conforme Equação 2.4. A Figura 2.5 exemplifica a variação temporal de uma componente de velocidade, seu valor médio e suas flutuações. A média temporal é um operador matemático e apresenta

algumas propriedades, conforme a Equação 2.3, em que (h) e (g) são duas funções da posição e do tempo e não dependentes entre si.

Figura 2.5 – Velocidade  $v_i$  como uma composição de sua média temporal  $\bar{v}_i$  e suas flutuações  $v_i'$ .



Fonte: Adaptado de Vergel *et al.* (2013).

$$\begin{aligned} \overline{\bar{h}} &= \bar{h} \\ \overline{h'} &= 0 \\ \overline{h \cdot \bar{g}} &= \overline{(\bar{h} + h') \cdot \bar{g}} = \bar{h} \cdot \bar{g} \\ \overline{h' \cdot \bar{g}} &= 0 \\ \overline{\bar{h} + g} &= \overline{(\bar{h} + h') \cdot (\bar{g} + g')} = \bar{h} + \bar{g} \\ \frac{\partial \bar{h}}{\partial x} &= \frac{\partial (\bar{h} + h')}{\partial x} = \frac{\partial \bar{h}}{\partial x} \\ \int \overline{h dx} &= \int \overline{(\bar{h} + h') dx} = \int \bar{h} dx \end{aligned} \quad (2.3)$$

As Equações de Reynolds, conhecidas como RANS (*Reynolds Averaged Navier-Stokes*), são um conjunto de equações médias do escoamento, em que todas as escalas de turbulência são modeladas. É uma aproximação que reduz os esforços computacionais e pode ser utilizada para casos transientes e permanentes (BICALHO et al., 2011). São obtidas, primeiramente, decompondo-se as variáveis das equações de conservação em suas partes médias e flutuantes e aplicando-se, em seguida, o operador de média temporal aos termos resultantes. A Equação 2.5 representa a equação de Navier-Stokes para um escoamento tridimensional, transiente e incompressível de fluidos newtonianos em termos da densidade do fluido ( $\rho$ ), sua viscosidade dinâmica ( $\mu$ ), o campo de pressão (P), a componente de força de campo ( $f$ ), as componentes de velocidade do escoamento ( $u_i$  e  $u_j$ ), as componentes espaciais ( $x_i$  e  $x_j$ ) e o tempo (t). Ao aplicar-se a esta equação o procedimento citado anteriormente e rearranjando os termos, obtém-se a resultante média. Nota-se que esta, representada pela Equação 2.6,

possui um formalismo matemático escrito em termos das quantidades médias e flutuantes e é similar à equação anterior, exceto pelo termo do lado direito. Para as quantidades entre colchetes, aplicando-se as propriedades da média temporal, conforme a Equação 2.3, obtém-se uma simplificação que resulta na Equação 2.7. Esta tem a mesma forma da equação de Navier-Stokes, mas sob média temporal e com exceção do último termo do lado direito ( $-\overline{\rho'u'_j u'_i}$ ). Esta quantidade é definida como Tensor de Reynolds e expressa a influência turbulenta no escoamento.

O Tensor de Reynolds precisa ser modelado para obtenção de uma solução numérica. O princípio para esta modelagem pode partir de duas considerações: Modelos de Viscosidade Turbulenta e Modelos para o Tensor de Reynolds através das Equações de Transporte. A primeira abordagem tem como exemplo o modelo numérico k-ε e a segunda traz o modelo RSM como um dos exemplos.

$$x = \bar{x} + x' \quad (2.4)$$

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i u_j)}{\partial x_j} = \rho f - \frac{\partial P}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i})}{\partial x_j} - \frac{2}{3} \mu \frac{\partial(\frac{\partial u_j}{\partial x_j})}{\partial x_i} \quad (2.5)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\overline{\rho u_i})}{\partial t} + \frac{\partial(\overline{\rho u_i u_j})}{\partial x_j} &= \overline{\rho} f - \frac{\partial \overline{P}}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i})}{\partial x_j} - \frac{2}{3} \mu \frac{\partial(\frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_j})}{\partial x_i} \\ &- \left[ \frac{\partial(\overline{\rho' u'_i})}{\partial t} + \frac{\partial(\overline{\rho' u'_i u'_j})}{\partial x_j} + \frac{\partial(\overline{u_j \rho' u'_i})}{\partial x_j} + \frac{\partial(\overline{\rho' u'_j u'_i})}{\partial x_j} + \frac{\partial(\overline{\rho' u'_j u'_i})}{\partial x_j} \right] \end{aligned} \quad (2.6)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\overline{\rho u_i})}{\partial t} + \frac{\partial(\overline{\rho u_i u_j})}{\partial x_j} &= \overline{\rho} f - \frac{\partial \overline{P}}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i})}{\partial x_j} - \frac{2}{3} \mu \frac{\partial(\frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_j})}{\partial x_i} \\ &- \frac{\partial(\overline{\rho' u'_j u'_i})}{\partial x_j} \end{aligned} \quad (2.7)$$

#### 2.4.2 Simulação das Grandes Escalas (*Large Eddy Simulation - LES*)

Alternativamente à metodologia de equações médias, o método LES promove uma resolução mais detalhada do escoamento, significando que há uma captura minuciosa dos efeitos turbulentos em troca de um maior esforço computacional. O princípio básico do método se dá pela filtragem das equações de conservação em função do tamanho das escalas presentes na malha e, portanto, tem uma forte relação com o seu refinamento. Escalas menores que a largura de um filtro, ou espaçamento de malha, são isoladas e modeladas, enquanto as grandes escalas são resolvidas diretamente (BICALHO et al.,

2011). Os pequenos turbilhões estão associados às menores escalas de tempo e espaço, são menos dependentes da geometria do problema e tendem à isotropia, de forma que são considerados independentes do escoamento global e responsáveis pela dissipação de energia (VERGEL et al., 2013). Os turbilhões das grandes escalas são intensamente influenciados pelas condições de contorno e geometria, estando mais fortemente relacionados com o transporte das propriedades físicas (BICALHO et al., 2011).

Essa modelagem tem sido uma ferramenta popular para a investigação de escoamentos turbulentos, visto que fornece resultados de predição de turbulência com muita exatidão (VERGEL et al., 2013). A maior limitação do método, entretanto, se dá durante a resolução das grandes escalas próximas à parede do equipamento. Nestas regiões, tais escalas se tornam relativamente pequenas, demandando alto recurso computacional. Mesmo para moderados números de Reynolds esta limitação pode interferir na aplicabilidade da ferramenta. Desta forma, a aplicação do LES fica dependente de escoamentos com baixos números de Reynolds (FLUENT, 2013).

O procedimento de filtração visa suavizar as funções de transporte. As equações do método LES são decompostas na sua parte das grandes escalas filtradas e na parte remanescente, referente às pequenas escalas, ou escalas sub-malhas. Para uma variável ( $a$ ), considerando a simbologia ( $\tilde{a}$ ) para as grandes escalas e ( $a'$ ), para as pequenas escalas, e tomando, como exemplo o vetor velocidade ( $\mathbf{U}$ ), sua decomposição se dá conforme a Equação 2.8, em que ( $\tilde{\mathbf{u}}$ ) e ( $\mathbf{u}'$ ) são os vetores de velocidade, respectivamente, nas grandes e pequenas escalas, em termos do vetor posição ( $\mathbf{x}$ ) e do tempo ( $t$ ). Neste formalismo é importante reconhecer as analogias obtidas em relação ao método RANS, no entanto, devido à natureza da decomposição LES, deve-se atentar ao fato de que as propriedades desta função filtro são distintas (MCDONOUGH, 2007). Pode-se observar tais diferenças através da Equação 2.9 em termos da componente de velocidade ( $u_i$ ).

$$\mathbf{U}(\mathbf{x}, t) = \tilde{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, t) + \mathbf{u}'(\mathbf{x}, t) \quad (2.8)$$

$$\tilde{u}'_i(\mathbf{x}, t) \neq \tilde{u}_i(\mathbf{x}, t); \quad \tilde{u}'_i(\mathbf{x}, t) \neq 0 \quad (2.9)$$

No software Fluent ANSYS® é utilizado um filtro espacial atrelado ao processo de discretização do método dos volumes finitos, conforme Equação 2.10, em que ( $V$ ) representa o volume da célula computacional, ( $t$ ), o tempo e ( $\phi$ ) é a variável escalar e sua respectiva forma filtrada ( $\tilde{\phi}$ ). Na operação de filtração da equação da conservação do movimento de um escoamento incompressível, a função

resultante e que deve ser resolvida para as grandes escalas pode ser conferida pela Equação 2.11. O termo ( $\tau_{SGS,ij}$ ) é definido como Tensor de Reynolds Sub-malha através da Equação 2.12, o qual deve ser estimado através de uma modelagem de escalas sub-malha (SGS). Dentre os modelos recorrentes, encontra-se o modelo de Smagorinsky, que se fundamenta na hipótese da viscosidade turbulenta de Boussinesq, analogamente às equações RANS.

$$\tilde{\phi}(V,t) = \frac{1}{V} \int_V \phi(V,t) dV \quad (2.10)$$

$$\frac{\partial(\rho\tilde{u}_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho\tilde{u}_i\tilde{u}_j)}{\partial x_j} = \rho f - \frac{\partial\tilde{P}}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial(\frac{\partial\tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial\tilde{u}_j}{\partial x_i})}{\partial x_j} - \frac{2}{3}\mu \frac{\partial(\frac{\partial\tilde{u}_j}{\partial x_j})}{\partial x_i} - \frac{\partial\tau_{sgs,ij}}{\partial x_j} \quad (2.11)$$

$$\tau_{SGS,ij} = \rho\widetilde{u_i u_j} - \rho\tilde{u}_i\tilde{u}_j \quad (2.12)$$

### 2.4.3 A Hipótese de Boussinesq

A decomposição das equações de Navier-Stokes em suas partes médias e flutuantes, fornece um conjunto de fluxos de quantidade de movimento devido às flutuações turbulentas. O agrupamento destes termos é denominado Tensor de Reynolds. Em 1877, antecipadamente, Joseph Valentin Boussinesq introduziu uma hipótese que relacionava as pequenas escalas dadas pelas quantidades estatísticas ( $-\overline{u'_i u'_j}$ ) às grandes escalas, dadas pelas taxas de deformação médias do escoamento. Este conceito é visualizado através da Equação 2.13, em que ( $\bar{u}_i$  e  $\bar{u}_j$ ) representam as componentes médias de velocidade do escoamento, ( $x_i$  e  $x_j$ ), as componentes espaciais e o termo ( $\nu_T$ ) é definido como a viscosidade turbulenta.

$$-\overline{u'_i u'_j} = \nu_T \left( \frac{\partial\bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial\bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.13)$$

A hipótese de Boussinesq é uma clara analogia à lei da viscosidade de Newton, entretanto, enquanto a viscosidade dinâmica é uma propriedade do fluido, a viscosidade turbulenta associa-se ao escoamento e às condições em que ele se dá. As maiores deficiências deste formalismo estão atreladas ao fato do equacionamento ser de natureza estatística, não sendo sustentado por resultados empíricos baseados na física do escoamento (MCDONOUGH, 2007).

## 2.5 Qualidade da Malha Computacional

O ajuste adequado da malha computacional à geometria do problema estudado é de suma importância para a exatidão das previsões das respostas simuladas, para o problema avaliado. Quanto mais degenerada a célula computacional, maior será o espalhamento de erros nas equações numéricas através do cálculo iterativo. Assim, a análise da qualidade de malha é um procedimento fundamental para assegurar a acurácia na solução numérica. Algumas das principais métricas para esta análise avaliam a distorção (*skewness*) e a razão de aspecto (*aspect ratio*) dos elementos da malha.

### 2.5.1 Distorção (*Skewness*)

O *skewness* é uma métrica que avalia o elemento de malha relacionando sua forma a uma forma equilátera de volume equivalente. Pode ser definido como o desvio do vetor que conecta o centro dos volumes vizinhos e o centro da face, variando de 0 a 1, sendo que quanto mais próximo de 0, menor é a deformação do elemento (MOHAMMADI, 2011). A Figura 2.6 ilustra elementos com alto e baixo *skewness*. Altos valores neste parâmetro podem implicar em baixa exatidão e/ou desestabilização da solução numérica, muitas vezes requerendo alterações nas configurações das técnicas numéricas, como modificações no fatores de relaxação ou no método de acoplamento pressão-velocidade.

Figura 2.6 – Elementos com valores baixo e alto de *skewness*, à esquerda e à direita, respectivamente.



Fonte: Adaptado de Petri (2020).

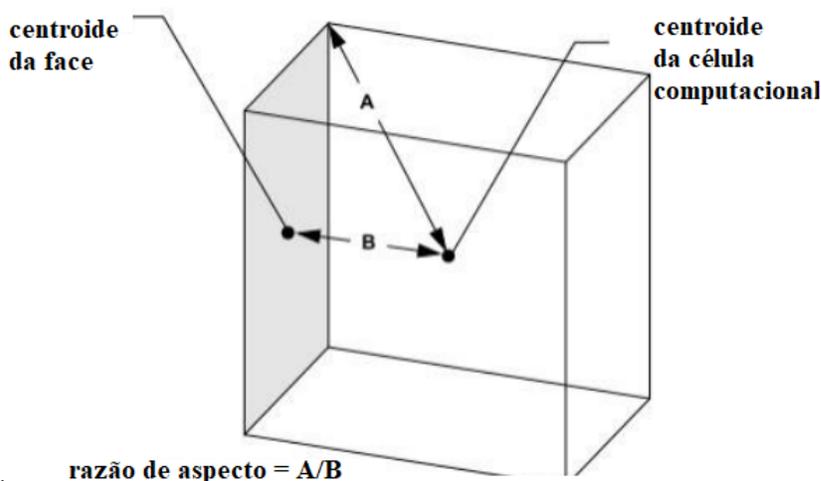
A função *EquiAngle Skew* presente no pacote *Fluent ANSYS®* avalia a distorção nas células da malha, para qualquer tipo de elemento geométrico. Os valores retornados pela função próximos de 0 representam as melhores células, enquanto próximos de 1, indicam degeneração dos elementos da malha (FLUENT, 2013). Ela é calculada através da Equação 2.14, que retorna o valor máximo entre os termos, onde ( $q_{max}$ ) e ( $q_{min}$ ) são, respectivamente, o maior e o menor ângulo da célula ou face (para geometrias 2D), enquanto ( $q_e$ ) é o ângulo da célula ou face equiangular de volume correspondente (por exemplo, 60° para triângulos e 90° para quadrados, em casos 2D).

$$skewness = \max\left[\frac{q_{max} - q_e}{180 - q_e}, \frac{q_e - q_{min}}{q_e}\right] \quad (2.14)$$

### 2.5.2 Razão de Aspecto (*Aspect Ratio*)

Dentre os principais critérios para se avaliar a qualidade de uma malha, encontra-se o *aspect ratio*. Este parâmetro é uma medida do alongamento das células da malha e está associado à razão entre suas arestas, conforme Figura 2.7. Tal informação permite avaliar desproporções no tamanho de elementos adjacentes (ANJOS, 2016).

Figura 2.7 – Célula computacional unitária e aferição do *aspect ratio*.



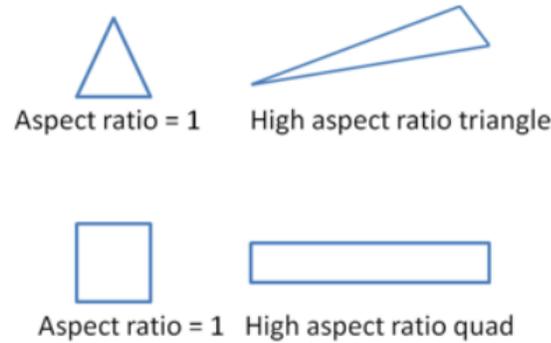
Fonte: Adaptado de Fluent (2013).

A Figura 2.7 demonstra o cálculo do *aspect ratio* para uma célula cúbica unitária. A determinação é feita através da razão entre o máximo o mínimo valor entre as grandezas: distância normal (B) entre o centroide da célula e o centroide da face e a distância (A) entre o centroide da célula e um de seus nós (FLUENT, 2013). Na Figura 2.8 pode-se visualizar como seriam elementos com alto e baixo valores de razão de aspecto.

## 2.6 Estudos via CFD de Hidrociclones

As altas vorticidades presentes no escoamento de hidrociclones implica na sua complexidade fluidodinâmica. Sobretudo, independente da aplicação investigada, a turbulência afeta fortemente a resolução numérica das equações de transporte. No trabalho de Quintino *et al.* (2019) foi avaliada a separação de partículas em hidrociclones cujas suspensões alimentadas possuíam diferentes

Figura 2.8 – Elementos com valores baixo e alto de *aspect ratio*, à esquerda e à direita, respectivamente.



Fonte: Adaptado de Petri (2020).

viscosidades. Em complemento ao procedimento experimental, a influência da viscosidade nos parâmetros operacionais foi estudada via simulação CFD. Os casos foram simulados em estado transiente, considerando apenas o escoamento de uma solução de sacarose. O modelo de turbulência adotado foi o RSM (*Reynolds Stress Model*). Este modelo, representado pela Equação 2.15, segue a abordagem RANS, utiliza das próprias Equações de Transporte para modelar os elementos do tensor de Reynolds,  $(\overline{\rho u'_i u'_j})$ , e não aplica a hipótese de Boussinesq para viscosidade isotrópica turbulenta (FLUENT, 2013). Os termos da equação estão relacionados com as flutuações do escoamento, sendo (t) o tempo;  $(C_{ij})$  representa o transporte advectivo;  $(D_{T,ij})$ , a difusão turbulenta,  $(D_{L,ij})$ , a difusão molecular;  $(P_{ij})$ , a produção de tensões;  $(G_{ij})$ , a produção de flutuações;  $(\phi_{ij})$ , as tensões de pressão;  $(\epsilon_{ij})$ , a dissipação;  $(F_{ij})$ , a produção de flutuações por rotação do sistema e  $(S_{ft})$ , o termo fonte do modelo.

$$\frac{\partial(\overline{\rho u'_i u'_j})}{\partial t} + C_{ij} = D_{T,ij} + D_{L,ij} + P_{ij} + G_{ij} + \phi_{ij} - \epsilon_{ij} + F_{ij} + S_{ft} \quad (2.15)$$

O RSM é o modelo mais elaborado dentre sua vertente, requerendo um total de nove equações diferenciais parciais, sendo que quatro são relativas aos termos que devem ser modelados. Sua implementação é mais detalhada e tem potencial para solucionar escoamentos através da interpretação dos efeitos de linhas de fluxos curvadas, rotações e mudanças rápidas na taxa de deformação, oferecendo, a princípio, mais acurácia na interpretação de escoamentos complexos, quando comparado aos modelos de uma ou duas equações. Além disso, seu formalismo matemático não é fortemente dependente do número de Reynolds, isto seria um indicativo da sua aplicação em casos contendo altos valores desta quantidade (MCDONOUGH, 2007). Estas características sugerem seu uso em escoamentos

resultantes de anisotropia no Tensor de Reynolds, como aqueles presentes em ciclones (FLUENT, 2013).

O trabalho de Vakamalla e Mangadoddy (2017) discute a acurácia da modelagem da turbulência através dos métodos LES e RSM, aplicados a hidrociclones com escoamento multifásico, percebendo que o RSM traz bons resultados dependentes da geometria do equipamento.

Por outro lado, este grau de elaboração do método implica em maiores problemas de fechamento de seus termos, muitas vezes empregando-se suposições arbitrárias, incluindo analogias com a hipótese de Boussinesq (MCDONOUGH, 2007). O tensor de pressão e a taxa de dissipação, por exemplo, são termos particularmente difíceis de se fechar. Por isso, considerando o seu custo computacional, nem sempre o RSM retorna significativos benefícios frente aos métodos mais simples.

Buscando uma demanda computacional menor daquela presente nas simulações CFD contendo o modelo RSM, o estudo realizado por Anjos (2016) tentou avaliar a eficiência de predição do campo de escoamento de hidrociclones através de modelos de turbulência com menor requerimento de equações diferenciais parciais, pelo software de fonte aberta OpenFOAM. Dentre outras avaliações, o modelo  $k-\varepsilon$  foi empregado para interpretar a velocidade tangencial do campo centrífugo. Esta é uma abordagem a duas equações para a modelagem dos termos do Tensor de Reynolds das equações RANS. É um método semi-empírico que se fundamenta no conceito de viscosidade turbulenta isotrópica de Boussinesq. Para que este conceito seja interpretado no domínio computacional pelo MVE, introduz-se uma equação diferencial parcial que descreve a energia cinética turbulenta, ( $k$ ), e outra para a taxa de dissipação da energia turbulenta, ( $\varepsilon$ ), de acordo com a Equação 2.16 e Equação 2.17, respectivamente, em que ( $t$ ) é o tempo, ( $\nu$ ) é a viscosidade cinemática do fluido, ( $\nu_T$ ) é a viscosidade turbulenta do escoamento e ( $C_\nu$ ), ( $C_{\varepsilon 1}$ ), ( $C_{\varepsilon 2}$ ), ( $\sigma_k$ ) e ( $\sigma_\varepsilon$ ) são as constantes do modelo.

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = -\overline{u'_i u'_j} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \varepsilon + \frac{\partial[(\nu + \frac{\nu_T}{\sigma_k}) \frac{\partial k}{\partial x_j}]}{\partial x_j} \quad (2.16)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} = -C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} \overline{u'_i u'_j} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k} + \frac{\partial[(\nu + \frac{\nu_T}{\sigma_\varepsilon}) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j}]}{\partial x_j} \quad (2.17)$$

Estas quantidades se relacionam com a viscosidade turbulenta conforme Equação 2.18. As constantes do modelo assumem comumente os valores apresentados pela Tabela 2.1. E, por fim, estas funções retornam todas as componentes do Tensor de Reynolds, como demonstrado pela Equ-

ção 2.19, em que  $(\overline{s_{ij}})$  representa o tensor deformação média do escoamento e  $(\delta_{ij})$ , o delta de Kronecker, que é igual a 1, quando  $i = j$  e igual a 0, quando  $i \neq j$ .

$$v_T = C_v \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (2.18)$$

$$-\overline{u'_i u'_j} = 2v_T \overline{s_{ij}} - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \quad (2.19)$$

Tabela 2.1 – Valores usuais das constantes do modelo  $k - \varepsilon$ .

$C_v$	$\sigma_k$	$\sigma_\varepsilon$	$C_{\varepsilon 1}$	$C_{\varepsilon 2}$
0,09	1,0	1,3	1,44	1,92

Fonte: Adaptado de Anjos (2016).

O modelo  $k-\varepsilon$  tem um menor custo computacional, robustez e apresenta razoável acurácia, sendo possível sua aplicação em diversos escoamentos industriais. Entretanto, o modelo foi desenvolvido considerando um escoamento totalmente turbulento e negligenciando os efeitos da viscosidade molecular, de forma que o seu uso fica limitado a estas características (FLUENT, 2013). Além disso, os maiores problemas neste formalismo estão relacionados com os efeitos de parede. Sobretudo a resolução da equação da dissipação de energia cinética não tem consistência quando aplicada nas regiões de parede, exigindo uma matemática que forneça "condições de contorno" longe dos limites sólidos (MCDONOUGH, 2007).

Alternativamente às equações RANS, Vakamalla e Mangadoddy (2017) reportaram, também, a influência do método LES em escoamentos multifásicos de hidrociclones. Dentre outros aspectos, seu impacto foi verificado na predição de formação de *air cores* e do campo de densidade no interior destes equipamentos. A técnica se mostrou mais indicada para fornecer predições em geometrias menores de hidrociclones, enquanto o RSM, em geometrias maiores, que induziriam menores níveis de turbulência. Já no estudo de Karimi *et al.* (2011), sobre a influência entre os modelos de turbulência, a metodologia LES indicou melhores resultados para o campo de velocidade, frente ao RSM, em comparação com os valores experimentais. Tal eficiência foi especialmente notada para a região cônica do equipamento. Ambos autores utilizaram o esquema de Smagorinsky para o Tensor de Reynolds Submalha ( $\tau_{SGS,ij}$ ). Este formalismo expressa esta quantidade conforme Equação 2.20 em termos da forma filtrada do tensor taxa de deformação ( $\tilde{S}_{ij}$ ). No modelo há uma analogia com a hipótese de turbulência isotrópica de Boussinesq, de modo que a viscosidade turbulenta, ( $\nu_{SGS}$ ), fica definida de

acordo com a Equação 2.21, sendo que  $(\Delta)$  é a largura do filtro,  $(|\mathbf{S}|)$ , o módulo do tensor taxa de deformação filtrado e  $(C_s)$  representa a constante de Smagorinsky. O software Fluent ANSYS assume o valor desta constante como 0,1 para adequar, de forma razoável, o modelo a uma diversidade maior de casos. O Smagorinsky Model apresenta uma configuração simples e traz boas previsões para escoamentos não delimitados por paredes.

$$\tau_{SGS,ij} = -2\nu_{SGS}\tilde{S}_{ij} \quad (2.20)$$

$$\nu_{SGS} = (C_s\Delta)^2|\mathbf{S}| \quad (2.21)$$

Contudo, quando há a presença de contornos sólidos e, adicionalmente, uma baixa concordância com a consideração de escoamento totalmente turbulento, a técnica pode não apresentar boas previsões do comportamento real do escoamento nas regiões de parede. Majoritariamente estes resultados são por causa de seu formalismo matemático altamente dissipativo (MCDONOUGH, 2007).

### 3 METODOLOGIA

A construção deste trabalho foi respaldada na reunião e interpretação de trabalhos científicos desenvolvidos na área de simulação fluidodinâmica computacional aplicada a hidrociclones. Devido aos diversos aspectos atrelados a este tipo de simulação, como os modelos multifásicos, os métodos de discretização, as técnicas de acoplamento pressão-velocidade, entre outros, inicialmente foi necessário analisar e especificar a categoria de análise. Assim, em formato de Revisão Bibliográfica, foi selecionado para estudo o impacto dos modelos de turbulência nas simulações via CFD.

A coleta de textos científicos foi realizada através da biblioteca SciELO, do portal de Periódicos CAPES, do Repositório Institucional da Universidade Federal de Uberlândia e do portal Google Acadêmico. Para buscar os trabalhos base para discussão neste estudo foram utilizadas palavras-chave em português e inglês, sem uso dos filtros de ano de publicação e idioma. As pesquisas foram realizadas nas plataformas entre os dias 15 de setembro de 2021 e 4 de outubro de 2021. A Tabela 3.1 traz um resumo das buscas e resultados obtidos nesta etapa.

Tabela 3.1 – Buscas e resultados obtidos nas pesquisas a partir das palavras-chave selecionadas.

<b>Busca</b>	<b>Plataforma</b>	<b>Palavras-Chave</b>	<b>n° de Resultados</b>
1	Google Acadêmico	CFD, Hidrociclone, Turbulência	420
2	Plataforma CAPES	CFD, Hydrocyclone, Turbulence	260
3	Google Acadêmico	Hydrocyclone, Turbulence, Grid, Skewness, Quality	977

Fonte: Elaborado pelo autor.

Dentre os resultados da busca, visou-se identificar os trabalhos que abordassem a simulação fluidodinâmica em hidrociclones e que retornassem a capacidade de predição do modelo de turbulência utilizado. Além disso, dentre os critérios de escolha, procurou-se aqueles que se apresentavam no topo da lista de resultados. Aproximadamente 20 textos científicos foram localizados e utilizados para construir o referencial teórico e, no entanto, a discussão deste trabalho se concentrou em apenas 4 deles, por uma questão de limitação de tempo para conclusão do estudo e por estes apresentarem a aplicação dos mesmos modelos de turbulência, assim viabilizando a comparação e a interpretação de resultados. O trabalho de Quintino *et al.* (2019) foi uma referência estudada em projetos anteriores abordando simulações de hidrociclones via CFD, por isto foi integrada aos textos discutidos. Um resumo dos trabalhos tratados na seção de Resultados e Discussão pode ser conferido através da Tabela 3.2.

Tabela 3.2 – Referências selecionadas para discussão neste trabalho.

<b>Busca</b>	<b>Trabalho Selecionado</b>	<b>Autor</b>	<b>Ano</b>
1	Avaliação do Desempenho de Modelos de Turbulência em Hidrociclones Utilizando o OpenFOAM	dos Anjos	2016
2	Numerical simulation of industrial hydrocyclones performance: Role of turbulence modelling	Vakamalla & Mangadoddy	2017
3	Selection of Suitable Turbulence Models for Numerical Modelling of Hydrocyclones	Karimi <i>et al.</i>	2011
Repositório UFU	Otimização Geométrica e Análise Operacional em Hidrociclones Modulares Utilizando Fluidos Newtonianos	Quintino <i>et al.</i>	2019

Fonte: Elaborado pelo autor.

Para um melhor aprofundamento acerca da matemática envolvida na implementação dos modelos de turbulência, foram estudados materiais da disciplina de Tópicos de Mecânica dos Fluidos - IM 450, do programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica da Universidade de Campinas e da disciplina de Mecânica dos Fluidos Ambiental II - TH705, do programa de Pós-graduação em Engenharia de Recursos Hídricos e Ambiental, da Universidade Federal do Paraná. Além disso, o guia teórico do software Fluent ANSYS® foi utilizado para compreender a implementação desses modelos matemáticos.

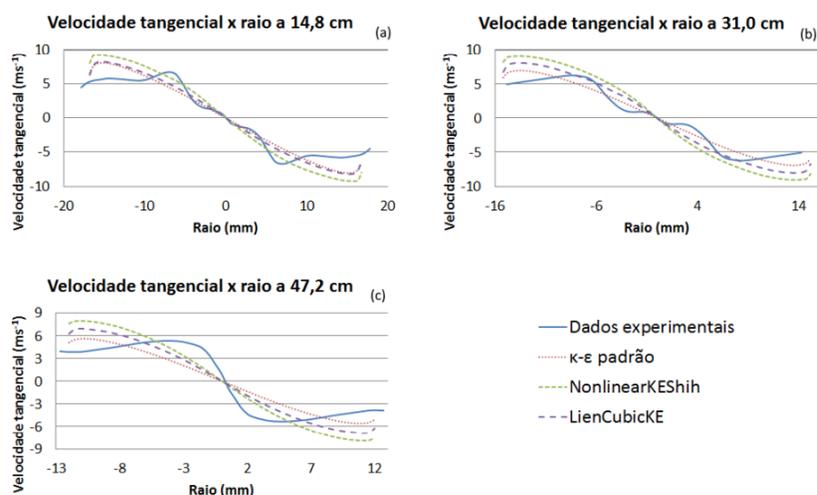
Uma vez interpretados os fundamentos relativos aos modelos de turbulência, os dados avaliados nos trabalhos científicos estudados foram confrontados, buscando-se direcionar os procedimentos mais adequados em cada linha de estudo envolvendo simulações via CFD de hidrociclones.

## 4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Analisando inicialmente o modelo  $k-\epsilon$ , este demonstrou baixa acurácia em prever o comportamento do escoamento interno de hidrociclones, qualitativa e quantitativamente nos trabalhos de Anjos (2016) e Karimi *et al.* (2011). Para as simulações destes autores foram utilizadas máquinas com as seguintes configurações de processamento, respectivamente: Intel Quad-Core i7 CPU 3,40 GHz e Intel Core i7 CPU 1,6 GHz.

A Figura 4.1 foi extraída dos dados obtidos pelas simulações através do software OpenFOAM, no trabalho de Anjos (2016). Esta descreve os resultados numéricos do modelo  $k-\epsilon$  padrão, entre outros avaliados, frente aos valores experimentais. Verifica-se baixa exatidão em prever a velocidade tangencial do campo de escoamento ao longo da posição radial, na câmara cilíndrica do hidrociclone. Esta observação pode ser resultado da dificuldade da metodologia em descrever os efeitos de parede, além de realizar considerações não adequadas para o hidrociclone, como desprezar a contribuição da viscosidade molecular na implementação das equações adicionais.

Figura 4.1 – Comparação entre os diferentes modelos de turbulência na predição do gradiente de velocidade tangencial em diferentes posições a partir do topo da seção cilíndrica do hidrociclone: a) 14,8cm; b) 31,0cm; c) 47,2cm.

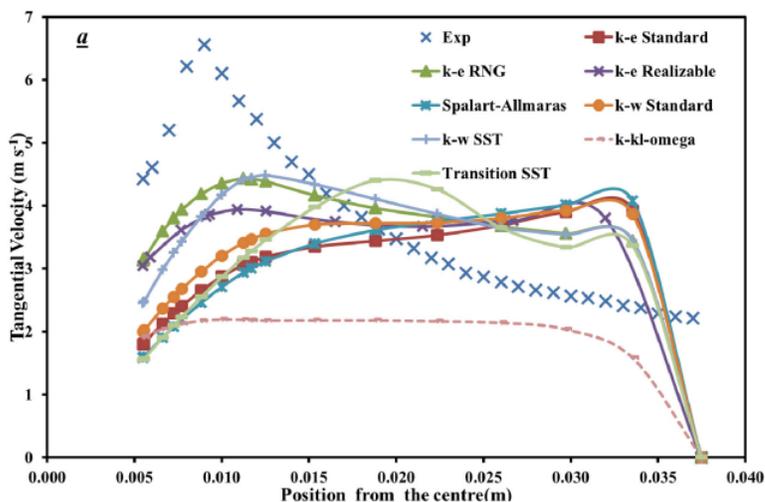


Fonte: Adaptado de Anjos (2016).

Em corroboração ao observado no parágrafo anterior, o trabalho de Karimi *et al.* (2011) apresenta uma fraca predição da velocidade tangencial quando os efeitos turbulentos em hidrociclones são modelados pelo método  $k-\epsilon$ . Visualiza-se a dispersão entre os valores para a velocidade tangencial, ao longo da direção radial, comparando-se o modelo  $k-\epsilon$  padrão e o procedimento experimental, conforme Figura 4.2. Ainda, é possível notar que o modelo não permite captar a tendência com-

portamental da curva dos dados empíricos, de forma que a aplicação da hipótese de Boussinesq na modelagem da turbulência não retorna boas previsões para escoamentos em hidrociclones.

Figura 4.2 – Solução numérica para a velocidade tangencial do modelo  $k - \varepsilon$  padrão, entre outros, em comparação aos dados experimentais.

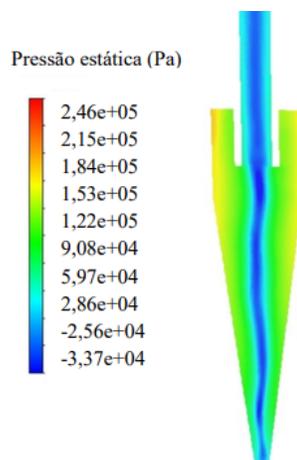


Fonte: Adaptado de Karimi *et al.* (2011).

Alternativamente, as simulações via CFD utilizando o modelo RSM conseguem captar os perfis de pressão e velocidade no interior de hidrociclones. Como pode ser observado pela Figura 4.3, retirada dos resultados do trabalho de Quintino *et al.* (2019), a formação de *air core* é captada pelo método, sendo um efeito esperado para este escoamento e desejado como resultado. Ainda, outros resultados do mesmo autor indicaram que o modelo também é capaz de captar alterações no campo centrífugo de escoamentos monofásicos após variações na viscosidade da suspensão, o que é esperado em razão do método ter uma maior descrição física do escoamento. O poder de processamento da máquina utilizada pelo autor não foi mencionado.

Quantitativamente, o método RSM também responde bem para avaliar-se a velocidade tangencial ao longo do equipamento. O trabalho de Karimi *et al.* (2011) expressa uma divergência, em relação aos dados experimentais, de no máximo 7,45% para os valores de velocidade tangencial calculados na região cônica, e de no máximo 2,91%, para os valores obtidos na região cilíndrica do dispositivo. Entretanto, ainda com base neste estudo, foi constatado um alto tempo para obtenção da convergência da solução numérica quando utilizado o RSM, sendo este de 30,50 horas. Muito acima do método  $k - \varepsilon$  padrão que, por exemplo, demandou 12,00 horas. Este elevado custo computacional observado, obedece a discussão proposta por McDonough (2007) acerca da grande quantidade de

Figura 4.3 – Perfil de pressão manométrica obtido pela simulação via CFD utilizando o modelo de turbulência RSM.



Fonte: Adaptado de Quintino *et al.* (2019).

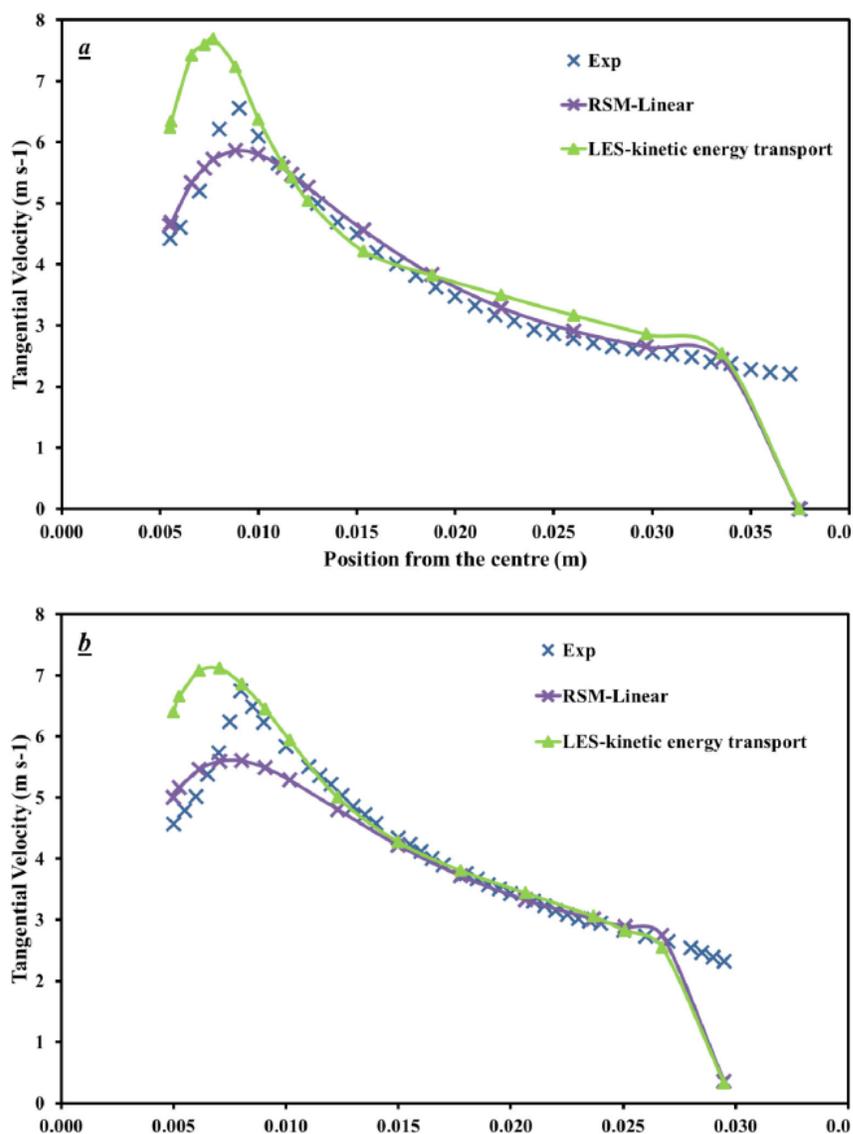
termos para fechamento no modelo e suas dificuldades associadas, o que implicaria em uma maior demanda computacional.

Já os resultados analisados para o método LES indicam que este também consegue captar qualitativamente os perfis de velocidade e pressão do escoamento em hidrociclones, inclusive a formação de *air cores*. Quando comparado ao modelo RSM, o trabalho de Karimi *et al.* (2011) registrou uma demanda computacional muito menor do LES. Em termos de tempo, a simulação requisitou 12,33 horas para o esquema sub-malha Smagorinsky-Lilly e 22,42 horas, para o esquema sub-malha de Transporte de Energia Cinética. Os resultados para o campo de velocidade tangencial, reportados no mesmo trabalho, indicam que o LES ofereceu uma boa predição ao longo da posição radial, entre as regiões de *air core* e da parede do equipamento, embora tenha tido menor acurácia em prever as velocidades nestes contornos. O *skewness* da malha computacional utilizada pelo autor foi de 0.5, o que pode ter dificultado predições mais exatas em regiões altamente turbulentas, como o centro do equipamento.

Quando confrontada a capacidade de predição das velocidades tangenciais pelos modelos RSM e LES, o estudo de Karimi *et al.* (2011) revela uma divergência média, entre os dados experimentais e a solução numérica, de até 3,24% para o RSM e de 0,98%, para o LES. Esta observação é apresentada pela Figura 4.4, retirada do trabalho.

A Figura 4.4 também expressa uma melhor predição do RSM para a região cilíndrica, enquanto que o LES atua melhor na região cônica. O RSM pode ter se adequadamente melhor para prever os

Figura 4.4 – Comparação na predição da velocidade tangencial entre os modelos RSM e LES nas posições a) 60 e b) 120, definidas no trabalho fonte.



Fonte: Adaptado de Karimi *et al.* (2011).

resultados na parte cilíndrica devido aos menores níveis de turbulência nesta região, conforme também relatado no trabalho de Vakamalla e Mangadoddy (2017). Isto sugere um impacto deste aspecto sobre o modelo, podendo estar associado aos diferentes esquemas implementados ao RSM em cada software.

A Tabela 4.1 traz as principais observações acerca do impacto dos modelos de turbulência quando aplicados nas simulações de hidrociclones via CFD, com base nos resultados de cada um

dos trabalhos analisados. O tempo de simulação pode ser comparado uma vez que os dados foram fornecidos por um mesmo estudo, no caso, no trabalho de Karimi *et al.* (2011).

Tabela 4.1 – Principais observações acerca dos modelos de turbulência com base nos trabalhos avaliados.

<b>Modelo</b>	<b>Predição de Gradientes</b>	<b>Tempo de Simulação</b>	<b>Tendência de Aplicação</b>
k- $\epsilon$	Não capta adequadamente perfis de pressão/velocidade.	Baixo	Não recomendado para hidrociclones
RSM	Determina adequadamente perfis de pressão/velocidade. Capta formação de <i>air cores</i> .	Elevado	Recomendado para hidrociclones. Traz boas predições para região cilíndrica.
LES	Determina adequadamente perfis de pressão/velocidade. Capta formação de <i>air cores</i> .	Mediano	Recomendado para hidrociclones. Traz boas predições para região cônica.

Fonte: Elaborado pelo autor.

## 5 CONCLUSÃO

Visando compreender como os modelos de turbulência podem impactar a exatidão da solução numérica obtida para simulações de hidrociclones via CFD, foram avaliados os trabalhos de Karimi *et al.* (2011), dos Anjos (2016), Vakamalla e Mangadoddy (2017) e Quintino *et al.* (2019). Seus principais resultados foram interpretados e contextualizados com os formalismos matemáticos por trás destes modelos.

Nota-se que os diferentes modelos de turbulência podem ser adequados para hidrociclones ou não, a depender da complexidade do caso e do nível de interpretação da física do escoamento que o modelo fornecer. Sendo assim, conforme observado nos trabalhos de Anjos (2016) e Karimi *et al.* (2011), o modelo k- $\epsilon$  padrão, que é um método a duas equações e que inclui a hipótese de viscosidade turbulenta de Boussinesq, possui simplicidade, baixa demanda computacional, mas não é indicado para escoamentos em hidrociclones, uma vez que não permite predições importantes deste dispositivo, como a formação de *air cores* e do campo de velocidades, sobretudo a velocidade tangencial.

Na análise dos trabalhos, o RSM demonstrou-se útil na avaliação da velocidade tangencial em hidrociclones, especialmente se for de interesse determinar esta quantidade na região cilíndrica do equipamento e para geometrias relativamente maiores. Estes aspectos servem de base para pesquisas de ajustes geométricos. O modelo ainda interpretou bem as alterações no campo centrífugo de escoamentos monofásicos, após variações na viscosidade da suspensão, mostrando-se igualmente útil para avaliação de variáveis operacionais em estudos deste tipo. Por outro lado, o método indicou demandar um custo computacional muito maior quando comparado ao LES, devido à robustez do seu formalismo matemático, considerando as mesmas condições de processamento da máquina, como aquelas estabelecidas no trabalho Karimi *et al.* (2011).

Caso não estejam presentes tais requisitos, o método LES pode ser melhor aproveitado, de modo geral, em simulações de hidrociclones, fornecendo a mesma ou melhor acurácia das predições do RSM, demandando, porém, um menor tempo de execução. Entretanto, os dados fornecidos no trabalho de Karimi *et al.* (2011) expressam a dificuldade do método em trabalhar as regiões do *air core* e da parede do equipamento. A predição do campo de velocidade nestas partes pode falhar em uma ordem de erro inaceitável, de modo que, para a aplicação do LES, é ainda mais importante trabalhar a qualidade da malha nestas regiões, avaliando-se o tamanho e a integridade da célula computacional para atenuar tais dificuldades.

Por fim, estes resultados permitiram um direcionamento para a escolha do modelo de turbulência em simulações de hidrociclones via CFD dentre três opções: os modelos  $k-\varepsilon$ , RSM e LES. Porém, as opções disponíveis nos softwares de simulação são muitas, de forma que, adicionalmente, estudos posteriores podem complementar esta avaliação introduzindo, por exemplo, as diferentes modificações nestes métodos, como os modelos  $k-\varepsilon$  RNG, RSM-Stress-Omega e LES (WALE), e aprofundar nos seus formalismos matemáticos, verificando, assim, os seus efeitos sobre a acurácia da solução numérica obtida.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ANJOS, R. P. dos. Avaliação do desempenho de modelos de turbulência em hidrociclones utilizando o OpenFOAM. Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2016.
- ARTUR, A. P. S. et al. Análise de mínima fluidização de leito fluidizado em 3D via CFD para o material orgânico café. *Brazilian Journal of Development*. v. 6, n. 1, p. 4851–4865, 2020.
- BICALHO, I. C. et al. Concentração de leveduras da fermentação alcoólica em hidrociclones. Universidade Federal de Uberlândia, 2011.
- COELHO, D. B.; ALVES, J.; MEDRONHO, R. Desempenho de um hidrociclone para separação de águas oleosas. Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Centro de Tecnologia. Departamento de Engenharia Química. Natal, 2011.
- FERZIGER, J. H.; PERIĆ, M. Further discussion of numerical errors in CFD. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*. Wiley Online Library, v. 23, n. 12, p. 1263–1274, 1996.
- FLUENT, A. Ansys fluent theory guide. ANSYS Inc., November, 2013.
- HARARAH, M. et al. Flow conditions in the air core of the hydrocyclone. *Minerals engineering*. Elsevier Ltd, v. 23, n. 4, p. 295–300, 2010. ISSN 0892-6875.
- HARGREAVES, J.; SILVSTER, R. Computational fluid dynamics applied to the analysis of deoiling hydrocyclone performance. *Chemical Engineering Research and Design; (UK)*. v. 68, n. A4, 1990.
- KARIMI, M. et al. Selection of suitable turbulence models for numerical modelling of hydrocyclones. *Chemical Product and Process Modeling*. De Gruyter, v. 6, n. 1, 2011.
- LIMA, R. et al. Os métodos computacionais em hemodinâmica. *Tecnohospital*. Publindustria, 2005.
- MALEKJANI, N.; JAFARI, S. M. Simulation of food drying processes by computational fluid dynamics (CFD; recent advances and approaches. *Trends in food science & technology*. Elsevier, v. 78, p. 206–223, 2018.
- MALISKA, C. R. Transferência de calor e mecânica dos fluidos computacional . Grupo Gen-LTC, 2017.
- MCDONOUGH, J. M. *Introductory lectures on turbulence: physics, mathematics and modeling*. 2007.
- MOGNON, J. L. et al. Mini-hidrociclones aplicados ao sistema de controle de sólidos na perfuração de poços de petróleo. Universidade Federal de Uberlândia, 2015.
- NEESSE, T.; DUECK, J. Air core formation in the hydrocyclone. *Minerals engineering*. Elsevier Ltd, v. 20, n. 4, p. 349–354, 2007. ISSN 0892-6875.
- PETRI, I. J. *Introdução à dinâmica dos fluidos computacional (CFD)*. Universidade Federal de Lavras, 2020.
- QUINTINO, D. B. et al. Otimização geométrica e análise operacional em hidrociclones modulares utilizando fluidos newtonianos. Universidade Federal de Uberlândia, 2019.

VAKAMALLA, T. R.; MANGADODDY, N. Numerical simulation of industrial hydrocyclones performance: Role of turbulence modelling. *Separation and Purification Technology*. Elsevier, v. 176, p. 23–39, 2017.

VERGEL, J. L. G. et al. Estudo da influência da malha computacional, modelos de turbulência e aspectos numéricos da modelagem CFD em impelidores PBT usando malhas não-estruturadas. [sn], 2013.

VERSTEEG, H. K.; MALALASEKERA, W. *An introduction to computational fluid dynamics: the finite volume method*. Pearson education, 2007.

VIEIRA, L. G. M. et al. *Otimização dos processos de separação em hidrociclones filtrantes*. Universidade Federal de Uberlândia, 2006.