



CAIO DE GODOY CERA

**PROJETO, DIMENSIONAMENTO E OTIMIZAÇÃO DE UMA
CAIXA DE REDUÇÃO DE UM VEÍCULO BAJA-SAE,
CONSIDERANDO OS EFEITOS DE PARÂMETROS
INCERTOS**

**LAVRAS - MG
2021**

CAIO DE GODOY CERA

**PROJETO, DIMENSIONAMENTO E OTIMIZAÇÃO DE UMA CAIXA DE
REDUÇÃO DE UM VEÍCULO BAJA-SAE, CONSIDERANDO OS EFEITOS DE
PARÂMETROS INCERTOS**

Monografia apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Curso de Engenharia Mecânica, para a obtenção do título de Bacharel.

Prof. Dr. Francisco Scinocca
Orientador

**LAVRAS – MG
2021**

CAIO DE GODOY CERA

**PROJETO, DIMENSIONAMENTO E OTIMIZAÇÃO DE UMA CAIXA DE
REDUÇÃO DE UM VEÍCULO BAJA-SAE, CONSIDERANDO OS EFEITOS DE
PARÂMETROS INCERTOS
DESIGN, DIMENSIONING AND OPTIMIZATION OF A BAJA-SAE VEHICLE'S
GEARBOX, CONSIDERING THE EFFECTS OF UNCERTAIN PARAMETERS**

Monografia apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Curso de Engenharia Mecânica, para a obtenção do título de Bacharel.

APROVADA em 18 de novembro de 2021.
Dr. Francisco Scinocca UFLA
Dr. Fábio Lúcio Santos UFLA
Dr. Wander Gustavo Rocha Vieira UFLA

Prof. Dr. Francisco Scinocca
Orientador

**LAVRAS - MG
2021**

*À minha mãe Maria Lenita, por todo carinho e todos os ensinamentos, meu maior exemplo de vida, de bondade e de amor.
Ao meu pai Luiz Antônio, pelos valores passados e apoio incondicional em todos os momentos da minha vida.*

Dedico.

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais, pelos ensinamentos e exemplos de honestidade e caráter, por todo suporte e incentivo em todas as etapas da minha vida, serei eternamente grato, sem eles nada disso seria possível.

Aos meus avós Dirce e João (*in memoriam*), e minha avó Santina, por todo carinho e por estarem sempre ao meu lado.

À Lillian, por me motivar e me acompanhar nos momentos difíceis, por me apoiar em cada decisão e por ser meu exemplo de dedicação e resiliência.

À Universidade Federal de Lavras, pelo ambiente e estrutura excepcionais, pela oportunidade de realizar este curso e pelos recursos providos durante minha graduação.

A todo o corpo docente do Departamento de Engenharia Mecânica, pela assistência e por todos os ensinamentos, não somente técnicos, mas também éticos e de responsabilidade para com a sociedade que todos compartilhamos.

Aos colegas de trabalho da Equipe Buffalo Baja, em especial àqueles com os quais tive o privilégio e a honra de encarar e transpor todos os desafios da fundação e estruturação da equipe pioneira da UFLA. Jamais esquecerei das dificuldades pelas quais superamos juntos e o quanto foram importantes para meu desenvolvimento pessoal e profissional.

Ao Professor Fábio L. Santos, pela sua dedicação excepcional em prol do sucesso da Equipe Buffalo Baja, por coordenar ativamente e sempre nos prover os recursos e orientações necessárias para atingirmos nossos objetivos.

Ao Professor Francisco Scinocca, pela orientação, paciência e apoio na elaboração deste trabalho.

SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO	6
1.1	Justificativa	6
1.2	Objetivo Geral	8
1.2.1	Objetivos Específicos	8
2.	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	9
2.1	Sistema de Transmissão	9
2.1.1	Transmissão de Potência no Protótipo Baja	10
2.1.2	Eixos e Chavetas	12
2.1.3	Engrenagens	14
2.1.4	Mancais de Rolamento	16
2.1.5	Carcaça da Caixa de Redução	19
2.2	Otimização Estrutural.....	19
2.2.1	Otimização Paramétrica	21
2.3	Incertezas em Componentes Mecânicos	21
2.4	Otimização Robusta com Efeito das Incertezas.....	22
3.	MATERIAL E MÉTODOS	24
3.1	Apresentação Geral da Metodologia Empregada no Projeto.....	24
3.2	Dimensionamento do Sistema de Transmissão	25
3.2.1	Dimensionamento das Engrenagens Cilíndricas de Dentes Retos	25
3.2.2	Dimensionamento de Eixos	33
3.2.3	Dimensionamento de Chavetas	36
3.2.4	Seleção de Rolamentos	37
3.3	Modelagem da Carcaça.....	38
3.3	Otimização.....	39
3.4	Incorporação das Incertezas.....	43
4.	RESULTADOS E DISCUSSÕES	45
4.1	Sistema de Transmissão	45
4.1.1	Engrenagens	46
4.1.2	Eixos.....	47
4.1.2.1	Eixo de Entrada	47
4.1.2.2	Eixo Intermediário	49
4.1.2.3	Eixo de Saída.....	50
4.1.3	Chavetas	53
4.1.4	Rolamentos e Retentores.....	53
4.1.5	Carcaça	55

4.2	Sistema Estrutural Otimizado.....	57
4.3	Efeito das Incertezas.....	60
5.	CONCLUSÕES.....	63
6.	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	64
	REFERÊNCIAS	65
	APÊNDICE A	66
	APÊNDICE B.....	75
	APÊNDICE C	81

RESUMO

Veículos de competição são projetados e construídos com a finalidade de obter o melhor desempenho possível, o que muitas vezes pode-se relacionar diretamente com uma boa relação peso/potência do sistema automotivo como um todo. Portanto, engenheiros e projetistas buscam cada vez mais desenvolver um design ótimo para cada componente do veículo, de modo a encontrar a melhor solução em termos de resistência, desempenho e confiabilidade. O objetivo deste trabalho foi desenvolver um projeto completo de uma caixa de redução a ser implementada em um veículo de competição tipo Baja, desde sua concepção básica até o projeto detalhado do sistema, dimensionar as engrenagens segundo a metodologia proposta pela AGMA (*American Gear Manufacturers Association*), dimensionar os eixos e chavetas, desenvolver os modelos detalhados em CAD destes componentes e também da carcaça externa de blindagem e fixação do sistema de transmissão. Ainda, foi realizada uma otimização robusta na carcaça do redutor, partindo de uma análise estrutural do modelo de elementos finitos da capa simulando o pior cenário possível de solicitação do sistema e, a partir dos resultados, desenvolvido um modelo de otimização paramétrica levando em consideração parâmetros incertos com o propósito de reduzir sua massa total sem comprometer sua resistência, além de determinar o nível de confiabilidade do sistema, assim, contribuindo para a melhoria da eficiência e do desempenho dinâmico do veículo ao resultar em uma melhor relação peso/potência. Neste contexto, a confiabilidade se configura como um fator de suma importância, uma vez que o veículo é submetido a condições severas de operação durante as diversas provas da competição, culminando em um enduro de resistência de 4 horas de duração, onde o veículo vencedor é aquele que completa o maior número de voltas, portanto, é crucial que o sistema seja tanto eficiente quanto confiável. Por fim, foi possível obter um sistema mais confiável e robusto do que o conjunto utilizado no protótipo anterior. A caixa de redução mais compacta também permitiu a fixação dos componentes do trem de forças em uma posição mais baixa se comparado ao projeto antigo, proporcionando redução da altura do centro de massa do veículo e consequentemente maior estabilidade e melhor desempenho dinâmico nas provas da competição.

Palavras-chave: Baja. SAE. Caixa de redução. Modelagem. Dimensionamento. Engrenagens retas. Otimização robusta.

1 INTRODUÇÃO

1.1 Justificativa

Dentre os diversos projetos estudantis promovidos pela SAE (*Society of Automotive Engineers*), o Projeto Baja, nascido em 1976 na Universidade da Carolina do Sul nos Estados Unidos, teve seu início no Brasil no ano de 1994 e trata-se de um desafio lançado aos estudantes de engenharia, onde os alunos participantes têm a oportunidade de aplicar na prática os mais diversos conhecimentos adquiridos ao longo da graduação, ao se depararem com um caso real de desenvolvimento de um projeto desde a sua concepção básica até a fabricação do produto final, deste modo, contribuindo significativamente em sua preparação para o mercado de trabalho.

Na prática, os estudantes devem projetar e fabricar um veículo *off-road* (fora de estrada) monoposto para participar nas competições acadêmicas que acontecem anualmente nos âmbitos nacional e regional, onde são avaliados diversos aspectos técnicos, estratégicos, gerenciais, dentre outros, sobre o desenvolvimento do projeto e o produto final. A Figura 1.1 apresenta o veículo projetado e construído pela equipe Buffalo Baja, que competiu na 26ª Competição Baja SAE BRASIL.

Figura 1.1 – Protótipo da equipe Buffalo Baja na 26ª Competição Baja SAE BRASIL



Fonte: Do Autor (2021).

Nas competições, os protótipos são avaliados em diversas provas, estáticas e dinâmicas, onde são submetidos a inspeções de conformidade técnica e segurança, provas de conforto,

frenagem, aceleração, tração, dentre outras que impõem os veículos a condições severas a fim de testar sua resistência e desempenho.

Dentre os subsistemas principais que compõem o protótipo, a transmissão é aquele responsável por transmitir o movimento rotacional do motor para as rodas, fornecendo torque e velocidade suficientes e de modo eficiente, para que o protótipo seja capaz de vencer os mais diversos obstáculos, transpor terrenos acidentados e aclives acentuados, a fim de completar todas as provas da competição com desempenho satisfatório. Portanto, fica evidente a grande contribuição do sistema de transmissão para o bom comportamento dinâmico do veículo, uma vez que a utilidade de uma transmissão é caracterizada por seu impacto na tração disponível, no consumo e confiabilidade de combustível, vida útil, níveis de ruído e facilidade de uso do veículo (NAUNHEIMER et al., 2011).

O protótipo da equipe Buffalo Baja da Universidade Federal de Lavras, objeto de pesquisa deste trabalho, é movido por um motor Briggs & Stratton Intek Pro[®] de 10 HP acoplado à transmissão, sendo esta composta por uma CVT (*Continuous Variable Transmission*) Polaris P90 acoplada à um redutor que, por sua vez, entrega a potência para as rodas traseiras através de semieixos homocinéticos.

A CVT é o componente responsável por fornecer uma série de relações de velocidades para o veículo através da variação do diâmetro de duas polias conectadas por uma correia, ampliando e reduzindo a velocidade angular e torque de saída do motor. É importante ressaltar que a redução fornecida pela CVT apenas, não é suficiente para suprir totalmente a demanda de torque do veículo durante as provas. Neste contexto, o redutor cumpre a função de complementar tal demanda ao receber o torque fornecido no seu eixo de entrada e ampliá-lo, em função das relações de engrenamento do sistema (GILLESPIE, 1992).

Uma vez que o funcionamento do sistema se baseia na amplificação e distribuição de forças, todos os componentes devem ser devidamente dimensionados e projetados para suportar tais solicitações, levando em consideração as propriedades e características dos materiais envolvidos, as características geométricas das peças, as condições de operação do sistema e demais critérios específicos de projeto, dos quais ressalta-se a otimização de massa da carcaça do redutor.

O design leve dos componentes de um veículo de competição é um dos critérios mais cruciais quando se trata da melhoria de seu desempenho dinâmico, porém, a redução de material de um componente como a caixa de redução pode vir a reduzir a sua resistência e rigidez,

afetando significativamente a propagação de ruído, vibração e a confiabilidade do sistema, portanto, a otimização de uma estrutura com geometria complexa como uma caixa de redução tem se tornado cada vez mais importante em veículos de alto desempenho, uma vez que a otimização estrutural é um método eficaz para encontrar a distribuição ideal de material na estrutura, levando em consideração cargas, restrições e objetivos de otimização (LIANG et al., 2018).

1.2 Objetivo Geral

Esse trabalho foi elaborado com o objetivo de desenvolver o projeto completo de uma caixa de redução fixa por engrenagens cilíndricas de dentes retos (ECDR), bem como a otimização estrutural da carcaça de blindagem, suporte e fixação do sistema, que será implementado no segundo protótipo da equipe Buffalo Baja de modo a atender as necessidades do veículo nas provas da competição.

1.3 Objetivos Específicos

1. Dimensionar os pares de engrenagens cilíndricas retas através da metodologia proposta pela AGMA (*American Gear Manufacturers Association*). Dimensionar os eixos e elementos de acoplamento;
2. Desenvolver os modelos 3D detalhados dos componentes de transmissão de potência;
3. Selecionar rolamentos e retentores compatíveis com a aplicação do sistema;
4. Modelar a geometria da carcaça do redutor e otimizá-la, considerando parâmetros incertos.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

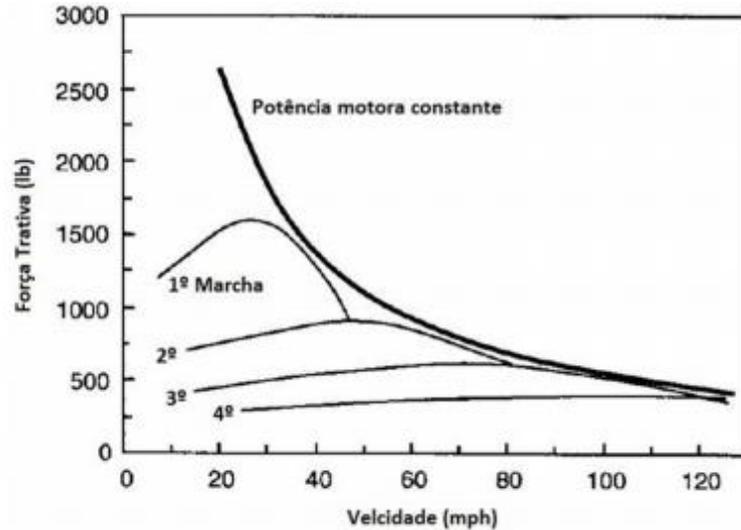
2.1 Sistemas de Transmissão

A função do sistema de transmissão em um veículo é converter o torque e rotação disponíveis na unidade de acionamento e entregá-lo para as rodas de modo a atender as necessidades do veículo impostas pela estrada, pelo motorista e pelo ambiente. Além da relação direta com o desempenho do veículo, o sistema de transmissão também está fortemente relacionado a outros fatores muito importantes como confiabilidade, consumo de combustível, facilidade de operação e segurança. (NAUNHEIMER et al., 2011).

Para que um veículo consiga acelerar, desacelerar e até mesmo trafegar à velocidade constante, ele deve ser capaz de vencer forças resistivas ao movimento, tais como forças induzidas pela resistência de rolamento dos pneus, forças aerodinâmicas, gravidade e inércia, por exemplo (FISCHER et al., 2015). A transmissão, portanto, deve ser capaz de entregar força e potência suficientes para as rodas através de relações de ampliação e redução de torque e velocidade angular provindos do motor de modo a superar as solicitações impostas ao veículo.

Na Figura 2.1, a curva de “potência motora constante” é equivalente à potência máxima do motor, que representa a força trativa máxima disponível, a qual só é alcançada quando o motor atinge a velocidade na qual desenvolve sua potência máxima. As linhas de força trativa correspondentes à cada marcha representam a multiplicação da curva de torque do motor pela relação de transmissão da marcha em questão e deixa evidente a necessidade de fornecer uma série de relações de transmissão para a operação do veículo (marcha lenta para partida, otimizando torque, e marcha alta para altas velocidades) e, portanto, a importância dos sistemas de transmissão automotivos (GILLESPIE, 1992).

Figura 2.1 – Características de esforço trativo x velocidade de uma caixa de transmissão manual.



Fonte: (GILLESPIE, 1992).

Existem diversos sistemas e mecanismos de transmissão de potência, cada um com suas vantagens e desvantagens mediante suas aplicações. Cada projeto possui demandas e restrições específicas e cabe ao engenheiro ponderar e analisar as características de cada sistema para optar pelo mais adequado.

2.1.1 Transmissão de Potência no Protótipo Baja

Toda a potência fornecida pelo motor do veículo será transmitida até as rodas através de uma combinação em série de uma transmissão continuamente variável (CVT) - que permite o motor trabalhar nas condições ideais de carga – conectada à uma caixa de redução fixa composta por engrenagens cilíndricas de dentes retos, responsável por ampliar o torque fornecido pela CVT e fornecer o torque adicional ideal requerido pelo veículo.

A CVT é um tipo de transmissão por correias, sendo composta por duas polias, uma motora e uma movida que possuem diâmetros variáveis e são mantidas a uma distância fixa. O sistema de CVT se enquadra na categoria de acionamentos limitados ao atrito, sendo assim, seu desempenho dinâmico e capacidade de transmissão de torque dependem significativamente das características de atrito entre o material das polias e da correia (SRIVASTAVA; HAQUE, 2009).

Resumidamente, a polia acionadora (ou motora, que é acoplada ao motor) é composta por um prato móvel e outro fixo que servem de base para a correia, um sistema de pesos centrífugos e uma mola, que, em conjunto, controlam a abertura e fechamento dos pratos da polia conforme a rotação do motor. A polia acionada (ou movida), por sua vez, é composta também por um prato fixo e outro móvel e uma mola que atua no sentido de impedir o afastamento entre os pratos.

Com o movimento de afastamento e aproximação dos pratos os diâmetros das polias são alterados e, conseqüentemente, é alterada a relação de transmissão, podendo ser uma relação de redução de velocidades, (para situações com maior demanda de torque) como representada na Figura 2.1 onde o diâmetro da polia motora é menor que o da polia movida, ou uma relação de ampliação de velocidades, onde o diâmetro da polia motora é maior que o da movida e o eixo de saída apresenta maior velocidade que o de entrada.

Figura 2.1 – CVT Polaris P90 – Protótipo da equipe Buffalo Baja, 2018.



Fonte: Do Autor (2021).

A relação de redução máxima fornecida pela CVT apenas, não é suficiente para fornecer para as rodas todo o torque que o veículo necessita, portanto, faz-se necessária a adição de um sistema de redução adicional que ampliará o torque final de saída da CVT, de modo a entregar um valor ideal de torque para que o veículo apresente desempenho satisfatório nas provas da competição.

Os sistemas de redução mais empregados em veículos do tipo Baja são as caixas de redução por engrenagens, uma vez que esse tipo de transmissão possui vantagens muito importantes se comparado a um sistema de transmissão por correntes levando em conta a aplicação em um veículo de pequeno porte e que deve trafegar em estradas de terra e lama.

Dentre as vantagens, o sistema de redução por engrenagens que tenha sua relação de transmissão equivalente à de um sistema por correntes, apresenta uma razão de compactação bem maior de seus componentes, o que resulta em um menor espaço necessário para sua instalação, sendo este um quesito altamente desejável em um veículo da categoria Baja, que possui limitação de espaço dado o seu tamanho reduzido. Ademais, vale também destacar a menor frequência de manutenção demandada, uma vez que os componentes da caixa de redução ficam completamente selados e protegidos por uma carcaça que os isola de impurezas do ambiente altamente contaminante característico das pistas das competições, e também mantém todo o óleo dentro do sistema, garantindo lubrificação ótima e contínua durante a operação.

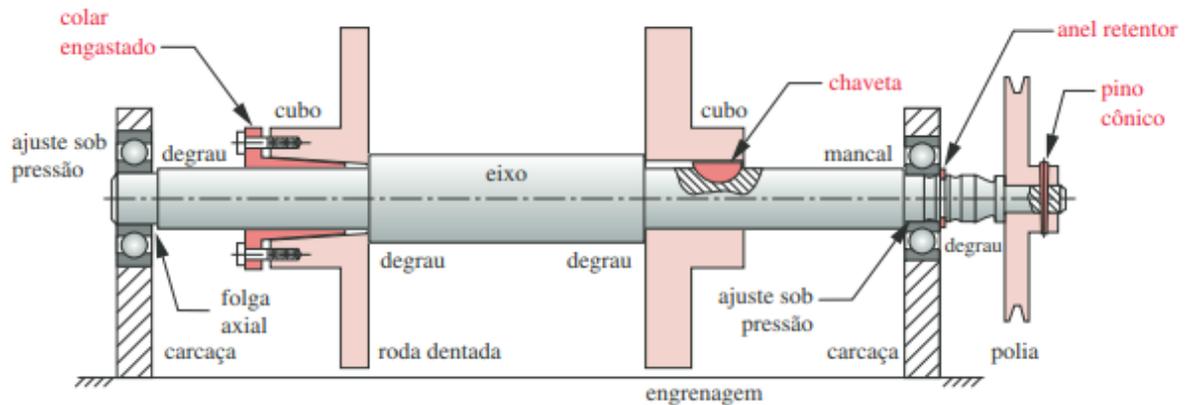
2.1.2 Eixos e Chavetas

Eixos são elementos de máquina utilizados em diversas aplicações onde há transmissão de movimento rotacional e torque entre componentes. Em geral possuem seções transversais circulares nas quais são acoplados outros elementos de transmissão de potência, tais como engrenagens, polias, catracas, dentre outros, que acionarão outros eixos, transmitindo movimento rotativo. Há também casos em que o eixo é fixo, onde o mesmo não atua diretamente na transmissão do movimento, podendo ser analisado e projetado como uma viga de seção circular.

As solicitações em um eixo rotativo podem ser basicamente de dois tipos: forças torcionais em função da transmissão de torque, ou esforços de flexão devido às cargas transversais resultantes de engrenagens, polias ou catracas acopladas ao eixo e reações de apoio em seus mancais. Cada um desses esforços ainda pode ser classificado como alternado, repetido ou pulsante, dependendo se as cargas são constantes ou variam com o tempo, deste modo, é imprescindível que em um projeto de eixo deve-se considerar a ocorrência de falha por fadiga do material (NORTON, 2013).

Outro fator importante a ser avaliado em projetos de eixos, é a existência de concentradores de tensão tais como, entalhes, ressalto e rebaixas necessários para a devida acomodação e fixação de mancais, engrenagens, polias, anéis retentores, chavetas, dentre outros, alguns deles representados na Figura 2.2.

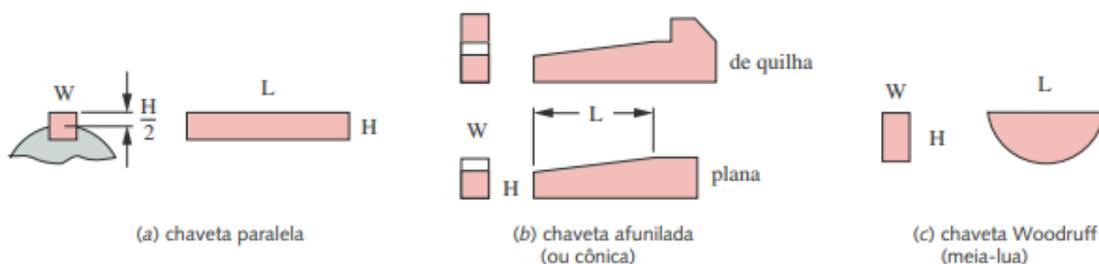
Figura 2.2 – Elementos de transmissão de potência e concentradores de tensão em eixos.



Fonte: (NORTON, 2013).

Um dos principais elementos de fixação e acoplamento utilizados em eixos são as chavetas. Estas, são definidas pela ASME como “*uma parte de maquinaria desmontável que, quando colocada em assentos, representa um meio positivo de transmitir torque entre o eixo e o cubo*” (NORTON, 2013). São componentes de simples instalação e possuem padronização de seu tamanho em relação ao diâmetro do eixo, podendo apresentar diferentes formas, como por exemplo, chavetas paralelas (de seção quadrada ou retangular), afuniladas (cônicas) e chavetas Woodruff (meia-lua), exibidas na Figura 2.3.

Figura 2.3 – Tipos de chavetas.



Fonte: (NORTON, 2013).

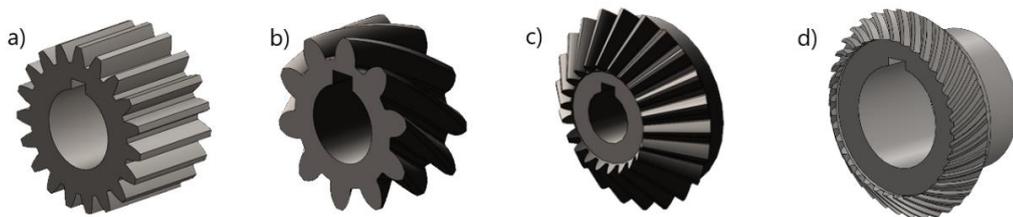
No projeto de dimensionamento de chavetas, deve-se analisar 2 modos de falha: por cisalhamento e por esmagamento. Nos casos em que o torque atuante na chaveta varia com o tempo, assim como nos projetos de eixos, também deve-se considerar a falha por fadiga do material. Por ser um componente relativamente barato e de fácil reposição, as chavetas são geralmente dimensionadas com um coeficiente de segurança inferior aos demais componentes do sistema de transmissão, de modo que ela falhe antes no caso de uma sobrecarga, atuando como um elemento fusível e impedindo que componentes mais caros sejam danificados.

2.1.3 Engrenagens

Engrenagens são elementos rígidos de transmissão cuja função é transmitir torque e velocidade angular entre eixos. Existem variados tipos de engrenagens para as mais diversas aplicações, sendo altamente padronizadas quanto à geometria e tamanho do dente, a Figura 2.4 ilustra alguns dos tipos de engrenagens. Engrenagens cilíndricas e cônicas, de dentes retos, helicoidais e engrenagens sem-fim, são os principais tipos de engrenagens mais comumente utilizados, sendo mais ou menos indicadas em função da aplicação e requisitos de projeto como, por exemplo, geração de ruído, orientação dos eixos de transmissão (paralelos ou não), fator de compactação do sistema, etc.

Dentre todos os tipos, as engrenagens cilíndricas de dentes retos (*ECDR*) são as mais simples. Possuem dentes paralelos ao eixo de rotação, portanto, transmitindo movimento através de eixos paralelos entre si. Engrenagens helicoidais apresentam dentes inclinados em relação ao eixo de rotação, característica que implica em uma distribuição de esforços tanto na direção axial quanto radial, diferentemente da anterior, que distribui os esforços de engrenamento apenas radialmente. Além disso, devido ao engrenamento mais gradual entre dentes, produzem menos ruído em relação às *ECDR* e podem ser aplicadas em situações em que os eixos não são paralelos entre si. As engrenagens cônicas por sua vez, possuem dentes que podem ser retos ou espirais (hipoidal), fabricados em superfícies cônicas e são utilizadas em aplicações onde os eixos de rotação se interceptam (SHIGLEY; BUDYNAS; NISBETT, 2011).

Figura 2.4 – Tipos de engrenagens.

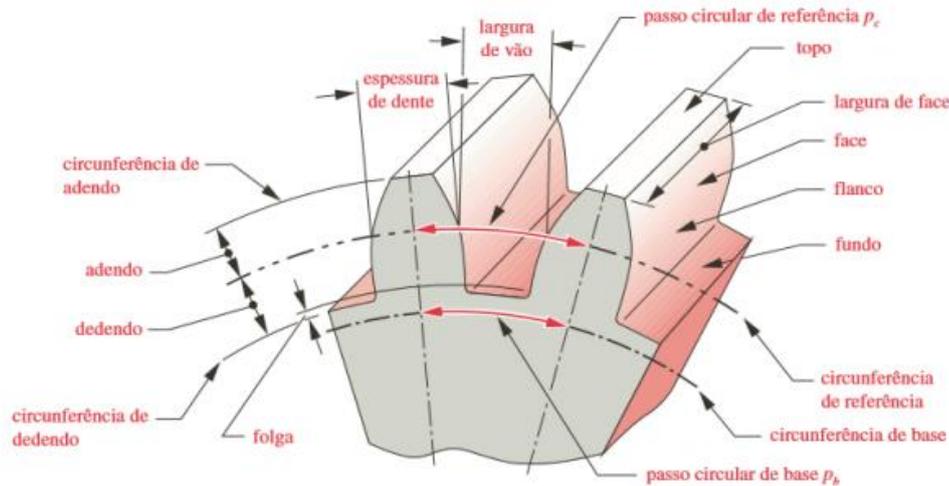


Fonte: Do Autor (2021).

Para o projeto em questão, serão utilizadas engrenagens cilíndricas de dentes retos dado a sua simplicidade associada a um baixo custo e baixa complexidade de fabricação. Outro fator importante na escolha deste tipo de engrenagem além de suportarem grandes relações de transmissão é o fato de que os esforços de engrenamento se dão apenas nas direções radiais, o que facilita o projeto de mancais (CHILDS, 2014).

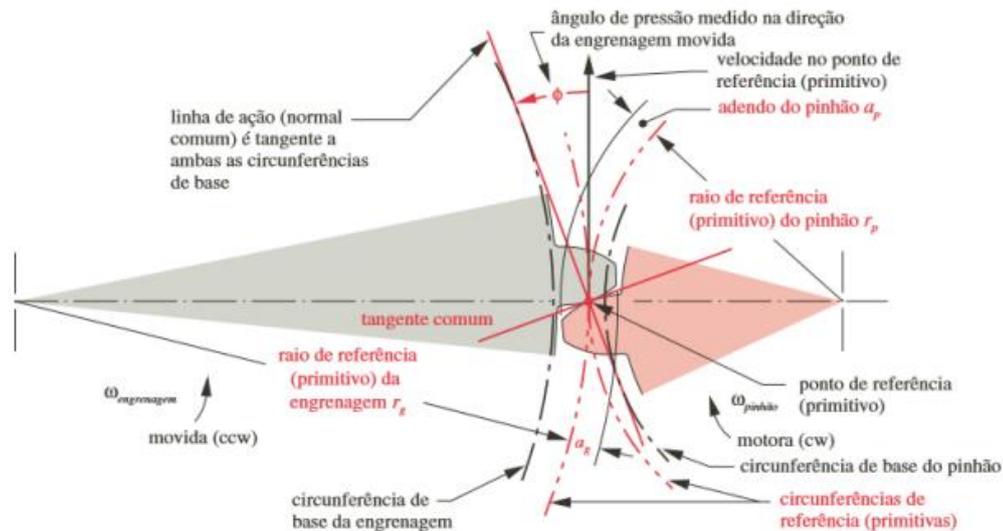
A terminologia dos dentes de engrenagens retas e a geometria de contato de um par de engrenagens são ilustrados nas Figuras 2.5 e 2.6, respectivamente.

Figura 2.5 – Nomenclatura do dente de engrenagem.



Fonte: (NORTON, 2013)

Figura 2.6 – Geometria de contato e ângulo de pressão dos dentes de engrenagem.



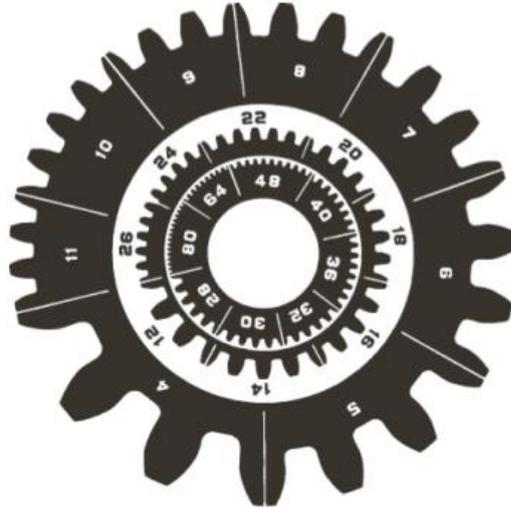
Fonte: (NORTON, 2013)

Onde o ângulo de pressão (ϕ) é definido como o ângulo entre a linha de ação (normal comum) e a direção da velocidade no ponto de referência (primitivo) e são padronizados valores de $14,5^\circ$, 20° e 25° . A circunferência de referência é a circunferência da engrenagem na qual encontra-se o ponto de contato dos dentes e as circunferências de referência de um par de engrenagens se tangenciam em um ponto denominado ponto de referência (primitivo).

O passo diametral (P_D) é um parâmetro muito importante, característico do sistema imperial, e é a razão entre o número de dentes e o diâmetro primitivo, sendo expresso em número de dentes por polegada. O módulo (m) por sua vez, é o recíproco do passo diametral no

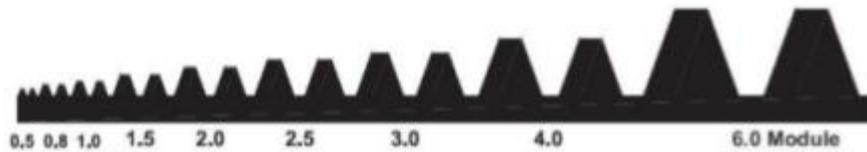
sistema internacional, sendo o índice de tamanho de dente. As Figuras 2.7 e 2.8 ilustram a relação entre P_D e m com o tamanho do dente.

Figura 2.7 – Representação do tamanho do dente em função do passo diametral.



Fonte: (NORTON, 2013)

Figura 2.8 – Representação do tamanho do dente em função do módulo.



Fonte: (CHILDS, 2014)

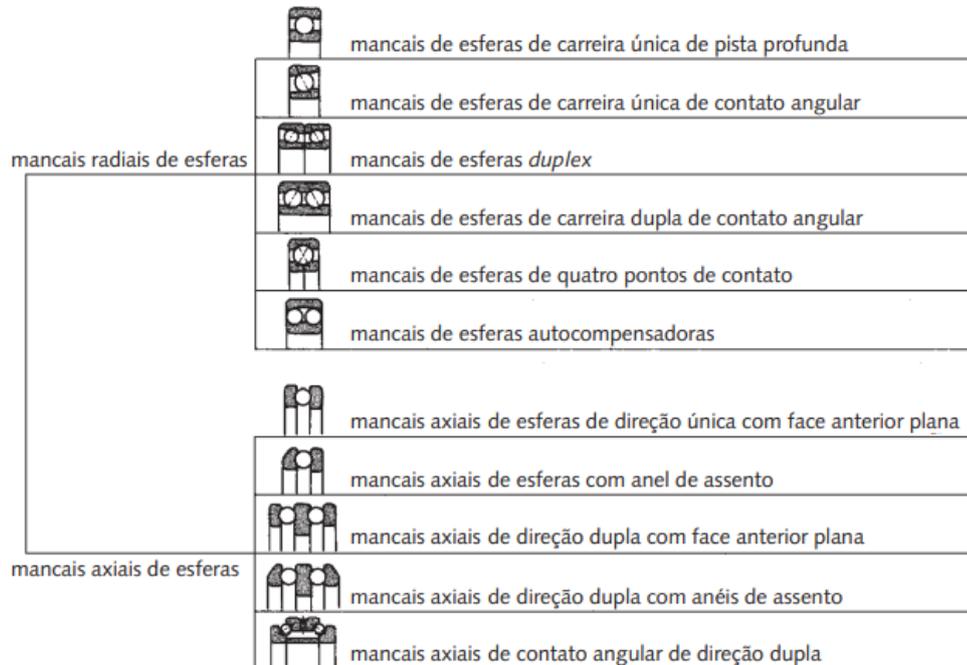
2.1.4 Mancais de Rolamentos

Sistemas e conjuntos mecânicos como as transmissões veiculares possuem componentes que transmitem forças e rotacionam em altas velocidades e é importante que o mínimo de energia seja dissipado para que a transmissão de potência entre os elementos do sistema seja eficiente. Estes componentes também devem permanecer rigorosamente posicionados entre si, mantendo relações de movimento precisas para garantir o correto funcionamento do conjunto. Neste contexto, os mancais de rolamento (doravante denominados simplesmente rolamentos) cumprem a função de suportar os eixos e suas respectivas cargas e ao mesmo tempo oferecer mínima resistência ao movimento para maximizar a eficiência do sistema.

Existe uma grande variedade de rolamentos para as mais diversas aplicações e, de modo geral, pode-se classificar um rolamento em função da direção das cargas que irá suportar - radial ou axial - e, quanto à forma dos elementos rolantes, podendo ser esferas ou rolos (cônicos ou cilíndricos), e apresentam uma grande variedade de configurações dentro destas divisões.

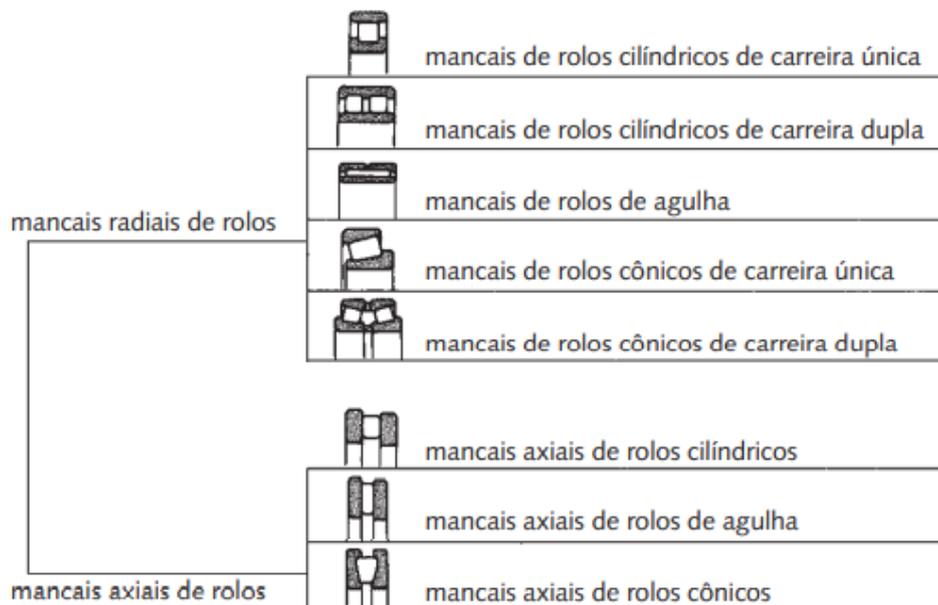
Nas Figuras 2.9 e 2.10 são apresentados alguns dos principais tipos e variações de mancais de rolamentos existentes.

Figura 2.9 – Classificação de rolamentos de esferas.



Fonte: (NORTON, 2013)

Figura 2.10 – Classificação de rolamentos de rolos.

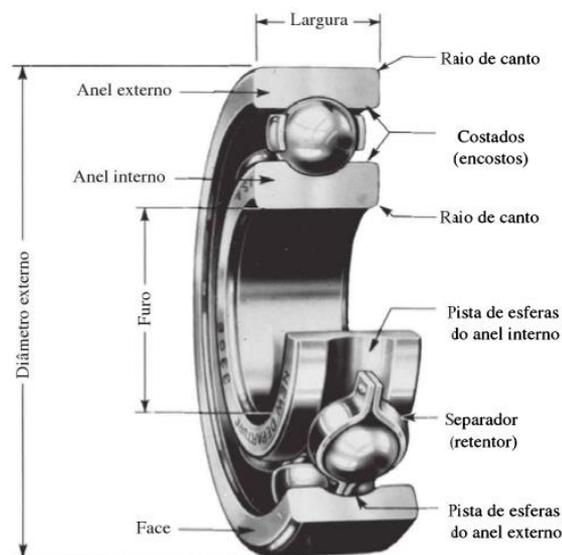


Fonte: (NORTON, 2013)

Dentre inúmeros tipos disponíveis, os rolamentos de esferas de carreira simples são os mais representativos, sendo utilizados em uma extensiva gama de aplicações. Possuem construção relativamente simples, visando suportar primordialmente cargas radiais embora também permitam apoio de certa carga axial em ambos os sentidos.

Quanto à sua construção, os mancais de rolamento podem ser abertos como na Figura 2.11, ou dispor de blindagem e vedação, que garantem a boa lubrificação dos elementos rolantes e da pista, bem como impedem que detritos e sujidades contaminem o lubrificante e causem danos e desgaste excessivo nos componentes. Os rolamentos de esferas apresentam baixo nível de ruído e vibração além de baixo torque de atrito, sendo indicado para aplicações com altas velocidades de rotação. Para casos em que as cargas radiais são muito elevadas os mancais de rolos apresentam vantagem, dada a sua maior área de contato entre os rolos e a pista, contudo, rolamentos deste tipo não suportam cargas radiais (SHIGLEY; BUDYNAS; NISBETT, 2011)

Figura 2.11 – Construção de um mancal de esferas.



Fonte: (SHIGLEY; BUDYNAS; NISBETT, 2011)

Em uma situação em que o sistema esteja em perfeitas condições de lubrificação, a vida útil de um mancal é basicamente determinada pelo tempo que o material levará até a fadiga superficial traduzido em número de revoluções, podendo ser estendido seu uso além deste ponto, onde apresentará níveis crescentes de ruído e vibração até a fratura do elemento rolante, inutilizando-o.

Um parâmetro muito importante relacionado à vida de um rolamento e utilizado no processo de seleção de mancais é denominado vida L_{10} , que pode ser traduzido no número de revoluções (ou tempo de trabalho do rolamento em determinada velocidade de rotação) onde espera-se que 90% dos mancais de uma amostra aleatória submetidos às cargas de projeto, atingirão ou superarão sem apresentar falhas, e o oposto também é verdade para os 10% restantes (NORTON, 2013).

2.1.5 Carcaça da Caixa de Redução

Como previamente exposto, a caixa de redução desenvolvida neste trabalho será aplicada a um veículo “*off-road*”, o qual irá trafegar primordialmente em terrenos e ambientes com detritos e contaminantes de diversos tipos, como areia, água, lama, pedras, etc. Neste cenário, a carcaça da caixa de redução se trata de uma estrutura que servirá de base para o posicionamento de todos os elementos do sistema, a qual deverá suportar todos os esforços intrínsecos à transmissão de potência entre os pares de engrenagens, bem como possíveis solicitações externas advindas de componentes conectados direta ou indiretamente com a caixa de redução como, por exemplo, os eixos homocinéticos que transferem o torque de saída do redutor para as rodas. Além da função estrutural, a capa também cumpre a função de blindar o conjunto contra os contaminantes presentes no ambiente, mantendo o fluido lubrificante contido no sistema e livre de impurezas.

Conforme Naunheimer et al. (2011), a estrutura da carcaça de uma caixa de transmissão deve possuir algumas características essenciais, a saber:

- Absorção das forças e momentos operacionais;
- Alta rigidez para garantir o posicionamento exato dos eixos e engrenagens;
- Boa capacidade de condução e radiação térmica;
- Facilidade de instalação e remoção;
- Alta resistência associada à baixo peso.

2.2 Otimização Estrutural

Grande parte dos problemas de engenharia podem ser modelados por equações diferenciais ordinárias (EDOs) e equações diferenciais parciais (EDPs). Porém, nem sempre essas equações apresentam solução analítica conhecida. Nestes casos, soluções numéricas, que se aproximam da solução analítica, são necessárias. O método dos elementos finitos (MEF) consiste de vários métodos numéricos para a solução de problemas descritos por EDOs e EDPs e limitados por condições de contorno. É responsabilidade do engenheiro avaliar as soluções encontradas através deste método, verificar as simplificações utilizadas e os erros associados a este tipo de solução (LOGAN, 2007).

No MEF o domínio do problema é dividido em sub-regiões de geometrias mais simples, como triângulos, quadrados, tetraedros e cubos. Desta forma, um problema complexo de ser resolvido é dividido em problemas mais simples que estão conectados entre si. As regiões delimitadas pelos vértices (nós) possuem um tamanho definido, e por isso são chamadas de

elementos finitos, ao contrário dos elementos infinitesimais utilizados no cálculo diferencial e integral. Os elementos finitos são conectados entre si por determinados pontos, chamados de nós. O conjunto formado por todos os elementos finitos e nós é chamado de malha. Nos problemas estruturais, busca-se determinar as tensões, deformações e deslocamentos de um corpo submetido a forças externas ou deslocamentos impostos. Dentro da área da mecânica são realizadas análises estáticas, dinâmicas e análises modais (LOGAN, 2007).

Muitos dos problemas de engenharia podem ser solucionados através do método dos elementos finitos, onde deseja-se obter uma solução ótima de operação e performance. Segundo Silva (2009), a solução para problemas de otimização estrutural consiste na aplicação de métodos matemáticos de busca sistemática e racionalizada de uma solução ótima para um determinado problema. Na prática, o objetivo da otimização estrutural é encontrar os valores ideais para os parâmetros de interesse de modo a obter o melhor design possível, alinhado com as metas e restrições do problema.

A busca pelo design ótimo de estruturas data de muito tempo atrás, e o próprio conceito de otimização estrutural foi aplicado por Maxwell no ano de 1872, na busca do projeto de uma ponte que utilizasse o mínimo de material possível e que suportasse as cargas sem que houvesse falha. Utilizando-se de conceitos e equações da teoria da elasticidade, seu objetivo foi calcular o campo de tensões atuantes na estrutura, dados os carregamentos e apoios. A partir da solução, as direções das tensões principais seriam correspondentes às áreas submetidas apenas a esforços normais, e Maxwell sugeriu conceitualmente que o design ótimo corresponderia à uma combinação de treliças que se alinhassem com as direções dessas tensões, resultando em uma estrutura que utilizaria menos material do que as projetadas pelos métodos então tradicionais de dimensionamento (SILVA, 2009).

Apesar dos primeiros estudos sobre otimização terem surgido há mais de um século, os métodos numéricos foram muito pouco desenvolvidos até que, em meados do século XX com o advento da computação de alto desempenho, o desenvolvimento e emprego destes métodos em problemas mais complexos e de real aplicabilidade se tornaram viáveis e cada vez mais estimulados (RAO, 2009).

Um problema de otimização consiste basicamente de uma função objetivo, que representa o parâmetro de interesse a ser otimizado, minimizando ou maximizando-o, das restrições de otimização, ou seja, limites impostos à solução que deseja ser obtida, e das variáveis de projeto. Em diversos problemas de otimização de componentes mecânicos como

engrenagens por exemplo, deseja-se obter uma peça final com a menor massa possível (função objetivo) que seja submetida a um determinado limite máximo de tensão mecânica (restrição). As variáveis de projeto, por sua vez, são os parâmetros que se pode modificar afim de atingir o objetivo da otimização, como por exemplo as dimensões da peça, posição de furos, etc (SILVA, 2009).

São diversos os métodos de otimização existentes e não há um único método ideal para encontrar a solução ótima de todos os problemas.

2.2.1 Otimização Paramétrica

Esta abordagem permite uma otimização mais seletiva, onde utiliza-se dos parâmetros geométricos do componente, basicamente das suas dimensões ou das razões entre elas, de modo que a topologia da peça não é alterada, somente o seu aspecto (TYFLOPOULOS; STEINERT, 2020). O objetivo aqui é encontrar os valores ideais para os parâmetros de interesse, de modo a obter a solução ótima alinhada com a função objetivo e as restrições do problema.

A otimização estrutural de um componente mecânico, especialmente quando este é aplicado em veículos, objetiva a obtenção de um design final robusto e resistente cuja massa seja a menor possível, pois um menor peso do veículo se traduz em um impacto direto e positivo sobre sua performance e eficiência do consumo de combustível. Em termos de otimização paramétrica, a massa e o nível de tensão máximos do componente, por exemplo, podem compor os parâmetros de interesse do problema tanto na forma de restrições ou limites, como no próprio objetivo a ser atingido.

2.3 Incertezas em Componentes Mecânicos

O projeto de qualquer sistema de engenharia demanda uma garantia de sua confiabilidade e todos os métodos de dimensionamento descritos até aqui se baseiam em abordagens determinísticas, onde presume-se que os parâmetros envolvidos possuem valores exatos e bem definidos.

Na realidade, incertezas de diversas naturezas - carregamentos, propriedades do material e variações dimensionais decorrentes dos processos de fabricação, por exemplo - sempre estarão presentes nos problemas de engenharia e os métodos tradicionais utilizam-se de fatores de segurança, que são adotados numa tentativa de mitigar o efeito das incertezas afim garantir certo nível de confiabilidade do sistema mesmo com algumas variações nos parâmetros de projeto. Contudo, tais fatores de segurança não são quantitativamente atrelados à influência das

diferentes variáveis de projeto e suas incertezas e não fornecem uma medida quantitativa da real margem de segurança (ARORA, 2007).

Para contabilizar os efeitos das incertezas de forma a possibilitar uma análise quantitativa da confiabilidade de um sistema, diferentes métodos probabilísticos têm sido desenvolvidos para possibilitar a obtenção de um design robusto que seja minimamente sensível ao efeito de variações dos parâmetros de projeto devido às incertezas e, portanto, apresente elevado grau de confiabilidade.

2.4 Otimização Robusta com Efeito das Incertezas

Como abordado na seção anterior, as incertezas associadas aos parâmetros de projeto, caso não sejam avaliadas e contabilizadas, podem reduzir significativamente o fator de segurança dos componentes. Como resultado do processo de otimização determinística, os componentes estruturais são levados para uma configuração muito próxima ao seu estado limite, onde os efeitos das incertezas se tornam cada vez mais significativos com a redução da margem de segurança.

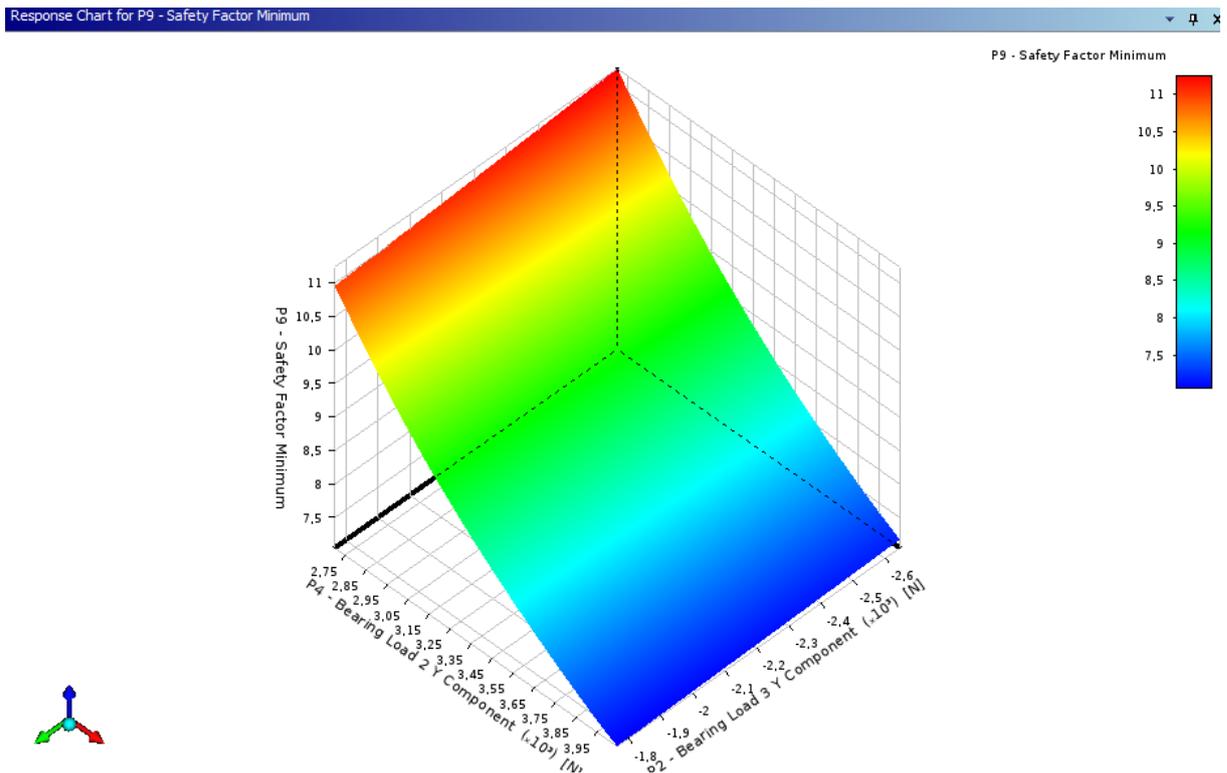
Neste contexto, a metodologia robusta visa obter o design ótimo através de uma abordagem probabilística, utilizando-se de ferramentas numéricas que permitem calcular a probabilidade de falha, a exemplo dos métodos de superfície de resposta, utilizados para obter uma aproximação das respostas mecânicas do componente através da elaboração de um meta-modelo do sistema estrutural que reflete o seu comportamento real (TSOMPANAKIS; LAGAROS; PAPADRAKAKIS, 2008).

Na prática a superfície de resposta trata-se de uma expressão analítica composta por polinômios quadráticos, os quais mostram-se adequados para obter aproximações localizadas de sistemas estruturais. O problema computacional está em encontrar os coeficientes polinomiais que resultem em uma superfície de resposta assertiva na previsão do comportamento mecânico do sistema estrutural. Uma vez determinados os coeficientes, a probabilidade de falha pode ser calculada através da superfície de resposta ao invés do modelo mecânico em si, o qual geralmente consiste em um modelo de elementos finitos que demanda um alto custo computacional para ser resolvido se comparado com a solução pelo método da superfície de resposta (TSOMPANAKIS; LAGAROS; PAPADRAKAKIS, 2008). Embora a solução por meio da superfície de resposta forneça uma abordagem mais eficiente em termos de custo computacional, é importante atentar-se para a qualidade da superfície obtida, de modo

que a solução fornecida por ela seja fiel aos resultados obtidos através da solução do modelo de elementos finitos e de fato represente o comportamento mecânico com acurácia.

Na Figura 2.12 é apresentado um exemplo de uma superfície de resposta do coeficiente de segurança de uma das seções da carcaça em função de dois carregamentos atuantes.

Figura 2.12 – Superfície de Resposta



Fonte: Do Autor (2021).

3 MATERIAL E MÉTODOS

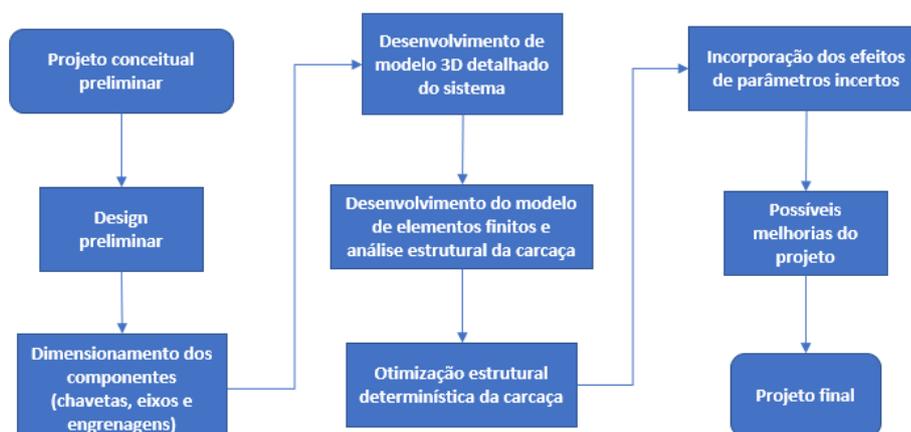
3.1 Apresentação Geral da Metodologia Empregada no Projeto

O presente trabalho parte de um valor de redução de velocidade pré-definido que se mostrou satisfatório nos protótipos anteriores projetados e construídos pela equipe Buffalo Baja da Universidade Federal de Lavras e propõe uma nova concepção para o sistema de transmissão do veículo, que anteriormente utilizava-se de um sistema de redução por correntes e coroas e passará a ser por engrenagens cilíndricas retas.

Para tal, inicialmente foi elaborado um projeto conceitual do redutor que resultou em um design preliminar da disposição dos componentes do sistema. Alguns parâmetros geométricos iniciais foram definidos, como por exemplo, os comprimentos dos eixos e as posições de acoplamento das engrenagens, para possibilitar os cálculos de dimensionamento destes componentes através de processos iterativos, até a obtenção dos valores ideais mediante o emprego dos métodos que serão descritos nas seções a seguir.

Com os componentes de transmissão de potência dimensionados, foram desenvolvidos os seus modelos 3D detalhados e também da carcaça do redutor, a qual foi posteriormente exportada para o ambiente CAE, onde o modelo de elementos finitos foi elaborado e submetido à uma análise do tipo estrutural estática, aplicando as restrições nos suportes de fixação no chassi e as forças nos alojamentos dos rolamentos. Os resultados da análise estrutural alimentaram o método de otimização paramétrica objetivando a redução da massa final da carcaça. O componente otimizado foi então validado considerando as incertezas relacionadas aos carregamentos e, por fim, algumas melhorias foram adicionadas visando facilitar o processo de manutenção. Na Figura 3.1 é apresentado o esquema da metodologia empregada.

Figura 3.1 – Fluxograma geral do projeto



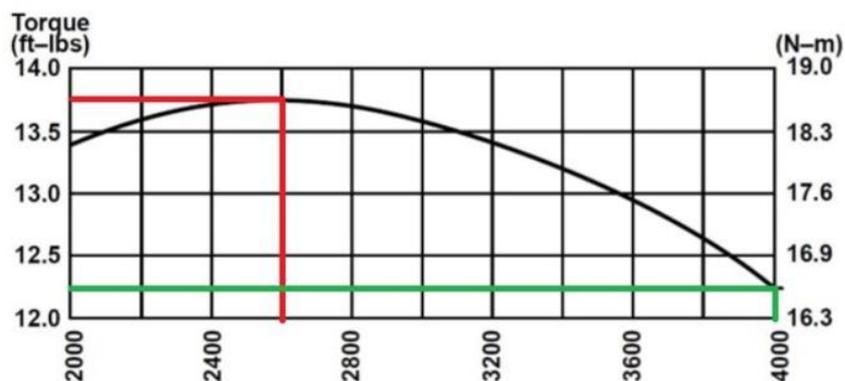
Fonte: Do Autor (2021).

3.2 Dimensionamento do Sistema de Transmissão

3.2.1 Dimensionamento das Engrenagens Cilíndricas de Dentes Retos

Com a demanda de torque do veículo definida e considerando a potência máxima fornecida pelo motor e a relação de redução máxima da CVT utilizada, pôde-se estabelecer a relação ótima de 7,2:1 que o redutor deve fornecer para que o veículo possua a capacidade tratativa almejada para o veículo tipo Baja, objeto de estudo deste trabalho. Optou-se por utilizar um sistema escalonado em dois estágios com relações de redução idênticas com pares de engrenagens de 19 e 51 dentes, afim de obter o valor de relação de redução pré-estipulada, onde cada estágio contribuirá com uma relação de aproximadamente 2,7:1. A justificativa para o escalonamento em 2 estágios se dá devido à necessidade de um sistema compacto, uma vez que, para realizar a redução em somente um estágio (apenas um par de engrenagens) demandaria engrenagens muito resistentes e, portanto, muito maiores. A curva de torque x rotação do motor utilizada para os cálculos é exibida a seguir. Todos os cálculos foram realizados considerando a pior situação de solicitação do sistema, ou seja, quando o motor entrega torque máximo, que é aproximadamente 18,7 N.m para a caixa de redução, conforme apresentado na Figura 3.2, fornecida pelo fabricante do motor empregado no protótipo do veículo Baja da Universidade Federal de Lavras.

Figura 3.2 - Curva de Torque x Rotação do motor



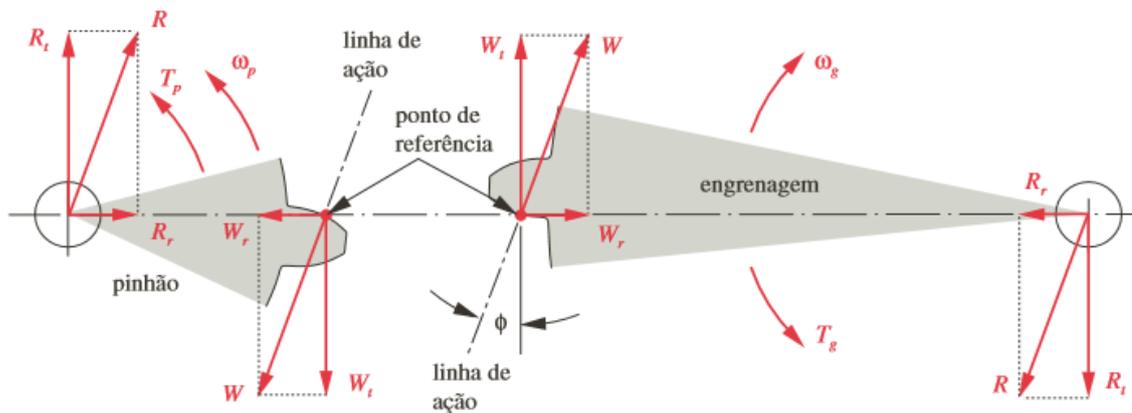
Fonte: Adaptado de CASER; SERAPHIM, 2014.

As geometrias dos dentes de engrenagens são altamente padronizadas, devido a isso, métodos de dimensionamento de engrenagens foram desenvolvidos e aperfeiçoados levando em consideração dados experimentais e teóricos, como por exemplo, o método da AGMA – (*American Gear Manufacturers Association*), conforme padrão 2001-B88 (NORTON, 2013).

A distribuição de forças entre um par de dentes engrenados se dá exatamente no ponto de referência, ilustrado na Figura 3.3 e o vetor de força W atua diretamente ao longo da linha

de ação no ângulo de pressão, podendo ser decomposto em 2 componentes, W_t e W_r , nas direções tangencial e radial respectivamente.

Figura 3.3 - Forças no pinhão e na engrenagem em um par acoplado.



Fonte: (NORTON, 2013).

Em um par de engrenagens, a razão da velocidade angular M_v é igual à razão entre os raios primitivos das engrenagens de entrada e saída.

$$M_v = \frac{\omega_{ext}}{\omega_{int}} = \pm \frac{r_{int}}{r_{ext}} \quad (3.1)$$

O parâmetro que representa a relação entre o diâmetro primitivo d (sobre o qual atuam as forças do engrenamento) de uma engrenagem e seu número de dentes N é chamada de módulo, no sistema métrico:

$$m = \frac{d}{N} \quad (3.2)$$

O recíproco do módulo no sistema inglês é o passo diametral p_d , que é dado por:

$$p_d = \frac{N}{d} \quad (3.3)$$

Neste caso, o diâmetro de referência d da engrenagem é dado em polegadas. Definido o diâmetro primitivo é possível obter os esforços tangenciais e radiais nas engrenagens através das fórmulas 3.4 e 3.5.

$$W_t = \frac{T}{r} \quad (3.4)$$

Sendo T o torque transmitido pela engrenagem, e r o seu raio primitivo.

$$W_r = W_t \cdot \tan(\phi) \quad (3.5)$$

Onde ϕ é o ângulo de pressão dos dentes. Deste modo, a força resultante F_R será:

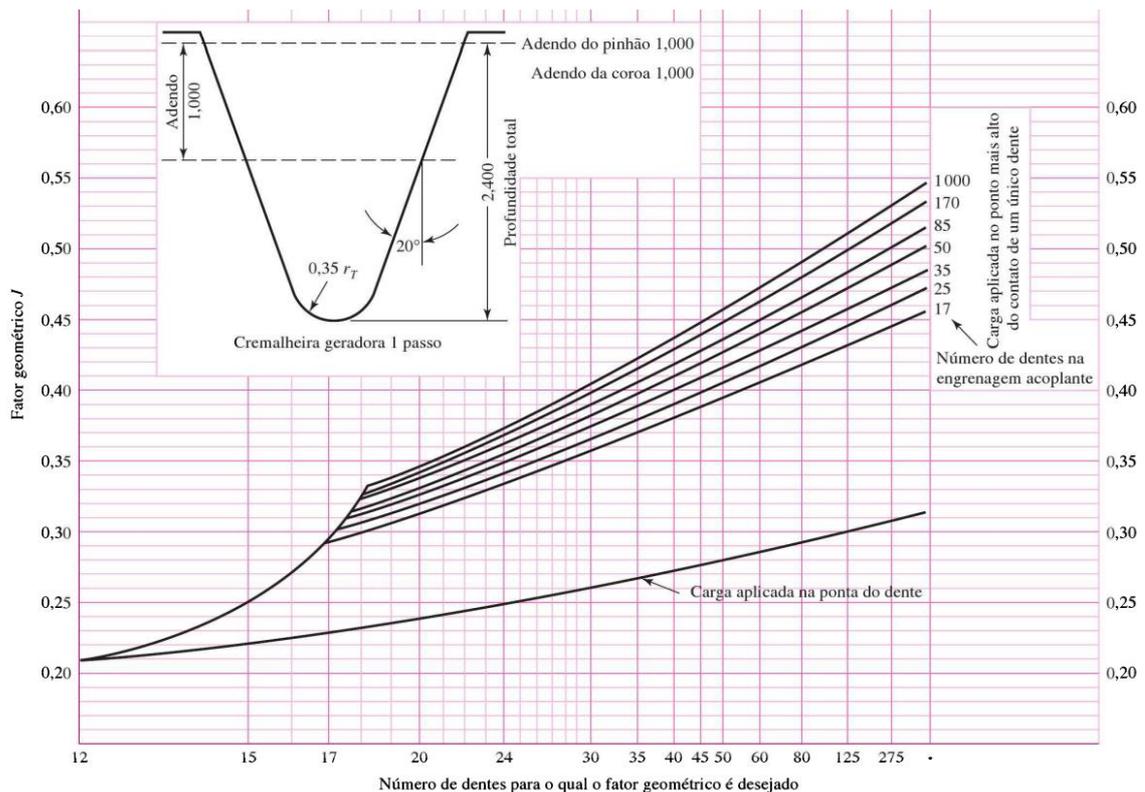
$$F_R = \frac{w_t}{\cos(\emptyset)} \quad (3.6)$$

A partir da força resultante, é realizado o cálculo das tensões atuantes sobre a engrenagem. Sendo elas: tensão de flexão e de superfície. A equação 3.7 que determina a tensão de flexão σ_b , é dada por:

$$\sigma_b = \frac{W_t P_d}{F J} \cdot \frac{k_a k_m}{k_v} \cdot k_s k_B k_l \quad (3.7)$$

O termo F é a largura da face da engrenagem, J é o fator geométrico de resistência de flexão, a Figura 3.4 apresenta um diagrama da AGMA para obtenção de J para diferentes razões de engrenamentos. O eixo horizontal corresponde ao número de dentes da engrenagem que se deseja obter o valor de J , enquanto na vertical estão os próprios valores de J .

Figura 3.4 – Fatores geométricos J para engrenagens de dentes retos.



Fonte: (SHIGLEY; BUDYNAS; NISBETT, 2011)

Os fatores K_a , K_b , K_v , K_l , K_m e K_s são modificadores relacionados às condições de aplicação e operação da engrenagem. Os cálculos necessários para a obtenção de tais termos serão expostos a seguir. Uma aproximação para a largura da face F , recomendada pela AGMA, é dada em função do passo diametral P_d , através da equação 3.8.

$$F = \frac{12}{P_d} \quad (3.8)$$

Esta aproximação pode variar dentro de um intervalo $\frac{8}{P_d} < F < \frac{16}{P_d}$, de acordo com o tipo de projeto.

O fator K_m é função direta de F , extraído da tabela exibida na Figura 3.5.

Figura 3.5 – Fatores K_m de distribuição de carga.

Largura da face		K_m
in	(mm)	
< 2	(50)	1,6
6	(150)	1,7
9	(250)	1,8
≥ 20	(500)	2,0

Fonte:(NORTON, 2013).

O fator dinâmico K_v leva em conta os chamados "erros de transmissão" causados por impactos e vibrações, e é calculado de acordo com a equação 3.9.

$$K_v = \left(\frac{A}{A + \sqrt{V_t}} \right)^B \quad (3.9)$$

Onde V_t é a velocidade da linha de passo de engrenamento. A e B são adimensionais, e são calculados conforme as equações 3.10 e 3.11.

$$A = 50 + 56(1 - B) \quad (3.10)$$

$$B = \frac{(12 - Q_v)^{2/3}}{4} \quad \text{para } 6 \leq Q_v \leq 11 \quad (3.11)$$

Sendo Q_v um termo relacionado à qualidade de fabricação da engrenagem, seus valores são dados conforme a Figura 3.6.

Figura 3.6 – Q_v para diferentes aplicações

Aplicação	Q_v
Acionador do tambor do misturador de cimento	3-5
Forno de cimento	5-6
Acionadores de fresa de aço	5-6
Selecionador de milho	5-7
Guindaste	5-7
Prensa de esmagamento	5-7
Esteira de mineração	5-7
Máquina de fabricação de caixa de papel	6-8
Mecanismo do medidor de gás	7-9
Furadeira de baixa potência	7-9
Máquina de lavar roupas	8-10
Prensa de impressão	9-11
Mecanismo de computador	10-11
Transmissão de automóveis	10-11

Fonte: (NORTON, 2013).

O fator de aplicação, K_a leva em consideração as máquinas motora e movida, ou seja, o sistema gerador e o utilizador do torque. Alguns valores de K_a sugeridos pela AGMA encontram-se dispostos na Figura 3.7.

Figura 3.7 – Convenções AGMA para K_a

Máquina motora	Máquina movida		
	Uniforme	Choque moderado	Choque severo
Uniforme (motor elétrico, turbina)	1,00	1,25	1,75 ou mais
Choque leve (motor multi-cilindros)	1,25	1,50	2,00 ou mais
Choque médio (motor de um único cilindro)	1,50	1,75	2,25 ou mais

Fonte: (NORTON, 2013).

O fator K_B é referente à espessura de borda. Como as engrenagens utilizadas no projeto são de disco sólido (não possuem bordas), $K_B = 1$. O fator de tamanho K_S também foi igualado a 1, pois as engrenagens apresentam tamanhos usuais. Por fim, o fator de ciclo de carga, K_L , também foi considerado 1, pois no projeto não há a presença de engrenagens intermediárias (localizadas entre duas outras engrenagens) sujeitas a mais ciclos de tensão por unidade de tempo.

Já o cálculo das tensões atuantes na superfície do dente da engrenagem é realizado a partir da equação 3.12.

$$\sigma_c = C_p \sqrt{\frac{W_t C_a C_m}{F I d} \frac{C_s C_f}{C_v}} \quad (3.12)$$

Esta equação difere do cálculo das tensões de flexão apenas pelos termos C_p , C_f , I e d , que serão apresentados adiante. Os outros fatores C_a , C_m , C_v , C_s são iguais a K_a , K_m , K_v , K_s , respectivamente.

O termo I refere-se ao fator geométrico de superfície, obtido através da equação 3.13.

$$I = \frac{\cos \phi}{\left(\frac{1}{\rho_p} \pm \frac{1}{\rho_g}\right) d_p} \quad (3.13)$$

Os parâmetros ρ_p e ρ_g são os raios de curvatura dos dentes do pinhão e engrenagem, respectivamente, ϕ é o ângulo de pressão e d_p é o diâmetro de referência (primitivo) do pinhão. O sinal \pm leva em conta engrenamentos externos ou internos. Deve-se utilizar o sinal superior para engrenamentos externos em todas as expressões relacionadas.

Os raios de curvatura dos dentes são calculados a partir a geometria do engrenamento de acordo com as equações 3.14 e 3.15.

$$\rho_p = \sqrt{\left(r_p + \frac{1+x_p}{P_d}\right)^2 - (r_p \cos \phi)^2} - \frac{\pi}{P_d} \cos \phi \quad (3.14)$$

$$\rho_g = C \operatorname{sen} \phi \pm \rho_p \quad (3.15)$$

Sendo p_d o passo diametral, r_p o raio de referência do pinhão, C a distância entre os centros do pinhão e engrenagem e x_p é o coeficiente do adendo do pinhão. Para dentes padronizados, de profundidade completa, $x_p = 0$.

O coeficiente elástico C_p é uma propriedade do material selecionado, que é calculado através da equação 3.16.

$$c_p = \frac{1}{\sqrt{\pi \left[\left(\frac{1-\nu_p^2}{E_p} \right) + \left(\frac{1-\nu_g^2}{E_g} \right) \right]}} \quad (3.16)$$

Onde E_p e E_g são, respectivamente, os módulos de elasticidade para o pinhão e a engrenagem, e ν_p e ν_g são os respectivos coeficientes de Poisson.

Após calculadas as tensões de flexão e superfície, é necessário determinar os limites à fadiga do material para estes tipos de solicitações. Por fim, calcula-se o coeficiente de segurança do par de engrenagens. Alguns valores de resistência à fadiga por flexão (S_{fb}) e fadiga de

superfície (S_{fc}) publicados pela AGMA podem ser encontrados nas Figuras 3.8-a e 3.8-b a seguir.

Figura 3.8-a – Dureza Brinell e S_{fb} ' de alguns materiais para engrenagens

Resistências à fadiga de flexão S_{fb} , da AGMA para seleção de materiais para engrenagem*						
Material	Classe AGMA	Designação do material	Tratamento térmico	Dureza superficial mínima	Resistência à fadiga de flexão	
					psi x 10 ³	MPa
Aço	A1-A5	Endurecimento completo	≤ 180 HB	25-33	170-230	
			240 HB	31-41	210-280	
			300 HB	36-47	250-325	
			360 HB	40-52	280-360	
			400 HB	42-56	290-390	
			Tipo A padronizado 50-55 HRC	45-55	310-380	
			Tipo B padronizado	22	150	
			55-64 HRC	55-75	380-520	
		AISI 4140 Nitretado	84,6 HR15N [†]	34-45	230-310	
		AISI 4340 Nitretado	83,5 HR15N	36-47	250-325	
		Nitroliga 135M Nitretado	90,0 HR15N	38-48	260-330	
		Nitroliga Nitretado	90,0 HR15N	40-50	280-345	
		2,5% Cromo Nitretado	87,5-90,0 15N	55-65	380-450	

Fonte: (NORTON, 2013).

Figura 3.8-b – Dureza Brinell e S_{fc} ' de alguns materiais para engrenagens

Resistências à fadiga de superfície S_{fc} , da AGMA para seleção de materiais para engrenagem*						
Material	Classe AGMA	Designação do material	Tratamento térmico	Dureza superficial mínima	Resistência à fadiga de flexão	
					psi x 10 ³	MPa
Aço	A1-A5	Endurecimento completo	≤ 180 HB	85-95	590-660	
			240 HB	105-115	720-790	
			300 HB	120-135	830-930	
			360 HB	145-160	1000-1100	
			400 HB	155-170	1100-1200	
			50 HRC	170-190	1200-1300	
			54 HRC	175-195	1200-1300	
			55-64 HRC	180-225	1250-1300	
		AISI 4140 Nitretado	84,6 HR15N [†]	155-180	1100-1250	
		AISI 4340 Nitretado	83,5 HR15N	150-175	1050-1200	
		Nitroliza 135M Nitretado	90,0 HR15N	170-195	1170-1350	
		Nitroliza Nitretado	90,0 HR15N	195-205	1340-1410	
		Cromo 2,5% Nitretado	87,5 HR15N	155-172	1100-1200	

Fonte: (NORTON, 2013)

Os valores publicados pela AGMA para resistência à fadiga por flexão e fadiga de superfície são, na verdade, valores parcialmente corretos de resistências à fadiga, já que foram gerados com peças apropriadamente dimensionadas tendo a mesma geometria, acabamento superficial, etc., que as engrenagens a serem projetadas. Sendo assim, deve-se aplicar fatores de correção que dependem das condições da aplicação das engrenagens.

A equação 3.17 permite o cálculo de correção para a resistência à fadiga de flexão das engrenagens.

$$S_{fb} = \frac{K_L}{K_T K_R} S_{fb'} \quad (3.17)$$

S_{fb} é a resistência à fadiga de flexão publicada pela AGMA, como definido acima. $S_{fb'}$ é a resistência corrigida, e os fatores K são modificadores para levar em conta condições diversas.

O fator K_L é relacionado ao número de ciclos (N) que a engrenagem deve realizar de acordo com o projeto e pode ser calculado de acordo com a equação 3.18.

$$K_L = 6,1514N^{-0,1192} \quad (3.18)$$

O fator K_T refere-se à temperatura em que a engrenagem irá operar. Para aplicações em até 250 °F, K_T pode ser posto igual a 1. Nas demais aplicações, utiliza-se da equação 3.19.

$$K_T = \frac{460+T_F}{620} \quad (3.19)$$

Onde T_F é a temperatura em graus Fahrenheit.

Por fim, K_R é o fator de confiabilidade, e é extraído da Tabela 3.1:

Tabela 3.1 – Convenções de K_R da AGMA

Fator K_R da AGMA	
Confiabilidade	K_R
%	
90	0,85
99	1,00
99,9	1,25
99,99	1,50

Fonte: (NORTON, 2013)

A correção do valor de resistência à fadiga de superfície se dá através da equação 3.20.

$$S_{fc} = \frac{C_L C_H}{C_T C_R} S_{fc'} \quad (3.20)$$

$S_{fc'}$ é a resistência à fadiga de superfície não corrigida e S_{fc} é a resistência corrigida. Os fatores C_T e C_R são idênticos, respectivamente, a K_T e K_R , e podem ser determinados como descrito na seção anterior. O fator de vida C_L tem o mesmo propósito que K_L , mas é dado por uma equação diferente. C_H é o fator da razão de dureza para resistência à crateração.

$$C_L = 1,4488N^{-0,023} \quad (3.21)$$

Finalmente, obtidos os valores de tensões de flexão e superfície atuantes e os limites de resistência do material corrigidos para vida em fadiga, é possível calcular os coeficientes de segurança contra falha por flexão e falha de superfície conforme as equações 3.22 e 3.23.

$$N_b = \frac{S_{fb}}{\sigma_b} \quad (3.22)$$

$$N_c = \frac{S_{fc}}{\sigma_c} \quad (3.23)$$

Todo o equacionamento previamente exposto para o dimensionamento de engrenagens cilíndricas de dentes retos foi devidamente modelado utilizando-se do software MatLab[®] com o propósito de automatizar o processo iterativo de cálculos, permitindo que seja utilizado pela equipe posteriormente em novos protótipos.

3.2.2 Dimensionamento de Eixos

No projeto de eixo, deve-se considerar as tensões calculadas localmente em diversos pontos de interesse, com base nos carregamentos conhecidos e nas seções transversais relativas aos pontos selecionados. Para calcular as tensões de flexão é necessário conhecer os momentos atuantes no eixo.

Além das forças atuantes, outros fatores importantes que devem ser considerados em projetos de eixo são os fatores de entalhe e concentradores de tensão em fadiga para flexão e torção, K_f e K_{fs} respectivamente, calculados a partir da sensibilidade ao entalhe (q) e o concentrador de tensões estático (K_t), a partir das equações 3.24 e 3.25.

$$K_f = 1 + q(K_t - 1) \quad (3.24)$$

$$K_{fs} = 1 + q(K_{ts} - 1) \quad (3.25)$$

Onde q é dado por:

$$q = \frac{1}{1 + \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{r}}} \quad (3.26)$$

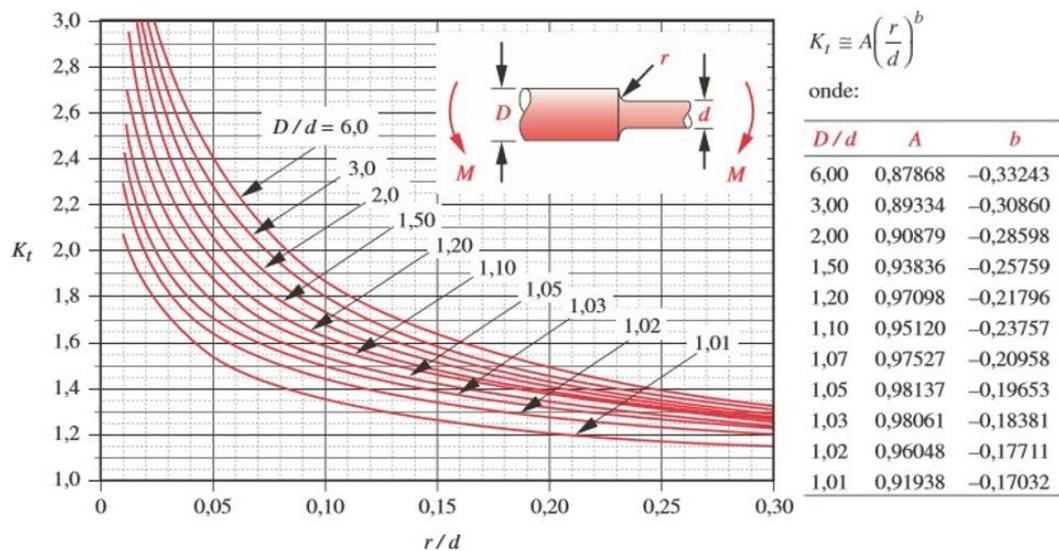
O parâmetro r é o raio do entalhe, e a é a constante de Neuber, que podem ser obtidos através da Tabela 3.2:

Tabela 3.2 – Constante de Neuber para aços.

S_{ut} (ksi)	\sqrt{a} (in ^{0,5})
50	0,130
55	0,118
60	0,108
70	0,093
80	0,080
90	0,070
100	0,062
110	0,055
120	0,049
130	0,044
140	0,039
160	0,031
180	0,024
200	0,018
220	0,013
240	0,009

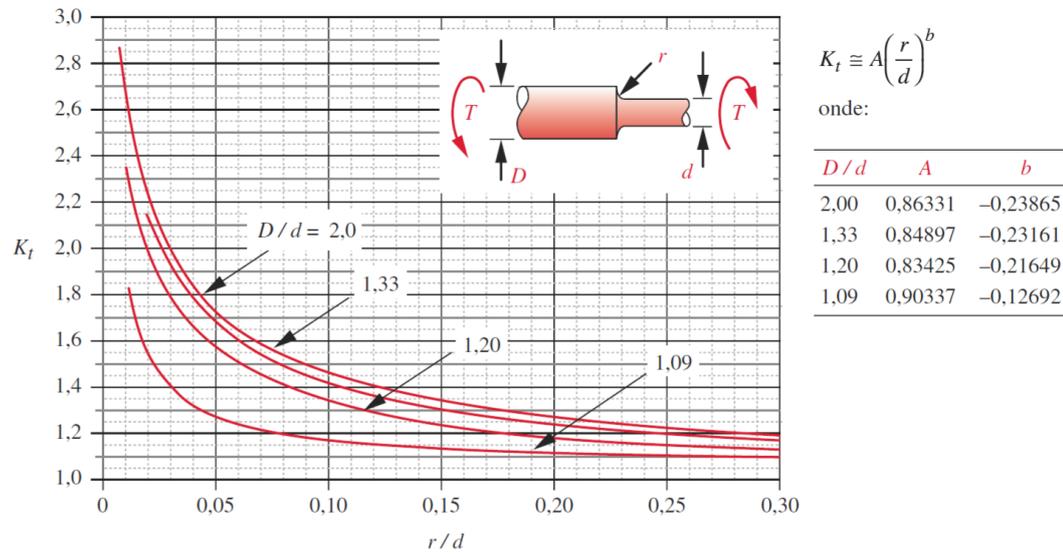
Fonte: (NORTON, 2013).

As Figuras 3.9-a e 3.9-b ilustram as relações geométricas utilizadas nos cálculos dos K_t 's para carregamentos de flexão e torção.

Figura 3.9-a – Cálculo de K_t para eixo circular de rebaixo arredondado sob flexão.

Fonte:(NORTON, 2013).

Figura 3.9-b – Cálculo de K_{ts} para eixo circular de rebaixo arredondado sob torção.



Fonte: (NORTON, 2013).

Quanto ao limite de fadiga do material, para aços que possuem uma resistência a tração menor que 200 kpsi (1400 MPa), é utilizada uma estimativa conforme a equação 3.27.

$$S_e' = 0,5S_{ut} \quad (3.27)$$

Onde S_e' e S_{ut} são os limites de fadiga do material e de resistência à tração, respectivamente.

Uma série de fatores de correção para o limite de fadiga do material deve ser aplicada considerando condições de operação tais como o tipo de carregamento, tamanho do eixo, confiabilidade, temperatura de operação, condição de acabamento superficial, resultando na equação 3.28.

$$S_e = C_{carreg} C_{tamanho} C_{superf} C_{temp} C_{conf} S_e' \quad (3.28)$$

Por fim, calculados todos os parâmetros supracitados, deve-se estabelecer um coeficiente de segurança N_f adequado para o projeto, e então através da equação de projeto 3.29, pode se determinar um diâmetro de eixo para qualquer combinação de carregamento de flexão e torção nos pontos de interesse, considerando que não há nenhuma força axial atuante:

$$d = \left\{ \frac{32N_f}{\pi} \left[\frac{\sqrt{(K_f M_a)^2 + \frac{3}{4}(K_{fs} T_a)^2}}{S_f} + \frac{\sqrt{(K_{fm} M_m)^2 + \frac{3}{4}(K_{fsm} T_m)^2}}{S_{ut}} \right] \right\}^{1/3} \quad (3.29)$$

M_a e M_m são respectivamente os valores das componentes alternante e média do momento atuante, e T_a e T_m são as componentes alternante e média do torque atuante no eixo. S_f é o limite de fadiga corrigido do material e S_{ut} é o limite de resistência à tração do material.

3.2.3 Dimensionamento de Chavetas

As falhas em chavetas ocorrem em dois modos: falha por cisalhamento e por esmagamento. Em um projeto de chaveta para eixo, a força média aplicada sobre ela pela engrenagem é a mesma que atua sobre o eixo, $W_t = F$.

A tensão de cisalhamento atuante sobre a chaveta é dada pela força sob a área de cisalhamento A_{cis} que, por sua vez, é calculada através do produto da largura pelo comprimento da chaveta, conforme a equação 3.30.

$$\tau_{xy} = \frac{F}{A_{cis}} \quad (3.30)$$

No caso de falha por esmagamento, a tensão média de compressão é calculada pela equação 3.31.

$$\sigma_x = \frac{F}{A_{esm}} \quad (3.31)$$

Onde F é a força aplicada e a área de esmagamento é a área de contato entre o lado da chaveta e o eixo ou o cubo. No caso de uma chaveta quadrada, A_{esm} será sua meia-altura vezes seu comprimento.

Na Tabela 3.3 são apresentadas algumas padronizações de chavetas quadradas.

Tabela 3.3 - Dimensões padrão de chavetas quadradas

Diâmetro do eixo (in)	Diâmetro do eixo (mm)	Largura x altura da chaveta (mm)
$0,875 < d \leq 1,250$	$17 < d \leq 22$	6 x 6
$1,250 < d \leq 1,375$	$22 < d \leq 30$	8 x 7
$1,375 < d \leq 1,750$	$30 < d \leq 38$	10 x 8
$1,750 < d \leq 2,250$	$38 < d \leq 44$	14 x 9

Fonte: Adaptado de Norton, 2013.

As variáveis de projeto disponíveis para o dimensionamento de chavetas são apenas seu comprimento e o número de chavetas por cubo, uma vez que o diâmetro do eixo no assento é que determina sua largura, que por sua vez determina a sua altura (penetração no cubo). A chaveta deve servir como um elemento fusível, ou seja, ela deve falhar antes de qualquer outro

elemento do sistema, prevenindo que elementos mais caros como eixos e engrenagens sofram sobrecarga e sejam danificados.

Para determinar o coeficiente de segurança da chaveta para fadiga por cisalhamento, deve-se calcular as tensões equivalentes de Von Mises para as componentes de torção alternantes e médias, através das equações 3.32 e 3.34.

$$\sigma'_a = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x\sigma_y + 3\tau_{xy}^2} \quad (3.32)$$

$$\sigma'_m = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x\sigma_y + 3\tau_{xy}^2} \quad (3.33)$$

$$N_f = \frac{1}{\frac{\sigma'_a}{s_e} + \frac{\sigma'_m}{S_{ut}}} \quad (3.34)$$

As tensões normais nas direções x e y são nulas, contabilizando apenas a contribuição da tensão cisalhante τ_{xy} . Na equação 3.34, N_f é o coeficiente de segurança à fadiga e S_{ut} é o limite de ruptura do material.

Para o modo de esmagamento, o coeficiente de segurança para falha é dado pela equação 3.35.

$$N_S = \frac{S_y}{\sigma_{\max}} \quad (3.35)$$

$$\sigma_{\max} = \frac{F_m + F_a}{A_{esm}} \quad (3.36)$$

Sendo S_y a tensão de escoamento do material e F_m e F_a são as forças média e alternante, respectivamente.

3.2.4 Seleção de Rolamentos

A classificação de mancais ocorre de acordo com sua vida útil, expressa em número de revoluções. O parâmetro mais utilizado na seleção de mancais é a chamada vida L_{10} , que é um resultado estatístico de uma análise de falha em mancais. Quando se espera que 10% de uma amostra aleatória de mancais falhe sob determinada carga de projeto, é obtido o valor de L_{10} .

A carga dinâmica básica de classificação (C) também é um valor de referência na seleção de mancais rolantes, sendo utilizado no cálculo da vida L_{10} . Segundo Norton (2013), é definida como "a carga que dará uma vida de 1 milhão de revoluções à pista interna".

Através de diversos testes realizados pelos fabricantes, convencionou-se a equação 3.37 para determinar a L_{10} para mancais de esferas.

$$L_{10} = \left(\frac{C}{P}\right)^3 \quad (3.37)$$

Onde, L_{10} é a vida em fadiga expressa em milhões de revoluções, P é a carga constante aplicada e C é a carga dinâmica básica de classificação para o mancal específico que é definida pelo fabricante e publicada para cada mancal nos catálogos de mancais (NORTON, 2013). Na Figura 3.10 é apresentado um recorte de um catálogo da fabricante NSK, contendo uma série de rolamentos de diferentes dimensões e seus parâmetros constitutivos.

Figura 3.10 – Catálogo para seleção de mancais de elementos rolantes.

Dimensões (mm)	Capacidade de Carga Básica (N)				Fator f_0	Limite de Rotação (rpm)			Número do Rolamento						
	C _r		C _{0r}			Graxa		Óleo	Aberto	Blindado	Vedado				
	C_r	C_{0r}	C_r	C_{0r}		Aberto Z - ZZ V - VV	DU DDU	Aberto Z							
25	37	7	0,3	4 500	3 150	455	320	16,1	18 000	10 000	22 000	6805	ZZ	VV	DD
	42	9	0,3	7 050	4 550	715	460	15,4	16 000	10 000	19 000	6905	ZZ	VV	DDU
	47	8	0,3	8 850	5 600	905	570	15,1	15 000	—	18 000	16005	—	—	—
	47	12	0,6	10 100	5 850	1 030	595	14,5	15 000	9 500	18 000	6005	ZZ	VV	DDU
	52	15	1	14 000	7 850	1 430	800	13,9	13 000	9 000	15 000	6205	ZZ	VV	DDU
	62	17	1,1	20 600	11 200	2 100	1 150	13,2	11 000	8 000	13 000	6305	ZZ	VV	DDU
28	52	12	0,6	12 500	7 400	1 270	755	14,5	14 000	8 500	16 000	60/28	ZZ	VV	DDU
	58	16	1	16 600	9 500	1 700	970	13,9	12 000	8 000	14 000	62/28	ZZ	VV	DDU
	68	18	1,1	26 700	14 000	2 730	1 430	12,4	10 000	7 500	13 000	63/28	ZZ	VV	DDU

Fonte: Catálogo Geral NSK Rolamentos, p. B10.

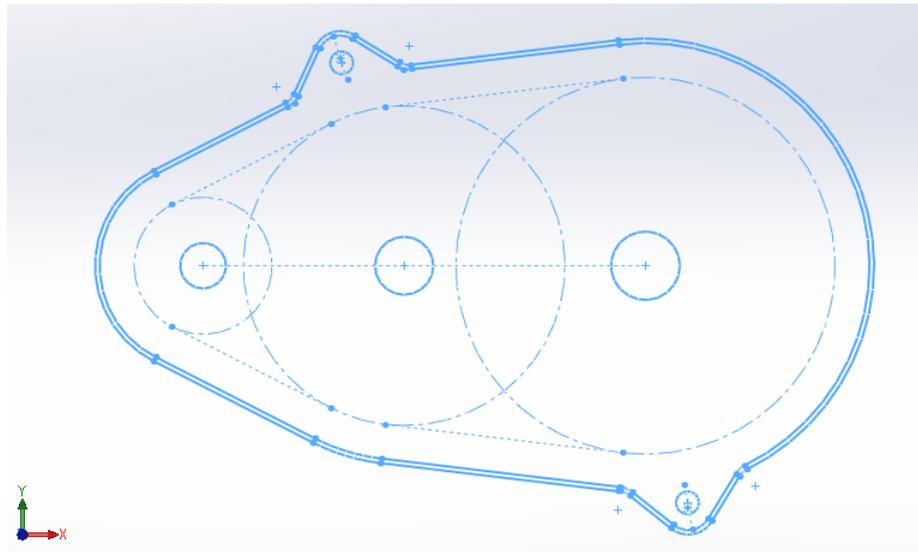
3.3 Modelagem da Carcaça

O material escolhido para a fabricação deste componente foi a liga de alumínio 7075-T6, devido à seu baixo peso específico que contribuirá para um componente mais leve, aliado à elevados níveis de resistência mecânica para suportar os esforços dos engrenamentos. Ademais, o material também apresenta boa condutividade térmica para melhor resfriamento do conjunto e boa usinabilidade, uma vez que o componente será concebido para ser fabricado através de fresagem em centros de usinagem computadorizados devido à sua geometria complexa.

O formato geral da estrutura da carcaça foi modelado em função dos seus pontos de ancoragem no chassi do veículo e de um espaço mínimo ao redor das engrenagens e de seus

respectivos eixos considerando os diâmetros externos das rodas dentadas e da distância entre centros dos pares engrenados. A Figura 3.11 representa o esboço inicial do perfil de envelopamento do sistema, onde as linhas contínuas representam o limite externo, e as linhas tracejadas, o limite interno.

Figura 3.11 – Esboço dos perfis interno e externo da carcaça



Fonte: Do Autor (2021).

3.4 Otimização

Neste momento o objeto de estudo da otimização será a carcaça do redutor, que se configura como um componente chave para o funcionamento correto do sistema como um todo, uma vez que possui as funções de suportar todos os esforços dos engrenamentos e manter todos os componentes rigidamente posicionados e fixados, além de garantir a estanqueidade do sistema para que não haja perda de óleo devido a vazamentos na junta.

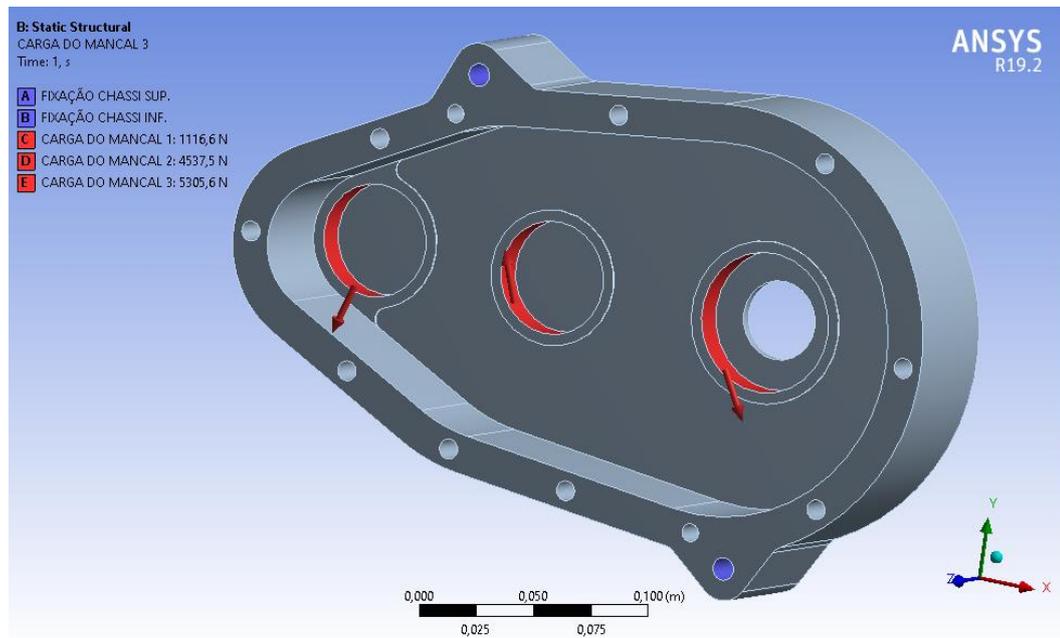
O esquema de projeto desenvolvido partiu do modelo 3D que foi posteriormente exportado para o ambiente CAE. No pré-processamento foram definidos os parâmetros geométricos que serão alvos da otimização, o material com suas propriedades físicas e mecânicas e, por fim, foi gerada a malha de elementos finitos. Então, um modelo de análise estrutural foi elaborado com as forças atuantes e as condições de contorno pertinentes, as quais serão apresentadas adiante.

Objetivando a redução de massa sem alterar a forma geral da carcaça, a espessura da parede externa foi a área selecionada para realizar a remoção de material e obter um componente final com melhor relação entre resistência e peso. Para isso, foi adaptada uma geometria na

parede interna, de modo que mantivesse uma estrutura para o alojamento do rolamento e permitisse a redução da espessura da parede. Essa geometria foi então utilizada para gerar dois parâmetros geométricos denominados “profundidade de remoção de material” e “espessura parede alojamento”, os quais se configuram como as variáveis de interesse da otimização.

A Figura 3.12 apresenta o modelo 3D parametrizado desenvolvido no SolidWorks® após ser exportado para o ambiente CAE do software ANSYS® Workbench, o qual primeiramente foi submetido à uma análise estrutural estática, onde as forças calculadas no dimensionamento das engrenagens foram aplicadas nos alojamentos dos rolamentos (faces em vermelho) e as condições de contorno aplicadas aos furos dos suportes projetados para fixar a caixa de redução no chassi do veículo (faces azuis).

Figura 3.12 – Cargas e restrições impostas sob a carcaça.



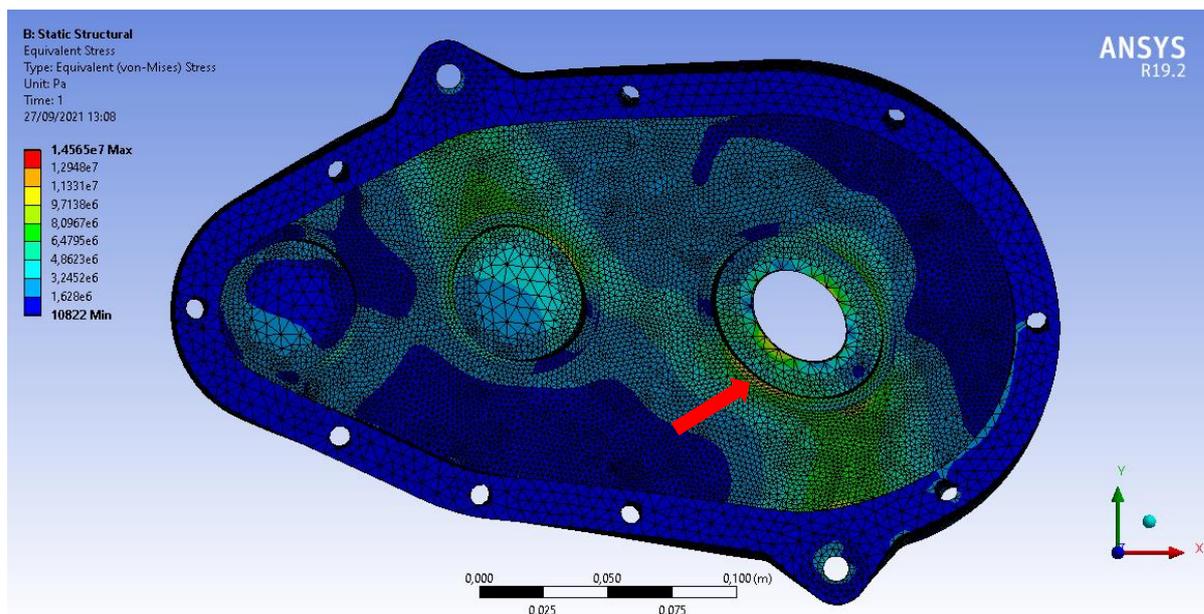
Fonte: Do Autor (2021).

A malha foi elaborada utilizando-se de elementos tetraédricos de dez nós com refinamento nas regiões de aplicação das forças, nos suportes de fixação da caixa de redução e na parede em que são alojados os rolamentos. O refinamento foi realizado alterando-se o tamanho dos elementos nas regiões de interesse até a obtenção de resultados consistentes e a convergência do modelo. Os pontos de ancoragem foram definidos como tipo “Fixed Support”, restringindo qualquer movimento transversal ou rotacional sob os 3 eixos. As cargas foram definidas como tipo “Bearing Load”, aplicadas nas faces cilíndricas dos alojamentos dos rolamentos, decompostas em suas componentes X e Y, resultantes das reações dos apoios dos

eixos. Vale ressaltar que não há qualquer tipo de carregamento axial atuando, uma vez que as engrenagens cilíndricas retas apenas distribuem as forças do engrenamento nas direções radiais.

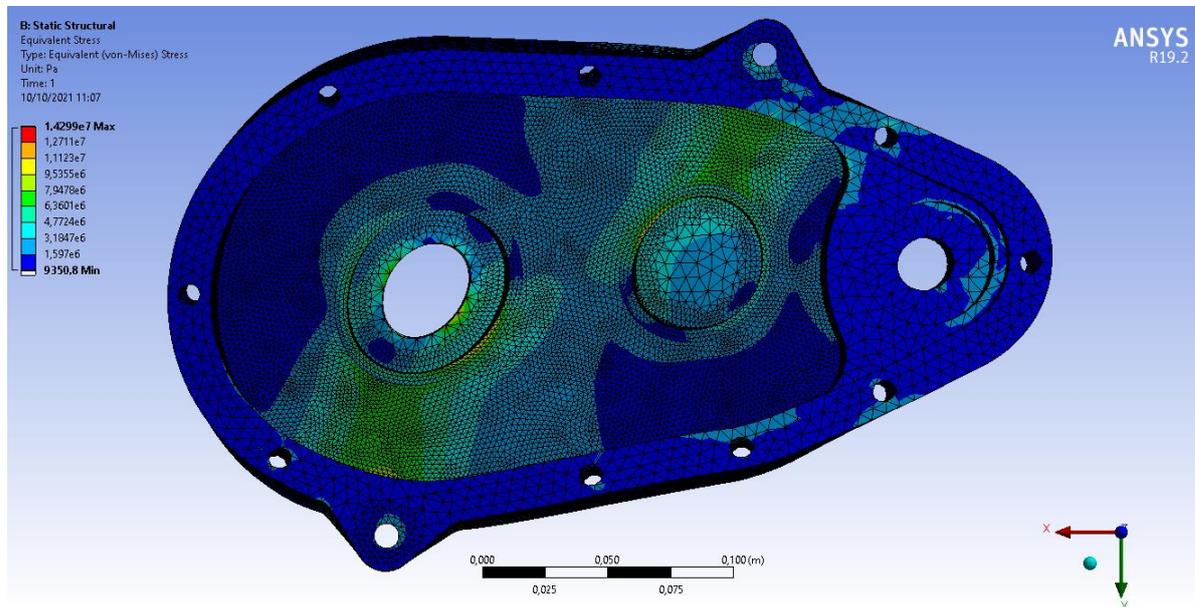
Como pode ser verificado na Figura 3.13, a solução da primeira simulação executada no lado direito da carcaça resultou em um valor de tensão equivalente de Von-Mises máximo de 14,56 MPa no alojamento do rolamento do eixo de saída (indicado pela seta) e tensão média de 2,36 MPa. Já para a outra metade, ilustrada na Figura 3.14, os valores de tensão máxima e média foram de 14,29 Mpa e 2,15 MPa, respectivamente. Visto que o valor de tensão máxima se encontra muito abaixo da tensão limite de escoamento de 460 MPa do material, verificou-se que os componentes estão superdimensionados e, portanto, será possível otimizar sua massa e ainda mantê-los dentro de níveis satisfatórios de segurança.

Figura 3.13 – Campo de tensões da carcaça submetida aos esforços do engrenamento (lado direito).



Fonte: Do Autor (2021).

Figura 3.14 - Campo de tensões da carcaça submetida aos esforços do engrenamento (lado esquerdo).



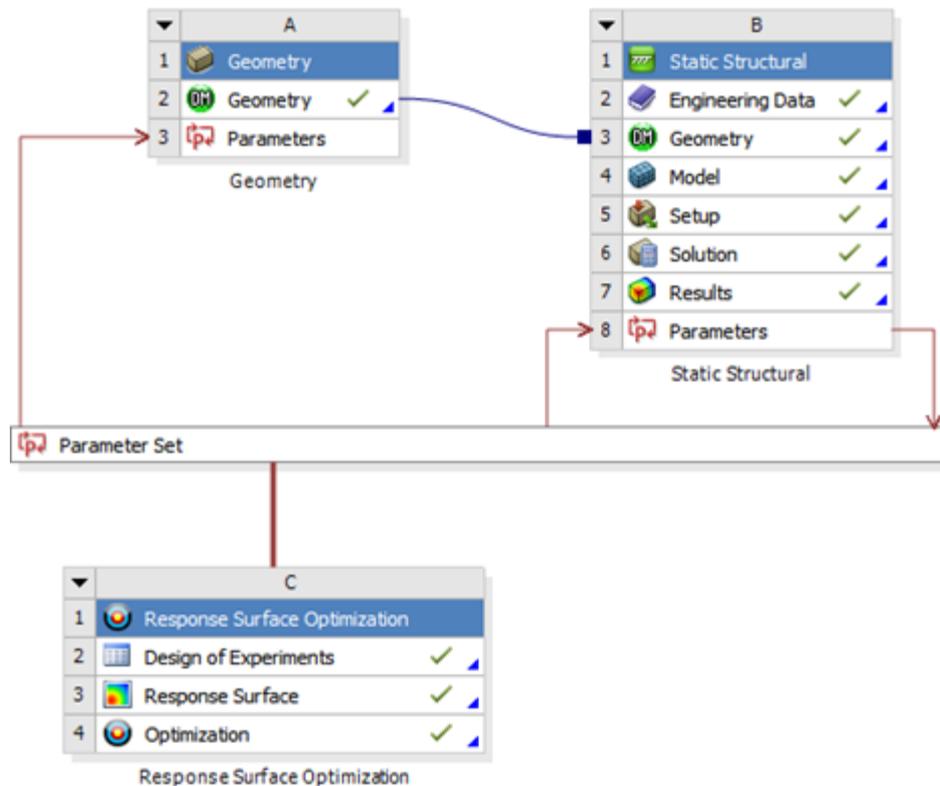
Fonte: Do Autor (2021).

Finalmente, o problema de otimização foi abordado através do método sistemático *Design of Experiments* (DOE), onde é gerada uma amostragem do domínio de projeto de forma a viabilizar a elaboração de um modelo estatístico (superfície de resposta), que seja capaz de prever as repostas de um determinado design em função das variações nos parâmetros de entrada. A ideia principal do DOE é de distribuir as amostras uniformemente pelo espaço amostral de modo que o modelo estatístico tenha baixa incerteza associada à estimativa do modelo, ou seja, alta precisão na previsão das repostas.

Como a espessura inicial da parede da carcaça é de 10mm, os limites inferior e superior para variação dos parâmetros de entrada foram definidos entre 0,5mm e 8,0mm para “profundidade de remoção de material”, e entre 5,0mm e 10mm para “espessura parede alojamento”. A definição desses limites é importante para limitar o campo de variações dos parâmetros afim de garantir geometrias viáveis e também reduzir o número de amostras para diminuir o custo e tempo computacional na amostragem e solução.

O modelo esquemático das análises previamente descritas é exibido na Figura 3.15.

Figura 3.15 – Modelo esquemático do fluxo de simulações para a otimização.



Fonte: Do Autor (2021).

Com a superfície de resposta estabelecida, os objetivos da otimização foram definidos como: 1. Minimizar a massa; 2. Manter o nível de tensão abaixo de 240 MPa (50% da tensão de limite elástico do material).

3.4 Incorporação das Incertezas

O valor do torque máximo fornecido pelo motor utilizado nos cálculos de dimensionamento foi deterministicamente obtido através do catálogo do fabricante, contudo, testes empíricos não foram executados para avaliar sua real magnitude. Sendo assim, existem incertezas associadas aos valores reais das forças atuantes sobre as engrenagens e demais componentes do sistema.

Para contabilizar os efeitos das variações na magnitude dos esforços atuantes na otimização robusta da carcaça, os modelos probabilísticos para modelagem estocástica dos parâmetros incertos foram desenvolvidos baseados no Princípio da Máxima Entropia.

Segundo Scinocca e Nabarrete (2020), o Princípio da Máxima Entropia consiste em maximizar a entropia do sistema utilizando-se das informações disponíveis, assim, a Função Densidade de Probabilidade (FDP) dos parâmetros incertos pôde ser obtida consistentemente

com os dados disponíveis e com a física do problema. Tal princípio é formulado da seguinte maneira:

“Dentre todas as distribuições de probabilidade que satisfazem as restrições impostas pelas informações disponíveis, selecione aquela que maximize a entropia”.

Para a presente análise dos efeitos dos parâmetros incertos, foi considerado o efeito de +/- 20% na variação da magnitude dos carregamentos com distribuição uniforme. A partir da determinação da FDP dos parâmetros incertos foi possível realizar a análise da propagação das incertezas.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

4.1 Sistema de Transmissão

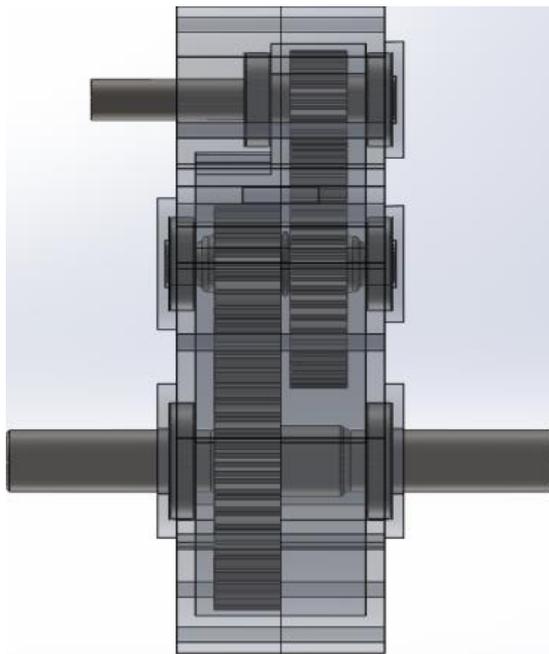
A geometria e disposição final dos componentes da caixa de redução desenvolvida no software SolidWorks® é apresentada nas Figura 4.1 e 4.2. O sistema será completamente vedado e a lubrificação funcionará por banho parcial de óleo SAE 80W90, próprio para caixas de câmbio automotivas. Os desenhos técnicos detalhados de todos os componentes desenvolvidos estão contidos no Apêndice A.

Figura 4.1 – Renderização da vista explodida da caixa de redução projetada.



Fonte: Do Autor (2021).

Figura 4.2 – Modelo 3D final da caixa de redução (vista superior dos componentes internos)



Fonte: Do Autor (2021)

4.1.1 Engrenagens

O material escolhido para a fabricação das engrenagens foi o aço 1045 devido a seu baixo custo, aliado à satisfatórios níveis de resistência mecânica para esta aplicação, boa usinabilidade e temperabilidade, além da disponibilidade nos fornecedores da região na qual serão adquiridos.

As Tabelas 4.1 e 4.2 reúnem os resultados obtidos através da rotina computacional implementada no software MatLab® para o dimensionamento das engrenagens (Apêndice B). A razão de engrenamento resultante foi de 2,68:1 para cada estágio do redutor, totalizando uma ampliação total de 7,2 vezes o torque fornecido para o sistema.

Tabela 4.1 – Resultados do dimensionamento do 1º par de engrenagens.

Pinhão 1		Coroa 1	
<i>Nº dentes</i>	19	<i>Nº dentes</i>	51
<i>Módulo</i>	2,5	<i>Módulo</i>	2,5
<i>Diâmetro Ext.</i>	52,5 mm	<i>Diâmetro Ext.</i>	132,5 mm
<i>Largura Face</i>	30 mm	<i>Largura Face</i>	30 mm
<i>Tensão Flexão</i>	37,2 kpsi	<i>Tensão Flexão</i>	30,6 kpsi
<i>Tensão Superfície</i>	177 kpsi	<i>Tensão Superfície</i>	108 kpsi
<i>Coef. Seg. Flexão</i>	1,99	<i>Coef. Seg. Flexão</i>	2,34
<i>Coef. Seg. Superfície</i>	1,34	<i>Coef. Seg. Superfície</i>	2,20

Fonte: Do Autor (2021).

Tabela 4.2 – Resultados do dimensionamento do 2º par de engrenagens.

Pinhão 2		Coroa 2	
<i>Nº dentes</i>	19	<i>Nº dentes</i>	51
<i>Módulo</i>	3,0	<i>Módulo</i>	3,0
<i>Diâmetro Ext.</i>	63,0 mm	<i>Diâmetro Ext.</i>	158,9 mm
<i>Largura Face</i>	36 mm	<i>Largura Face</i>	36 mm
<i>Tensão Flexão</i>	54,9 kpsi	<i>Tensão Flexão</i>	45,2 kpsi
<i>Tensão Superfície</i>	215 kpsi	<i>Tensão Superfície</i>	132 kpsi
<i>Coef. Seg. Flexão</i>	1,42	<i>Coef. Seg. Flexão</i>	1,67
<i>Coef. Seg. Superfície</i>	1,13	<i>Coef. Seg. Superfície</i>	1,86

Fonte: Do Autor (2021).

4.1.2 Eixos

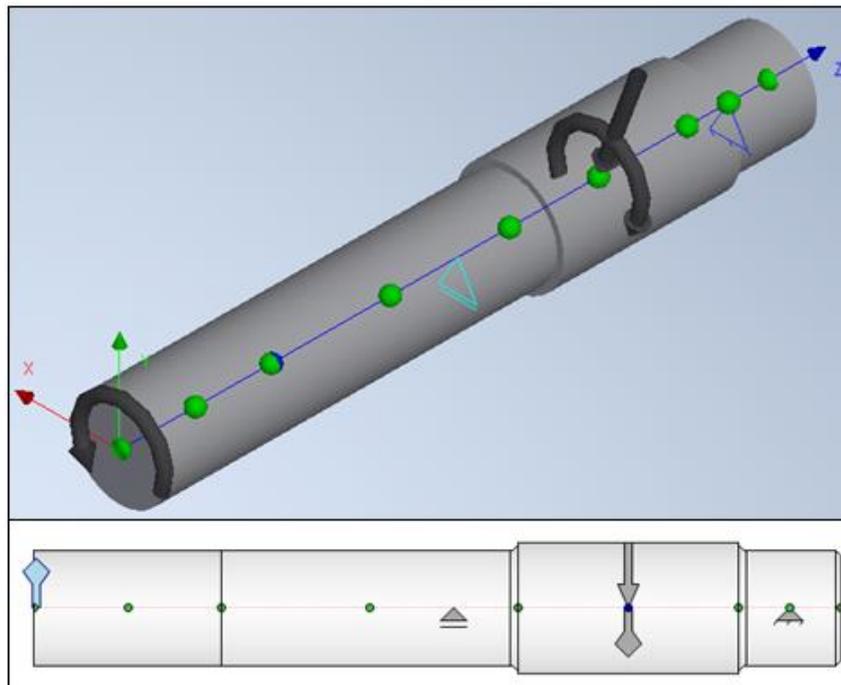
O projeto dos eixos foi executado utilizando-se da equação de projeto para eixos (eq. 3.29), através da qual foi possível obter os valores de diâmetro mínimos para os eixos nos pontos de interesse. Determinados os diâmetros, os valores calculados foram então normalizados para as medidas comerciais de rolamentos, respeitando os valores mínimos resultantes do dimensionamento e então modelados no SolidWorks®.

O material selecionado para o projeto dos eixos foi o aço 4340, devido à suas características como elevada temperabilidade e alta resistência, apresentando valores de resistência máxima à tração que podem superar 1700 MPa a depender do tratamento térmico aplicado (NORTON, 2013).

4.1.2.1 Eixo de Entrada

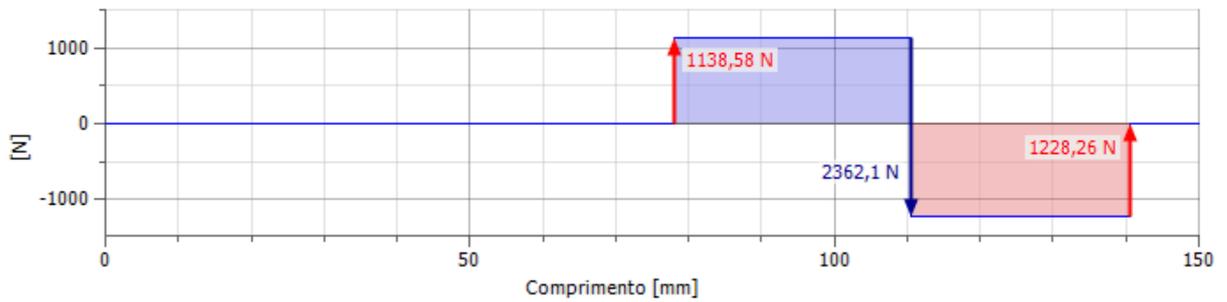
As Figuras 4.3, 4.4-a, 4.4-b e 4.5 ilustram, respectivamente, o esquema dos suportes e carregamentos atuantes no eixo, o diagrama de esforços cortantes nos planos YZ e XZ e o diagrama de momento fletor, que fornecem os dados de entrada para o dimensionamento do componente, cujo resultado pode ser verificado na Figura 4.6. As forças representadas por uma seta triangular são esforços radiais, já as setas com formato de losango tratam-se de esforços de torção.

Figura 4.3 – Esquema representativo do eixo de entrada com as cargas e suportes.



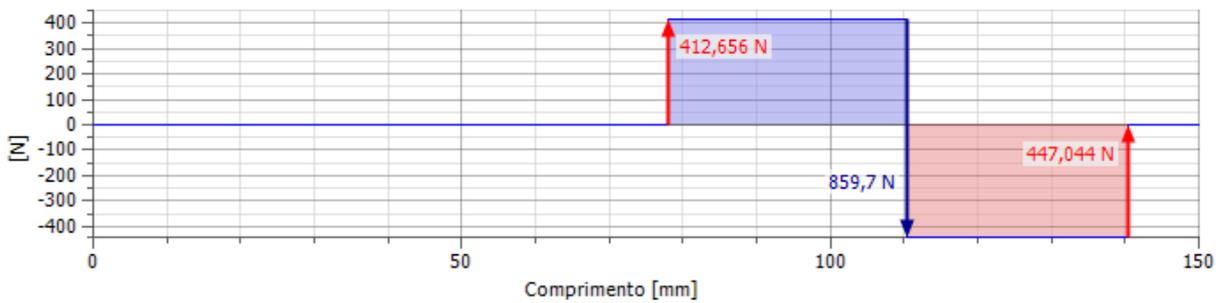
Fonte: Do Autor (2021).

Figura 4.4-a – Diagrama de esforços cortantes no plano YZ (eixo de entrada).



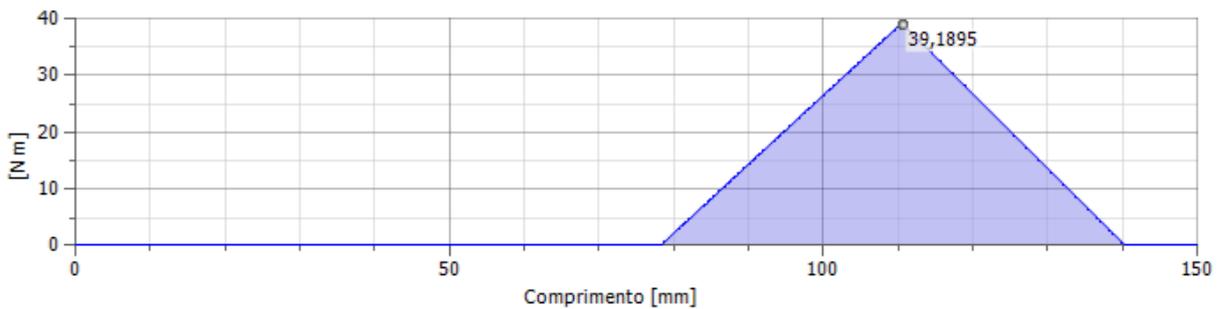
Fonte: Do Autor (2021).

Figura 4.4-b – Diagrama de esforços cortantes no plano XZ (eixo de entrada).



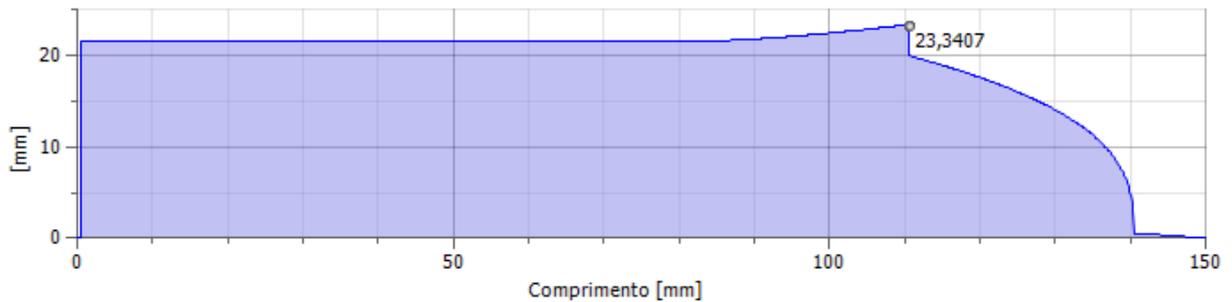
Fonte: Do Autor (2021).

Figura 4.5 – Diagrama de momento fletor (eixo de entrada).



Fonte: Do Autor (2021).

Figura 4.6 – Resultado do dimensionamento do eixo de entrada.

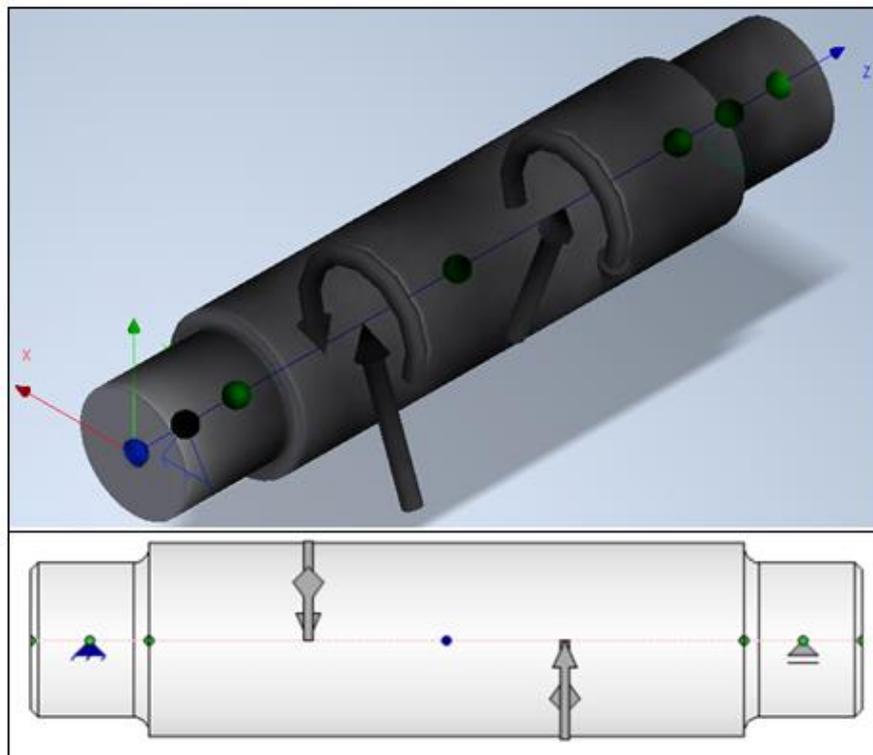


Fonte: Do Autor (2021).

4.1.2.2 Eixo Intermediário

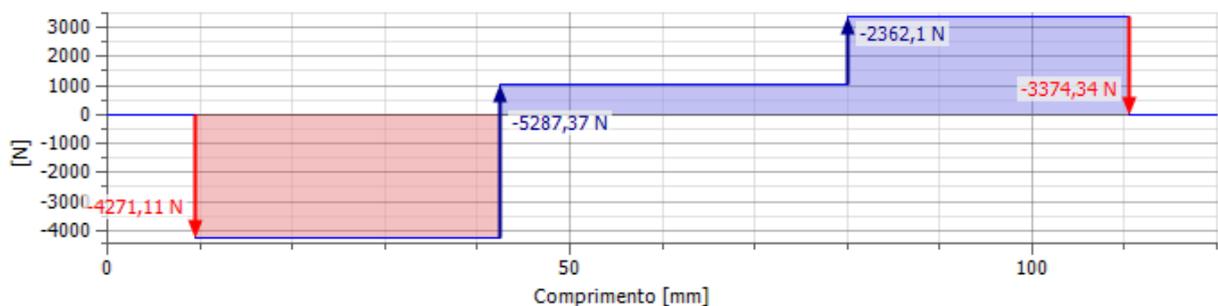
Os esforços atuantes no eixo intermediário são unicamente resultantes do torque e das componentes radial e tangencial das forças transmitidas entre os pares de engrenagens e a Figura 4.7 ilustra o esquema de carregamentos e apoios. Os esforços cortantes e momento fletor são apresentados nas Figuras 4.8-a, 4.8-b e 4.9, respectivamente. Os valores dos diâmetros mínimos são exibidos na Figura 4.10.

Figura 4.7 – Esquema representativo do eixo intermediário com as cargas e suportes.



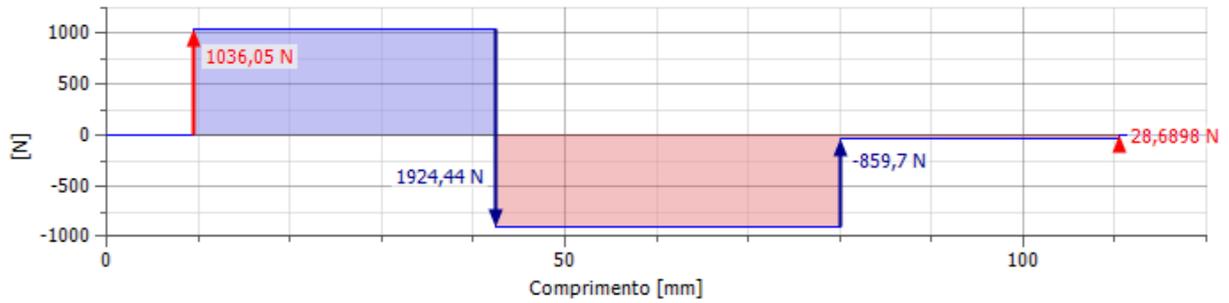
Fonte: Do Autor (2021).

Figura 4.8-a – Diagrama de esforços cortantes no plano YZ (eixo intermediário).



Fonte: Do Autor (2021).

Figura 4.8-b – Diagrama de esforços cortantes no plano XZ (eixo intermediário).



Fonte: Do Autor (2021).

Figura 4.9 – Diagrama de momento fletor (eixo intermediário)



Fonte: Do Autor (2021).

Figura 4.10 – Resultado do dimensionamento do eixo intermediário.



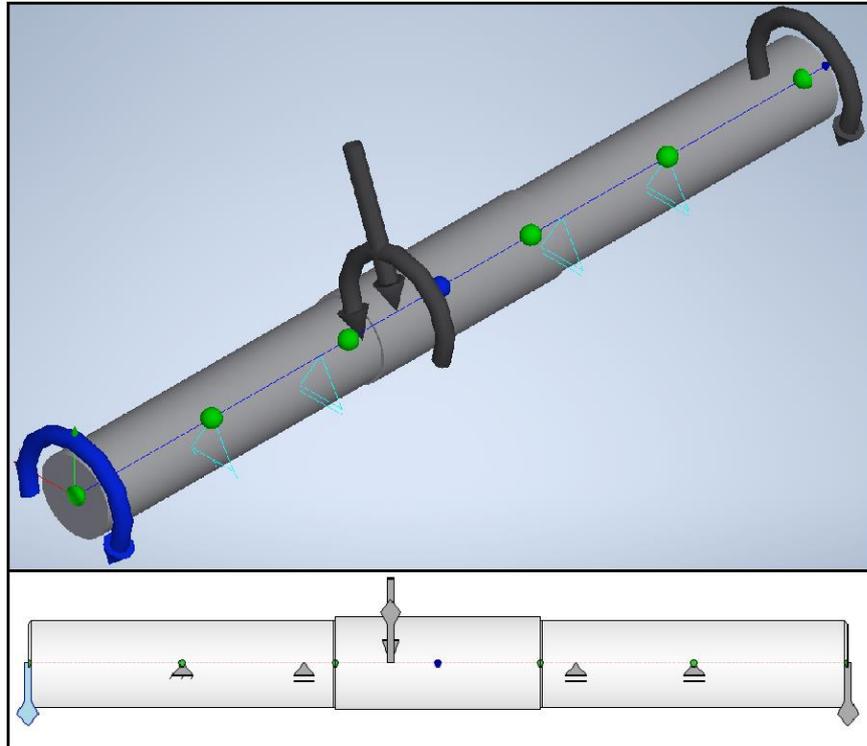
Fonte: Do Autor (2021).

4.1.2.3 Eixo de Saída

Devido à uma restrição de projeto, para fins de acoplamento com os eixos homocinéticos, este componente deverá se estender muito além da carcaça do redutor, implicando em um grande comprimento de eixo. Portanto, para minimizar as deflexões optou-se por adicionar mais 2 mancais, externos à caixa de redução, que serão parafusados na estrutura do chassi do veículo e servirão como suportes extras para o eixo. O esquema das forças aplicadas e dos suportes são exibidos na Figura 4.11, as Figuras 4.12-a e 4.12-b apresentam os

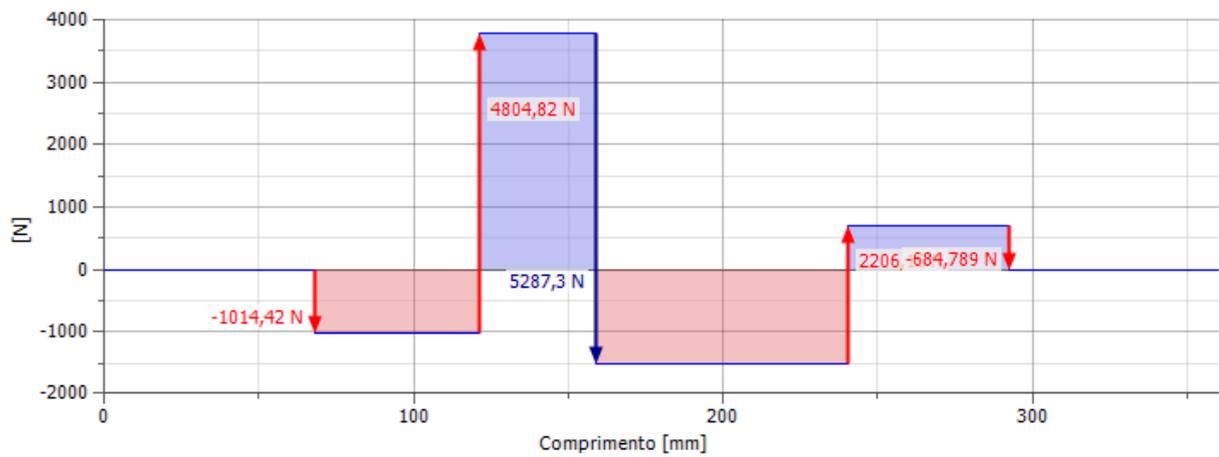
esforços cortantes nos planos YZ e XZ, o diagrama de momento fletor é mostrado na Figura 4.13 e os valores mínimos de diâmetro são apresentados na Figura 4.14.

Figura 4.11 – Esquema representativo do eixo de saída com as cargas atuantes e suportes.



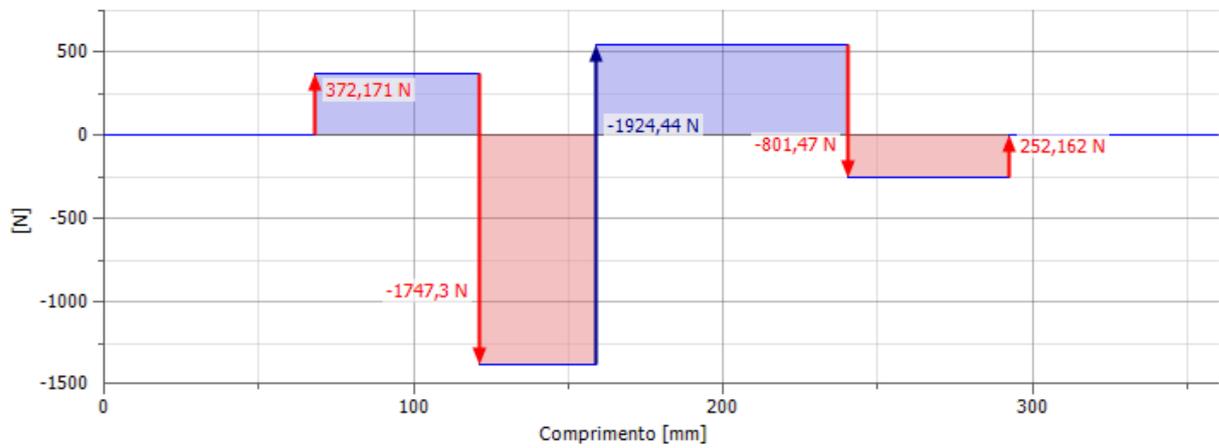
Fonte: Do Autor (2021).

Figura 4.12-a – Diagrama de esforços cortantes plano YZ (eixo de saída).



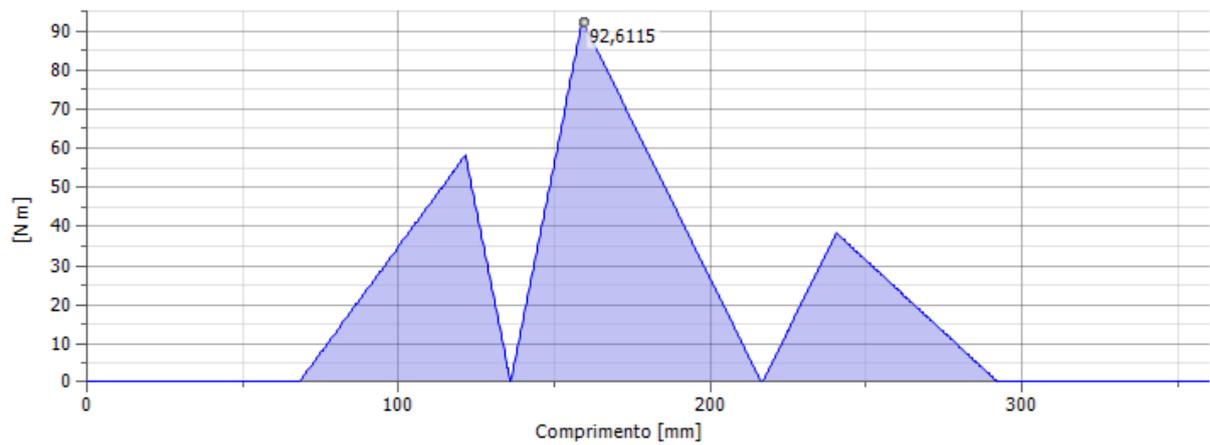
Fonte: Do Autor (2021).

Figura 4.12-b – Diagrama de esforços cortantes plano XZ (eixo de saída).



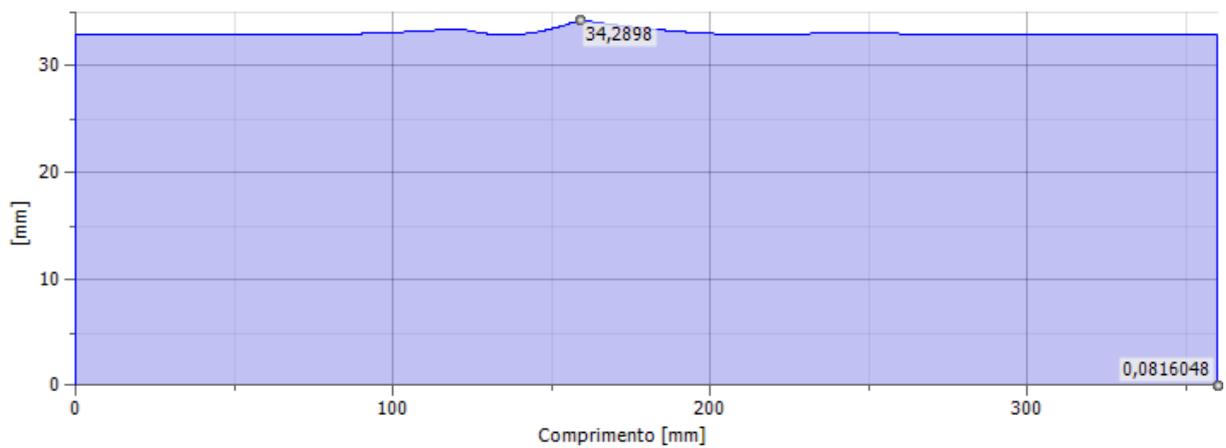
Fonte: Do Autor (2021).

Figura 4.13 – Diagrama de momento fletor (eixo de saída).



Fonte: Do Autor (2021).

Figura 4.14 – Resultado do dimensionamento do eixo de saída



Fonte: Do Autor (2021).

4.1.3 Chavetas

A escolha para o material das chavetas foi o aço 1020. As seções transversais (largura x altura) foram determinadas a partir do diâmetro do eixo em que se encontram através da Tabela 3.3. A Tabela 4.3 apresenta as dimensões resultantes das chavetas bem como os coeficientes de segurança obtidos através da rotina de cálculos implementada no MatLab®.

Tabela 4.3 – Resultado do dimensionamento das chavetas

Engrenagem de referência	Diâmetro do eixo [mm]	Seção transversal – largura x altura [mm]	Comprimento [mm]	Coefficiente de Segurança
Pinhão 1	22	6x6	15	1,5103
Coroa 1	30	8x7	25	1,5730
Pinhão 2	30	8x7	20	1,2584
Coroa 2	35	10x8	35	1,3538

Fonte: Do Autor (2021)

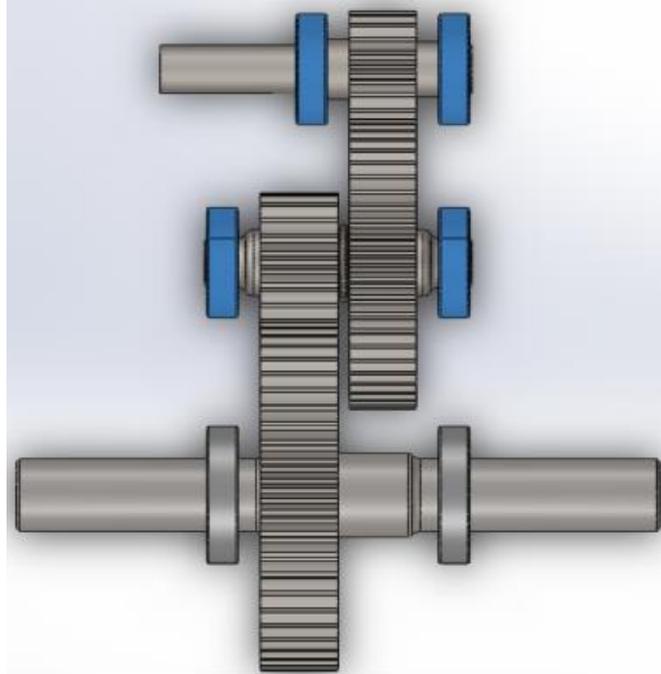
O comprimento das chavetas foi determinado de modo a resultar em um coeficiente de segurança inferior ao coeficiente de segurança das suas respectivas engrenagens, deste modo, caso ocorra alguma sobrecarga no sistema que não tenha sido considerada no dimensionamento, as chavetas servirão como elementos fusíveis, apresentando falha antes das engrenagens e, portanto, protegendo todos os demais componentes do sistema e evitando maiores danos e prejuízos.

4.1.4 Rolamentos e Retentores

Os rolamentos foram selecionados com base nos valores dos esforços cortantes atuantes nas seções em que se encontram e também nos valores normalizados dos diâmetros obtidos para os eixos nos pontos de interesse.

Determinou-se a utilização de rolamentos rígidos de esferas de uma carreira, segundo catálogo da fabricante SKF, são capazes de suportar significativas cargas radiais e axiais, além de exigirem pouca manutenção. A Figura 4.15 apresenta a disposição dos rolamentos no sistema de transmissão.

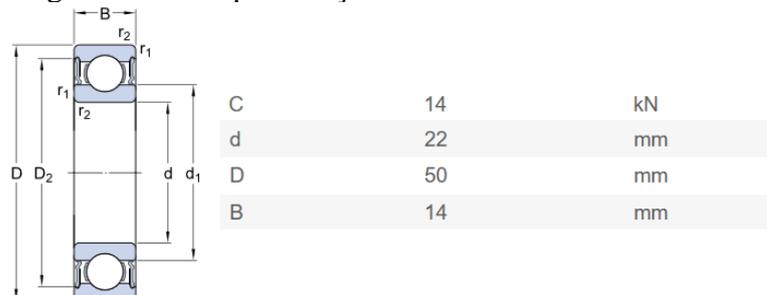
Figura 4.15 – Representação dos posicionamentos dos rolamentos.



Fonte: Do Autor (2021).

Para os assentos do eixo de entrada e intermediário, foi possível utilizar o mesmo rolamento, com a mesma dimensão de furo, de modo a simplificar o projeto da carcaça onde os rolamentos serão acoplados bem como a manutenção do sistema quanto à substituição dos rolamentos. O modelo escolhido foi o 62/22-2RS1 e corresponde àqueles coloridos em azul na Figura 4.15. Suas especificações, retiradas do site do fabricante podem ser conferidas na Figura 4.16, onde d representa diâmetro nominal do furo, D o diâmetro externo, B a largura do rolamento e C , a carga dinâmica básica de classificação.

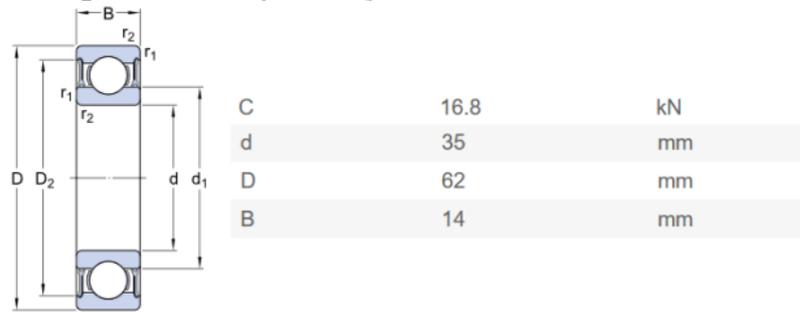
Figura 4.16 – Especificações rolamento SKF 62/22-2RS1



Fonte: Adaptado de: https://www.skf.com/binaries/pub45/Images/0901d19680416a2b-10000_2-PT-BR---Rolling-bearings_tcm_45-121486.pdf, p.324, acesso em 17/09/2021 às 12:38.

Para o eixo de saída, o rolamento encontrado com o diâmetro interno mais próximo do diâmetro calculado para o eixo foi o modelo 6007-2RZ e suas especificações estão dispostas na Figura 4.17.

Figura 4.17 - Especificações rolamento SKF 6007-2RZ



Fonte: Adaptado de: https://www.skf.com/binaries/pub45/Images/0901d19680416a2b-10000_2-PT-BR---Rolling-bearings_tcm_45-121486.pdf, p.326, acesso em 17/09/2021 às 12:38.

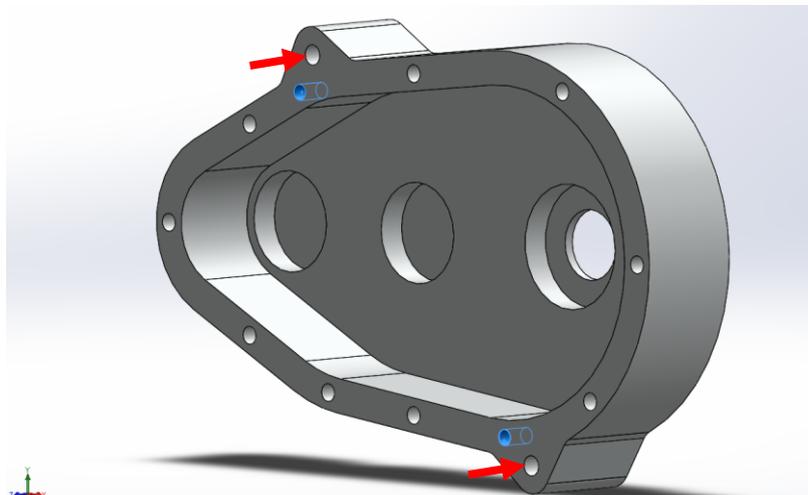
Os retentores, utilizados para prover estanqueidade nas regiões dos eixos de entrada e de saída, foram determinados com base no diâmetro dos eixos e o modelo selecionado foi o “HMS5 V” com construção externa em metal, revestida por borracha.

No eixo de entrada será utilizado um retentor nas medidas 22x32x7 e no eixo de saída serão utilizados 2 retentores nas medidas 35x45x7, onde as dimensões correspondem, nesta ordem, ao diâmetro interno, diâmetro externo e espessura em milímetros.

4.1.5 Carcaça

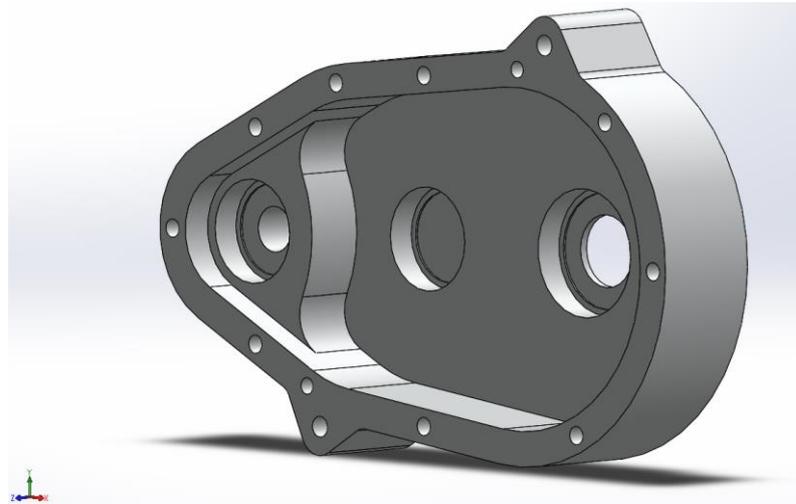
Para viabilizar a montagem dos componentes internos, a estrutura foi seccionada verticalmente ao meio, resultando em duas peças que serão unidas por parafusos em suas bordas e também dois pinos guia para garantir o perfeito alinhamento da carcaça e, conseqüentemente, dos eixos e engrenagens. A partir da definição dos rolamentos e com as dimensões do esboço inicial dos perfis interno e externo, o componente detalhado foi elaborado no ambiente CAD e as geometrias finais obtidas antes da otimização apresentadas nas Figuras 4.18 e 4.19.

Figura 4.18 – Modelo 3D final da seção direita da carcaça.



Fonte: Do Autor (2021).

Figura 4.19 – Modelo 3D final da seção esquerda da carcaça.



Fonte: Do Autor (2021).

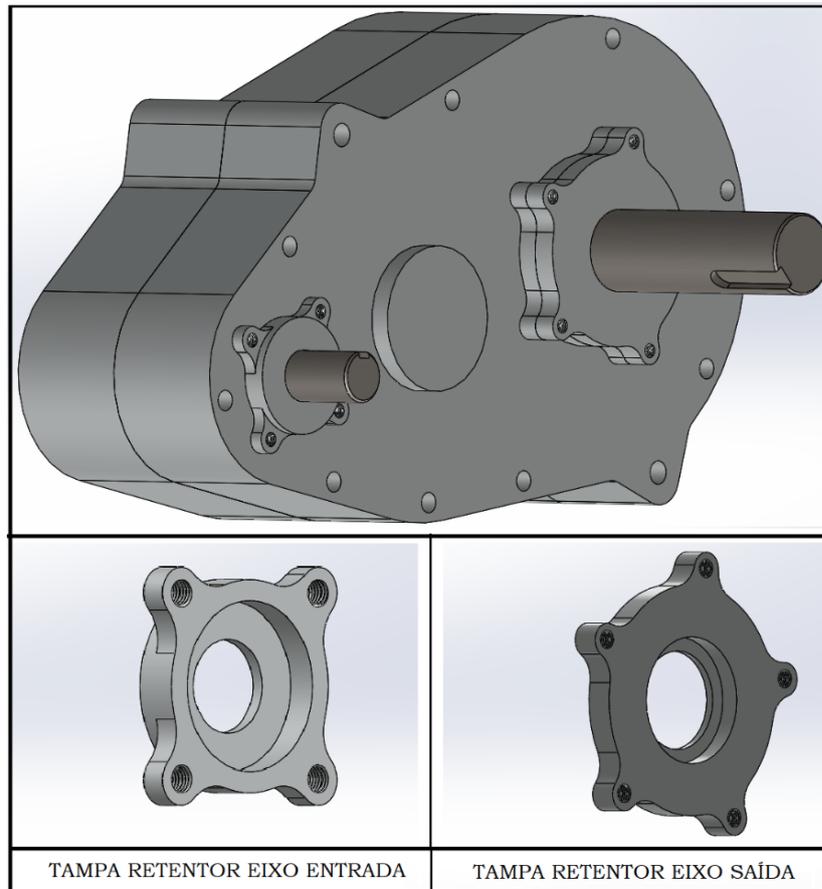
Na Figura 4.18, os furos em azul representam as guias dos pinos, enquanto os furos indicados pelas setas vermelhas correspondem aos pontos de ancoragem da caixa de redução no chassi do veículo.

Para possibilitar a adição e remoção do fluido lubrificante, foi adicionado um canal na parede da carcaça, vedado com um plug de rosca tipo BSP conforme a norma DIN 2999 afim de garantir total estanqueidade.

Ainda, visando facilitar o processo de manutenção e substituição dos retentores, optou-se por posicioná-los na parte externa da carcaça, alojados em uma tampa parafusada. Desta forma, para acessar os retentores, não será necessário realizar a desmontagem da carcaça e dos componentes internos, apenas bastando remover as tampas laterais que servirão de alojamento para os anéis de vedação.

A Figura 4.19 apresenta as tampas montadas na carcaça e também a sua parte interna onde serão instalados os retentores.

Figura 4.19 – Tampas para alojamento dos anéis retentores.



Fonte: Do Autor (2021).

4.2 Sistema Estrutural Otimizado

Dentre todas as combinações analisadas, a solução da otimização paramétrica das duas metades da carcaça culminou em três melhores configurações que atenderam aos objetivos de redução de massa e as restrições quanto ao nível máximo de tensão atuante, estabelecidos em um valor equivalente a 50% do limite de elasticidade do material. Nas Tabelas 4.4 e 4.5 são apresentadas as soluções candidatas obtidas.

As variáveis P1 (coluna D) e P2 (coluna C) correspondem, nesta ordem, aos parâmetros de interesse “espessura parede alojamento” e “profundidade remoção material”, cujos valores ótimos resultaram em 7mm e 8mm, respectivamente. Pode-se observar que, dentre as três soluções candidatas, esta combinação foi a que apresentou o menor valor de tensão máxima para ambas as seções da carcaça.

Tabela 4.4 – Possíveis soluções obtidas (lado esquerdo)

Table of Schematic C4: Optimization , Candidate Points										
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Reference	Name	P2 - P...	P1 - P...	P9 - GB CASING ESQUERDA Mass (kg)		P10 - Equivalent Stress Maximum (Pa)		P11 - Equivalent Elastic Strain Maximum (m m ⁻¹)	P12 - Safety Factor Minimum
2					Parameter Value	Variation from Reference	Parameter Value	Variation from Reference		
3	<input type="radio"/>	Candidate Point 1	8	5	★★★ 2,9444	-0,65%	★★★ 7,2281E+07	16,89%	0,0010134	6,5723
4	<input type="radio"/>	Candidate Point 2	8	6	★★★ 2,9538	-0,33%	★★★ 6,5854E+07	6,50%	0,00091564	7,4587
5	<input checked="" type="radio"/>	Candidate Point 3	8	7	★★★ 2,9635	0,00%	★★★ 6,1837E+07	0,00%	0,00085067	7,8433

Fonte: Do Autor (2021).

Tabela 4.5 – Possíveis soluções obtidas (lado direito).

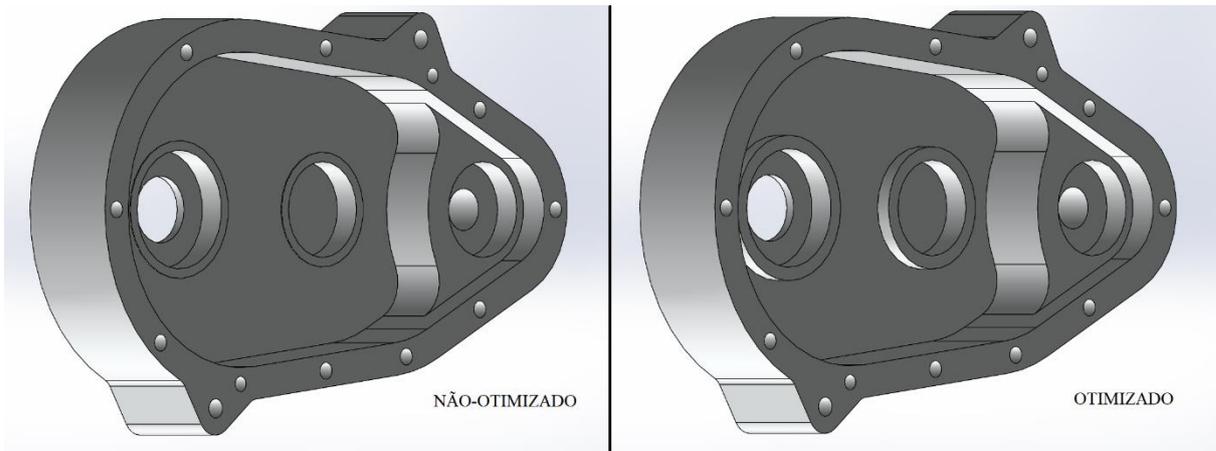
Table of Schematic C4: Optimization , Candidate Points										
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Reference	Name	P2 - P...	P1 - P...	P3 - GB CASING DIREITA Mass (kg)		P4 - Equivalent Stress Maximum (Pa)		P5 - Equivalent Elastic Strain Maximum (m m ⁻¹)	P6 - Safety Factor Minimum
2					Parameter Value	Variation from Reference	Parameter Value	Variation from Reference		
3	<input type="radio"/>	Candidate Point 1	8	5	★★★ 2,632	-0,72%	★★★ 6,0219E+07	10,03%	0,00084108	8,0927
4	<input type="radio"/>	Candidate Point 2	8	6	★★★ 2,6415	-0,37%	★★★ 5,761E+07	5,27%	0,0008023	8,1632
5	<input checked="" type="radio"/>	Candidate Point 3	8	7	★★★ 2,6512	0,00%	★★★ 5,4728E+07	0,00%	0,00075692	8,7313

Fonte: Do Autor (2021).

Para o lado esquerdo, a solução 3 obteve o valor de tensão máxima 16,89% e 6,50% inferiores às demais soluções candidatas, enquanto sua massa teve um acréscimo máximo de apenas 0,65% em relação às demais. Já na outra metade, a solução 3 apresentou o valor de tensão máxima 10,03% menor em relação à solução 1 e 5,27% menor em relação à solução 2, enquanto a massa resultante da solução 3 foi apenas 0,72% maior na pior comparação entre as demais.

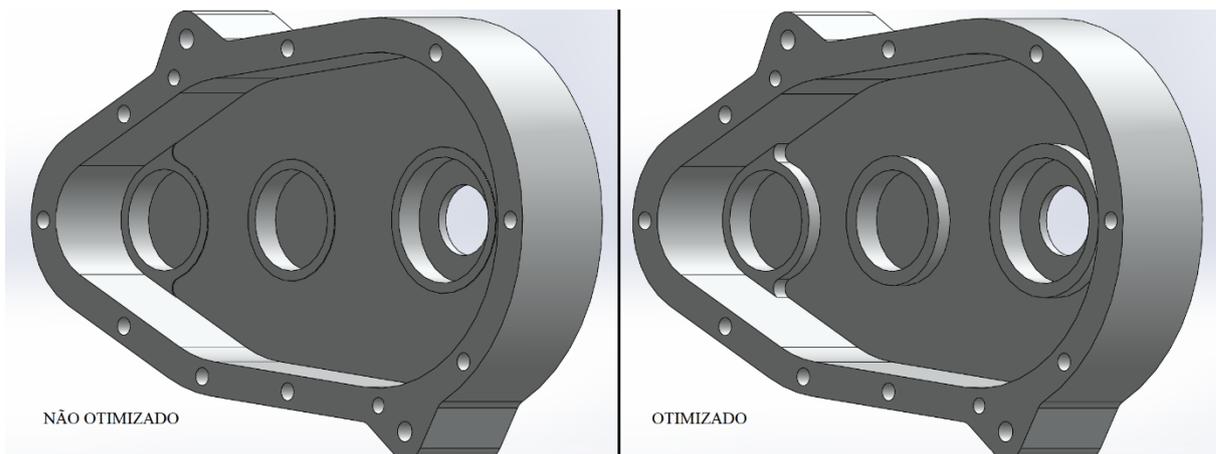
Diante do exposto, concluiu-se que, para ambas as metades da carcaça, as soluções número 3 são as que apresentaram a melhor combinação dos valores ótimos dos parâmetros de interesse, com coeficientes de segurança completamente satisfatórios de 8,73 para a metade do lado direito e 7,84 para o lado esquerdo. As geometrias finais otimizadas das seções esquerda e direita podem ser observadas nas Figura 4.20 e 4.21, respectivamente.

Figura 4.20 – Seção esquerda da carcaça antes e depois da otimização.



Fonte: Do Autor (2021).

Figura 4.21 – Seção direita da carcaça antes e depois da otimização.



Fonte: Do Autor (2021)

Por fim, a Tabela 4.6 sumariza os resultados da redução de massa, bem como os valores de tensão máximos e coeficientes de segurança dos modelos antes e depois da otimização.

Tabela 4.6 – Resultados da otimização paramétrica.

	SEÇÃO ESQUERDA			SEÇÃO DIREITA		
	Massa [kg]	Tensão Máx. [Pa]	Coefficiente de Segurança	Massa [kg]	Tensão Máx. [Pa]	Coefficiente de Segurança
Não Otimizada (NO)	3,5006	1,43E+07	33,57	3,2218	1,64E+07	29,33
Otimizada (O)	2,9635	6,18E+07	7,84	2,6512	5,47E+07	8,73
O/NO (%)	84,66	432,47	23,36	82,29	334,36	29,77

Fonte: Do Autor (2021).

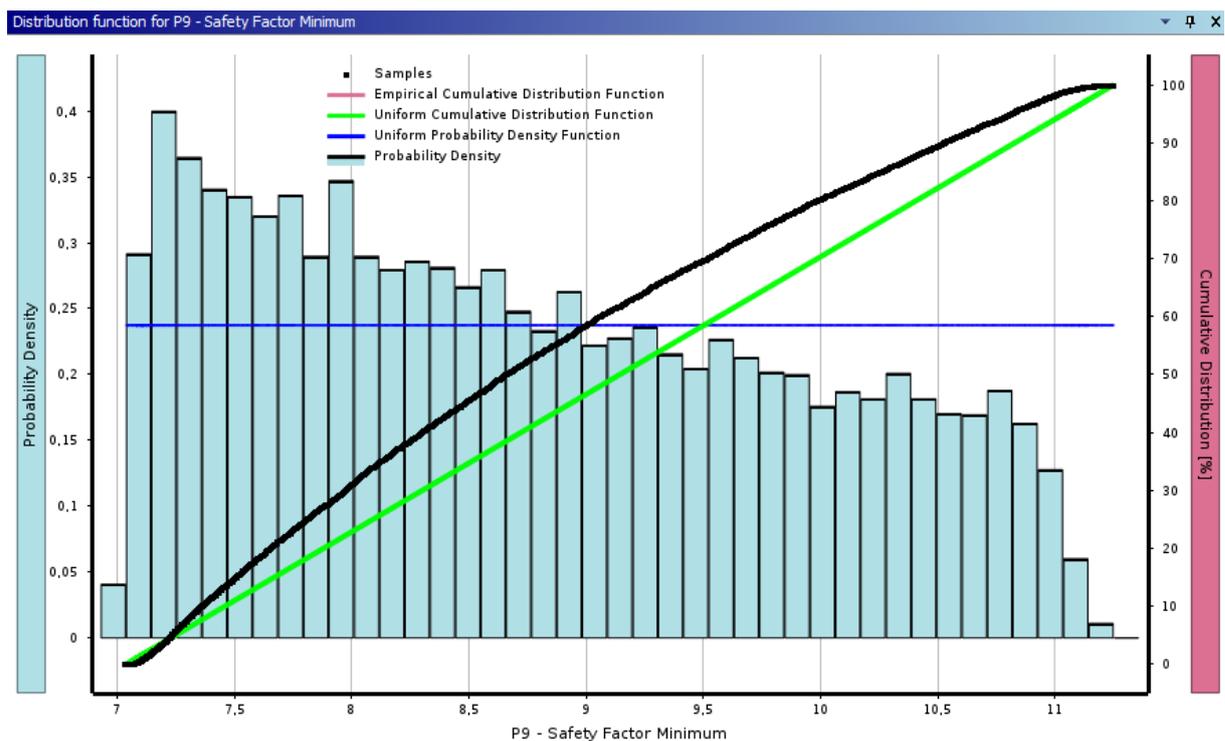
Individualmente, obteve-se uma redução de massa de 15.34% na seção esquerda e de 17.71% na seção direita da carcaça, totalizando uma redução geral de 16.52% no conjunto,

equivalente a 1.10 Kg. Apesar do aumento nos níveis de tensão máximos, o conjunto ainda apresentou um coeficiente de segurança mínimo de 7.84, considerado satisfatório devido à severidade da aplicação do veículo em terrenos “*off-road*”, onde há a possibilidade de colisões com os obstáculos da pista e com os demais veículos durante a prova de enduro, podendo resultar em esforços aleatórios e não previstos nas simulações estruturais.

4.3 Efeito das incertezas

Com a incorporação das incertezas de distribuição uniforme associadas aos carregamentos, obteve-se os novos valores de coeficientes de segurança para ambas as seções da carcaça, a Figura 4.22 apresenta o histograma de dispersão probabilística resultante para a seção do lado direito.

Figura 4.22 – Função distribuição de probabilidade do coeficiente de segurança da seção direita.

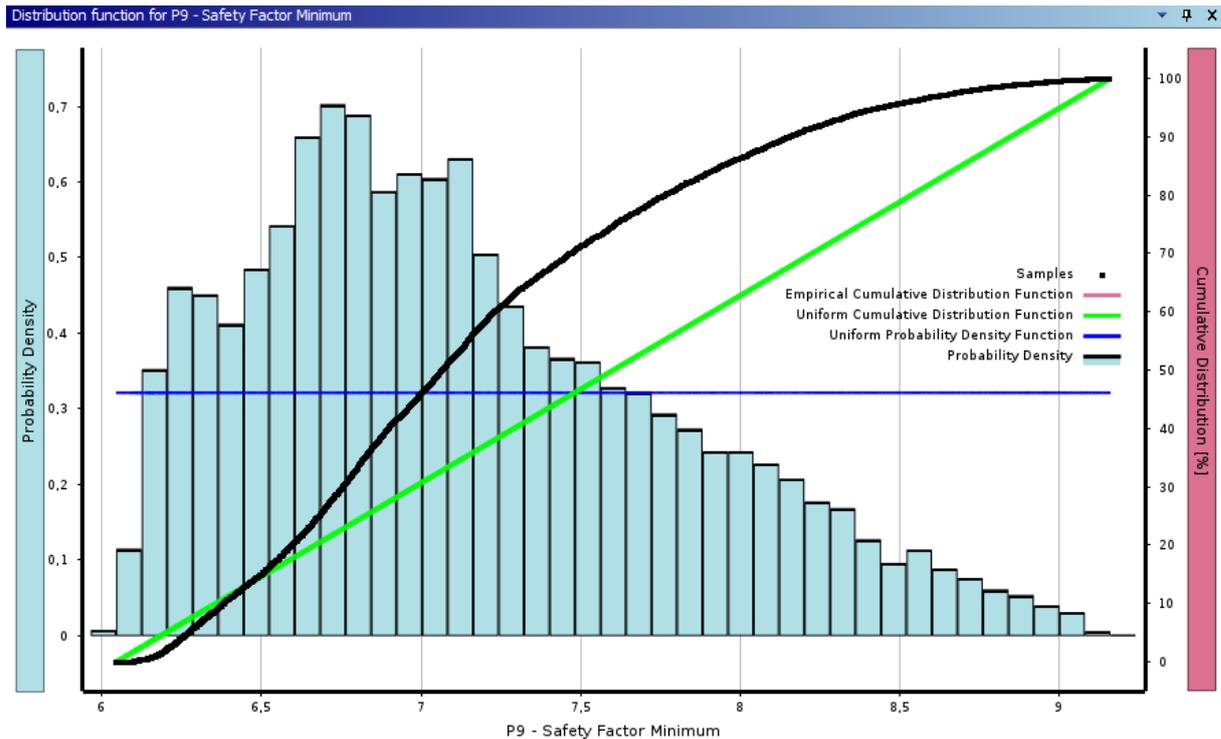


Fonte: Do Autor (2021).

Comparativamente com a abordagem determinística, houve uma redução do nível de segurança de 8.73 para 6.99, ou seja, no modelo probabilístico que leva em conta as incertezas dos carregamentos, o coeficiente de segurança resultante foi 19.93% menor. Contudo, o componente se manteve em níveis completamente aceitáveis de margem de segurança para o pior cenário possível dos carregamentos previstos no projeto.

Para a seção esquerda, os resultados são apresentados na Figura 4.23, onde houve uma redução de 23.5% do nível de segurança, de 7.84 no modelo determinístico para 5.99 no modelo probabilístico considerando os efeitos das incertezas para o pior carregamento possível, o que também se mostrou completamente satisfatório.

Figura 4.23 – Função distribuição de probabilidade do coeficiente de segurança da seção esquerda.



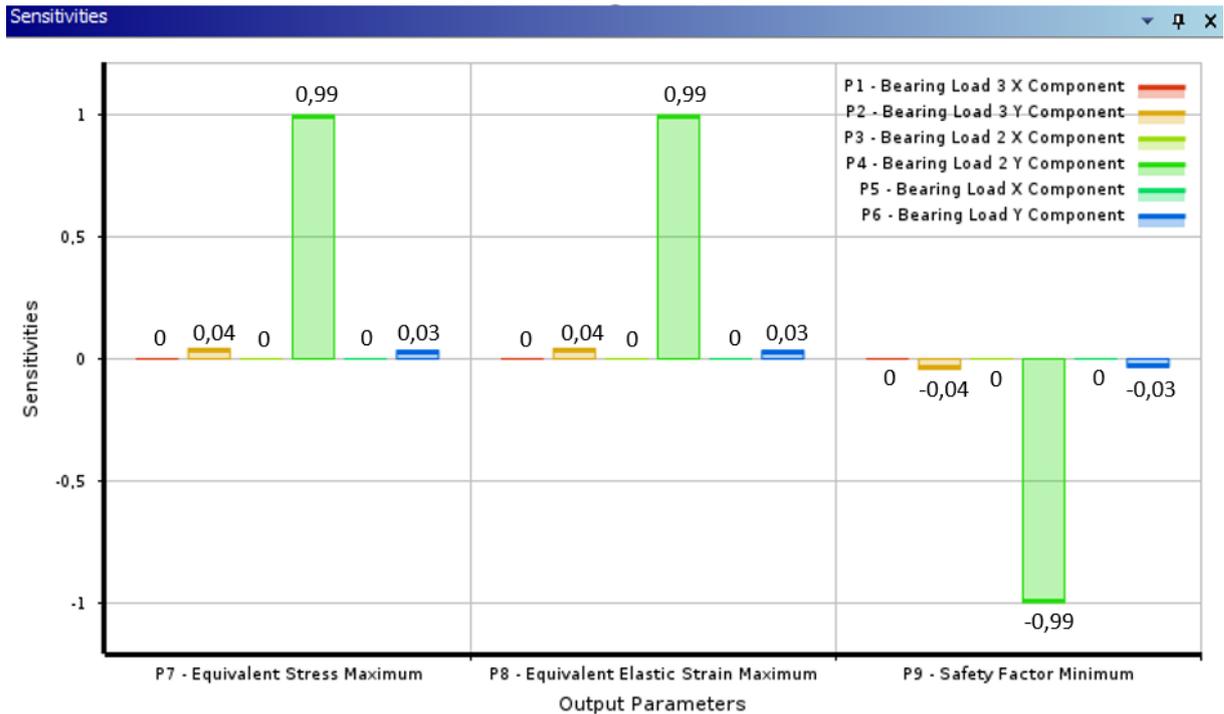
Fonte: Do Autor (2021).

A Figura 4.24 apresenta o gráfico com os valores de sensibilidade dos parâmetros de saída ‘tensão máxima de Von Mises’, ‘deformação máxima’ e ‘coeficiente de segurança’ em função dos carregamentos.

Os limites do nível de sensibilidade são contidos no intervalo -1 a 1, onde -1 e 1 correspondem às sensibilidades máximas. O sinal negativo se traduz em uma correlação inversamente proporcional entre as variáveis e um valor igual a 0 indica que não há influência da variação do parâmetro de entrada nos valores das saídas.

É notável uma grande influência da componente Y da força atuante no alojamento do eixo intermediário (P2 – Bearing load 2 Y Component), diretamente proporcional à tensão e deformação máximas e inversamente proporcional ao coeficiente de segurança, enquanto as demais forças possuem influência praticamente nula nos parâmetros de saída.

Figura 4.24 - Sensibilidades dos parâmetros de projeto da carcaça.



Fonte: Do Autor (2021).

O valor de sensibilidade de 0,99 obtido para a componente Y da força aplicada no alojamento do eixo intermediário pode ser interpretado fisicamente como um ponto crítico do projeto da carcaça, cujas variações na magnitude do esforço atuante afetam diretamente o nível de tensão e conseqüentemente o coeficiente de segurança. Contudo, como apresentado anteriormente, o valor mínimo do coeficiente de segurança obtido foi de 5.9, deste modo, pode-se concluir que há uma grande margem para uma possível sobrecarga sem que esta chegue próximo de levar o componente à falha. Caso o valor do coeficiente de segurança fosse muito baixo, seria necessário reavaliar o projeto de modo a reforçar a região em questão, o que não é o caso.

5 CONCLUSÕES

Este projeto de graduação apresentou o projeto completo de uma caixa de redução de velocidades por engrenagens cilíndricas retas, afim de substituir o sistema antigo de redução por correntes e coroas do protótipo Baja SAE da equipe Buffalo Baja por um sistema mais robusto que atendesse as demandas do veículo.

Devido ao menor espaço ocupado pela caixa de redução aqui desenvolvida, será possível reduzir a altura de fixação do motor, que possui elevada massa se comparado com os demais componentes do veículo, resultando na diminuição da altura de seu centro de massa, o que proporcionará maior estabilidade e melhor desempenho dinâmico do protótipo nas diversas provas durante a competição.

O novo conjunto possui todos os seus componentes críticos isolados do ambiente pela carcaça de blindagem, sendo assim, foi eliminada a possibilidade de que detritos da pista adentrem no sistema e causem danos possivelmente catastróficos. Ademais, ressalta-se o aumento da vida útil do conjunto devido à melhor lubrificação dos componentes que estarão vedados e livres de contaminantes que podem ocasionar desgaste precoce das peças devido ao atrito.

A carcaça otimizada apresentou níveis de resistência satisfatórios com coeficiente de segurança de 5.9, mesmo considerando o efeito de incertezas nos esforços atuantes, resultando em um projeto mais eficiente e robusto. Quanto à manutenção do sistema, foi desenvolvido um design que permite facilmente a reposição dos retentores através das tampas externas, que possibilitam a substituição sem que seja necessário desmontar todo o conjunto, tornando o processo mais rápido e sem demandar a utilização de ferramental especializado.

Com base nos objetivos do trabalho e levando em consideração as restrições impostas pela equipe, obteve-se um sistema de transmissão robusto e compacto, que atende de maneira satisfatória aos requisitos de resistência, sendo uma excelente alternativa para o veículo da equipe.

6 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Este projeto possibilita uma série de estudos futuros visando a melhoria e otimização do conjunto de transmissão, dos quais destacam-se:

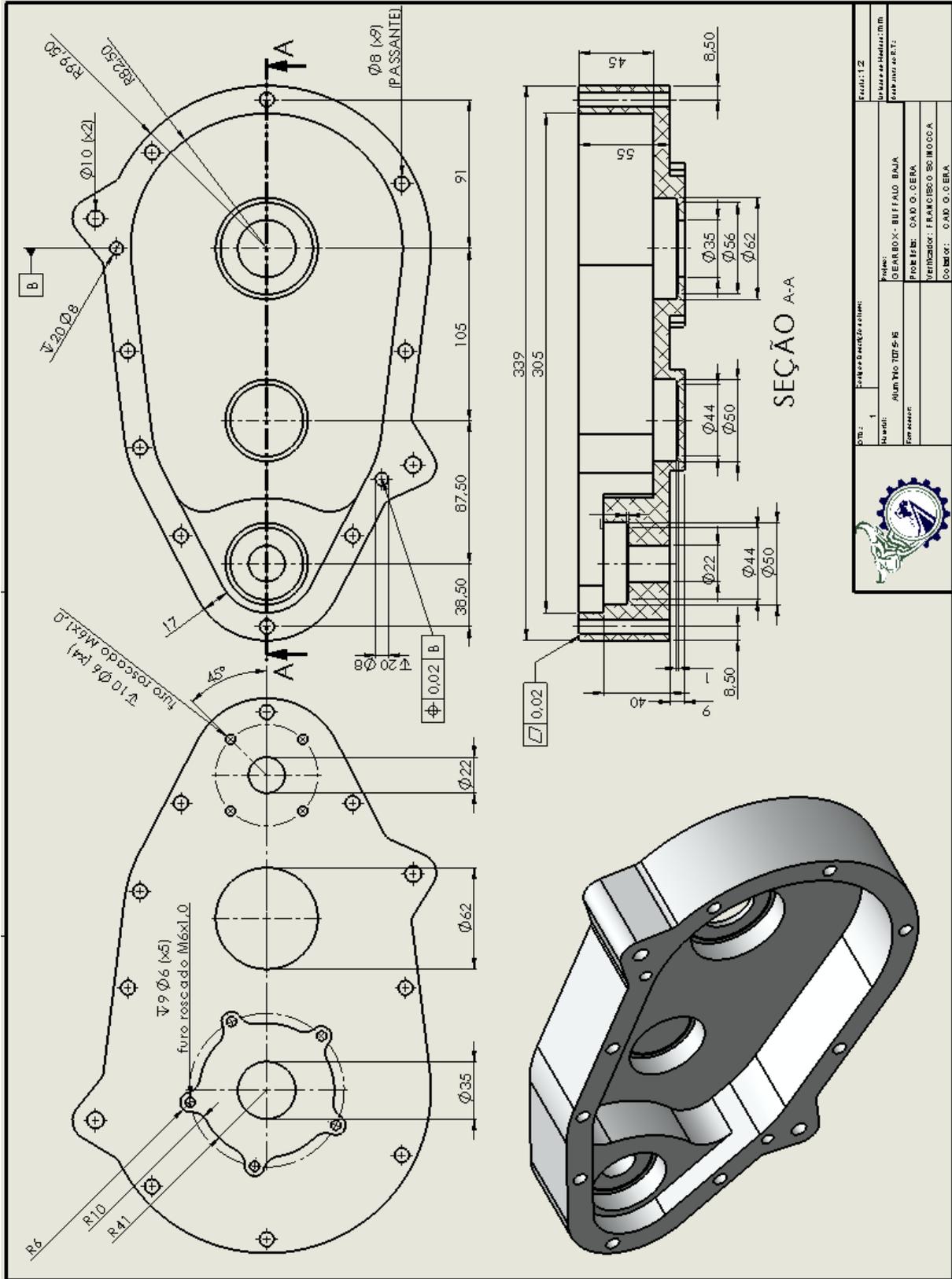
- Otimização topológica da carcaça, visando uma redução de massa mais significativa com ênfase nas regiões mais críticas afim de obter um conjunto mais leve sem comprometer a confiabilidade do sistema;
- Implementação de eixos vazados com seções tubulares de momento de inércia equivalente aos eixos maciços aqui desenvolvidos;
- Otimização da geometria das engrenagens a partir da introdução de alívios de massa no corpo da engrenagem, reduzindo ainda mais a massa do conjunto e das inércias girantes.

REFERÊNCIAS

- [1] - ARORA, J. S. (ED.). **Optimization of structural and mechanical systems**. Singapore; Hackensack, NJ: World Scientific, 2007.
- [2] - CASER, I. N.; SERAPHIM, S. K. C. **Projeto de caixa de redução de velocidade por correia sincronizadora para veículo baja SAE®**. p. 60, 2014.
- [3] - CHILDS, P. R. N. **Mechanical design engineering handbook**. Amsterdam: Butterworth-Heinemann, 2014.
- [4] - FISCHER, R. et al. **The automotive transmission book**. Cham: Springer International Publishing, 2015.
- [5] - GILLESPIE, T. D. **Fundamentals of vehicle dynamics**. Warrendale, PA: Society of Automotive Engineers, 1992.
- [6] - LIANG, M. et al. **Topology optimization of transmission gearbox under multiple working loads**. Advances in Mechanical Engineering, v. 10, n. 11, p. 168781401881345, nov. 2018.
- [7] - LOGAN, D. L. **A first course in the finite element method**. 4th ed ed. United States: Thomson, 2007.
- [8] - NAUNHEIMER, H. et al. **Automotive transmissions**. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2011.
- [9] - NORTON, R. L. **Projeto de máquinas - uma abordagem integrada**. 4ª Edição ed. Porto Alegre: Bookman, 2013. 1028 p.
- [10] - NSK, **Catálogo geral de rolamentos**, 2013.
- [11] - RAO, S. S. **Engineering optimization: theory and practice**. 4th ed ed. Hoboken, N.J: John Wiley & Sons, 2009.
- [12] - SHIGLEY, J. E.; BUDYNAS, R. G.; NISBETT, J. K. **Elementos de máquinas de Shigley - projeto de engenharia mecânica**. 8ª Edição ed. São Paulo, Brasil: AMGH Editora Ltda, 2011.
- [13] - SILVA, E. C. N. **Técnicas de otimização aplicadas no projeto de peças mecânicas**. p. 23, 2009.
- [14] - SRIVASTAVA, N.; HAQUE, I. **A review on belt and chain continuously variable transmissions (CVT): dynamics and control**. Mechanism and Machine Theory, v. 44, n. 1, p. 19–41, jan. 2009.
- [15] - TSOMPANAKIS, Y.; LAGAROS, N. D.; PAPADRAKAKIS, M. (EDS.). **Structural design optimization considering uncertainties**. London; New York: Taylor & Francis, 2008.
- [16] - TYFLOPOULOS, E.; STEINERT, M. **Topology and parametric optimization-based design processes for lightweight structures**. Applied Sciences, v. 10, n. 13, p. 4496, 29 jun. 2020.

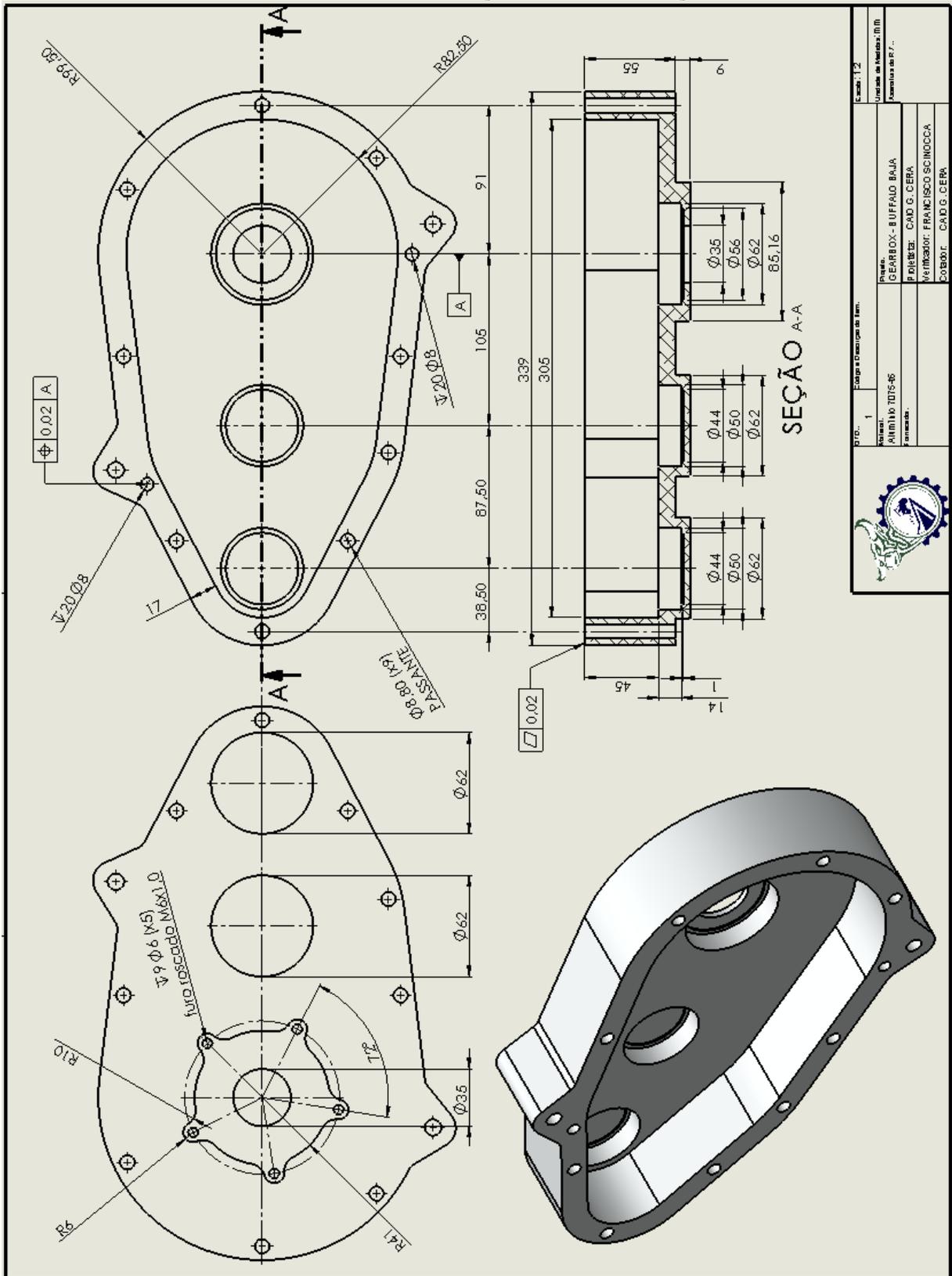
APÊNDICE A – Detalhamento dos componentes da caixa de redução

Desenho técnico da seção esquerda da carcaça



Fonte: Do Autor (2021).

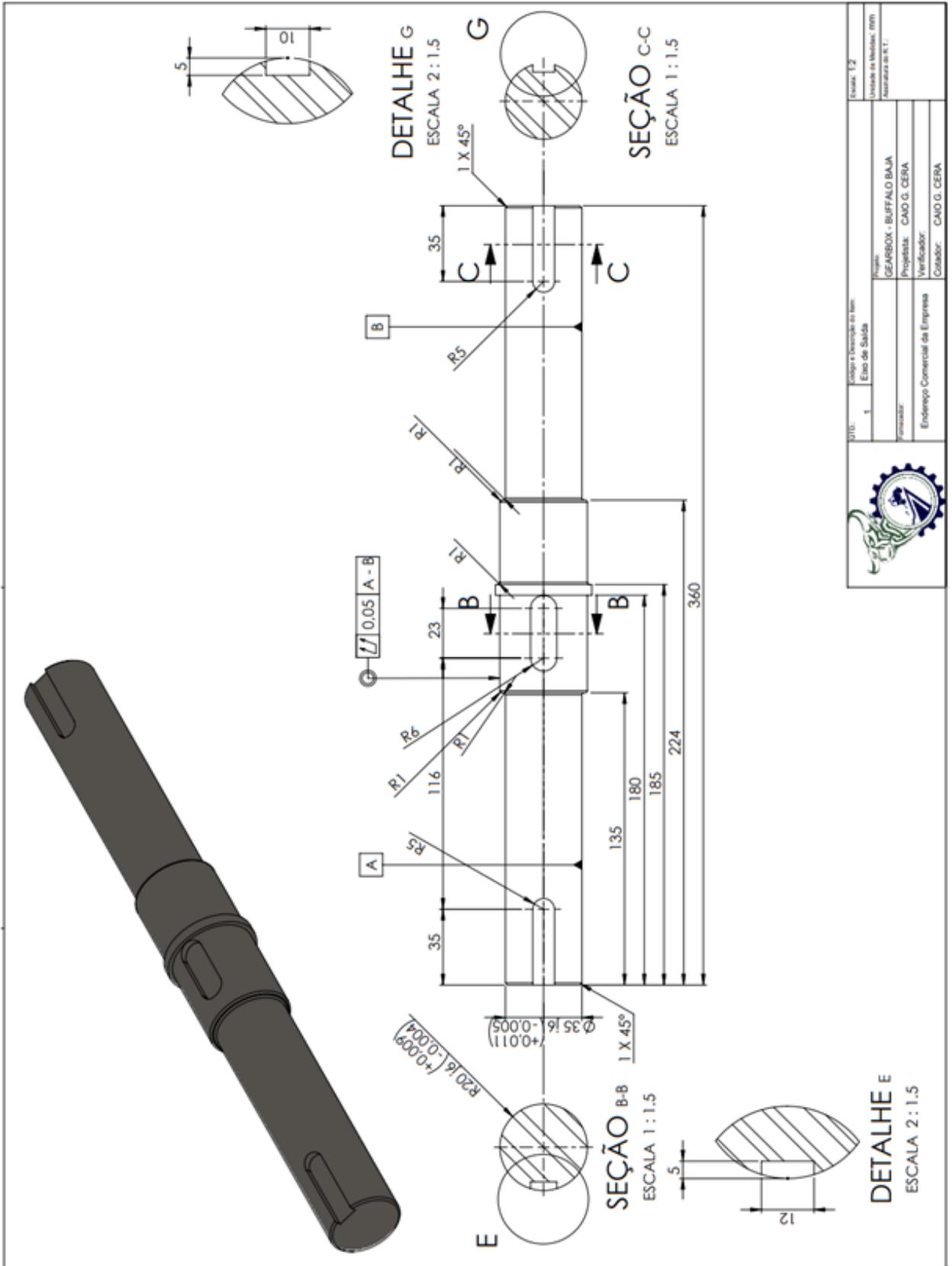
Desenho técnico da seção direita da carcaça



Escala: 1:2	
Unidade de Medida: (mm)	
Autor: ...	
Projeto: GEARBOX - BUFFALO BAIXA	
Desenho: CAD G. CERA	
Verificador: FRANCISCO SCIROCCA	
Código: CAD G. CERA	

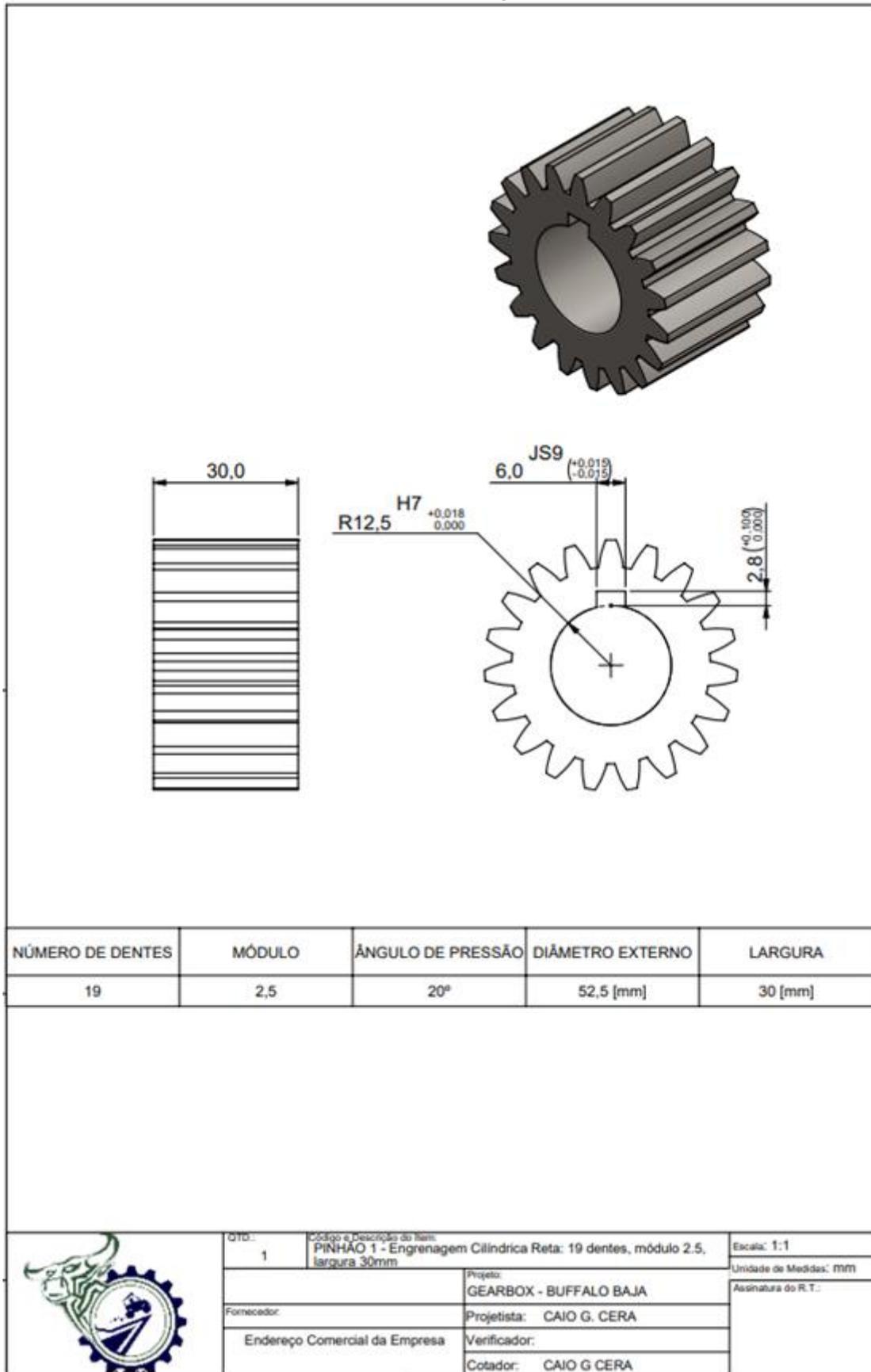
Fonte: Do Autor (2021).

Desenho técnico do eixo de saída



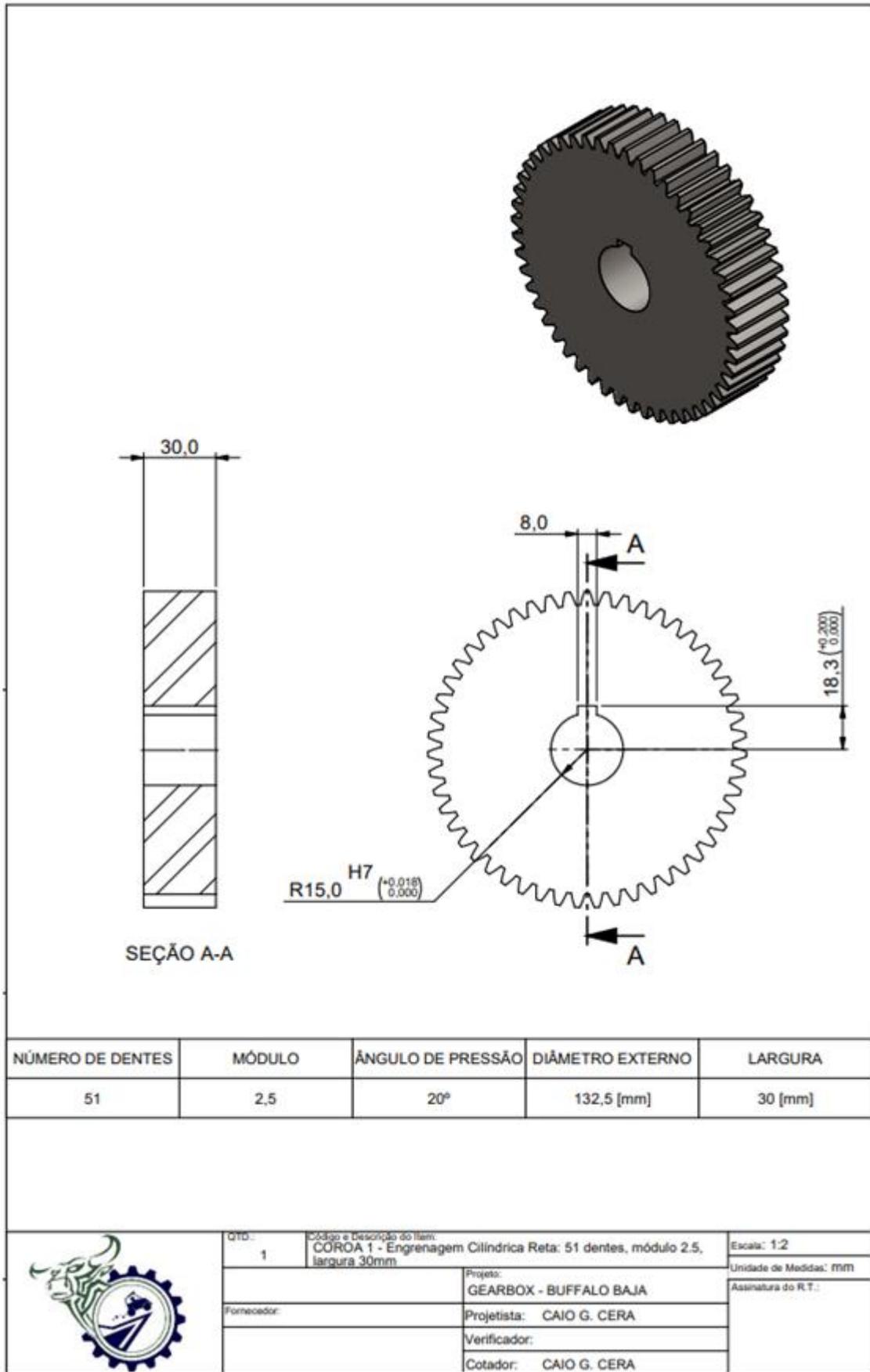
010 - Projeto e Desenho em 2D		Escala: 1:2	
Colégio de São João		Unidade de Ensino: 000	
Eixo de Saída		Assinatura do R.T.:	
Projeto: GEARBOX - BUFFALO BAIA			
Formador: CAIO G. CERA			
Verificador: CAIO G. CERA			
Endereço Comercial da Empresa			
Colaborador: CAIO G. CERA			

Desenho técnico do pinhão 1



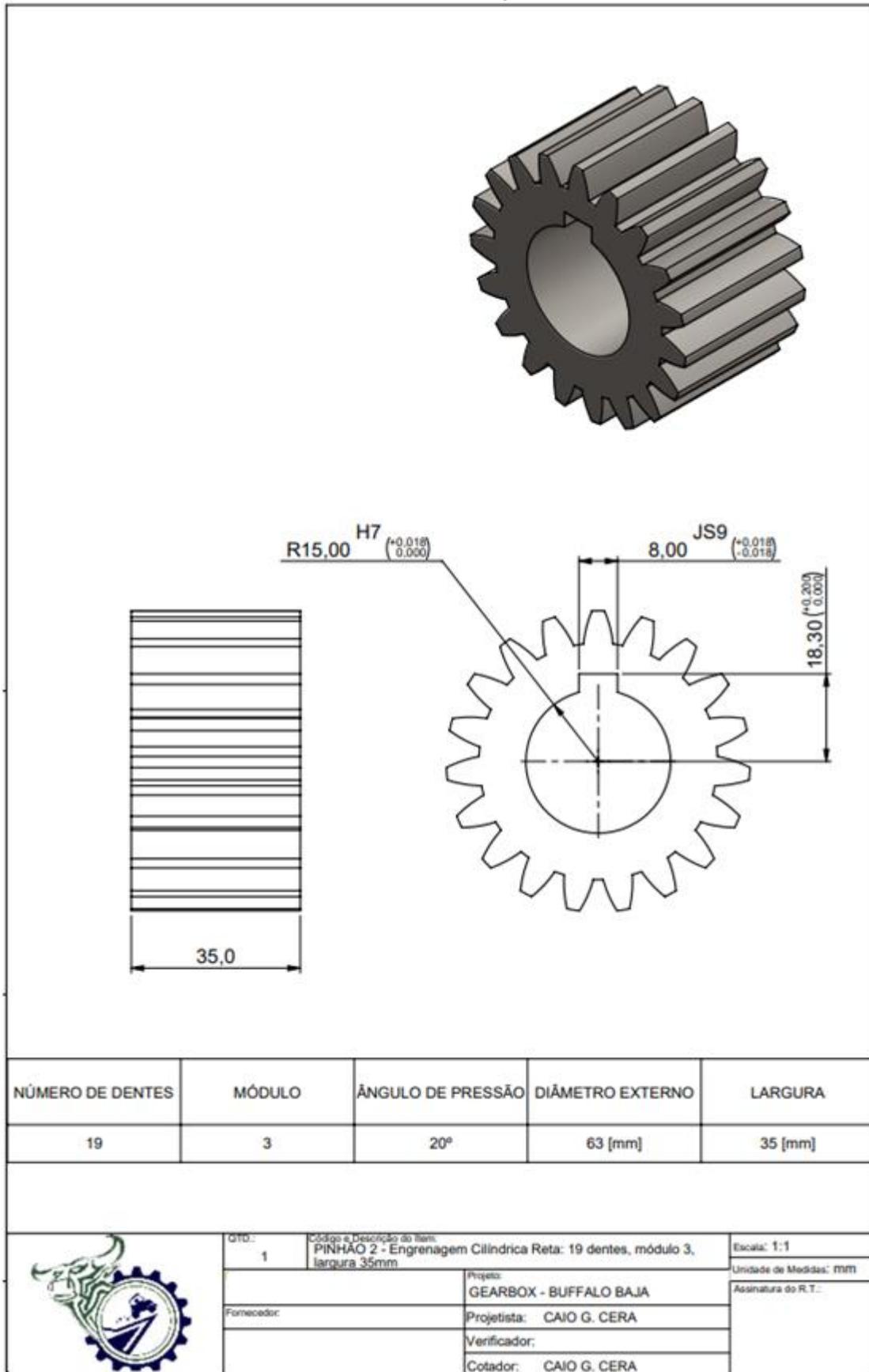
Fonte: Do Autor (2021).

Desenho técnico da coroa 1



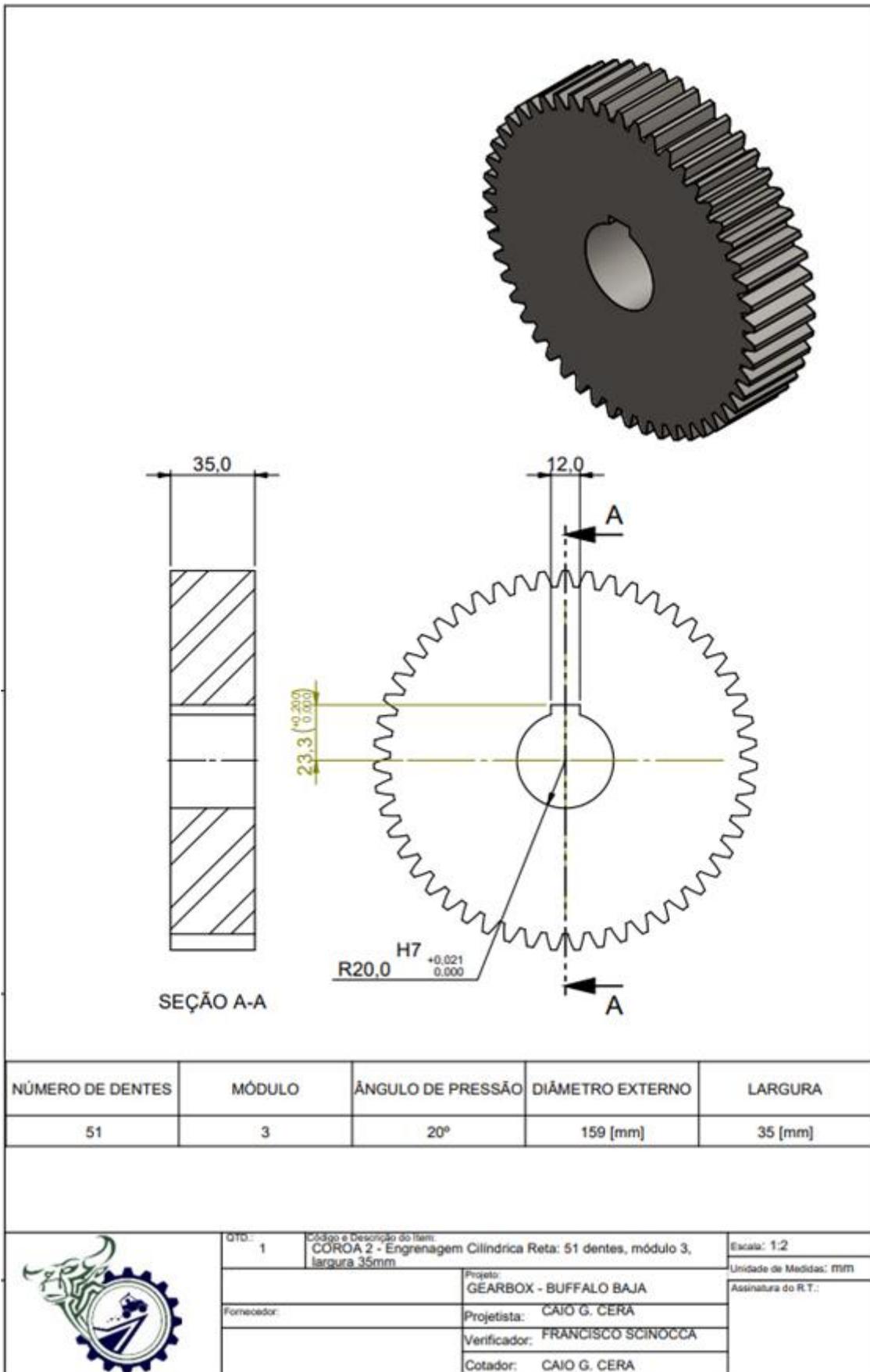
Fonte: Do Autor (2021).

Desenho técnico do pinhão 2



Fonte: Do Autor (2021).

Desenho técnico da coroa 2



Fonte: Do Autor (2021).

APÊNDICE B – Rotina de cálculo para dimensionamento das engrenagens

```

%% PRG332 - Trabalho de Conclusão de Curso (TCC)
% Lavras - 2021
%% ROTINA COMPUTACIONAL PARA DIMENSIONAMENTO DAS ENGRENAGENS UMA CAIXA DE
REDUÇÃO PARA O 2º PROTÓTIPO MINI BAJA DA EQUIPE BUFFALO BAJA

% AUTOR: Caio de Godoy Cera | Graduando em Engenharia Mecânica pela
Universidade Federal de Lavras - UFLA
% OBJETIVO: Através da modelagem de todas as equações de dimensionamento de
engrenagens pelo método da AGMA, este programa objetiva o projeto de uma
caixa de redução a ser
%implementada no protótipo desenvolvido pela equipe Buffalo BAJA - UFLA, um
veículo 'off road' categoria mini-baja.

clear all; close all; clc;
%% LEGENDA DE VARIÁVEIS
%N_g: num. de dentes da coroa
%N_p: num. de dentes do pinhao
%P_d: passo diametral
%phi: ângulo de pressão
%P_c: passo circular de referência
%P_b: passo de base medido na circunferência de base
%d_p: diâmetro primitivo ou diâmetro de referência do pinhão
%d_g: diâmetro primitivo ou diâmetro de referência da coroa
%r_p: raio primitivo ou raio de referência do pinhão
%r_g: raio primitivo ou raio de referência da coroa
%C: distância entre centros
%a,b: adendo e dedendo
%h_t: profundidade total
%c: folga
%d_op: diâmetro externo do pinhão
%d_og: diâmetro externo da coroa
%m_p: razão de contato
%z: comprimento de ação
%sigma_b: tensão de flexão no pé do dente

%% Definição dos parâmetros de engrenamento
syms N_g1 N_g2 N_p1 N_p2 P_d1 P_d2 phi P_c1 P_c2 P_b1 P_b2 d_p1 d_p2 d_g1
d_g2 r_p1 r_p2 r_g1 r_g2 C_1 C_2 a_1 a_2 b_1 b_2 h_t1 h_t2 c_1 c_2 d_op1
d_op2 d_og1 d_og2 m_p1 m_p2 z_1 z_2

%INPUT DATA
N_g1 = 51;
N_p1 = 19;

N_g2 = 51;
N_p2 = 19;

P_d1 = 10.16; %10.16po1 = mod 2,5
P_d2 = 8.47; %8.47po1 = mod 3

phi = 0.349066; %0,349066 rad = 20° - ângulo de pressão dos dentes

%EQUACIONAMENTO
m_g1 = N_g1/N_p1; %razão de engrenamento 1º par - ampliação de
torque|redução vel. angular
m_g2 = N_g2/N_p2; %razão de engrenamento 2º par

```

```

P_c1 = pi/P_d1; %passo circular de referência
P_c2 = pi/P_d2;

P_b1 = P_c1*cos(phi); %passo de base
P_b2 = P_c2*cos(phi);

d_p1 = N_p1/P_d1; %diâmetro de referência do pinhão
d_p2 = N_p2/P_d2;

r_p1 = d_p1/2; %raio de referência do pinhão
r_p2 = d_p2/2;

d_g1 = N_g1/P_d1; %diâmetro de referência da coroa
d_g2 = N_g2/P_d2;

r_g1 = d_g1/2; %raio de referência da coroa
r_g2 = d_g2/2;

C_1 = r_p1 + r_g1; %distância entre centros
C_2 = r_p2 + r_g2;

a_1 = 1/P_d1; %adendo
a_2 = 1/P_d2;

b_1 = 1.25/P_d1; %dedendo
b_2 = 1.25/P_d2;

h_t1 = a_1 + b_1; %profundidade total
h_t2 = a_2 + b_2;

c_1 = b_1 - a_1; %folga
c_2 = b_2 - a_2;

d_op1 = d_p1 + 2*a_1; %diâmetro externo do pinhão
d_op2 = d_p2 + 2*a_2;

d_og1 = d_g1 + 2*a_1; %diâmetro externo da coroa
d_og2 = d_g2 + 2*a_2;

z_1 = sqrt((r_p1 + a_1)^2 - ((r_p1*cos(phi))^2)) + sqrt((r_g1 + a_1)^2 -
((r_g1*cos(phi))^2)) - C_1*sin(phi); %comprimento de ação
m_p1 = z_1/P_b1; %razão de contato (número médio de dentes em contato em
qualquer momento)

z_2 = sqrt((r_p2 + a_2)^2 - ((r_p2*cos(phi))^2)) + sqrt((r_g2 + a_2)^2 -
((r_g2*cos(phi))^2)) - C_2*sin(phi);
m_p2 = z_2/P_b2;
%% CÁLCULO DAS TENSÕES DE FLEXÃO DAS ENGRENAGENS

syms sigma_bp1 sigma_bg1 sigma_bp2 sigma_bg2 K_m K_v K_a K_s K_l K_b F_1
F_2 J_p J_g W_tp1 W_tg1 W_tp1 W_tp2 T_m %A B V_t RPM Q_v

F_1 = 12/P_d1; %0.984252pol = 25mm => largura face engrenagem módulo 2,5
catálogo enco; %12/P_d1; %1.5748pol = 40mm = largura face engrenagem
módulo 4 catálogo enco %12/P_d1; %valor de F recomendado pela bibliografia
do NORTON

```

```

F_2 = 12/P_d2; %1.1811pol = 30mm => largura face engrenagem módulo 3
catálogo enco; %12/P_d2; 1.9685pol = 50mm = largura de face engrenagem
módulo 4 catálogo enco
J_p = 0.335; %retirado do SHIGLEY's MECHANICAL ENGINEERING DESIGN - EIGHTH
EDITION pg. 733 - obs, cada engrenagem possuirá um fator J considerando sua
função no engrenamento (como pinhão ou como coroa), deve-se utilizar o
valor de J que resultará no maior valor de tensão
J_g = 0.395;
T_m = 165.509; %[lb.in] - valor do torque entregue pelo motor à 2600 RPM -
PIOR SOLICITAÇÃO

```

```

%CÁLCULO DOS FATORES DE CORREÇÃO [K's] NO CÁLCULO DAS TENSÕES

```

```

K_m = 1.6; %fator de distribuição de carga, depende da largura de face (F)
(FIGURA 3.1 NORTON)

```

```

K_v = 1; %fator de velocidade

```

```

K_a = 1.75; %fator de aplicação, considera o tipo de máquina que move o
sistema de engrenagens, no caso: Motor monocilíndrico = choque médio |
Máquina movida = choque moderado (FIGURA 3.3 NORTON)

```

```

K_s = 1; %fator de tamanho da engrenagem

```

```

K_l = 1; %fator de ciclo de carga da engrenagem

```

```

K_b = 1; %fator de borda da engrenagem

```

```

%% CÁLCULO DA TENSÃO DE FLEXÃO NO 1º PAR DE ENGRENAGENS

```

```

W_tp1 = ((T_m*3)/r_p1)*0.85; %0.85 = rendimento do sistema de 85% %o valor
3 representa a ampliação de torque do motor providenciada pela redução
máxima da CVT

```

```

W_tg1 = W_tp1;

```

```

sigma_bp1 = (W_tp1*P_d1*K_a*K_m*K_s*K_b*K_l)/(F_1*J_p*K_v); %valor da
tensão de flexão atuante no pé dos dentes do pinhão do 1º par de
engrenagens.

```

```

sigma_bg1 = (W_tg1*P_d1*K_a*K_m*K_s*K_b*K_l)/(F_1*J_g*K_v); %valor da
tensão de flexão atuante no pé dos dentes da coroa do 1º par de
engrenagens.

```

```

%% CÁLCULO DA TENSÃO DE FLEXÃO NO 2º PAR DE ENGRENAGENS

```

```

T_2 = W_tg1*r_g1;

```

```

W_tp2 = (T_2/r_p2)*0.90; %0.95 = rendimento do sistema de 95%

```

```

W_tg2 = W_tp2;

```

```

sigma_bp2 = (W_tp2*P_d2*K_a*K_m*K_s*K_b*K_l)/(F_2*J_p*K_v);

```

```

sigma_bg2 = (W_tg2*P_d2*K_a*K_m*K_s*K_b*K_l)/(F_2*J_g*K_v);

```

```
% CÁLCULO DAS TENSÕES DE SUPERFÍCIE NAS ENGRENAGENS
```

```
syms sigma_cp1 sigma_cg1 sigma_cp2 sigma_cg2 C_p C_a C_m C_s C_f C_v I_1
I_2 rho_p1 rho_g1 rho_p2 rho_g2 ni E %obs: com excessão do C_p e C_f, os
demais fatores C's são análogos e possuem valores idênticos aos fatores K's
```

```
ni = 0.28; %coeficiente de poisson
E = 30*10^6; %[psi] - módulo de elasticidade do material
```

```
C_a = K_a;
C_m = K_m;
C_s = K_s;
C_f = 1; %fator de acabamento. ACABAMENTO POR MÉTODOS CONVENCIONAIS --> C_f
= 1.
C_v = K_v;
X_p = 0; %coeficiente do adendo do pinhão. para dentes padronizados, de
profundidade completa, X_p = 0.
```

```
rho_p1 = sqrt((r_p1 + ((1 + X_p)/P_d1))^2 - (r_p1*cos(phi))^2) -
(pi*cos(phi)/P_d1); %parâmetro para cálculo de I: fator geométrico de
superfície;
rho_p2 = sqrt((r_p2 + ((1 + X_p)/P_d2))^2 - (r_p2*cos(phi))^2) -
(pi*cos(phi)/P_d2);
```

```
rho_g1 = C_1*sin(phi); %parâmetro para cálculo de I: fator geométrico de
superfície;
rho_g2 = C_2*sin(phi);
```

```
I_1 = cos(phi)/(((1/rho_p1) + (1/rho_g1))*d_p1);
I_2 = cos(phi)/(((1/rho_p2) + (1/rho_g2))*d_p2);
```

```
C_p = sqrt(1/(pi*(((1 - ni^2)/E) + ((1 - ni^2)/E))));
```

```
% CÁLCULO DA TENSÃO SUPERFICIAL NO 1° PAR DE ENGRENAGENS
```

```
%Tensão superficial no 1° pinhão [psi]
sigma_cp1 = C_p*sqrt((W_tp1*C_a*C_m*C_s*C_f)/(F_1*I_1*d_p1*C_v));
```

```
%Tensão superficial na 1ª coroa [psi]
sigma_cg1 = C_p*sqrt((W_tg1*C_a*C_m*C_s*C_f)/(F_1*I_1*d_g1*C_v));
```

```
% CÁLCULO DA TENSÃO SUPERFICIAL NO 2° PAR DE ENGRENAGENS
```

```
%Tensão superficial no 2° pinhão [psi]
sigma_cp2 = C_p*sqrt((W_tp2*C_a*C_m*C_s*C_f)/(F_2*I_2*d_p2*C_v));
```

```
%Tensão superficial na 2ª coroa [psi]
sigma_cg2 = C_p*sqrt((W_tg2*C_a*C_m*C_s*C_f)/(F_2*I_2*d_g2*C_v));
```

```
% VALORES DE TENSÕES ADMISSÍVEIS DE FLEXÃO E SUPERFÍCIE CORRIGIDOS PARA
VIDA EM FADIGA (S_fb e S_fc)
```

```
syms S_fbn S_fcn H_b %valores de tensão de flexão e superfície não
corrigidos | H_b = dureza brinell
syms S_fb S_fc %valores de tensão de flexão e superfície corrigidos para
vida em fadiga
syms k_l k_t k_r c_l c_t c_h c_r %fatores de correção para vida em fadiga
syms N %numero de ciclos estimado para o projeto
```

```

S_fbn = 55*10^3; %[psi] tensão limite de resistência à fadiga de flexão não
corrigida
S_fcn = 200*10^3; %[psi] tensão limite de resistência à fadiga de
superfície não corrigida

N = 750 * 60 * 2 * 2 * 6 * 1; %ciclos - 750rot/min; 60min/hr; 2hr/semana;
2semanas/mes; 6meses/ano; 1ano;

k_l = 6.1514*(N^(-0.1192)); %p/ superfície cementada com carbono % ver
curvas FIGURA 12-24 NORTON, cap 12, pg 725
k_t = 1; %temperaturas inferiores a 250°F = 121°C
k_r = 1; %confiabilidade de 99%

c_l = 2.466*(N^(-0.056));
c_t = 1;
c_h = 1;
c_r = 1;

S_fb = (k_l*S_fbn)/(k_t*k_r); %valor corrigido (tensão flexão admissível)
para vida em fadiga
S_fc = (c_l*c_h*S_fcn)/(c_t*c_r); %valor corrigido (tensão superficial
admissível) para vida em fadiga

%% CÁLCULO DOS COEFICIENTES DE SEGURANÇA CONTRA FALHA POR FLEXÃO

syms eta_bp1 eta_bg1 eta_bp2 eta_bg2 %coeficientes de segurança contra
falha por flexão do 1° e 2° par respectivamente

%COEF. DE SEGURANÇA DO PRIMEIRO PAR DE ENGRENAGENS CONTRA FALHA POR FLEXÃO
eta_bp1 = S_fb/sigma_bp1;
eta_bg1 = S_fb/sigma_bg1;

%COEF. DE SEGURANÇA DO SEGUNDO PAR DE ENGRENAGENS CONTRA FALHA POR FLEXÃO
eta_bp2 = S_fb/sigma_bp2;
eta_bg2 = S_fb/sigma_bg2;

%% CÁLCULO DOS COEFICIENTES DE SEGURANÇA CONTRA FALHA SUPERFICIAL -
CRATERAÇÃO
syms eta_cp1 eta_cp2 eta_cg1 eta_cg2

eta_cp1 = S_fc/sigma_cp1; %COEF. DE SEGURANÇA DO 1° PINHÃO CONTRA FALHA
SUPERFICIAL
eta_cp2 = S_fc/sigma_cp2; %COEF. DE SEGURANÇA DO 2° PINHÃO CONTRA FALHA
SUPERFICIAL
eta_cg1 = S_fc/sigma_cg1; %COEF. DE SEGURANÇA DA 1ª COROA CONTRA FALHA
SUPERFICIAL
eta_cg2 = S_fc/sigma_cg2; %COEF. DE SEGURANÇA DA 2ª COROA CONTRA FALHA
SUPERFICIAL

tabela = {'num dentes 1° pinhão' , N_p1, 'diam primitivo 1° pinhão',
d_p1;
          'num dentes 1ª coroa' , N_g1, 'diam primitivo 1ª coroa', d_g1;
          'num dentes 2° pinhão' , N_p2, 'diam primitivo 2° pinhão', d_p2;
          'num dentes 2ª coroa' , N_g2, 'diam primitivo 2ª coroa', d_g2;
          'relação de redução 1° par', m_g1, 'relação de redução 2° par',
m_g2;
          'razao de contato 1° par', m_p1, 'razao de contato 2° par',
m_p2;

```

```

'passo diametral do 1º par' , P_d1, 'passo diametral do 2º par',
P_d2;
'diam ext do 1º pinhão [mm]' , d_op1*25.4, 'diam ext da 1ª coroa
[mm]', d_og1*25.4;
'diam ext do 2º pinhão [mm]' , d_op2*25.4, 'diam ext da 2ª coroa
[mm]', d_og2*25.4;
'larg face 1º par [mm]' , F_1*25.4, 'larg face 2º par [mm]',
F_2*25.4;
'tensão flexão admissível corrigida p/ fadiga' , S_fb, 'tensão
superf. admissível corrigida p/ fadiga' , S_fc;
'tensão de flexão 1º pinhão' , sigma_bp1, 'tensão de flexão 1ª
coroa', sigma_bg1;
'tensão de flexão 2º pinhão' , sigma_bp2, 'tensão de flexão 2ª
coroa', sigma_bg2;
'coef seg flexão 1º pinhão' , eta_bp1, 'coef seg flexão 1ª
coroa', eta_bg1 ;
'coef seg flexão 2º pinhão' , eta_bp2, 'coef seg flexão 2ª
coroa', eta_bg2 ;
'pinhão 1: tensão superfície' , sigma_cp1, 'coroa 1: tensão
superfície' , sigma_cg1;
'pinhão 2: tensão superfície' , sigma_cp2, 'coroa 2: tensão
superfície' , sigma_cg2;
'pinhão 1: coef seg superfície' , eta_cp1, 'coroa 1: coef seg
superfície' , eta_cg1;
'pinhão 2: coef seg superfície' , eta_cp2, 'coroa 2: coef seg
superfície' , eta_cg2;
}

```

Tabela 5 – Resultados dos parâmetros geométricos, tensões e coeficientes de segurança das engrenagens.

Parâmetro	Valor	Unidade	Parâmetro	Valor	Unidade
num dentes 1º pinhão	19	n/a	diam primitivo 1º pinhão	1,87007874	[pol]
num dentes 1ª coroa	51	n/a	diam primitivo 1ª coroa	5,019685039	[pol]
num dentes 2º pinhão	19	n/a	diam primitivo 2º pinhão	2,243211334	[pol]
num dentes 2ª coroa	51	n/a	diam primitivo 2ª coroa	6,021251476	[pol]
relação de redução 1º par	2,684210526	n/a	relação de redução 2º par	2,684210526	n/a
razao de contato 1º par	1,65091788	n/a	razao de contato 2º par	1,65091788	n/a
passo diametral do 1º par	10,16	[1/pol]	passo diametral do 2º par	8,47	[1/pol]
diam ext do 1º pinhão	52,5	[mm]	diam ext da 1ª coroa	132,5	[mm]
diam ext do 2º pinhão	62,97520661	[mm]	diam ext da 2ª coroa	158,9374262	[mm]
larg face 1º par	30	[mm]	larg face 2º par	35,98583235	[mm]
tensão flexão admissível corrigida p/ fadiga	6,46E+04	[psi]	tensão superf. admissível corrigida p/ fadiga	2,27E+05	[psi]
tensão de flexão 1º pinhão	3,72E+04	[psi]	tensão de flexão 1ª coroa	3,06E+04	[psi]
tensão de flexão 2º pinhão	5,49E+04	[psi]	tensão de flexão 2ª coroa	4,52E+04	[psi]
coef seg flexão 1º pinhão	1,737730075	n/a	coef seg flexão 1ª coroa	2,112010399	n/a
coef seg flexão 2º pinhão	1,176177941	n/a	coef seg flexão 2ª coroa	1,429508574	n/a
pinhão 1: tensão superfície	1,77E+05	[psi]	coroa 1: tensão superfície	1,08E+05	[psi]
pinhão 2: tensão superfície	2,15E+05	[psi]	coroa 2: tensão superfície	1,32E+05	[psi]
pinhão 1: coef seg superfície	1,278055637	n/a	coroa 1: coef seg superfície	2,093910178	n/a
pinhão 2: coef seg superfície	1,051465716	n/a	coroa 2: coef seg superfície	1,72267521	n/a

Fonte: Do Autor (2021).

APÊNDICE C - Rotina de cálculo para dimensionamento das chavetas

```
% DIMENSIONAMENTO DE CHAVETAS
```

```
syms a1 a2 a3 a4 h1 h2 h3 h4 L1 L2 L3 L4 S_e S_ut N_1 N_2 N_3 N_4 W_t1 W_t2
W_t3 W_t4 W_mt1 W_mt2 W_mt3 W_mt4 tau_xy1 tau_xy2 tau_xy3 tau_xy4 tau_mxy1
tau_mxy2 tau_mxy3 tau_mxy4 sigma_a1 sigma_a2 sigma_a3 sigma_a4 sigma_m1
sigma_m2 sigma_m3 sigma_m4 A1_cis A2_cis A3_cis A4_cis A1_esm A2_esm A3_esm
A4_esm
```

```
%Aço 1020
```

```
S_e = 310*(10^6); %[Pa] - tensão limite de escoamento
```

```
S_ut = 420*(10^6); %[Pa] - tensão limite de ruptura
```

```
%CHAVETA ENGRENAGEM 1 - PINHÃO 1° PAR - D_eixo = 22mm = 0,022m:
```

```
W_t1 = (3*18.7)/0.011; %[N] - força alternante. obs: "3" representa a
redução máxima da CVT e "18.7" - [N.m] - é valor do torque máximo entregue
pelo motor.
```

```
W_mt1 = W_t1/2; % [N] força média
```

```
a1 = 0.006; %[m] - largura
```

```
h1 = 0.006; %[m] - altura
```

```
L1 = 0.015; %[m] - comprimento
```

```
A1_cis = a1*L1; % área de cisalhamento
```

```
A1_esm = (h1/2)*L1; % área de esmagamento
```

```
%CHAVETA ENGRENAGEM 2 - COROA 1° PAR - D_eixo = 30mm:
```

```
W_t2 = (3*18.7*(51/19))/0.015;
```

```
W_mt2 = W_t2/2;
```

```
a2 = 0.008; %[m]
```

```
h2 = 0.007; %[m]
```

```
L2 = 0.025; %[m]
```

```
A2_cis = a2*L2;
```

```
A2_esm = (h2/2)*L2;
```

```
%CHAVETA ENGRENAGEM 3 - PINHÃO 2° PAR - D_eixo = 30mm:
```

```
W_t3 = (3*18.7*(51/19))/0.015;
```

```
W_mt3 = W_t3/2;
```

```
a3 = 0.008; %[m]
```

```
h3 = 0.007; %[m]
```

```
L3 = 0.020; %[m]
```

```
A3_cis = a3*L3;
```

```
A3_esm = (h3/2)*L3;
```

```
%CHAVETA ENGRENAGEM 4 - COROA 2° PAR - D_eixo = 35mm:
```

```
W_t4 = (2.5*18.7*(51/19)*(51/19))/0.0175;
```

```
W_mt4 = W_t4/2;
```

```
a4 = 0.010; %[m]
```

```
h4 = 0.008; %[m]
```

```

L4 = 0.035; %[m]

A4_cis = a4*L4;
A4_esm = (h4/2)*L4;

%Tensão de Cisalhamento Alternante e Média (falha por cisalhamento):
tau_xy1 = W_t1/A1_cis; %[Pa]
tau_xy2 = W_t2/A2_cis;
tau_xy3 = W_t3/A3_cis;
tau_xy4 = W_t4/A4_cis;

tau_mxy1 = W_mt1/A1_cis; %[Pa]
tau_mxy2 = W_mt2/A2_cis;
tau_mxy3 = W_mt3/A3_cis;
tau_mxy4 = W_mt4/A4_cis;

%Tensão média de Compressão (falha por esmagamento):
sigma_x1 = W_t1/A1_esm; %[Pa]
sigma_x2 = W_t2/A2_esm;
sigma_x3 = W_t3/A3_esm;
sigma_x4 = W_t4/A4_esm;

%Tensão alternante de Compressão (falha por esmagamento):
sigma_mx1 = W_mt1/A1_esm; %[Pa]
sigma_mx2 = W_mt2/A2_esm;
sigma_mx3 = W_mt3/A3_esm;
sigma_mx4 = W_mt4/A4_esm;

%Tensão de Von Mises para a componente de torção alternante
sigma_a1 = sqrt((sigma_x1^2) + (3*tau_xy1^2));
sigma_a2 = sqrt((sigma_x2^2) + (3*tau_xy2^2));
sigma_a3 = sqrt((sigma_x3^2) + (3*tau_xy3^2));
sigma_a4 = sqrt((sigma_x4^2) + (3*tau_xy4^2));

%Tensão de Von Mises para a componente de torção média
sigma_m1 = sqrt((sigma_mx1^2) + (3*tau_mxy1^2));
sigma_m2 = sqrt((sigma_mx2^2) + (3*tau_mxy2^2));
sigma_m3 = sqrt((sigma_mx3^2) + (3*tau_mxy3^2));
sigma_m4 = sqrt((sigma_mx4^2) + (3*tau_mxy4^2));

%Coeficientes de segurança
N_1 = 1 / ((sigma_a1/S_e)+(sigma_m1/S_ut))
N_2 = 1 / ((sigma_a2/S_e)+(sigma_m2/S_ut))
N_3 = 1 / ((sigma_a3/S_e)+(sigma_m3/S_ut))
N_4 = 1 / ((sigma_a4/S_e)+(sigma_m4/S_ut))

```