



ESTHELA ROSA COIMBRA

**DESENVOLVIMENTO DE UM PROGRAMA PARA ANÁLISE INVERSA DE
CURVAS DE RETENÇÃO DE ÁGUA NO SOLO**

**LAVRAS-MG
2020**

ESTHELA ROSA COIMBRA

**DESENVOLVIMENTO DE UM PROGRAMA PARA ANÁLISE INVERSA DE CURVAS
DE RETENÇÃO DE ÁGUA NO SOLO**

Monografia apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Curso de Engenharia Civil, para a obtenção do título de Bacharel.

Prof. Dr. Eduardo Souza Cândido

Orientador

LAVRAS-MG

2020

ESTHELA ROSA COIMBRA

**DESENVOLVIMENTO DE UM PROGRAMA PARA ANÁLISE INVERSA DE CURVAS
DE RETENÇÃO DE ÁGUA NO SOLO**

**DEVELOPMENT OF A PROGRAM FOR INVERSE ANALYSIS OF SOIL WATER
RETENTION CURVE**

Monografia apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Curso de Engenharia Civil, para a obtenção do título de Bacharel.

APROVADA em 08 de setembro de 2020.
Eduardo Souza Cândido UFLA
Raquel Mariano Linhares UFLA
Lucas Martins Guimarães UFV



Prof. Dr. Eduardo Souza Cândido
Orientador

LAVRAS-MG

2020

AGRADECIMENTOS

A Deus, pelas dádivas que me foram concedidas, as bênçãos que me foram enviadas, e a conquista de mais uma etapa importante da minha vida.

Aos meus pais e a minha irmã, que de forma amorosa sempre acreditaram nos meus sonhos e me ajudam constantemente na realização destes. À toda minha família e às minhas amigas, que mesmo com a distância sempre se fizeram presentes, me ajudando e motivando a chegar até aqui.

À Universidade Federal de Lavras, a todos os professores e funcionários, por contribuírem com meu crescimento profissional e pessoal. Em especial, ao meu orientador Eduardo, por todo auxílio prestado durante a minha graduação, por sempre estar de portas abertas, e além de professor, ter se tornado um amigo. Aos amigos que fiz no decorrer do curso, fazendo que com a jornada árdua se tornasse mais leve.

RESUMO

A curva de retenção relaciona o teor de umidade do solo com a força que a água está retida pelo mesmo, denominada sucção, e podem ser utilizadas para descrever propriedades dos solos não saturados, como o coeficiente de condutividade hidráulica não saturado. Os pontos experimentais são obtidos por meio de ensaios laboratoriais ou em campo, empregando técnicas como papel filtro, centrífuga, tensiômetros e outros. A obtenção das propriedades do solo a partir das curvas dependem de modelos matemáticos, que foram desenvolvidos para descreverem analiticamente o comportamento dos pontos experimentais. Gardner, van Genuchten, Fredlund e Xing, e outros autores, desenvolveram equações matemáticas que se ajustam muito bem a diversos tipos de solo, como o encontrado na região do Brasil. Os modelos desenvolvidos passam por uma análise inversa, uma vez que são compostos por parâmetros de ajustes que precisam ser calibrados de acordo com os pontos experimentais. A retroanálise é feita a partir de processos de minimização da função objetivo (FO), que mede a distância da curva analítica gerada pelos modelos matemáticos a curva experimental, a fim de se obter o melhor ajuste. O processo de otimização é comumente realizado pelo *Solver*, contudo, por ser implementado a partir do método do Gradiente Reduzido Generalizado (GRG), apresenta tendência de convergir para soluções locais. Em diversas situações da geotecnia o uso de Algoritmos Genéticos (AG's) estão sendo empregados para a retroanálise, pois opera de maneira probabilística e apresenta tendência de encontrar soluções globais. Neste trabalho foi desenvolvido um *software*, denominado OLOS 1.0 e implementado a partir de AG's, com o propósito de realizar análise inversa de curvas de retenção e obter de maneira automática e menos subjetiva os parâmetros do solo. O processo de validação do programa consistiu na elaboração e aplicação de características distintas para o AG na análise de uma curva teórica. No estudo de caso, curvas de diferentes tipos de solo oriundas de diferentes ensaios de determinação da sucção foram retroanalizadas pelo OLOS e pelo *Solver*. Com base nos resultados obtidos, comprovou-se a eficácia do uso do AG em análises inversas de curvas características, sendo o OLOS 1.0 uma ferramenta propícia para ser empregada para esta finalidade.

Palavras-chave: Curvas de retenção. Solos não saturados. Algoritmo genético. Geotecnia.

ABSTRACT

The retention curve relates the soil moisture content with the force that the water is retained by it, and can be used to describe properties of unsaturated soils, such as the unsaturated hydraulic conductivity coefficient. The experimental points are obtained through laboratory or field tests, using techniques such as filter paper, centrifuge, tensiometers and others. The achievement of soil properties from the curves depends on mathematical models, which were developed to describe the behavior of the experimental points analysedly. Gardner, van Genuchten, Fredlund and Xing, and other authors, have developed mathematical equations that fit very well to various types of soil, such as that found in the Region of Brazil. The models developed by an inverse analysis, since they are composed of adjustment parameters that need to be calibrated according to the experimental points. The back analysis is made from processes of minimization of the objective function (O), which measures the distance from the analytical curve generated by the mathematical models to the experimental curve, in order to obtain the best fit. The optimization process is commonly performed by Solver, however, because it is implemented from the Generalized Reduced Gradient (GRG) method, it tends to converge to local solutions. In several situations of geotechnics the use of Genetic Algorithms (GA's) are being used for retroanalysis, because it operates in a probabilistic manner and tends to find global solutions. In this work, a software was developed, called OLOS 1.0 and implemented from AG's, with the purpose of performing inverse analysis of retention curves and obtaining automatically and less subjectively soil parameters. The validation process of the program consisted in the elaboration and application of distinct characteristics for the GA in the analysis of a theoretical curve. In the case study curves of different soil types from different suction determination tests were retroanalyzed by OLOS and Solver. Based on the results obtained, the efficacy of the use of GA in inverse analyses of characteristic curves was proven, and OLOS 1.0 is a propitious tool to be used for this purpose.

Keywords: Retention curves. Unsaturated soils. Genetic algorithm. Geotechnics.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	7
2	REFERENCIAL TEÓRICO	9
2.1	Mecânica dos solos não saturados	9
2.1.1	Sucção	10
2.2	Curvas Características	11
2.2.1	Gardner	15
2.2.2	van Genuchten	15
2.2.3	Fredlund e Xing	16
2.3	Condutividade hidráulica de solos não saturados	18
2.4	Análise Inversa.....	19
2.5	Algoritmo Genético.....	22
2.5.1	Terminologia	24
2.5.2	Mecanismos	25
2.5.2.1	População Inicial.....	26
2.5.2.2	Avaliação	26
2.5.2.3	Reprodução	27
2.5.2.4	Mutação	28
3	DESENVOLVIMENTO DO PROGRAMA.....	30
3.1	Estrutura do programa	30
3.1.1	População Inicial.....	33
3.1.2	Próximas gerações	34
3.1.2.1	Crossover	34
3.1.2.2	Mutação	35
3.1.2.3	Função objetivo, ordenamento e dados de saída	36
3.1.2.4	Critério de Parada	36
3.2	Interface gráfica.....	37
3.3	Validações.....	43
4	ESTUDO DE CASO	53
4.1	Amostras	53
4.2	Retroanálise.....	55
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	60
5.1	Conclusões	60
5.2	Sugestões para trabalhos futuros	60
	REFERÊNCIAS	62

1 INTRODUÇÃO

A modelagem matemática de processos de fluxo em solos não saturados requer o conhecimento de parâmetros hidráulicos. Segundo McCartney (2007), três variáveis podem ser empregadas para caracterizar o comportamento hidráulico dos solos nestas condições: umidade volumétrica, a sucção e o coeficiente de permeabilidade.

A relação entre a umidade volumétrica e a sucção, usualmente denominada de curva característica ou curva de retenção de água no solo (CRA), reflete a energia necessária para colocar ou remover a água do solo. A relação entre a umidade volumétrica, ou a sucção, e o coeficiente de permeabilidade é denominado de função de condutividade hidráulica (FCH), que se relaciona com o volume de água nos poros, uma vez que a presença de ar nos poros diminui a área para a água fluir e, conseqüentemente, reduz a condutividade hidráulica do solo (PACHECO, 2005).

Existem diferentes técnicas de ensaios de campo e laboratório para determinação da CRA, no entanto, como a determinação no campo esbarra em uma série de dificuldades e custos elevados, diversos procedimentos têm sido desenvolvidos para obtenção desta relação em laboratório utilizando pequenas amostras de solo. A determinação experimental da FCH é mais complexa, pois envolve equipamentos especiais e elevado tempo de execução (FREDLUND; RAHARDJO, 1993).

Devido a essas dificuldades, muitas pesquisas têm sido direcionadas para desenvolver métodos semiempíricos que determinam a FCH utilizando a CRA (GARDNER, 1958; BROOKS; COREY, 1964; ARBHABHIRAMA E KRIDAKORN, 1968; DAVIDSON et al, 1969; MUALEM, 1976; MUALEM; DAGAN, 1978; van GENUCHTEN, 1980; LEONG; RAHARDJO, 1997; VANAPALLI; LOBBEZOO, 2002). Assim, uma boa representação das FCHs por meio destes modelos depende substancialmente de um bom ajuste das CRAs.

Os modelos para representação das CRAs requerem a definição de seus parâmetros de ajustes. A sua obtenção pode ser realizada por meio de análises inversas, onde as variáveis são os parâmetros do modelo. Uma maneira de encontrar os valores destes parâmetros é simular ensaios de laboratório e/ou campo e minimizar as diferenças entre os resultados experimentais e soluções analíticas ou numéricas. Para conduzir essas análises são necessárias a formulação de uma função objetivo (FO) que irá medir a diferença entre os resultados, e a seleção de uma estratégia de otimização responsável por orientar a busca pelo mínimo da função (CÂNDIDO, 2020).

Guimarães (2008) destaca que há uma grande variedade de algoritmos de otimização. Entretanto, a maioria das rotinas de otimização é capaz somente de procurar por um mínimo

local apesar de, para a maioria dos problemas práticos, ser importante encontrar a solução global. Resolver um problema de otimização global é um desafio tanto do ponto de vista matemático como computacional, pois o esforço envolvido na resolução desse tipo de problema é substancial e aumenta enormemente com o aumento do número de parâmetros.

As estratégias de otimização global podem ser divididas em determinísticas e estocásticas. As técnicas determinísticas, como os algoritmos baseados em gradiente e simplex (NELDER; MEAD, 1965), trabalham com uma única solução e concentram-se em atingir mínimos locais, porque iniciam a pesquisa com uma solução estimada, geralmente escolhida aleatoriamente no espaço de busca. Se essa solução inicial não estiver próxima o suficiente de um mínimo global, é provável que ela esteja presa em um mínimo local. As técnicas estocásticas, como os algoritmos evolutivos (HOLLAND, 1975), enxame de partículas (KENNEDY, 2011), evolução diferencial (STORN; PRICE, 1997a, 1997b), e otimização por colônia artificial de abelhas (KARABOGA, 2005) e de formigas (DORIGO; MANIEZZO; COLORNI, 1996) dependem significativamente do poder computacional (JIN et al., 2017).

Todas essas técnicas de otimização são geralmente aplicadas a ensaios de laboratório, ensaios *in situ* ou medições de campo. Segundo Yin et al. (2017), os algoritmos evolutivos são otimizadores globais muito promissores. Dentre esses, os algoritmos genéticos (HOLLAND, 1992) são os algoritmos evolutivos mais empregados (DEB, 2001) devido à sua superioridade na resolução de problemas complexos na engenharia geotécnica.

Tradicionalmente tem se utilizado o método do Gradiente Reduzido Generalizado (GRG) apresentado por Abadie e Carpentier (1969), desenvolvido para solucionar problemas de programação matemática com uma FO não linear e restrições lineares, para ajustar as CRAs (GUIMARÃES, 2013; CÂNDIDO et al., 2014; TEIXEIRA et al., 2015; MELO et al., 2018). Gomes et al. (2017) destacam que o GRG é o método mais empregado na resolução de problemas com múltiplas respostas, fato este devido a sua facilidade de implantação e de seu algoritmo estar disponibilizado no pacote *Solver* que acompanha o software Microsoft Excel®. A utilização do *Solver* na determinação de parâmetros de modelos para ajuste de CRAs pode ser realizada de forma simples e rápida. No entanto, é desconhecido o seu desempenho na obtenção dos parâmetros de ajuste dos modelos para prescrição das CRAs e FCHs em relação as técnicas de otimização de busca global.

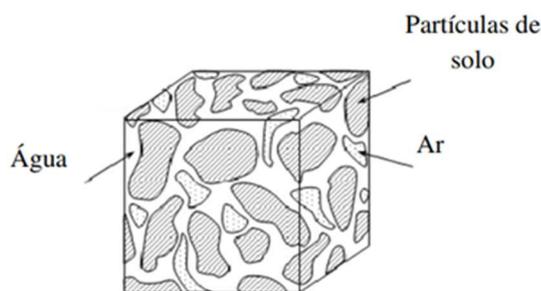
Dentro desse contexto, este trabalho tem como objetivo desenvolver um programa para realização de análises inversas de curvas de retenção de água no solo empregando um algoritmo genético (AG). Neste trabalho o programa será apresentado, validado e empregado na análise inversa de curvas características obtidas por diferentes metodologias e solos.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 Mecânica dos solos não saturados

O solo pode se apresentar em duas condições: saturado ou não saturado. A primeira condição se refere ao preenchimento total dos vazios por água e a segunda se refere ao preenchimento por ar e água (FIGURA 1). Fredlund e Morgenstern (1977), além da presença de ar, água e partículas de solo, admitem uma quarta fase em solos não saturados, denominada de membrana contrátil, sendo a interface ar-água.

Figura 1 - As fases do solo no estado de não saturação.



Fonte: Adaptado de Fredlund e Rahardjo (1993).

A mecânica dos solos se desenvolveu em países de clima temperado, onde é grande a ocorrência de camadas de solo saturado. Existe um consenso acerca da ideia de que esta condição constitui aquela em que o solo apresenta as suas piores características de resistência e deformabilidade. Contudo, o reconhecimento de que em boa parte do mundo há uma ampla difusão de solos não saturados tem impulsionado o desenvolvimento de uma mecânica dos solos mais complexa, abrangendo a mecânica dos solos saturados, de modo que esta última passe a representar apenas um caso particular dentro dos casos possíveis de serem tratados em seu domínio (MACHADO, 1998).

De acordo com Guimarães (2013), a suposição da condição saturada em solos que não estão saturados está a favor da segurança quando se trata de análises de resistência, uma vez que a resistência de solos saturados é menor que a de solos não saturados. Porém, em alguns problemas de fluxos, a condição limite se dá a partir da não saturação dos solos devido ao aumento dos gradientes, com isto, essa consideração se torna contra a segurança. A condutividade hidráulica é uma medida da capacidade que a água tem de se movimentar dentro do solo. Em solos não saturados, esta capacidade da água de se movimentar diminui progressivamente com o decréscimo do grau de saturação. Isto acontece devido à substituição da água que ocupa os poros por ar, diminuindo a área total disponível para o fluxo de água.

Um dos principais fatores que impõe solicitações em solos não saturados são as variações no conteúdo de água dos poros do solo. Estas solicitações podem ter origem nas condições atmosféricas, por exemplo. A interação entre o solo superficial não saturado e a atmosfera depende de diversos mecanismos de fluxo e retenção de água, ar e calor (GITIRANA; FREDLUND, 2004).

De acordo com Soares (2005), o solo no estado não saturado apresenta um comportamento não usual devido à presença de pressão negativa de água nos seus poros, denominada sucção, acarretada pelas variações de umidade ao longo do tempo. Segundo Soto et al. (2007), o solo não saturado pode ser caracterizado a partir da relação entre o teor de umidade e a sucção, sendo representada graficamente pela curva de retenção de água no solo.

2.1.1 Sucção

Nos solos não saturados, a sucção define o teor de umidade e/ou o grau de saturação, além de ser uma variável necessária para definição do seu comportamento mecânico, pois a resistência é governada pela pressão negativa de sua água intersticial. As pressões negativas tendem a aproximar as partículas, ou seja, aumentam a tensão efetiva no solo. Desse modo, o solo na região não saturada ganha uma resistência extra, cuja grandeza depende do valor da sucção (GERSCOVICH, 2012).

Quando a água do solo está sob pressão hidrostática maior do que a pressão atmosférica, o potencial de pressão é considerado positivo. Logo, quando ela está sob pressão menor do que a pressão atmosférica terá um potencial negativo, sendo que esta pressão negativa é denominada sucção (HILLEL, 1971). Miguel, Teixeira e Padilha (2006) também definem a sucção como a pressão isotrópica da água intersticial que faz com que o sistema água-solo absorva ou perca água, dependendo das condições climáticas. Lee e Wray (1995) apud Villar (2002), consideram que a sucção representa a força com que o solo retém ou adsorve a água, sendo esta inversamente proporcional ao volume de água presente nos vazios. Para que a água possa ser desprendida das partículas de solo é necessário a atuação de forças externas maiores que as forças de retenção.

Segundo Neto (2008), o potencial da água em um solo é constituído, principalmente, pela parcela pneumática, gravitacional, osmótica e matricial. O potencial pneumático é resultado da diferença da pressão externa que atua no solo e a pressão atmosférica, o potencial gravitacional é a energia do campo gravitacional medida a partir de um referencial de posição, o osmótico está relacionada a interação de solutos, como sais minerais e matéria orgânica na água dos interstícios, o matricial é a energia interna da água por unidade de massa de solo,

resultando do efeito combinado das forças capilares e de adsorção. O comportamento mecânico dos solos não saturados é governado apenas pelo potencial matricial.

De acordo com Mendes (2008), o acompanhamento da variação da sucção tem importância na análise de estabilidade de talude, onde o teor de umidade volumétrico se torna variável devido aos períodos de chuva e estiagem, conciliando variações de sucção e umidade por meio de instrumentos que monitoram os parâmetros ao longo do perfil. Fredlund e Rahardjo (1993) destacam que para alguns solos as mudanças na poropressão negativa da água associada com períodos de chuvas intensas podem resultar na perda da resistência ao cisalhamento, ocasionando rupturas de encostas e taludes.

A mensuração de valores de sucção no solo pode ser realizada de maneira direta ou indireta. A determinação direta baseia-se na medida da quantidade de energia da água nos poros e tem como vantagem a capacidade de medir pressões de água positivas ou negativas. A mensuração direta pode ser feita utilizando a placa de sucção (PRESA et al., 1988), placa de pressão (DANE; HOPMANS, 2002), câmara de pressão (RICHARDS, 1943), tensiômetros (CARVALHO, 1989), tomografia computadorizada (FERRAZ, 1983).

As medidas indiretas baseiam-se na calibração de um parâmetro disponível em relação à sucção do solo, relacionando a umidade do meio poroso com fenômenos físicos (NETO, 2008). Existem diversas técnicas para mensuração indireta da sucção, dentre elas destacam-se a técnica do papel filtro (ASTM D5298: 2016), psicrômetro (ASTM E337: 2015), centrífuga (ASTM D6836: 2016), dessecador (CAMPBELL; GEE, 1986), blocos porosos (RICHARDS, 1974), analisador granulométrico (NAIME; VAZ; MACEDO, 2001), termistor (DE CARVALHO; BENEVELI, 1994), técnica de radar de penetração do solo (BERIS; HAENI, 1991), ponto de congelamento (SILVA, 2009), sensor de condutividade térmico (FREDLUND; RAHARDJO, 1993), sensor de condutividade elétrica (PEREIRA; MARINHO, 1998).

2.2 Curvas Características

Em um solo saturado, em equilíbrio, a pressão nos poros é sempre maior ou igual à atmosférica. Se uma sucção é aplicada, a água presente nos vazios será drenada e a pressão nos poros se tornará negativa. A aplicação de elevados níveis de sucção, não somente afeta a água livre nos vazios, mas também pode afetar a espessura das envoltórias de hidratação. Como um todo, o solo perde umidade (GERSCOVICH, 2001).

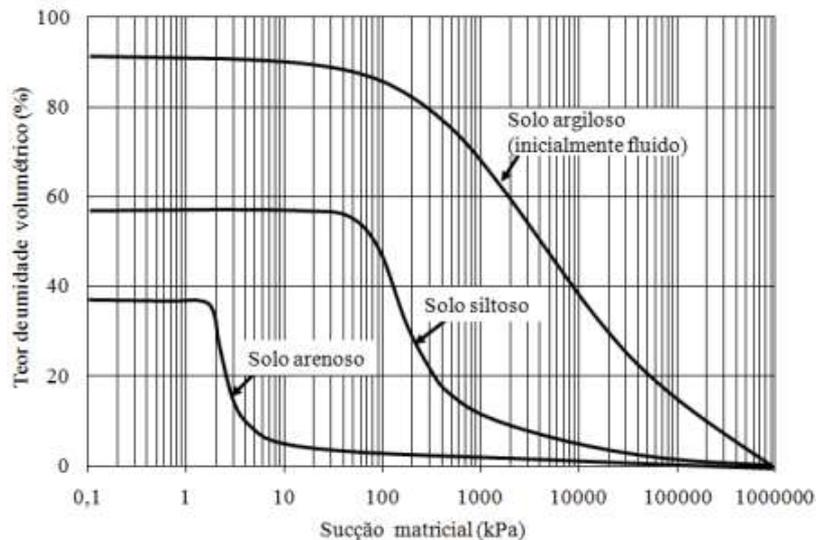
A curva característica, também chamada de curva de retenção de água, é apresentada graficamente por uma relação entre a quantidade de água armazenada de uma amostra (grau de saturação, umidade gravimétrica ou volumétrica) e a sucção. A sucção possui uma relação

inversa com o grau de saturação (SILVA, 2009). Valores de teor de umidade volumétrico são apresentados utilizando escala aritmética. Já os valores de sucção, são comumente visualizados utilizando escala logarítmica (FREDLUND; XING, 1994).

De acordo com Mendes (2008), o tipo de solo, o teor de umidade inicial, o índice de vazios, a textura, a mineralogia, o histórico de tensões e os métodos de compactação são os principais fatores que influenciam no formato da curva característica de sucção do solo.

Na Figura 2 podem ser observadas típicas curvas características de sucção de secagem para diferentes tipos de solos, onde o teor de umidade volumétrico (volume de água presente do interior do meio poroso em relação ao seu volume total) na condição saturada e o valor de entrada de ar, geralmente crescem com a plasticidade e quantidade de finos do solo (FREDLUND; XING, 1994). De acordo com Miguel, Teixeira e Padilha (2006) quando a sucção ultrapassa certo valor de entrada de ar dos macroporos há uma perda brusca na umidade, porém, em solos mais finos a redução na umidade ocorre de maneira mais suave.

Figura 2 - Curvas de sucção para um solo arenoso, siltoso e argiloso.



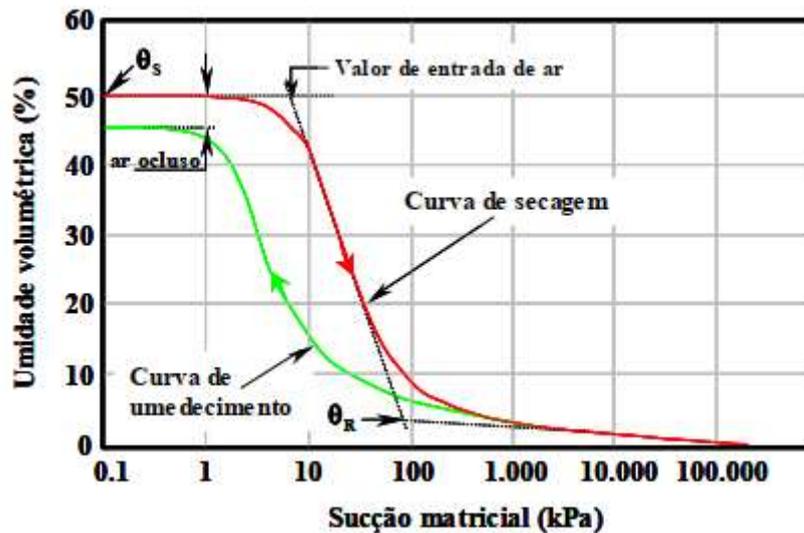
Fonte: Adaptado de Fredlund e Xing (1994).

O teor de umidade de moldagem da amostra influencia no formato da curva devido a diferença entre os mecanismos de drenagem dos solos, onde solos mais secos são controlados pela macroestrutura e solos mais úmidos pela microestrutura, sendo esta última mais resistente à drenagem, exigindo pressões mais elevadas. Com isto, amostras com maiores teores de umidade apresentaram curvas com inclinações mais suaves que amostras mais secas (VANAPALLI; FREDLUND; PUFHAL, 1999).

Com base na Figura 3, partindo do teor de umidade volumétrica na condição saturada (θ_s) e percorrendo a curva de secagem do solo à medida que a sucção aumenta, encontra-se um

trecho da curva com pouca variação da umidade, referente ao processo de entrada de ar. De acordo com Fredlund e Xing (1994), o valor da sucção referente a entrada de ar pode ser encontrado a partir da intercessão entre a reta horizontal, correspondente ao estado saturado, com a reta tangente que passa pelo ponto de inflexão da curva.

Figura 3 - Características principais da CRA durante a secagem e umedecimento.



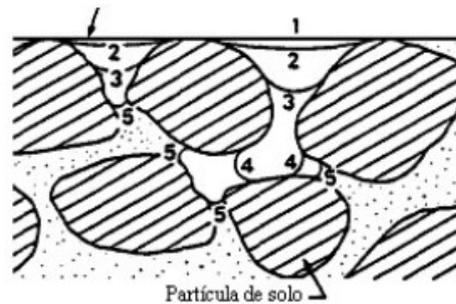
Fonte: Adaptado Fredlund e Xing (1994).

A Figura 4 mostra a entrada de ar nos poros: a linha 1 se refere a condição saturada do solo mas, com o aumento da sucção inicia a entrada de ar e a interface penetra no solo, reduzindo assim o raio do menisco, representados pelas linhas 2, 3, 4 e 5.

Após atingir o valor de entrada de ar, a curva representa uma redução brusca na umidade do solo, atingindo o teor de umidade volumétrica residual (θ_r). O valor desta umidade residual, pode ser encontrado, de acordo com Fredlund e Xing (1994), a partir da intercessão da reta tangente ao ponto de inflexão da curva com a reta tangente a curva que passa pelo valor de sucção de 10^6 kPa. Não há um consenso sobre o valor da sucção residual, mas alguns autores adotam o valor de 1500 kPa, sendo este correspondente à sucção do ponto de murcha das plantas (BONDER, 2008).

A curva de secagem e de umedecimento não se coincidem, apresentando histerese, e este fenômeno pode ser atribuído a alguns fatores, como a não uniformidade da geometria dos poros e o ar aprisionado nos vazios do solo durante o processo de umedecimento.

Figura 4 – Entrada de ar nos poros.



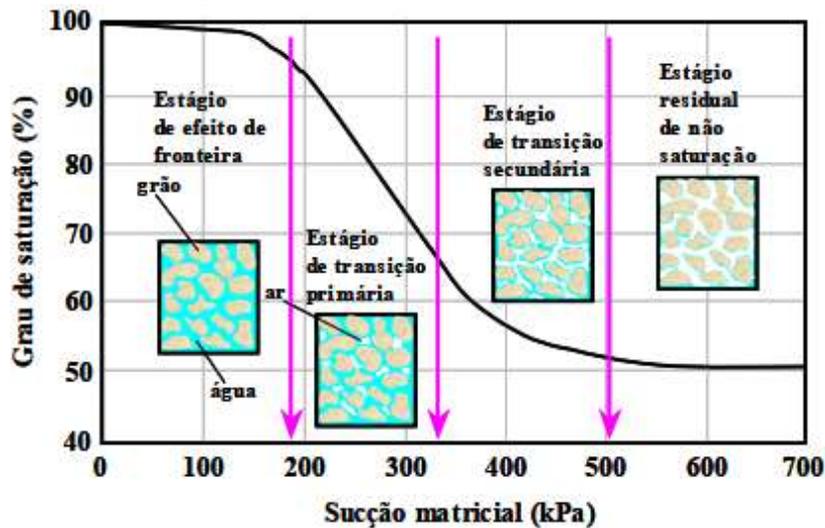
Fonte: Fredlund e Rahardjo (1993).

Ao longo da CRA podem ser identificados três estágios de dessaturação (FIGURA 5): efeito de fronteira, transição (primária e secundária) e estágio residual de não saturação. No primeiro estágio, todos os poros do solo estão preenchidos com água, isto é, os meniscos de água estão em contato contínuo com os grãos ou agregados do solo, até a sucção atingir o valor de entrada de ar. Este valor de sucção identifica o ponto no qual o ar entra nos poros de diâmetros maiores. O solo começa a dessaturar no estágio de transição primária e aumenta ainda mais no estágio de transição secundária. Neste estágio, o teor de umidade no solo reduz significativamente com o aumento da sucção. A área do menisco de água em contato com os grãos ou agregados do solo não é mais contínua e começa a reduzir. No estágio final, grandes aumentos nos valores de sucção provocam pequenas mudanças no teor de umidade ou grau de saturação do solo (MENDES, 2008).

Os valores experimentais da curva de retenção de água podem ser representados e ajustados por modelos matemáticos, tais como os propostos por Burdine (1953), Gardner (1958), Brooks e Corey (1964), Farrel e Larson (1972), Mualem (1976), Roger e Hornberger (1978), van Genuchten (1980), Williams et al. (1983), McKee e Bumb (1984), Fredlund e Xing (1994), dentre outros.

De acordo com Borges et al. (2010), quanto maior o número de parâmetros maior será a flexibilidade e a capacidade de ajuste da equação. Gerscovich e Sayão (2002) afirmam que as curvas características de solos brasileiros são melhores representados pelos modelos de Gardner (1958), van Genuchten (1980) e Fredlund e Xing (1994).

Figura 5 - Estágios da CRA para um meio poroso hipotético.



Fonte: Adaptado Vanapalli et al (1996).

2.2.1 Gardner

Para determinação da curva de retenção de água no solo, Gardner (1958) colocou a umidade em função da sucção, sendo esta relação mostrada na Equação 1.

$$\theta = \theta_r + \frac{\theta_s - \theta_r}{(\alpha \psi)^n + 1} \quad (1)$$

onde θ_r (cm^3/cm^3) é o valor da umidade volumétrica residual, θ_s (cm^3/cm^3) é o teor da umidade volumétrica saturada, θ (cm^3/cm^3) é o teor de umidade volumétrica referente a sucção ψ (kPa), e α (1/kPa) e n são parâmetros de ajuste.

A equação empírica que relaciona o teor de umidade volumétrica com a sucção proposta por Gardner (1958) foi definida por Borges et al. (2010), Lisboa (2006), dentre outros autores, como um modelo que se ajusta e descreve bem o comportamento de curvas de retenção de água nos solos brasileiros.

2.2.2 van Genuchten

De acordo com Queiróz (2017), desde o início dos experimentos de Darcy (1856) trabalhados em cima de solos saturados, a dinâmica da água no solo se tornou um importante objeto de pesquisa. Buckingham (1907) iniciou o desenvolvimento de pesquisas para tentar descrever a movimentação da água em solos não saturados, seguido por Richards (1931) que apresentou a base teórica que descreve o escoamento neste tipo de condição. van Genuchten (1980) também foi um pesquisador que visou o prosseguimento dos estudos na condutividade hidráulica de solos não saturados.

Ele foi o idealizador de um dos modelos matemáticos que tentam descrever a relação entre teor de umidade volumétrico e sucção de forma simples e que permite chegar em expressões para a condutividade hidráulica. O modelo matemático desenvolvido por van Genuchten, em 1980, está expresso na Equação 2.

$$\theta = \theta_r + \frac{\theta_s - \theta_r}{[(\alpha \psi)^n + 1]^m} \quad (2)$$

onde θ (cm^3/cm^3) é o teor de umidade volumétrico, ψ (kPa) é a sucção, θ_r (cm^3/cm^3) é o valor da umidade volumétrica residual, θ_s (cm^3/cm^3) é o teor da umidade volumétrica saturada, α ($1/\text{kPa}$) é um parâmetro de ajuste que é função da entrada de ar no mesmo, n é dependente da pressão de borbulhamento e da distribuição do tamanho dos poros, sendo relacionado também com o ponto de inflexão da curva e m correspondente a ajuste da curva e relacionado ao n por $1-1/n$.

Borges et al. (2010), Liang et al. (2016) e D’Emilio et al. (2018) apresentam em seus respectivos trabalhos a eficácia do método no ajuste de curvas de retenção de água no solo.

2.2.3 Fredlund e Xing

Fredlund e Xing (1994) publicaram uma relação entre sucção e o teor de umidade volumétrica com o objetivo de descrever o comportamento de curvas de retenção de água em solos não saturados. De acordo com Teixeira (2014), as equações de van Genuchten (1980) e Fredlund e Xing (1994) são largamente empregadas na literatura devido à sua versatilidade e capacidade de se ajustar muito bem à maioria dos solos.

O modelo matemático de Fredlund e Xing (1994) baseou-se na hipótese de que a curva de retenção depende da distribuição dos poros e que os meniscos formados na interface ar-água possuem formato esférico, uma vez que é assumido que os poros possuem seções circulares e os canais que interligam os mesmos são cilíndricos e dispostos aleatoriamente. A equação proposta por eles está expressa na Equação 3.

$$\theta = C(\psi) \frac{\theta_s}{[\ln[(e + (\frac{\psi}{a})^n)]]^m} \quad (3)$$

onde θ (cm^3/cm^3) é o teor de umidade volumétrico, ψ (kPa) é a sucção, θ_s (cm^3/cm^3) é o teor da umidade volumétrica saturada, a (kPa), n e m são parâmetros de ajustes da curva referentes a sua forma.

O termo $C(\psi)$ multiplicando faz com que a curva de retenção tenha, para valores de teores de umidade próximos de zero, sucção de 10^6 kPa. A expressão deste termo é dada pela Equação 4.

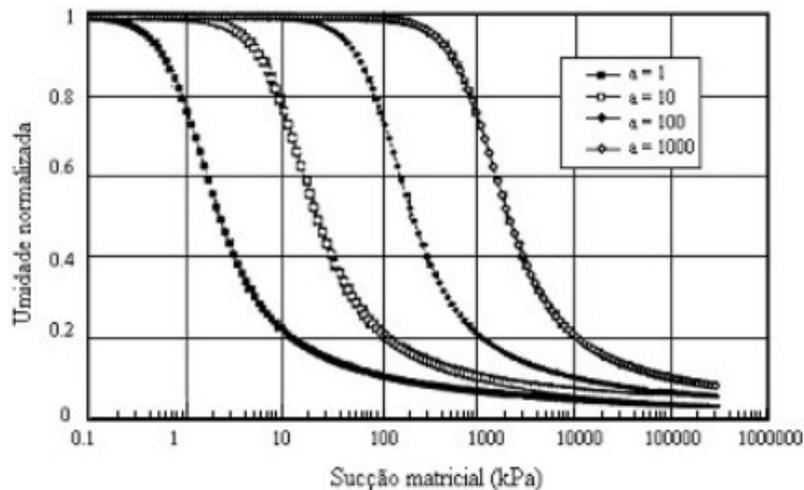
$$C(\psi) = 1 - \left[\frac{\ln\left(1 + \frac{\psi}{\psi_r}\right)}{\ln\left[1 + \left(\frac{1000000}{\psi_r}\right)\right]} \right] \quad (4)$$

onde ψ_r (kPa) é o valor da sucção residual.

Fredlund e Xing (1994) também mostraram graficamente os efeitos dos parâmetros a , n e m . Com o aumento do parâmetro a , a curva de retenção se desloca para a direita, alterando assim o valor de sucção de entrada de ar, mostrado na Figura 6.

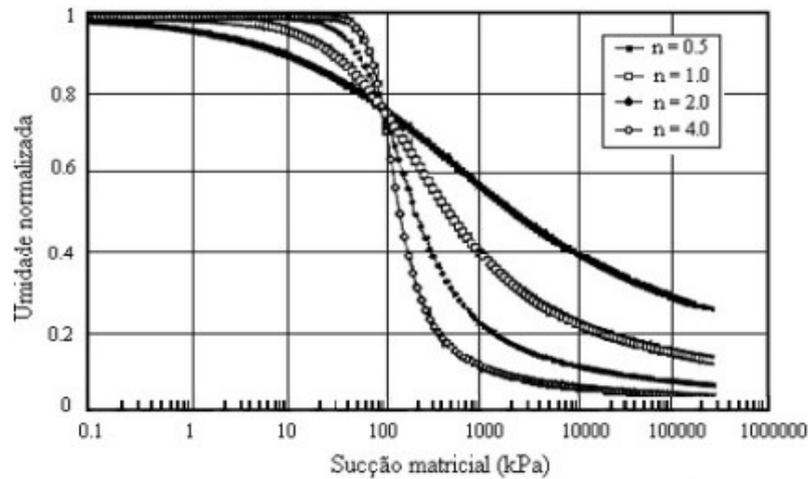
À medida que o parâmetro n aumenta, a curva gira no sentido horário em torno do ponto de inflexão, sendo este efeito mostrado na Figura 7. Para valores elevados de sucção, o aumento do valor de m faz com que a curva de retenção se aproxime do eixo das abscissas, conforme mostrado na Figura 8.

Figura 6 - Influência do parâmetro “a” na curva de retenção.



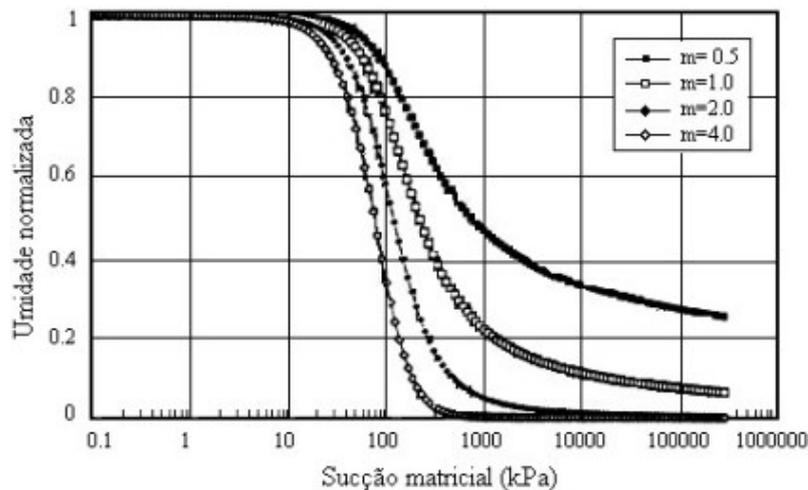
Fonte: Fredlund e Xing (1994).

Figura 7 - Influência do parâmetro “n” na curva de retenção.



Fonte: Fredlund e Xing (1994).

Figura 8 - Influência do parâmetro “m” na curva de retenção.



Fonte: Fredlund e Xing (1994).

2.3 Condutividade hidráulica de solos não saturados

Klute e Dirkse (1986) diferenciaram a condutividade hidráulica do solo e a curva característica definindo a primeira como a capacidade de escoar a água e a segunda como a capacidade de reter a água no solo. Portanto, os dois conceitos são utilizados para determinar o comportamento da água no solo.

Sterck (2011) cita que o fluxo em um solo não saturado pode ser descrito pela Lei de Darcy, porém, o coeficiente de condutividade hidráulica deixa de ser constante e passa a ser uma função do grau de saturação (ou teor de umidade) e da sucção, $k(\psi)$. A Lei de Darcy para fluxos em solos não saturados é mostrada na Equação 5.

$$v = -k(\psi) \times i \quad (5)$$

onde $k(\psi)$ é a condutividade não saturada (m/s), ψ é a sucção do solo (kPa), v é quantidade de fluxo não saturado que equivale à velocidade de descarga (m/s) e i o gradiente hidráulico.

A determinação da função de condutividade hidráulica dos solos não saturados é realizada através de técnicas diretas ou indiretas. As medidas diretas são geralmente feitas por meio de ensaios de permeabilidade desenvolvidos em laboratório e/ou ensaios de campo. Já as medidas indiretas utilizam o coeficiente de permeabilidade do solo não saturado e a CRA do solo (FREDLUND; RAHARDJO, 1993). Em decorrência das dificuldades encontradas na determinação por meios diretos, as medidas indiretas são mais comumente utilizadas.

van Genuchten (1980) apresentou a Equação 6 para o cálculo do coeficiente de condutividade hidráulica do solo não saturado.

$$K_{\psi} = K_s \times \frac{[1 - (a\psi^{(n-1)}) \cdot (1 + (a\psi)^n)^{-m}]^2}{[(1 + (a\psi)^n)]^{\frac{m}{2}}} \quad (6)$$

onde o K_{ψ} é a condutividade hidráulica na condição não saturada (m/s), o K_s é condutividade hidráulica na condição saturada (m/s), o ψ é a sucção (kPa) e a , n , m são parâmetros de ajuste da curva de retenção, mostrada na Equação 2.

Com base nos parâmetros obtidos por meio do ajuste da curva de retenção de água, Gardner (1958) propôs a Equação 7 para o cálculo da condutividade hidráulica não saturada.

$$K_{\psi} = K_s \times e^{(-\alpha\psi)} \quad (7)$$

onde o $k(\psi)$ é a condutividade hidráulica na condição não saturada (m/s), K_s a condutividade hidráulica na condição saturada (m/s) e α o parâmetro de ajuste da curva de retenção, mostrada na Equação 1.

2.4 Análise Inversa

A análise inversa (ou retroanálise) permite a identificação de parâmetros por meio da formulação de um problema matemático, geralmente de minimização de uma determinada função (função objetivo - FO), cuja solução fornece o conjunto de parâmetros do modelo que representam a menor diferença entre os dados experimentais e os calculados numericamente (CÂNDIDO, 2020).

De acordo com Guimarães (2008), o processo matemático de minimização consiste em duas etapas: a primeira é a formulação de uma função objetivo que mede a diferença entre os resultados experimentais e os resultados do modelo matemático utilizado, e a segunda é a seleção de uma estratégia de otimização que procura o mínimo ou o máximo global da função

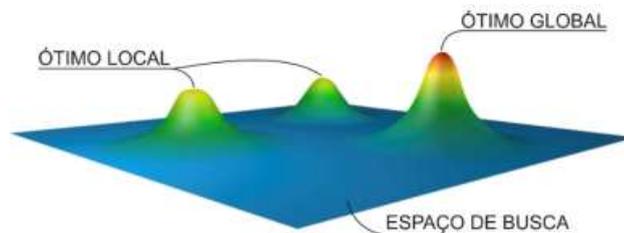
objetivo, destacando como vantagem a objetividade dos resultados e a automatização dos valores dos parâmetros que produzem um melhor ajuste, apresentando economia de tempo em relação aos métodos tradicionais de tentativa e erro.

Entende-se como ótimo global a melhor solução possível para um determinado problema, e, como soluções ótimas locais, aquelas que se despontam em relação à maioria; porém, não superam a solução ótima global. A Figura 9 ilustra o espaço de busca de soluções de um determinado problema, apontando o ponto de ótimo global (pico máximo) e os pontos ótimos locais (NARQUES, 2019).

Ao selecionar o modelo matemático que representará o comportamento da curva experimental deve-se encontrar valores para os parâmetros do modelo, sendo estes responsáveis por um melhor ajuste com os dados obtidos no experimento.

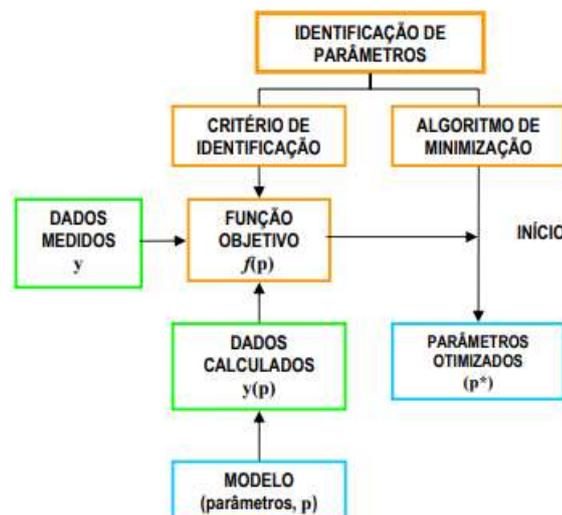
A função objetivo utilizada para o processo ficará em função desses parâmetros e ao buscar o valor mínimo para esta função (que representa a técnica de melhor ajuste do modelo matemático utilizado com os dados experimentais) obtém-se os valores ótimos destes parâmetros. Na Figura 10 são apresentados os principais componentes desse processo.

Figura 9 - Espaço de busca de soluções de um problema.



Fonte: Narques (2019).

Figura 10 - Fluxograma de otimização de parâmetros.



Fonte: Guimarães (2008).

De acordo com Marler e Arora (2004), a maioria de técnicas de otimização não garante a obtenção de um ponto ótimo global, ou seja, a técnica utilizada pode convergir para um ótimo local, com isto, a solução encontrada na retroanálise vai depender do ponto de partida inicial, podendo encontrar uma solução local que pode se diferir em muito da solução ótima global procurada.

De acordo com Loukidis e Salgado (2010), as ferramentas analíticas baseadas em soluções globais são amplamente utilizadas na engenharia geotécnica, como na previsão da capacidade de suporte das fundações, no cálculo do fator de segurança, na previsão de assentamento de aterros e na previsão da deformação de muro de contenção durante a escavação. Nessas situações, o objetivo da análise é obter parâmetros que otimizem o ajuste realizado pelos modelos matemáticos aos dados experimentais, obtidos em laboratório e/ou campo, fazendo com que o comportamento real geotécnico seja descrito de forma mais aproximada por modelos propostos.

Hicher e Shao (2002) estudaram algumas abordagens de otimização, entre essas definiram a análise inversa como uma das abordagens de maior eficiência na área geotécnica, pois produz uma determinação objetiva dos parâmetros do solo para o modelo adotado, mesmo aqueles que não têm significado físico direto. Para a formulação inversa, as variáveis são os parâmetros do modelo e uma das maneiras de encontrar seus valores é simular ensaios de laboratório e/ou de campo e minimizar a diferença entre valores experimentais e numéricos. Yin et al. (2018) destacam que esse problema é usualmente solucionado empregando técnicas de otimização determinísticas ou estocásticas.

A técnica determinística é baseada no cálculo de derivadas ou de suas aproximações, necessitando assim de informações do vetor gradiente para identificar o ponto onde ele se anula a partir da direção para qual ele aponta. Essa técnica apresenta melhores resultados para funções contínuas, convexas e unimodais (possuindo apenas um ponto de máximo ou de mínimo). Possuem como vantagem uma rápida convergência, pois é baixo o número de avaliações da FO, porém, tem uma tendência grande de parar em pontos locais, não avançando na busca da solução global. Esta técnica engloba os métodos de Newton-Raphson, Gradiente (CAUCHY, 1847) e Simplex (DANTZIG, 1941) (SARAMAGO, 2010).

O *Solver*, um suplemento do Microsoft Excel, é uma ferramenta versátil e de fácil aplicação de testes de hipóteses, onde se pode encontrar os valores máximos ou mínimos para uma fórmula implementada em uma célula conforme limites e restrições impostas sobre valores de outras células. Essa ferramenta de otimização linear e não-linear opera utilizando o algoritmo Gradiente Reduzido Generalizado, o algoritmo de Bound e Branch e o Simplex, tendo

capacidade de considerar até 200 variáveis de decisão e colocar 100 restrições explícitas e 400 simples (AVELLA, 2011). Portanto, o *Solver* está dentro das técnicas determinísticas, sendo propício o fornecimento de soluções locais.

A técnica estocástica trabalha de maneira aleatória orientada, onde a FO é avaliada várias vezes, analisando vários pontos ao mesmo tempo em uma mesma iteração, exigindo um custo computacional maior; porém, a compensação vem na menor chance de se prender em mínimos locais. Diferentemente da técnica determinística, este método necessita apenas de informações da função a ser otimizada, podendo ser de difícil representação, não-linear, descontínua, não diferenciável e multimodal, e a solução ótima pode ser encontrada através de regras de probabilidade, operando de maneira orientada.

A técnica estocástica engloba métodos naturais, simulando processos da natureza para resolução de problemas, como os algoritmos genéticos (HOLLAND, 1992) baseados na evolução da população, e os algoritmos baseados na inteligência coletiva, como Colônias de Abelhas (KARABOGA, 2005) e Colônias de Formigas (DORIGO, 1992).

Dentre essas destaca-se o algoritmo genético (AG) apresentado por Holland (1992), um procedimento iterativo inspirado no mecanismo da genética populacional e nos princípios da seleção natural que tem sido aplicado com êxito na determinação de parâmetros de modelos constitutivos (CÂNDIDO et al., 2017; JIN et al., 2016a; 2016b; 2017a; 2017b; 2017c; LEVASSEUR et al., 2008; 2009; 2010; MAHBOD; ZAND-PARSA, 2010; PAPON et al., 2008; 2012; ROKONUZZAMAN; SAKAI, 2010; SAMARAJIVA et al., 2005; YIN et al., 2017; YIN et al., 2018; 2019).

2.5 Algoritmo Genético

São métodos de otimização global inspirados nos princípios relacionados à evolução de populações de seres vivos. Esses algoritmos seguem o princípio de seleção natural e sobrevivência do mais apto, proposto por Charles Darwin em 1859, no qual quanto melhor um indivíduo se adaptar ao seu meio ambiente, maior será sua chance de sobreviver e gerar descendentes (GUIMARÃES, 2008).

No processo de reprodução um grande número de características dos pais é passado para os filhos. Com isto, quanto mais apto forem sendo os indivíduos, maior será a tendência de propagação de suas características para gerações futuras. Porém, é inevitável a existência de falhas no processo reprodutivo, ou seja, indivíduos descendentes com alguma diferenciação em suas características, podendo ser prejudicial ou então agregar ao sistema uma característica

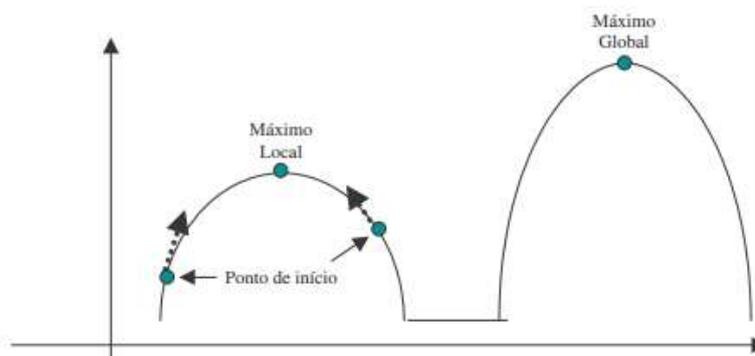
nova desejável que não estava contida no conjunto de genes dos seus pais, sendo este um processo natural de exploração de combinações e probabilidades.

Em meados dos anos 50 e 60, após as descobertas que marcaram a genética moderna, muitos biólogos começaram a desenvolver simulações computacionais de sistemas genéticos. Entretanto, foi John Holland, um professor americano, o precursor das primeiras pesquisas no tema. Holland foi refinando suas ideias ao longo dos anos e em 1975 publicou o seu livro “*Adaptation in Natural and Artificial Systems*”. Desde então, estes algoritmos vêm sendo aplicados com sucesso nos mais diversos problemas de otimização (LIMA, 2011).

Lacerda e Carvalho (1999) veem como vantagens dos AGs o fato de funcionarem tanto com variáveis contínuas e/ou discretas, realização de buscas simultâneas em várias regiões do espaço, reduzindo assim a chance da obtenção de uma solução local e aumentando a probabilidade de obtenção de uma solução global, permitido pelo fato de se trabalhar não somente com um único ponto, mas sim com uma população. Também são vistos como vantagens a simplicidade de implementação, não sendo necessários conhecimentos matemáticos aprimorados, a otimização de um grande número de variáveis, boa adaptação a computadores paralelos, fornecimento de uma lista de variáveis ótimas e não uma simples solução, e a utilização das informações de soluções prévias para geração de novas soluções, aumentando assim a probabilidade de se encontrar um mínimo global.

Linden (2005) classifica os AGs como uma técnica de otimização global, opondo-se a métodos como gradiente, que se baseia na derivada da função. Como mostrado na Figura 11, se a análise for inicializada em qualquer um dos dois pontos de início marcados, o prosseguimento se dará na direção de maior crescimento e resultará no ponto de máximo local onde a derivada é zero, perdendo assim a solução global. Os AGs não possuem uma forte dependência dos valores iniciais, apresentando uma tendência de encontrar soluções globais.

Figura 11 - Solução local e global.



Fonte: Linden (2005).

Guimarães (2008) vê como desvantagem da técnica de otimização a não garantia absoluta de se obter uma solução global e apesar de não exigir conhecimentos matemáticos complexos é necessária uma grande quantidade de cálculos. Porém, cita como solução para o primeiro problema a execução do AG repetidas vezes e por longo tempo, buscando a convergência da solução, e para o segundo o uso de computação paralela ou utilização de redes neurais, para conseguir processar o elevado número de cálculos requeridos.

2.5.1 Terminologia

Como os AGs são inspirados na genética e na teoria da evolução das espécies, há uma analogia muito forte entre os termos da biologia e os termos empregados no campo dos AGs (LINDEN, 2005), tais como:

- **Cromossomo:** cadeia de caracteres representando alguma informação relativa às variáveis do problema. O cromossomo representa uma possível solução.
- **Gene:** é o valor representativo do cromossomo, ou seja, o valor do parâmetro.
- **Indivíduo:** é o conjunto de genes, ou seja, os valores dos parâmetros do modelo utilizado além da sua aptidão, representado por um vetor, que podem ter potencial para ser a solução do problema em análise.
- **População:** é o conjunto de indivíduos de possíveis soluções, representando a diversidade dos parâmetros por meio de uma matriz em que cada vetor que a constitui é um indivíduo.
- **Espaço de busca:** limitado por valores mínimos e máximos de cada parâmetro. Portanto os indivíduos têm seus genes dentro desses limites, e a cada iteração esse espaço é explorado pelos mecanismos de cruzamento e mutação.
- **Geração:** a geração dentro do AG é definida como um ciclo completo de implementação após a formação da população inicial. Engloba os procedimentos de cruzamento, mutação, avaliação e seleção, portanto, uma geração é responsável por selecionar indivíduos mais aptos.
- **Função objetivo:** é uma função matemática capaz de identificar a qualidade do ajuste, ou seja, fornece como resultado um valor (aptidão) que descreve o quão distante está a curva teórica da curva experimental. É a função a ser otimizada, buscando seu mínimo.
- **Aptidão ou fitness:** é a quantificação da qualidade da solução, sendo de forma simples obtida assumindo o valor da FO.

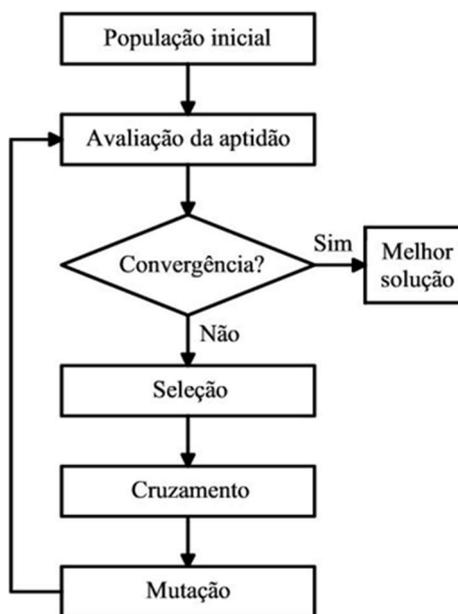
2.5.2 Mecanismos

O AG tem seu início na criação de uma população inicial com possíveis soluções, ou seja, com vários indivíduos, que representam conjuntos de parâmetros, que são posteriormente submetidos ao processo evolutivo, que é composto por:

- **Avaliação:** todos os indivíduos passam pelo processo de cálculo da FO, calculada a partir dos seus cromossomos, e recebem um valor de aptidão.
- **Seleção:** os indivíduos que apresentarem melhores aptidões, ou seja, menor valor da FO, terão maiores probabilidades de serem selecionados para a reprodução, e os não selecionados serão descartados.
- **Cruzamento (*crossover*):** os indivíduos mais aptos cruzam entre si, misturando assim suas características, gerando novos indivíduos.
- **Mutação:** visa garantir a diversidade de características dos novos indivíduos em relação às características dos pais, selecionando alguns para terem seus genes modificados após o cruzamento.

De acordo com Cândido (2020), inicialmente um conjunto de soluções (população inicial) é gerado de forma aleatória ou não. Essa população é avaliada quanto a sua capacidade de representar satisfatoriamente o problema estudado, sendo a cada indivíduo dessa população fornecido um valor representativo a sua capacidade avaliada (aptidão). Os indivíduos com maiores valores de aptidão são selecionados (seleção natural) e geram, por meio dos operadores genéticos (cruzamento e mutação) uma população de descendentes. Essa população é avaliada e ordenada juntamente com os indivíduos que os originaram (pais), compondo assim a população intermediária. O operador de seleção atua sobre essa população, obtendo assim a população principal, que sofrerá atuação dos operadores genéticos. O processo segue até atingir um critério de parada (convergência) ou um conjunto de soluções satisfatórias (FIGURA 12).

Figura 12 - Fluxograma do algoritmo genético.



Fonte: Cândido (2020).

2.5.2.1 Popula o Inicial

A popula o inicial   a responsável pela inicializa o do AG. A gera o dessa popula o visa garantir a diversidade dos valores dos parâmetros com o objetivo de contemplar um espaço de busca maior. Essa popula o   usualmente gerada de forma uniforme ou aleatória (randômica), e utilizam os valores mínimos e máximos dos parâmetros, fornecidos pelo usuário do algoritmo, para defini o de um intervalo que será empregado na gera o da popula o inicial.

A gera o uniforme consiste em dividir o intervalo em partes iguais e atribuir estes valores intermediários   cada indivíduo. De acordo com Guimarães (2008) e Cândido (2016), a gera o randômica pode ser baseada na gera o de um número aleatório entre 0 e 1, sendo este número multiplicado pela diferença entre o valor máximo e mínimo dos parâmetros, acréscimo do valor mínimo. Com isto, a popula o inicial está dentro dos intervalos fornecidos para cada parâmetro.

2.5.2.2 Avalia o

A avalia o   realizada com base na fun o objetivo, responsável por classificar indivíduos de acordo com o grau de adapta o e   específica para cada tipo de problema, avaliando as características presentes nos indivíduos (GUIMARÃES, 2008).

A avalia o do desempenho pode ser calculada utilizando o método dos mínimos quadráticos, onde relaciona os dados experimentais com os genes dos indivíduos (valores dos

parâmetros de cada indivíduo) no modelo matemático de trabalho. A diferença entre o valor experimental e o valor matemático encontrado é parâmetro para cálculo do erro, que é calculado levando em consideração todos os pontos experimentais. Levasseur et al. (2008) apresentaram uma função objetivo, mostrada na Equação 8, e utilizada neste trabalho.

$$F. O. = \sqrt{\frac{\sum_1^n (\theta_{\text{dado}} - \theta_{\text{modelo}})^2}{\sum_1^n (\theta_{\text{dado}})^2}} \quad (8)$$

onde θ_{dado} é o valor do teor de umidade volumétrico fornecido nos dados de entrada (cm^3/cm^3), θ_{modelo} é o valor do teor de umidade volumétrico (cm^3/cm^3) calculado a partir do modelo selecionado, dos parâmetros de cada indivíduo e da sucção referente ao θ_{dado} , n é o número de dados de entrada da curva de retenção de água no solo.

Deve-se avaliar também a diversidade dos indivíduos, não permitindo que haja indivíduos iguais dentro de uma população. Caso isso ocorra, deverá ser feita uma espécie de mutação para garantir que os parâmetros se diferem.

2.5.2.3 Reprodução

O operador de reprodução é o responsável pela aplicação dos operadores genéticos (mutação e crossover) aos indivíduos da população (SILVEIRA; BARONE, 1998). De acordo com Soares (1997), a reprodução é antecedida pela seleção, etapa qual será selecionado alguns indivíduos dentro da população para gerarem descendentes. Esta seleção pode ser feita de várias maneiras, dentre elas a randômica de acordo com a aptidão (valor do erro gerado pela avaliação) de cada indivíduo ou de forma ordenada, pegando os indivíduos com menores erros.

Uma vez selecionados os indivíduos, estes passam com uma probabilidade pré-estabelecida pelo processo de cruzamento, onde partes dos genes dos pais são combinadas para geração de filhos (LUCAS; ALVARES, 2002). Dentro os principais operadores de *crossover* destacam-se: média, BLX- α , aritmético e linear, que serão detalhadas a seguir, juntamente com as equações que as determinam, apresentadas por Cândido (2016) e Guimarães (2008).

- **Crossover média:** define os genes (valor dos parâmetros/cromossomos) dos descendentes como a média entre os genes dos pais, portanto, os valores dos filhos gerados estão dentro dos intervalos dos pais. A Equação 9 determina o método de cálculo dos genes descendentes.

$$p'_i = \frac{(p_{1i} + p_{2i})}{2} \quad (9)$$

onde p'_i é o gene descendente e p_{1i} e p_{2i} os genes dos pais.

- **Crossover BLX- α** : visa evitar a perda de diversidade, portanto, utiliza uma constante “alfa” capaz de fazer com que os descendentes tenham seus genes fora dos limites dos genes dos pais. O método é descrito pela Equação 10 e 11.

$$p_i^{1'} = p_{1i} + \beta(p_{2i} - p_{1i}) \quad (10)$$

$$p_i^{2'} = p_{2i} + \beta(p_{1i} - p_{2i}) \quad (11)$$

onde $p_i^{1'}$ e $p_i^{2'}$ são os genes descendentes, p_{1i} e p_{2i} os genes pais, e β é definido como $\beta \in U(-\alpha; 1 + \alpha)$.

- **Crossover linear**: gera três filhos, aplicando os fatores 0,5, 1,5 e -0,5 aos genes dos pais, mostrado nas Equações 12, 13 e 14;

$$p_i' = \frac{(p_{1i} + p_{2i})}{2} \quad (12)$$

$$p_i^{1'} = 1,5p_{1i} - 0,5p_{2i} \quad (13)$$

$$p_i^{2'} = 1,5p_{2i} - 0,5p_{1i} \quad (14)$$

onde $p_i^{1'}$ e $p_i^{2'}$ são os genes descendentes e p_{1i} e p_{2i} os genes pais.

- **Crossover aritmético**: emprega um parâmetro “beta”, porém, este tem seu valor entre 0 e 1, fazendo com que os filhos gerados não extrapolem os parâmetros dos pais. O método é mostrado nas Equações 15 e 16.

$$p_i^{1'} = \beta p_{1i} + (1 - \beta)p_{2i} \quad (15)$$

$$p_i^{2'} = \beta p_{2i} + (1 - \beta)p_{1i} \quad (16)$$

onde $p_i^{1'}$ e $p_i^{2'}$ são os genes descendentes e p_{1i} e p_{2i} os genes pais.

2.5.2.4 Mutação

Após a geração dos descendentes, os filhos passam por um processo de mutação. De acordo com Guimarães (2008), o operador mutação age sobre os indivíduos das populações para modificá-los e tem como finalidade tentar evitar a estagnação do algoritmo em algum ponto da superfície. É definida uma taxa de mutação para o algoritmo e gerado um número aleatório para cada cromossomo dos descendentes. Aqueles que apresentarem o número gerado menor que a taxa definida serão os selecionados para mutar, com isto, é gerado outro número aleatório para os selecionados e os novos valores de cromossomos serão definidos a partir da ponderação dos limites mínimo e máximo com o aleatório gerado. Depois de mutados, os indivíduos descendentes passam pela avaliação a partir da função desempenho, tendo sua aptidão quantificada.

Antes de formar a população intermediária é feita a avaliação se existem indivíduos iguais, ou seja, todos os cromossomos com o mesmo valor (gene). Caso haja, é feita uma nova mutação em algum deles para diferenci-los. A população intermediária é formada então pelos indivíduos pais e pelos descendentes, selecionando alguns para a próxima geração conforme métodos de seleção já apresentados.

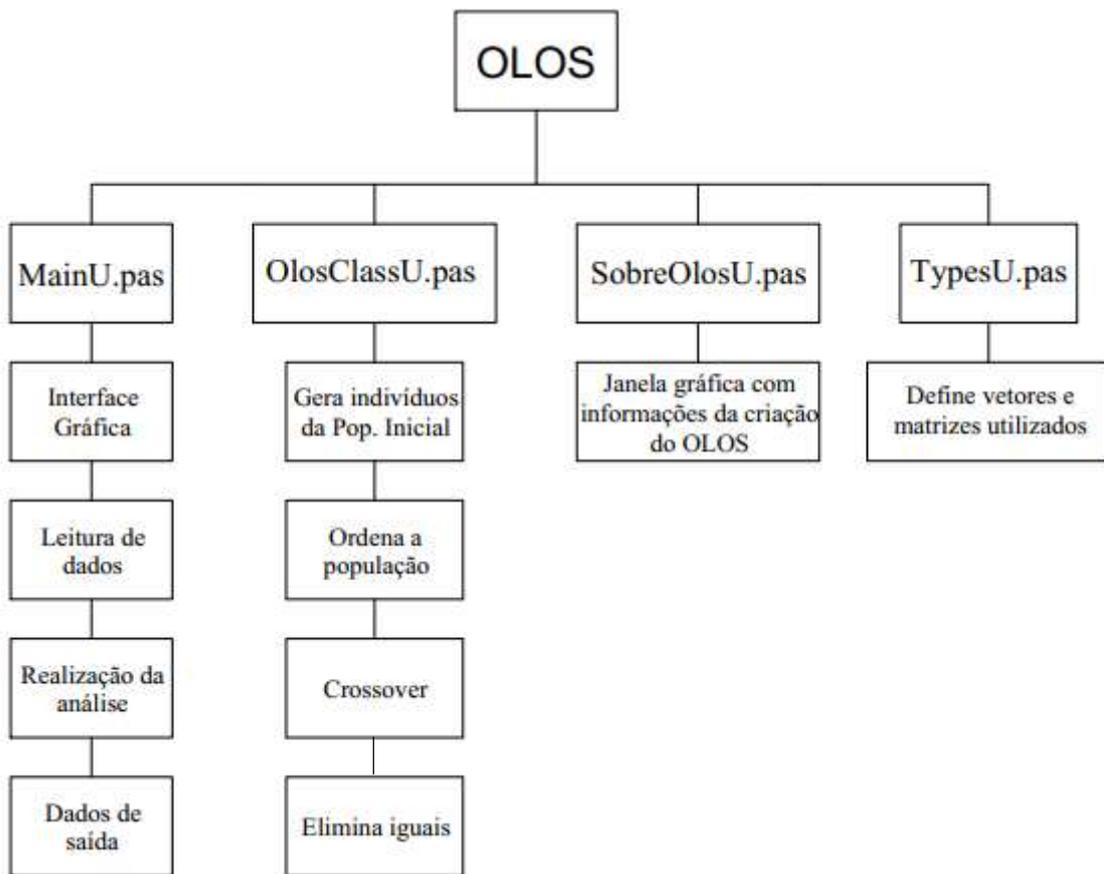
3 DESENVOLVIMENTO DO PROGRAMA

3.1 Estrutura do programa

O programa OLOS 1.0 foi desenvolvido utilizando o *Delphi*, um ambiente de desenvolvimento de aplicativos baseado no *Object Pascal*, uma linguagem extremamente poderosa com fundamentos centrais e tipos de dados extensíveis (CANTÙ, 2015). A escolha do *Delphi* se deu pela facilidade de desenvolvimento da interface, por utilizar uma linguagem de alto nível e por trabalhar com a Programação Orientada a Objetos (POO).

O código do OLOS 1.0 é composto por 4 unidades. A Figura 13 apresenta essas unidades e suas funcionalidades.

Figura 13 – Unidades de implementação do OLOS e suas funcionalidades.



Fonte: Da autora (2020).

A *MainU.pas* foi implementada para a construção da interface gráfica da aplicação, onde ocorre a interação com o usuário para a execução do programa, recebendo como dados de entrada os parâmetros do algoritmo genético, como por exemplo:

- Tamanho da população inicial;
- Tipo de geração da população inicial (uniforme ou aleatório);
- Tamanho da população principal;

- Taxa de mutação;
- Tipo de crossover (Média, BLX- α , Aritmética, Linear);
- Modelo matemático a ser utilizado na análise: Fredlund e Xing (1994); van Genuchten (1980) ou Gardner (1958);
- Limites inferiores e superiores dos parâmetros de ajustes;
- Valores de sucção (kPa) e teores de umidades volumétricos (cm^3/cm^3) da curva de retenção de água no solo a ser ajustada; e
- Critérios de parada do AG (máxima geração e/ou erro máximo admitido).

Também são implementados objetos que fornecerão aos usuários os dados de saída, sendo estes os resultados das análises inversas a serem realizadas no OLOS 1.0, tais como:

- Os valores dos parâmetros de ajuste otimizados;
- Erro obtido da função objetivo; e
- Detalhes gráficos da curva experimental e ajustada, e da FO a cada geração.

No código da *MainU.pas* contém procedimentos para “Abrir” arquivo de texto que contém os dados de entrada necessários, conforme modelo apresentado na Figura 14, e procedimentos para “Salvar” e “Salvar Como”, gravando os parâmetros de entrada fornecidos conforme a ordem apresentada também na Figura 14. Também contém a implementação para começar uma nova análise a partir do “Novo”.

Os dados do arquivo de texto são sequenciados na seguinte ordem: número de indivíduos da população inicial, item referente a geração da população inicial (uniforme ou randômica) conforme Quadro 1, número de indivíduos da população principal, taxa de mutação, item referente ao tipo de crossover (QUADRO 1), item do modelo matemático a ser utilizado (QUADRO 1), número de pontos experimentais seguido das coordenadas destes pontos, sendo a primeira coluna referente a sucção, em kPa, e a segunda o teor de umidade, em cm^3/cm^3 .

Os dados do ensaio para a geração da curva de retenção de água no solo que será ajustada podem ser importados diretamente de uma planilha do Excel, selecionando e copiando as duas colunas de dados. Também é possível copiar os dados dos gráficos gerados na análise e os valores dos parâmetros otimizados.

Quadro 1 - Opções pré-definidas para dado de entrada do algoritmo genético no OLOS 1.0.

Tipo do parâmetro	Item	Parâmetros
Geração da população inicial	0	Uniforme
	1	Randômica
Tipo de <i>crossover</i>	0	Média
	1	BLX- α
	2	Aritmético
	3	Linear
Modelo matemático	0	Fredlund e Xing (1994)
	1	van Genuchten (1980)
	2	Gardner (1958)

Fonte: Da autora (2020).

Figura 14 – Exemplificação de arquivo que contém os dados de entrada para o OLOS 1.0.

```

1 - Bloco de Notas
Arquivo Editar Formatar Exibir
50 1 10 40 3 0
68.8194 68.8194
1.5180 1.5180
1.4642 1.4642
0.3460 0.3460
529080.1035 529080.1035
82
0.00098067 0.34600000
0.00196133 0.34600000
0.00294200 0.34600000
0.00392266 0.34600000
0.00490333 0.34600000
0.00588399 0.34600000
0.00686466 0.34600000
0.00784532 0.34600000
0.00882599 0.34600000
0.00980665 0.34600000
0.01961330 0.34600000
0.02941995 0.34600000
0.03922660 0.34600000
0.04903325 0.34600000
0.05883990 0.34600000
0.06864655 0.34600000
0.07845320 0.34600000
0.08825985 0.34600000
0.09806650 0.34600000
0.19613300 0.34600000
0.29419950 0.34600000
0.39226600 0.34600000
0.49033250 0.34600000
0.58839900 0.34600000
0.68646550 0.34599000
0.78453200 0.34599000
0.88259850 0.34599000
0.98066500 0.34599076
1.96133000 0.34597359

```

Fonte: Da autora (2020)

Dentro da unidade de implementação `OLOSClassU.pas`, contém procedimentos gerais para criação da população inicial e das próximas gerações. Esta unidade identifica e notifica os usuários quanto a erros na entrada de dados, tais como:

- A ausência de valores para os limites dos parâmetros, pois o AG opera somente com o espaço de busca definido, necessitando dos valores mínimos e máximos de todos os parâmetros;
- Número de indivíduos na população inicial menor que 1, pois a partir da população inicial serão selecionados, de acordo com a aptidão, a população principal, que posteriormente irão

cruzar entre si para gerar descendentes, e para ter o cruzamento são necessários pelo menos dois indivíduos;

- Número de indivíduos na população principal menor ou igual a 1 e maior que o número de indivíduos na população inicial. Estes erros são identificados pois os indivíduos da população principal cruzam entre si para gerar descendentes, necessitando de pelo menos dois indivíduos, e também a população principal é formada a partir da seleção da população inicial, não sendo possível que o número da principal seja maior que da população inicial;
- Taxa de mutação menor que 0 e maior que 1. A taxa de mutação deve ser um valor entre 0 e 1, pois será multiplicado pela diferença dos limites dos parâmetros acrescido do limite inferior, fazendo com que o gene (valor do parâmetro mutado) esteja dentro do espaço de busca.

3.1.1 População Inicial

Após o preenchimento dos dados de entrada por parte do usuário, ao clicar no botão presente na interface do *software* que tem a função de gerar a população inicial, a unidade implementada irá verificar a validade dos dados inseridos. Caso estejam todos válidos para a execução do AG, a população inicial será criada de modo uniforme ou aleatório.

A geração uniforme é feita com base na Equação 17.

$$\text{Pop}[i].\text{Genes}[j] = \text{GenesMin}[j] + i * \frac{\text{GenesMax}[j] - \text{GenesMin}[j]}{npi} \quad (17)$$

onde $\text{Pop}[i].\text{Genes}[j]$ é o gene (parâmetro) “j” do indivíduo de ordem “i”, $\text{GenesMin}[j]$ é o valor mínimo do parâmetro fornecido pelo usuário, $\text{GenesMax}[j]$ é o valor máximo do parâmetro do dado de entrada e “npi” é o número de indivíduos da população inicial fornecido pelo usuário.

A geração aleatória não divide o intervalo em partes iguais, como na geração uniforme, apenas gera um número aleatório entre 0 e 1 para multiplicar a diferença entre os valores máximos e mínimos, conforme mostrado na Equação 18. Utilizando um laço de repetição é possível montar todos os indivíduos com seus respectivos genes.

$$\text{Pop}[i].\text{Genes}[j] = \text{GenesMin}[j] + \text{aleatório} * (\text{GenesMax}[j] - \text{GenesMin}[j]) \quad (18)$$

Com a geração dos parâmetros iniciais, formando os indivíduos da população inicial, pode-se calcular o valor do teor de umidade volumétrico de acordo com o modelo utilizado, conforme as Equações 1, 2 ou 3. Assim, dentro da Unidade Principal os indivíduos são avaliados a partir da FO implementada e mostrada na Equação 8.

Após a avaliação de todos os indivíduos e com base nos respectivos valores da FO, estes passam por um processo de ordenamento, implementado a partir de laços de repetições com artifício de comparações. Com os indivíduos ordenados dentro de um vetor, os parâmetros do indivíduo que possuir o menor erro são atualizados na interface, assim como o valor deste erro. Além disso, plota-se no gráfico de ajuste os pontos com os valores dos teores de umidade volumétricos calculados a partir do modelo teórico, fornecendo ao usuário a percepção das condições do ajuste. O valor da FO é plotado em um gráfico que representa no eixo das ordenadas o erro e no eixo das abcissas o número da geração.

3.1.2 Próximas gerações

Com a população inicial disposta em ordem crescente da FO, pode-se definir a população principal conforme o número de indivíduos a serem selecionados, sendo definido a partir do dado de entrada. Sobre a população principal atuará o operador de *crossover* e assim gerar descendentes para compor uma próxima geração. Para seguir as etapas do AG, mostradas na Figura 12, o OLOS só permite que o usuário solicite a criação das próximas gerações após a criação da população inicial.

3.1.2.1 Crossover

O número máximo de indivíduos na população, que incluem os pais e os filhos gerados no *crossover*, é empregado para o dimensionamento dos vetores que irão receber as informações dos indivíduos e serem submetidos aos operadores do AG.

O cruzamento acontece entre todos os indivíduos da população principal, assim o número de descendentes (k) pode ser calculado a partir da Equação 19. Porém, este número dependerá do tipo de *crossover* selecionado: média (EQUAÇÃO 20), BLX- α (EQUAÇÃO 21), aritmético (EQUAÇÃO 21) ou linear (EQUAÇÃO 22).

$$k = \frac{npp \times (npp - 1)}{2} \quad (19)$$

$$ndc = 1 \times k \quad (20)$$

$$ndc = 2 \times k \quad (21)$$

$$ndc = 3 \times k \quad (22)$$

onde “npp” é o número de indivíduos da população principal, “ndc” o número de descendentes, “p” é a população máxima da geração.

A Equação 23 é utilizada para calcular o número máximo de indivíduos em uma geração (p), que é a soma da população principal (pais) e dos descendentes (filhos).

$$p = npp + ndc \quad (23)$$

O *crossover* é feito de modo específico para cada método, porém, em todos são necessários a utilização de laços de repetições para fazer a combinação dos parâmetros de todos os indivíduos. Por exemplo, para o indivíduo 1 cruzar com o indivíduo 2 e gerar um indivíduo descendente, todos os genes (parâmetros) dos dois indivíduos devem passar pelo *crossover*.

Os métodos utilizados no OLOS 1.0 foram a *crossover* média (EQUAÇÃO 9), BLX- α (EQUAÇÃO 10 e 11), utilizando α igual a 0,5, linear (EQUAÇÃO 12, 13 e 14) e aritmético (EQUAÇÃO 15 e 16), considerando β sendo 1/3. Para o BLX- α e o linear, os genes descendentes extrapolam os limites formados pelos genes dos pais, ampliando o espaço de busca. Então, deve-se fazer uma verificação se os valores dos parâmetros dos indivíduos gerados estão dentro das fronteiras fornecidas para cada parâmetro nos dados de entrada, sendo que se estes extrapolarem os limites do espaço de busca delimitado, receberão como valor esse limite.

3.1.2.2 Mutação

O processo de mutação consiste em provocar anomalias dentro dos indivíduos, variando os valores dos seus genes, visando a busca de diversidade em outras regiões do espaço de busca, evitando a estagnação do AG. A implementação da mutação dentro do OLOS 1.0 é feita com base na geração de três números aleatórios entre 0 e 1 para todos os genes de todos os indivíduos que foram gerados no cruzamento feito anteriormente. O usuário fornece como dado de entrada a taxa de mutação requerida por ele, e o primeiro número aleatório é empregado para selecionar os genes a serem mutados, sendo aqueles que apresentarem o número menor que a taxa de mutação.

Após a seleção, os genes serão mutados conforme a Equação 24, utilizando os valores mínimos e máximos dos parâmetros fornecidos pelo usuário e o segundo número aleatório.

$$\text{Pop}[i].\text{Genes}[j] = \text{GenesMin}[j] + \text{aleatório} * (\text{GenesMax}[j] - \text{GenesMin}[j]) \quad (24)$$

onde “GenesMax” e “GenesMin” são os valores dos limites do parâmetro “j” dos dados de entrada.

Após a mutação, pode haver a ocorrência de indivíduos idênticos, isto é, todos os parâmetros são iguais entre si. Este fenômeno causa a perda de diversidade dentro do AG, uma

vez que estaria deixando de analisar conjuntos de parâmetros distintos que podem proporcionar melhores soluções. Além disso, pode haver uma limitação no funcionamento do programa, pois o cruzamento entre indivíduos iguais gera descendentes iguais aos pais, limitando a análise somente a aquele conjunto de valores.

Para eliminar este problema foi implementado um procedimento comparativo entre todos os genes dos indivíduos, e ao encontrar indivíduos iguais é aplicado a eles um processo semelhante ao de mutação, onde o terceiro número aleatório gerado é utilizado para calcular novos genes para estes genes identificados, conforme a Equação 24.

3.1.2.3 Função objetivo, ordenamento e dados de saída

Com toda a população criada e ajustada, os indivíduos são levados a análise da FO, conforme a Equação 8, recebendo cada um a sua aptidão. Com seus respectivos erros calculados, a população passa por um processo de ordenamento, por ordem crescente do valor da função objetivo, e os genes do indivíduo que tiver a melhor aptidão (menor erro) serão exibidos na tela.

Como dado de saída, é fornecido a partir das informações do indivíduo que possuir o menor erro, os valores dos parâmetros que são considerados os mais otimizados dentro do conjunto da geração, o valor da sua função objetivo como o menor erro da geração, qual a geração que foi analisada, atualiza o gráfico que mostra o progresso da função objetivo e o gráfico que mostra o progresso do ajuste construído com os melhores parâmetros da geração.

3.1.2.4 Critério de Parada

O processo de criar novas gerações é interrompido quando atinge os critérios de parada estabelecidos pelo usuário, que pode ser limitando o número de gerações ou limitando o erro máximo.

Caso seja escolhido somente o limite de número de gerações o programa vai rodar até que o número de gerações fornecido seja atingido. Porém, se limitar o programa ao erro máximo, gerações serão criadas até atingir o número máximo de gerações ou um erro menor que o erro máximo colocado no dado de entrada. Caso atinja um dos critérios, o usuário poderá alterá-los colocando um número maior de gerações ou um erro menor que o máximo colocado anteriormente, gerando assim novos resultados.

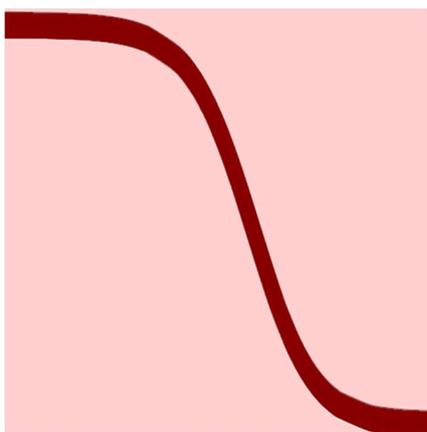
Foi implementado um botão de “Pause”, onde é atribuído a ele um procedimento que interrompe a análise antes de atingir o critério de parada. O programa pode voltar a rodar de onde parou ao clicar novamente no botão que produz novas gerações.

3.2 Interface gráfica

A utilização do Delphi para o desenvolvimento do OLOS 1.0 permitiu a implementação de um ambiente visual para tornar mais dinâmica a interação com o usuário, colhendo os dados de entrada e fornecendo os dados de saída com maior clareza.

O ícone do programa está exibido na Figura 15. Exibida após a inicialização do *software*, a tela de apresentação do programa (FIGURA 16) é uma janela com informações sobre os autores e instituição de ensino. A janela principal (FIGURA 17) e os componentes colocados sobre ela constituem a interface do programa, sendo composta basicamente pelos blocos de entrada de dados do algoritmo genético, dados experimentais e interface gráfica.

Figura 15 – Ícone do OLOS.



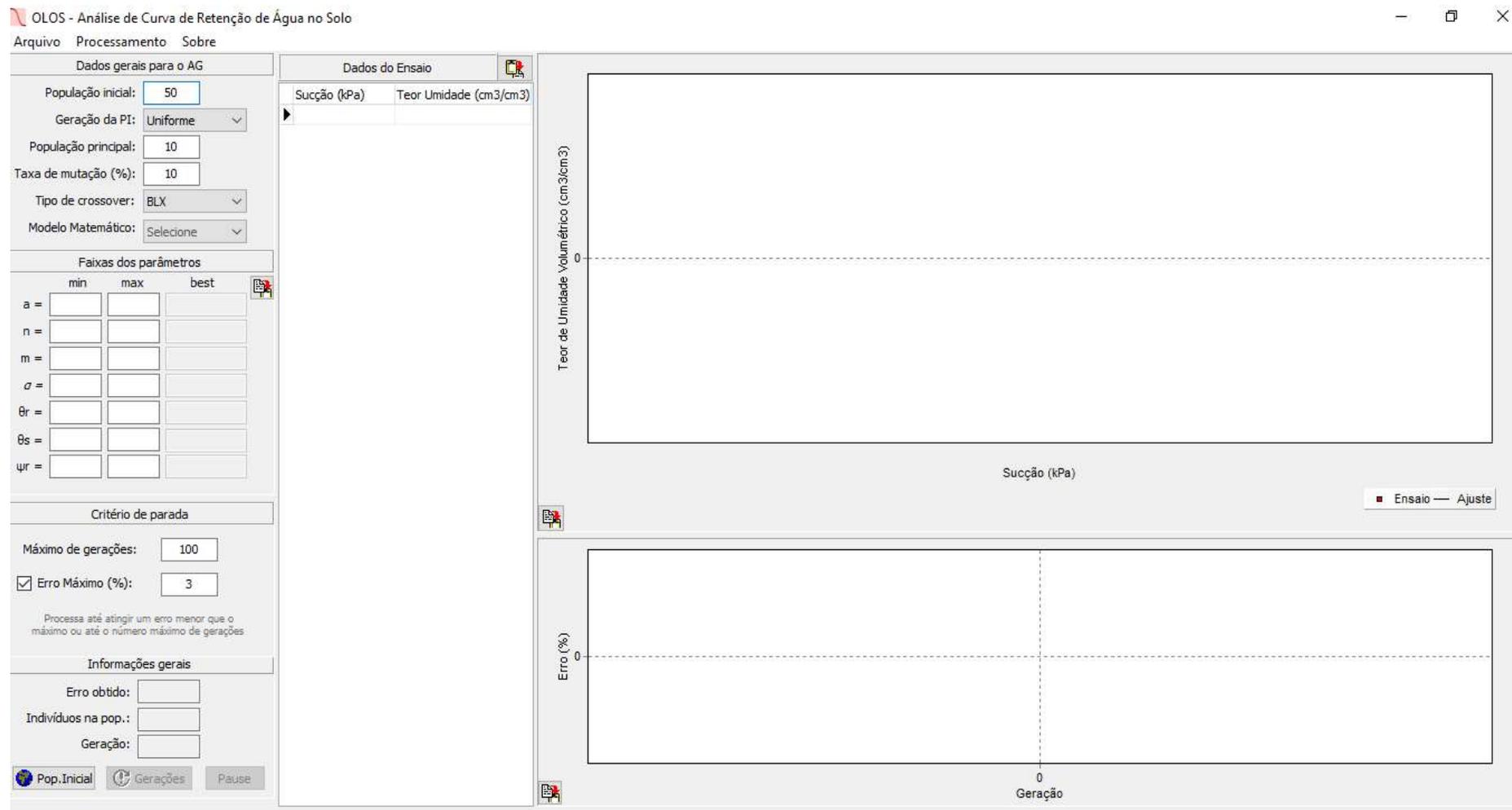
Fonte: Da autora (2020).

Figura 16 - Janela de abertura do OLOS 1.0.



Fonte: Da autora (2020).

Figura 17 - Janela principal.



Fonte: Da autora (2020).

Na janela principal controla-se em *Dados Gerais para o AG* o tamanho e a forma (uniforme ou randômica) de geração da população inicial, o tamanho da população principal que passará pelo processo de *crossover* (média, BLX- α , aritmético e linear) e pode-se definir a taxa de mutação que será aplicada sobre a população de descendentes após a recombinação. Por fim, pode-se selecionar o modelo matemático a ser empregado na análise inversa, seja Fredlund e Xing (1994), van Genuchten (1980) ou Gardner (1958).

A definição do espaço de busca é feita na caixa de diálogo *Faixas dos parâmetros*. Nessa pode-se definir os valores mínimos e máximos para cada parâmetro. Os parâmetros referentes ao modelo escolhido ficam editáveis, enquanto os referentes a outros modelos ficam inativos (FIGURA 18). Além disso, é nessa caixa que o melhor indivíduo (*best*) é apresentado a cada geração da análise inversa, sendo os valores dos parâmetros desse indivíduo passíveis de serem copiados para a área de transferência do Windows[®] ao final da análise por meio de um botão disponível na interface.

Ao clicar no ícone de copiar, posicionado ao lado dos parâmetros ótimos, os melhores valores dos parâmetros juntamente com o valor da FO encontrado a partir deles serão copiados e mantidos na área de transferência, podendo ser colados em arquivos de texto, excel e outros.

Quando o modelo matemático escolhido é o de Fredlund e Xing (1994), aparecerá uma janela de aviso (FIGURA 19), uma vez que a equação do modelo se torna indeterminada caso dois parâmetros tenham o valor zero. Caso o usuário não atenda a recomendação, dentro da implementação será adotado um número próximo de zero para a realização dos cálculos.

Na caixa *Critério de Parada* o usuário deve fornecer o número máximo de gerações a ser empregado na análise inversa. Ao marcar a opção de erro máximo pode-se também utilizar como critério um valor de erro máximo admitido. A análise inversa será executada automaticamente, atualizando os dados de saída na interface a cada geração, até atingir o número máximo de gerações ou um valor de erro menor que o valor de erro máximo exigido pelo usuário. Ao atingir qualquer um dos critérios, a análise é encerrada. A Figura 20a mostra a caixa de diálogo com os dois critérios impostos e a Figura 20b somente do número máximo de gerações como critério.

A caixa *Informações gerais* fornece ao usuário dados de saída, sendo o erro obtido, ou seja, a cada geração executada, o menor erro é exibido ao usuário. É mostrado o número de indivíduos na população e também indica qual a geração que está sendo analisada. Na parte inferior da caixa ficam posicionados três botões: “População inicial”, “Gerações” e “Pause”.

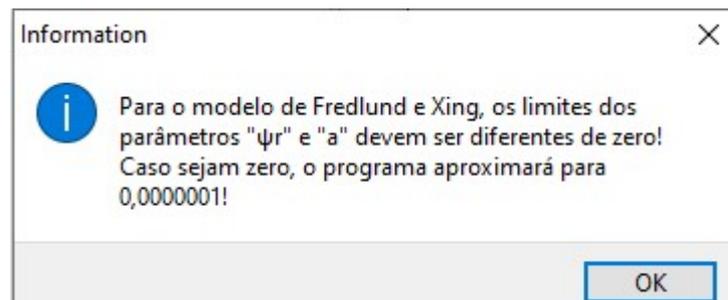
Inicialmente só o botão da “População Inicial” fica ativo, pois antes de montar as próximas gerações deve-se formar a população inicial.

Figura 18 – Exemplificação de parâmetros editáveis de acordo com o modelo matemático.

Faixas dos parâmetros			
	min	max	best
a =	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
n =	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
m =	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
σ =	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
θ_r =	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
θ_s =	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
ψ_r =	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

Fonte: Da autora (2020).

Figura 19 - Janela de aviso ao selecionar o modelo de Fredlund e Xing.



Fonte: Da autora (2020).

Figura 20 - Critérios de parada: a) Número de gerações e erro máximo e b) Número de gerações.

Critério de parada	
Máximo de gerações:	<input type="text" value="100"/>
<input checked="" type="checkbox"/> Erro Máximo (%):	<input type="text" value="3"/>
Processa até atingir um erro menor que o máximo ou até o número máximo de gerações	

(a)

Critério de parada	
Máximo de gerações:	<input type="text" value="100"/>
<input type="checkbox"/> Erro Máximo (%):	<input type="text" value="-"/>
Processa até atingir o número máximo de gerações.	

(b)

Fonte: Da autora (2020).

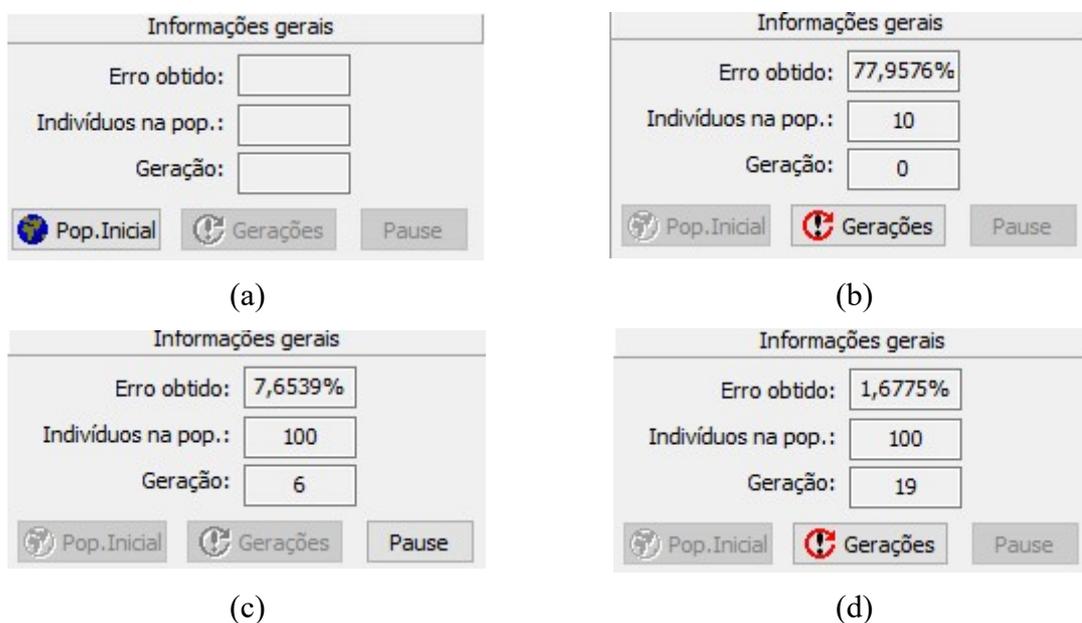
Ao clicar no botão da “População Inicial”, os dados de entrada são verificados e a população é gerada conforme os parâmetros do AG colocados pelo usuário, e automaticamente o botão de “Gerações” é ativado. Ao clicar neste botão, toda implementação para criar novas gerações é executada até atingir o critério de parada, atualizando os dados de saída na interface a cada geração.

Após o clicar em “Gerações”, o “População Inicial” fica inativo e o botão de “Pause” fica ativado, tendo como funcionalidade parar a aplicação antes de atingir o critério de parada, podendo fazer mais iterações quando clica novamente no botão “Gerações”. A

Figura 21 mostra a sequência de funcionamento da caixa de diálogo, sendo a Figura 21a antes de gerar a população inicial, Figura 21b após gerar a população inicial, na Figura 21c está criando novas gerações, e na Figura 21d é após o clique em “Pause” ou quando atinge o critério de parada.

Os dados do ensaio, que formam a curva de retenção de água a ser ajustada no OLOS 1.0 são importados do Excel, selecionando e copiando as duas colunas de dados e clicando no ícone de colar posicionado na parte superior da tabela. Quando é selecionado um número diferente de colunas, uma janela de aviso informa ao usuário que só é permitido a importação de duas colunas. Simultaneamente com o preenchimento dos dados, o gráfico com os dados experimentais é construído (FIGURA 22).

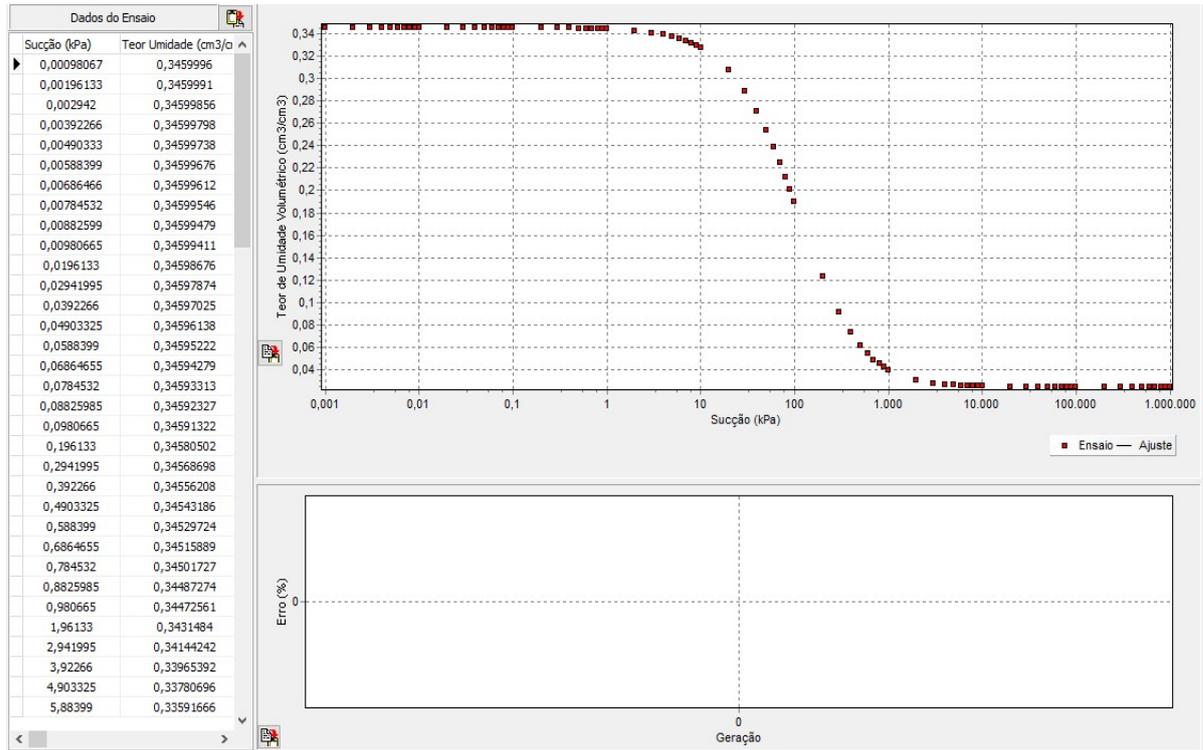
Figura 21 – Funcionamento do painel de Informações Gerais: a) antes de gerar população inicial, b) após gerar população inicial, c) criando novas gerações, d) após apertar pause ou atingir critério de parada.



Fonte: Da autora (2020).

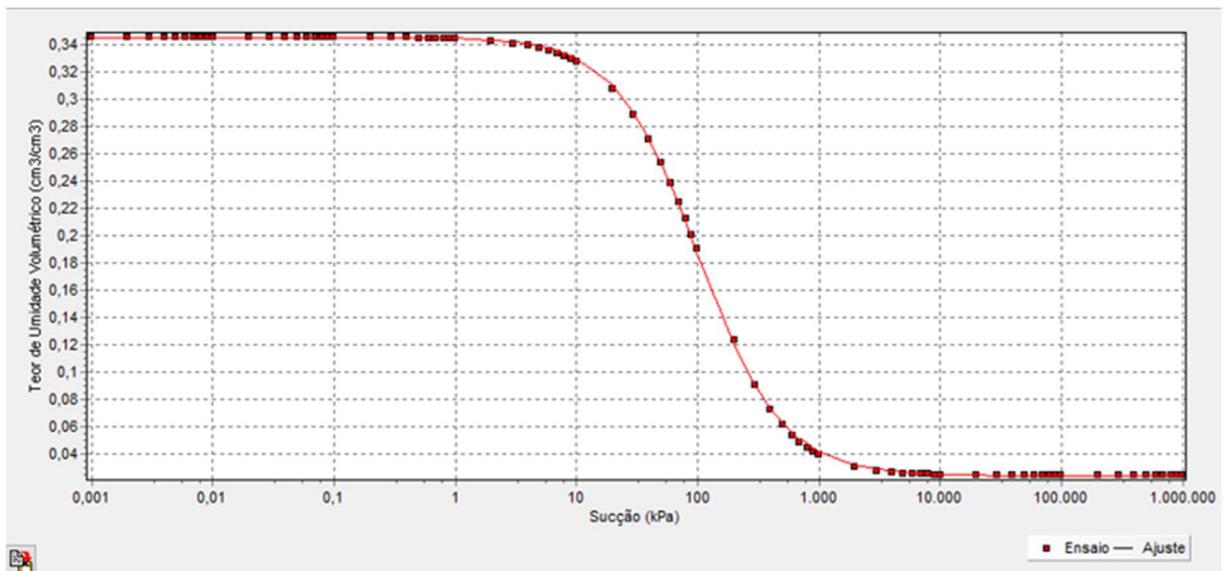
A partir da criação da população inicial e do desenvolvimento de novas gerações, o ajuste gerado pelo indivíduo com menor erro a cada geração é plotado em um gráfico modelo *versus* experimento (FIGURA 23) e o respectivo valor da FO é plotado no gráfico de erro em função da geração (FIGURA 24), essas informações visuais mostram ao usuário o quão eficaz está sendo a análise inversa. Ao atingir o critério de parada, é possível copiar e exportar os resultados para um arquivo de texto ou uma planilha excel.

Figura 22 – Preenchimento dos dados do ensaio e construção do gráfico.



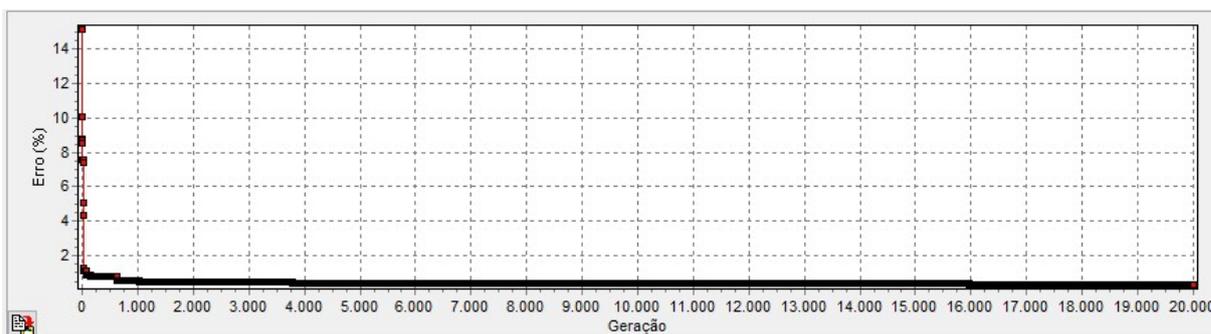
Fonte: Da autora (2020).

Figura 23 - Gráfico de ajuste: modelo versus experimento.



Fonte: Da autora (2020).

Figura 24 - Gráfico de erros.



Fonte: Da autora (2020).

3.3 Validações

A validação de um *software* consiste em comprovar, por meio de testes realizados, que o sistema implementado cumpre com as funções às quais foi designado de acordo com as necessidades e resultados exigidos pelos usuários, garantindo segurança nos dados fornecidos.

Por se tratar de um algoritmo probabilístico, o processo de validação precisa ser amplo e diversificado, no qual o programa é submetido a solução de problemas com diversas configurações e complexidades.

Nesse sentido, a validação do OLOS 1.0 será realizada por meio da análise inversa de curvas teóricas obtidas a partir dos modelos matemáticos implementadas no programa, ou seja, a solução ótima do problema será conhecida para os problemas a serem analisados.

Para obtenção das curvas teóricas, utilizou-se o *Solver*, para ajustar um conjunto de pontos experimentais. O ajustamento pela ferramenta do excel consiste em calcular o teor de umidade volumétrica a partir dos modelos matemáticos conhecidos, utilizando os valores de sucções (kPa) experimentais (TABELA 1) e os valores dos parâmetros do modelo, que inicialmente são estimados. Após a obtenção dos teores de umidade referente a cada valor de sucção, pode-se calcular a FO (EQUAÇÃO 8). A otimização consiste em aplicar o *Solver* solicitando que a FO tenha seu valor mínimo, variando os valores dos parâmetros do modelo. Com os parâmetros dos três modelos definidos a partir do *Solver* (TABELA 2), as curvas teóricas foram obtidas variando a sucção de 0,00098067 até 980665 kPa, e calculando os teores de umidades volumétricas para cada modelo de acordo com os parâmetros otimizados.

Definidas as curvas teóricas a serem retroanalisadas no OLOS 1.0, a eficiência e validade do programa em obter soluções de boa qualidade foram verificadas por meio de análises inversas das curvas com espaço de busca amplo (TABELA 3) e sob diferentes configurações do algoritmo genético (QUADRO 2).

Tabela 1 – Dados experimentais utilizados para obtenção das curvas teóricas.

ψ (kPa)	θ (cm ³ /cm ³)
1,0000000	0,3460000
2,8830586	0,3451445
8,0084962	0,3446281
20,5017503	0,3425624
38,7611216	0,3399804
54,1374343	0,3361074
72,0764658	0,3312015
92,5782161	0,3252629
115,6426852	0,3203570
155,0444865	0,3159676
200,2124051	0,3058977
690,2972190	0,2256937
949,4690236	0,1982747
1295,5320471	0,1663557
1591,2791994	0,1398011
1941,6217432	0,1197949
2188,7715330	0,0995413
3484,3704020	0,0794573
5679,8292938	0,0609489
11878,6151166	0,0424987
12586,0642780	0,0362723

Fonte: Da autora (2020).

Nesse sentido, foram preparadas 10 situações para cada modelo matemático, resultando em 30 análises distintas. As características do AG de cada situação foram definidos sem critérios especificados (QUADRO 3), ou seja, escolhidos de modo aleatório, dentro das opções apresentadas por cada característica mostradas no Quadro 2.

Este processo de validação foi adotado pois ao inserir curvas teóricas (FIGURA 25) para ser retroanalisadas no OLOS 1.0 com as respectivas soluções ótimas incluídas dentro dos espaços de busca propostos espera-se que, independentemente da configuração inicial do AG, o programa leve à obtenção de soluções de boa qualidade após elevado número de gerações, ou seja, espera-se obter conjuntos de parâmetros que representam com baixos erros, mensurados pela FO, as curvas teóricas.

Para definir o espaço de busca a ser empregado na validação, buscou-se na literatura brasileira trabalhos nos quais os modelos implementos no OLOS 1.0 foram empregados para ajustar os dados experimentais e assim preparou-se um banco de dados com base nestas

informações. A partir dos valores obtidos na pesquisa, definiu-se os limites dos parâmetros aplicando ainda uma margem de segurança e ampliando o espaço de busca (TABELA 3).

Tabela 2 - Valores dos parâmetros para obtenção das curvas teóricas para validação.

Modelo	Parâmetros	
Fredlund e Xing (1994)	a (kPa)	68,8193768035352
	n	1,51799602023467
	m	1,46421639723989
	ψ_r (kPa)	529.080,103461609
	θ_s (cm ³ /cm ³)	0,34600000000000
	α (1/kPa)	0,007344870079421
van Genuchten (1980)	n	1,168333797868690
	m	1,269091425660140
	θ_r (cm ³ /cm ³)	0,0250000000000000
	θ_s (cm ³ /cm ³)	0,3460000000000000
	α (1/kPa)	0,010035130436562
Gardner (1958)	n	1,274431542200920
	θ_r (cm ³ /cm ³)	0,0290000000000000
	θ_s (cm ³ /cm ³)	0,3460000000000000

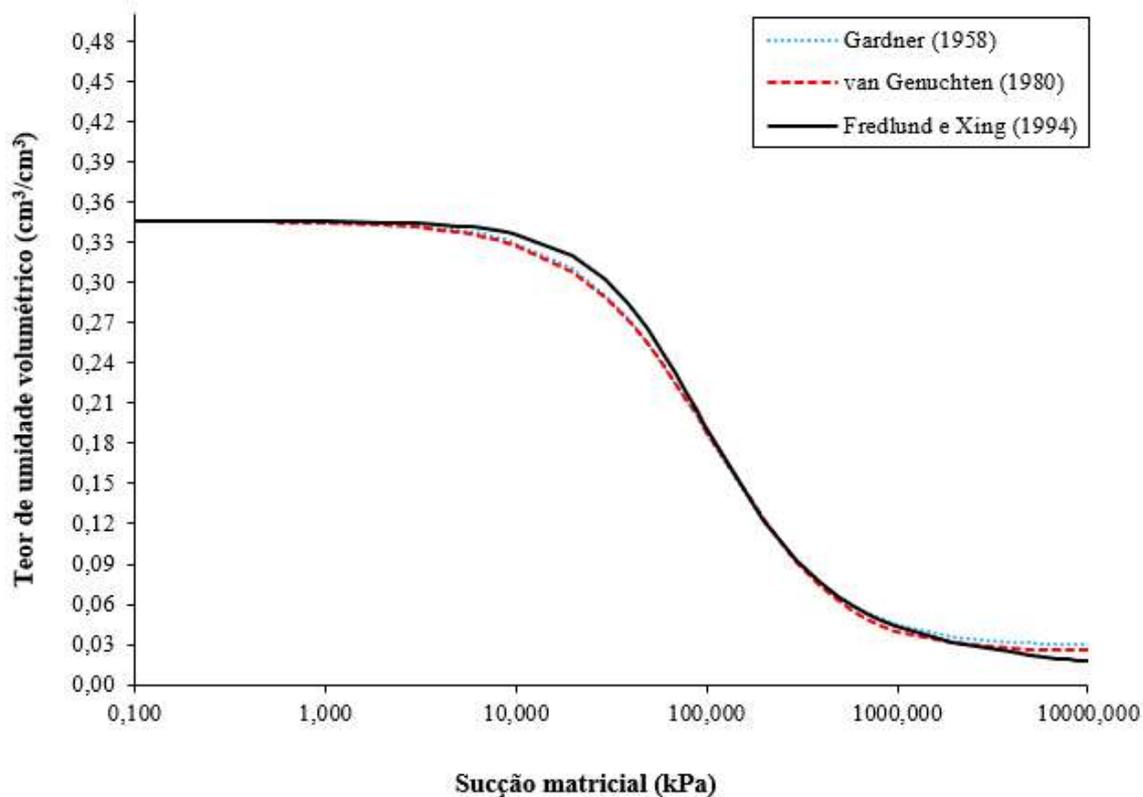
Fonte: Da autora (2020).

Quadro 2 – Opções de dados de entrada a serem aplicadas no processo de validação.

Parâmetros	Opções
Número de indivíduos na população inicial	10
	50
	100
Tipo de geração da população inicial	Uniforme
	Aleatório
Número de indivíduos na população principal	5
	10
Taxa de mutação (%)	10
	40
	70
Crossover	Média BLX- α Aritmético Linear

Fonte: Da autora (2020).

Figura 25 – Curvas teóricas dos três modelos matemáticos.



Fonte: Da autora (2020).

Tabela 3 – Espaço de busca para validação.

Modelo	Parâmetros	Limite inferior	Limite superior
Fredlund e Xing (1994)	a (kPa)	10	1000
	n	0	20
	m	0	10
	ψ_r (kPa)	1.000	1.000.000
	θ_s (cm ³ /cm ³)	0,1	1
van Genuchten (1980)	α (1/kPa)	0,0001	15
	n	0	10
	m	0	30
	θ_r (cm ³ /cm ³)	0,0001	0,1
	θ_s (cm ³ /cm ³)	0,1	1
Gardner (1958)	α (1/kPa)	0,001	10
	n	0	10
	θ_r (cm ³ /cm ³)	0,0001	0,35
	θ_s (cm ³ /cm ³)	0,1	1

Fonte: Da autora (2020).

Quadro 3 – Configurações do algoritmo genético para validação.

Análise	Modelo	População Inicial	Geração População Inicial	População Principal	Taxa Mutação (%)	Crossover
1	Fredlund e Xing (1994)	50	Aleatória	10	40	Linear
2		50	Uniforme	5	70	BLX- α
3		50	Aleatória	5	10	Aritmético
4		10	Uniforme	5	40	BLX- α
5		50	Aleatória	5	70	Médio
6		100	Aleatória	5	40	Aritmético
7		100	Uniforme	5	10	Linear
8		50	Aleatória	5	10	Médio
9		50	Uniforme	5	40	Médio
10		10	Uniforme	5	40	Médio
11	van Genuchten (1980)	10	Aleatória	10	10	BLX- α
12		100	Uniforme	5	70	BLX- α
13		100	Aleatória	5	10	BLX- α
14		10	Uniforme	5	10	BLX- α
15		100	Aleatória	10	70	Médio
16		50	Uniforme	5	40	Médio
17		50	Uniforme	5	100	Linear
18		50	Uniforme	5	100	BLX- α
19		100	Uniforme	10	100	Aritmético
20		10	Uniforme	10	10	Médio
21	Gardner (1958)	10	Uniforme	5	10	BLX- α
22		100	Uniforme	10	40	Linear
23		50	Aleatória	10	70	Médio
24		100	Aleatória	5	70	Aritmético
25		50	Aleatória	5	70	Aritmético
26		50	Aleatória	10	40	Médio
27		10	Aleatória	5	10	Aritmético
28		50	Aleatória	10	70	Linear
29		100	Uniforme	5	40	BLX- α
30		100	Uniforme	5	10	BLX- α

Fonte: Da autora (2020).

Com as análises inversas realizadas observou-se que, independentemente da configuração inicial do AG, o programa levou à obtenção de soluções de boa qualidade após 20.000 gerações, ou seja, obtiveram-se conjuntos de parâmetros que representam com baixos erros, mensurados pela função objetivo, os dados experimentais. Os resultados das 30 análises estão apresentados nas Tabelas 4, 5 e 6.

Tabela 4 – Resultados das análises utilizando o modelo de Fredlund e Xing (1994).

Análise	a (kPa)	n	m	ψ_r (kPa)	θ_s (cm ³ /cm ³)	Indivíduos testados	Erro (%)
1	69,4823	1,5052	1,4795	739281,4806	0,3461	2900040	0,0528
2	69,3849	1,5143	1,4718	656821,7297	0,3460	500045	0,0508
3	73,5775	1,4198	1,5701	999958,9267	0,3464	500045	0,3859
4	72,4372	1,4402	1,5526	1000000,0000	0,3463	500005	0,3132
5	68,1745	1,5584	1,4376	383289,1752	0,3455	500005	0,1786
6	72,7834	1,4359	1,5515	999574,4166	0,3462	500095	0,3204
7	71,6997	1,4594	1,5316	1000000,0000	0,3462	700095	0,2371
8	70,4964	1,4845	1,5030	999992,4376	0,3460	300045	0,1356
9	72,7635	1,4411	1,5530	998948,5077	0,3461	300045	0,3169
10	75,7701	1,3786	1,6270	999420,5766	0,3469	300005	0,5733

Fonte: Da autora (2020).

Tabela 5 - Resultados das análises utilizando o modelo de van Genuchten (1980).

Análise	a (1/kPa)	N	m	θ_r (cm ³ /cm ³)	θ_s (cm ³ /cm ³)	Indivíduos testados	Erro (%)
11	0,0109	1,3093	0,9113	0,0243	0,3454	2000000	0,4768
12	0,0039	1,0511	2,1015	0,0260	0,3467	500095	0,5949
13	0,0024	0,9742	2,9106	0,0261	0,3471	500095	0,8316
14	0,0086	1,2180	1,1154	0,0247	0,3458	500005	0,1757
15	0,0102	1,2794	0,9695	0,0245	0,3457	1100090	0,3904
16	0,0039	1,0394	2,0728	0,0258	0,3466	300045	0,5526
17	0,0064	1,1332	1,4203	0,0252	0,3461	700045	0,1474
18	0,0057	1,0924	1,5525	0,0248	0,3465	500045	0,3039
19	0,0091	1,2350	1,0709	0,0247	0,3458	2000090	0,2405
20	0,0082	1,2010	1,1627	0,0248	0,3458	1100000	0,1181

Fonte: Da autora (2020).

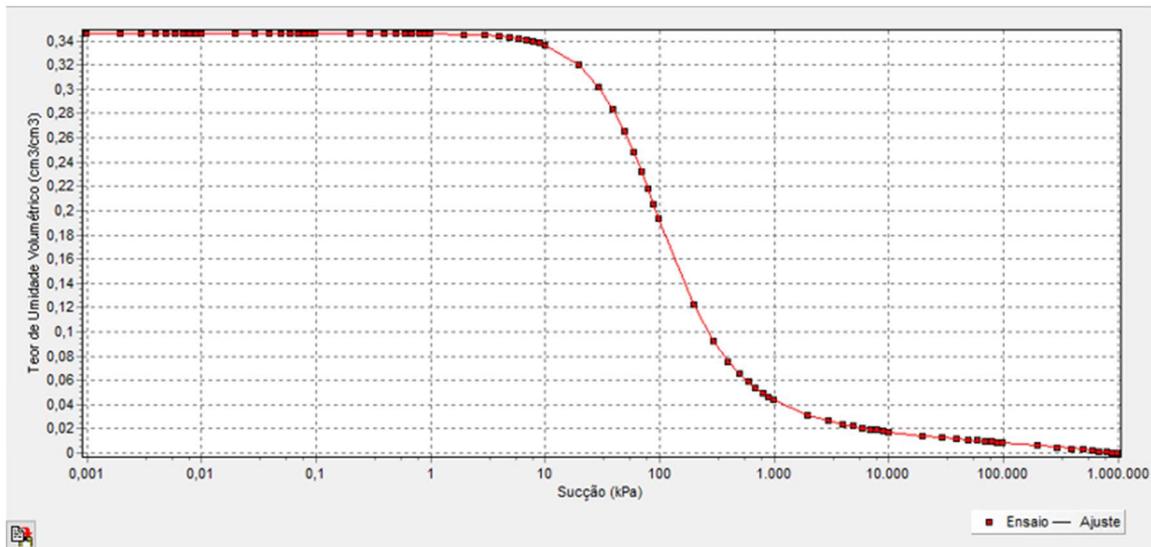
Tabela 6 - Resultados das análises utilizando o modelo de Gardner (1958).

Análise	α (1/kPa)	n	θ_r (cm ³ /cm ³)	θ_s (cm ³ /cm ³)	Indivíduos testados	Erro (%)
21	0,0099	1,2732	0,0288	0,3458	500005	0,1471
22	0,0101	1,2749	0,0290	0,3460	2900090	0,0177
23	0,0106	1,2836	0,0300	0,3469	1100040	0,6506
24	0,0107	1,2860	0,0302	0,3468	500095	0,7471
25	0,0102	1,2776	0,0293	0,3462	500045	0,1877
26	0,0102	1,2762	0,0292	0,3462	1100040	0,1472
27	0,0101	1,2748	0,0291	0,3461	500005	0,0722
28	0,0100	1,2747	0,0290	0,3460	2900040	0,0125
29	0,0104	1,2811	0,0296	0,3464	500095	0,3705
30	0,0100	1,2733	0,0289	0,3459	500095	0,0915

Fonte: Da autora (2020).

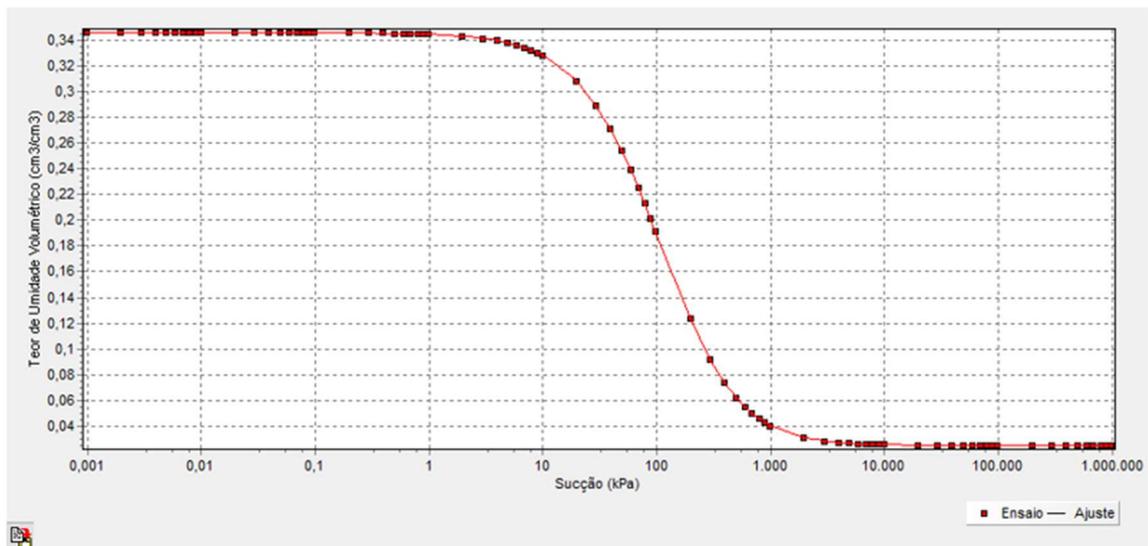
As Figura 26, 27 e 28 representam graficamente os melhores ajustes obtidos no processo de validação, dentro das 30 análises realizadas, para cada modelo utilizado. Ou seja, as análises que tiveram o menor erro de cada modelo. Os gráficos apresentados foram gerados pelo OLOS 1.0, permitindo a percepção da eficácia de calibração dos modelos matemáticos. A Figura 26 é o resultado da análise 2 caracterizada no Quadro 3, a Figura 27 é referente a análise 20, e a Figura 28 a análise 28 do quadro.

Figura 26 - Representação gráfica do melhor indivíduo obtido pela análise inversa da CRA teórica obtida pelo OLOS 1.0 - Modelo de Fredlund e Xing (1994).



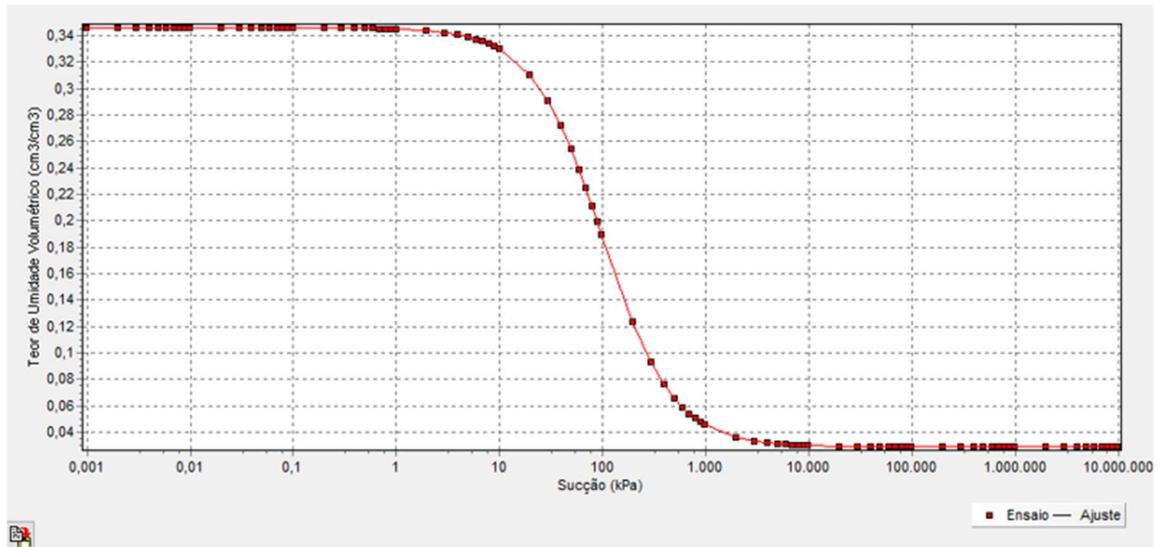
Fonte: Da autora (2020).

Figura 27 - Representação gráfica do melhor indivíduo obtido pela análise inversa da CRA teórica obtida pelo OLOS 1.0 - Modelo de van Genuchten (1980).



Fonte: Da autora (2020).

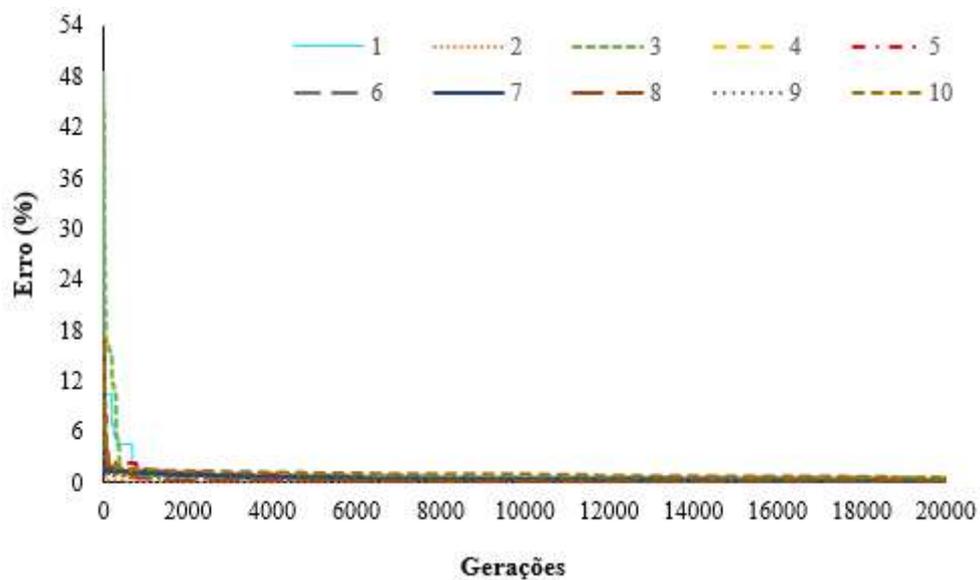
Figura 28 - Representação gráfica do melhor indivíduo obtido pela análise inversa da CRA teórica obtida pelo OLOS 1.0 - Modelo de Gardner (1958).



Fonte: Da autora (2020).

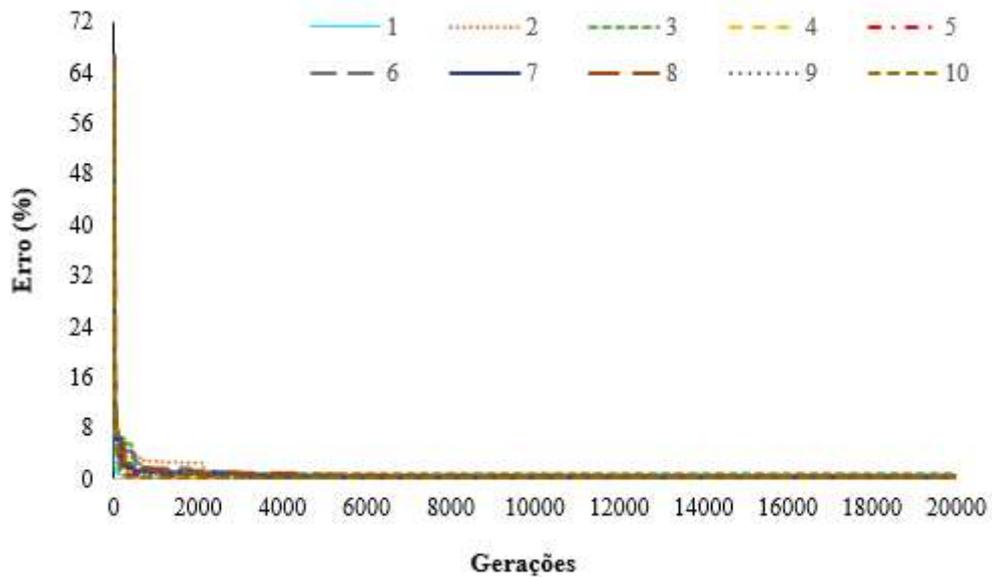
Ao analisar a convergência do AG para cada modelo matemático, apresentadas nas Figuras 29, 30 e 31, conclui-se que com a realização das análises até um número elevado de gerações, as mesmas convergem para pontos próximos.

Figura 29 – Convergência da função objetivo das análises empregando Fredlund e Xing (1994).



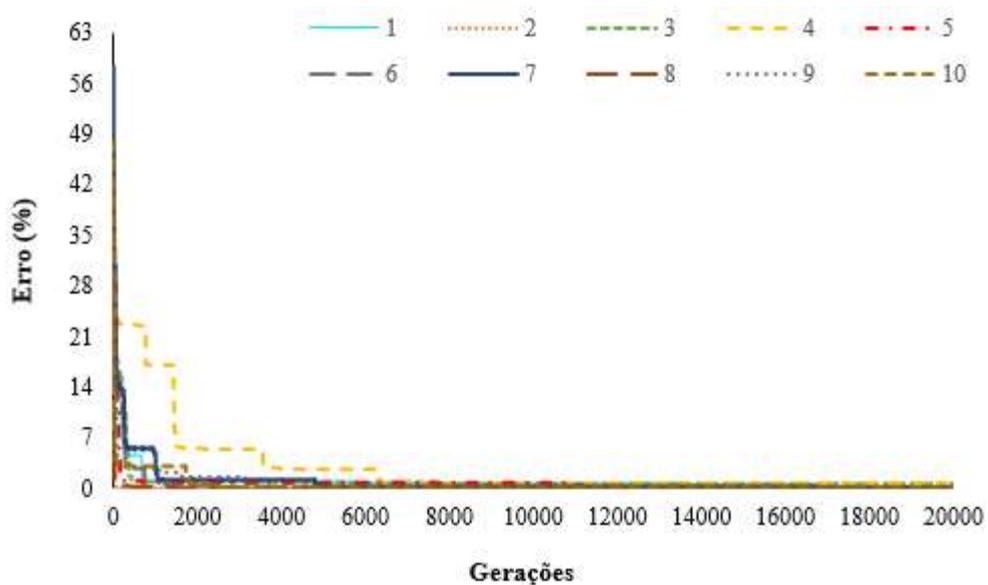
Fonte: Da autora (2020).

Figura 30 - Convergência da função objetivo das análises empregando van Genuchten (1994).



Fonte: Da autora (2020).

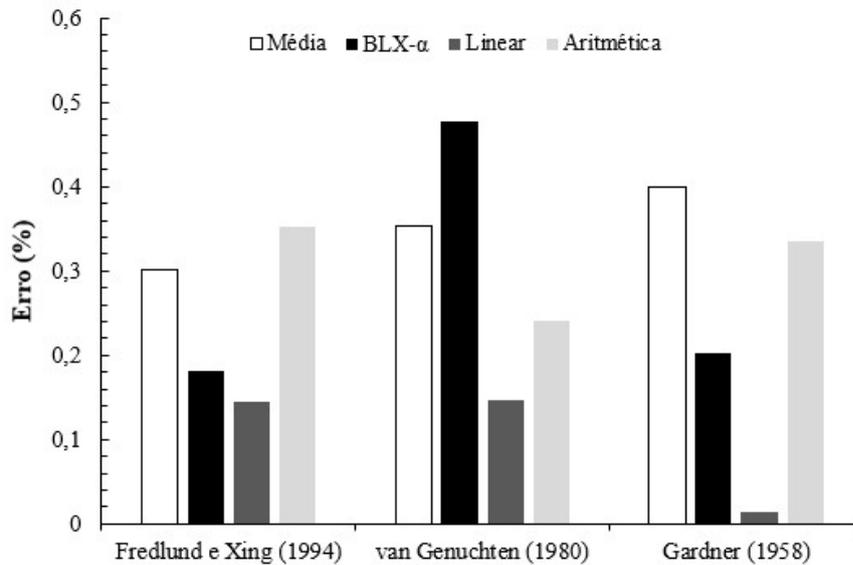
Figura 31 - Convergência da função objetivo das análises empregando Gardner (1958).



Fonte: Da autora (2020).

O processo de cruzamento é responsável por gerar diversidade dentro do AG, possibilitando explorar o espaço de busca. Ao comparar as médias dos valores da função objetivo para cada tipo de *crossover* (FIGURA 32), pode-se concluir que os métodos BLX- α e o linear são responsáveis por garantir uma convergência mais rápida, uma vez que, para ambos, o processo de cruzamento estende o espaço de análise em relação as características dos indivíduos geradores. O método linear aumenta o número de pontos analisados.

Figura 32 – Análise da média da FO de acordo com o tipo de *crossover*.



Fonte: Da autora (2020).

Apesar de em todos os casos o algoritmo gerar 20.000 gerações o número de indivíduos avaliados é diferente para cada um deles, ou seja, o número de pontos testados dentro do espaço de busca se difere. Este fato ocorre devido a diferença de indivíduos na população inicial, na principal e pelo tipo de *crossover*. O cálculo do número de pontos avaliados é feito considerando as equações que permitem calcular o número de descendentes (EQUAÇÕES 19, 20, 21 E 22) e o número máximo de indivíduos na geração (EQUAÇÃO 23), e é calculado conforme a Equação 25.

$$N^{\circ} \text{ Ind.} = ((\text{ndc} + \text{npp}) \times N^{\circ} \text{ Gerações}) + (\text{npi} - \text{npp}) \quad (25)$$

onde “ndc” é o número de descendentes de acordo com o tipo de *crossover*, “npp” é o número de indivíduos na população principal, “N°. Gerações” é o critério de parada, sendo adotado 20.000, “npi” é o número de indivíduos na população inicial.

Os erros encontrados que apresentam valores mais elevados, por ter parâmetros que levam a avaliação de um menor número de indivíduos, deveriam ter como critério de parada um número maior de gerações, para permitir avaliar mais pontos dentro do espaço de busca e aproximar-se mais da solução ótima, uma vez que o espaço de busca é extenso.

4 ESTUDO DE CASO

O estudo de caso consiste na retroanálise de curvas de retenção de água no solo utilizando um método determinístico e um método estocástico. A aplicação do método determinístico será feita por meio da utilização da ferramenta *Solver* do Microsoft Excel® e do método estocástico com o uso do programa OLOS 1.0, no qual se tem um algoritmo genético implementado.

Neste estudo, será feita uma análise entre os valores da função objetivo encontradas para os dois métodos e um estudo comparativo entre os valores dos parâmetros que compõem estas soluções ótimas.

4.1 Amostras

Para realizar o estudo de caso, 10 curvas de retenção de água no solo, obtidas da literatura, foram selecionadas. A seleção destas amostras foi feita buscando uma diversificação das técnicas de ensaio empregadas para a mensuração da sucção (QUADRO 4) e diferentes tipos de solos (TABELA 7).

Quadro 4 – Autores das curvas de retenção e tipos de ensaios utilizados por eles.

Amostra	Autor	Ensaio
1	Cândido et. al. (2014)	Centrífuga e papel filtro
2	Cândido et al. (2014)	Centrífuga e papel filtro
3	Cândido et al. (2014)	Centrífuga e papel filtro
4	Lisboa (2006)	Placa de pressão
5	Dias (2012)	Centrífuga
6	Guimarães (2008)	Papel filtro e placa de pressão
7	Teixeira (2014)	Centrífuga e papel filtro
8	Guimarães (2013)	Centrífuga
9	Guimarães (2013)	Centrífuga e papel filtro
10	Lisboa (2006)	Placa de pressão

Fonte: Da autora (2020).

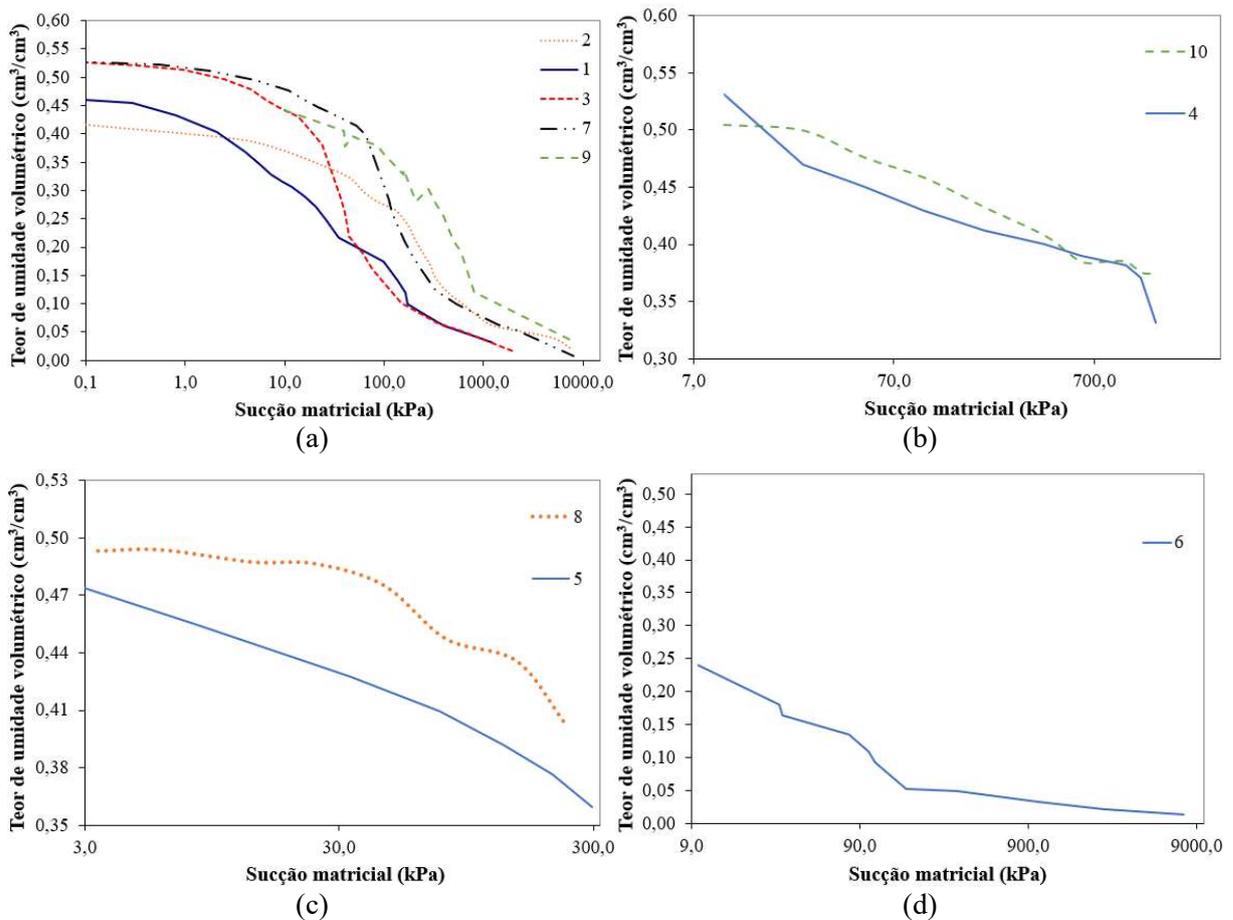
A Figura 33 apresenta, de acordo com o método de mensuração da sucção, as curvas experimentais utilizadas no estudo de caso.

Tabela 7 – Caracterização das amostras.

Amostra	Areia (%)	Silte (%)	Argila (%)	LL (%)	LP (%)	IP (%)	γ_s (kN/m ³)	K_{sat} (cm/s)	SUCS ¹
1	12	42	46	57	28	29	27,09	1,45E-07	CH
2	66	30	4	37	20	17	27,06	2,50E-04	SC
3	27	54	19	58	32	26	30,46	6,80E-05	MH
4	12	48	39	73,6	60,64	12,96	26,56	2,92E-06	MH
5	22,1	49,74	28,15	43	36	7	25,79	6,48E-07	ML
6	71	15	14	25	16	9	27,77	5,54E-05	SC
7	29	54	17	59	32	27	29,87	6,83E-07	MH
8	34	16	50	60	30	30	27,17	6,03E-06	CH
9	34	16	50	60	30	30	27,17	8,73E-07	CH
10	47	38	16	61	46,5	14,5	27,76	1,38E-05	SC

Fonte: Da autora (2020).

Figura 33 - Curvas de retenção de água obtidas por diferentes metodologias: a) Centrífuga e papel filtro, b) Placa de pressão, c) Centrífuga e d) Papel filtro e placa de pressão.



Fonte: Da autora (2020).

¹ SUCS: Sistema Unificado de Classificação dos Solos

4.2 Retroanálise

Todas as curvas (FIGURA 33) foram retroanalisadas utilizando os modelos matemáticos de Fredlund e Xing (1994), van Genuchten (1980) e Gardner (1958) com a ferramenta *Solver*. Para realização dessas análises, fez-se necessário o desenvolvimento de uma planilha eletrônica no Microsoft Excel capaz de empregar o *Solver* para minimizar o erro entre os teores de umidades volumétricas experimentais e numéricos.

Nessa análise, faz-se inicialmente uma estimativa para os parâmetros desconhecidos e, com estes valores juntamente com os valores de sucções experimentais, calculam-se os teores de umidade volumétricas para o modelo constitutivo adotado. A comparação entre os resultados experimentais e analíticos fornece o erro e, utilizando o *Solver*, pede-se para minimizar este erro, visando o melhor ajuste dos pontos, alterando os valores dos parâmetros que foram inicialmente estimados. Desta forma, obtêm-se os valores otimizados, que levam a equação a apresentar um melhor ajuste aos dados experimentais.

As curvas também foram ajustadas pelo OLOS 1.0. O programa, para sua execução, exige como dados de entrada as características do AG e do espaço de busca. As características do algoritmo genético, tais como o tamanho da população inicial, tipo de geração desta população, tamanho da população principal, taxa de mutação e tipo de *crossover*, foram definidas a partir de uma análise dos resultados do processo de validação. Adotou-se como dados de entrada do OLOS 1.0 as características que proporcionaram o menor erro dentre as 30 análises realizadas no processo de validação. Como o menor erro fora obtido pela análise 28 (TABELA 6), logo essas características (QUADRO 5) serão utilizadas no estudo de caso.

Os espaços de busca a ser empregado nas análises inversas foram definidos a partir de uma adaptação dos limites utilizados no processo de validação (TABELA 3). A adaptação foi feita visando incluir dentro do intervalo os valores dos parâmetros obtidos pela análise no *Solver*. Os limites dos parâmetros estão dispostos na Tabela 8.

Quadro 5 – Características do algoritmo genético adotadas para a realização da retroanálise.

População inicial	50
Tipo de geração da população inicial	Aleatória
População principal	10
Taxa de mutação (%)	70
<i>Crossover</i>	Linear

Fonte: Da autora (2020).

Tabela 8 – Limites dos parâmetros utilizados para o estudo de caso.

Modelo	Parâmetros	Limite inferior	Limite superior
Fredlund e Xing	a (kPa)	10	1000
	N	0	65
	M	0	10
	ψ_r (kPa)	0,1	1.000.000
	θ_s (cm ³ /cm ³)	0,1	1
van Genuchten	α (1/kPa)	0,00001	15
	N	0	10
	M	0	40
	θ_r (cm ³ /cm ³)	0,0001	0,3
	θ_s (cm ³ /cm ³)	0,1	1
Gardner	α (1/kPa)	0,0001	10
	N	0	10
	θ_r (cm ³ /cm ³)	0,0001	0,35
	θ_s (cm ³ /cm ³)	0,1	1

Fonte: Da autora (2020).

Os resultados das análises empregando o *Solver* e o OLOS 1.0 estão apresentados na Tabela 9 (FREDLUND; XING, 1994), Tabela 10 (van GENUCHTEN, 1980) e Tabela 11 (GARDNER, 1958).

Tabela 9 – Resultado das análises para o modelo de Fredlund e Xing (1994) (continua).

Amostra	Método	Erro (%)	a	n	m	ψ_r	θ_s
			(kPa)			(kPa)	(cm ³ /cm ³)
1	<i>Solver</i>	2,8696	175,3558	0,5062	5,3473	193732,7180	0,4849
	OLOS	2,9149	458,2052	0,4707	7,6495	999840,2662	0,4904
2	<i>Solver</i>	4,2503	223,3339	0,9245	2,5943	389374,7655	0,4010
	OLOS	4,2880	276,3833	0,8635	3,0057	1000000,0000	0,4042
3	<i>Solver</i>	3,5886	26,2421	1,8192	1,3646	499900,1532	0,4935
	OLOS	3,9678	30,7976	1,3518	1,8892	1000000,0000	0,5170
4	<i>Solver</i>	3,0884	83,1490	0,0460	7,4416	39057,3850	3,3720
	OLOS	2,3548	11,5041	4,8304	0,0935	1502,5859	0,5380
5	<i>Solver</i>	1,0263	20,6773	0,0015	0,5039	24,9758	0,5416
	OLOS	0,8711	25,8178	0,9152	0,2921	16042,1967	0,4750
6	<i>Solver</i>	8,0111	37,8174	1,2419	1,2013	0,1010	0,3592
	OLOS	8,2346	35,9739	0,7543	2,5208	1000000,0000	0,3267
7	<i>Solver</i>	5,0444	107,1489	60,5107	0,2264	2,0164	0,5463
	OLOS	4,4141	91,1929	1,3572	1,7942	100111,0005	0,5102

Tabela 9 - Resultado das análises para o modelo de Fredlund e Xing (1994) (conclusão).

Amostra	Método	Erro (%)	α (kPa)	n	m	ψ_r (kPa)	θ_s (cm ³ /cm ³)
8	<i>Solver</i>	1,1711	49,9618	36,0769	0,0022	47,0364	0,5022
	OLOS	0,9430	198,5593	1,0101	0,6613	46160,3271	0,4963
9	<i>Solver</i>	4,0293	440,7733	2,8138	1,0029	2,7104	0,5041
	OLOS	5,2445	614,2601	1,1904	3,1610	1000000,0000	0,4195
10	<i>Solver</i>	2,4320	121,9873	49,0587	0,0000	107,9735	0,5021
	OLOS	1,3865	217,9123	0,3564	1,0115	1000000,0000	0,5688

Fonte: Da autora (2020).

Tabela 10 - Resultado das análises para o modelo de van Genuchten (1980).

Amostra	Método	Erro (%)	α (1/kPa)	n	m	θ_r (cm ³ /cm ³)	θ_s (cm ³ /cm ³)
1	<i>Solver</i>	2,8620	0,0050	0,5182	2,2009	0,0000	0,4840
	OLOS	2,9096	0,0000	0,4522	29,9742	0,0222	0,4905
2	<i>Solver</i>	3,5747	0,0000	0,7376	33,8177	0,0316	0,4076
	OLOS	3,8203	0,0015	0,8848	2,4992	0,0288	0,4010
3	<i>Solver</i>	3,8164	0,0390	1,8997	0,5631	0,0275	0,4935
	OLOS	4,0456	0,0170	1,2635	1,5443	0,0397	0,5180
4	<i>Solver</i>	3,0279	0,0001	0,1119	4,3253	0,2594	1,6643
	OLOS	2,9707	15,0000	0,8002	0,2108	0,2408	0,8966
5	<i>Solver</i>	0,4605	0,0011	0,3853	0,6663	0,0000	0,5061
	OLOS	0,5106	0,0000	0,4268	9,6996	0,2454	0,4979
6	<i>Solver</i>	7,4844	0,0059	0,6920	2,2638	0,0084	0,3175
	OLOS	8,7758	0,0581	3,0926	0,1655	0,0004	0,2442
7	<i>Solver</i>	4,5188	0,0073	1,2946	1,1414	0,0324	0,5114
	OLOS	4,7647	0,0007	1,0093	9,3807	0,0467	0,5188
8	<i>Solver</i>	0,9427	0,0047	1,0744	0,4520	0,1764	0,4958
	OLOS	0,9570	0,0000	0,7769	23,6269	0,0012	0,4995
9	<i>Solver</i>	4,5193	0,0001	1,0380	37,1979	0,0323	0,4232
	OLOS	6,5947	0,0058	2,2611	0,2811	0,0001	0,4040
10	<i>Solver</i>	1,3889	0,0005	0,2703	0,9097	0,0651	0,6055
	OLOS	1,2764	0,0000	0,3820	7,3483	0,2980	0,5595

Fonte: Da autora (2020).

Tabela 11 – Resultado das análises para o modelo de Gardner (1958) (continua).

Amostra	Método	Erro (%)	α (1/kPa)	n	θ_r (cm ³ /cm ³)	θ_s (cm ³ /cm ³)
1	<i>Solver</i>	3,2102	0,0336	0,6543	0,0000	0,4724
	OLOS	3,2344	0,0349	0,6480	0,0001	0,4756
2	<i>Solver</i>	4,3343	0,0049	1,0262	0,0133	0,3974
	OLOS	4,3811	0,0051	1,0273	0,0165	0,3997

Tabela 11 - Resultado das análises para o modelo de Gardner (1958) (conclusão).

Amostra	Método	Erro (%)	α (1/kPa)	n	θ_r (cm³/cm³)	θ_s (cm³/cm³)
3	<i>Solver</i>	3,9824	0,0262	1,3981	0,0327	0,5152
	OLOS	4,0058	0,0269	1,4050	0,0357	0,5165
4	<i>Solver</i>	3,3284	0,0009	0,1776	0,0001	0,7246
	OLOS	3,0248	1,2702	0,2727	0,2807	0,9993
5	<i>Solver</i>	0,4406	0,0003	0,3594	0,0000	0,5082
	OLOS	0,9555	0,0006	0,2440	0,0783	0,5590
6	<i>Solver</i>	7,6356	0,0205	0,8939	0,0000	0,2948
	OLOS	7,9904	0,0197	1,0369	0,0152	0,2756
7	<i>Solver</i>	4,5242	0,0084	1,3390	0,0300	0,5105
	OLOS	4,5303	0,0085	1,3384	0,0313	0,5114
8	<i>Solver</i>	0,9460	0,0028	1,0454	0,2620	0,4960
	OLOS	0,9462	0,0010	0,8848	0,0512	0,4976
9	<i>Solver</i>	5,3106	0,0022	1,3873	0,0178	0,4134
	OLOS	5,3438	0,0023	1,3808	0,0233	0,4158
10	<i>Solver</i>	1,3966	0,0003	0,2546	0,0506	0,6122
	OLOS	1,3214	0,0013	0,4318	0,2265	0,5517

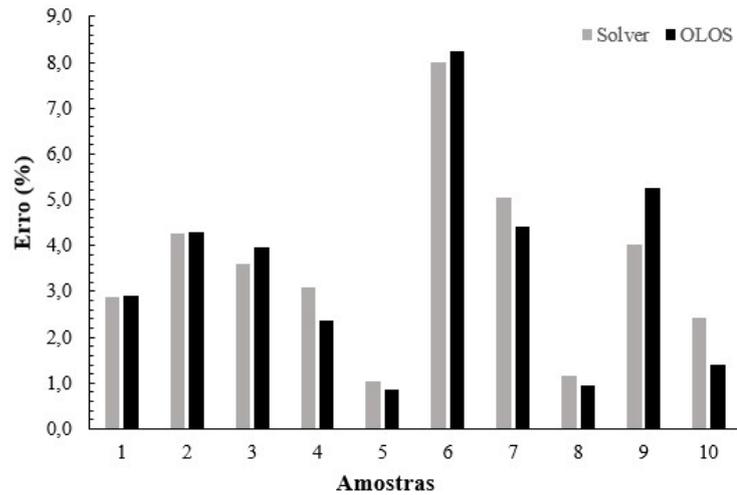
Fonte: Da autora (2020).

Os valores da função objetivo para os dois métodos de otimização utilizados convergiram para uma mesma região, não apresentando grandes variações (FIGURAS 34, 35 e 36). Com isso, pode-se concluir que a análise inversa de curva de retenção de água no solo é um problema de múltiplas respostas, visto que, para valores próximos de FO's encontrados pelos dois métodos de análises, as soluções (conjunto de parâmetros) se diferem substancialmente (TABELAS 9, 10 e 11).

O uso da técnica estocástica (AG) como ferramenta de busca de soluções ótimas para os parâmetros dos modelos matemáticos, se mostrou eficiente quando comparado com o desempenho apresentado pela técnica determinística, *Solver*, que é o método mais empregado atualmente. Por operar de maneira probabilística, os AG's exigem um maior custo computacional para varrer o espaço de busca, avaliando um número maior de indivíduos e de gerações, em busca da solução global.

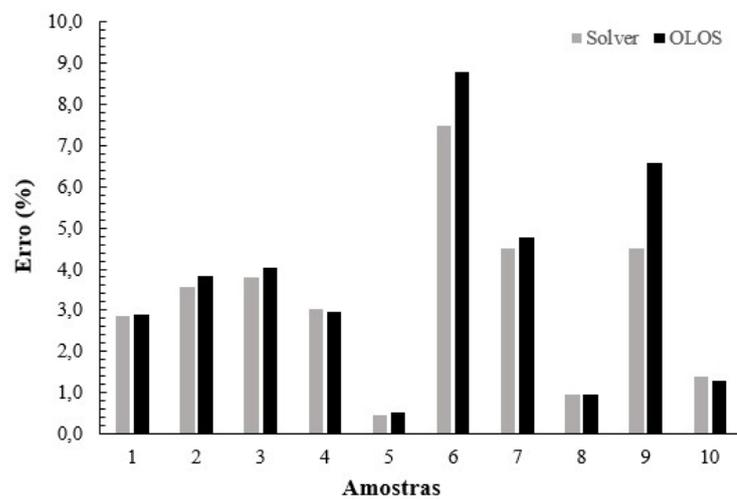
O *Solver*, apesar de exigir baixo esforço computacional, apresenta tendência de convergir para soluções locais, não sendo indicado para otimização de modelos não lineares. Entretanto, os modelos empregados na retroanálise de curvas características são de baixa complexidade, visto o número de parâmetros de cada modelo. Desse modo, a técnica determinística também é capaz de obter boas soluções.

Figura 34 – Análise comparativa das FO's utilizando Fredlund e Xing (1994).



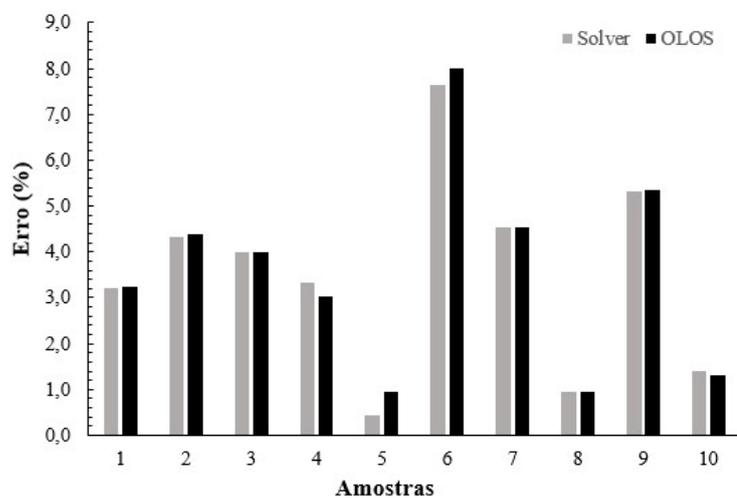
Fonte: Da autora (2020).

Figura 35 - Análise comparativa das FO's utilizando van Genuchten (1980).



Fonte: Da autora (2020).

Figura 36 - Análise comparativa das FO's utilizando Gardner (1958).



Fonte: Da autora (2020).

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

5.1 Conclusões

O programa OLOS 1.0 apresentado neste trabalho disponibiliza uma maneira automática e menos subjetiva para obter os parâmetros dos solos a partir de análises inversas de curvas de retenção de água no solo, tendo por base os modelos de Fredlund e Xing (1994), van Genuchten (1980) e Gardner (1958). O programa também fornece um indicador da qualidade do ajuste obtido na otimização via algoritmo genético e uma interface gráfica amigável para os usuários.

O processo de validação consistiu na definição de diferentes configurações do AG para realização de análises inversas de curvas teóricas aplicando um elevado número de gerações. Com base nos resultados obtidos, pode-se confirmar a eficiência do AG implementado no programa na busca por soluções de boa qualidade.

O estudo de caso, realizado com base no ajuste de 10 curvas experimentais de diversos tipos de solo e técnicas para determinação da sucção, empregou o *Solver* e o OLOS 1.0 e resultou em situações onde a FO encontrada pelo software foi menor que o valor encontrado pelo *Solver*. Ao analisar os resultados, verificou-se que mesmo com uma pequena diferença entre os erros de ajuste dos dois métodos de retroanálise, há uma variação significativa nos valores dos parâmetros, o que pode ser classificado como um problema de múltiplas soluções, e essa diferença reflete, por exemplo, na mudança de comportamento do valor da função de condutividade hidráulica na condição não saturada, que é descrita em função destes parâmetros.

Considerando os resultados obtidos no processo de validação e no estudo de caso realizado pode-se concluir que o programa desenvolvido pode ser utilizado como ferramenta de ajuste de curvas características. Além disso, pode-se concluir que uma alternativa para aumentar a eficácia dos AGs neste tipo de aplicação é trabalhar com computação paralela, o que proporcionará avaliar um maior número de indivíduos, reduzir o tempo das análises e aumentar a probabilidade de encontrar soluções globais.

Por fim, a metodologia de identificação de parâmetros empregada neste trabalho pode ser generalizada a outros modelos constitutivos e experimentos, ampliando assim os estudos relacionados a problemas inversos dentro da Engenharia Geotécnica.

5.2 Sugestões para trabalhos futuros

Em vista dos estudos realizados sugere-se:

- Realizar uma análise de sensibilidade dos parâmetros relativos aos modelos matemáticos implementados;

- Estudos e pesquisas bibliográficas que permitem definir limites para os parâmetros de acordo com o tipo de solo, tipo de ensaio de mensuração da sucção e outros fatores que possam vir interferir na CRA. Com o espaço de busca mais limitado e definido de forma segura a convergência a solução ótima global pode ser obtida mais facilmente;
- Verificar a interferência da taxa de mutação e do *crossover* adotados, de acordo com o modelo matemático de ajuste utilizado;
- Empregar uma técnica de paralelismo aos AG de forma a reduzir o tempo de processamento das análises e permitir que um número maior de gerações seja processado, aumentando a probabilidade de se obter a solução global;
- Implementar no OLOS 1.0 procedimentos necessários para análise inversa de curvas de retenção bimodais, uma vez que esse comportamento é comum para Latossolos; e
- Implementar no OLOS 1.0 as equações para obtenção das funções de condutividade hidráulica não saturada a partir dos parâmetros obtidos pelas análises inversas.

REFERÊNCIAS

ABADIE, J.; CARPENTIER, J. Méthode du gradient réduit généralisé. **Filecode GRGA, Note**, 1969.

ARBHABHIRAMA, A.; KRIDAKORN, C. Steady downward flow to a water table. **Water Resources Research**, v. 4, n. 6, p. 1249-1257, 1968.

ASTM D5298-16. **Standard Test Method for Measurement of Soil Potential (Suction) Using Filter Paper**. ASTM International, West Conshohocken, PA, 2016.

ASTM D6836-16. **Standard test methods for Determination of the soil water characteristic curve for desorption using hanging column, pressure extractor, chilled mirror hygrometer, or centrifuge**. ASTM International, West Conshohocken, PA, 2016.

ASTM E337-15. **Standard test method for measuring humidity with a psychrometer: The measurement of wet- and dry- bulb temperatures**. West Conshohocken, Pennsylvania, American Society for Testing and Materials, 2015.

AVELLA, D. P. **Instrucciones de excel Solver**. 2000. Disponível em: <https://docplayer.es/5721910-Instrucciones-de-excel-solver.html#download_tab_content>. Acesso em: 10 de junho de 2020.

BERES, M.; HAENI, F. P. **Application of Ground-Penetrating-Radar Methods in Hydrogeologic Studies**. *Ground Water*, p. 375-386. 1991.

BURDINE, N. Relative permeability calculations from pore size distribution data. **Journal of Petroleum Technology**, v. 5, n. 03, p. 71-78, 1953.

BONDER, B. H. **Curvas de retenção de água de um solo coluvionar de Campinas obtidas mediante técnicas de laboratório e de campo**. 2008.

BORGES, C. R. et al. 2010. **Uso de um papel filtro de baixo custo na determinação de curvas características**. In: XV Congresso Brasileiro de Mecânica dos Solos e Engenharia Geotécnica COBRAMSEG, Gramado, RS, 2010.

BROOKS, R. H.; COREY, A. T. **Hydraulic properties of porous media**. *Hydrology papers*. Colorado State University. no. 3, 1964.

BUCKINGHAM, E. **Studies on the movement of soil moisture**. US Dept. Agric. Bur. Soils Bull., v. 38, 1907.

CAMPBELL, G. S.; GEE, G. W. Water potential: Miscellaneous methods. **Methods of Soil Analysis: Part 1 Physical and Mineralogical Methods**, v. 5, p. 619-633, 1986.

CÂNDIDO, E. S. **Análise inversa de ensaios geotécnicos utilizando um algoritmo genético acoplado ao método dos elementos finitos**. 2020. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) - Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, Minas Gerais, 2020.

CÂNDIDO, Eduardo Souza. **Análise inversa do ensaio pressiométrico utilizando o modelo hiperbólico**. 2016. 177f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Universidade Federal de Viçosa, Viçosa. 2016.

CÂNDIDO, E. S. et al. **Análise inversa da curva do ensaio pressiométrico utilizando o modelo hiperbólico**. *Ciência e Engenharia*, v. 26, n. 1, p. 59-67, 2017.

CANTÙ, M. *Object Pascal Handbook*. 1ª Edição. Scotts Valley, Califórnia, EUA: **CreateSpace Independent Publishing Platform**, 2015.

CARVALHO, C. S.; MASSAD, F. **Estudo da infiltração em encostas de solos insaturados na Serra do Mar**. 1989. Universidade de São Paulo, São Paulo, 1989.

DANE, J. H.; HOPMANS, J. W.; TOPP, G. C. Pressure plate extractor. **Methods of soil analysis**. Part, v. 4, p. 688-690, 2002.

DAVIDSON, J. M.; STONE, L. R.; NIELSEN, D. R.; LARUE, M. E. Field measurement and uses of soil-water properties. **Water Resour. Res.** 5:1312-1321, 1969.

DEB, K. **Multi-objective optimization using evolutionary algorithms**. Chichester, England: John Wiley & Sons, 2001.

DE CARVALHO, M. O. M.; BENEVELI, R. M. **Instrumentação para medição da tensão de água no solo**. 1994.

DORIGO, M.; MANIEZZO, V.; COLORNI, A. Ant system: optimization by a colony of cooperating agents. **IEEE Transactions on Systems, man, and cybernetics**, Part B: Cybernetics, v. 26, n. 1, p. 29-41, 1996.

D'EMILIO, A. et. al. Artificial neural networks for predicting the water retention curve of sicilian agricultural soils. **Water**, v. 10, n. 10, p. 1431, 2018.

FARREL, D. A.; LARSON, W. E. **Modelling the Pore Structure of Porous Media**, *Water Res. Res.*, no. 3, pp.699-706. 1972.

FERRAZ, E. S. B. Gamma-ray attenuation to measure water content and/or bulk densities of porous materials. *In*: IAEA. **Isotopo and radiation techniques in soil physics and irrigation studies**. Viena. p.449-60. 1983.

FREDLUND, D. G.; MORGENSTERN, N. R. Stress state variables for unsaturated soils. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, v. 103, n. ASCE 12919, 1977.

FREDLUND, D. G.; RAHARDJO, H. **Soil mechanics for unsaturated soils**. New York: J. Wiley, 1993, 517 p.

FREDLUND, D. G; XING, A. Equations for the soil-water characteristic curve. **Canadian Geotechnical Journal**, p. 521-532, 1994.

- GARDNER, W. R. Some steady-state solutions of the unsaturated moisture flow equation with application to evaporation from a water table. **Soil science**, v. 85, n. 4, p. 228-232, 1958.
- GERSCOVICH, D. M. S. **Equações para modelagem da curva característica aplicada a solos brasileiros**. In: IV Simpósio Brasileiro de Solos Não Saturados, ABMS. Porto Alegre, RS, Vol. 1, p. 76-92, 2001.
- GERSCOVICH, D. M. S. **Estabilidade de Taludes**. 1. ed. São Paulo: Oficina de Textos, 2012.
- GERSCOVICH, D. M. S.; SAYÃO, A. S. F. J. **Deformabilidade de Escavações com Solo Pregado**. In: VIII Congresso Nacional de Geotecnia: A Geotecnia Portuguesa e os Desafios do Futuro. Lisboa: Sociedade Portuguesa de Geotecnia, 2002. v. 3, p. 1579-1588.
- GITIRANA Jr, G. de F. N.; FREDLUND, D. G. A soil water characteristic curve equation with independent properties. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, ASCE, 2004. p. 209-213.
- GOMES, Fabrício Maciel et al. Estudo comparativo entre os métodos gradiente reduzido generalizado e algoritmo genético em otimização com múltiplas respostas. **Revista Produção Online**, v. 17, n. 2, p. 592-619, 2017.
- GUIMARÃES, A. G. **Análise inversa para determinação de parâmetros de deformabilidade de solos**. 2008. Tese (Doutorado) – Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, MG, 2008.
- GUIMARÃES, L. M. **Determinação das propriedades hidráulicas em solos não saturados utilizando uma centrifuga de pequenas dimensões**. 2013. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Geotecnia, Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, MG, 2013.
- HICHER, P. Y.; SHAO, J. F. Modèles de comportement des sols et des roches: Lois incrémentales viscoplasticité, endommagement. **Hermès Science**, 2002.
- HILLEL, D. **Soil water**: – Physical principles and processes. New York: Academic Press, 1971. cap. 1-5.
- HOLLAND, J. H. **Adaptation in Natural and Artificial Systems**. University of Michigan In: Ann Arbor, 1975.
- HOLLAND, J. H. **Adaptation in Natural and Artificial Systems**. 1ª Edição. Cambridge: MIT Press, 1992.
- JIN, Y. F.; YIN, Z. Y.; SHEN, S. L.; ZHANG, D. M. A new hybrid real-coded genetic algorithm and its application to parameters identification of soils. **Inverse Problems in Science and Engineering**, v. 25, n. 9, p. 1343-1366, 2017a.
- KARABOGA, D. An idea based on honey bee swarm for numerical optimization. **Technical report-tr06**, Erciyes university, engineering faculty, computer engineering department, 2005.

KENNEDY, J. Particle swarm optimization. *In: Encyclopedia of machine learning*. New York, USA: Springer, p. 760-766, 2011.

KLUTE, A.; DIRKSEN, C. 1986. Hydraulic conductivity and diffusivity: Laboratory methods. *In: Methods of Soil Analysis. Physical and Mineralogical Methods*. Ed. A Klute. P. 687–734. **American Society of Agronomy**, Madison, WI.

LACERDA, E. G. M.; CARVALHO, A. C. P. L. **Introdução aos Algoritmos Genéticos**. *In: Sistemas Inteligentes: aplicações a recursos hídricos e bacias ambientais; Coleção ABRH de Recursos Hídricos*. Porto Alegre: UFRGS e Associação Brasileira de Recursos Hídricos, 1999. v. 7, p. 99-150.

LEE, H. C.; WRAY, W. K. **Techniques to Evaluate Soil Suction –A Vital Unsaturated Soil Water Variable**. *In: First International Conference on Unsaturated Soils*. Alonso e Delage, ed. Paris, 1995.

LEONG, C.; RAHARDJO, H. Permeability functions for unsaturated soils. **Journal of geotechnical and geoenvironmental engineering**, v. 123, n. 12, p. 1118-1126, 1997.

LEVASSEUR, S.; MALÉCOT, Y.; BOULON, M.; FLAVIGNY, E. Soil parameter identification using a genetic algorithm. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, v. 32, n. 2, p. 189-213, 2008.

LEVASSEUR, S.; MALECOT, Y.; BOULON, M.; FLAVIGNY, E. Statistical inverse analysis based on genetic algorithm and principal component analysis: method and developments using synthetic data. **International journal for numerical and analytical methods in geomechanics**, v. 33, n. 12, p. 1485-1511, 2009.

LEVASSEUR, S.; MALECOT, Y.; BOULON, M.; FLAVIGNY, E. Statistical inverse analysis based on genetic algorithm and principal component analysis: applications to excavation problems and pressuremeter tests. **International journal for numerical and analytical methods in geomechanics**, v. 34, n. 5, p. 471-491, 2010.

LIANG, X. et al. Scheduling irrigation using an approach based on the van Genuchten model. **Agricultural Water Management**, 2016.

LIMA, M. L. R. **Otimização topológica e paramétrica de vigas de concreto armado utilizando algoritmos genéticos**. 2011. Tese (Mestrado) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, SP, 2011. 113 p.

LINDEN, R. **Algoritmos Genéticos: Teoria e Implementação**. Editora Ciência Moderna, ed. 3, 2005.

LISBOA, R. L. L. **Determinação da condutividade hidráulica não saturada de solos residuais com permeâmetro de Guelph e ensaios de laboratório**. 2006. Tese (Mestrado) – Universidade Federal de Viçosa. Viçosa, MG, 2006.

LOUKIDIS, D.; SALGADO, R. Effect of relative density and stress level on the bearing capacity of footings ons and. **Geotechnique**. p. 107-119, 2010.

- LUCAS, D. C.; ALVARES, L. O. **Algoritmos Genéticos: uma introdução**. In: Notas de aula. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2002.
- MACHADO, S. L. **Aplicação de conceitos de elastoplasticidade a solos não saturados**. 1998. 360 p. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Paulo, Universidade de São Paulo, São Carlos, SP, 1998.
- MAHBOD, M; ZAND-PARSA, S. Prediction of soil hydraulic parameters by inverse method using genetic algorithm optimization under field conditions. **Archives of Agronomy and Soil Science**, v. 56, n. 1, p. 13-28, 2010.
- MARLER, R. T.; ARORA, J. S. Survey of multi-objective optimization methods for engineering. **Structural and multidisciplinary optimization**, v. 26, n. 6, p. 369-395, 2004.
- McCARTNEY, J. S. **Determination of the hydraulic characteristics of unsaturated soils using a centrifuge permeameter**. 2007. 388p. Tese (Pós-Doutorado) - University Texas, Austin, 2007.
- MCKEE, C.R.; BUMB, A C. **Flowtesting coal bed methane production wells in the presence of water and gas**, **SPE Formation Evaluation**, dec., p.599-608. 1987.
- MENDES, R. M. **Estudo das propriedades geotécnicas de solos residuais não saturados de Ubatuba (SP)**. 2008. Tese (Doutorado) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2008.
- MIGUEL, M. G.; TEIXEIRA, R. S.; PADILHA, A. C. C. Curvas características de sucção do solo Laterítico da região de Londrina/PR. **Revista de Ciência e Tecnologia**, v. 12, nº 24, p.63-74, 2006.
- MUALEM, Y. A new model for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated porous media. **Water resources research**, v. 12, n. 3, p. 513-522, 1976.
- MUALEM, Y; DAGAN, G. Hydraulic conductivity of soils: Unified approach to the statistical models. **Soil Science Society of America Journal**, v. 42, n. 3, p. 392-395, 1978.
- NAIME, J. M.; VAZ, C. M. P.; MACEDO, A. Automated soil particle size analyzer based on gamma-ray attenuation. **Computers and Electronics in Agriculture**, Amsterdam, v. 31, n. 3, p. 295-304, 2001.
- NARQUES, T. V. N. 2019. **Algoritmo genético como ferramenta auxiliar no pré-dimensionamento de estruturas protendidas**. Tese (Mestrado), Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, SP, 2019.
- NELDER, J. A.; MEAD, R. A simplex method for function minimization. **The computer journal**, v. 7, n. 4, p. 308-313, 1965.
- NETO, O. F. **Resistência ao cisalhamento de um solo não saturado com medida direta de sucção**. 2008. Tese (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, São Carlos, SP, 2008.

- PACHECO, P. G. M. **Análise numérica do fluxo e da estabilidade de uma pilha de lixiviação de minério de cobre.** 2005. Tese (Mestrado) - PUC-RIO, Rio de Janeiro, RJ, 2005. 129 p.
- PAPON, A.; RIOU, Y.; DANO, C.; HICHER, P. Y. Single-and multi-objective genetic algorithm optimization for identifying soil parameters. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, v. 36, n. 5, p. 597-618, 2012.
- PAPON, A.; RIOU, Y; HICHER, P; DANO, C. Identifying soil parameters by inverse analysis of field testing. *In: Earth & Space 2008: Engineering, Science, Construction, and Operations in Challenging Environments*, Long Beach, California, USA, p. 1-8, 2008.
- PEREIRA, J. H. F.; MARINHO, F. **Apostila do Curso de Mecânica dos Solos Não Saturados.** *In: XI COBRAMSEG*, Brasília, DF, 1998.
- PRESA, E. P. et al. **Ensaio de laboratório em solos parcialmente saturados.** *In: Simpósio Sobre Novos Conceitos em Ensaio de Campo e Laboratório em Geotecnia*. Rio de Janeiro: ABMS, 1988. p. 251-278.
- QUEIRÓZ, B. F. **Estudo de soluções numéricas da equação de Richards através do método de elementos finitos e diferenças finitas para simulação de fluxo unidimensional em solo não-saturado.** 2017. Tese (Mestrado) – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro. Seropédica, RJ, 2017.
- RAHARDJO, H.; LEE, T.T.; LEONG, E.C. Response of a residual soil slope to rainfall. **Canadian Geotechnical Journal**, v. 42, p. 340-351, 2006.
- RICHARDS, L. A. **Capillary conduction of liquids through porous mediums.** *Physics*, v. 1, n. 5, p. 318-333, 1931.
- RICHARDS, L. A.; FIREMAN, M. Pressure-plate apparatus for measuring moisture sorption and transmission by soils. New Brunswick: **Soil Science**, v. 56, p. 395-404, 1943.
- RICHARDS, B. G. **Behavior of unsaturated soils.** *Soil Mechanics*. New York, American Elsevier Publishing Company, cap. 4, p. 112-157. 1974.
- ROGER, B.C.; HERNBERGER, G.M. **Empirical equations for some soil hydraulic properties.** *Water Res. Res.*, 14, pp.601-604, 1978.
- ROKONUZZAMAN, M.; SAKAI, T. Calibration of the parameters for a hardening–softening constitutive model using genetic algorithms. **Computers and Geotechnics**, v. 37, n. 4, p. 573-579, 2010.
- SAMARAJIVA, P.; MACARI, E. J.; WATHUGALA, W. Genetic algorithms for the calibration of constitutive models for soils. **International Journal of Geomechanics**, v. 5, n. 3, p. 206-217, 2005.
- SARAMAGO, S. P. **Técnicas heurísticas de otimização aplicadas em engenharia.** *In: Horizonte Científico 3.2*, 2010.

SILVA, M. T. de M. G. **Metodologia para determinação de parâmetros para solos não saturados utilizando ensaios com umidade conhecida**. 2009. Tese (Mestrado) - Universidade de Brasília, Brasília, 2009.

SILVEIRA, R. S.; BARONE, D. A. C. **Jogos educativos computadorizados utilizando a abordagem de algoritmo genéticos**. Instituto de Informática: Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 1998.

SOARES, G. L. **Algoritmos Genéticos: Estudo, Novas Técnicas e Aplicações**. 1997. Tese (Mestrado) – Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, MG, 1997.

SOARES, R. M. **Resistência ao cisalhamento de um solo coluvionar não saturado do Rio de Janeiro, RJ**. 2005. Tese (Mestrado) – Departamento de Engenharia Civil, PUC-RJ, Rio de Janeiro, RJ, 2005.

SOTO, M. A. A.; KUMAYAMA, D. M.; CHANG, H. K. Calibração de um reflectômetro para estudos do fluxo de água em solo não saturado. **Geociências**, v. 26, n. 4, 2007, p. 357-368.

STERCK, W. N. **Estudo da função de condutividade hidráulica de solos não saturados através de amostras centrifugadas**. 2011. Tese (Doutorado) - Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Campos dos Goytacazes, RJ, 2011.

STORN, R.; PRICE, K. Differential evolution—a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces. **Journal of global optimization**, v. 11, n. 4, p. 341-359, 1997b.

TEIXEIRA, E. K. C. **Estudo da influência da infiltração de água pluviais na estabilidade de um talude de solo residual**. 2014. Tese (Mestrado) – Universidade Federal de Viçosa. Viçosa, MG, 2014.

VANAPALLI, S. K. et al. Model for the prediction of shear strength with respect to soil suction. **Canadian Geotechnical Journal**, v. 33, n. 3, p. 379-392, 1996.

VANAPALLI, S.K.; FREDLUND, D. G.; PUFHAL, D. E. **The influence of soil structure and stress history on the soil-water characteristics of a compacted till**. *Geotechnique*, v. 49, n. 2, p. 143-159.

VANAPALLI, S.K.; LOBBEZOO, J.P. **A normalized function for predicting the coefficient of permeability of unsaturated soils**. UNSAT 2002, 839-844.

VAN GENUCHTEN, M.T. **A closed form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils**. *Soil Science Society of America Journal*, Madison, v.44, p.892-898, 1980.

VILLAR, L. F. de S. **Estudo do Adensamento e Ressecamento de Resíduos de Mineração e Processamento de Bauxita**. 2002. Tese (Doutorado). PUC-Rio, Rio de Janeiro, 2002.

WILLIAMS, J., PREBBLE, R.E., WILLIAMS, W.T.; HIDNETT, C.T. The Influence of texture, structure and clay mineralogy on the soil moisture characteristic curve. **Australian J. Soil Res.**, 21, pp.15-32. 1983.