



GUSTAVO MORAIS BARBOSA

**ANÁLISE E DIMENSIONAMENTO DE VIGAS DE
CONCRETO ARMADO COM SEÇÃO RETANGULAR DE
FORMA AUTOMATIZADA**

**LAVRAS – MG
2020**

GUSTAVO MORAIS BARBOSA

**ANÁLISE E DIMENSIONAMENTO DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO COM
SEÇÃO RETANGULAR DE FORMA AUTOMATIZADA**

Monografia apresentada à Universidade
Federal de Lavras, como parte das exigências
do Curso de Engenharia Civil, para obtenção
do título de Bacharel.

Prof. D.Sc. Ígor José Mendes Lemes
Orientador

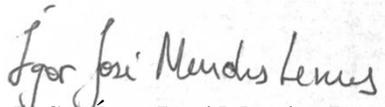
**LAVRAS – MG
2020**

GUSTAVO MORAIS BARBOSA

**ANÁLISE E DIMENSIONAMENTO DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO COM
SEÇÃO RETANGULAR DE FORMA AUTOMATIZADA**

Monografia apresentada à Universidade
Federal de Lavras, como parte das exigências
do Curso de Engenharia Civil, para obtenção
do título de Bacharel.

APROVADA em 24 de agosto de 2020.
Prof. D.Sc. Igor José Mendes Lemes, UFLA
Prof. D.Sc. Rafael Santos de Moraes, UFLA
Prof. M.Sc. Luís Eduardo Silveira Dias, UNILAVRAS



Prof. D.Sc. Igor José Mendes Lemes
Orientador

**LAVRAS – MG
2020**

RESUMO

O uso de métodos computacionais eleva consideravelmente a produtividade e a segurança nos processos de cálculo. Estas ferramentas vêm se tornando cada vez mais frequentes na vida dos engenheiros, entretanto, grande parte dos *softwares* existentes voltados para análise e dimensionamento estrutural possuem um custo elevado e requerem um grande conhecimento técnico do usuário para conseguir utilizar todas as ferramentas presentes. O VCA, *software* desenvolvido neste trabalho busca permitir ao usuário verificar de maneira rápida e simples o dimensionamento de uma viga isolada. Para definição dos esforços internos, o *software* realiza uma análise linear baseando-se no método dos deslocamentos. Estes resultados são utilizados para a realização do dimensionamento da viga de concreto armado conforme prescrito pela NBR 6118 (ABNT, 2014). Este dimensionamento consiste na verificação da estrutura sendo solicitada no estado limite último, propondo a quantidade necessária de armadura longitudinal e transversal para resistir aos esforços. Além disso, o VCA verifica a estrutura em seu estado limite de serviço, analisando se haverá ou não a formação de fissuras e se houver, o quanto serão abertas. Os resultados obtidos pelo VCA foram comparados com exemplos realizados por outros autores, mostrando semelhança em seus resultados finais.

Palavras-chave: Análise estrutural. Método dos deslocamentos. Análise linear elástica. Dimensionamento de vigas. Estado limite último. Estado limite de serviço. Concreto armado. Ferramenta computacional.

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Elemento com carga concentrada.....	11
Figura 2.2 – Elemento com momento fletor concentrado	12
Figura 2.3 – Elemento com carga distribuída em um determinado comprimento.....	13
Figura 2.4 – Domínios de estado limite último de uma seção transversal.....	19
Figura 2.5 – Domínio 2	20
Figura 2.6 – Domínio 3	20
Figura 2.7 – Resistências e deformações na seção	21
Figura 2.8 - Decomposição da seção para cálculo com armadura dupla.	23
Figura 2.9 – Analogia de treliça	25
Figura 2.10 – Seção retangular no Estádio I.....	29
Figura 2.11 – Seção retangular no Estádio II	29
Figura 2.12 – Concreto de envolvimento da armadura.	32
Figura 2.13 – Tabela de exigências de durabilidade relacionadas à fissuração e à proteção da armadura.....	32
Figura 3.1 – Página inicial do VCA.....	33
Figura 3.2 – Fluxograma de execução do VCA (Continua).	34
Figura 3.3 – Tela de parâmetros iniciais.	36
Figura 3.4 – Tela de parâmetros avançados.....	37
Figura 3.5 – Tela de vigas.	38
Figura 3.6 – Janela para adição de vigas.....	38
Figura 3.7 – Janela para adição de carregamentos.	39
Figura 3.8 – Tela de cálculo.	40
Figura 4.1 – Forma da viga bi apoiada	47
Figura 4.2 – Dimensões da viga	52
Figura 4.3 – Carregamento em combinação última	53

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 – Barras comerciais	43
Tabela 4.1 – Dados iniciais.....	48
Tabela 4.2 – Resumo dos carregamentos.....	48
Tabela 4.3 – Esforço cortante máximo	49
Tabela 4.4 – Momento fletor máximo	49
Tabela 4.5 – Cálculo da armadura longitudinal	50
Tabela 4.6 – Cálculo da armadura transversal.....	51
Tabela 4.7 – Estado limite de serviço	52
Tabela 4.8 – Dados iniciais.....	53
Tabela 4.9 – Resumo dos carregamentos.....	53
Tabela 4.10 – Esforço cortante máximo	54
Tabela 4.11 – Momento fletor máximo	54
Tabela 4.12 – Momento fletor mínimo.....	55
Tabela 4.13 – Cálculo da armadura longitudinal positiva.....	55
Tabela 4.14 – Cálculo da armadura longitudinal negativa.....	56
Tabela 4.15 – Cálculo da armadura transversal.....	57
Tabela 4.16 – ELS-F positivo.....	57
Tabela 4.17 – ELS-F negativo.....	58

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	8
1.1	Motivação e relevância	8
1.2	Objetivo.....	9
2	REFERENCIAL TEÓRICO	10
2.1	Análise linear elástica	10
2.2	Método dos deslocamentos	10
2.2.1	Vetor de forças externas	10
2.2.2	Matriz de rigidez	15
2.2.3	Decomposição LU.....	16
2.3	Estado limite último (ELU)	17
2.3.1	Domínios de deformação	19
2.3.2	Equilíbrio de momentos.....	21
2.3.3	Área de aço	22
2.3.4	Esforço cortante	24
2.4	Estado limite de serviço (ELS)	28
2.4.1	Formação de fissuras	28
2.4.2	Abertura de Fissuras	31
3	METODOLOGIA	33
3.1	Entrada de dados	36
3.2	Cálculo dos esforços externos.....	40
3.3	Resolução do sistema de equações lineares.....	41
3.4	Cálculo dos esforços internos	41
3.5	Estado limite último	42
3.5.1	Posição da linha neutra.....	42
3.5.2	Detalhamento da armadura positiva.....	43
3.5.3	Detalhamento da armadura transversal.....	44
3.6	Estado limite de serviço	46
3.6.1	Formação de fissuras (ELS-F)	46
3.6.2	Abertura de fissuras (ELS-W)	46
4	RESULTADOS E DISCUSSÕES	47
4.1	Exemplo 1.....	47

4.1.1	Esforços e diagramas	49
4.1.2	Estado limite último	50
4.1.3	Estado limite de serviço	51
4.2	Exemplo 2.....	52
4.2.1	Esforços e diagramas	54
4.2.2	Estado limite último	55
4.2.3	Estado limite de serviço	57
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	59
5.1	Sugestões de melhorias	59
	REFERÊNCIAS	61

1 INTRODUÇÃO

A computação trouxe uma facilidade na resolução de modelos matemáticos para as mais diversas áreas, o que não se mostrou diferente no ramo da Engenharia Civil, permitindo solucionar sistemas complexos e repetitivos de forma mais rápida, precisa e automática. Dessa forma, diversos *softwares* são criados com o intuito de explorar ao máximo estas facilidades.

A análise de uma viga de concreto armado é feita com o intuito de prever o comportamento da estrutura e encontrar as configurações mais seguras e econômicas para sua execução, além de prezar pelo conforto e bem-estar de todos ao redor da estrutura. A NBR 6118 (ABNT, 2014) sugere uma série de parâmetros e procedimentos a serem seguidos para melhor realização do dimensionamento.

De maneira resumida, são expostas maneiras para se verificar as armaduras longitudinais e transversais que resistirão aos esforços últimos solicitantes no elemento estrutural. Além disso, a referida norma prescreve recomendações que se não atendidas podem gerar resultar em comportamentos inadequados, gerando consequências que prejudicam a durabilidade e a aparência da estrutura, podendo também causar desconforto aos usuários.

As vigas de concreto armado são calculadas, em sua maioria, para resistir a momentos fletores e esforços cortantes, para que sejam conhecidos estes valores é necessária a realização de uma análise estrutural da viga. Esta análise pode ser feita através de métodos lineares de cálculo, como o método das forças e o método dos deslocamentos, sendo este último o utilizado no presente trabalho. Sua montagem é feita através de matrizes e vetores e sua resolução é dada por processos algébricos numericamente adaptados.

Conhecidos os esforços solicitantes através da análise estrutural, estes podem ser aplicados para a verificação dos parâmetros estabelecidos pela NBR 6118 (ABNT, 2014) e com isso obter uma maneira de dispor as armaduras longitudinais e transversais de forma que possam ser executadas de forma segura e econômica.

1.1 Motivação e relevância

O dimensionamento de uma viga de concreto armado, quando feito à mão, é em sua maioria realizado de forma repetitiva e demorada, onde um cálculo incorreto no começo do dimensionamento pode impactar no restante da análise. Além disso, quando se trata da análise

de vigas hiperestáticas o cálculo dos esforços internos implica em um extenso processo de cálculo que aumenta a probabilidade de erros, se feito manualmente. Assim, as ferramentas computacionais confiáveis se tornam relevantes.

Para a análise linear existem *softwares* gratuitos, como o Ftool[®], que encontram os valores de esforços internos e reativos, porém não realiza o dimensionamento da estrutura de concreto armado. Existem no mercado *softwares* pagos que fazem tanto a análise estrutural, que em alguns casos realiza a análise de forma não-linear, quanto o dimensionamento da estrutura conforme as normas vigentes de cada país. Porém, devido à complexidade de desenvolvimento destes *softwares* o valor cobrado por eles se torna inviável para aqueles que necessitam de uma análise mais simples e rápida de uma viga isolada.

1.2 Objetivo

O VCA tem como objetivo acelerar a resolução de problemas de dimensionamento de vigas de concreto armado de seção retangular comparado com o cálculo manual sem que seja necessário investir em um *software* de análise estrutural pago. Para isso analisa, de forma linear, estas vigas e verifica as solicitações conforme previsto pela NBR 6118 (ABNT, 2014).

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 Análise linear elástica

Situações em que o material sofre pequenas deformações, deslocamentos e rotações podem ser analisadas assumindo um comportamento linear elástico para o material. Dessa forma as equações de equilíbrio são formuladas com base na configuração inicial indeformada da estrutura (SILVA, 2016).

Um material que se comporta elasticamente, apresenta uma relação linear entre a tensão e a deformação (TIMOSHENKO; GERE, 1983), seguindo também a Lei de Hooke. Quando é cessado o carregamento o material retorna ao seu estado inicial indeformado (MARTHA, 2017).

2.2 Método dos deslocamentos

Também conhecido como método da rigidez, o método dos deslocamentos é uma forma simples de análise de estruturas hiperestáticas. De acordo com Gere e Weaver Jr. (1990), este método é o mais utilizado para a análise de estruturas através de métodos computacionais devido à praticidade de sua montagem e resolução, uma vez que utiliza de matrizes e vetores, que podem ser interpretados pelas mais diversas linguagens de programação, incluindo o C#.

O método consiste na determinação do vetor de deslocamentos $\{D\}$ através da matriz de rigidez $[K]$ e do vetor de forças externas $\{F\}$, conforme mostrado na Equação (2.1).

$$[K]\{D\} = \{F\} \quad (2.1)$$

2.2.1 Vetor de forças externas

Segundo Martha (2017), o vetor de forças externas é composto pelas reações de engastamento perfeito da barra. Para a determinação do vetor é necessário conhecer o momento fletor e o esforço cortante em cada nó, sendo este nó engastado, ou seja, restrito tanto ao deslocamento horizontal em x e vertical y , quanto à rotação em z .

O método de cálculo do momento fletor varia com o tipo de carga que é aplicada, podendo ser um esforço axial concentrado, um momento concentrado ou uma carga distribuída. (PINHEIRO; CATOIA; CATOIA, 2010).

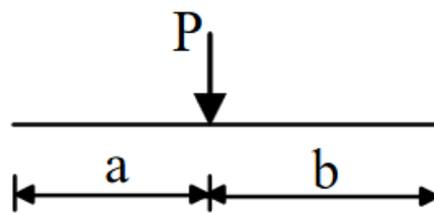
O momento de engastamento perfeito para uma carga é calculado através das equações fornecidas nas tabelas de Pinheiro, Catoia e Catoia (2010).

Considerando o caso de um elemento submetido a uma carga concentrada, localizada a às distâncias a e b das extremidades esquerda e direita respectivamente, conforme ilustrado na Figura 2.1 os momentos de engastamento nas extremidades esquerda (Equação (2.2)) e direita (Equação (2.3)) são definidos.

$$M_{esq} = \frac{Pab^2}{L^2} \quad (2.2)$$

$$M_{dir} = -\frac{Pa^2b}{L^2} \quad (2.3)$$

Figura 2.1 – Elemento com carga concentrada



Fonte: Pinheiro, Catoia e Catoia (2010).

Sendo:

M_{esq} é o momento na extremidade esquerda;

M_{dir} é o momento na extremidade direita;

P o valor da carga pontual;

a é a distância da carga até a extremidade esquerda;

b é a distância da carga até a extremidade direita;

L o comprimento da barra.

Considerando a condição de equilíbrio, o esforço cortante gerado por uma carga pontual em um elemento bi engastado:

$$V_{dir} = \frac{aP - (M_{dir} - M_{esq})}{L} \quad (2.4)$$

$$V_{esq} = P - V_{dir} \quad (2.5)$$

Na qual:

V_{dir} o esforço cortante no apoio da extremidade direita;

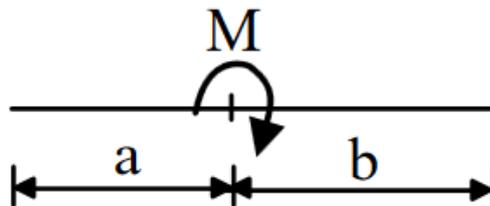
V_{esq} o esforço cortante no apoio da extremidade esquerda.

De acordo com a tabela dos mesmos autores, são apresentadas as equações dos momentos nas extremidades gerados por um momento concentrado em uma posição qualquer a no elemento (Figura 2.2):

$$M_{esq} = \frac{Mb(3b - 2L)}{L^2} \quad (2.6)$$

$$M_{dir} = \frac{-Ma(2L - 3a)}{L^2} \quad (2.7)$$

Figura 2.2 – Elemento com momento fletor concentrado



Fonte: Pinheiro, Catoia e Catoia (2010).

em que:

M_{esq} é o momento na extremidade esquerda;

M_{dir} é o momento na extremidade direita;

M o valor do momento concentrado;

a é a distância da carga até a extremidade esquerda;

b é a distância da carga até a extremidade direita;

L o comprimento da barra.

Novamente, através da condição de equilíbrio, tem-se os esforços cortantes:

$$V_{dir} = \frac{M - (M_{dir} - M_{esq})}{L} \quad (2.8)$$

$$V_{esq} = M - V_{dir} \quad (2.9)$$

sendo:

V_{dir} o esforço cortante no apoio da extremidade direita;

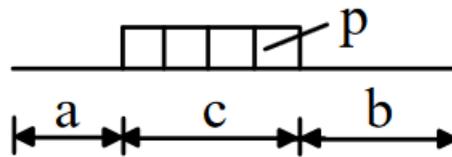
V_{esq} o esforço cortante no apoio da extremidade esquerda.

No caso de uma carga distribuída em uma determinada região do elemento, conforme ilustrado na Figura 2.3, tem-se para os momentos de extremidade:

$$M_{esq} = \frac{P}{12L^2} \{4L[(a+c)^3 - a^3] - 3[(a+c)^4 - a^4]\} \quad (2.10)$$

$$M_{dir} = -\frac{P}{12L^2} \{4L[(a+c)^3 - a^3] - 3[(a+c)^4 - a^4]\} \quad (2.11)$$

Figura 2.3 – Elemento com carga distribuída em um determinado comprimento



Fonte: Pinheiro, Catoia e Catoia (2010).

Sendo:

M_{esq} é o momento na extremidade esquerda;

M_{dir} é o momento na extremidade direita;

P o valor da carga distribuída;

a é a distância da posição inicial da carga até a extremidade esquerda;

b é a distância da posição final da carga até a extremidade direita;

c é o valor da posição final da carga subtraída do valor da posição inicial;

L o comprimento da barra.

Para encontrar o esforço cortante nas extremidades:

$$V_{dir} = \frac{Qc(a + \frac{c}{2}) - (M_{dir} - M_{esq})}{L} \quad (2.12)$$

$$V_{esq} = Qc - V_{dir} \quad (2.13)$$

Sendo:

V_{dir} o esforço cortante no apoio da extremidade direita;

V_{esq} o esforço cortante no apoio da extremidade esquerda.

Conhecidos os esforços cortantes e o momento fletor de cada nó, é realizada a montagem do vetor de forças externas $\{F\}$.

$$V_1 = V_{esq}^1 \quad (2.14)$$

$$M_1 = M_{esq}^1 \quad (2.15)$$

$$V_n = V_{dir}^{n-1} + V_{esq}^n \quad (2.16)$$

$$M_n = M_{dir}^{n-1} + M_{esq}^n \quad (2.17)$$

$$\{F\} = \begin{pmatrix} V_{esq}^1 \\ M_{esq}^1 \\ V_{dir}^1 + V_{esq}^2 \\ M_{dir}^1 + M_{esq}^2 \\ V_{dir}^2 \\ M_{dir}^2 \end{pmatrix} \quad (2.18)$$

Sendo, em uma viga de dois tramos, o sobescrito “1” representando o tramo da esquerda e “2” o tramo da direita. Os subscritos “*dir*” e “*esq*” qual a posição do apoio no tramo analisando, sendo respectivamente os apoios direito e esquerdo do trecho.

2.2.2 Matriz de rigidez

A matriz de rigidez utilizada restringe o deslocamento em x , permitindo que apenas o deslocamento em y e a rotação em z sejam analisadas. A montagem da matriz de rigidez é feita conforme a Equação (2.19).

$$K = \begin{vmatrix} \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{vmatrix} \quad (2.19)$$

Em que:

E é o módulo de elasticidade longitudinal do material;

I é o momento de inércia da seção transversal;

L é o comprimento da barra.

A matriz de rigidez do elemento, de modo representativo, pode ser descrita como é feito na Equação (2.20).

$$K = \begin{vmatrix} K_1^n & K_2^n & K_3^n & K_4^n \\ K_5^n & K_6^n & K_7^n & K_8^n \\ K_9^n & K_{10}^n & K_{11}^n & K_{12}^n \\ K_{13}^n & K_{14}^n & K_{15}^n & K_{16}^n \end{vmatrix} \quad (2.20)$$

De acordo com Martha (2017), os coeficientes de uma barra contribuem apenas para os termos da matriz que estão associados aos nós iniciais e finais da mesma. Com isso barras que não se conectam a um mesmo nó, não contribuem para os coeficientes de rigidez deste nó.

A Equação (2.21) mostra como é feita a interação de cada coeficiente quando há a sobreposição de nós. Cada elemento da matriz é adicionado ao elemento correspondente da matriz seguinte, através da soma dos coeficientes de rigidez, como é descrito por Martha (2017).

$$K_{global} = \begin{pmatrix} K_1^1 & K_2^1 & K_3^1 & K_4^1 & 0 & 0 \\ K_5^1 & K_6^1 & K_7^1 & K_8^1 & 0 & 0 \\ K_9^1 & K_{10}^1 & K_{11}^1 + K_1^2 & K_{12}^1 + K_2^2 & K_3^2 & K_4^2 \\ K_{13}^1 & K_{14}^1 & K_{15}^1 + K_5^2 & K_{16}^1 + K_6^2 & K_7^2 & K_8^2 \\ 0 & 0 & K_9^2 & K_{10}^2 & K_{11}^2 & K_{12}^2 \\ 0 & 0 & K_{13}^2 & K_{14}^2 & K_{15}^2 & K_{16}^2 \end{pmatrix} \quad (2.21)$$

2.2.3 Decomposição LU

Conhecida a matriz de rigidez $[K]$ e o vetor de forças externas $\{F\}$, busca-se encontrar o vetor de deslocamentos $\{D\}$, através da fatoração LU.

O processo de fatoração consiste na decomposição da Matriz A dos coeficientes em um produto de dois ou mais fatores e em seguida resolver uma sequência de sistemas lineares (RUGGIERO; LOPES, 2000).

$$[A]\{x\} = [L][U]\{x\} = \{b\} \quad (2.22)$$

Sendo:

A a matriz de rigidez K ;

x o vetor de deslocamentos;

L e U as matrizes decompostas da matriz K ;

b é o vetor de forças externas.

De acordo com Ruggiero e Lopes (2000), nessa fatoração, a matriz L é triangular inferior com diagonal unitária e a matriz U é triangular superior. Segundo os autores, os fatores L e U podem ser obtidos utilizando a ideia básica do método de Eliminação de Gauss, sendo o fator $\{U\}$ obtido no final da fase da triangulação do mesmo método.

Com isso tem-se:

$$[L]\{y\} = \{b\} \quad (2.23)$$

e

$$[U]\{x\} = \{y\} \quad (2.24)$$

Assim, o vetor de deslocamentos é obtido após a resolução dos sistemas lineares expostos pela Equação (2.23) e pela Equação (2.24).

Conhecido o vetor de deslocamentos, o sistema linear da Equação (2.25) é resolvido e com isso encontra-se o vetor de forças internas $\{F_i\}$.

$$[K] \cdot \{D\} - \{F\}_e = \{F_i\} \quad (2.25)$$

2.3 Estado limite último (ELU)

Segundo Carvalho e Figueiredo Filho (2014), o estado limite último é aquele relacionado ao colapso ou a qualquer outra forma de ruína estrutural que determine a paralisação, no todo ou em parte, do uso da estrutura. De acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2014), as estruturas de concreto devem ser sempre verificadas em relação ao estado limite último.

O dimensionamento da estrutura deve garantir que ela suporte todas as solicitações que esteja sendo submetida durante sua execução e utilização, de forma segura, estável e sem se deformar de maneira excessiva (CARVALHO; FIGUEIREDO FILHO, 2014).

De acordo com os autores, a finalidade de cálculo estrutural é garantir que a estrutura mantenha certas características que possibilitam a sua utilização satisfatória de maneira segura durante toda a sua vida útil.

Para análise no estado limite último, a relação entre tensão e deformação de cálculo é dada pela Equação (2.26).

$$\sigma_{cd} = f_{cd} \left(1 - \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}} \right)^n \right) \quad (2.26)$$

Em que:

σ_{cd} é a tensão do concreto;

f_{cd} é a resistência de cálculo do concreto

ε_c é a deformação específica de encurtamento do concreto;

ε_{c2} é a deformação específica de encurtamento do concreto no início do patamar plástico;

n é um fator que depende da classe do concreto

ε_c é a deformação específica de encurtamento do concreto, dada pela Equação (2.27).

$$\varepsilon_c = \frac{0,01\beta_x}{1 - \beta_x} \quad (2.27)$$

Sendo β_x a razão entre a distância da linha neutra até a face mais comprimida do concreto, x , com a altura útil da seção d . Nesse caso, a dedução da equação da deformação do concreto foi feita considerando o caso específico do domínio 2A, descrito a seguir, onde o concreto se apresenta com deformações menores que ε_{c2} .

O valor de ε_{c2} , ε_c e n variam de acordo com a classe do concreto. Para concreto com classe de até C50,

$$\varepsilon_{c2} = \frac{2}{1000} \quad (2.28)$$

$$\varepsilon_{cu} = \frac{3,5}{1000} \quad (2.29)$$

sendo ε_{cu} a deformação específica de encurtamento do concreto na ruptura.

$$n = 2 \quad (2.30)$$

Para concreto com resistência característica entre 50 e 90 MPa:

$$\varepsilon_{c2} = \frac{2}{1000} + \left[\left(\frac{0,085}{1000} \right) (f_{ck} - 50)^{0,53} \right] \quad (2.31)$$

$$\varepsilon_{cu} = \frac{2,6}{1000} + \left[\frac{35}{1000} (90 - f_{ck}) \right] \quad (2.32)$$

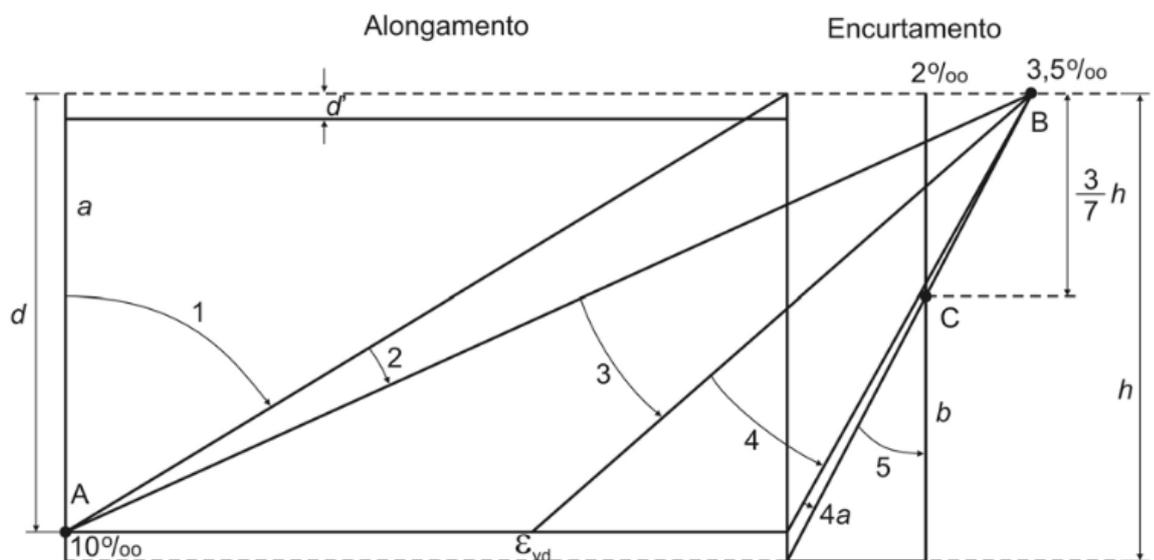
$$n = 1,4 + 23,4 \left(\frac{90 - f_{ck}}{1000} \right)^4 \quad (2.33)$$

2.3.1 Domínios de deformação

As possíveis configurações das deformações correspondentes ao estado limite último de uma seção que está submetida a solicitações normais podem ser divididas em regiões conhecidas como domínios de deformações (ALMEIDA, 2002).

Geralmente, vigas de concreto armado são dimensionadas nos domínios 2 ou 3, para que seja respeitado o limite de ductilidade, evitando a utilização de estruturas superarmadas. O domínio 2 é relacionado à flexão simples ou composta, sem que haja ruptura do concreto comprimido ($\varepsilon_c < 0,35\%$) e com o máximo alongamento permitido. Assim como o domínio 2, o terceiro domínio é relacionado com a flexão simples, porém sua ruptura convencional se dá pelo encurtamento limite do concreto e com o aço escoando (ABNT, 2014). De forma geral, os domínios de deformação apresentados na NBR 6118 (2014), incluindo os anteriormente citados, são ilustrados na Figura 2.4.

Figura 2.4 – Domínios de estado limite último de uma seção transversal

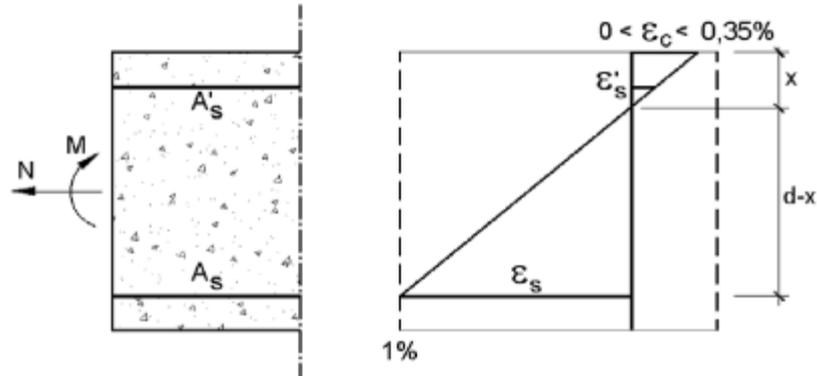


Fonte: NBR 6118 (2014).

O domínio 2 ainda pode ser subdividido em 2, sendo o domínio 2A quando o seu encurtamento não atingiu o patamar plástico ($\varepsilon_c < 0,2\%$) e o domínio 2B, que possui

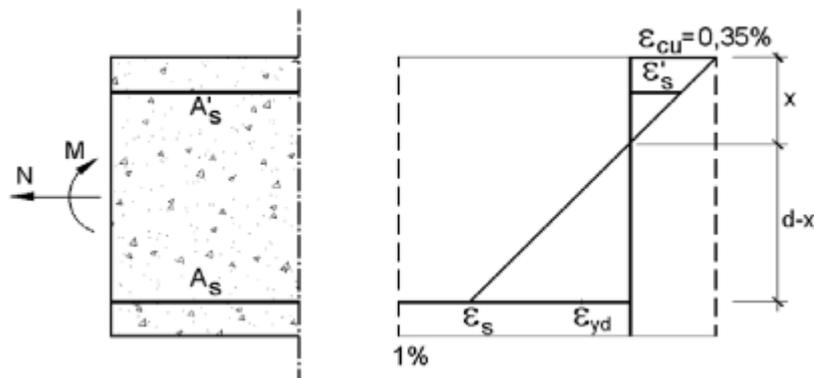
$0,2\% < e_c < 0,35\%$. A Figura 2.5 ilustra as possibilidades de deformação da seção transversal no domínio 2, tal como a Figura 2.6 apresenta essa mesma informação para o domínio 3.

Figura 2.5 – Domínio 2



Fonte: Pinheiro (2007).

Figura 2.6 – Domínio 3



Fonte: Pinheiro (2007)

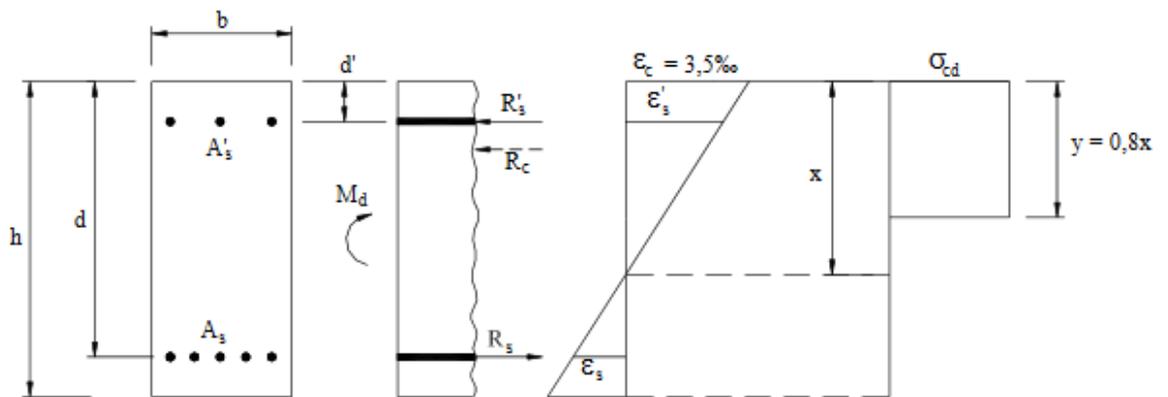
Quando o encurtamento do concreto ϵ_c atinge o patamar plástico temos que a tensão do concreto atingiu sua resistência máxima, conforme Equação (2.34).

$$\sigma_{cd} = f_{cd} \quad (2.34)$$

2.3.2 Equilíbrio de momentos

Para o dimensionamento de peças submetidas à flexão simples com armadura dupla é considerado que as barras que as compõem estão agrupadas, concentrando-se no centro de gravidade das mesmas (PINHEIRO, 2007). Assim, é possível analisar uma seção transversal submetida a flexão, considerando o equilíbrio de forças ilustrado na Figura 2.7.

Figura 2.7 – Resistências e deformações na seção



Fonte: Pinheiro (2007).

A partir da Figura 2.7 obtemos a equação de equilíbrio de forças horizontais (Equação (2.35)) e a equação do momento fletor resistente, dada pela Equação (2.36).

$$\lambda \alpha_c \sigma_{cd} b d \beta_x + A'_s \sigma'_s - A_s \sigma_s = 0 \quad (2.35)$$

$$M_d = b d^2 \alpha_c \lambda \sigma_{cd} \beta_x [1 - (0,5 \lambda \beta_x) + A'_s \sigma'_s (d - d')] \quad (2.36)$$

λ é o coeficiente de ajuste para uma distribuição de tensões de compressão constante no concreto, em substituição às tensões distribuídas de forma não-linear.

α_c é o coeficiente de redução que leva em consideração o efeito Rüschi;

σ_{cd} é a tensão de compressão de cálculo atuante no concreto;

b é a base da seção retangular;

d é altura útil da seção retangular;

A'_s é a área de aço da armadura comprimida;

σ'_s é tensão na armadura comprimida;

A_s é a área de aço da armadura tracionada;

σ_s é a tensão na armadura tracionada.

2.3.3 Área de aço

Segundo Pinheiro (2007), para facilitar o cálculo foram desenvolvidos coeficientes que reduzem o tempo gasto no dimensionamento. Removendo as variáveis referentes à armadura comprimida e feito o rearranjo da Equação (2.36), para armaduras simples tem-se:

$$K_c = \frac{bd^2}{M_d} = \frac{1}{\alpha_c \lambda \sigma_{cd} \beta_x [1 - (0,4\beta_x)]} \quad (2.37)$$

com K_c sendo expresso em cm^2/kN .

Reorganizando a Equação (2.35) e considerando que nos domínios 2 e 3 tem-se que $\sigma_s = f_{yd}$, assim o coeficiente K_s também expresso em cm^2/kN (PINHEIRO, 2007).

$$K_s = \frac{A_s d}{M_d} = \frac{1}{f_{yd} (1 - \alpha_c \lambda \beta_x)} \quad (2.38)$$

Da Equação (2.38) temos que:

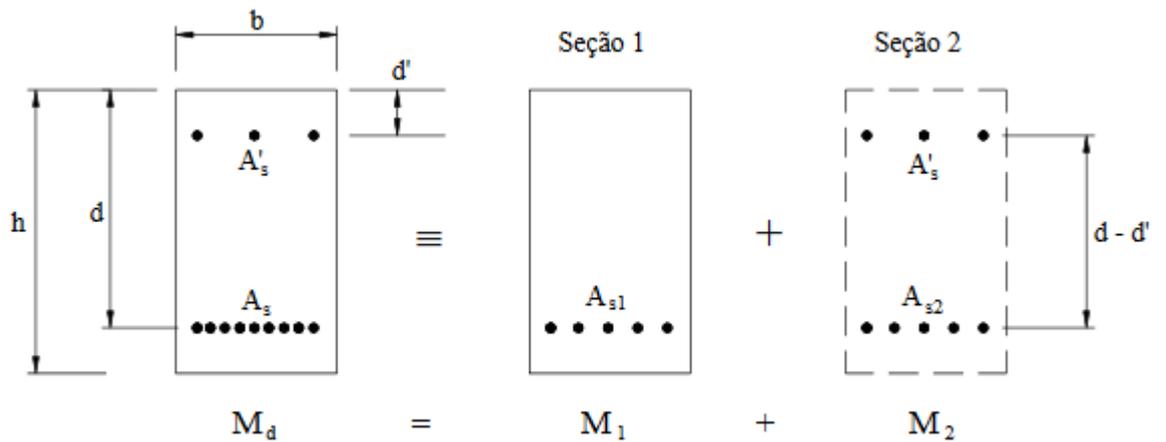
$$A_s = \frac{K_s M_d}{d} \quad (2.39)$$

Quando se tem uma peça que por razões construtivas não permite o aumento de sua seção e seu dimensionamento possui um $\beta_x > 0,45$ para concreto até C50 e $\beta_x > 0,35$ para concreto entre C50 e C90, faz-se necessário o uso de armadura dupla, na qual uma parte se encontra na região tracionada do concreto e a outra na zona comprimida (PINHEIRO, 2007). Esses valores de β_x se referem à condição limite de ductilidade de uma peça fletida de concreto armado na ruptura.

Caso seja necessário dimensionar a seção transversal com armadura dupla, é preciso decompor a seção em duas, uma delas com momento M_1 e área de aço A_{s1} e outra com momento

M_2 e área de aço tracionada A_{s2} além de uma área de aço comprimida A'_s como ilustrado na Figura 2.8.

Figura 2.8 - Decomposição da seção para cálculo com armadura dupla.



Fonte: Pinheiro (2007).

A seção 1 resiste ao momento máximo com armadura simples e M_1 é calculado através da Equação (2.37) utilizando o valor de $K_{c,lim}$ para $\beta_x = 0,45$.

$$M_1 = \frac{bd^2}{K_{c,lim}} \quad (2.40)$$

A seção 2, não possui concreto e resiste ao momento restante, com isso tem-se:

$$M_2 = M_d - M_1 \quad (2.41)$$

A área de aço A_{s1} da seção 1 é calculada de forma análoga à seção simples, utilizando-se do valor de $K_{s,lim}$.

$$A_{s1} = \frac{K_{s,lim}M_1}{d} \quad (2.42)$$

A área de aço tracionada da seção 2 pode ser obtida pela seguinte equação:

$$A_{s2} = \frac{1}{f_{yd}} \frac{M_2}{(d - d')} \quad (2.43)$$

em que:

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{1,15} \quad (2.44)$$

sendo f_{yk} a resistência característica do aço.

De modo análogo à Equação (2.43), obtém-se para a área de aço comprimida:

$$A'_s = \frac{1}{\sigma'_s} \frac{M_2}{(d - d')} \quad (2.45)$$

Sendo σ'_s a tensão do aço.

Com isso, a armadura tracionada total é:

$$A_s = A_{s1} + A_{s2} \quad (2.46)$$

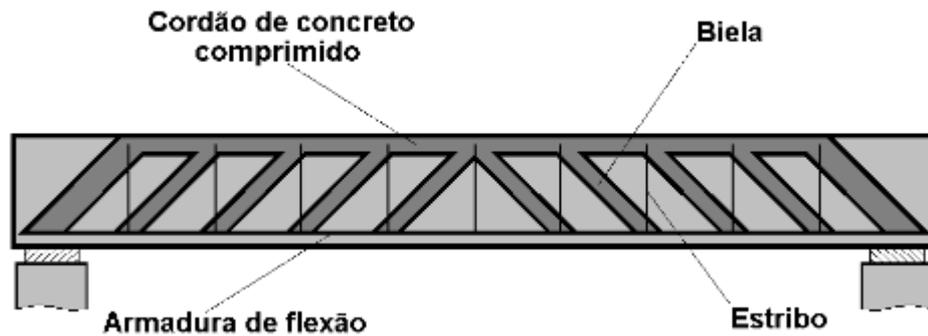
E a armadura comprimida é igual a A'_s .

2.3.4 Esforço cortante

Geralmente, as vigas são submetidas simultaneamente a momento fletor e a força cortante (PINHEIRO, 2007). A armadura longitudinal calculada anteriormente é utilizada para resistir aos esforços causados pelo momento fletor. Para que os esforços cortantes sejam resistidos, faz-se o uso da armadura transversal, também conhecida como estribos. A armadura transversal proporciona maior segurança a distintos tipos de rupturas e também mantém a fissuração da seção em limites admissíveis (CARVALHO; FIGUEIREDO FILHO, 2014).

De acordo com Pinheiro (2007), o modelo clássico de treliça foi idealizado por Ritter e Morsch no início do século XX. Segundo eles, uma viga biapoiada de seção retangular se comporta como uma treliça após sua fissuração, como ilustrado na Figura 2.9.

Figura 2.9 – Analogia de treliça



Fonte: Pinheiro (2007).

Esta analogia considera quatro hipóteses básicas (PINHEIRO 2007):

- Fissuras (bielas de compressão) com inclinação de 45°;
- Banzo superior (cordão de concreto comprimido) e banzo inferior (armadura de flexão) são paralelos;
- Treliça isostática (não há engastamento nos nós);
- Armadura de cisalhamento com inclinação entre 45° e 90°.

Entretanto, ensaios mostram que existem imperfeições nessa analogia, onde a inclinação da fissuras é menor que 45°; os banzos não são paralelos, já que há um arqueamento do banzo comprimido; e a treliça é altamente hiperestática, ocorrendo engastamento das bielas no banzo comprimido. (PINHEIRO, 2007).

Segundo o mesmo autor, para refinar ainda mais os cálculos, são necessários o uso de alguns modelos para considerar melhor a realidade do problema.

A NBR 6118 (ABNT, 2014) permite o uso de dois modelos de cálculos que partem do pressuposto da analogia com modelo de treliça de banzos paralelos. O modelo I, utilizado pelo *software*, admite bielas com inclinação de 45° e V_c (parcela adicional) constante. (PINHEIRO, 2007)

Além de verificar se a seção resiste com segurança é necessário também verificar se as bielas comprimidas não serão esmagadas, ou seja, a tensão atuante não exceda a capacidade resistente do concreto (CARVALHO; FIGUEIREDO FILHO, 2014). Essa verificação é feita através da Equação (2.47).

$$V_{sd} \leq V_{Rd2} \quad (2.47)$$

Sendo:

V_{sd} a força solicitante de cálculo na região do apoio;

V_{Rd2} a força cortante resistente de cálculo da biela, sendo considerada no modelo I da NBR 6118 (ABNT, 2014):

$$V_{Rd2} = 0,27\alpha_{v2}f_{cd}b_wd \quad (2.48)$$

e α_{v2} dado em kN/cm^2 através da Equação (2.49):

$$\alpha_{v2} = \left(1 - \frac{f_{ck}}{25}\right) \quad (2.49)$$

sendo:

f_{ck} em kN/cm^2 ;

f_{cd} a resistência de cálculo do concreto;

b_w a largura da seção transversal;

d a altura útil da seção.

Após a verificação de compressão na biela, a condição da Equação (2.50) deve ser satisfeita.

$$V_{sd} = V_c + V_{sw} \quad (2.50)$$

em que:

V_{sw} a parcela de força resistida pela armadura transversal;

V_c a parcela de força cortante absorvida sem o uso da armadura transversal. O valor pode ser encontrado através da Equação (2.51) para o modelo I da NBR 6118 (ABNT, 2014).

$$v_c = 0,6f_{ctd}bd \quad (2.51)$$

na qual:

$$f_{ctd} = 0.015 (10f_{ck})^{\frac{2}{3}} \quad (2.52)$$

com f_{ck} em kN/cm^2 .

Ainda de acordo com o modelo I da NBR 6118 (ABNT, 2014), o cálculo da armadura transversal é dado pela Equação (2.53)

$$A_{sw} = \frac{v_{rw}}{0,9df_{yd}} \quad (2.53)$$

onde v_{rw} é o esforço cortante resistido pelos estribos.

No caso de vigas, sempre deve haver uma armadura transversal mínima, com estribos, colocados ao longo de toda sua extensão (CARVALHO; FIGUEIREDO FILHO, 2014). Segundo Pinheiro (2007), a armadura transversal mínima deve ser suficiente para suportar o esforço de tração resistido pelo concreto, antes que sejam formadas fissuras de cisalhamento.

De acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2014), a armadura mínima é obtida pela Equação (2.54).

$$A_{sw,min} = \frac{0,2sf_{ctm}b}{f_{yk}} \quad (2.54)$$

com f_{ctm} é dado pela Equação (2.55).

$$f_{ctm} = 0,3f_{ck}^{2/3} \quad (2.55)$$

Assim, em consonância com as prescrições normativas, a área de aço transversal do elemento de concreto armado é dada pela Equação (2.56).

$$A_{swd} \geq \begin{cases} A_{sw} \\ A_{sw,min} \end{cases} \quad (2.56)$$

Para realizar o detalhamento da armadura transversal, a NBR 6118 (ABNT, 2014) prescreve valores mínimos e máximos para o diâmetro e espaçamento longitudinal dos estribos, bem como a quantidade mínima de ramos.

O diâmetro do estribo deve estar entre: $5mm \leq \phi_t \leq b/10$. O espaçamento longitudinal mínimo deve permitir a passagem do vibrador para que o concreto tenha um bom adensamento. Já o espaçamento máximo pode ser calculado pelas seguintes equações:

Se $V_{sd} \leq 0,67V_{Rd2}$:

$$S_{max} = 0,6d \leq 300mm \quad (2.57)$$

Caso $V_{sd} > 0,67V_{Rd2}$:

$$S_{max} = 0,3d \leq 200mm \quad (2.58)$$

O espaçamento transversal também depende do valor de V_{Rd2} . Quando $V_{sd} \leq 0,2V_{Rd2}$:

$$s_t = d \leq 800mm \quad (2.59)$$

Se $V_{sd} > 0,2V_{Rd2}$

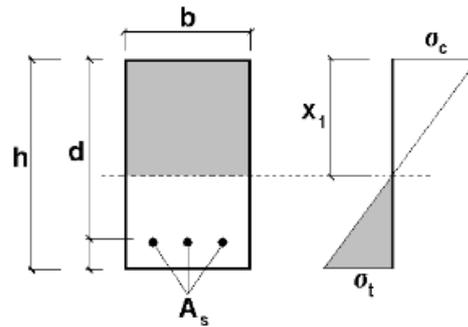
$$s_t = 0,6d \leq 350mm \quad (2.60)$$

2.4 Estado limite de serviço (ELS)

2.4.1 Formação de fissuras

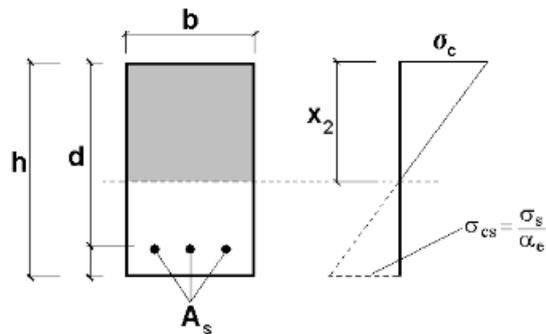
De acordo com a NBR 6118 (ABNT 2014), nos estados limites de serviço, as estruturas trabalham parcialmente o estágio I (Figura 2.10) e parcialmente no estágio 2 (Figura 2.11), sendo separadas apenas pelo momento de fissuração, expresso pela Equação (2.61).

Figura 2.10 – Seção retangular no Estádio I



Fonte: Pinheiro (2007).

Figura 2.11 – Seção retangular no Estádio II



Fonte: Pinheiro (2007).

$$M_r = \frac{\alpha f_{ct} I_c}{y_t} \quad (2.61)$$

sendo:

α o fator que correlaciona de maneira aproximada a resistência à tração na flexão com a resistência à tração direta. Para seções retangulares, tem-se que $\alpha = 1,5$;

f_{ct} é a resistência à tração direta do concreto, que para o estado limite de serviço de formação de fissuras (ELS-F), é dado pela Equação (2.62).

$$f_{ct} = 0,21 f_{ck}^{2/3} \quad (2.62)$$

com:

f_{ck} em kN/cm^2 ;

I_c é o momento de inércia da seção bruta de concreto.

$$I_c = \frac{bh^3}{12} \quad (2.63)$$

E y_t é a distância do centro de gravidade até a fibra mais tracionada da seção.

$$y_t = h - x \quad (2.64)$$

Entretanto, pelo fato da seção transversal ser composta por dois materiais – concreto e aço – é necessário homogeneizar a seção, substituindo a área de aço por uma área correspondente de concreto. Para isso, basta multiplicar a área de aço A_s por α_e (PINHEIRO 2007).

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{ci}} \quad (2.65)$$

Conforme prescrito pela NBR 6118 (ABNT, 2014), o valor de E_s é 210000MPa. Para E_{ci} tem-se:

$$E_{ci} = 5600\sqrt{f_{ck}} \quad (2.66)$$

com f_{ck} em kN/cm^2

Conhecendo o a área de concreto equivalente à área de aço, pode-se determinar a posição da linha neutra x_1 através da Equação (2.67).

$$x_1 = \frac{\sum y_i A_i}{\sum A_i} = \frac{0,5bh - A_s d + \alpha_e A_s d}{bh - A_s + \alpha_e A_s} \quad (2.67)$$

Com isso, o valor do momento de inércia da sessão passa a ser definido pela Equação (2.68).

$$I_1 = \frac{bh^3}{12} + bh \left(x_1 - \frac{h}{2} \right)^2 + (\alpha_e - 1) A_s (d - x_1)^2 \quad (2.68)$$

Caso o momento resistente calculado a partir do momento de inércia e posição da linha neutra da seção homogeneizada seja inferior ao momento fletor solicitante obtido através da combinação rara de ações, haverá a formação de fissuras ao longo da viga.

2.4.2 Abertura de Fissuras

Segundo Pinheiro (2007), caso seja comprovada a formação de fissuras na viga, esta passa a ser analisada no estágio II (Figura 2.11), com isso, de forma análoga à analisada no estágio I tem-se a posição da linha neutra x_2 e o momento de inércia definidos respectivamente pela Equação (2.69) e pela Equação (2.70).

$$x_2 = \frac{-\alpha_e A_s \pm \sqrt{\alpha_e^2 A_s^2 + 2b\alpha_e A_s d}}{b} \quad (2.69)$$

$$I_2 = \frac{bx_2^3}{3} + \alpha_e A_s (d - x_2)^2 \quad (2.70)$$

Na verificação da abertura de fissuras, a combinação frequente de ações deve ser adotada (PINHEIRO 2007). Com isso, o valor da abertura de fissuras, w , é determinado pelo menor valor entre w_1 e w_2 dado pela Equação (2.71).

$$w \leq \begin{cases} w_1 = \frac{\phi_i}{12,5\eta_i} \frac{\sigma_{si}}{E_{si}} \frac{3\sigma_{si}}{f_{ctm}} \\ w_2 = \frac{\phi_i}{12,5\eta_i} \frac{\sigma_{si}}{E_{si}} \left(\frac{4}{\rho_{cri}} + 45 \right) \end{cases} \quad (2.71)$$

em que:

ϕ_i é o diâmetro da armadura em cm;

η_i é, segundo a NBR 6118:2014, 2,25 para barras nervuradas;

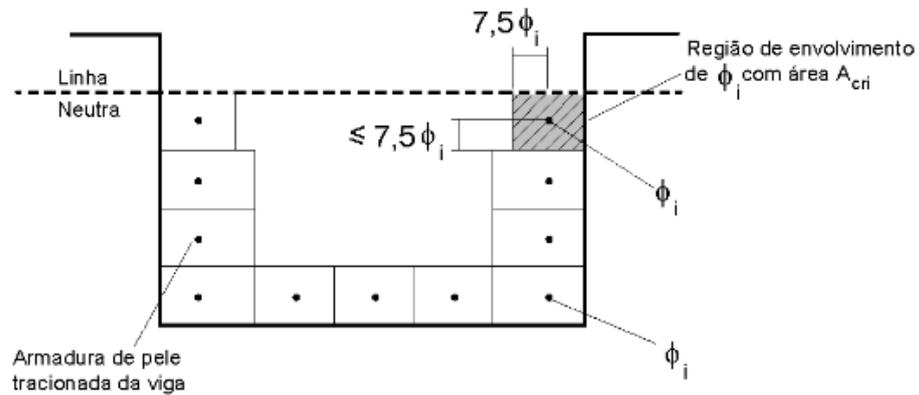
E_{si} é o módulo de elasticidade do aço da barra considerada;

$$\rho_{cri} = \frac{A_{si}}{A_{cri}} \quad (2.72)$$

A_{si} é a taxa de armadura;

A_{cri} é a área crítica, conforme ilustrado pela Figura 2.12.

Figura 2.12 – Concreto de envolvimento da armadura.



Fonte: Pinheiro (2007).

$$f_{ctm} = 0,3f_{ck}^{\frac{2}{3}} \quad (2.73)$$

com f_{ctm} e f_{ck} dados em MPa.

$$\sigma_{si} = \alpha_e \frac{M_{d,freq}}{I_2} (d - x_2) \quad (2.74)$$

De acordo com Pinheiro (2007), o valor de w é limitado em função da classe de agressividade ambiental, conforme ilustrado pela

Figura 2.13 – Tabela de exigências de durabilidade relacionadas à fissuração e à proteção da armadura.

Tipo de concreto estrutural	Classe de agressividade ambiental (CAA)	Exigências relativas à fissuração	Combinação de ações em serviço a utilizar
Concreto simples	CAA I a CAA IV	Não há	***
Concreto armado	CAA I	ELS - W $w_k \leq 0,4$ mm	Combinação freqüente
	CAA II a CAA III	ELS - W $w_k \leq 0,3$ mm	
	CAA IV	ELS - W $w_k \leq 0,2$ mm	

Fonte: Pinheiro (2007).

Caso o valor de w obtido seja maior que o valor limite, a seção deverá ser recalculada, sendo algumas possíveis soluções: a diminuição do diâmetro da barra; o aumento do número de barras, mantendo-se o diâmetro; e o aumento da seção transversal da peça.

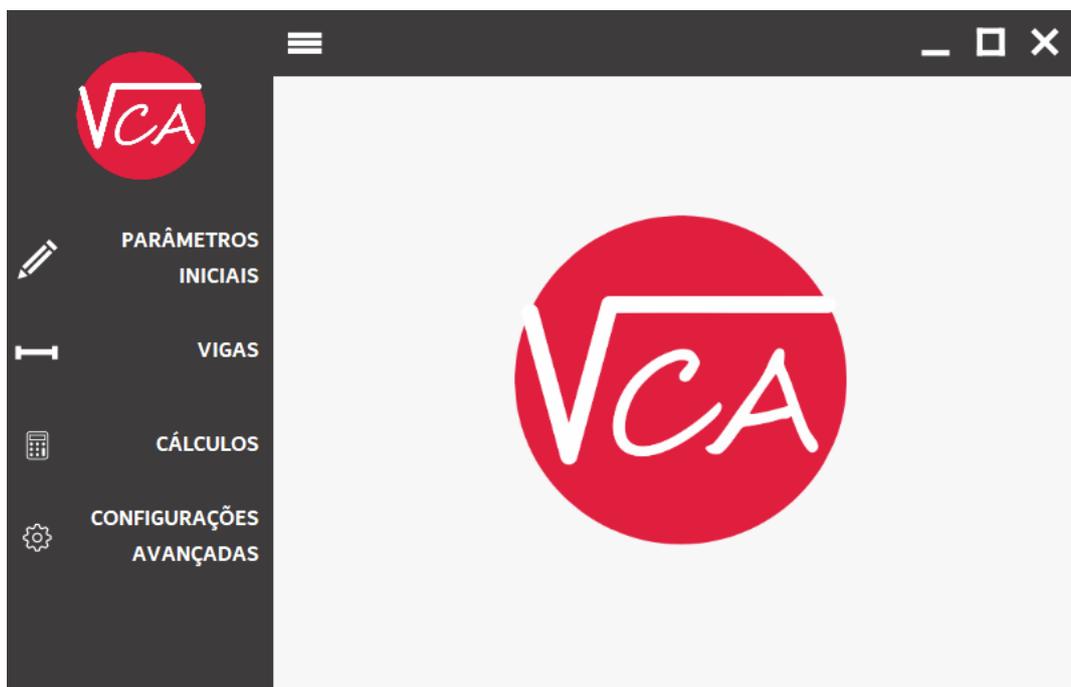
3 METODOLOGIA

O desenvolvimento do *software* VCA foi realizado a partir do ambiente de desenvolvimento integrado (IDE) *Microsoft Visual Studio Community*, o qual permite a elaboração de projetos dedicados à plataforma *.NET Framework* utilizando-se da linguagem de programação C# (C Sharp). Segundo Pascini et al. (2007), o C#, como as demais linguagens utilizadas na plataforma, é orientado a objeto, permitindo a criação de classes, propriedades e métodos.

Por meio destas ferramentas, o VCA foi desenvolvido com o intuito de realizar o dimensionamento de vigas de concreto armado, bem como verificar os estados limites de serviço de formação de fissuras (ELS-F) e da abertura das fissuras (ELS-W). Para isso, os valores limites determinados na NBR 6118 (2014) são utilizados como referência. Para atingir esse objetivo, foi necessário também calcular os esforços internos para determinar os valores de esforço cortante e momento fletor máximos do elemento.

O VCA conta com uma interface gráfica para auxiliar na inserção e verificação dos dados, sendo subdividida em 5 janelas principais, sendo elas a página inicial, parâmetros básicos, vigas, cálculos e parâmetros avançados.

Figura 3.1 – Página inicial do VCA.



Fonte: Do Autor (2020).

A execução e seqüência de cálculo do VCA acontece conforme mostrado na Figura 3.2.

Figura 3.2 – Fluxograma de execução do VCA (Continua).

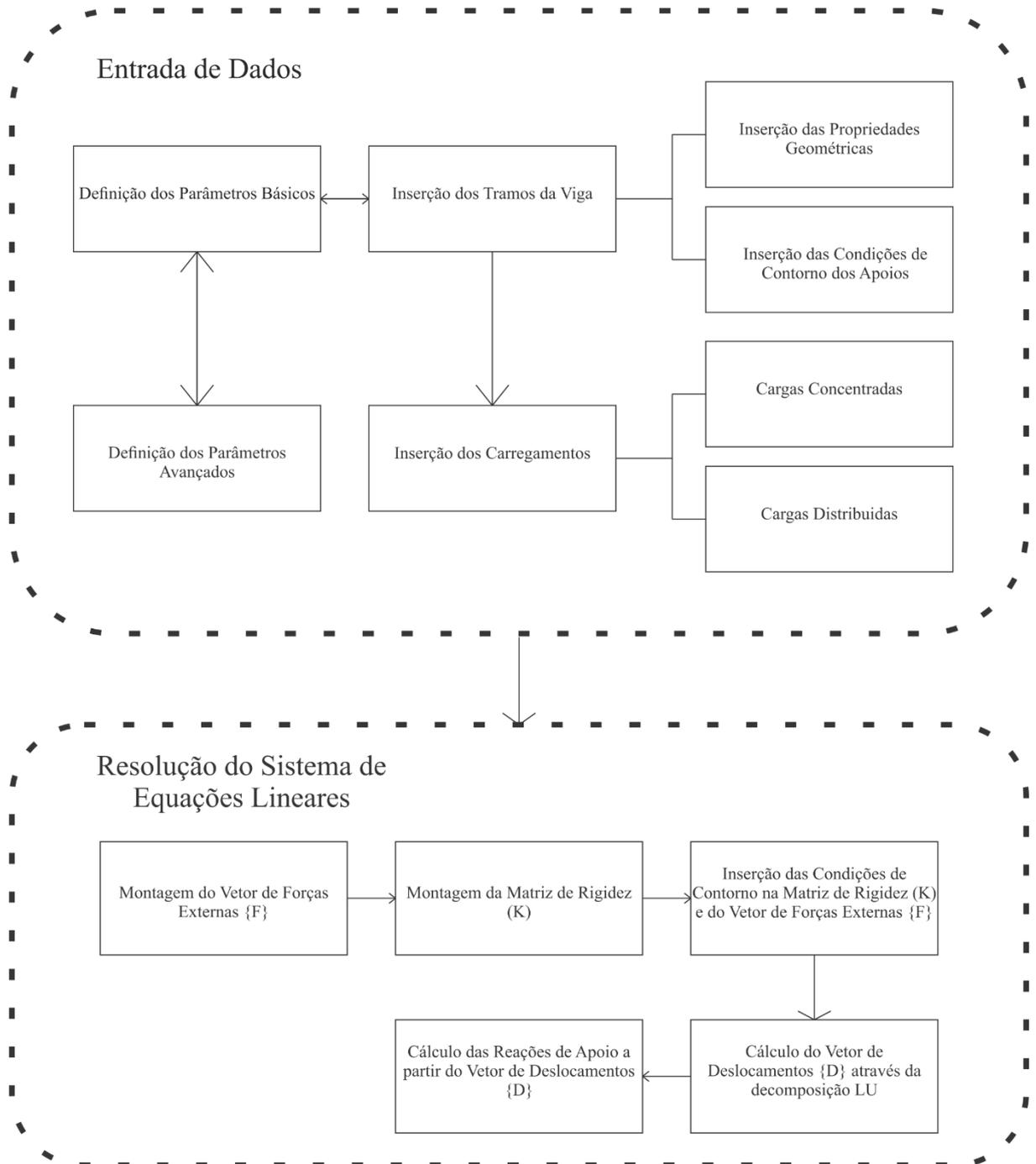


Figura 3.2 – Fluxograma de execução do VCA (Continua).

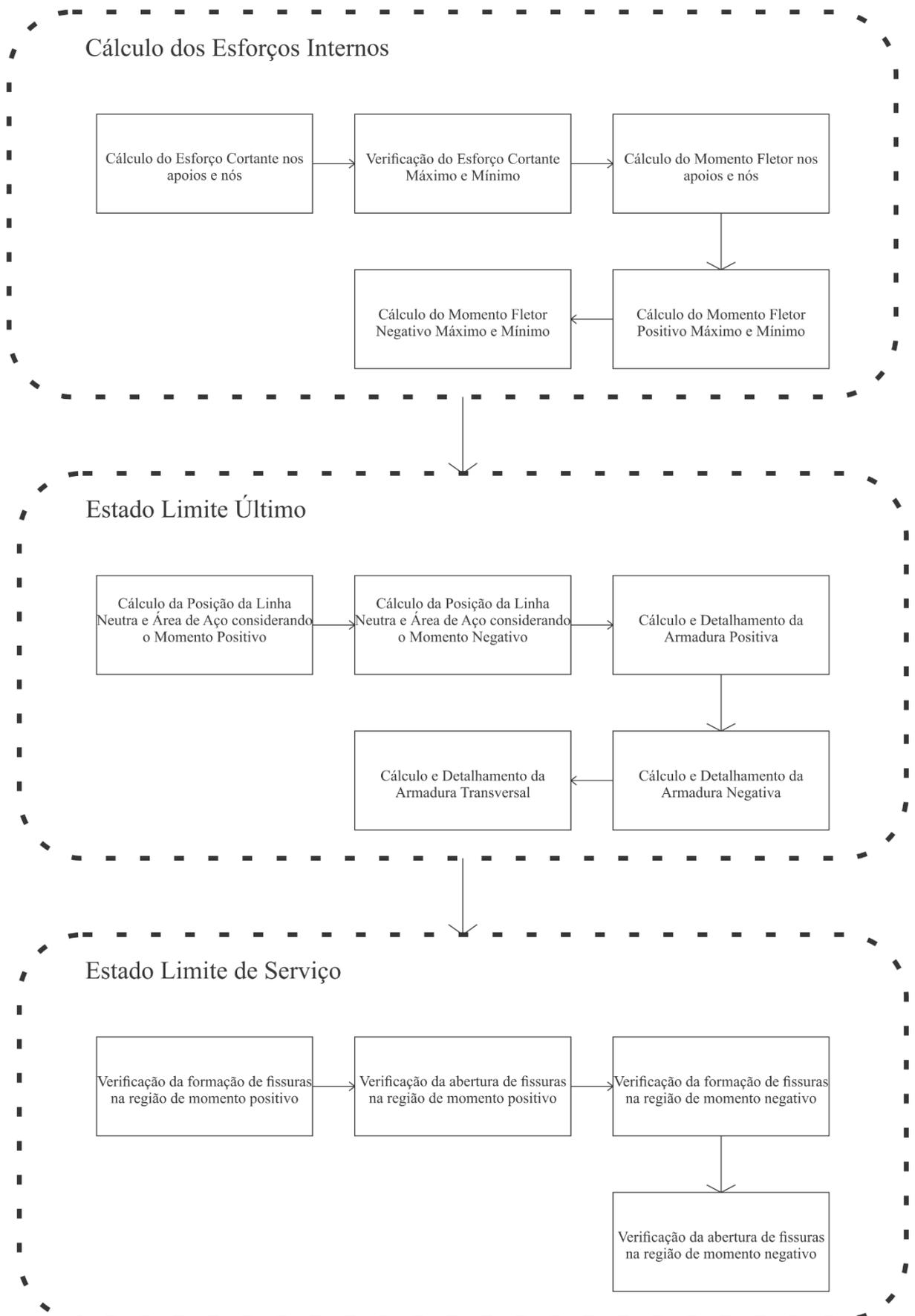
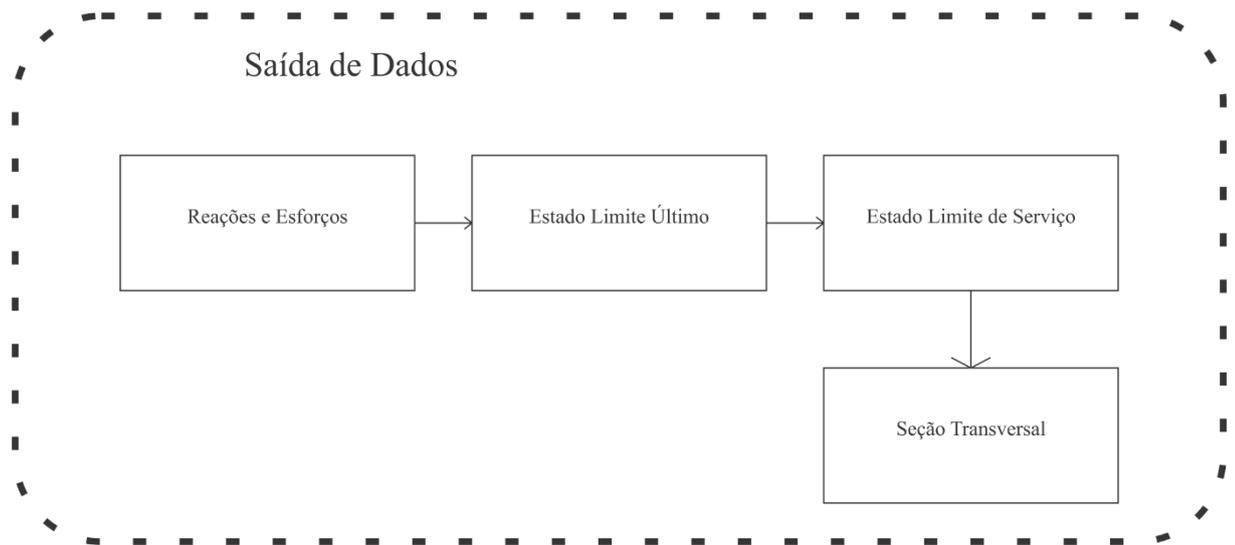


Figura 3.2 – Fluxograma de execução do VCA (Conclusão).



Fonte: Do Autor (2020).

3.1 Entrada de dados

Ao executar o VCA, ele já carregará uma série de parâmetros básicos e avançados já pré-definidos. Na Tela de Parâmetros Iniciais, ilustrada na Figura 3.3 o usuário poderá alterar os valores de cobrimento C , em cm ; diâmetro máximo do agregado graúdo (brita), em cm ; classe do concreto f_{ck} , em kN/cm^2 , classe do aço f_{yk} , em kN/cm^2 , valor da rigidez à flexão, em $kN.cm^2$; e o diâmetro da agulha do vibrador, em cm .

Figura 3.3 – Tela de parâmetros iniciais.



Fonte: Do Autor (2020).

A tela de parâmetros avançados, Figura 3.4, segue o mesmo princípio da tela anterior, com campos para definição de valores de α_c ; λ ; ambos adimensionais; e o preço em reais das barras de aço de 12m disponíveis no mercado entre 5.0 mm e 20.0 mm.

Figura 3.4 – Tela de parâmetros avançados.



Fonte: Do Autor (2020).

A tela de vigas, Figura 3.5, fornece ao usuário botões que permitem adicionar, editar e remover tramos e carregamentos já inseridos. Esta tela possui uma tabela que mostra os trechos já inseridos, bem como seu nome, comprimento e tipo de apoio de suas extremidades. Logo abaixo, possui outra tabela dedicada às cargas, indicando em qual tramo o carregamento está inserido, qual a sua posição em relação ao trecho, seu valor e o tipo de carga, podendo ser puntiforme, distribuída ou um momento concentrado.

Ao pressionar o botão “Adicionar Viga”, uma nova janela é aberta (Figura 3.6) e pede que o usuário insira um nome para o tramo, seu comprimento em m , a dimensão da base B e da altura H da viga em cm . Além disso possui, para os apoios esquerdo e direito, 3 caixas para serem marcadas. As caixas que o usuário marcar, indicarão ao *software* que o deslocamento naquela direção será restringido no apoio analisado. Cada novo tramo adicionado tem seu início igual ao fim do tramo anterior, por conta disso, após a inserção do primeiro tramo, as caixas do apoio esquerdo não podem ser mais marcadas e são preenchidas conforme o apoio direito do tramo inserido anteriormente.

Figura 3.5 – Tela de vigas.

The screenshot shows a software interface with two main tables. The top table is for beams, and the bottom table is for point loads. Both tables have a sidebar with icons for editing and settings.

Adicionar Viga						
	Nome	Comprimento	Base	Altura	Apoio Esquerdo	Apoio Direito
▶	Tramo 01	3,09 m	17 cm	40 cm	Restrito em: X Y	Restrito em: X Y
	Tramo 02	4,65 m	17 cm	40 cm	Restrito em: X Y	Restrito em: X Y
	Tramo 03	4,45 m	17 cm	40 cm	Restrito em: X Y	Restrito em: X Y
	Tramo 04	3,19 m	17 cm	40 cm	Restrito em: X Y	Restrito em: X Y

Adicionar Cargas Puntiformes					
	Nome	Posição Inicial	Posição Final	Valor	Tipo da Carga
▶	Tramo 01	0	-	2,12	Momento
	Tramo 04	3,19	-	-3,49	Momento
	Tramo 01	0	3,09	8,41	Distribuida
	Tramo 02	0	4,65	15,57	Distribuida
	Tramo 03	0	4,45	15,2	Distribuida
	Tramo 04	0	3,19	12,99	Distribuida

Fonte: Do Autor (2020).

Figura 3.6 – Janela para adição de vigas.

The dialog box titled 'Adicionar Viga' contains the following fields and options:

- Nome da Viga:
- L da Viga: B da Viga: H da Viga:
- Apoio Esquerdo:
 - Deslocamento em X:
 - Deslocamento em Y:
 - Rotação em Z:
- Apoio Direito:
 - Deslocamento em X:
 - Deslocamento em Y:
 - Rotação em Z:
- Adicionar Viga:

Fonte: Do Autor (2020).

Para editar o tramo já inserido, basta o usuário selecioná-lo na tabela de vigas e clicar no botão “Editar Viga”. Em seguida abrirá uma janela igual à utilizada para adicionar a viga. A exclusão do tramo é feita de forma semelhante à edição, bastando o usuário selecionar o tramo que deseja excluir e clicar no botão “Remover Viga”.

Assim como é feita a adição de tramos, a adição dos carregamentos é realizada ao pressionar o botão “Adicionar Carregamentos”, com isso uma nova janela se abrirá contendo 3

abas, sendo uma para carregamento concentrado, outra para momento concentrado e a terceira para carga distribuída, conforme ilustrado na Figura 3.7

Figura 3.7 – Janela para adição de carregamentos.

The figure shows three instances of the 'Adicionar Carga Puniforme' dialog box, each with a different tab selected: 'Puntiforme', 'Momento', and 'Distribuida'.

- Puntiforme Tab:** Features a dropdown menu '[Selecione o tramo]', a 'Posição' field with value 2, 'Carga Última' (7), 'Carga Rara' (5), and 'Carga Freq.' (5). The button is 'Adicionar Carga Puntiforme'.
- Momento Tab:** Features a dropdown menu '[Selecione o tramo]', a 'Posição' field with value 0, 'Carga Última' (1,4), 'Carga Rara' (1), and 'Carga Freq.' (1). The button is 'Adicionar Momento Pontual'.
- Distribuida Tab:** Features a dropdown menu '[Selecione o tramo]', 'Pos Inicial' (0), 'Pos Final' (5), 'Carga Última' (23,18), 'Carga Rara' (15,4), and 'Carga Freq.' (12,5). The button is 'Adicionar Carga Distribuida'.

Fonte: Do Autor (2020).

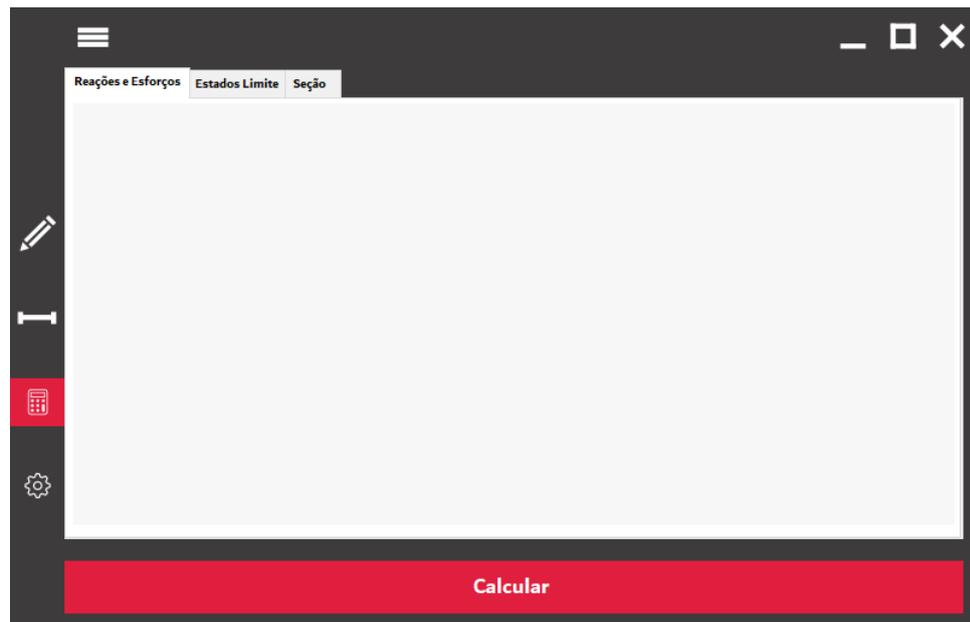
Para cada carregamento, o usuário precisa escolher qual tramo da viga a carga será inserida, deverá preencher os campos de texto com o valor da posição da carga, que varia de 0 (extremidade esquerda do tramo) ao comprimento total inserido na janela de vigas (extremidade direita). Para cargas distribuídas, é necessário inserir tanto a posição inicial do carregamento quanto a posição final.

O usuário deverá adicionar também, o valor da carga em combinação última, rara e frequente, para que o *software* calcule o esforço cortante e momento fletor máximo para cada tipo de combinação a fim de utilizá-lo para o dimensionamento da viga em estado limite último (ELU), bem como a verificação dos estados limite de serviço (ELS). A unidade de força dos carregamentos é o kN e a unidade de comprimento é o m .

A edição e remoção das cargas é feita de forma análoga à dos tramos, bastando selecionar a carga na tabela e pressionando o botão com a ação desejada.

Com os parâmetros já definidos e os carregamentos e barras já adicionados o usuário deve pressionar o botão de “Calcular” presente na Tela de Cálculo ilustrada pela Figura 3.8.

Figura 3.8 – Tela de cálculo.



Fonte: Do Autor (2020).

3.2 Cálculo dos esforços externos

Dado início à sequência de cálculo, o *software* então identifica a dimensão do vetor de forças externas através da Equação (3.1) e com isso gera um vetor vazio $\{F_e\}$ de dim linhas e 1 coluna.

Cada tramo inserido é considerado como uma viga bi engastada, os carregamentos vinculados a esse trecho são identificados de acordo com seu tipo (axial pontual, distribuído e momento pontual) e utiliza-se da Equação (2.2) à Equação (2.13) para encontrar o valor das forças externas aplicadas. Caso haja um ponto de apoio entre dois tramos, o valor da reação da extremidade esquerda do tramo n será somado ao valor da extremidade direita do tramo $n - 1$, conforme indicado nas equações (2.16) e (2.17). Com todos os valores de força externa encontrados, o vetor vazio é preenchido com seu respectivo esforço, de forma semelhante à Equação (2.18).

Equação da dimensão do vetor de forças:

$$dim = 2 (n_{tramos} + 1) \quad (3.1)$$

sendo:

dim a quantidade de graus de liberdade dos elementos;

n_{tramos} o número total de tramos inseridos.

3.3 Resolução do sistema de equações lineares

Continuando a análise individual, para cada tramo inserido é calculada a Matriz [K] de Rigidez com dimensões m e n iguais a 4, segundo a Equação (2.19). Em seguida é criada uma nova matriz [K], quadrada e vazia, de dimensão $dim \times dim$. Cada elemento dessa nova matriz é preenchido conforme a equação (2.21), onde os elementos $K_{11}^n, K_{12}^n, K_{15}^n, K_{16}^n$ são respectivamente somados aos elementos $K_1^{n+1}, K_2^{n+1}, K_5^{n+1}, K_6^{n+1}$.

Feita a conectividade das matrizes de rigidez, é calculado o vetor de deslocamentos $\{D\}$, de dimensão dim , pelo método da decomposição LU (Equação (2.22)).

Através da matriz [K], do vetor de deslocamentos $\{D\}$ e do vetor de forças externas $\{F_e\}$, o *software* calcula o vetor de forças internas $\{F_i\}$, de dimensão dim , conforme mostrado na Equação (2.25). Neste vetor, os valores nas linhas ímpares correspondem à força cortante no apoio, e aqueles posicionados nas linhas pares correspondem ao momento fletor.

3.4 Cálculo dos esforços internos

A partir desse ponto, o *software* já possui armazenado o valor de todos os esforços solicitantes em cada tramo. Estes, tem sua posição conhecida com referência inicial na extremidade esquerda do tramo em que está aplicado (valor 0). O *software* passa então a armazenar os valores com base na dimensão total da viga, com início 0 extremidade esquerda do primeiro tramo inserido e o final sendo a soma do comprimento de todos os trechos.

Com estes dados, é feito o cálculo do esforço cortante e momento fletor em cada ponto notável do sistema, sendo estes os apoios, os locais onde são aplicadas as cargas concentradas axiais e rotacionais e na posição de início e fim de uma carga distribuída.

Cálculo do valor do esforço cortante:

$$V_n(x) = -q_{dn}x + V_{dn} \quad (3.2)$$

Cálculo do momento fletor:

$$M_{dn}(x) = -\frac{q_{dn}x^2}{2} + V_{dn-1}x + M_{dn-1} \quad (3.3)$$

em que:

x é a posição onde está sendo analisado o esforço;

$V_n(x)$ é o valor do esforço cortante na posição x ;

q_{dn} é o valor da carga distribuída (quando houver);

V_{dn} é o valor do esforço cortante solicitante na posição x .

M_{dn} é o valor do momento na posição x .

Identificados os valores de esforço cortante e momento fletor nos pontos notáveis, o *software* calcula e armazena o valor da cortante máxima e dos momentos fletores máximos e mínimos, tanto para a combinação última das ações, quanto para as combinações raras e frequentes, as quais serão usadas para o dimensionamento da viga de concreto armado no ELU e verificar as condições normativas para o ELS-F e ELS-W.

3.5 Estado limite último

3.5.1 Posição da linha neutra

Conhecendo os valores extremos do esforço cortante e momento fletor, utiliza-se do momento máximo calculado através da combinação última de ações para determinar a área de aço necessária para resistir aos esforços de tração causados pelo momento positivo.

Nesta etapa o *software* realiza um processo iterativo variando o valor de β_x e consequentemente o valor de K_c encontrado pela Equação (2.37). Após o cálculo do K_c , é executada a Equação (2.38) para a determinação do K_s e consequentemente da área de aço A_s , pela relação mostrada na Equação (2.39).

Caso o valor de β_x extrapole o limite de ductilidade ($\beta_x > 0,45$ para concreto até C50 e $\beta_x > 0,35$ para concreto entre C50 e C90) faz-se necessário o uso de armadura dupla, por conta disso é verificado o valor do momento fletor limite (M_1) através da Equação (2.40) e do momento fletor 2, M_2 , pela Equação (2.41). Com estes valores, é feito o cálculo da A_{s1} e A_{s2} pelas equações (2.42) e (2.43), respectivamente. A área de aço tracionada total A_s utilizada para resistir ao momento positivo é dada pela equação (2.46). De modo semelhante, é realizado o cálculo da área de aço comprimida, através da Equação (2.45).

O cálculo da área de aço para resistir aos esforços de tração solicitados pelo momento negativo é feito de forma análoga ao cálculo do momento positivo.

3.5.2 Detalhamento da armadura positiva

Para detalhar a seção transversal, utilizou-se a área de aço A_s calculada para determinar a quantidade mínima de barras necessárias para resistir aos esforços de tração. Esta verificação leva em conta as barras de diâmetro comercial mais utilizadas.

Tabela 3.1 – Barras comerciais

BARRA (S)	5,0 (mm)	6,3 (mm)	8,0 (mm)	10,0 (mm)	12,5 (mm)	16,0 (mm)	20,0 (mm)
-----------	-------------	-------------	-------------	--------------	--------------	--------------	--------------

Fonte: Do Autor (2020).

Após determinar a quantidade de barras necessárias para cada diâmetro, é verificada a quantidade máxima de barras que podem ser posicionadas na primeira linha de armadura. Para isso, o *software* verifica o espaçamento mínimo a_h que as barras devem ter entre si. Segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014), o espaçamento deve ser maior ou igual ao valor do espaçamento limite a_h :

$$a_h \geq \begin{cases} 2 \\ \phi \\ 1,2d_a \end{cases} \quad (3.4)$$

sendo:

ϕ é o diâmetro da barra;

d_a é o diâmetro do agregado.

Todos os valores estão expressos em centímetros.

Conhecendo o espaçamento mínimo a_h entre barras, o cobrimento c inserido como parâmetro básico, o diâmetro ϕ da barra e assumindo o diâmetro do estribo ϕ_w como 0,5cm é utilizada a seguinte equação para determinar a quantidade necessária de barras:

$$b - 2c - 2\phi_w - n\phi - (n - 1)a_h \geq 0 \quad (3.5)$$

São feitas verificações para todos os diâmetros apresentados na Tabela 3.1, buscando encontrar o máximo de barras n que podem ser posicionadas na seção. Caso o valor de n seja maior que o número necessário de barras, o espaçamento entre elas é ajustado para criar uma seção simétrica. Caso o valor de n seja menor, são adicionadas camadas superiores com 2 barras cada uma, até que a área de aço A_s necessária seja atingida. O espaçamento vertical mínimo a_v é verificado pela seguinte equação:

$$a_v \geq \begin{cases} 2 \\ \phi \\ 0,5d_a \end{cases} \quad (3.6)$$

Determinado o número mínimo de barras para cada diâmetro e como estas serão distribuídas ao longo da seção, é feito um cálculo com base no valor do metro linear de cada barra inserido nos parâmetros avançados. Com isso, o *software* sugere ao usuário a distribuição mais econômica em função da quantidade de aço gasto.

Mais uma vez, o detalhamento das barras de aço resistentes ao momento negativo é calculado de forma análoga ao do momento positivo.

3.5.3 Detalhamento da armadura transversal

Para calcular a armadura transversal, primeiro verifica-se o esmagamento da biela comprimida por meio do Modelo de Cálculo I, descrito pela Equação (2.48). Caso a biela resista ao esforço cortante máximo, o cálculo é continuado. O passo seguinte é o cálculo da área de aço dos estribos. É calculada a A_{sw} (Equação (2.53)) e a A_{swmin} (Equação (2.54)), caso A_{sw} seja menor que a área de aço mínima, utiliza-se A_{swmin} para o detalhamento. Caso contrário, utiliza-se A_{sw} .

Com a área de aço conhecida, determina-se o espaçamento mínimo e máximo dos estribos. O espaçamento mínimo é definido pela equação:

$$S_{min} = \theta_{vib} + 1 \quad (3.7)$$

Em seguida, é realizada a verificação do espaçamento máximo, de acordo com a situação utilizando a Equação (2.57) ou (2.58). O mesmo é realizado para verificar o espaçamento transversal através da Equação (2.59) ou (2.60).

Com isso verifica-se o número de ramos necessários para a montagem da armadura, sendo este:

$$N_{ramos} = \frac{b}{S_t} + 1 \quad (3.8)$$

Arredondado para o inteiro imediatamente acima.

Para determinar diâmetro do estribo que será utilizado, o *software* faz uso da seguinte Equação:

$$A_{sw,calc} = \frac{\phi_w^2 \pi N_{ramos}}{4 \frac{S}{100}} \quad (3.9)$$

em que;

ϕ_w é o diâmetro do estribo em cm;

N_{ramos} é a quantidade de ramos conforme calculado pela Equação (3.8);

S é o espaçamento entre cada armadura transversal dado em cm.

Inicialmente adota-se o valor de ϕ_w como 5.0mm, que é, segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014), o diâmetro mínimo que pode ser utilizado como armadura transversal. O valor de S é, a princípio, igual ao valor de S_{max} conforme calculado pela Equação (2.57) ou pela Equação (2.58). Caso o valor de $A_{sw,calc}$ seja menor que o valor de A_{swd} (Equação (2.56)), o *software* decresce em 1cm o valor do espaçamento da armadura até que $A_{sw,calc}$ seja maior do que A_{swd} ou S atinja valor inferior ao espaçamento mínimo. Se isso ocorrer, o espaçamento retorna ao máximo, S_{max} , e o diâmetro da barra é incrementado para o valor barra de tamanho imediatamente acima, conforme Tabela 3.1. O processo se repete até que encontre a barra de menor diâmetro com o maior espaçamento possível.

3.6 Estado limite de serviço

3.6.1 Formação de fissuras (ELS-F)

O Estado Limite de Formação de Fissuras, verifica, através do momento calculado pela combinação rara de serviço, se haverá ou não a formação de fissuras na região tracionada do concreto. Inicialmente o *software* calcula o centroide, x_1 , da seção através da Equação (2.67) e em seguida calcula o momento de inércia I_1 (Equação (2.68)), ambos no Estádio I, no qual a região tracionada encontra-se íntegra. Com isso, calcula-se o momento resistente da Equação (2.61), se ele for menor do que o momento fletor raro, não haverá formação de fissuras e consequentemente não haverá abertura das mesmas. Caso contrário, haverá formação de fissuras e então é verificada a sua abertura.

3.6.2 Abertura de fissuras (ELS-W)

Caso haja formação de fissuras, o *software* passa a analisar a seção no estágio II, verificando qual o valor de x_2 através da Equação (2.69). Conhecido o valor de x_2 , é então realizado o cálculo do momento de inércia da seção fissurada (I_2).

Conhecidos estes valores, é possível calcular σ_{si} utilizando a Equação (2.74). Além disso, o VCA analisa a região de envolvimento da armadura com área A_{cri} conforme ilustrado na Figura 2.12 e retorna o maior valor.

O próximo passo é a execução da Equação (2.71), verificando qual será a abertura da fissura. O *software* então calcula os valores de w_1 e w_2 e retorna o maior valor. Caso a abertura da fissuração exceda o valor previsto pela NBR 6118 (ABNT, 2014), uma caixa de mensagens aparece na tela sugerindo ao usuário que recalcule a seção.

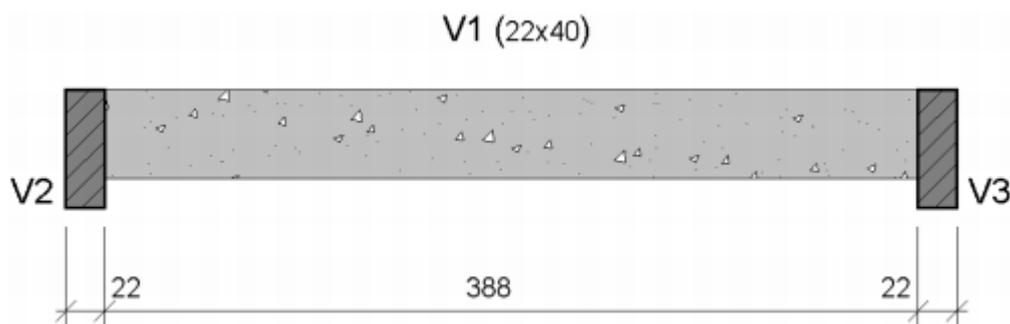
4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Buscando atestar o funcionamento do VCA, dois exemplos de vigas foram utilizados para comparar seus resultados com aqueles calculados pelo *software*. O primeiro exemplo foi retirado do Capítulo 15, Vigas, de Libânio M. Pinheiro (2007) et al. Já o segundo exemplo foi retirado das aulas da disciplina de Concreto Armado I. Os exemplos foram escolhidos de modo que as análises estruturais fossem condizentes com a que o *software* faz, ou seja, análise linear sem redistribuição de esforços.

4.1 Exemplo 1

A primeira estrutura analisada trata-se de uma viga V1, bi apoiada nas vigas V2 e V3, conforme ilustrado na Figura 4.1. Os dados iniciais são expressos na Tabela 4.1.

Figura 4.1 – Forma da viga bi apoiada



Fonte: Pinheiro (2007)

Todo o vão teórico da viga está submetido a um carregamento distribuído característico de $q_k = 50\text{kN/m}$, sendo o peso permanente $p_p = 40\text{kN/m}$ e a sobrecarga $s_c = 10\text{kN/m}$. Para o cálculo da combinação última de ações, foi utilizado um coeficiente de majoração $\gamma_f = 1,4$, tanto para o peso próprio quanto para a sobrecarga, com isso, a combinação última foi encontrada conforme Equação (4.1).

Tabela 4.1 – Dados iniciais

Nome da viga	V1
Altura	40 cm
Base	22 cm
Classe do concreto	C25
Classe do aço	CA50
Cobrimento c	2,5 cm
Vão teórico	4,10 m
Vão livre	3,88 m
Dimensão dos Apoios	22 cm

Fonte: Do Autor. (2020)

$$q_{ultima} = \gamma_f(p_p + s_c) = 1,4(40 + 10) = 70kN/m \quad (4.1)$$

A combinação rara de ações não recebe nenhum coeficiente de majoração, portanto,

$$q_{rara} = p_p + s_c = 40 + 10 = 50kN/m \quad (4.2)$$

Na combinação frequente, a sobrecarga é minorada através de um coeficiente $\psi_1 = 0,4$, com isso, o valor de q_{freq} é:

$$q_{freq} = p_p + \psi_1 s_c = 40 + (0,4 \times 10) = 44kN/m \quad (4.3)$$

Tabela 4.2 – Resumo dos carregamentos

Combinação Última	70kN/m
Combinação Rara	50kN/m
Combinação Frequente	44kN/m

Fonte: Do Autor. (2020)

4.1.1 Esforços e diagramas

Os esforços calculados por Pinheiro (2007) e aqueles calculados pelo VCA são mostrados nas Tabela 4.3 e Tabela 4.4.

Tabela 4.3 – Esforço cortante máximo

Combinação	Cortante Máxima (Pinheiro)	Cortante Máxima (VCA)
Combinação Última	143,5kN	143,5kN
Combinação Rara	Não Calculado	102,5kN
Combinação Freqüente	Não Calculado	90,2kN

Fonte: Do Autor. (2020)

Tabela 4.4 – Momento fletor máximo

Combinação	Momento Fletor Máximo (Pinheiro)	Momento Fletor Máximo (VCA)
Combinação Última	147,1kN.m	147,09kN.m
Combinação Rara	105,1kN.m	105,06kN.m
Combinação Freqüente	92,5kN.m	92,46kN.m

Fonte: Do Autor. (2020)

Nota-se que os valores foram semelhantes para todos os casos, sendo a única divergência a quantidade de casas decimais apresentadas por Pinheiro (2007). Os esforços cortantes oriundos da combinação rara e freqüente não foram calculados por Pinheiro (2003) pois não foram utilizados na sequência do cálculo.

Ainda na parte de verificações, Pinheiro (2007) calcula qual o valor do esforço cortante nas faces dos apoios, local onde a tensão cisalhante é mais crítica para uma viga bi apoiada. O valor encontrado é de 135,8kN, que será utilizado em cálculos seguintes. Esta verificação não é realizada pelo VCA, com isso, o dimensionamento é feito sob um esforço cortante de 143,5kN.

4.1.2 Estado limite último

Comparando as verificações para o cálculo da armadura longitudinal, foram constatados os seguintes resultados:

Tabela 4.5 – Cálculo da armadura longitudinal

Variável	Pinheiro	VCA
β_x	Não Indicado	0,543
k_c	1,9	1,94
k_s	0,030	0,0294
A_s	12,29 cm^2	11,34 cm^2
A'_s	Não Calculado	1,39 cm^2
Armadura de tração	4 ϕ 20mm	4 ϕ 20mm
Armadura de compressão	Não Calculado	2 ϕ 10mm

Fonte: Do Autor. (2020)

Os valores encontrados para β_x , k_c e k_s não possuem divergências significativas. Quanto à armadura de tração, houve uma diferença de 8,37%. Esta discrepância é justificada pelo fato que Pinheiro (2007) verificou a necessidade de armadura dupla de forma diferente da calculada pelo VCA, que checa a condição de ductilidade quando $\beta_x > 0,45$, uma vez que o exemplo foi resolvido por Pinheiro (2007) seguindo à norma anterior, onde permitia a utilização de todo o domínio 3. Pelo fato de não ter sido requisitado o uso de armadura dupla, Pinheiro (2007) não calculou o valor de A'_s . Entretanto, mesmo com as diferenças nos valores da área de aço, a armadura de tração encontrada pelos 2 foi de 4 ϕ 20mm. Para a armadura de compressão foi encontrado 2 ϕ 10mm.

O dimensionamento da armadura transversal também foi comparado, porém, devido à divergência do valor utilizado no esforço cortante, estes resultados apresentaram maior diferença.

Tabela 4.6 – Cálculo da armadura transversal

Variável	Pinheiro	VCA
V_{rd2}	342,7kN	343,67kN
v_c	60,8kN	60,94kN
n	2	2
A_{sw}	4,44cm ² /m	5,86cm ² /m
$A_{sw,min}$	2,26cm ² /m	2,26cm ² /m
Armadura transversal	ϕ5mm c/ 9cm	ϕ5mm c/ 7cm

Fonte: Do Autor. (2020)

Com exceção da A_{sw} e conseqüentemente o espaçamento da armadura transversal, o restante dos valores não possuíram diferença significativa, uma vez que não dependem do valor do esforço cortante utilizado.

4.1.3 Estado limite de serviço

O mesmo exemplo de viga é tratado no Estruturas de Concreto – Capítulo 14 de Pinheiro (2007), verificando-o quanto à formação e abertura de fissuras, tem-se os dados apresentados na Tabela 4.7.

Novamente, grande parte dos resultados se mostraram semelhantes, porém a divergência maior ocorreu no cálculo da abertura da fissura, w , pois Pinheiro (2007) utilizou o menor valor de A_{cri} , diferente do VCA, que utilizou o maior valor a fim de minimizar o valor da abertura da fissura.

Tabela 4.7 – Estado limite de serviço

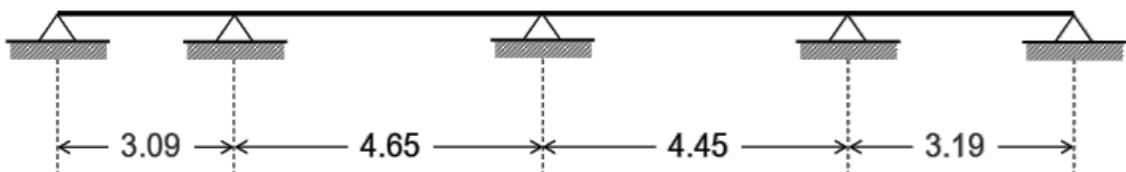
Variável	Pinheiro	VCA
M_r	15,8kN.m	15,8kN.m
$M_{d,rara}$	105,1kN.m	105,06kN.m
I_c	117333cm ⁴	117733cm ⁴
x_2	14,66cm	14,66cm ²
I_2	73240cm ⁴	73598,99cm ⁴
A_{cri1}	122,81cm ²	120,33cm ²
A_{cri2}	87,62cm ²	88,67cm ²
$M_{d,freq}$	92,5kN.m	92,46kN.m
σ_{si}	23,56kN/cm ²	23,65kN/cm ²
w_1	0,26mm	0,2215mm
w_2	0,19mm	0,1587mm
w	0,19mm	0,1587mm

Fonte: Do Autor. (2020)

4.2 Exemplo 2

O segundo exemplo é uma viga composta por 4 tramos de comprimento variável que são suportados por 5 apoios de segundo gênero, conforme indicado pela Figura 4.2. As características básicas da viga estão expressas na Tabela 4.8.

Figura 4.2 – Dimensões da viga



Fonte: Lemes (2020).

Tabela 4.8 – Dados iniciais

Nome da viga	V1
Altura	40 cm
Base	17 cm
Classe do concreto	C25
Classe do aço	CA50
Cobrimento c	2,5 cm

Fonte: Do Autor. (2020)

Cada tramo da viga está submetido a um esforço distribuído ao longo de todo o seu comprimento. Estes valores foram calculados previamente a partir do peso próprio da viga, do peso de lajes apoiadas e sobrecarga de utilização. Em cada uma das extremidades, são aplicados dois momentos concentrados gerados pela ligação viga-pilar.

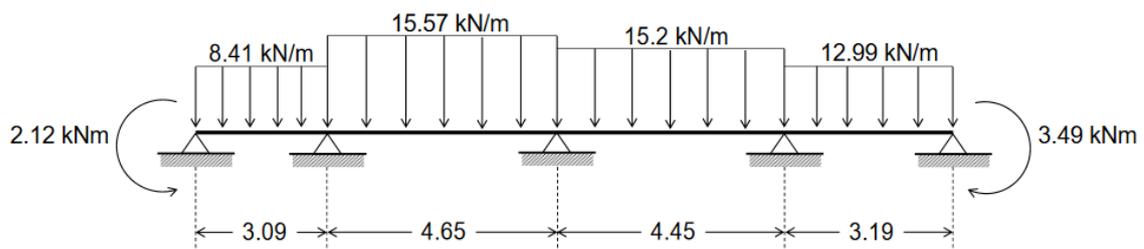
Tabela 4.9 – Resumo dos carregamentos

	M_{esq}	Tramo 1	Tramo 2	Tramo 3	Tramo 4	M_{dir}
Comb. Última	2,12 kNm	8,41 kN	15,57 kN	15,2 kN	12,99 kN	-3,49 kNm
Comb. Rara	1,51 kNm	6,01 kN	11,12 kN	10,86 kN	9,28 kN	-2,49 kNm
Comb. Freqüente	1,51 kNm	6,01 kN	10,05 kN	10,31 kN	9,85 kN	-2,49 kNm

Fonte: Do Autor. (2020)

A Figura 4.3 ilustra o carregamento da viga utilizando as cargas da combinação última.

Figura 4.3 – Carregamento em combinação última



Fonte: Lemes (2020)

4.2.1 Esforços e diagramas

No exemplo de Lemes (2020), são considerados os valores máximos e mínimos de momento fletor em cada tramo e apoio da viga, fazendo o detalhamento da seção para cada um destes. No VCA, apenas o momento fletor máximo e mínimo da viga são analisados, gerando assim, somente um detalhamento da seção transversal.

O esforço cortante e momento fletor máximo e mínimo calculados tanto por Lemes (2020) quanto pelo *software* são comparados na Tabela 4.10 e Tabela 4.11. O momento fletor mínimo (momento negativo) é mostrado na Tabela 4.12.

Tabela 4.10 – Esforço cortante máximo

Combinação	Cortante Máxima (Lemes)	Cortante Máxima (VCA)
Combinação Última	38,41kN	38,41kN
Combinação Rara	Não Calculado	27,44kN
Combinação Frequente	Não Calculado	24,83kN

Fonte: Do Autor. (2020)

Tabela 4.11 – Momento fletor máximo

Combinação	Momento Fletor Máximo (Lemes)	Momento Fletor Máximo (VCA)
Combinação Última	17,27kN.m	17,27kN.m
Combinação Rara	12,33kN.m	12,33kN.m
Combinação Frequente	10,95kN.m	10,92kN.m

Fonte: Do Autor. (2020)

Tabela 4.12 – Momento fletor mínimo

Combinação	Momento Fletor Mínimo (Lemes)	Momento Fletor Mínimo (VCA)
Combinação Última	$-30,12kN.m$	$-30,12kN.m$
Combinação Rara	$-21,51kN.m$	$-21,51kN.m$
Combinação Frequente	$-19,69kN.m$	$-19,74kN.m$

Fonte: Do Autor. (2020)

Em todos os casos os valores foram semelhantes, percebendo variação apenas no momento fletor calculado pela carga da combinação frequente. Isso ocorreu devido divergências nas cargas inseridas em ambos os métodos, uma vez que no exemplo de Lemes (2020) foram explicitados apenas as cargas última e rara, necessitando calcular externamente o carregamento frequente.

4.2.2 Estado limite último

As verificações de ambos os autores para o cálculo da armadura longitudinal positiva e negativa estão expressos na Tabela 4.13 e Tabela 4.14.

Tabela 4.13 – Cálculo da armadura longitudinal positiva

Variável	Lemes	VCA
β_x	Não Indicado	0,09
k_c	Não Indicado	12,76
k_s	Não Indicado	0,024
A_s	Não Indicado	$1,14 cm^2$
Armadura de tração	$3\phi 8mm$	$3\phi 8mm$

Fonte: Do Autor. (2020)

Em seu exemplo, Lemes (2020) verificou todas as seções da viga, por conta disso, explicitou o cálculo de uma região onde o momento não era o máximo e calculou analogamente

a armadura da seção de momento máximo. Porém, a quantidade de barras necessárias encontradas por Lemes (2020) e pelo VCA foram as mesmas.

Diferente do momento positivo máximo, o momento mínimo foi calculado por Lemes (2020).

Tabela 4.14 – Cálculo da armadura longitudinal negativa

Variável	Lemes	VCA
d	36,6cm	36cm
k_c	7,56cm ² /kN	7,32cm ² /kN
k_s	0,024	0,024
A_s	1,97 cm ²	2,03 cm ²
Armadura de tração	4 ϕ 8mm	3 ϕ 10mm

Fonte: Do Autor. (2020)

Nota-se uma divergência nos valores da altura útil de ambos os exemplos, isso ocorre pois o VCA realiza o pré-dimensionamento da seção com 4cm (sendo 2,5cm do cobrimento, 0,5cm da armadura transversal e 1cm da armadura tracionada). Os coeficientes k_c e k_s foram semelhantes.

O fato da altura útil encontrada pelo VCA ter sido menor contribuiu para aumento da A_s necessária, com isso passou a ser necessário o uso de no mínimo 5 ϕ 8mm. No detalhamento da seção foi verificada a possibilidade de inserção de apenas 4 barras de 8mm na primeira linha de armadura, com isso a adição da quinta barra deveria ser feita na linha superior. Para manter a simetria da seção, o VCA inseriu uma sexta barra de 8mm, aumentando de 2,51cm² (5 ϕ 8mm) para 3,02cm² (6 ϕ 8mm). Por ter aumentado em cerca de 50% a área de aço, o *software* optou pelo uso de 3 barras de 10mm (3 ϕ 10mm) com 2,36cm².

Os resultados obtidos para o cálculo da armadura transversal são comparados na Tabela 4.15.

Tabela 4.15 – Cálculo da armadura transversal

Variável	Lemes	VCA
V_{rd2}	269,99kN	269,99kN
v_c	47,78kN	47,87kN
n	2	2
$V_{Rd3,min}$	72,73kN	Não Indicado
A_{sw}	Não Indicado	1,74cm ² /m
$A_{sw,min}$	1,74cm ² /m	1,74cm ² /m
Armadura transversal	ϕ5mm c/ 22cm	ϕ5mm c/ 22cm

Fonte: Do Autor. (2020)

Tanto os valores encontrados por Lemes (2020) quanto pelo VCA para a armadura transversal mostraram-se satisfatórios. Neste caso o esforço resistente mínimo dos estribos foi maior que o valor máximo do esforço cortante, V_{sd} , com isso a área de aço mínima $A_{sw,min}$ passa a ser maior que a área de aço necessária para resistir aos efeitos do cisalhamento.

O VCA não calcula diretamente o valor de $V_{Rd3,min}$, verificando apenas a área de aço necessária para a armadura mínima e para o esforço cortante máxima e retorna aquele com maior valor como A_{sw} .

4.2.3 Estado limite de serviço

Como a seção é solicitada por momentos fletores positivos e negativos, a verificação é feita para as regiões de momento máximo e mínimo. A Tabela 4.16 compara os valores obtidos para a verificação de formação de fissuras na região de momento positivo máximo.

Tabela 4.16 – ELS-F positivo

Variável	Lemes	VCA
I_c	93332,81cm ⁴	93329,26cm ⁴
M_r	12,68kN.m	12,71kN.m
$M_{d,rara}$	12,33kN.m	12,33kN.m

Fonte: Do Autor. (2020)

O momento positivo máximo que é exercido na viga não supera o valor do momento resistente da seção, com isso não há a formação e consequentemente a abertura de fissuras.

A mesma verificação é feita para a região submetida ao momento negativo mínimo, conforme Tabela 4.17.

Tabela 4.17 – ELS-F negativo

Variável	Lemes	VCA
I_c	$94198,99cm^4$	$94744,41cm^4$
M_r	$-12,84kN.m$	$-12,99kN.m$
$M_{d,rara}$	$-21,51kN.m$	$-21,51kN.m$
x_2	$7,75cm$	$8,30cm$
I_2	$17393,32cm^4$	$19773,12cm^4$
A_{cri1}	$31,96cm^2$	$55,00cm^2$
A_{cri2}	$47,94m^2$	$66,00cm^2$
$M_{d,freq}$	$-19,69kN.m$	$-19,74kN.m$
σ_{si}	$28,81kN/cm^2$	$24,83kN/cm^2$
w_1	$0,013mm$	$0,012mm$
w_2	$0,003mm$	$0,016mm$
w	$0,003mm$	$0,012mm$

Fonte: Do Autor. (2020)

Neste caso, houve algumas divergências maiores nos valores encontrados, isso ocorreu por conta da diferença entre a disposição das armaduras. A maior área de aço utilizada pelo VCA em comparação com o exemplo de Lemes (2020) ocasionou em um valor maior de I_c e x_2 , consequentemente houve um aumento do momento resistente M_r , do momento de inércia da seção fissurada I_2 . A área crítica também aumentou, pois o espaçamento entre as barras cresceu, isso gerou um valor menor para o ρ_{cri} . Conforme eleva-se I_2 e x_2 há uma redução no valor de σ_{si} .

A alteração destes fatores contribuiu para um aumento no valor de w_2 , principalmente pelo fato do ρ_{cri} encontrado pelo VCA ser menor que aquele encontrado por Lemes (2020).

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Após a comparação dos valores calculados pelo VCA com os exemplos de Pinheiro (2007) e Lemes (2020), nota-se que houve semelhança significativa nos resultados. As variáveis calculadas que mais se divergiram ocorreram por conta de metodologias diferentes adotadas pelos autores e/ou processos ainda não implementados no VCA.

Um outro ponto que leva à distinção dos resultados é o arredondamento feito pelos autores, que pelo fato de, aparentemente, terem realizado a operação manualmente, eliminam algarismos de menor significância para simplificar o processo de cálculo. Isso gera pequenas alterações nos valores finais e vão se acumulando conforme realizados os cálculos. Erros causados pela limitação do número de dígitos imposta pela máquina (truncamento) também contribuem para a divergência dos valores.

Embora ainda existam diferenças nos valores, o VCA se mostrou capaz de analisar e dimensionar vigas de concreto armado e apresentar resultados significativos. Com isso torna possível uma rápida análise estrutural, verificação da quantidade de armadura necessária, bem como da formação e abertura de fissuras, de forma gratuita.

5.1 Sugestões de melhorias

Durante o desenvolvimento do VCA foram notados alguns pontos que podem ser melhorados a fim de otimizar o processo de cálculo, obter resultados mais precisos e fornecer ao usuário um relatório final mais detalhado, como por exemplo:

- realizar de forma mais dinâmica o processo verificação do diâmetro das barras e estribos e utilizar os valores reais para o dimensionamento, sem que seja necessário assumir um valor pré-determinado das armaduras longitudinais e transversais para o cálculo da altura útil e detalhamento da seção;

- realizar o detalhamento da seção de forma que a armadura tracionada do momento negativo seja aplicada apenas nas regiões em que esse momento se faz presente, além de calcular, quando necessário, o transpasse da armadura e realizar o posicionamento de porta-estribos em áreas que não sofrem esforços de tração;

- realizar o cálculo do Estado Limite de Deformação (ELS-DEF);

- mostrar ao usuário de forma gráfica os elementos de viga inseridos, bem como as cargas solicitadas e os esforços resultantes;
- alterar a forma de inserção de dados para uma maneira mais dinâmica, como é realizado em *softwares* como o Ftool®
- permitir ao usuário salvar os resultados e informações de entradas em um arquivo externo ao *software* para posterior conferência destes valores ou importar o arquivo novamente para poder continuar trabalhando de onde parou.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, L. C. **Notas de aula da disciplina AU414 – Estruturas IV – Concreto armado**. São Carlos: USP, 2007.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118: Projeto de Estruturas de Concreto – Procedimento**. Rio de Janeiro, 2014.
- CARVALHO, R. C.; FIGUEIREDO FILHO, J. R. **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado: segundo a NBR 6118:2014**. 4. ed. São Carlos: EdUFSCar, 2014.
- LEMES, Í. J. M. **Notas de Aula – Estruturas de concreto I**. Lavras: UFLA, 2020.
- MARTHA, L. F. **Análise de estruturas: conceitos e métodos básicos**. 2. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2017. ISBN 978-85-352-8625-0.
- PASCINI, A. C. *et al.* **Introdução ao .NET Framework**. Londrina: UNOPAR, 2007.
- PINHEIRO, L. M. **Fundamentos do Concreto e Projeto de Edifícios**. São Carlos: USP, 2007.
- PINHEIRO, L. M.; CATOIA, B.; CATOIA, T. **Tabela de Vigas: Deslocamentos e Momentos de Engastamento Perfeito**. São Carlos: USP, 2000.
- RUGGIERO, M. A. G.; LOPES, V. L. R. **Cálculo numérico – Aspectos teóricos e computacionais**. 2. ed. São Paulo: Pearson, 2000.
- SILVA, J. L. **Formulações Corrotacionais 2D para Análise Geometricamente Não Linear de Estruturas Reticuladas**. 2016. 115 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2016.
- TIMOSHENKO, S. P.; GERE, J. E. **Mecânica dos sólidos**. Rio de Janeiro: LTC, 1983. 1 v.
- WEAVER JR, W; GERE, J. M. **Matrix Analysis of Framed Structures**. 3. ed. New York: Van Nostrand Reinhold, 1990. ISBN 978-1-4684-7489-3.