



**RUBENS DE SOUZA PEREIRA**

**COMPARATIVO DE MÉTODOS DE CÁLCULO ESTRUTURAL PARA  
LAJES DE CONCRETO: ELEMENTOS FINITOS E MÉTODO  
SIMPLIFICADO**

LAVRAS - MG

2021

**RUBENS DE SOUZA PEREIRA**

**COMPARATIVO DE MÉTODOS DE CÁLCULO ESTRUTURAL PARA LAJES DE  
CONCRETO: ELEMENTOS FINITOS E MÉTODO SIMPLIFICADO**

**Monografia apresentada à  
Universidade Federal de Lavras, como  
parte das exigências do Curso de  
Graduação de Engenharia Civil, para a  
obtenção do título de Bacharel.**

Prof. D.Sc. Ígor José Mendes Lemes

Orientador

LAVRAS - MG

2021

**RUBENS DE SOUZA PEREIRA**

**COMPARATIVO DE MÉTODOS DE CÁLCULO ESTRUTURAL PARA LAJES DE  
CONCRETO: ELEMENTOS FINITOS E MÉTODO SIMPLIFICADO  
COMPARATIVE OF STRUCTURAL CALCULATION METHODS FOR  
CONCRETE SLABS: FINITE ELEMENTS AND SIMPLIFIED METHOD**

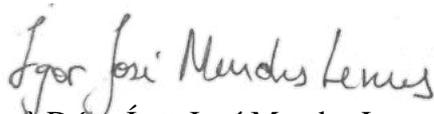
**Monografia apresentada à  
Universidade Federal de Lavras, como  
parte das exigências do Curso de  
Graduação de Engenharia Civil, para a  
obtenção do título de Bacharel.**

APROVADA em 14 de junho de 2021.

D.Sc. Ígor José Mendes Lemes

D.Sc. Wisner Coimbra de Paula

M.Sc. Luís Eduardo Silveira Dias



Prof. D.Sc. Ígor José Mendes Lemes

Orientador

LAVRAS - MG

2021

## AGRADECIMENTOS

À Universidade Federal de Lavras, pelos anos de aprendizagem, pelo local e ensinamentos de excelente qualidade.

Ao Professor Ígor José Mendes Lemes, pela orientação e paciência, no qual já considero como um amigo, além de professor.

Às minhas avós, Dagmar Silva de Souza e Zelina da Silva Pereira, pelos anos que cuidaram de mim.

À minha tia e madrinha, Rosane de Souza Silva, pelo incentivo de não desistir de tentar entrar em uma universidade federal.

Aos meus amigos, André Luiz Carvalhaes e Mateus Plez Ricciardi, que me inspiraram a estudar para uma vaga em uma universidade federal.

Ao meu padrinho Reginaldo Pereira Duque e sua mãe Mariana de Lourdes Duque, pelo apoio que me foi proporcionado durante toda a graduação.

Ao meu amigo Mateus do Líbano Pereira, pela amizade, o entusiasmo com estruturas e o tema deste trabalho.

Aos meus amigos que fiz na Universidade Federal de Lavras, que ajudaram minha graduação ser mais descontraída.

## EPÍGRAFE

*“Be ashamed to die until you have won some  
victory for humanity.” (Horace Mann)*

## RESUMO

Com a popularização dos microcomputadores, o método dos elementos finitos (MEF) se tornou viável, visto a vasta quantidade de cálculos que é necessária para a sua aplicação. O método de Bares parte da solução por séries da equação diferencial de quarta ordem que governa o comportamento de uma placa. Em complemento, vigas ortogonais de largura unitária nas regiões mais carregadas são utilizadas no dimensionamento. O MEF é um processo que consiste em se discretizar estrutura e utiliza-se de cálculos matriciais para se determinar os esforços e deslocamentos, que ocorrem nesta estrutura. O MEF é utilizado pelo CYPECAD<sup>®</sup> para lajes de concreto armado via método de rigidez direta para elementos de barra, fazendo analogia de grelha nas lajes. Este trabalho teve como objetivo a avaliação de dois diferentes métodos de cálculo estrutural de lajes em concreto armado de edifícios, o MEF e o Método Simplificado de Bares. Ambos os métodos são permitidos pela NBR 6118 (ABNT, 2014) e foram aplicados em três diferentes projetos. Um foi utilizado como forma de validação do MEF via CYPECAD<sup>®</sup>, que consta na literatura. Os outros dois projetos foram feitos pelo próprio autor na Universidade Federal de Lavras. Os elementos estruturais dos edifícios (lajes, vigas e pilares) foram igualmente pré-dimensionados para as análises numérica e analítica, para se evitar possíveis discrepâncias nas duas metodologias. Foram obtidos resultados positivos em relação ao custo do peso de aço, sempre a favor do MEF, em relação ao método de Bares. Destaca-se o resultado em média 13,33% a mais de peso de aço e uma taxa de 0,022% a mais peso de aço por m<sup>2</sup> quando utilizando o método simplificado. Foi observado que mesmo quando os resultados não apresentam uma economia que justifique a adoção de uma metodologia mais complexa, como no caso dos elementos finitos, o fato desse processo já ser amplamente implementado computacionalmente o torna viável do ponto de vista de tempo de cálculo.

Palavras-chave: Método de Bares, laje, concreto armado, métodos numéricos, dimensionamento, elementos finitos.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIGURA 1 – RIGIDEZ TORCIONAL DE DUAS LAJES COMPARADAS COM UMA VIGA .....	13
FIGURA 2 – DIMENSÕES DA ESPESSURA DE UMA LAJE.....	15
FIGURA 3 – REPRESENTAÇÃO DA LAJE EM GRELHA.....	18
FIGURA 4 – REPRESENTAÇÃO DE ARMADURA DE CANTO INTERNO.....	26
FIGURA 5 – DISCRETIZAÇÃO FEITA PELO CYPECAD ® PARA UM MODELO COMPLETO.....	28
FIGURA 6 – DISCRETIZAÇÃO FEITA EM LAJES NO CYPECAD ® .....	30
FIGURA 7 – PLANTA DE LAJES AVALIADAS POR PINHEIRO .....	35
FIGURA 8 – PERSPECTIVA DE VOLUMETRIA DA RESIDÊNCIA UNIFAMILIAR TÉRREO.....	36
FIGURA 9 – PLANTA BAIXA DA RESIDÊNCIA UNIFAMILIAR TÉRREO .....	36
FIGURA 10 – PERSPECTIVA DA SUPERESTRUTURA DA RESIDÊNCIA UNIFAMILIAR TÉRREO.....	37
FIGURA 11 – PLANTA BAIXA PAVIMENTO TIPO RESIDENCIAL MULTIFAMILIAR .....	39
FIGURA 12 – PLANTA BAIXA GARAGEM RESIDENCIAL MULTIFAMILIAR .....	39
FIGURA 13 – PERSPECTIVA DA SUPERESTRUTURA RESIDENCIAL MULTIFAMILIAR.....	39

## LISTA DE TABELAS

TABELA 1 – ARMADURA DE BORDA PARA COMPARATIVO DA LITERATURA.....	45
TABELA 2 – PORCENTAGEM DE AUMENTO DE PESO DE AÇO .....	47
TABELA 3 – PESO, CUSTO E DIFERENÇA DE CUSTO DOS MÉTODOS.....	47

## SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO .....	11
2	REFERENCIAL TEÓRICO .....	12
2.1	AVALIAÇÃO PRELIMINAR DOS ELEMENTOS .....	13
2.1.1	Condições de bordo de lajes .....	13
2.1.2	Pré-dimensionamento de laje maciça .....	14
2.1.3	Pré-dimensionamento de vigas .....	16
2.1.4	Pré-dimensionamento de pilares .....	16
2.2	Método simplificado.....	17
2.2.1	Laje maciça.....	18
2.3	Elementos finitos.....	27
2.3.1	Laje maciça.....	30
3	METODOLOGIA .....	34
3.1	Projetos abordados .....	34
3.1.1	Projeto 1 - Verificação com a Literatura .....	35
3.1.2	Projeto 2 - Residencial unifamiliar .....	35
3.1.3	Projeto 3 - Residencial multifamiliar.....	38
3.2	Aplicação do método de Bares .....	40
3.3	Aplicação do CYPECAD 2017 ® .....	41
3.4	Quantificação de Peso e Custo .....	43
4	RESULTADOS .....	44
4.1	Projeto 1 - Verificação com a literatura .....	44
4.2	Projeto 2 - Residencial unifamiliar.....	45
4.3	Projeto 3 - Residencial multifamiliar .....	45
4.4	Resumo.....	47
5	CONCLUSÃO .....	48
	REFERÊNCIAS .....	49
	APÊNDICE A – PLANTA DE FORMA COBERTURA PROJETO 2 .....	51

APÊNDICE B – PLANTA DE FORMA DE LAJES TIPO PROJETO 3 .....	52
APÊNDICE C – PLANTA DE FORMA DE VIGAS TIPO PROJETO 3 .....	53
APÊNDICE D - RESULTADOS CYPECAD ® PROJETO 1 .....	54
APÊNDICE E - RESULTADOS CYPECAD ® PROJETO 2 .....	55
APÊNDICE F - RESULTADOS CYPECAD ® PROJETO 3.....	56
APÊNDICE G – PLANTA DE ARMADURAS DO PROJETO 1 .....	59
APÊNDICE H – PLANTA DE ARMADURAS DO PROJETO 2 .....	60
APÊNDICE I1 – PLANTA DE ARMADURAS TIPO PROJETO 3 .....	61
APÊNDICE I2 – PLANTA DE ARMADURAS COBERTURA PROJETO 3.....	62
APÊNDICE J - RESULTADOS MÉTODO SIMPLIFICADO PROJETO 2.....	63
APÊNDICE K - RESULTADOS MÉTODO SIMPLIFICADO PROJETO 3 .....	64

## 1 INTRODUÇÃO

O dimensionamento de estruturas de pequeno porte na construção civil possui a característica de ter cálculos relativamente simples por conta das geometrias adotadas. O maior esforço para o dimensionamento se encontra na extensa repetição desses cálculos, devido à grande quantidade de elementos estruturais (lajes, vigas e pilares) que um edifício possui. Ao final desse processo, pode-se finalmente avaliar o comportamento da estrutura como um todo. Atualmente existem inúmeros programas computacionais que são voltados para o dimensionamento dos mais variados tipos de elementos estruturais da construção civil. A grande maioria dos *softwares* usa o método dos elementos finitos (MEF), com variações de abordagem de acordo com cada programa do quanto se pode ajustar e/ou adaptar o método.

Pode ser observado um amplo uso de programas computacionais para o dimensionamento de estruturas na engenharia civil. Isso gera dois pontos principais de análise, um positivo e um negativo. Positivamente, têm-se o tempo para processamento e avaliação da estrutura que são reduzidos drasticamente. Por outro lado, o manuseio correto dos *softwares* exige preparação por parte dos usuários, o que não ocorre em alguns casos. Destaca-se que o usuário de um programa comercial deve ter atenção desde a entrada de dados até a avaliação dos resultados, o que pode ser perigosamente negligenciado.

Atualmente, o cálculo estrutural puramente manual com o auxílio de uma calculadora apenas caiu em desuso, sendo raramente encontrado um engenheiro que utiliza tal metodologia. Os computadores são importantes ferramentas para os projetistas. Mesmo que não sejam utilizados os programas comercializados com esse único objetivo, a computação está presente em quase todo processo de cálculo estrutural. Nesse contexto, existem engenheiros que preferem desenvolver a própria rotina computacional, com a programação feita em alguma linguagem de programação, ou ainda, os que utilizam planilhas eletrônicas.

É importante verificar um método de cálculo mais antigo, como o método de Bares para lajes (PINHEIRO, 2007), com os que são amplamente utilizados nos dias de hoje por meio dos *softwares* que fazem emprego da tecnologia CAE (*Computer Aided Engineering*).

## 2 REFERENCIAL TEÓRICO

A história para que a resistência dos materiais se tornasse reconhecida e aplicada nas mais diversas áreas, como ocorre no presente, começa no séc. XV e início do séc. XVI. Tal início partiu de Leonardo da Vinci até a definição original do Método dos Elementos Finitos (MEF), que começa nos anos 1950, até ser aperfeiçoada para o contexto atual, por Ray Willian Clough em 1960 (CLOUGH e WILSON, 1999). Nesse período, diversos outros nomes marcaram a história por conta de suas descobertas e estudos. Nesse sentido, citam-se Galileo Galilei, no séc. XVI; Jakob Bernoulli e Leonhard Paul Euler, no séc. XVII; Charles Augustin de Coulomb e Joseph Louis Lagrange entre os séculos XVII e XVIII (TIMOSHENKO, 1953).

Segundo Azevedo (2003) os elementos estruturais da engenharia civil possuem três classificações básicas: os elementos reticulados, são aqueles que possuem as dimensões da seção transversal muito inferiores com relação ao seu comprimento, como no caso de vigas e pilares; e os meios contínuos, que são elementos que possuem apenas a espessura muito inferior as dimensões da sua superfície, como as lajes e paredes; e, por fim, existem os elementos de volume, como sapatas e blocos.

Também segundo Azevedo (2003), antes do advento do MEF para a análise dos meios contínuos, eram realizados processos de cálculo através de equações diferenciais parciais, solucionadas, quando possível, com o auxílio de séries de Fourier. Mesmo com todo esse trabalho matemático, tal procedimento só era aplicado em meios contínuos homogêneos e de geometria simples. Devido a esse inconveniente método, geralmente os projetistas recorriam a tabelas e ábacos, que substituíam os problemas por uma simplificação.

Mesmo com o MEF estabelecido, levou-se um certo tempo para ele ser difundido e chegar no patamar atual, muito por conta da baixa capacidade de processamento que os computadores possuíam até o início da década de 1990 (AZEVEDO, 2003). O campo de utilização do MEF era, inicialmente, focado na engenharia mecânica, devido as formas complexas que os projetos possuíam, sendo imprecisa a utilização de algum método simplificado. Já para a engenharia civil, os métodos simplificados eram usados, e ainda são, com bastante frequência em virtude da geometria, por muitas vezes, facilitadas, permitindo fazer uma aproximação de fácil entendimento para um cálculo manual e também se chegar a um resultado aceitável para o dimensionamento da estrutura.

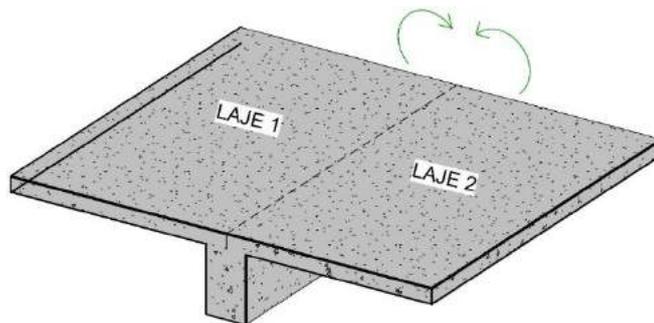
## 2.1 AVALIAÇÃO PRELIMINAR DOS ELEMENTOS

Antes dos cálculos da estrutura é necessário dimensões iniciais dos elementos estruturais para o cálculo estrutural, portanto é realizado um pré-dimensionamento da concepção estrutural para que se possa proceder com os cálculos do dimensionamento. Esse procedimento é realizado com o as dimensões arquitetônicas e cargas médias para um determinado tipo de estrutura.

### 2.1.1 Condições de bordo de lajes

Como as lajes possuem uma rigidez muito elevada quando comparada com os elementos de apoio (vigas), por conta da diferença de dimensões, o bordo de uma laje, geralmente, se engasta com outra laje adjacente com dimensões e rigidez similares, conforme a Figura 1.

Figura 1 – Rigidez torcional de duas lajes comparadas com uma viga



Fonte: Do Autor (2021)

Quando um bordo da laje não possui lajes vizinhas e é sustentada por vigas usuais ou possui uma laje vizinha com dimensões e área na ordem de duas vezes menor, é considerado que esse bordo é simplesmente apoiado. Quando o bordo da laje não possui lajes adjacentes e nem vigas de suporte, é considerado que o bordo da laje é livre. Os critérios para a avaliação da vinculação do tipo engastada dos bordos de uma laje são os seguintes:

- 1º Um bordo de uma laje só pode ser considerado engastado se a laje na qual esse bordo se engasta possuir uma área não menor que duas vezes a área da laje que tenta se engastar;
- 2º Um bordo de uma laje só pode ser considerado engastado se a laje na qual esse bordo se engasta possuir uma dimensão paralela não menor que duas vezes a dimensão paralela da laje que tenta se engastar.

Para se considerar um bordo engastado essas duas condições devem ser verdadeiras.

Ainda podem existir casos de bordos com vinculação parcial, nesses casos é adotada a condição de vinculação que possuir 2/3, ou mais, do comprimento do bordo, é considerada como a condição geral do bordo. Em casos que não haja uma condição com no mínimo de 2/3 do comprimento do bordo, as condições são avaliadas separadamente e é considerado os valores mais extremos de cada condição.

### 2.1.2 Pré-dimensionamento de laje maciça

Com as dimensões de superfície da laje já estabelecidas pelo projeto arquitetônico, cabe ao Engenheiro calculista dimensionar a espessura da laje. O método de pré-dimensionamento de laje, consiste na Equação (2.1). Com a altura útil é possível se obter a altura ( $h$ ) da laje, pela Equação (2.2) como também pode ser verificado na Figura 2.

$$d = \frac{(2,5 - 0,1n)l^*}{100} \quad (2.1)$$

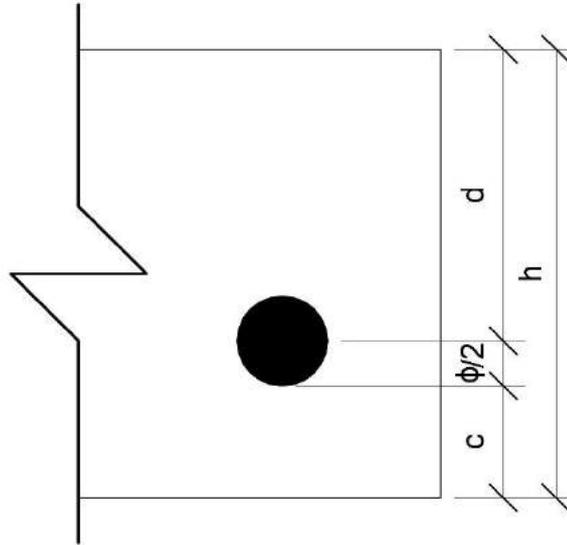
Na qual:

$d$  – Altura útil, distância da face mais comprimida da seção da laje até ao centro de gravidade da armadura para flexão;

$n$  – Quantidade de bordos engastados;

$l^*$  – Menor valor entre 70% do comprimento maior vão e o comprimento do menor vão.

Figura 2 – Dimensões da espessura de uma laje



Fonte: Do autor (2020)

$$h = d + \frac{\phi}{2} + c \quad (2.2)$$

Na qual:

$c$  – Cobrimento das armaduras definido pela classe de agressividade do ambiente.

$\phi$  – Diâmetro da barra longitudinal pré-determinada.

Por se tratar de dimensões pequenas, geralmente, essa altura é ajustada para um valor inteiro em centímetros, para tornar o processo executivo mais simples, para esse ajuste é necessário recalcular a altura útil, que é feito se isolando  $d$  na Equação (2.2).

Também foram seguidos os limites da NBR 6118 (ABNT, 2014, p. 74) que consiste em se determinar a altura mínima da laje de acordo com a sua utilização, conforme exposto a seguir:

- Laje de cobertura sem balanço –  $h_{min} = 7$  cm;
- Laje de piso sem balanço –  $h_{min} = 8$  cm;
- Laje em balanço –  $h_{min} = 10$  cm.

### 2.1.3 Pré-dimensionamento de vigas

A partir da planta baixa do projeto executivo e a locação dos pilares, o traçado das vigas é realizado de maneira em que a estrutura seja composta por pórticos. O pré-dimensionamento da altura ( $h$ ) de vigas consiste em se avaliar o vão efetivo ( $l$ ) e a posição da viga em relação ao pórtico. As regras são as seguintes.

- 1)  $h=l/12$ : para tramos intermediários ou para vigas com três apoios, desde de que o maior vão efetivo do tramo dividido pelo menor não ultrapasse uma proporção de 1,5 (ALVA, 2014);
- 2)  $h=l/10$ : para tramos externos ou vigas bi apoiadas.

Ainda, de acordo com a NBR 6118 (2014), que expõe no item 13.2.2 que “A seção transversal das vigas não pode apresentar largura menor que 12 cm”.

### 2.1.4 Pré-dimensionamento de pilares

É utilizado geralmente o método da área de influência, que consiste em traçar linhas entre pilares vizinhos, e com o centro dessas linhas são traçadas outras linhas ortogonais de maneira a se formarem as áreas que as lajes influenciam cada pilar. Foi considerado um valor médio geral para a carga de uma laje ( $q_m$ ) de 1100 kgf/m<sup>2</sup>, aproximadamente 10,8 kN/m<sup>2</sup>, e para as lajes de cobertura foi considerado 70% desse valor seguindo um valor, de acordo com a indicação de Pinheiro (2007). Levando em consideração as características de execução, as dimensões também foram avaliadas visando adotar múltiplos de 5. A Equação 2.3 representa como se encontra a força que um determinado pilar é submetido e a Equação 2.4 representa a área da seção transversal necessária para o pilar, de acordo com a classe do concreto escolhido, para suportar essa força.

$$F = q_m A_f n \quad (2.3)$$

Na qual:

$F$  – Força que um pilar é submetido;

$q_m$  – Carga média geral de uma laje (1100kgf/m<sup>2</sup>);

$A_f$  – Área de influência em relação a laje que cada pilar tem;

$n$  – Quantidade de pavimentos.

$$A_p = \frac{F}{f_{ck}} \quad (2.4)$$

Na qual:

$A_p$  – Área da seção transversal do pilar pré dimensionada.

De acordo com a NBR 6118 (2014), no item 13.2.3, os pilares com alguma dimensão menor que 19 cm recebem um coeficiente ( $\gamma_n$ ), para majorar os esforços solicitantes finais de cálculo que esses pilares suportam, e também, a seção transversal não deve ter área menor que 360 cm<sup>2</sup>.

## 2.2 Método simplificado

Segundo o item 14.2.2 da NBR 6118 (ABNT, 2014):

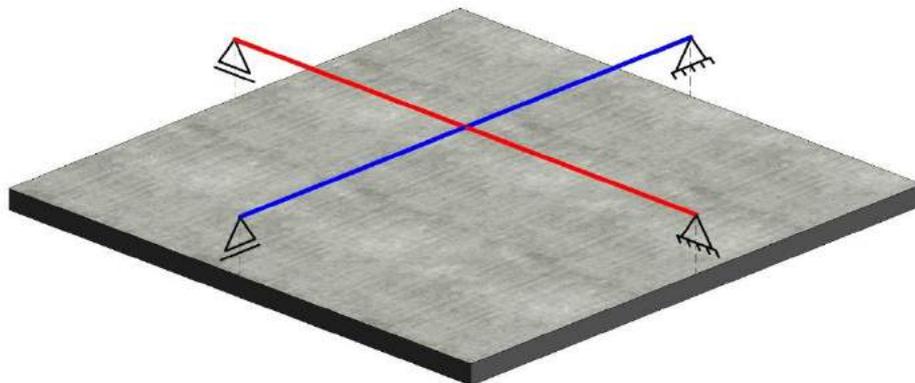
O modelo estrutural pode ser idealizado como a composição de elementos estruturais básicos, conforme definido em 14.4, formando sistemas estruturais resistentes que permitam representar de maneira clara todos os caminhos percorridos pelas ações até os apoios da estrutura.

Esses elementos estruturais básicos podem ser simplificados de maneira unifilar para se realizarem os cálculos necessários. Como o próprio nome diz, esses procedimentos tentam converter os elementos estruturais para formas mais simples com o objetivo de facilitar o entendimento e o cálculo matemático da peça estrutural. Tais processos são distintos para cada componente estrutural, lajes, vigas e pilares. Apesar do cálculo para lajes e vigas, geralmente, ser similar, existem particularidades entre eles.

### 2.2.1 Laje maciça

Um dos processos de cálculo mais aplicados para o dimensionamento de lajes é o Método de Bares. Esse método consiste em representar a laje em um conjunto duas vigas ortogonais entre si, considerando a laje, então, como uma grelha de duas barras com centros coincidentes, conforme a Figura 3.

Figura 3 – Representação da laje em grelha



Fonte: Do autor (2020)

Segue-se então para a verificação das vinculações que a laje possui com suas extremidades, ou seja, se o bordo da laje possui uma laje vizinha para se engastar, se é livre ou se possui o apoio de uma viga. A partir do parâmetro  $\lambda$ , definido como o quociente entre o maior e o menor vãos efetivos. Com isso, obtém-se os parâmetros  $\mu$  e  $\nu$ , os quais estimam o momento fletor e o esforço cortante, respectivamente, e são obtidos, de maneira mais simplificada, por meio das tabelas contidas em Pinheiro (2007), como e nas Equações 2.5 e 2.6.

$$m = \mu \frac{pl_x^2}{100} \quad (2.5)$$

Na qual:

$m$  – Momento fletor da direção analisada;

$\mu$  – Parâmetro de estimativa para momento fletor;

$p$  – Carga uniformemente distribuída aplicada na laje;

$l_x$  – Menor vão efetivo da laje.

$$v = v \frac{pl_x}{10} \quad (2.6)$$

Na qual:

$v$  – Reação de apoio;

$v$  – Parâmetro de estimativa para reação de apoio.

Depois de calculados os momentos e as reações de apoio, com os valores de carga de cálculo ( $p_d$ ) obtidos pela Combinação Última Normal, é verificado o Estado Limite Último (ELU) da estrutura (ABNT, 2019), por meio do dimensionamento das barras de aço (BASTOS, 2005).

Com base nos dados de peso próprio e carga variável, é realizado o cálculo da Combinação Última Normal de acordo com o item 5.1.3.1 da NBR 8681 (ABNT, 2003) e que se trata de uma versão resumida da norma, que se adequa para verificações de forças verticais pela Equação 2.7.

$$p_d = \sum_{i=1}^m \gamma_{gi} F_{Gi,k} + \gamma_q F_{Q1,k} \quad (2.7)$$

Na qual:

$p_d$  – Carga de cálculo;

$\gamma_{gi}$  – Coeficiente de ponderação para carga permanente;

$F_{Gi,k}$  – Carga característica permanente;

$\gamma_q$  – Coeficiente de ponderação para carga variável;

$F_{Q1,k}$  – Carga característica variável.

A partir da carga e das dimensões da laje, é possível obter os momentos de cada laje, seguindo a Equação 2.5. Com todos os momentos das lajes calculados, geralmente surgem incompatibilidades dos momentos em apoios com lajes adjacentes, na região de momento negativo, sendo necessário uma compatibilização. Seguindo o item 14.7.6.2 da NBR 6118 (ABNT, 2014), faz-se a simplificação de considerar o maior dos momentos negativos distintos para ambas as lajes.

Como próximo passo, tem-se o cálculo da área de aço, considerando a altura útil ( $d$ ), o momento fletor de cálculo de cada direção ( $M_{xd}$ ,  $M_{yd}$ ,  $M_{xd}'$  e  $M_{yd}'$ ), onde os subíndices representam, x o menor vão, e y o maior vão, e os superíndices ' representam momentos negativos, e considerando a seção da laje com largura unitária (calculada a área de aço por metro de laje, em cada um dos sentidos), é obtido o parâmetro  $k_c$ , conforme definido na Equação 2.8.

$$k_c = \frac{bd^2}{M_d} \quad (2.8)$$

Com esse parâmetro, é utilizada a Tabela 1.1 apresentada em (PINHEIRO, 2007) para verificar se a posição da linha neutra ( $\beta_x$ ) está de acordo com o limite de ductilidade de  $\beta_x = 0,45$ , imposto pela NBR 6118 (ABNT, 2014). Com a posição da linha neutra e a referida tabela 1.1, é possível se obter o parâmetro  $k_s$ , e com a Equação 2.9 é possível se calcular a área de aço necessária para a seção de laje avaliada.

$$A_s = \frac{k_s M_d}{d} \quad (2.9)$$

Posteriormente são feitas as verificações normativas referentes às áreas de aço mínimas e máximas prescritas na NBR 6118 (ABNT, 2014). Na Tabela 17.3, do item 17.3.5.2.1, dessa mesma norma, tem-se a taxa de aço mínima ( $\rho_{mín}$ ) em função da seção transversal bruta de uma viga ( $A_c$ ) e da resistência característica do concreto ( $f_{ck}$ ). Como as lajes são tratadas com largura unitária, com faixas ou seções transversais com 1 m de largura, elas podem ser tratadas como vigas e com isso é possível se obter a área de aço mínima normativa para uma laje de concreto, como definido na Equações 2.10 e 2.11, para armaduras negativas e positivas, respectivamente. Para o diâmetro máximo barras, têm-se que o diâmetro das barras flexionadas ( $\phi$ ) devem ser no máximo igual a 1/8 da altura da laje ( $h$ ) e para a taxa de armadura máxima ( $\rho_{s,máx}$ ), que é a soma das armaduras positivas ( $A_s$ ) e negativas ( $A_s'$ ) dividida por  $A_c$ , devem ser no máximo igual a 4%, como descrito na Equação 2.12. Caso as prescrições máximas e mínimas não sejam atendidas elas são adotadas como base.

$$A_{s,mín} = \rho_{mín} A_c \quad (2.10)$$

$$A_{s,mín} = 0,67 \rho_{mín} A_c \quad (2.11)$$

$$\rho_{máx} = \frac{A_s + A_s'}{A_c} \leq 4\% \quad (2.12)$$

Após a conferência dos limites normativos da área de aço, prossegue-se a verificação considerando o espaçamento entre as barras na seção transversal unitária da laje, que também deve respeitar limites normativos. O cálculo do espaçamento ( $s$ ) entre os centros das barras é feito de acordo com a Equação 2.13.

$$s = \frac{100}{n} \quad (2.13)$$

Na qual:

$n$  – Quantidade de barras na seção transversal.

As barras alocadas nos extremos laterais dessa seção transversal têm uma distância de  $s/2$  com as faces laterais, caso esse valor não respeite algum dos limites normativos é adotado o valor do limite que ele extrapola.

Para se obter o comprimento da armadura negativa é necessário a avaliação do diagrama de momento fletor da laje após a sua compatibilização, com isso a armadura deve ter comprimento suficiente para cobrir toda a parte negativa do diagrama, já que a NBR 6118 (ABNT, 2014) não especifica um comprimento mínimo, mais a ancoragem.

A ancoragem, que pode ser feita por meio de traspasse ou ganchos, seguiu a consideração de extremidades de barras com terminação em apoios sem lajes adjacentes foram utilizados ganchos, que foram obtidos de acordo com a Tabela 1.7a (PINHEIRO, 2007) e extremidades barras com terminação em apoios com lajes adjacentes foi utilizado ancoragem reta. Ressaltando que como esse método não considera os momentos volventes a NBR 6118 (ABNT, 2014) no item 20.1 diz:

Nas lajes maciças armadas em uma ou em duas direções, em que seja dispensada armadura transversal de acordo com 19.4.1, e quando não houver avaliação explícita dos acréscimos das armaduras decorrentes da presença dos momentos volventes nas lajes, toda a armadura positiva deve ser levada até os apoios, não se permitindo escalonamento desta armadura. A armadura deve ser prolongada no mínimo 4 cm além do eixo teórico do apoio.

O cálculo ancoragem nas barras por aderência é feito para se garantir o comportamento monolítico da estrutura de maneira que as barras consigam transmitir as forças solicitantes inteiramente para o concreto, conforme item 9.4.1 da NBR 6118 (ABNT, 2014). A ancoragem por aderência foi calculada apenas nas armaduras negativas, já que as armaduras positivas necessitam ser estendidas até o eixo dos apoios, mais 4 cm para cada apoio, sendo necessário a utilização da do gancho para um travamento mais efetivo, para não sobrepor armaduras

posteriores aos apoios. A ancoragem por aderência é feita a partir do comprimento de ancoragem básico ( $l_b$ ) mostrado na Equação (2.14).

$$l_b = \frac{\phi f_{yd}}{4 f_{bd}} \geq 25\phi \quad (2.14)$$

Na qual:

$f_{yd}$  – Resistência de cálculo do aço utilizado;

$f_{bd}$  – Resistência de aderência de cálculo para armadura passiva.

E a  $f_{bd}$  é dado pela Equação (2.15).

$$f_{bd} = \eta_1 \eta_2 \eta_3 f_{ctd} \quad (2.15)$$

Na qual:

$\eta_1$  – Igual a 2,25 para barras nervuradas;

$\eta_2$  – Igual a 1,00 para barras em situação de boa aderência;

$\eta_3$  – Igual a 1,00 para barras com  $\phi < 32$  mm;

$f_{ctd}$  – Resistência do concreto ao cisalhamento de cálculo.

Os valores dos coeficientes  $\eta$  foram obtidos de acordo com o item 9.3.2.1 da NBR 6118 (ABNT, 2014). Para  $\eta_1$  pois foram utilizadas nesse trabalho apenas barras longitudinais de aço CA-50 e de acordo com a NBR 7480 (ABNT, 2008) as barras desse aço são necessariamente nervuradas. Para  $\eta_2$  pois de acordo com o item 9.3.1 da NBR 6118 (ABNT, 2014) é considerado a situação de boa aderência trechos de barras que sejam:

- horizontais ou com inclinação menor que 45° sobre a horizontal, desde que:

- para elementos estruturais com  $h < 60$  cm, localizados no máximo 30 cm acima da face inferior do elemento ou da junta de concretagem mais próxima;

Como as lajes maciças desse trabalho não possuem espessura maior que 20 cm, todas as barras se encontram a menos de 30 cm da face inferior da seção transversal, sendo considerada então, região de boa aderência para todas as barras longitudinais. E para  $\eta_3$  foi mantido um padrão de o maior diâmetro de barra a ser utilizado é de 6,3 mm.

Posteriormente é obtido o comprimento de ancoragem mínimo ( $l_{b,mín}$ ) que é o maior valor entre 30% de  $l_b$ , 10 vezes o diâmetro da barra e 100 mm.

E por último é calculado o comprimento de ancoragem necessário ( $l_{b,nec}$ ), dado pela Equação (2.16).

$$l_{b,nec} = \alpha l_b \frac{A_{s,calc}}{A_{s,ef}} \geq l_{b,mín} \quad (2.16)$$

Na qual:

$\alpha$  – Igual a 1,0 para barras sem gancho.

$A_{s,calc}$  – Área de aço calculada pela Equação (2.9).

$A_{s,ef}$  – Área de aço que efetivamente será utilizada.

Geralmente, quando é realizado um pré-dimensionamento eficaz, as lajes maciças de concreto armado não necessitam de armaduras transversais para o combate ao esforço cortante. A solicitação é calculada a partir das tabelas de Bares para esforço cortante, também apresentadas em Pinheiro (2007). De acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2014) a força cortante solicitante de cálculo ( $V_{Sd}$ ) tem de ser, menor ou igual, a força cortante resistente de cálculo, para elementos não armados para o esforço cortante ( $V_{Rd1}$ ). A força cortante solicitante de cálculo poder ser obtida usando a Equação (2.6) com a substituição de  $p$  por  $p_d$  da Equação (2.7), já o  $V_{Rd1}$  é calculado de acordo com as Equação (2.17).

$$V_{Rd1} = [\tau_{Rd}k(1,2 + 40\rho_1) + 0,15\sigma_{cp}]b_wd \quad (2.17)$$

Na qual:

$k$  – Pela NBR 6118 (ABNT, 2014), “ $k$  é um coeficiente que tem os seguintes valores:

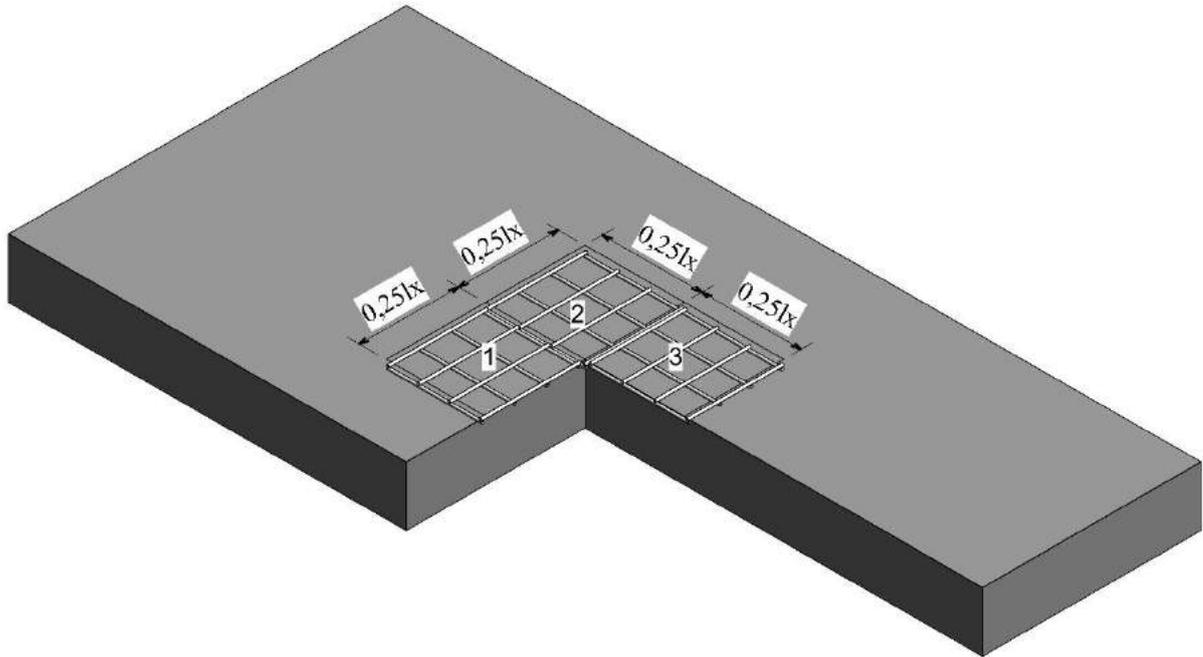
- para elementos onde 50 % da armadura inferior não chega até o apoio:  $k = |1|$ ;
- para os demais casos:  $k = |1,6 - d|$ , não menor que  $|1|$ , com  $d$  em metros;”

$b_w$  – largura da seção de análise.

$\sigma_{cp}$  – Segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014): “tensão inicial no concreto ao nível do baricentro da armadura de protensão, devida à protensão simultânea de  $n$  cabos”.

Como o comportamento de uma laje é similar à de uma placa, surgem nos cantos das lajes retangulares formados por dois bordos simplesmente apoiados, uma reação de levantamento do canto, que é causada pelos momentos volventes ou torsões. Como no método de Bares descrito não considera a presença desses momentos, uma boa prática é dispor armaduras nestes cantos de lajes. Essas armaduras geralmente são aplicadas em forma de malha, já que os momentos torsões atuam em ambas direções, são utilizadas sempre que o menor vão da laje for maior que 3 m e devem ter uma seção da malha não menor que metade da armadura do menor vão ( $a_{sx}$ ), com comprimento de  $\frac{1}{4}$ , ou seja, 25% do menor vão da laje, conforme Bastos (2005). Para lajes com formatos não retangulares, existem cantos internos que acumulam esforços, nesses cantos foram dispostas o mesmo tipo de malha da armadura de canto, considerando 3 armaduras de canto de maneira que se forme um contorno em formato de “L” nesse canto interno, mostrado na Figura 4.

Figura 4 – Representação de armadura de canto interno para lajes não retangulares



Fonte: Do autor (2021)

E nos bordos das lajes a NBR 6118 (ABNT, 2014) recomenda:

Nos apoios de lajes que não apresentem continuidade com planos de lajes adjacentes e que tenham ligação com os elementos de apoio, deve-se dispor de armadura negativa de borda, conforme Tabela 19.1. Essa armadura deve se estender até pelo menos 0,15 do vão menor da laje a partir da face do apoio.

E para o cálculo da área de aço necessária considerando as informações da Tabela 19.1 da norma, têm-se que é necessário  $\rho_s \geq 0,67\rho_{mín}$  para armaduras negativas de borda sem continuidade. A taxa de armadura mínima ( $\rho_{mín}$ ) é dada de acordo com a Tabela 17.3 da mesma norma ou pela Equação (2.18). Rearranjando a Equação (2.18) e considerando a área de aço mínima como a área de aço de bordo, é obtida a Equação (2.19), que é igual a área de aço mínima para momentos positivos (2.11). Essa armadura passa a ser considerada pela versão de 2014 da NBR 6118 (ABNT, 2014), sendo que em versões anteriores ela não era exigida, e ainda hoje ela é negligenciada constantemente nos projetos estruturais.

$$0,67\rho_{\min} = \frac{A_{s,\min}}{A_c} \quad (2.18)$$

$$A_{s,bordo} = 0,67\rho_{\min}bh \quad (2.19)$$

### 2.3 Elementos finitos

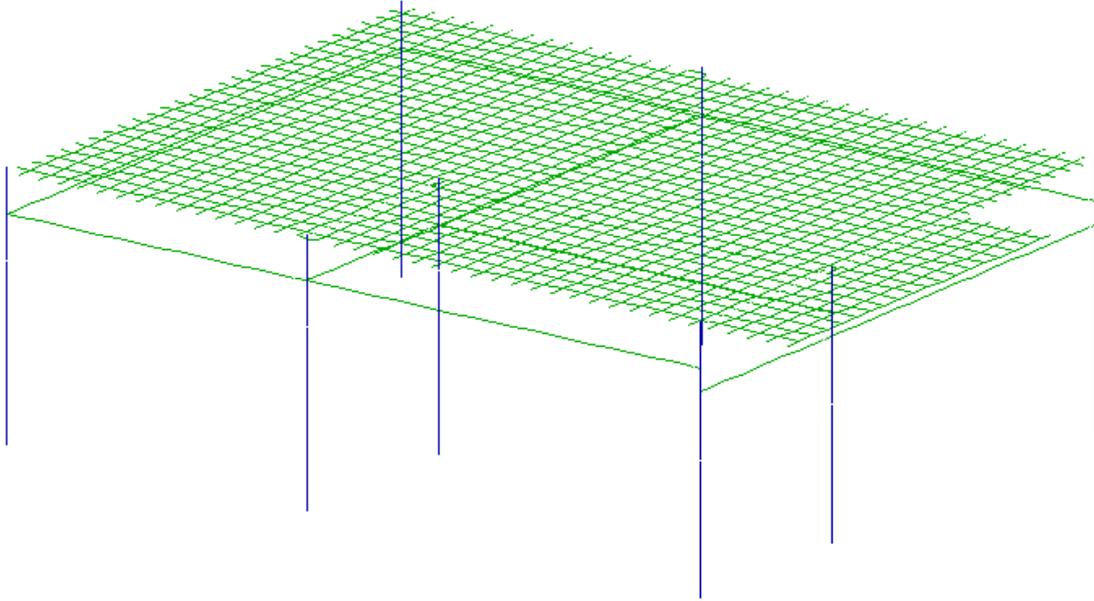
O método dos elementos finitos consiste em discretizar a estrutura em um formato de barra, que é bem similar a discretização feita nos métodos simplificados, ou de malha, essa malha é composta por polígonos. Com essa malha é calculada a rigidez para cada um dos graus de liberdade dos elementos em que o objeto foi discretizado. O agrupamento destas propriedades é chamado de matriz de rigidez local. Para uma orientação genérica referenciada ao sistema de coordenadas globais, utiliza-se uma matriz de transformação que, associada à matriz de rigidez local, resulta na matriz de rigidez global de cada elemento. Essas últimas podem ser agrupadas em uma única matriz que trata da rigidez da estrutura como um todo. Isso é feito por meio da conectividade dos elementos. Finalmente, com essa matriz é possível calcular os deslocamentos e esforços que o objeto sofre, desde que conhecidas as forças atuantes e as condições de apoio da estrutura.

Existem diversas maneiras de se discretizar elementos estruturais, as quais não são foco deste trabalho. O CYPECAD<sup>®</sup> por exemplo, limita a discretização das placas em elementos unidimensionais nas duas direções da laje, que é descrita no *software* como discretização em “malhas de elemento tipo barra” (CYPE INGENIEROS, 2003). Existem outros programas, como o Autodesk Robot Structural Analysis Professional<sup>®</sup>, onde é permitido escolher a geometria dos elementos, visto que a discretização ocorre por elementos bidimensionais.

Após a discretização, o método de rigidez direta é utilizado nas barras geradas. Por se tratar de uma metodologia, simples e exata, em problemas elástico-lineares, os programas computacionais geralmente transformam as estruturas com comportamento de casca linear, em elementos finitos poligonais distribuídos ao longo da superfície de estudo. Já o CYPECAD<sup>®</sup>, como foi descrito no parágrafo anterior, opta por um modo único de se discretizar pilares, vigas

e lajes maciças, que é visto na Figura 5. Destacam-se, nessa mesma figura, os bordos das lajes que apresentam as extremidades dos elementos de barra gerados na discretização da laje.

Figura 5 – Discretização feita pelo CYPECAD ® para um modelo completo



Fonte: CYPECAD 2017 ® (2021)

Isto implica na geração de uma malha composta por diversas barras consecutivas e ortogonais, que podem ser abordadas de uma mesma maneira, por meio de cálculos matriciais, relativamente simples, como é o método da rigidez direta. Também fica claro que para a discretização de vigas e pilares o mesmo método pode ser utilizado pelos *softwares*. Matematicamente, esse método consiste em utilizar a Equação em sua forma compacta (2.20).

$$\{F\} + \{R\} = [k]\{\delta\} \quad (2.20)$$

Na qual:

$\{F\}$  – Vetor das forças aplicadas nos nós.

$\{R\}$  – Vetor das reações dos nós.

$[k]$  – Matriz de rigidez.

$\{\delta\}$  – Vetor de deslocamentos dos nós.

A Equação (2.20) é muito semelhante com a Lei de Hooke, visto que o método de rigidez direta se baseia no princípio do comportamento elástico linear dos sólidos, o que é também proposto por Hooke conforme descrito em (ARANHA, *et al.*, 2016). O que diferencia as duas abordagens, é que se tem o esforço de reação associado com as forças externamente aplicadas e a quantidade de graus de liberdade abordados pelas equações, o que fica explícito na Equação (2.21) que é a forma expandida da Equação (2.20).

$$\begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ \vdots \\ F_n \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ \vdots \\ R_n \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & \cdots & k_{1n} \\ k_{21} & k_{22} & \cdots & k_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{n1} & k_{n2} & \cdots & k_{nn} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \vdots \\ \delta_n \end{Bmatrix} \quad (2.21)$$

Na qual:

$$\begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ \vdots \\ F_n \end{Bmatrix} - \text{Vetor de todas as forças aplicadas nos nós.}$$

$$\begin{Bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ \vdots \\ R_n \end{Bmatrix} - \text{Vetor de todas as reações dos nós.}$$

$$\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & \cdots & k_{1n} \\ k_{21} & k_{22} & \cdots & k_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{n1} & k_{n2} & \cdots & k_{nn} \end{bmatrix} - \text{Matriz de rigidez do elemento.}$$

$$\begin{Bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \vdots \\ \delta_n \end{Bmatrix} - \text{Vetor de deslocamentos de todos os nós.}$$

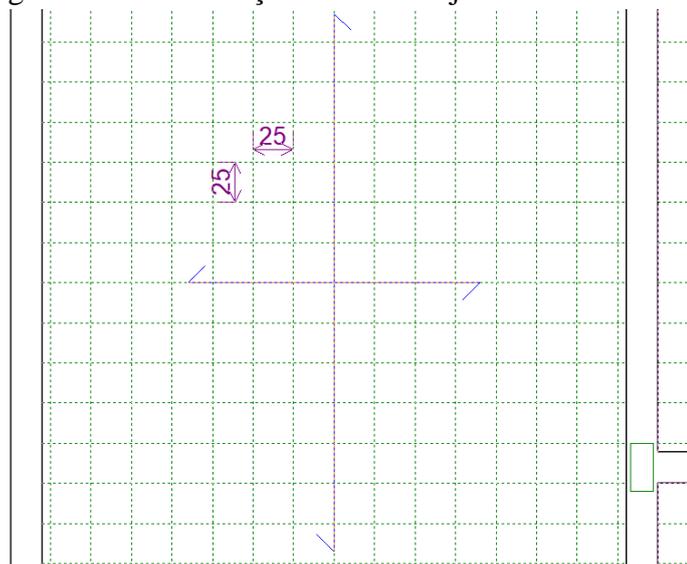
A matriz de rigidez é quadrada e positiva definida, enquanto os outros termos da Equação (2.21) são apresentados na forma de vetores, ou seja, matriz de uma única coluna. Os coeficientes  $k$  da matriz de rigidez variam de acordo com a avaliação que é feita, se diferenciando para flexão, compressão/tração, cisalhamento e torção.

### 2.3.1 Laje maciça

A laje maciça é tratada como placa ou casca plana, devido a sua pequena espessura quando comparada com suas dimensões de superfície. Geralmente a sua discretização se dá no plano da sua superfície de maneira bidimensional.

O CYPECAD 2017 ® conforme sua Memória de Cálculo (CYPE INGENIEROS, 2003), discretiza as lajes maciças de concreto armado, com “Malha de elementos tipo barra de tamanho 0.25 x 0.25 m”, conforme pode ser visto na Figura 6 e é realizada uma condensação estática, que visa evitar cálculos desnecessários com elementos nulos em estruturas com grande quantidade de graus de liberdade. Por consequência, isso reduz a as dimensões das matrizes e acelera o processo de solução (AZEVEDO, 1995). São posteriormente geradas matrizes de rigidez para flexão e torção, de acordo com as características físicas do concreto utilizado. Então, são obtidos os momentos, esforços e deslocamentos nos nós da malha que foi discretizada. Com esses momentos é aplicado o método Wood-Armer para o dimensionamento das armaduras longitudinais. Esse método é utilizado na norma europeia para lajes de concreto armado (EUROCODE, 1992) e consiste em associar os momentos, fletores ( $M_x$  e  $M_y$ ) e volventes ( $M_{xy}$ ), gerando momentos de cálculo para as armaduras ( $M_{xd}^*$  e  $M_{yd}^*$ ) para o dimensionamento da armadura resistente a flexão. Um resumo do método é mostrado nas Equações adiante conforme Timoshenko e Krieger (1959), citados por Parsekian (1996, p. 11).

Figura 6 – Discretização feita em Lajes no CYPECAD ®



Fonte: CYPECAD 2017 ® (2021)

Para os momentos positivos nas direções do maior e menor vão, y e x, Equações (2.22) e (2.23), respectivamente.

$$M_{xd}^* = M_x + |M_{xy}| \quad (2.22)$$

$$M_{yd}^* = M_y + |M_{xy}| \quad (2.23)$$

Caso o momento fletor de alguma direção seja menor do que o valor negativo do módulo do momento volvente, o momento de cálculo dessa direção é considerado igual a zero. Já o momento da direção ortogonal a essa tem uma alteração. Caso os dois momentos de cálculo para armaduras forem menores que zero, devem ser considerados nulos como demonstrado nas Equações (2.24), (2.25), (2.26) e (2.27).

Se  $M_x < -|M_{xy}|$

$$M_{xd}^* = 0 \quad (2.24)$$

$$M_{yd}^* = M_y + |M_{xy}^2/M_x| \quad (2.25)$$

Se  $M_y < -|M_{xy}|$

$$M_{xd}^* = M_x + |M_{xy}^2/M_y| \quad (2.26)$$

$$M_{yd}^* = 0 \quad (2.27)$$

A abordagem dos momentos de cálculo para armaduras negativas ( $M_{xg}^*$  e  $M_{yg}^*$ ), segue de maneira análoga aos momentos de cálculo para armaduras positivas, com a diferença que agora se subtrai o módulo do momento volvente, apresentado nas Equações (2.28) e (2.29).

$$M_{xg}^* = M_x - |M_{xy}| \quad (2.28)$$

$$M_{yg}^* = M_y - |M_{xy}| \quad (2.29)$$

Caso o momento fletor de alguma direção seja maior do que o módulo do momento volvente, o mesmo é considerado igual a zero, e o momento da direção ortogonal a essa tem uma alteração. Caso os dois momentos de cálculo para armaduras forem maiores que zero, devem ser considerados nulos, tal como apresentado nas Equações (2.30), (2.31), (2.32) e (2.33).

Se  $M_x > -|M_{xy}|$

$$M_{xg}^* = 0 \quad (2.30)$$

$$M_{yg}^* = M_y - |M_{xy}^2/M_x| \quad (2.31)$$

Se  $M_y > -|M_{xy}|$

$$M_{xg}^* = M_x - |M_{xy}^2/M_y| \quad (2.32)$$

$$M_{yg}^* = 0 \quad (2.33)$$

Com essa consideração de momentos fletores e volventes, proposta no método Wood-Armer, são implementadas as armaduras longitudinais nas lajes de concreto armado do programa.

Nos pórticos formados em uma estrutura existe um ponto de ligação entre o pilar e viga que na análise do programa aqui aplicado, cria-se uma região indeformável na viga, e por consequência na laje, a partir disso o *software* adota armaduras para punção nessa região, se necessário, já que nesse ponto da laje tende a ocorrer esforços transversais e segundo Memória de Cálculo (CYPE INGENIEROS, 2003):

Em superfícies paralelas aos bordos de apoio, considerando como tais os pilares, paredes, muros, vigas e apoios em muros, e colocada a uma distância de meia altura útil ( $0.5 d$ ), verifica-se o cumprimento da tensão limite de puncionamento, de acordo com a norma. Não se deve esquecer que a verificação de puncionamento é uma verificação de tensões tangenciais, que é o que o programa realiza, obtendo o valor das tensões tangenciais a partir dos esforços nos nós próximos, interpolando linearmente nos pontos de corte do perímetro de puncionamento.

Portanto, sempre que houver uma região de pilar, onde o pilar se encontre a uma distância de até metade da altura útil da ligação com a laje, é realizado a verificação de puncionamento na laje. Isso é feito uma vez que essa região é considerada praticamente indeformável verticalmente devido a rigidez do pilar, o que não ocorre ao longo do comprimento das vigas de suporte para as lajes que são consideradas deformáveis.

### 3 METODOLOGIA

O presente trabalho utilizou o método dos elementos finitos para lajes maciças do *software* CYPECAD 2017 ®, e o método de Bares com o auxílio do Microsoft Excel ® e FTOOL ®, para o estudo de lajes de concreto armado. Assim, buscou-se encontrar as vantagens e desvantagens de cada um deles dentro do contexto estrutural.

Partindo do pré-dimensionamento foram adotadas considerações referentes aos projetos analisados neste trabalho, bem como, considerações a respeito de cada um dos métodos de cálculo.

Como foi descrito anteriormente, nas barras longitudinais negativas, com exceção das armaduras de bordo, não foram considerados ganchos. Portanto  $\alpha$  foi sempre 1,0 e  $l_{b,nec}$  será utilizado apenas para as barras negativas. As positivas foram consideradas todas com gancho de 90° sempre que possível, quando não fosse possível se utilizou ganchos de 180°, com comprimento desses ganchos obtidos de acordo com a Tabela 1.7a (PINHEIRO, 2007).

A avaliação do comprimento da região de momento negativo foi feito através do programa Ftool ® (MARTHA, 2018), onde a laje foi analisada em cada vão com as suas respectivas condições de bordo, para avaliar até onde atua o momento negativo. A utilização desse procedimento se mostrou bem próximo do critério da versão mais antiga da norma de cálculo de estruturas de concreto, a NB 1 (ABNT, 1978), no qual é suposto um diagrama triangular de momento fletor negativo em uma borda comum à duas lajes, e a base do triângulo tem comprimento igual ao dobro de um quarto do maior dos menores vãos das lajes analisadas.

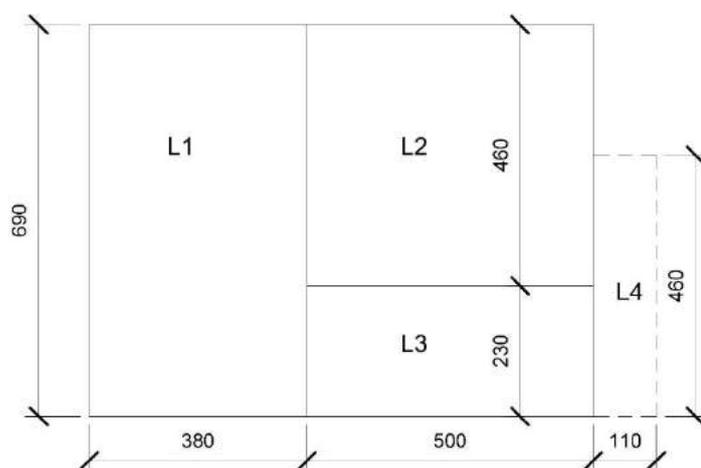
#### 3.1 Projetos abordados

Foram analisados três diferentes projetos para uma melhor verificação da comparação entre o comparativo dos dois métodos.

### 3.1.1 Projeto 1 - Verificação com a Literatura

Para verificar a precisão do CYPECAD®, foi realizada uma análise via estes dois métodos do projeto de lajes, apresentado na Figura 7, contido no Capítulo 12 da apostila de Pinheiro (2007). Como o método de cálculo via planilhas eletrônicas se baseia no material de Pinheiro (2007), a comparação foi apenas com relação ao programa de CYPECAD®. Na apostila foi considerado concreto C25, aços CA-50 ( $\phi \geq 6,3$  mm) e CA-60 ( $\phi = 5$  mm) e cobrimento  $c = 2$  cm, no pré-dimensionamento obteve-se que as lajes deveriam possuir altura  $h = 10$  cm, foi considerado também que existe uma carga de revestimento de  $1 \text{ kN/m}^2$  e a carga acidental de  $3 \text{ kN/m}^2$ . Na laje L4, por ser uma laje com três bordos em balanço foi estimado na extremidade, uma mureta de  $\frac{1}{2}$  tijolo cerâmico ( $1,9 \text{ kN/m}^2$ ), com  $1,10$  m de altura, e uma carga variável de  $2,0 \text{ kN/m}^2$ . Além das cargas anteriormente citadas, esse acréscimo se dá por conta desse guarda-corpo em alvenaria, bem como a aplicação de esforços que pessoas podem realizar ao se escorarem nesse guarda-corpo.

Figura 7 – Planta de lajes avaliadas por Pinheiro



Fonte: (PINHEIRO, 2007)

### 3.1.2 Projeto 2 - Residencial unifamiliar

Esse projeto apresenta uma edificação de apenas 51,65 m<sup>2</sup>, composta por dois quartos, uma sala, uma cozinha, um banheiro e uma varanda. O projeto foi realizado na disciplina Desenho Assistido por Computador – GNE275, da Universidade Federal de Lavras, e a sua volumetria é mostrada na Figura 8.

A partir da planta baixa deste edifício, Figura 9, foram alocados os elementos estruturais e, posteriormente, foram pré-dimensionados, conforme o *design* e a planta de forma da estrutura de acordo com a Figura 10 e no Apêndice A, respectivamente. Foi considerado que as lajes de cobertura não tem revestimento em suas partes superiores e considerado em suas partes inferiores um revestimento de argamassa composta por cimento, cal e areia, de 19 kN/m<sup>3</sup>, conforme a NBR 6120 (ABNT, 2019) com 2,5 cm de espessura. Não foram analisados os contrapisos apoiados no solo em nenhum projeto, visto que esses elementos por terem interação com solo se caracterizam com infraestrutura. Também foi considerado uma carga acidental de 3 kN/m<sup>2</sup>, que diz respeito a depósitos pela NBR 6120 (ABNT, 2019), para todas as lajes de cobertura deste projeto, visto que é comum a utilização desse espaço com tal fim.

Figura 8 – Perspectiva de volumetria da residência unifamiliar



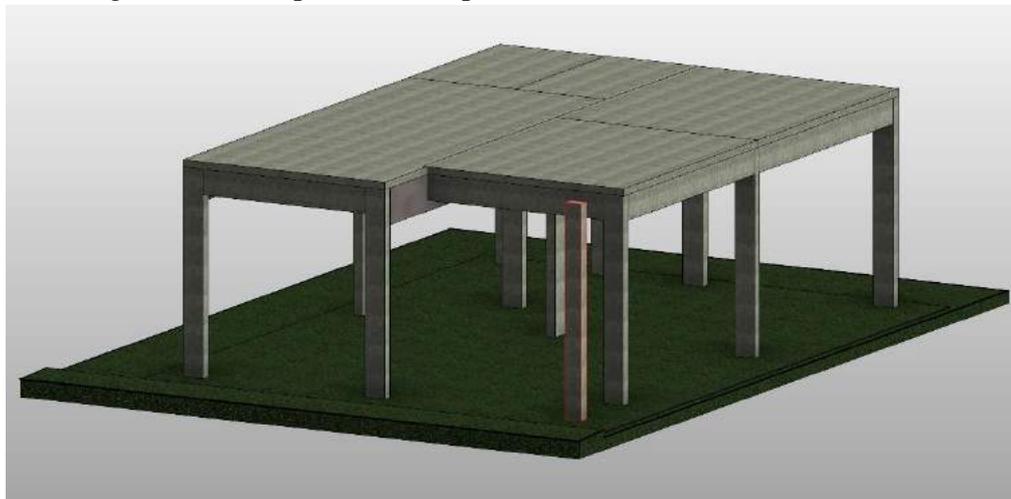
Fonte: Do autor (2020)

Figura 9 – Planta baixa da residência unifamiliar



Fonte: Do autor (2020)

Figura 10 – Perspectiva da superestrutura da residência unifamiliar



Fonte: Do autor (2020)

Seguindo o descrito no item 2.3, para o pré-dimensionamento da estrutura, a laje na condição mais crítica é a laje L4, apresentada no Apêndice A, pois possui os maiores vãos e a menor quantidade de bordos engastados. Para os pilares o pré-dimensionamento resultou em

áreas menores que  $360 \text{ cm}^2$ , portanto todos os pilares foram utilizados com as dimensões de  $14 \times 30 \text{ cm}$ ,  $14 \text{ cm}$  por conta da espessura da parede, considerada como parede de  $15 \text{ cm}$ , com um revestimento de  $0,5 \text{ cm}$  nas faces laterais, o que resulta nos mesmos  $15 \text{ cm}$  de largura da parede, e os  $30 \text{ cm}$ , considerando a largura das formas que são mais facilmente encontradas no mercado. As vigas seguiram a mesma espessura do pilar e para a altura das mesmas para a maioria das vigas foi adotado  $45 \text{ cm}$ , com exceção das vigas V2 e V4, que foi adotado  $60 \text{ cm}$  de altura por conta de seus comprimentos e por servirem de apoio para as outras vigas, exigindo assim uma maior rigidez do que as demais.

### 3.1.3 Projeto 3 - Residencial multifamiliar

Foi adaptado um projeto realizado na disciplina Projetos em Engenharia Civil III – GNE283 da UFLA. Trata-se de um projeto com  $1418,36 \text{ m}^2$  de área a construir, composto por três andares com dois apartamentos de  $153,58 \text{ m}^2$  por andar, os quais possuem um quarto comum, uma suíte com banheiro, um banheiro comum, duas salas, cozinha e área de serviço, com ainda uma garagem no subsolo. Com as plantas baixas do edifício, Figura 11 e Figura 12, foi realizado o mesmo procedimento anterior, e obtendo a estrutura da Figura 13 e Apêndices B e C, respectivamente.

Considerada uma carga média de pisos de porcelanatos encontrados na loja *online* Leroy Merlin (LEROY MERLIN, 2020), que resulta em uma carga de  $0,2018 \text{ kN/m}^2$ . Esta carga foi aplicada em todas as lajes, exceto as lajes de cobertura. Uma argamassa de assentamento em conjunto com uma argamassa de regularização para esse porcelanato como uma argamassa de cimento e areia, com  $21 \text{ kN/m}^3$ , conforme a NBR 6120 (ABNT, 2019), com  $3 \text{ cm}$  de espessura, foi utilizada como revestimento superior. Foi considerado apenas um revestimento inferior para as lajes de cobertura, definido como um revestimento de argamassa composta por cimento, cal e areia, de  $19 \text{ kN/m}^3$ , conforme a NBR 6120 (ABNT, 2019) com  $2,5 \text{ cm}$  de espessura. Por fim, uma carga acidental de  $3 \text{ kN/m}^2$ , que representa áreas de uso comum NBR 6120 (ABNT, 2019) para todas as lajes, com o objetivo de majoração de esforços, e para a laje de cobertura foi considerada uma carga de  $1 \text{ kN/m}^2$ , que corresponde a cobertura com acesso apenas para a manutenção, da mesma norma.

Figura 11 – Planta baixa pavimento tipo residencial multifamiliar



Fonte: Do autor (2020)

Figura 12 – Planta baixa garagem residencial multifamiliar



Fonte: Do autor (2020)

Figura 13 – Perspectiva da superestrutura residencial multifamiliar



Fonte: Do autor (2020)

No pré-dimensionamento foram obtidas as dimensões das lajes, vigas e pilares, conforme descrito no item anterior, e foi pré-dimensionado 15 cm de altura para as lajes, a maior dimensão das vigas foi de 24x55 cm e para pilares a maior dimensão foi 15x40 cm.

### 3.2 Aplicação do método de Bares

Com a estrutura já pré-dimensionada, é feita a análise das condições de bordo das lajes. De acordo com o item 2.1.1 deste mesmo trabalho, são utilizadas as tabelas de Bares (PINHEIRO, 2007). Das referidas tabelas, obtém-se os coeficientes  $\mu$  e  $\nu$ , que são utilizados nas Equações (2.5) e (2.6). Com os valores dos momentos fletores compatibilizados e das reações de apoio obtidos, estipulou-se um diâmetro pré-determinado para as armaduras ( $\phi$ ). Posteriormente é possível determinar a altura pré-dimensionada da laje ( $h$ ) e o cobrimento necessário das armaduras de acordo com a classe de agressividade do ambiente. Nos projetos

dos itens 3.1.2 e 3.1.3 deste trabalho, foi adotado o valor de 2,5 cm para o cobrimento. Foi considerado que os projetos situam-se em meio urbano, o que representa uma classe de agressividade II para os elementos estruturais e que resulta em um concreto da classe C25 no mínimo de acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2014). Em seguida, o peso próprio foi avaliado em cada laje, considerando os casos em que se tem piso e/ou revestimentos, valores médios comerciais e para revestimentos argamassados e peso da estrutura de concreto armado, foram considerados os valores disponíveis na Tabela 1 da NBR 6120 (ABNT, 2019). Tais valores foram somados, resultando em uma carga com a unidade de medida de kN/m<sup>2</sup>, para cada laje. Ainda com a NBR 6120 (ABNT, 2019), foram determinados os valores das cargas variáveis contidos na Tabela 10 dessa norma.

### **3.3 Aplicação do CYPECAD 2017 ®**

Primeiramente é escolhido se o projeto será iniciado do zero ou se alguma referência externa será utilizada, podendo ser em formato dwg ou ifc. Neste trabalho foi utilizada a exportação da estrutura pré-dimensionada representada no Autodesk Revit ® em formato ifc, e também as cargas aplicadas nos pavimentos. Por último é visualizado a janela de configurações estruturais, nessa janela são feitas definições desde as normas que vão ser utilizadas, tendo normas de diversos países, até a classe de agressividade do ambiente para as vigas. Neste trabalho foram feitas configurações que se usaram para todos os projetos abordados, como as normas utilizadas, e para outras configurações foi necessário alterar de acordo com o projeto abordado. Não foram consideradas ações de vento, ações sísmicas e resistência ao fogo, em nenhum dos projetos aqui avaliados, já que o foco do trabalho se dá no dimensionamento das lajes em relação aos esforços gravitacionais (peso próprio e sobrecarga de utilização).

Os parâmetros que foram modificados no programa antes dos cálculos foram:

- Classe do concreto (a mesma para todos os elementos estruturais iguais);
- Característica do agregado (Brita 1 = 19 mm);

- Diâmetros e espaçamento de barras utilizadas na laje (Definido as quantidades mínimas de acordo com o item 2.2.1);
- Quantidades mínimas de aço para lajes (Desativado);
- Arredondamento do comprimento de barras (1 cm);
- Dobras construtivas em lajes (Desativado);
- Perdas de aço;
- Com ação do vento (Desativado);
- Com ação sísmica (Desativado);
- Coeficiente de redistribuição de momentos negativos (Desativado);
- Momentos mínimos que as lajes devem cobrir (Desativado);

Após a definição dessas configurações, foram introduzidas as vigas e lajes, apenas os pilares foram aproveitados do modelo ifc do Revit®, após modelada a estrutura, são definidas as condições de bordo das lajes, que por *default* são engastes. Assim, pôde ser realizado o primeiro cálculo sem levar em conta o dimensionamento de fundações, quando surgiram erros em vigas e pilares, correções são feitas para eliminá-los. Portanto, as dimensões de pilares e vigas podem ter sido alteradas, isso se faz necessário visto que o programa calcula a estrutura como um pórtico espacial e as deformações de pilares e vigas influenciam diretamente no dimensionamento das lajes. Tal fato diferencia a referida metodologia do método simplificado, com isso se busca uma segurança normativa para a estrutura que é analisada de maneira integrada.

Foi necessário fazer um destaque para as quantidades mínimas de aço do programa, que adota padrões diferentes do aplicado na NBR 6118 (ABNT, 2014), portanto as quantidades mínimas foram calculadas manualmente e utilizadas diretamente no diâmetro e espaçamento de armaduras negativas e positivas do *software*.

Uma estrutura reage de acordo com os elementos que fazem parte da mesma. Para que se tenha uma igualdade na abordagem dos métodos de estudo desse trabalho, visando apenas a diferença na quantidade de armaduras que cada método irá gerar, foi realizado um pré-dimensionamento dos elementos estruturais por meio do Microsoft® Excel®. As dimensões obtidas foram utilizadas como dados de entrada para as dimensões dos elementos estruturais sendo usados igualmente para a abordagem por elementos finitos como para a do método simplificado.

Outro fator que foi considerado é com relação a quantidade de projetos abordados, visto que uma casa de apenas um pavimento não possui o mesmo comportamento que um edifício de múltiplos andares. Portanto, foram abordados pelos dois métodos os projetos descritos no item 3.1. Também foi levado em consideração o posicionamento de pilares, realizado no Revit ® 2020 da Autodesk ®, visando igualar as duas abordagens

### **3.4 Quantificação de Peso e Custo**

No CYPECAD ® o cálculo de peso das barras é feito diretamente no programa com todas as barras das lajes sendo calculadas de maneira agrupada, ocorrendo uma separação apenas para cada um dos pavimentos. Tal abordagem dificulta a precificação da quantidade de aço por conta de as barras serem comercializadas pelos seus respectivos diâmetros. Assim sendo, foi adotado um único diâmetro de barra para todas as lajes de cada projeto, nos dois métodos aqui comparados. Para o método aproximado, foi utilizado o Catálogo da ArcelorMittal ® (ARCELORMITTAL, 2019) para se calcular o peso de cada barra por metro linear e, com isso, se obter o peso total das barras de um projeto. Com o peso de aço de cada projeto, foi utilizado a Tabela SINAPI (Sistema Nacional de Pesquisa de Preços e Índices), versão de novembro de 2020, disponibilizada pela Caixa Econômica Federal (CAIXA, 2020), que é empregada em muitas obras públicas.

## 4 RESULTADOS

Foram feitas análise individuais do comparativo entre cada projeto e uma comparação geral, que se refere as médias obtidas pelos dois métodos, que tem o objetivo de se gerar uma taxa média da variação no peso de aço que existe em cada método por metro quadrado de laje

### 4.1 Projeto 1 - Verificação com a literatura

Em Pinheiro (2007) considerada uma porcentagem de 10% de perda no aço, por conta de cortes e dobras. Na referência utilizada, são consideradas as armaduras de canto conforme apresentado no item 2.2.1, mas não são apresentados cálculos sobre a armadura de bordo do mesmo item. Tal fato é justificado, pois o material utilizado como referência é datado de 2007 e a versão da NBR 6118 que implementa essa armadura é de 2014. Outro ponto importante é que apesar de terem sido considerados inicialmente apenas dois diâmetros de barras para a o cálculo estrutural, nos desenhos e mais objetivamente no quadro de Resumo de Barras são apresentados diâmetros de barras de 5, 6,3, 8 e 10 mm. Para o CYPECAD<sup>®</sup> foram consideradas apenas barras de 6,3 mm. Partindo de tais considerações, os resultados do CYPECAD<sup>®</sup>, conforme os Apêndices D e G, e de Pinheiro (2007) são respectivamente de, 387 e 372 kg de aço, o que resulta em aproximadamente 3,88% de aço a mais no método de cálculo de elementos finitos do CYPECAD<sup>®</sup> em relação ao método simplificado apresentado na referência. Considerando as armaduras de borda que não foram calculadas em Pinheiro (2007), de acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2014), e são apresentadas na Tabela 1. Essas armaduras resultam em um aumento de 27 kg de aço sem perdas, incrementando-se os 10% de perdas encontra-se aproximadamente 30 kg de armaduras de bordo. Considerado as armaduras de bordo mais as armaduras calculadas por Pinheiro (2007), resultou em um total de 402 kg e 3,88% de aço a mais do que os 387 kg do MEF do *software* CYPECAD<sup>®</sup>.

Tabela 1 – Armadura de borda para comparativo da literatura

Laje	Eixo	As (cm <sup>2</sup> /m)	φ barras (cm)	Qtd. de barras (un)	Menor vão (m)	Comprimento de barra com gancho (cm)	Peso total de barras (kg)
L1	x	1,56	0,63	38	3,8	81	7,5376
L1	y	1,56	0,63	32	3,8	81	6,3475
L2	x	1,56	0,63	23	4,6	93	5,2381
L2	y	1,56	0,63	25	4,6	93	5,6936
L3	y	1,56	0,63	12	2,3	59	1,7191
<b>TOTAL</b>							27,0000

#### 4.2 Projeto 2 - Residencial unifamiliar

Utilizando os dois processos de cálculo descritos no item 3.1.2, foi necessário o redimensionamento de algumas vigas no CYPECAD®, e as quantidades mínimas de aço para as armaduras positivas e negativas, resultaram em espaçamentos das barras de 6,3 mm de 20 e 30 cm, respectivamente. Foram encontrados em ambos os métodos mais de 10 direções de lajes, com armadura mínima, somando as armaduras para combate de momento negativo e positivo. Nenhuma laje necessitou de armadura transversal, redimensionamento de aço ou da altura das lajes, por conta de flechas excessivas e esforços cortantes, em nenhum dos dois métodos. Este projeto é o que possui a maior laje armada em apenas uma direção e, também, o que tem a menor área de lajes a se dimensionar.

Os resultados obtidos pelo método de Bares foram de 163 kg, já para o CYPECAD®, foi igual a 135 kg, resultando em aproximadamente com 20,74% de aço a mais no método simplificado. Os resultados são mostrados nos Apêndices E, H e J.

#### 4.3 Projeto 3 - Residencial multifamiliar

Nesse projeto o pré-dimensionamento não se mostrou tão eficiente, visto que diversas vigas e pilares não atenderam as solicitações no *software*, com isso optou-se por analisar cada

pilar separadamente. Já para as vigas, foi optado por analisar o pior caso, e utilizar a mesma dimensão do pior caso para todas as vigas. Esse redimensionamento se faz necessário, já que a estrutura é analisada pelo CYPECAD ® como um pórtico espacial e leva em consideração as rigidezes dos elementos em qual a laje se apoia, para o dimensionamento da mesma. No MEF do programa foi observada uma diferença de 117 kg de aço entre o pavimento tipo e o pavimento de cobertura, como o peso de aço do pavimento tipo e o pavimento cobertura resultando em uma diferença de 7,86% kg de aço a mais no pavimento tipo, quando se existe uma diferença de cargas acidentais e permanentes de aproximadamente de 2,91 vezes a mais no pavimento tipo em relação a cobertura, isso demonstra que as cargas no pavimento tipo e na cobertura, não possuem o valor suficiente para que se exceda além da área mínima aço recomenda pela NBR 6118 (2014), visto a discrepância entre os valores de carga.

A quantidade de aço obtida para as lajes deste projeto foi de 8535 kg, no cálculo simplificado e para o programa foi de 7908 kg, resultando em 7,93% de aço a mais no processo simplificado de cálculo, conforme apresentado nos Apêndices F, I1, I2 e K.

#### 4.4 Resumo

Considerando uma média da porcentagem de aumento de peso aço no método simplificado, para todos os três projetos abordados, sucedeu em uma diferença de aproximadamente 13,33% em média, de peso de aço a mais no método simplificado. Tal resultado reflete em uma taxa média por metro quadrado de laje próxima de 0,022% de peso de aço a mais por m<sup>2</sup> de laje, conforme a Tabela 2. Considerando os valores de aço do item 3.4, para barras de 6,3 mm em todos os projetos, foi obtido o custo de cada método e a diferença de valor entre eles conforme a Tabela 3.

Tabela 2 – Porcentagem de aumento de peso de aço

PROJETO	M <sup>2</sup> DE LAJE	AUMENTO DE AÇO PELO MÉTODO SIMPLIFICADO
1	68,50	3,88%
2	48,11	28,15%
3	1728,27	7,95%
<b>MÉDIA</b>	614,96	13,33%
<b>TAXA POR M<sup>2</sup></b>		<b>0,022%</b>

Tabela 3 – Peso, custo e diferença de custo dos métodos

PROJETO	QTD. AÇO NO MANUAL (kg)	QTD. AÇO CYPECAD <sup>®</sup> (kg)	PREÇO DO AÇO NO MANUAL	PREÇO CYPECAD <sup>®</sup>	DIFERENÇA DE PREÇO
1	402	387	R\$ 2.878,32	R\$ 2.770,92	R\$ 107,40
2	173	135	R\$ 1.238,68	R\$ 966,60	R\$ 272,08
3	8537	7908	R\$ 61.124,92	R\$ 56.621,28	R\$ 4.503,64

## 5 CONCLUSÃO

De acordo com os resultados obtidos no presente trabalho os cálculos via CYPECAD® se mostraram confiáveis, visto a sua semelhança com o método de Bares, e vai além com a economia gerada. O método adotado neste trabalho, de utilizar apenas um diâmetro de barra, não é de costume da maioria dos projetos, isso implica que uma variação de diâmetros, tanto no *software*, quanto no cálculo manual, possa promover diferenças. Tal fato é observado na diferença entre o primeiro e segundo projetos abordados, quando as dimensões de laje diminuem, do primeiro para o segundo projeto, mas as diferenças se acentuam, tal fato pode ser referente ao se optar pela utilização de barras de aço de 6,3 mm em todas as lajes que foram projetadas pelo autor, enquanto no primeiro projeto existem diferentes diâmetros no método simplificado aplicado por Pinheiro (2007). Também é observado um comportamento divergente entre o projeto 2 e 3, que pode ser proveniente das lajes não retangulares que o projeto 3 possui.

Do ponto de vista econômico e de tempo, a utilização do CYPECAD® é recomendada, visto o ganho nesses dois aspectos. Mesmo em projetos menores, onde o ganho não se mostra tão significativo, com uma taxa média de aumento do peso de aço no método simplificado de aproximadamente 0,022% a cada m<sup>2</sup> de laje, o tempo de modelagem, geração de desenhos, verificações normativas e geração de quantitativos que o *software* produz, se mostram como fatores positivos para a sua utilização. O tempo de geração de resultados se mostra importante também para a avaliação da seção das lajes como um todo, visto que poderia ser facilmente modificado via CYPECAD®. Porém, essa alteração implicaria em um tempo considerável para as aplicações do cálculo manual, onde poderia se ter diferença, além da área de aço, na altura da seção das lajes de concreto armado.

Importante ressaltar que por se tratar de um produto comercial, o programa engloba diversas normas, de vários países, isso implica que existem parâmetros que não são aplicados a NBR 6118 (ABNT, 2014). Isso destaca a importância do conhecimento do usuário, tanto em experiência prática com projetos, quanto no conhecimento teórico, para a avaliação desses parâmetros e resultados do *software*. Uma vez que o programa indica apenas erros provenientes da modelagem, e aceita a entrada de parâmetros mesmo que estejam equivocados. E também que em todos os casos do presente trabalho, quando as estruturas foram dimensionadas com as configurações padrão do programa, todos, sem exceção, apresentaram um maior peso de aço do que o método de Bares, o que garante a segurança, mas não a economia.

## REFERÊNCIAS

ALVA, G. M. S. **Notas de aula de Estruturas de Concreto - PRÉ-DIMENSIONAMENTO DA ESTRUTURA**. Universidade Federal de Santa Maria. Santa Maria. 2014.

ARANHA, N.; ET AL. A lei de Hooke e as molas não-lineares, um estudo de caso. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, São Paulo, v. 38, n. 4305, p. 1-2, Julho 2016. ISSN ISSN.

ARCELORMITTAL. **Guia do Aço**. [S.l.]. 2019.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NB-1 PROJETO E EXECUÇÃO DE OBRAS DE CONCRETO ARMADO**. Rio de Janeiro. 1978.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 8681 - Ações e segurança nas estruturas - Procedimento**. ABNT. Rio de Janeiro. 2003.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7480 - Aço destinado a armaduras para estruturas de concreto armado - Especificações**. ABNT. Rio de Janeiro. 2008.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118 - Projeto de estruturas de concreto - Procedimento**. ABNT. Rio de Janeiro. 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6120 - Ações para o cálculo de estruturas de edificações**. ABNT. Rio de Janeiro. 2019.

AZEVEDO, Á. F. M. **Condensação Estática**. Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto. Porto. 1995.

AZEVEDO, Á. F. M. **MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS**. Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto. Porto. 2003.

BASTOS, P. S. S. **LAJES DE CONCRETO**. UNESP. Bauru. 2005.

CAIXA. Referências de Preços e Custos. **Caixa Econômica Federal**, 2020. Disponível em: <<https://www.caixa.gov.br/poder-publico/modernizacao-gestao/sinapi/referencias-precos-insumos/Paginas/default.aspx>>. Acesso em: 2020.

CLOUGH, R. W.; WILSON, E. L. **EARLY FINITE ELEMENT RESEARCH AT BERKELEY**. Fifth U.S. National Conference on Computational Mechanics. Boulder: Colorado. 1999. p. 2-5.

CYPE INGENIEROS. **MEMÓRIA DE CÁLCULO**. CYPECAD. Alicante. 2003.

EUROCODE. **EUROCODE 2: Design of concrete structures. Part 1 - General rules and rules for buildings**. [S.l.]. 1992.

LEROY MERLIN. Pisos e Revestimentos. **Leroy Merlin**, 2020. Disponível em: <<https://www.leroymerlin.com.br/pisos-e-revestimentos>>. Acesso em: 10 Novembro 2020.

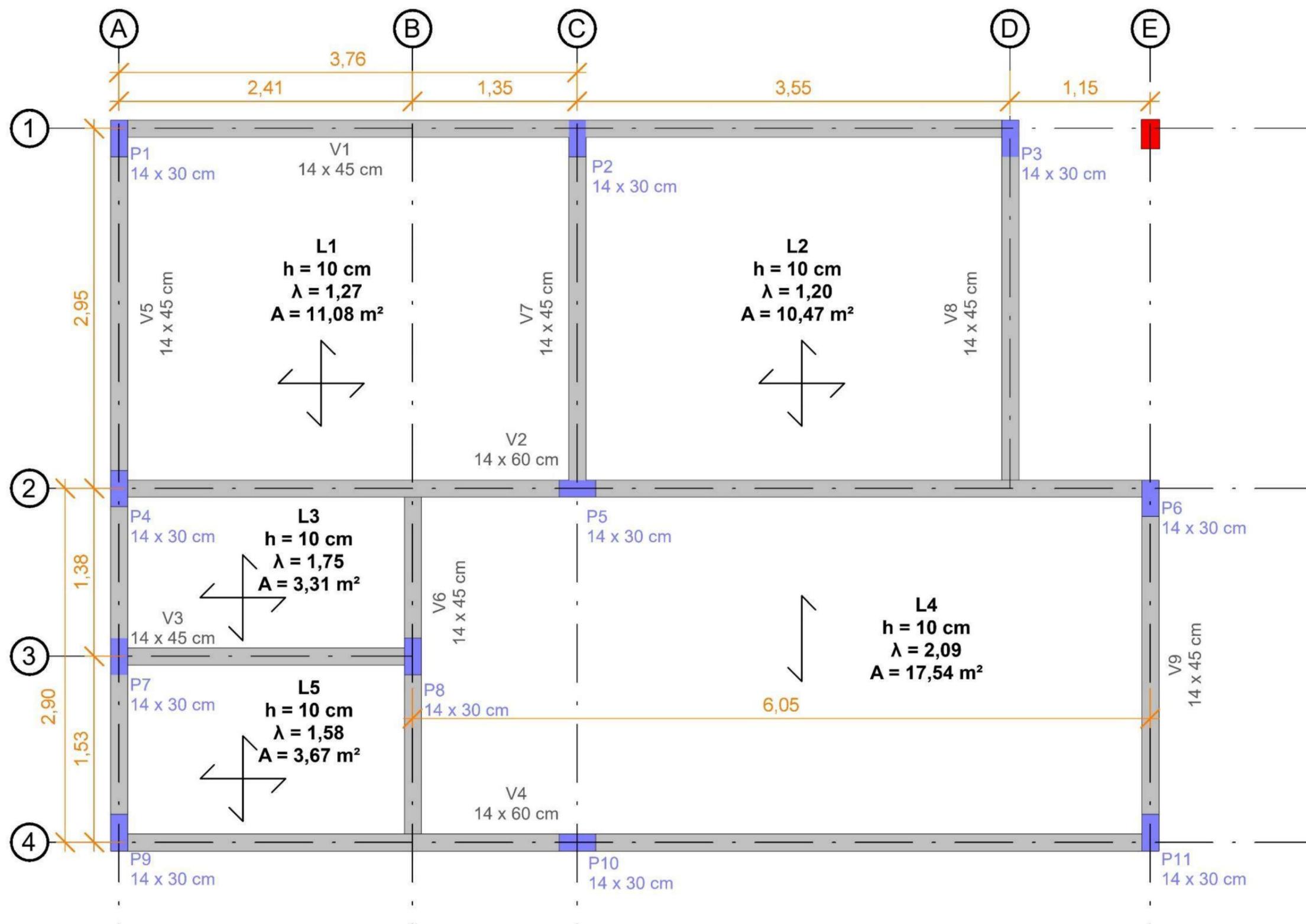
MARTHA, L. F. Pontífica Universidade Católica do Rio de Janeiro. **FTOOL**, 2018. Disponível em: <<https://www.tecgraf.puc-rio.br/ftool/>>. Acesso em: Maio 2021.

PARSEKIAN, G. A. **CÁLCULO DE ARMAÇÃO DE LAJES DE CONCRETO ARMADO COM A CONSIDERAÇÃO DE MOMENTOS VOLVENTES**. Universidade de São Paulo. São Carlos. 1996.

PINHEIRO, L. M. **FUNDAMENTOS DO CONCRETO E PROJETO DE EDIFÍCIOS**. UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO. São Carlos. 2007.

TIMOSHENKO, S. P. **History of strength of materials**. 1<sup>a</sup>. ed. Stanford: McGraw-Hill Book Company, Inc., v. I, 1953.

## APÊNDICE A – PLANTA DE FORMA COBERTURA PROJETO 2

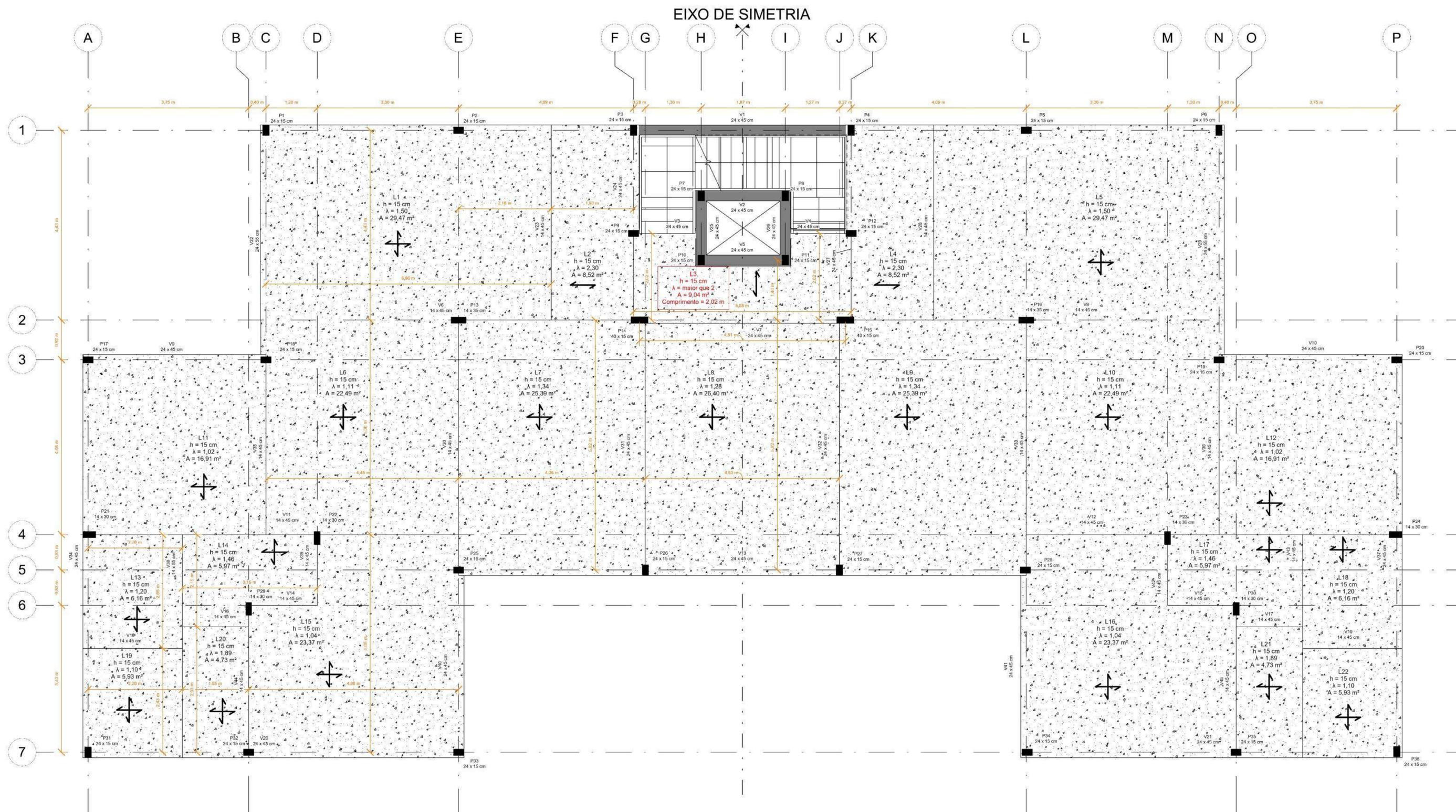


\*Medidas em metros.

\*Sem escala.

\*Pilar em vermelho foi desconsiderado pois se trata de um elemento estrutural isolado para suporte do telhado

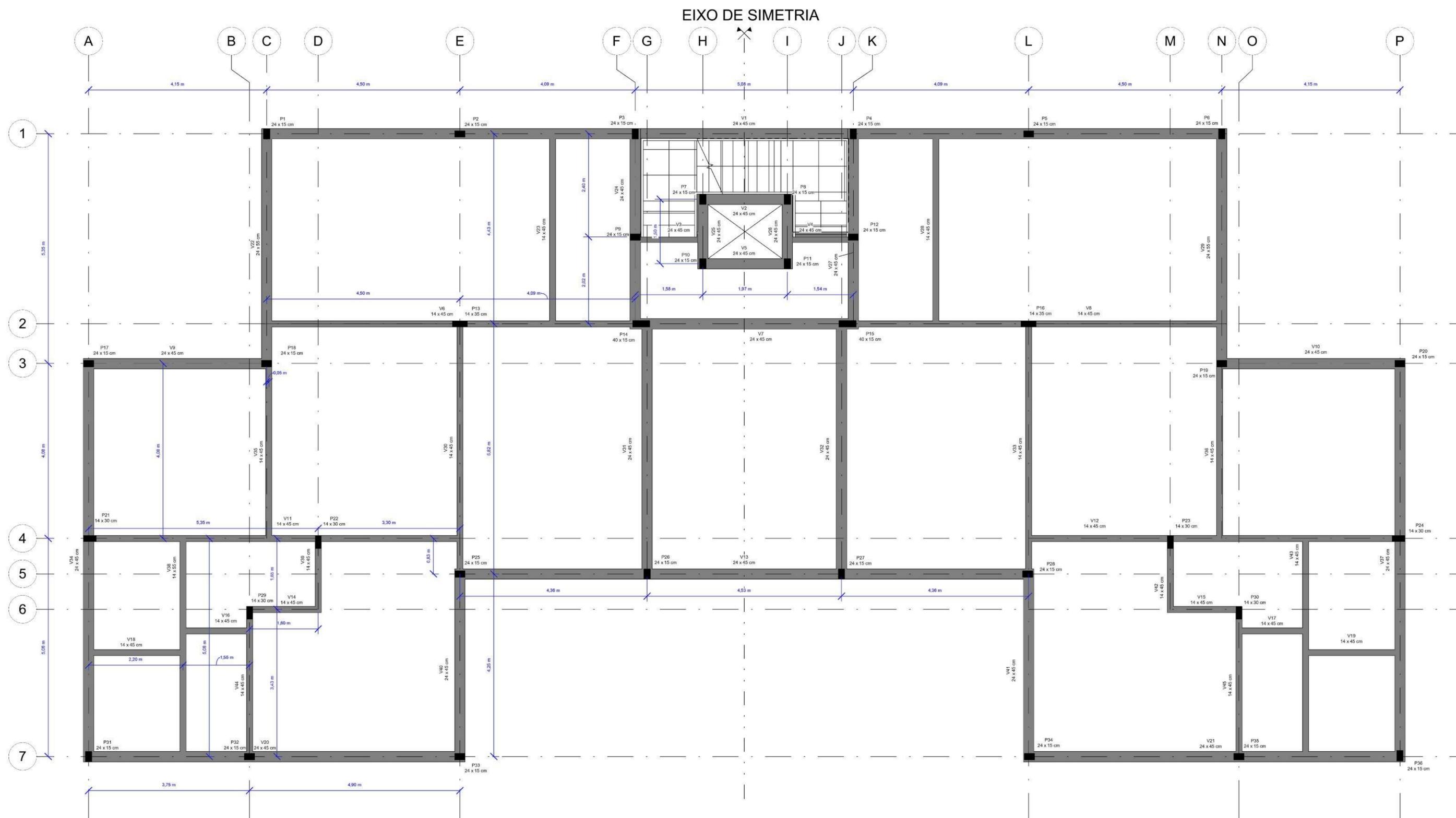
## APÊNDICE B – PLANTA DE FORMA DE LAJES PAVIMENTO TIPO PROJETO 3



\*Medidas em metros.

\*Sem escala.

APÊNDICE C – PLANTA DE FORMA DE VIGAS PAVIMENTO TIPO PROJETO 3



\*Medidas em metros.

\*Sem escala.

### APÊNDICE D - RESULTADOS CYPECAD ® PROJETO 1

*\*A numeração das lajes no CYPECAD é realizada de acordo com o programa, não correspondendo algumas vezes com a numeração manual realizada nas plantas dos apêndices, que é a mesma dos cálculos pelo método de Bares.*

Altura em metros  
 Momentos em kN·m/m  
 Armaduras em cm<sup>2</sup>/m  
 Diâmetro de barra em mm  
 Espaçamento em cm

#### Piso 1

Laje	Dir.	Altura	Momentos			Taxas de Armadura			Armadura de reforço		
			Esq.	Centro	Dir.	Esq.	Centro	Dir.	Sup. Esq.	Inf. Centro	Sup. Dir.
L1	X	0.10	-0.03	4.68	10.08	-0.01	1.96	4.23	-----	Ø6.3c/15.5	Ø6.3c/7
	Y		-0.04	3.08	-0.01	-0.02	1.29	-0.01	-----	Ø6.3c/24	-----
L2	X	0.10	9.35	6.65	-0.07	3.92	2.79	-0.03	Ø6.3c/7.5	Ø6.3c/11	-----
	Y		-0.09	6.20	-0.01	-0.04	2.60	-0.01	-----	Ø6.3c/12	-----
L3	X	0.10	13.84	0.29	-----	5.80	0.12	-----	Ø6.3c/5	Ø6.3c/30	-----
	Y		-----	4.72	-----	-----	1.98	-----	-----	Ø6.3c/15.5	-----
L4	X	0.10	5.44	2.33	-0.21	2.28	0.98	-0.09	Ø6.3c/13.5	Ø6.3c/30	-----
	Y		-0.03	2.24	1.00	-0.01	0.94	0.42	-----	Ø6.3c/30	Ø6.3c/20

**Total obra - Superfície total: 68.50 m<sup>2</sup>**

Elemento	Formas (m <sup>2</sup> )	Volume (m <sup>3</sup> )	Barras (kg)
LAJES	59.92	5.99	384

### APÊNDICE E - RESULTADOS CYPECAD ® PROJETO 2

Altura em metros  
 Momentos em kN·m/m  
 Armaduras em cm<sup>2</sup>/m  
 Diâmetro de barra em mm  
 Espaçamento em cm

#### Cobertura

Laje	Dir.	Altura	Momentos			Taxas de Armadura			Armadura de reforço		
			Esq.	Centro	Dir.	Esq.	Centro	Dir.	Sup. Esq.	Inf. Centro	Sup. Dir.
L1	X	0.10	-0.03	2.25	4.27	-0.01	0.94	1.79	-----	Ø6.3c/30	Ø6.3c/17
	Y		2.23	3.03	-0.03	0.93	1.27	-0.01	Ø6.3c/20	Ø6.3c/24.5	-----
L2	X	0.10	3.73	2.01	0.00	1.56	0.84	0.00	Ø6.3c/19.5	Ø6.3c/30	-----
	Y		5.54	1.73	-0.00	2.32	0.72	-0.00	Ø6.3c/13	Ø6.3c/30	-----
L3	X	0.10	-0.00	0.67	0.27	-0.00	0.28	0.11	-----	Ø6.3c/30	Ø6.3c/20
	Y		0.95	0.69	0.97	0.40	0.29	0.41	Ø6.3c/20	Ø6.3c/30	Ø6.3c/20
L4	X	0.10	-0.46	2.59	-0.03	-0.19	1.09	-0.01	-----	Ø6.3c/28.5	-----
	Y		-0.09	3.22	4.71	-0.04	1.35	1.97	-----	Ø6.3c/23	Ø6.3c/15.5
L5	X	0.10	0.04	0.78	0.35	0.02	0.33	0.14	Ø6.3c/20	Ø6.3c/30	Ø6.3c/20
	Y		0.08	0.66	1.01	0.03	0.28	0.42	Ø6.3c/20	Ø6.3c/30	Ø6.3c/20

**Total obra - Superfície total: 48.11 m<sup>2</sup>**

Elemento	Formas (m <sup>2</sup> )	Volume (m <sup>3</sup> )	Barras (kg)
LAJES	42.00	4.20	135

### APÊNDICE F - RESULTADOS CYPECAD ® PROJETO 3

Altura em metros  
 Momentos em kN·m/m  
 Armaduras em cm<sup>2</sup>/m  
 Diâmetro de barra em mm  
 Espaçamento em cm

#### Pisos 2 até 5

Laje	Dir.	Altura	Momentos			Taxas de Armadura			Armadura de reforço		
			Esq.	Centro	Dir.	Esq.	Centro	Dir.	Sup. Esq.	Inf. Centro	Sup. Dir.
L1	X	0.15	-0.68	7.12	-0.03	-0.19	1.99	-0.01	-----	Ø6.3c/15.5	-----
	Y		13.41	8.36	-0.27	3.75	2.34	-0.08	Ø6.3c/8	Ø6.3c/13	-----
L2	X	0.15	0.75	2.41	2.35	0.21	0.67	0.66	Ø6.3c/13	Ø6.3c/20	Ø6.3c/13
	Y		3.86	2.46	-----	1.08	0.69	-----	Ø6.3c/13	Ø6.3c/20	-----
L3	X	0.15	2.36	2.41	0.77	0.66	0.67	0.22	Ø6.3c/13	Ø6.3c/20	Ø6.3c/13
	Y		3.92	2.41	-----	1.09	0.67	-----	Ø6.3c/13	Ø6.3c/20	-----
L4	X	0.15	-0.10	7.22	0.00	-0.03	2.02	0.00	-----	Ø6.3c/15	-----
	Y		13.20	8.38	-0.27	3.69	2.34	-0.07	Ø6.3c/8	Ø6.3c/13	-----
L5	X	0.15	6.30	2.09	5.88	1.76	0.58	1.64	Ø6.3c/13	Ø6.3c/20	Ø6.3c/13
	Y		8.53	3.33	9.39	2.38	0.93	2.62	Ø6.3c/13	Ø6.3c/20	Ø6.3c/11.5
L6	X	0.15	5.40	4.45	10.88	1.51	1.24	3.04	Ø6.3c/13	Ø6.3c/20	Ø6.3c/10
	Y		-0.23	5.10	6.10	-0.06	1.42	1.70	-----	Ø6.3c/20	Ø6.3c/13
L7	X	0.15	11.06	4.81	11.07	3.09	1.34	3.09	Ø6.3c/10	Ø6.3c/20	Ø6.3c/10
	Y		-0.06	5.50	-0.17	-0.02	1.54	-0.05	-----	Ø6.3c/20	-----
L8	X	0.15	10.88	4.45	6.00	3.04	1.24	1.68	Ø6.3c/10	Ø6.3c/20	Ø6.3c/13
	Y		-0.23	5.10	6.11	-0.06	1.42	1.71	-----	Ø6.3c/20	Ø6.3c/13
L9	X	0.15	5.38	2.10	6.51	1.50	0.59	1.82	Ø6.3c/13	Ø6.3c/20	Ø6.3c/13
	Y		8.53	3.34	9.35	2.39	0.93	2.61	Ø6.3c/13	Ø6.3c/20	Ø6.3c/11.5

L10	X	0.15	-0.10	4.75	7.85	-0.03	1.33	2.20	-----	Ø6.3c/20	Ø6.3c/13
	Y		-0.10	4.98	0.13	-0.03	1.39	0.04	-----	Ø6.3c/20	Ø6.3c/13
L11	X	0.15	6.94	4.75	-0.10	1.94	1.33	-0.03	Ø6.3c/13	Ø6.3c/20	-----
	Y		-0.10	4.98	0.13	-0.03	1.39	0.04	-----	Ø6.3c/20	Ø6.3c/13
L12	X	0.15	-0.00	3.62	-----	-0.00	1.01	-----	-----	Ø6.3c/20	-----
	Y		3.49	3.18	1.69	0.98	0.89	0.47	Ø6.3c/13	Ø6.3c/20	Ø6.3c/13
L13	X	0.15	-0.03	2.02	-----	-0.01	0.56	-----	-----	Ø6.3c/20	-----
	Y		-0.01	2.41	3.35	-0.00	0.67	0.94	-----	Ø6.3c/20	Ø6.3c/13
L14	X	0.15	-----	3.61	-0.01	-----	1.01	-0.00	-----	Ø6.3c/20	-----
	Y		3.49	3.18	1.68	0.98	0.89	0.47	Ø6.3c/13	Ø6.3c/20	Ø6.3c/13
L15	X	0.15	-----	3.06	2.83	-----	0.86	0.79	-----	Ø6.3c/20	Ø6.3c/13
	Y		-0.01	3.50	0.83	-0.00	0.98	0.23	-----	Ø6.3c/20	Ø6.3c/13
L16	X	0.15	2.83	3.06	-----	0.79	0.86	-----	Ø6.3c/13	Ø6.3c/20	-----
	Y		-0.01	3.50	0.83	-0.00	0.98	0.23	-----	Ø6.3c/20	Ø6.3c/13
L17	X	0.15	-----	2.02	-0.03	-----	0.56	-0.01	-----	Ø6.3c/20	-----
	Y		-0.01	2.41	3.34	-0.00	0.67	0.93	-----	Ø6.3c/20	Ø6.3c/13

### COBERTURA

			Momentos			Taxas de Armadura			Armadura de reforço		
Laje	Dir.	Altura	Esq.	Centro	Dir.	Esq.	Centro	Dir.	Sup. Esq.	Inf. Centro	Sup. Dir.
L1	X	0.15	-0.39	4.65	-0.04	-0.11	1.30	-0.01	-----	Ø6.3c/20	-----
	Y		8.18	5.45	-0.25	2.29	1.52	-0.07	Ø6.3c/13	Ø6.3c/20	-----
L2	X	0.15	0.81	1.76	2.49	0.23	0.49	0.70	Ø6.3c/13	Ø6.3c/20	Ø6.3c/13
	Y		3.07	2.09	-----	0.86	0.59	-----	Ø6.3c/13	Ø6.3c/20	-----
L3	X	0.15	2.47	1.76	0.80	0.69	0.49	0.22	Ø6.3c/13	Ø6.3c/20	Ø6.3c/13
	Y		3.07	2.09	-----	0.86	0.58	-----	Ø6.3c/13	Ø6.3c/20	-----
L4	X	0.15	-0.07	4.68	0.00	-0.02	1.31	0.00	-----	Ø6.3c/20	-----
	Y		8.03	5.44	-0.25	2.24	1.52	-0.07	Ø6.3c/13	Ø6.3c/20	-----
L5	X	0.15	4.42	1.48	3.00	1.23	0.41	0.84	Ø6.3c/13	Ø6.3c/20	Ø6.3c/13
	Y		6.19	2.83	5.49	1.73	0.79	1.54	Ø6.3c/13	Ø6.3c/20	Ø6.3c/13
L6	X	0.15	2.85	2.91	6.88	0.80	0.81	1.92	Ø6.3c/13	Ø6.3c/20	Ø6.3c/13
	Y		-0.15	3.99	4.01	-0.04	1.12	1.12	-----	Ø6.3c/20	Ø6.3c/13
L7	X	0.15	7.00	2.80	7.00	1.96	0.78	1.96	Ø6.3c/13	Ø6.3c/20	Ø6.3c/13
	Y		-0.03	3.78	-0.12	-0.01	1.06	-0.03	-----	Ø6.3c/20	-----

L8	X Y	0.15	6.89 -0.15	2.92 3.99	3.20 4.01	1.93 -0.04	0.82 1.12	0.90 1.12	Ø6.3c/13 -----	Ø6.3c/20 Ø6.3c/20	Ø6.3c/13 Ø6.3c/13
L9	X Y	0.15	2.76 6.27	1.48 2.83	4.44 5.47	0.77 1.75	0.41 0.79	1.24 1.53	Ø6.3c/13 Ø6.3c/13	Ø6.3c/20 Ø6.3c/20	Ø6.3c/13 Ø6.3c/13
L10	X Y	0.15	-0.06 -0.09	3.23 3.08	5.08 0.10	-0.02 -0.02	0.90 0.86	1.42 0.03	----- -----	Ø6.3c/20 Ø6.3c/20	Ø6.3c/13 Ø6.3c/13
L11	X Y	0.15	4.45 -0.09	3.22 3.09	-0.06 0.10	1.24 -0.02	0.90 0.86	-0.02 0.03	Ø6.3c/13 -----	Ø6.3c/20 Ø6.3c/20	----- Ø6.3c/13
L12	X Y	0.15	-0.02 1.96	3.15 2.52	----- 0.98	-0.01 0.55	0.88 0.70	----- 0.27	----- Ø6.3c/13	Ø6.3c/20 Ø6.3c/20	----- Ø6.3c/13
L13	X Y	0.15	----- 1.95	3.14 2.51	-0.02 0.98	----- 0.55	0.88 0.70	-0.01 0.27	----- Ø6.3c/13	Ø6.3c/20 Ø6.3c/20	----- Ø6.3c/13
L14	X Y	0.15	----- -0.00	2.40 2.95	2.18 0.25	----- -0.00	0.67 0.83	0.61 0.07	----- -----	Ø6.3c/20 Ø6.3c/20	Ø6.3c/13 Ø6.3c/13
L15	X Y	0.15	2.21 -0.00	2.40 2.93	----- 0.18	0.62 -0.00	0.67 0.82	----- 0.05	Ø6.3c/13 -----	Ø6.3c/20 Ø6.3c/20	----- Ø6.3c/13
L16	X Y	0.15	-0.02 -0.01	1.48 1.89	----- 1.84	-0.00 -0.00	0.41 0.53	----- 0.52	----- -----	Ø6.3c/20 Ø6.3c/20	----- Ø6.3c/13
L17	X Y	0.15	----- -0.01	1.48 1.89	-0.02 1.84	----- -0.00	0.41 0.53	-0.00 0.51	----- -----	Ø6.3c/20 Ø6.3c/20	----- Ø6.3c/13

**Pisos 2 até 5 - Superfície total: 343.39 m<sup>2</sup> x 4**

Elemento	Formas (m <sup>2</sup> )	Volume (m <sup>3</sup> )	Barras (kg)
LAJES	4 x 289.91	4 x 43.49	4 x 1605

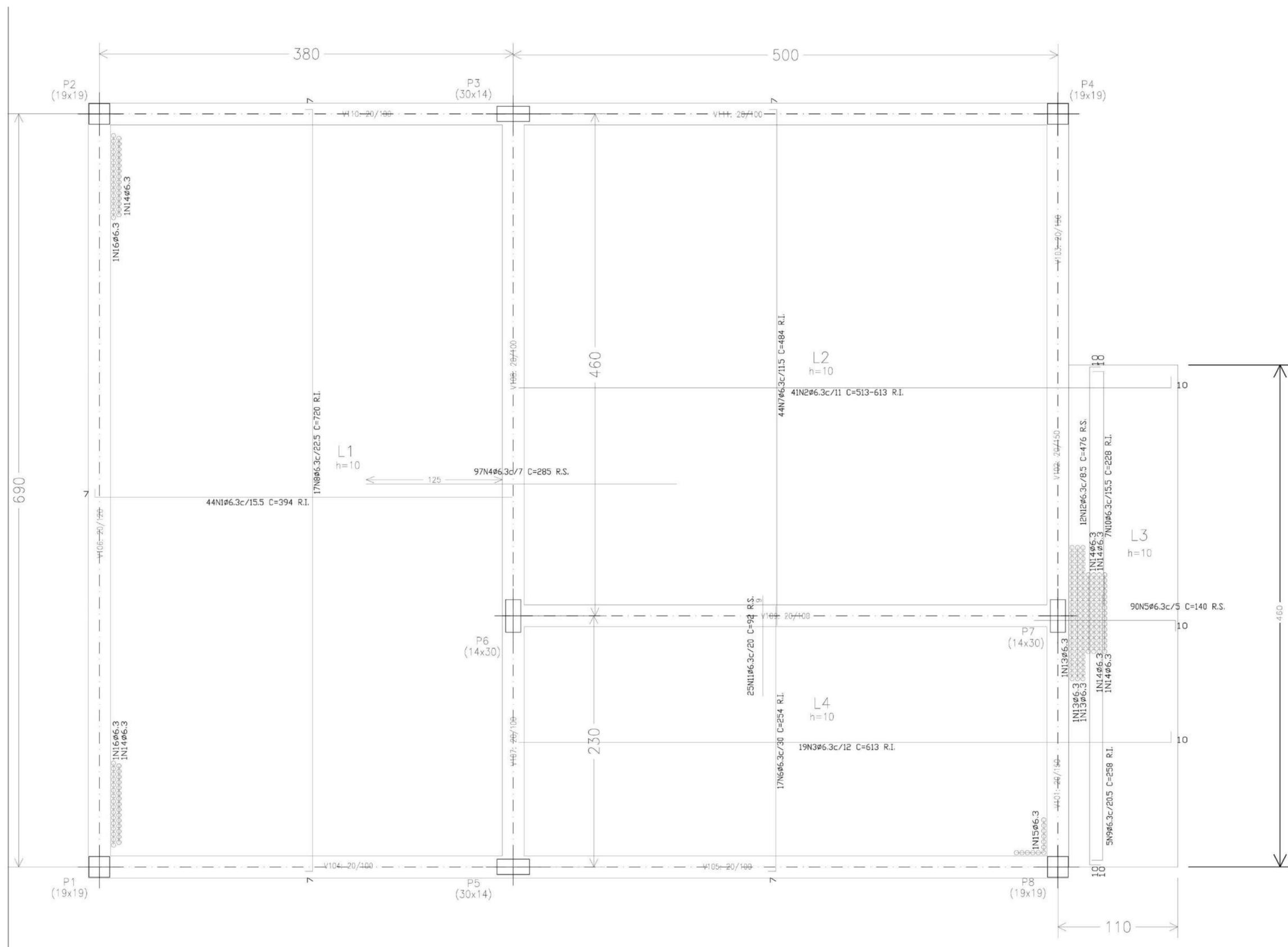
**COBERTURA - Superfície total: 351.91 m<sup>2</sup>**

Elemento	Formas (m <sup>2</sup> )	Volume (m <sup>3</sup> )	Barras (kg)
LAJES	298.44	44.77	1488

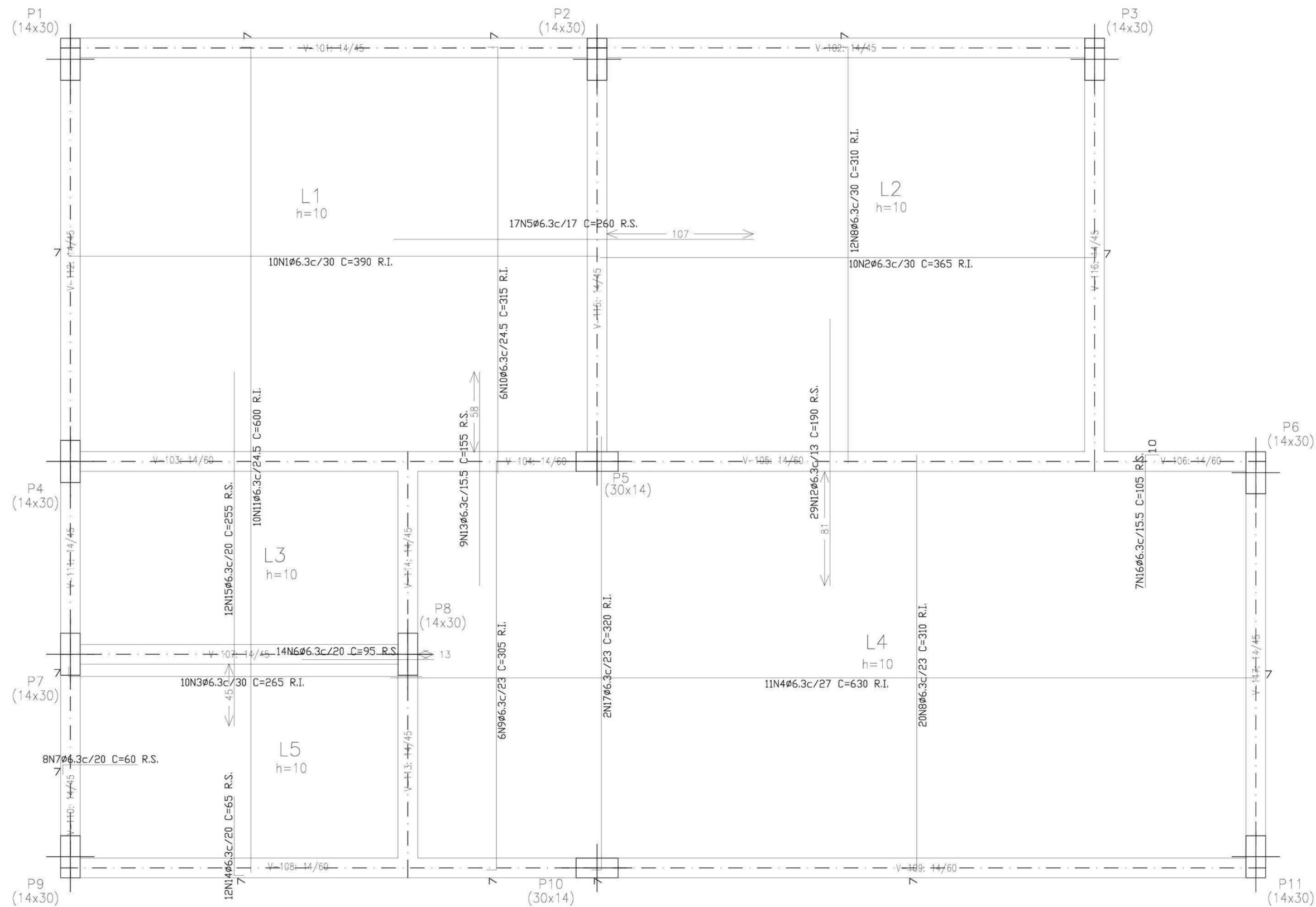
**Total obra - Superfície total: 1728.27 m<sup>2</sup>**

Elemento	Formas (m <sup>2</sup> )	Volume (m <sup>3</sup> )	Barras (kg)
LAJES	1458.08	218.73	7908

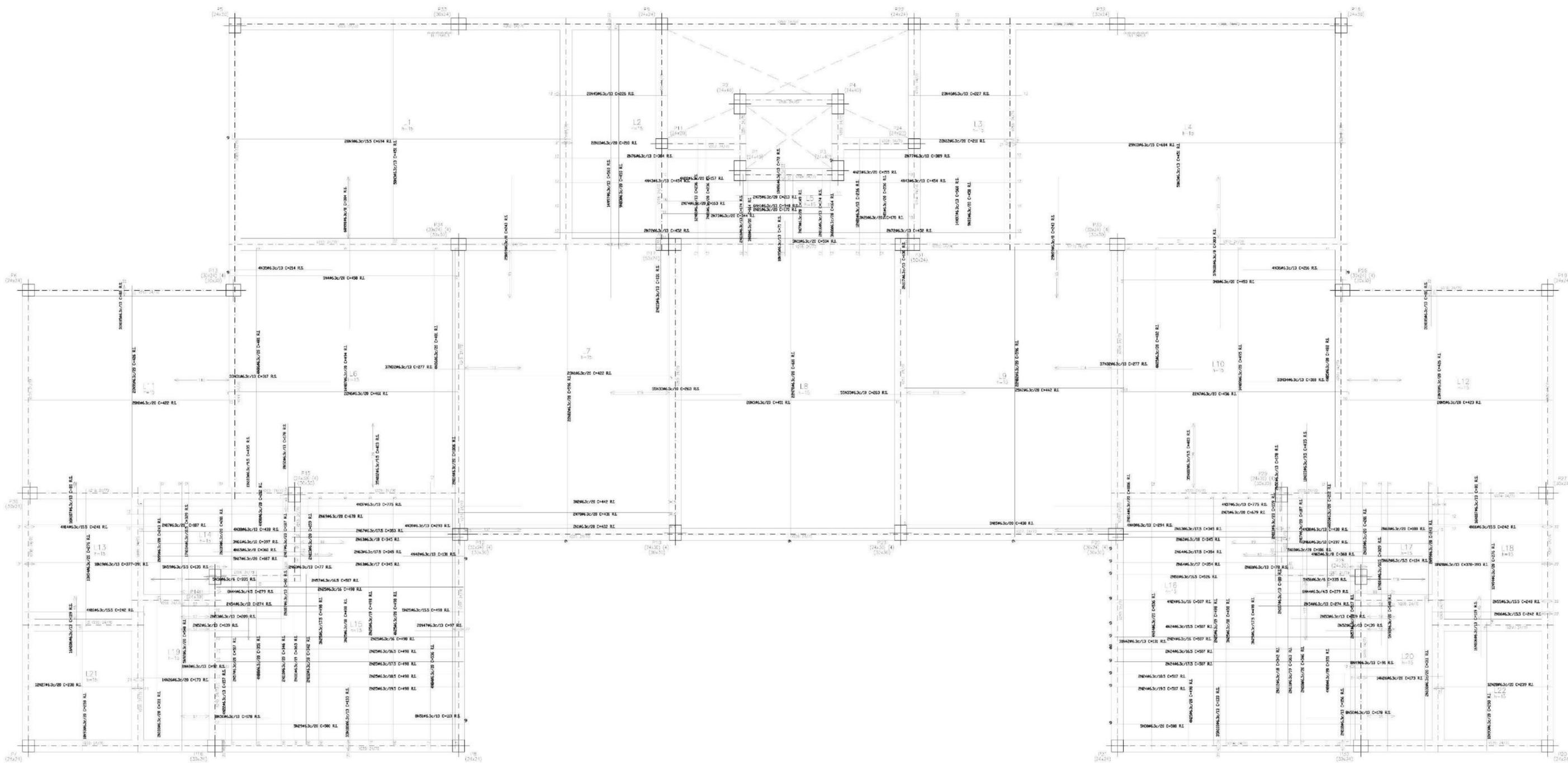
## APÊNDICE G – PLANTA DE FORMA E ARMADURAS DO CYPECAD ® PROJETO 1



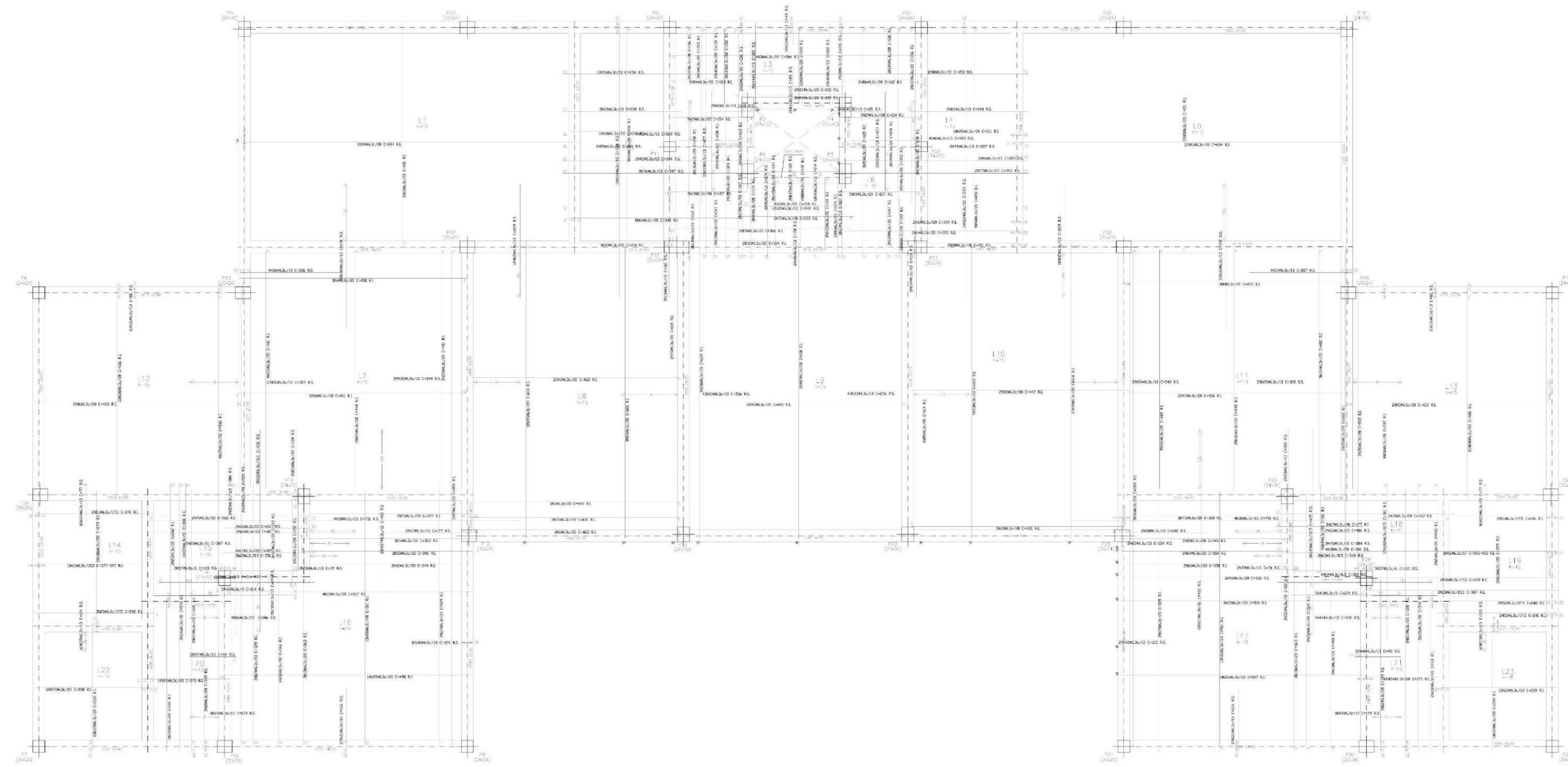
## APÊNDICE H – PLANTA DE FORMA E ARMADURAS DO CYPECAD ® PROJETO 2



APÊNDICE II – PLANTA DE FORMA E ARMADURAS DO CYPCAD © PAVIMENTO TIPO PROJETO 3



APÊNDICE I2 – PLANTA DE FORMA E ARMADURAS DO CYPCAD ® COBERTURA PROJETO 3



## APÊNDICE J - RESULTADOS MÉTODO SIMPLIFICADO PROJETO 2

*\*Itens em amarelo indicam lajes armadas em uma direção.*

*\*Itens em vermelho e verde indicam lajes com análise de bordos em diferentes condições, os verdes (piores casos) são adotados e os vermelhos descartados.*

*\*Taxa em cm<sup>2</sup>/m – Momento em kNm/m*

### Tabela de armaduras longitudinais para o Projeto 2

LAJE	Maior vão ly (m)	Menor vão lx (m)	Mto. x	Mto. x'	Mto. y	Mto. y'	Taxa x	Quantidade barras x (un/m)	Taxa x'	Quantidade barras x' (un/m)	Taxa y	Quantidade barras y (un/m)	Taxa y'	Quantidade barras y' (un/m)
L1 bordo inf. eng.	3,76	2,95	2,9555	6,8210	1,8199	5,6854	1,0050	4	2,2784	08	1,005	4	2,0816	7
L1 bordo inf. apo.	3,76	2,95	3,7053	-	2,8536	7,5781	1,2377	4	0,0000	00	1,005	4	2,5313	9
L2	3,55	2,95	2,7629	6,4635	1,8324	5,5258	1,0050	4	2,1590	07	1,005	4	2,0232	7
L3	2,41	1,38	0,6356	1,3222	0,1705	0,8857	1,0050	4	1,5000	05	1,005	4	1,5000	5
L4	6,05	2,90	4,9456	8,7937	1,0412	-	1,6520	6	2,9374	10	0,000	0	0,0000	0
L5	2,41	1,53	0,9771	2,1187	0,4053	1,5900	1,0050	4	1,5000	05	1,005	4	1,5000	5

### Tabela de armadura de bordo para o Projeto 2

Laje	Eixo	As (cm <sup>2</sup> /m)	Qtd. Total de barras (un)	Comprimento de cada barra (cm)
L1	x	1,005	12	54,5
L1	y	1,005	10	54,5
L2	x	1,005	11	54,5
L2	y	1,005	10	54,5
L3	x	1,005	4	31,0
L4	x	1,005	8	53,5
L4	y	1,005	9	53,5
L5	x	1,005	8	33,0
L5	y	1,005	5	33,0

## APÊNDICE K - RESULTADOS MÉTODO SIMPLIFICADO PROJETO 3

### Tabela de armaduras longitudinais para o Projeto 3

PAVIMENTO	LAJE	Maior vão ly (m)	Menor vão lx (m)	Mto. x	Mto. x'	Mto. y	Mto. y'	Taxa x	Qtd. barras x (un/m)	Taxa x'	Qtd. barras x' (un/m)	Taxa y	Qtd. barras y (un/m)	Taxa y'	Qtd. barras y' (un/m)
PAV. TIPO	L1 = L5	6,66	4,43	11,8206	24,8587	4,5157	-	2,3282	8	4,8963	16	1,5075	5	0,0000	0
PAV. TIPO	L2 = L4 ENG.	4,43	1,93	1,7520	3,4999	0,3697	2,3697	1,5075	5	2,2500	8	0,0000	0	0,0000	0
PAV. TIPO	L2 = L4 APO.	4,43	1,93	2,9537	5,2519	0,6722	3,4452	2,2500	8	2,2500	8	0,0000	0	0,0000	0
PAV. TIPO	L3	5,08	2,02	3,2356	5,7531	0,6812	-	2,2500	8	2,2500	8	0,0000	0	0,0000	0
PAV. TIPO	L6 = L10	5,00	4,50	6,0529	14,0244	4,4312	12,5854	1,5075	5	2,7623	9	1,5075	5	2,6140	9
PAV. TIPO	L7 = L9 ENG.	5,82	4,36	7,5047	16,5103	3,3235	12,3291	1,5075	5	3,2519	11	1,5075	5	2,5608	9
PAV. TIPO	L7 = L9 APO.	5,82	4,36	8,1480	17,1965	3,0233	-	1,5380	5	3,3871	11	1,5075	5	0,0000	0
PAV. TIPO	L8	5,82	4,53	8,6568	18,3553	3,4489	-	1,6340	6	3,6153	12	1,5075	5	0,0000	0
PAV. TIPO	L11 = L12	4,20	4,08	5,5203	13,9509	5,0321	13,4815	1,5075	5	2,7478	9	1,5075	5	2,8001	9
PAV. TIPO	L13 = L18	2,65	2,20	1,7634	4,8096	1,4413	4,0180	1,5075	5	2,2500	8	1,5075	5	2,2500	8
PAV. TIPO	L14 = L17	3,15	2,15	1,8405	3,9470	0,7769	2,9824	1,5075	5	2,2500	8	1,5075	5	2,2500	8
PAV. TIPO	L15 = L16	5,08	4,90	8,8288	-	9,8579	23,8053	1,8607	6	0,0000	0	1,7574	6	4,6888	16
PAV. TIPO	L19 = L22	2,43	2,32	1,7849	4,5108	1,6271	4,3591	1,5075	5	2,2500	8	1,5075	5	2,2500	8
PAV. TIPO	L20 = L21	2,93	1,55	1,1056	2,2817	0,2547	1,5067	1,5075	5	2,2500	8	1,5075	5	2,2500	8
COBERTURA	L1 = L5	6,66	4,43	7,6659	16,1214	2,9285	-	1,5075	5	3,1753	11	1,5075	5	0,0000	0
COBERTURA	L2 = L4 ENG.	4,43	1,93	1,1362	2,2697	0,2398	1,5368	1,5075	5	2,2500	8	0,0000	0	0,0000	0
COBERTURA	L2 = L4 APO.	4,43	1,93	1,9155	3,4060	0,4360	2,2343	2,2500	8	2,2500	8	0,0000	0	0,0000	0
COBERTURA	L3	5,08	2,02	2,0983	3,7310	0,4418	-	2,2500	8	2,2500	8	0,0000	0	0,0000	0
COBERTURA	L6 = L10	5,00	4,50	3,9254	9,0951	2,8737	8,1619	1,5075	5	2,7623	9	1,5075	5	2,6140	9
COBERTURA	L7 = L9 ENG.	5,82	4,36	4,8669	10,7073	2,1554	7,9957	1,5075	5	3,2519	11	1,5075	5	2,5608	9
COBERTURA	L7 = L9 APO.	5,82	4,36	5,2841	11,1522	1,9607	-	1,5380	5	3,3871	11	1,5075	5	0,0000	0
COBERTURA	L8	5,82	4,53	5,6141	11,9038	2,2366	-	1,5075	5	2,3446	8	1,5075	5	0,0000	0
COBERTURA	L11 = L12	4,20	4,08	3,5800	9,0474	3,2634	8,7430	1,5075	5	2,2500	8	1,5075	5	2,2500	8
COBERTURA	L13 = L18	2,65	2,20	1,1436	3,1191	0,9347	2,6058	1,5075	5	2,2500	8	1,5075	5	2,2500	8
COBERTURA	L14 = L17	3,15	2,15	1,1936	2,5597	0,5038	1,9341	1,5075	5	2,2500	8	1,5075	5	2,2500	8
COBERTURA	L15 = L16	5,08	4,90	5,7256	-	6,3930	15,4382	1,5075	5	0,0000	0	1,5075	5	3,0408	10
COBERTURA	L19 = L22	2,43	2,32	1,1575	2,9254	1,0552	2,8269	1,5075	5	2,2500	8	1,5075	5	2,2500	8
COBERTURA	L20 = L21	2,93	1,55	0,7170	1,4798	0,1652	0,9771	1,5075	5	2,2500	8	1,5075	5	2,2500	8

**Tabela de armaduras de canto de bordos apoiados para o Projeto 3**

Laje	Menor vão da laje (m)	QTD. cantos apoiados	As,x (cm <sup>2</sup> /m)	QTD. Barras	Comprimento barras (m)
L1 = L5	4,43	2	4,8963	32	1,15
L11 = L12	4,08	2	2,7478	18	1,05
L15 = L16	4,90	2	1,8607	12	1,25

**Tabela de armaduras de canto interno para o Projeto 3**

Laje	Menor vão da laje (m)	QTD. cantos apoiados	As,x (cm <sup>2</sup> /m)	QTD. Barras	Comprimento barras (m)
L3	2,02	2	2,2500	96	0,55
L14 = L17	2,15	1	2,2500	48	0,55
L15 = L16	4,90	1	1,8607	36	1,25

**Tabela de armaduras de bordo para o Projeto 3**

Laje	Eixo	As (cm <sup>2</sup> /m)	Qtd. Total por eixo de barras (un)	Comprimento de cada barra (cm)
L1 = L5	x	1,5075	22	78,5
L1 = L5	y	1,5075	10	78,5
L2 = L4.	x	1,5075	10	41,0
L3	y	1,5075	10	42,5
L7 = L9	x	1,5075	22	77,5
L8	x	1,5075	22	80,0
L11 = L12	x	1,5075	22	73,5
L11 = L12	y	1,5075	22	73,5
L13 = L18	y	1,5075	20	45,0
L15 = L16	x	1,5075	11	85,5
L15 = L16	y	1,5075	11	85,5
L19 = L22	x	1,5075	24	47,0
L19 = L22	y	1,5075	12	47,0
L20 = L21	x	1,5075	08	35,5