



IZADORA APARECIDA RAMOS

**OTIMIZAÇÃO DE ESTRUTURAS APLICADAS A VEÍCULOS
AÉREOS NÃO TRIPULADOS SOB EFEITO DE INCERTEZAS**

LAVRAS – MG

2020

IZADORA APARECIDA RAMOS

**OTIMIZAÇÃO DE ESTRUTURAS APLICADAS A VEÍCULOS AÉREOS NÃO
TRIPULADOS SOB EFEITO DE INCERTEZAS**

Monografia apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Curso de Engenharia Mecânica, para a obtenção do título de Bacharel.

Prof. Dr. Francisco Scinocca

Orientador

LAVRAS – MG

2020

IZADORA APARECIDA RAMOS

**OTIMIZAÇÃO DE ESTRUTURAS APLICADAS A VEÍCULOS AÉREOS NÃO
TRIPULADOS SOB EFEITO DE INCERTEZAS
OPTIMIZATION OF STRUCTURES APPLIED TO UNMANNED AERIAL
VEHICLES UNDER UNCERTAINTIES**

Monografia apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Curso de Engenharia Mecânica, para a obtenção do título de Bacharel.

APROVADA em 27 de Agosto de 2020.

Prof. Dr. Francisco Scinocca UFLA
Prof. Dr. Fábio Lúcio Santos UFLA
Prof. Dr. Wander Gustavo Rocha Vieira UFLA

Prof. Dr. Francisco Scinocca
Orientador

**LAVRAS – MG
2020**

Aos meus pais, Maria e José, por estarem sempre presente em todos os momentos me dando todo apoio e amor. A toda minha família e amigos que estiveram juntos nessa jornada tornando todas as dificuldades muito mais leves.

AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, aos meus pais pois sem eles nada disso seria possível, estes que nunca mediram esforços e incentivos para que esse momento acontecesse.

O Prof. Dr. Francisco Scinocca pela orientação, paciência, disponibilidade e por todo conhecimento compartilhado.

Aos meus familiares e amigos por estarem sempre presentes me dando forças e conselhos para enfrentar todos os desafios do curso.

Ao núcleo de estudo PTERO-Aerodesign que me proporcionou a possibilidade de trabalhar ao lado de pessoas engrandecedoras e participar de projetos incríveis e que foram fundamentais para este momento.

À Universidade Federal de Lavras pela oportunidade de cursar Engenharia Mecânica, com um quadro de professores e demais profissionais com excelentes qualificações, e por todas as experiências que o contexto universitário me proporcionou.

RESUMO

Estruturas leves são de fundamental importância para a indústria aeroespacial, aeronáutica, automotiva, agrícola, civil, eólica, naval, petróleo e gás, entre outras. Projetos robustos, que associam técnicas de otimização, são capazes de maximizar as características mecânicas desejadas em estruturas, ao mesmo tempo que minimizam algum comportamento estático ou dinâmico indesejado. As estruturas otimizadas apresentam um baixíssimo coeficiente de segurança em seu projeto. Assim, para garantir a confiabilidade destes tipos de estruturas leves, é de fundamental importância levar em consideração o efeito das incertezas em seu projeto. Incertezas paramétricas, que são advindas da inerente variabilidade da propriedade dos materiais e seu processo de fabricação e incertezas não-paramétricas, que surgem da modelagem do sistema, devem ser analisadas a fim de obter um modelo estocástico robusto o suficiente para garantir sua integridade estrutural durante o uso. Não apenas esforços estáticos devem ser considerados no projeto de estruturas, pois os dinâmicos podem ocasionar falhas catastróficas. Portanto, a caracterização do comportamento dinâmico da estrutura é de grande interesse, sendo o uso de técnicas de análise modal fundamental para estudar a resposta da mesma quando sujeita às suas condições de uso. Assim, o presente estudo propõe uma metodologia para otimizar os parâmetros geométricos da asa de uma aeronave rádio controlada de forma a reduzir sua massa estrutural, e posteriormente analisar e quantificar os efeitos das incertezas na estrutura obtida.

Palavras-chave: Estudo Paramétrico. Elementos Finitos. Incertezas. Análise Modal.

ABSTRACT

Lightweight structures are of fundamental importance for several applications in aerospace, aeronautics, automotive, agricultural, civil, wind, naval, oil and gas industries. Robust designs that combine optimization techniques are able to maximize the desired mechanical characteristics in structures while minimizing some unwanted static or dynamic behavior. On the other hand, optimized structures have a very low safety factor. Therefore, to ensure the reliability of these types of lightweight structures, it is of fundamental importance to take into the account the uncertainties effects on the project design. In this way, parametric uncertainties, which arise from the inherent variability of material properties and its manufacturing process, and nonparametric uncertainties, which arise from system modeling, should be analyzed in order to obtain a robust model. Stochastic models are used to incorporate these uncertainties and consequently ensure the structural integrity. Not only static efforts should be considered in the design of structures, as the dynamic ones can cause catastrophic failures. Therefore, the characterization of the dynamic behavior of the structure is of great interest, being the use of modal analysis techniques fundamental to study its response when subject to its conditions of use. Thus, the present study proposes a methodology to optimize the geometric parameters of the wing of a radio controlled aircraft in order to reduce its structural mass, and to analyze and quantify the effects of uncertainties on the obtained structure.

Keywords: Parametric Analysis. Uncertainty Quantification. Finite Elements. Modal Analysis.

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Representação dos principais componentes da asa.	14
Figura 2.2 – Nomenclatura fundamental da asa.	16
Figura 2.3 – Micrografia da madeira balsa.	21
Figura 2.4 – Elemento de material ortotrópico submetido a tensão de cisalhamento . . .	25
Figura 2.5 – Regiões de domínio viável e inviável.	27
Figura 2.6 – Fluxograma de um Algoritmo Genético.	28
Figura 2.7 – Cálculo do ranking do algoritmo MOGA.	29
Figura 2.8 – Distribuição Normal, 3-sigma design	33
Figura 2.9 – Nível sigma como porcentagem de variação e defeitos por milhão	34
Figura 2.10 – Design para six sigma (LSL, USL: lower, upper specification limits)	35
Figura 2.11 – Representação de incerteza com distribuições de probabilidade.	37
Figura 3.1 – Fluxograma do processo.	38
Figura 3.2 – Dimensões da Asa	39
Figura 3.3 – Coeficiente de Sustentação x Alpha.	41
Figura 3.4 – SELIG1223	42
Figura 3.5 – Diagrama v-n da aeronave em estudo.	43
Figura 3.6 – Diagrama de Sustentação.	44
Figura 3.7 – Perfil I.	47
Figura 3.8 – Gráfico Tridimensional dos Parâmetros.	49
Figura 3.9 – 1º modo de vibrar	50
Figura 3.10 – 2º modo de vibrar	51
Figura 3.11 – 3º modo de vibrar	51
Figura 3.12 – 4º modo de vibrar	52
Figura 3.13 – 5º modo de vibrar	52
Figura 3.14 – 6º modo de vibrar	53
Figura 3.15 – 7º modo de vibrar	53
Figura 3.16 – 8º modo de vibrar	54
Figura 3.17 – 9º modo de vibrar	54
Figura 3.18 – 10º modo de vibrar	55
Figura 3.19 – Distribuição uniforme - Altura.	56
Figura 3.20 – Distribuição uniforme - Largura base.	57

Figura 3.21 – Distribuição uniforme - Espessura.	57
Figura 3.22 – Distribuição uniforme - Módulo de Elasticidade em x.	59
Figura 3.23 – Distribuição uniforme - Módulo de Elasticidade em y.	59
Figura 3.24 – Distribuição uniforme - Módulo de Elasticidade em z.	60
Figura 3.25 – Distribuição uniforme - Módulo de Cisalhamento em xy.	60
Figura 3.26 – Distribuição uniforme - Módulo de Cisalhamento em yz.	61
Figura 3.27 – Distribuição uniforme - Módulo de Cisalhamento em xz.	61
Figura 3.28 – Distribuição uniforme - Densidade.	62
Figura 3.29 – Distribuição uniforme - Ângulo de Fibra.	62
Figura 4.1 – Modelagem ACP	63
Figura 4.2 – Tensão de von-Mises.	64
Figura 4.3 – Deformação Máxima.	64
Figura 4.4 – Distribuição Resultante - Deformação Total.	65
Figura 4.5 – Distribuição Resultante - Tensão Máxima.	66
Figura 4.6 – Distribuição Resultante - Massa Estrutural.	67
Figura 4.7 – Variação da primeira frequência natural.	68
Figura 4.8 – Variação da segunda frequência natural.	69
Figura 4.9 – Variação da terceira frequência natural.	69
Figura 4.10 – Variação da quarta frequência natural.	70
Figura 4.11 – Variação da quinta frequência natural.	70
Figura 4.12 – Sensibilidade Variáveis Dimensionais.	71
Figura 4.13 – Sensibilidade Variáveis Dimensionais.	72
Figura 4.14 – Sensibilidade Variáveis de Material.	73
Figura 4.15 – Esquema ANSYS	74

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Fatores de carga máximo e mínimo.	17
Tabela 3.1 – Parâmetros de projeto	40
Tabela 3.2 – Propriedades Elásticas da Madeira Balsa	45
Tabela 3.3 – Valores Iniciais	46
Tabela 3.4 – Pontos Ótimos	48
Tabela 3.5 – Valores Iniciais e Finais	48
Tabela 3.6 – Frequências Naturais da longarina - Análise Modal MEF	50
Tabela 4.1 – Resultados Finais	67
Tabela 4.2 – Análise das Frequências Naturais	68

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	10
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	13
2.1	Considerações gerais sobre projetos de aeromodelos	13
2.1.1	Estrutura da Asa de um Aeromodelo	13
2.1.2	Parâmetros de projeto	14
2.1.3	Cargas atuantes	16
2.2	Materiais	19
2.2.1	Madeira Balsa	19
2.3	Conceitos fundamentais do método dos elementos finitos	22
2.3.1	MEF - Análise linear	23
2.4	Otimização Estrutural	25
2.4.1	Algoritmo Genético Multi Objetivo (MOGA)	27
2.5	Análise Modal	29
2.5.1	Vibrações Livres Amortecidas	30
2.6	Incertezas	32
2.6.1	Princípio da Máxima Entropia	36
3	ESTUDO DE CASO	38
3.1	Parâmetros de Projeto	39
3.2	Parâmetros de Material	44
3.3	Parâmetros de Simulação	45
3.3.1	Configuração da Longarina	46
3.4	Otimização da Estrutura	47
3.5	Análise Modal	49
3.6	Incertezas	56
4	RESULTADOS E DISCUSSÃO	63
5	CONCLUSÃO	75
	REFERÊNCIAS	77

1 INTRODUÇÃO

Estruturas com elevada relação rigidez-massa são requeridas para as mais diversas necessidades da indústria aeroespacial, aeronáutica, automotiva, agrícola, civil, eólica, naval, petróleo e gás, entre outras. O projeto estrutural, em sua essência deve primar por características ótimas, levando em consideração, tanto a natureza dos materiais utilizados, quanto a sua forma geométrica. Assim é possível obter estruturas com características mecânicas ótimas, que são capazes de ao mesmo tempo minimizar comportamentos ou características estáticas e dinâmicas indesejada, aliando um alto grau de confiabilidade e baixo custo (VANDERPLAATS, 1999; RAO, 2019; ZHANG; ZHU; CHEN, 2007).

A otimização estrutural vem sendo estudada desde a década de sessenta e apresenta resultados satisfatórios na construção civil, indústria automobilística e indústria aeroespacial. Estes projetos têm como objetivo básico buscar uma condição ótima de projeto, podendo ser tanto de características estrutural, quanto financeira, aliando a todas as restrições mecânicas impostas, sejam elas estáticas ou dinâmicas. A otimização tem como meta projetar um produto da melhor forma possível em relação a um objetivo, atendendo às condições impostas pela sua concepção inicial de projeto (SILVA, 2001).

Tradicionalmente, os métodos de otimização estrutural são implementados durante a fase de projeto, utilizando o Método dos Elementos Finitos (MEF) (KIRSCH, 1981; BARTHOLOMEW-BIGGS, 2008; LEONDES, 1999). O MEF, possui grande aplicabilidade nos estudos de engenharia, pois possui fácil interpretação do fenômeno físico, tanto em seu pré-processamento, isto é entrada de dados, quanto pós-processamento, resultados (SHAMES; DYM, ; REDDY, 1993).

As estruturas otimizadas, em sua essência, possuem baixíssimo coeficientes de segurança. Desta maneira, por ser exigido alto desempenho desse tipo de estruturas, deve-se levar em consideração a inerente variabilidade da mesma, decorrente dos processos de fabricação dos componentes e montagem devem ser considerada em seu desempenho estrutural (SCINOCCA; NABARRETE, 2019). Também quando se cogita no projeto o emprego de sistemas para o controle de vibração e ruído, estes são projetados com base em parâmetros exatamente determinísticos, mas na realidade a inerente variabilidade do sistema deve ser considerada afim de obter o melhor desempenho do sistema de absorção ou supressão da vibração. De maneira geral, a comunidade científica reconhece que uma metodologia unicamente determinística não é sufi-

ciente para prever o real desempenho de uma estrutura moderna e otimizada em suas diversas aplicações práticas.

Desta maneira, fica evidente que para o bom desempenho das estruturas leves, uma abordagem probabilística durante as diversas análises numéricas que ocorrem nas fases de projeto, deve ser realizada. Com isso é possível quantificar o efeito das incertezas, na resposta dinâmica das estruturas, assim como perda de capacidade de carga estrutural (BOLOTIN, 1969; CURSI; SAMPAIO, 2015).

Para problemas envolvendo geometrias com formato complexo, carregamentos arbitrários e materiais com propriedades anisotrópicas, geralmente não é possível obter soluções matemáticas analíticas de maneira facilmente interpretável. Assim o projetista, pode utilizar métodos numéricos, como o método dos elementos finitos. Neste método, em vez de resolver o problema para todo o sistema em uma única operação, formulamos as equações para cada elemento finito e as combinamos para obter a solução de todo o sistema (LOGAN, 2011).

Particularmente, o MEF é um método determinístico aproximado para resolver problemas físicos, isto é, equações diferenciais. Conforme exposto anteriormente, fica evidente que apenas um resultado determinístico não é suficiente para expressar o resultado da estrutura real, sendo necessário uma abordagem probabilística para o pleno entendimento do problema. Levando esse fato em consideração, se faz necessário incorporar as incertezas nos modelos estruturais analisados e otimizados através de modelagem estocástica, ou método dos elementos finitos estocásticos (ELISHAKOFF, 1999; GHANEM; SPANOS, 2003).

Praticamente todos problemas reais de engenharia envolvem um certo grau de incerteza, seja este nas condições de carga, nas características do material, na precisão do modelo de análise/simulação, nas propriedades geométricas, na precisão de fabricação, no uso real do produto, entre outros. Muitas estratégias de otimização, no entanto, não incorporam essa incerteza em uma formulação matemática. Algoritmos de otimização tendem a levar um design em direção a uma ou mais restrições até que as restrições estejam ativas, deixando o projetista com um design de “alto risco”, para o qual com o aparecimento de pequenas incertezas podem produzir falhas ou projetos inseguros (LEMAIRE, 2013). Além disso, os algoritmos de otimização tendem a procurar soluções de “pico”, para as quais até mesmo pequenas alterações nas variáveis de projeto e parâmetros incontrolláveis e incertos podem resultar em substancial redução na confiabilidade da estrutura. Nesse caso, o desempenho “ótimo” é enganoso: no pior caso o desempenho poderia ser muito menor do que o desejável e projetos com falha poderiam ocorrer.

Tradicionalmente, os problemas de engenharia têm sido formulados para lidar com a incerteza apenas por meio de métodos de fatores de segurança, muitas vezes levando a produtos super dimensionados e não oferecem *insights* sobre os efeitos das incertezas individuais e a margem real de segurança. Nos últimos anos, no entanto, métodos de análise e otimização de projetos probabilísticos, frequentemente chamados de métodos de confiabilidade, foram desenvolvidos para tratar incerteza e aleatoriedade por meio de modelagem estatística e análise probabilística. Com a incorporação das incertezas nos modelos determinísticos, através de uma modelagem probabilística, é possível obter a confiabilidade estrutural. Até muito recentemente, porém, o custo computacional da análise probabilística de um único ponto de projeto, diante do grande número de processamentos necessários para capturar com precisão a variação de desempenho e estimar a probabilidade de falha, tornou a aplicação desses métodos impraticável para todos os casos exceto investigações acadêmicas ou casos muito críticos (THANEDAR; KODIYALAM, 1992). Consequentemente, a otimização probabilística tem sido considerada proibitivamente cara, particularmente para problemas de projeto de engenharia complexos e multidisciplinares. Com o aumento constante no poder de computação, recursos de processamento paralelo em grande escala e disponibilidade de ferramentas e sistemas de análise e otimização probabilística, a combinação dessas tecnologias pode facilitar a análise probabilística e otimização eficazes para problemas complexos de projeto, permitindo a identificação de projetos que se qualificam viáveis, mesmo com a presença de incertezas.

Assim, o presente estudo propõe a otimização de estruturas a fim de obter a melhor condição de projeto, mais econômica e segura. E posteriormente analisar o efeito das incertezas nessas estruturas, sendo esta análise de extrema importância para as aplicações reais e evitando a falha da estrutura ou equipamento.

O estudo de caso tem como objetivo principal reduzir a massa estrutural da asa de uma aeronave rádio controlada por meio da otimização dos parâmetros geométricos de seus principais elementos estruturais, realizando um estudo da influência de parâmetros geométricos e inerciais na massa estrutural de um conceito de asa fixa. Ao reduzir-se essa massa estrutural possibilitaria o aumento da capacidade da aeronave em carregar carga útil. Posteriormente foi realizado uma quantificação das incertezas da estrutura obtida.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Nesta seção é apresentada a revisão bibliográfica necessária para a aplicação da metodologia proposta, a fim de fundamentar a análise da quantificação de incertezas de um projeto estrutural da asa de um aeromodelo otimizado voltado para competição SAE-Aerodesign, utilizando o método de elementos finitos, algoritmos de otimização paramétrica e análise de incertezas.

2.1 Considerações gerais sobre projetos de aeromodelos

Um avião é definido como uma aeronave de asa fixa mais pesada que o ar, movida por propulsão mecânica, que é mantido em condição de voo devido à reação dinâmica do ar que escoia através de suas asas (RAYMER, 2018).

Os aviões são projetados para uma grande variedade de propósitos, porém todos eles possuem basicamente os mesmos componentes principais. As características operacionais e as dimensões são determinadas pelos objetivos desejados pelo projeto. A maioria das estruturas dos aviões possuem uma fuselagem, asas, uma empenagem, trem de pouso e o grupo motor-propulsor.

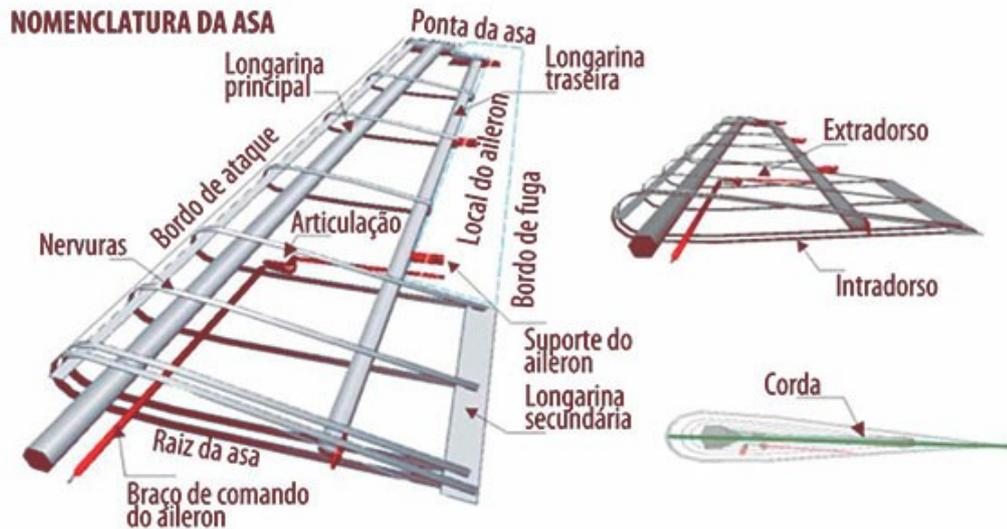
O projeto SAE-Aerodesign (Sociedade dos Engenheiros Automotivos) é uma competição estudantil de reconhecimento internacional destinada a incentivar estudantes de engenharia, física ou ciências aeronáuticas a projetar, construir e fazer voar uma aeronave rádio controlada capaz de carregar em um compartimento de dimensões pré-definidas a maior carga útil possível, denominado carga paga (RODRIGUES, 2013).

2.1.1 Estrutura da Asa de um Aeromodelo

São os componentes fundamentais para sustentar o avião em voo através das reações dinâmicas. A asa é uma das partes mais estudada no avião, possui diversas configurações, devido ao grande número de variáveis em sua construção, cada combinação visando uma proposta, seja ela a velocidade, a sustentação, a redução do arrasto, etc.

A estrutura da asa de uma aeronave é composta basicamente pelo bordo de ataque, bordo de fuga, longarinas principal e secundárias, ailerons, e perfis aerodinâmicos, nervuras, como demonstrado na Figura 2.1.

Figura 2.1 – Representação dos principais componentes da asa.



Fonte: RSBALS.⁰

A asa é formada pela composição de vários perfis aerodinâmicos. A configuração da asa exerce grande influência no seu desempenho, afetando a distribuição do coeficiente de sustentação local, a maneira como o estol se propaga, o arrasto induzido, entre outros fatores. Algumas características são utilizadas para definir a configuração da asa, dentre elas estão: o formato da asa, o alongamento, a razão de afilamento, torção e a corda média aerodinâmica.

Para o caso mais comum, onde a estrutura é coberta com tela, normalmente encontrada em aeromodelos, tem-se como principais elementos estruturais: a nervura, a longarina, o bordo de ataque e o bordo de fuga. As nervuras são os componentes que transmitem os esforços do revestimento para a longarina e fornece o formato aerodinâmico da asa. A longarina também é um elemento de importância na estrutura da asa, pois é responsável por resistir aos esforços atuantes durante o voo. O bordo de ataque e o bordo de fuga representam respectivamente a parte dianteira e traseira da asa.

2.1.2 Parâmetros de projeto

As asas podem ser classificadas quanto a sua fixação na fuselagem em alta, média ou baixa. O número de asas também pode variar, aviões com um único par de asas são classificados como monoplanos, quando possuírem dois pares de asas são classificados como biplanos (RODRIGUES, 2013).

⁰ Disponível em <<http://rsbals.weebly.com/asas.html>>.

Rodrigues (2013) descreve as particularidades bem como as vantagens da utilização de cada um dos tipos de fixação da asa na fuselagem:

- Asa alta: esta configuração possui como vantagens os seguintes aspectos, melhor relação L/D, maior estabilidade lateral da aeronave, menor comprimento de pista necessário para o pouso uma vez que minimiza a ação do efeito solo e para aeronaves de transporte simplifica o processo de colocação e retirada de carga visto que a fuselagem se encontra mais próxima ao solo.

- Asa média: esta configuração geralmente está associada com a menor geração de arrasto entre as três localizações citadas, pois o arrasto de interferência entre a asa e a fuselagem é minimizado, a maior desvantagem da utilização desse tipo de asa é problemas estruturais, uma vez que o momento fletor na raiz da asa exige a necessidade de uma estrutura reforçada na fuselagem da aeronave.

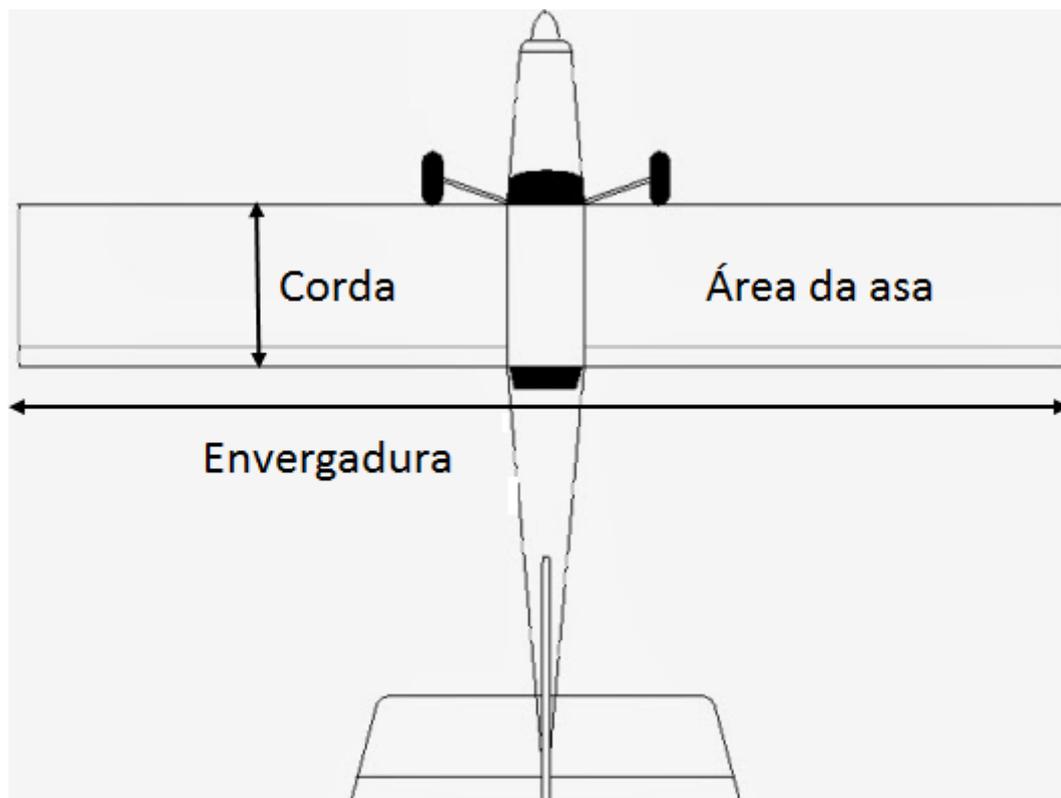
- Asa baixa: A maior vantagem de uma asa baixa está relacionada ao projeto do trem de pouso, pois em muitos casos a própria asa serve como estrutura para suportar as cargas atuantes durante o processo de taxiamento e pouso, outros aspectos vantajosos da utilização de uma asa baixa podem ser representados por uma melhor manobrabilidade de rolamento da aeronave além da necessidade de um menor comprimento de pista para a decolagem, pois com a proximidade da asa em relação ao solo é possível aproveitar de forma significativa a ação do efeito solo, porém esse tipo de asa possui como aspecto negativo uma menor estabilidade lateral, muitas vezes necessitando da adição do ângulo de diedro como forma de se garantir a estabilidade da aeronave.

Quanto a sua geometria, as asas podem possuir uma grande diversidade de formas, que variam de acordo com os requisitos do projeto. Os formatos mais comuns são retangular, trapezoidal e elíptica.

A asa retangular é uma asa de baixa eficiência aerodinâmica, ou seja, a relação entre a força de sustentação e a força de arrasto (L/D) é menor quando comparada a uma asa trapezoidal ou elíptica, isto ocorre devido ao arrasto de ponta de asa também conhecido por arrasto induzido, que no caso da asa retangular é maior que em uma asa trapezoidal ou elíptica. Entretanto, a vantagem da asa retangular é a sua maior facilidade de construção e um menor custo de fabricação quando comparada as outras. Os principais parâmetros geométricos de uma asa de geometria retangular, representados na Figura 2.2 são:

- Corda: é a linha reta que une o bordo de ataque ao bordo de fuga do perfil aerodinâmico;
- Envergadura: representa a distância entre a ponta das asas;
- Área da asa: representa toda a área em planta, inclusive a porção compreendida pela fuselagem.

Figura 2.2 – Nomenclatura fundamental da asa.



Fonte: Autor

2.1.3 Cargas atuantes

Para o projeto preliminar de uma aeronave, a teoria clássica da linha sustentadora é válida e a distribuição de sustentação ao longo da envergadura de uma asa com uma forma geométrica qualquer pode ser obtida através de um modelo simplificado denominado aproximação de Schrenk (RODRIGUES, 2013).

Normalmente este método é aplicado durante o projeto preliminar de uma nova aeronave com asas de baixo enflechamento e de moderado a alto alongamento. O método basicamente representa uma média aritmética entre a distribuição de carga originada pelo modelo de asa em questão e uma distribuição elíptica para uma asa de mesma área e mesma envergadura.

A determinação do envelope de voo com seus respectivos fatores de carga em função das velocidades de operação se faz necessário para o início do dimensionamento das estruturas da aeronave. Para a análise das cargas na aeronave é necessário que se faça o diagrama V-n a fim de se obter os fatores de carga sofridos em um voo. O diagrama V-n representa uma maneira gráfica para verificar as limitações estruturais de uma aeronave em função da velocidade de voo e do fator de carga n a qual o avião está submetido. Basicamente o fator de carga $n=2$ significa que para uma determinada condição de voo a estrutura da aeronave está sujeita a uma força de sustentação dada pelo dobro do peso, geralmente em curva ou movimentos acelerados. A estrutura da aeronave também será exposta a maiores ou menores fatores de carga. Existem duas categorias de limitações estruturais que devem ser consideradas durante o projeto.

Fator de carga limite: Esse é associado com a deformação permanente em uma ou mais partes da estrutura do avião. Caso durante um voo o fator de carga n seja menor que o fator de carga limite, a estrutura da aeronave irá se deformar durante a manobra, porém retornará ao seu estado original quando $n = 1$. Para situações onde n é maior que o fator de carga limite a estrutura irá se deformar permanentemente ocorrendo assim um dano estrutural, porém sem que ocorra a ruptura do componente. No entanto, reduzindo a confiabilidade estrutural, assim como sua vida útil em voo devido ao efeito de fadiga.

Fator de carga último: Esse representa o limite de carga para que ocorra uma falha estrutural, caso o valor de n ultrapasse o fator de carga último, componentes da aeronave com certeza sofrerão ruptura. O fator de carga limite depende da categoria da aeronave, Raymer (2012), sugere a Tabela 2.1 para determinar n .

Tabela 2.1 – Fatores de carga máximo e mínimo.

Modelo e aplicação	n_{pos}	n_{neg}
Pequeno Porte	$2,5 \leq n \leq 3,8$	$-1 \leq n \leq -1,5$
Acrobático	6	-3
Transporte civil	$3 \leq n \leq 4$	$-1 \leq n \leq -2$
Caças militares	$6,5 \leq n \leq 9$	$-3 \leq n \leq -6$

Fonte: RAYMER, 2012

O fator deve ser escolhido de forma adequada, pois, quanto maior for n , a estrutura terá uma rigidez mais elevada, conseqüentemente maior será seu peso estrutural. Para o projeto aerodesign, o regulamento da competição bonifica as equipes que conseguirem obter a maior eficiência estrutural, ou seja, a aeronave mais leve que carregar em seu compartimento a maior carga útil possível, dessa forma, é interessante que o fator de carga seja o menor possível respei-

tando obviamente uma condição segura de vôo. Considerando que as aeronaves participantes da competição Aerodesign são aviões não tripulados, podemos utilizar de maneira aceitável um fator de carga máximo $n_{max} = 2,5$, logo, garante-se um vôo seguro e uma estrutura que suporte os esforços atuantes na aeronave, recomenda-se que o fator de carga último seja 50% maior que o fator de carga limite, onde $n_{ult} = 1,5 * n_{max}$.

O método de Schrenk consiste basicamente em encontrar de modo aproximado a distribuição de cargas em uma asa de forma geométrica diferente da asa elíptica e trapezoidal, através de uma média entre a asa em estudo e a asa elíptica representada pela Equação 2.1, sendo as duas com mesma área e envergadura (RODRIGUES, 2013).

$$L(y)_{TS} = \frac{L(y)_T + L(y)_E}{2} \quad (2.1)$$

O modelo utilizado para se determinar a sustentação da asa elíptica é originário da teoria da linha sustentadora de Prandtl (PRANDTL, 1921) que é aplicada em uma asa de forma elíptica, para determinar sua distribuição. A resolução da distribuição elíptica é de grande importância, visto que se torna necessário para encontrar de forma aproximada a distribuição de cargas da asa a ser estudada. A carga ao longo da asa em estudo é determinada de forma analítica pelas Equações 2.2 e 2.3, sendo estes, para a asa trapezoidal e para a asa elíptica, respectivamente.

$$L(y)_T = \frac{2.L}{(1 + \lambda).b} \cdot 1 + \left[\frac{2.y}{b} (\lambda - 1) \right] \quad (2.2)$$

$$L(y)_E = \frac{4.L}{b.\pi} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{2.y}{b} \right)^2} \quad (2.3)$$

Em Eq. 2.2 e 2.3, b é a envergadura da asa [m], λ é o afilamento da asa, c_r é a corda na ponta da asa [m], c_r é a corda na raiz, y é a posição da envergadura [m], L é a força de sustentação com fator de carga [N].

2.2 Materiais

O principal objetivo da classe Regular na competição SAE-AeroDesign é o transporte da maior carga paga possível. Assim, deve-se buscar o material base da aeronave com a máxima resistência estrutural com baixa densidade.

Visando uma otimização na relação peso/resistência da aeronave, aliado a uma baixa densidade, um dos principais materiais empregados são as madeiras. A madeira tem sido historicamente, e de fato permanece até hoje, um dos materiais estruturais mais utilizados. É um material natural, renovável, biodegradável e de custo relativamente baixo, com excelentes relações de rigidez axial/peso e resistência/peso (DINWOODIE, 2000; GIBSON; ASHBY, 1999; BODIG; JAYNE, 1982).

Dentre as madeiras, a balsa é um dos materiais preferidos para o núcleo em estruturas de painéis sanduíche, em aplicações que variam de pás de turbinas eólicas a barcos, assim como elementos estruturais em aeronaves. A madeira de balsa é um material celular natural com excelentes relações entre rigidez/peso e resistência/peso, além de características superiores de absorção de energia (SILVA; KYRIAKIDES, 2007).

2.2.1 Madeira Balsa

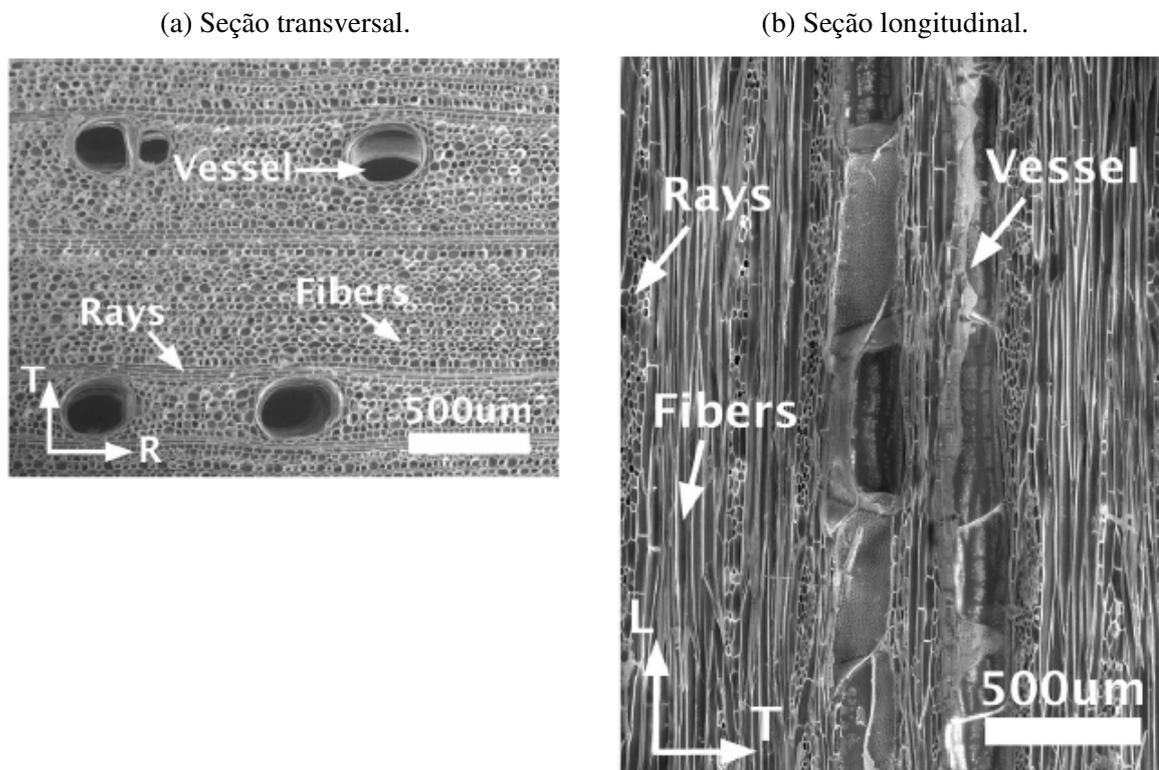
Balsa (*Ochroma pyramidale*), uma madeira tropical nativa das Américas, é uma das espécies de madeira que crescem mais rápido, atingindo cerca de 20 m de altura e até 75 cm de diâmetro em 5 a 8 anos (FLETCHER, 1951). A maior parte da madeira de balsa usada comercialmente é colhida de plantações, particularmente do Equador. Devido ao seu rápido crescimento, a densidade da madeira é muito baixa, tornando a balsa a madeira comercial mais leve disponível. Os valores de densidade para a balsa variam tipicamente entre 100 e 250 kg/m^3 , embora possam variar tanto quanto 60 a 380 kg/m^3 . Essa alta variabilidade apresentada pelo material deve ser levada em consideração no projeto da estrutura, assim uma abordagem probabilística se faz necessária para projetos que se pretende obter alto grau de confiabilidade estrutural. A baixa densidade é extremamente valiosa em aplicações que exigem materiais leves com bom desempenho mecânico, tendo uma ampla aplicação em estruturas leves.

Como a densidade do sólido de madeira é de aproximadamente 1500 kg/m^3 , a densidade relativa da balsa está na faixa de $0,027 < \rho/\rho_s < 0,26$. Em outras palavras, a microestrutura celular inclui um volume muito significativo de espaço vazio. A madeira de balsa tem rigidez e resistência axial específicas superiores. Ainda exhibe características de absorção de energia

notáveis que derivam da densidade relativa relativamente baixa. De fato, pode ser o único material com absorção específica de energia que se assemelha a estruturas honeycombs axialmente carregados (SILVA; KYRIAKIDES, 2007).

A estrutura celular na madeira de balsa consiste em fibras (66-76%), raios (20-25%) e vasos (3-9%) (BORREGA et al., 2015). Os vasos são longas estruturas tubulares que correm axialmente ao longo do tronco da árvore e transportam fluidos das raízes até a coroa. Os raios são células de parênquima parecidas com tijolos que correm radialmente desde a medula central até a parte externa do tronco. Sua principal função é armazenar açúcares e outros nutrientes, embora também contribuam para a força radial da árvore (BURGERT; ECKSTEIN, 2001). As fibras são longas células prismáticas, muitas vezes parecendo um hexágono em seção transversal, que fornecem suporte mecânico para a árvore. Para fins mecânicos, a madeira é considerada um material ortotrópico, sendo os três eixos de simetria o longitudinal (L, ao longo das fibras), radial (R, ao longo dos raios) e tangencial (T, ao longo dos raios), conforme demonstrado na Figura 2.3). Na madeira balsa, os vasos têm cerca de 380 μm de comprimento e 200-350 μm de diâmetro, os raios têm cerca de 30 μm de comprimento e 20-50 μm de seção transversal, e as fibras têm cerca de 700 μm de comprimento e 20-40 μm de diâmetro, diminuindo com a densidade, que semelhantemente apresenta alta variabilidade e conseqüentemente introduzem incertezas no projeto estrutural. A espessura da parede celular dupla é de cerca de 4 μm em vasos, 0,9 μm em raios, e entre 0,8 e 3 μm em fibras, aumentando com a densidade (SILVA; KYRIAKIDES, 2007; BORREGA et al., 2015; EASTERLING et al., 1982).

Figura 2.3 – Micrografia da madeira balsa.



Fonte: SILVA, 2007

A parede celular da madeira é constituída por uma camada primária e três camadas secundárias, a S1, S2 e S3. A camada S2 é geralmente a camada mais espessa, perfazendo cerca de 80-90% da espessura total da parede celular em traqueídeos de abetos (FENGEL; WEGENER, 2011). Particularmente na balsa de alta densidade, a camada S2 representa cerca de 73% da espessura da parede celular, enquanto na balsa de baixa densidade a S2 tem espessura semelhante às camadas S1 e S3, perfazendo cerca de 30% da espessura total da parede celular (BORREGA et al., 2015). A lamela média é uma fina camada localizada entre camadas primárias de células adjacentes, unindo-as.

As camadas da parede celular das madeiras são compostas por lamelas com estrutura de fibra composta, na qual as microfibrilas de celulose são embutidas em uma matriz de hemiceluloses e lignina. Na camada primária, as microfibrilas de celulose não têm orientação definida, isto é, de maneira anisotrópica. Nas camadas secundárias S1 e S3, as microfibrilas são orientadas quase a 90 do eixo longitudinal da célula, enquanto na camada S2 elas estão em grande parte alinhadas com o eixo longitudinal, com ângulos tipicamente variando entre 10 e 30 (BARNETT; BONHAM, 2004; DONALDSON, 2008). Em balsa, o ângulo médio da microfibrila (MFA) parece ser menor que 2, independentemente da densidade (BORREGA et

al., 2015). A espessura e o baixo MFA médio da camada S2 regem amplamente as propriedades mecânicas axiais da madeira, particularmente a rigidez (CAVE, 1969). A contribuição mecânica das camadas S1 e S3 parece ser significativa quando a madeira é carregada na direção transversal (BERGANDER; SALMÉN, 2002).

2.3 Conceitos fundamentais do método dos elementos finitos

Utilizando métodos analíticos clássicos, é possível desenvolver cálculos de resposta exata para deslocamentos, deformações e tensões em qualquer ponto de uma estrutura. Porém este tipo de solução é adequada somente em alguns casos, que possuem geometria, carregamento e condições de apoio simples, pois não é possível adaptar os métodos analíticos para estruturas complexas. Por isso, o Método de Elementos Finitos (MEF) é um caminho alternativo aos procedimentos analíticos, possuindo um caráter mais generalizado e com procedimentos aproximados, independente de forma e condições de carregamento da estrutura, mas mantendo uma precisão aceitável do problema de engenharia (FILHO, 2018).

Hearn (HEARN, 1997) sugere três passos para a formulação e implementação computacional de uma análise de elementos finitos independente do problema, sendo:

Pré-processamento: etapa que compete ao analista responsável pela análise, determinar os seguintes aspectos: identificação de possibilidade de análise pelo método dos elementos finitos, identificação do tipo de análise (plano de tensão, linear elástica, dinâmica, flambagem, não-linear, etc.); idealização e escolha do tipo de elemento (viga, casca, sólido, etc.), discretização através da criação da malha de elementos finitos, criação do modelo de comportamento do material; aplicação das condições de contorno; criação de arquivos de dados e determinação do tipo de saídas necessárias;

Processamento: etapa realizada pelo solver do software CAE, onde são definidos aspectos como: formulação das matrizes características dos elementos; montagem das matrizes dos elementos para produzir as equações da estrutura; solução das equações de equilíbrio para fornecer valores das variáveis de campo (deslocamentos), computação de elementos resultantes (deformações);

Pós-processamento: etapa que compete ao analista responsável pela análise, que deve: interpretar e validar os resultados, e caso seja necessário modificar a análise e realizar novamente as demais etapas.

Sob o ponto de vista de Azevedo (AZEVEDO, 2011), para a resolução de problemas de análise de estruturas através do MEF, deve-se levar em conta alguns aspectos como: a definição da geometria, o tipo de material, a aplicação do carregamento e o estabelecimento das condições de contorno. Além disso, antes de iniciar a análise, é necessário definir se a análise será estática ou dinâmica, linear ou não linear, flambagem, assim selecionando o tipo de algoritmo implícito ou explícito para a resolução do problema.

2.3.1 MEF - Análise linear

De acordo com Bathe (BATHE, 1996), a fundamentação teórica que envolve a análise linear de elementos finitos, descreve que os deslocamentos oriundos dos carregamentos a qual a estrutura está submetida, são infinitesimalmente pequenos e as propriedades mecânicas dos materiais da estrutura em questão apresenta somente as características lineares elásticas. Além disso, considera-se que as condições de contorno permanecem inalteradas durante a aplicação dos carregamentos no modelo de elementos finitos da estrutura. Utilizando equações de equilíbrio de um sistema de elementos finitos, é possível chegar a uma formulação matricial, conforme Equação 2.4.

$$\{F\} = [K]\{u\} \quad (2.4)$$

Onde:

$\{F\}$ é o vetor de forças nodais;

$[K]$ é a matriz de rigidez do sistema;

$\{u\}$ é o vetor de deslocamentos nodais.

A rigidez da estrutura ou de um elemento individual da estrutura, pode ser determinada pela relação força-deslocamento, ou seja, é possível determinar a rigidez através da relação entre a força aplicada e o deslocamento medido, produzindo assim uma razão quantitativa, denominada constante elástica. Sendo assim, conhecendo a rigidez da estrutura, é possível definir previamente a relação força-deslocamento. Ou seja, conhecendo a força necessária para realizar um deslocamento unitário, é possível saber para qualquer outro deslocamento, a força resultante no regime linear. Em se tratando de uma análise linear, a rigidez da estrutura se mantém cons-

tante, à medida que é aplicado o carregamento, ou seja, a rigidez se mantém inalterada durante o processo de carregamento, independente dos deslocamentos (FILHO, 2018).

Existem muitos materiais que, embora bem modelados usando o modelo elástico linear, não são quase isotrópicos. Exemplos são madeira, materiais compostos e muitos materiais biológicos. As propriedades mecânicas desses materiais diferem em diferentes direções. Os materiais com essa dependência de direção são chamados de anisotrópicos.

Especificamente, para madeiras do tipo balsa utilizado em projetos de aeronaves VANTs, pretende-se que seu carregamento fique na região elástica do material, no entanto o seu comportamento não é isotrópico como dos materiais cristalinos como o aço e alumínio, sendo assim a balsa pode ser modelada como um material ortotrópico devido a simetria de propriedades em relação aos seus três planos perpendiculares.

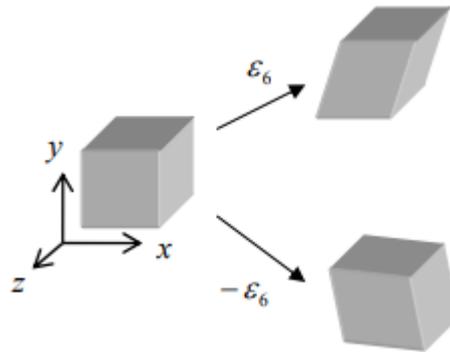
A forma mais geral da lei de Hooke, a lei generalizada de Hooke, para um material elástico linear é mostrada na equação seguinte, onde cada componente de tensão depende (linearmente) de todos os componentes de deformação.

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 = \sigma_{xx} \\ \sigma_2 = \sigma_{yy} \\ \sigma_3 = \sigma_{zz} \\ \sigma_4 = \sigma_{yz} \\ \sigma_5 = \sigma_{xz} \\ \sigma_6 = \sigma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 = \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_2 = \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_3 = \varepsilon_{zz} \\ \varepsilon_4 = \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_5 = \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_6 = \varepsilon_{xy} \end{bmatrix}$$

Madeiras, devido ao seu eixo de simetria das fibras, são classificadas como materiais ortotrópico, que é aquele que possui três planos ortogonais de simetria microestrutural. A simetria do material inerente ao material ortotrópico reduz o número de constantes elásticas independentes. Para ver isso, considere um elemento de material ortotrópico submetido a uma deformação por cisalhamento $\varepsilon_6 (= \varepsilon_{xy})$ e também uma deformação $-\varepsilon_6 (= -\varepsilon_{xy})$, como na Fig. 2.4.

Devido à simetria do material, a matriz de rigidez é reduzida e existem apenas nove constantes elásticas independentes, como mostrado na seguinte equação.

Figura 2.4 – Elemento de material ortotrópico submetido a tensão de cisalhamento



$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ & & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & & & C_{44} & 0 & 0 \\ & & & & C_{55} & 0 \\ & & & & & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix}$$

A matriz de rigidez com as constantes elásticas é representado pela próxima equação.

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{21}}{E_2} & -\frac{\nu_{31}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & -\frac{\nu_{32}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{13}}{E_1} & -\frac{\nu_{23}}{E_2} & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2G_{23}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2G_{13}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2G_{12}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix}$$

2.4 Otimização Estrutural

No projeto estrutural de uma aeronave do tipo VANT, a otimização de sua estrutura é altamente desejável, visando obter a melhor configuração estrutural possível, enquanto certas

restrições são satisfeitas. Na formulação de um problema de otimização estão presentes os seguintes conceitos: variáveis de projeto, função objetivo, restrições e domínio viável e inviável.

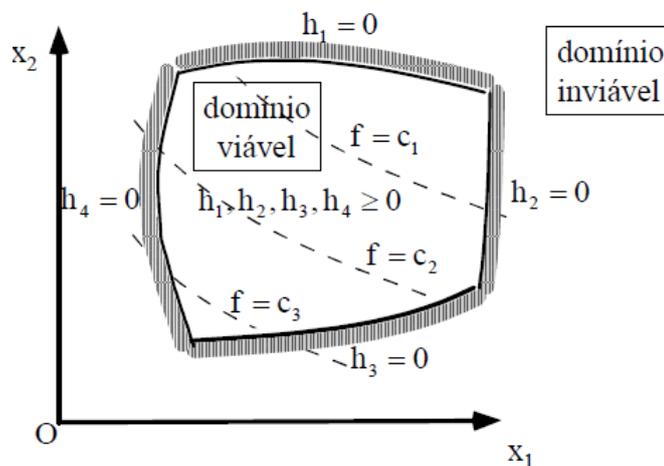
Essencialmente, as variáveis de projeto são os parâmetros do problema que podem ser alterados para otimizar o sistema, parâmetros estes que são definidos de acordo com os requisitos de projeto. Por exemplo, no caso de uma estrutura podem representar uma certa dimensão que será alterada, área da seção de uma viga, ou o valor de uma propriedade do material de que é feita (por exemplo, o módulo de elasticidade). Ainda, as formas geométricas de uma estrutura podem ser alteradas a fim de maximizar suas propriedades geométricas como o momento de inércia, por exemplo.

A função objetivo deve quantificar o que pretende-se otimizar e será função das variáveis de projeto escolhidas. A função objetivo deve ser usada como uma medida da eficiência do projeto. A função objetivo pode ser classificada em simples ou multiobjetivo (ou multicritério). A função é dita simples quando temos apenas um objetivo e é denominada multiobjetivo quando queremos otimizar vários objetivos de uma só vez.

Essencialmente, as restrições são as limitações impostas para se obter a solução otimizada. Estas restrições ou limitações são valores, condições máximas ou mínimas, que as variáveis podem admitir, como dimensões máximas ou mínimas, por exemplo. Podendo essas restrições muitas vezes conter objetivos antagônicos, isto é determinada característica de projeto deve ser maximizada em detrimento da minimização de outra. Podem ser classificadas em 3 tipos: laterais, igualdade e desigualdade.

Definido o problema de otimização, o próximo conceito é discutir a região de localização da sua solução. A parte do domínio em que as restrições são respeitadas é denominada domínio viável, enquanto que a parte do domínio em que alguma restrição não é respeitada é denominada domínio inviável. A Figura 2.5 ilustra esse conceito para um espaço bidimensional.

Figura 2.5 – Regiões de domínio viável e inviável.



Fonte: SILVA, 2001

Mediante o estudo desse gráfico bidimensional, pode-se entender a influência das restrições na localização da solução ótima. Considera-se um problema de multicritérios em que se deseja otimizar vários objetivos de uma única vez. Para resolver o problema deve-se definir uma única função que combina todos esses objetivos denominada função multiobjetivo (SILVA, 2001).

2.4.1 Algoritmo Genético Multi Objetivo (MOGA)

Os Algoritmos Genéticos são técnicas de busca inspiradas em mecanismos de seleção e genética natural (GOLDBERG, 1989). Dada uma população inicial de soluções, esta evolui até convergir para uma solução, por meio da aplicação de operadores genéticos de seleção, cruzamento e mutação. Considerando um problema de otimização qualquer, os Algoritmos Genéticos inicializam a busca da melhor solução a partir de um conjunto inicial de soluções aleatórias. Cada elemento do conjunto inicial de soluções é denominado indivíduo ou cromossomo. Um indivíduo pode ser representado por uma cadeia de símbolos, por exemplo, uma cadeia binária. É importante que cada indivíduo da população seja capaz de representar completamente uma possível solução do problema tratado.

Em seguida, uma nova população ou geração é gerada a partir da população inicial. Para criar os indivíduos da nova população, são utilizados operadores genéticos de cruzamento e mutação. Uma população é obtida a partir da anterior, aplicando-se o cruzamento para aqueles indivíduos com um maior valor de aptidão, simulando o processo de seleção natural. O valor

de aptidão é calculado para cada indivíduo mediante uma função chamada função de aptidão ou função objetivo.

O processo de geração de novas populações é repetido iterativamente até que o AG chegue a uma solução aceitável, ou satisfaça alguma condição de parada. A representação do AG na forma de fluxograma está ilustrada na Figura 2.6.

Figura 2.6 – Fluxograma de um Algoritmo Genético.



Fonte: TICONA, 2003

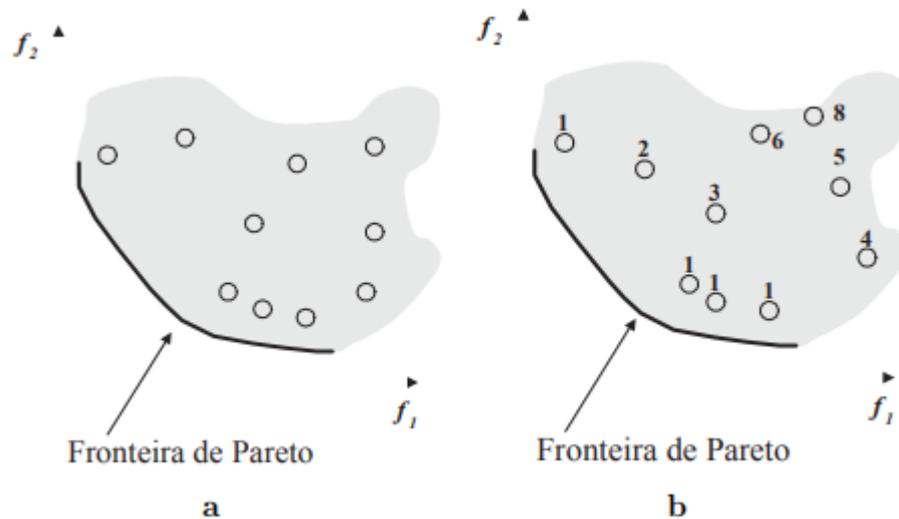
O algoritmo MOGA (FONSECA; FLEMING et al., 1993) foi o primeiro a dar ênfase ao conceito de dominância e à diversidade das soluções (DEB, 2001). Ele se diferencia dos AGs clássicos pela forma com que atribui o valor de aptidão às soluções de uma população. A cada solução é associado um valor de ranking que é igual ao número de soluções n_i que a dominam mais um.

$$r_i = 1 + n_i$$

Assim, as soluções não dominadas possuem ranking 1. Pelo menos um indivíduo da população possui valor de $r_i = 1$, o valor máximo de r_i não é maior do que o tamanho da população (N). A Figura 2.7a mostra um conjunto de soluções e seus valores r_i na Figura 2.7b.

Pode-se observar que alguns valores de r_i não são usados (7, 9, e 10). Associa-se um contador para $\mu(r_i)$ para cada valor de r_i .

Figura 2.7 – Cálculo do ranking do algoritmo MOGA.



Fonte: DEB, 2001

A seguir, a população é ordenada conforme r_i , e se dá um valor de aptidão preliminar para cada solução usando uma função linear ou outro tipo de função (FONSECA; FLEMING et al., 1993). Posteriormente, o valor de aptidão média para as soluções no mesmo ranking é calculada. Isto permite que, soluções com melhor ranking tenham valores de aptidão mais altos. Desta forma, as soluções não dominadas são destacadas.

Particularmente, o MOGA tem como vantagem obter máximos ou mínimos globais para a função objetivo, uma vez que outros métodos dependendo do início da interação podem apenas chegar a valores máximos ou mínimos locais (VANDERPLAATS, 1999).

2.5 Análise Modal

O objetivo da análise de vibrações é determinar a resposta de uma estrutura a excitações dependentes do tempo, tais como cargas dinâmicas e mudanças nas condições de contorno, dentre outras.

A frequência natural, que são autovalores, é a frequência para a qual uma estrutura linear estática tenderá a vibrar uma vez que é configurado um movimento. Uma estrutura pode possuir muitas frequências naturais, a menor delas é chamada de frequência natural fundamental. Cada frequência natural está associada com um modo de vibrar de deformação. Frequência na-

tural pode ser definida ainda em termos de ciclos por segundo (hertz) ou radianos por segundo, existem 2π radianos por ciclo.

Os modos de vibrar, que são autovetores, é uma função definida sobre uma estrutura a qual descreve o deslocamento relativo de qualquer ponto na estrutura enquanto a estrutura vibra em único modo. Um modo de vibrar está associado com a frequência natural da estrutura. Se a deflexão de uma estrutura com vibração linear em alguma direção é denotada por $Y(x, t)$, onde x é um ponto na estrutura e t é o tempo, então se a estrutura vibrar apenas no modo k , a deflexão pode ser escrita como

$$Y(x, t) = \tilde{y}_k(x)y_k(t)$$

onde $\tilde{y}_k(x)$ é o modo de vibrar, o qual é função apenas do espaço, e $y_k(t)$ é função apenas do tempo. Se a estrutura vibra em um número de modos, o deslocamento total é a soma dos deslocamentos modais:

$$Y(x, t) = \sum_{i=1}^N \tilde{y}_i(x)y_i(t)$$

(BLEVINS, 1979)

2.5.1 Vibrações Livres Amortecidas

A resolução dos sistemas de segunda ordem de um movimento oscilatório forçado amortecido, representado pela Equação 2.5, onde M , C e K são matrizes escalares de ordem $n \times n$, M é não singular, e $u(t)$, $f(t)$ são funções reais do espaço euclidiano n dimensional. (RAO, 2009)

$$M\ddot{x}(t) + C\dot{x}(t) + Kx(t) = f(t) \quad (2.5)$$

Assumindo que este sistema tenha solução do tipo $x(t) = De^{\lambda t}$, sendo λ uma variável complexa, assim:

$$x(t) = De^{\lambda t} \quad (2.6)$$

$$\dot{x}(t) = \lambda De^{\lambda t} \quad (2.7)$$

$$\ddot{x}(t) = \lambda^2 De^{\lambda t} \quad (2.8)$$

Substituindo estas soluções na Equação 2.5 conduz ao seguinte resultado:

$$m\lambda^2 De^{\lambda t} + c\lambda De^{\lambda t} + kDe^{\lambda t} = 0 \quad (2.9)$$

$$De^{\lambda t}(m\lambda^2 + c\lambda + k) = 0 \quad (2.10)$$

Como $D = 0$ é a solução trivial e $e^{\lambda t}$ nunca é zero, temos a seguinte equação característica

$$m\lambda^2 + c\lambda + k = 0 \quad (2.11)$$

que pode ser escrita como

$$\lambda^2 + \frac{c}{m}\lambda + \frac{k}{m} = 0 \quad (2.12)$$

A solução da equação de segundo grau na Equação 2.12 pode ser solucionada usando álgebra simples, assim

$$\lambda_{1,2} = -\frac{c}{2m} \pm \sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}} \quad (2.13)$$

Com isto a solução final da Equação 2.5 é dada por

$$x(t) = D_1 e^{\lambda_1 t} + D_2 e^{\lambda_2 t} \quad (2.14)$$

$$x(t) = D_1 e^{\left(-\frac{c}{2m} + \sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}}\right)t} + D_2 e^{\left(-\frac{c}{2m} - \sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}}\right)t} \quad (2.15)$$

Colocando em evidência o termo $e^{-\frac{c}{2m}t}$ tem-se a solução final

$$x(t) = e^{-\frac{c}{2m}t} \left[D_1 e^{\left(\sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}}\right)t} + D_2 e^{\left(-\sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}}\right)t} \right] \quad (2.16)$$

2.6 Incertezas

A análise de confiabilidade estrutural é voltada para avaliar a probabilidade de falha de um projeto com relação às restrições estruturais e/ou de desempenho especificadas e a variação avaliada dessas funções de restrição. Assim, um problema de projeto determinístico é convertido em um problema de análise de confiabilidade, convertendo-se restrições determinísticas em restrições probabilísticas:

$$g(X) \leq 0$$

torna-se

$$P_f = P(g(X) > 0) \leq P^U$$

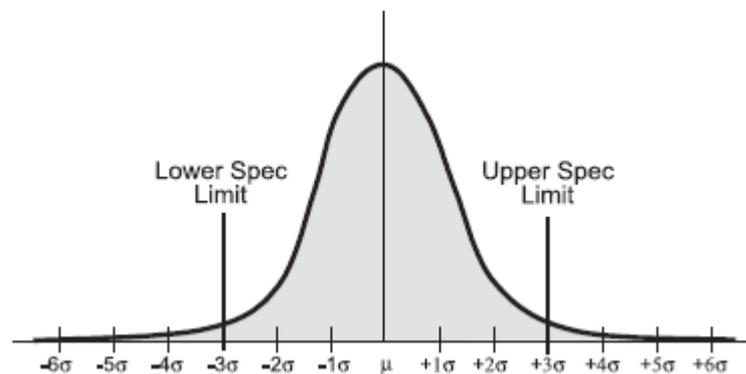
onde X é o conjunto de parâmetros de projeto, um ou mais dos quais são incertos ou variam aleatoriamente, P_f é a probabilidade de falha para a restrição ou função de estado limite g , e P^U é o limite superior necessário para a probabilidade de falha (MELCHERS; BECK, 2018). A otimização baseada na confiabilidade enfoca os efeitos das incertezas de entrada, modeladas através de variáveis aleatórias com distribuições de probabilidade e propriedades atribuídas, mediante satisfação das restrições probabilísticas (THANEDAR; KODIYALAM, 1992; BELEGUNDU, 1988; YU; CHOI; CHANG, 1997; CHEN; HASSELMAN; NEILL, 1997).

Unido o conceito de confiabilidade aos métodos de engenharia de qualidade baseados em Taguchi, o foco está nos objetivos de desempenho, que são expandidos a partir de objetivos determinísticos de “minimizar” ou “maximizar” para incluir tanto o desempenho médio quanto a variação de desempenho. Com os métodos de Taguchi, os objetivos são direcionar o desempenho médio em direção a um alvo, “média no alvo”, e “minimizar a variância” do desempenho (PHADKE, 1989). Os métodos Taguchi empregam métricas como relação sinal-ruído e função de perda para atingir esses objetivos (ROSS, 1996; PHADKE, 1989). No entanto, dentro dos métodos baseados em Taguchi, as restrições não são formuladas, como é tipicamente feito com formulações de otimização. Os métodos de Taguchi empregam o projeto de experimentos (DOE) (MONTGOMERY, 2017) para avaliar potenciais projetos. A melhor alternativa em relação às métricas objetivas escolhidas é selecionada dentre as avaliadas. A otimização numérica geralmente não é realizada entre os pontos de projetos avaliados.

Projetar para um nível de qualidade de 6-sigma com relação aos limites de especificação de projeto é o equivalente a projetar para um nível de confiabilidade de 99,9999999% (probabilidade de falha de 0,0000002%) em relação às funções de estados limites definidos.

O Six Sigma é uma filosofia de qualidade no mais alto nível, relacionada a todos os processos, e uma medida de qualidade no nível mais baixo. O termo “sigma” refere-se ao desvio padrão, σ . A variância, σ^2 , é uma medida de dispersão de um conjunto de dados em torno do valor médio, μ , desses dados. Essa propriedade pode ser usada para descrever a variabilidade conhecida de fatores que influenciam um sistema (produto ou processo) e como uma medida da variabilidade do desempenho e, portanto, da qualidade. A variação de desempenho pode ser caracterizada como um número de desvios padrão do desempenho médio, como mostrado na Figura 2.8. As áreas sob a distribuição normal na Figura 2.8 associadas a cada nível- σ estão diretamente relacionadas à probabilidade de desempenho que cai naquele particular intervalo (por exemplo, $\pm 1\sigma$ é equivalente a uma probabilidade de 0,683). Essas probabilidades são exibidas na Figura 2.9 como variação percentual e número de peças defeituosas por milhão de peças.

Figura 2.8 – Distribuição Normal, 3-sigma design



Fonte: KOCH, 2004

Figura 2.9 – Nível sigma como porcentagem de variação e defeitos por milhão

Sigma level	Percent variation	Defects per million (short term)	Defects per million (long term – 1.5 sigma shift)
$\pm 1\sigma$	68.26	317 400	697 700
$\pm 2\sigma$	95.46	45 400	308 733
$\pm 3\sigma$	99.73	2700	66 803
$\pm 4\sigma$	99.9937	63	6200
$\pm 5\sigma$	99.999943	0.57	233
$\pm 6\sigma$	99.9999998	0.002	3.4

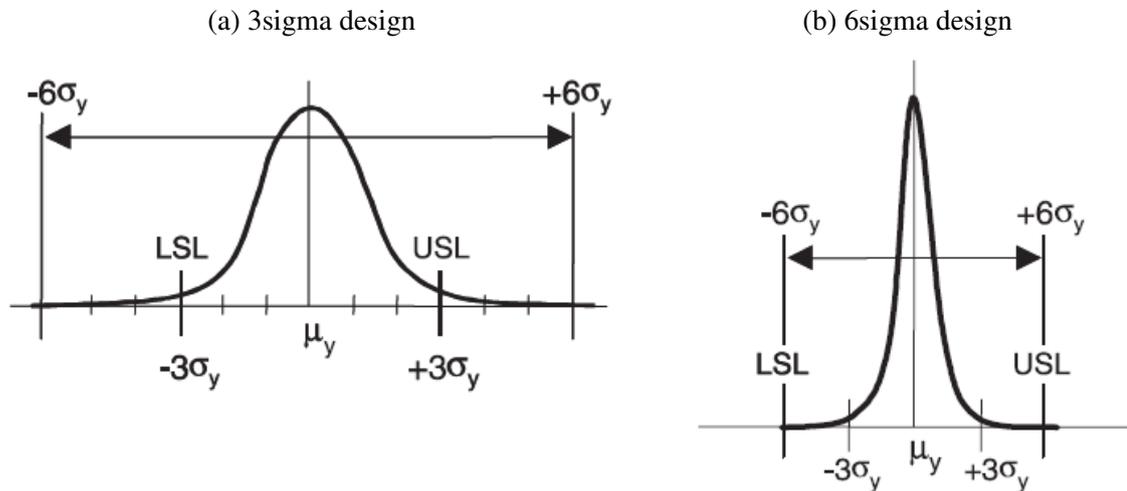
Fonte: KOCH, 2004

A qualidade pode ser medida usando qualquer uma das métricas de variabilidade na Figura 2.9 - “sigma level”, variação percentual ou probabilidade (equivalente à confiabilidade) ou número de defeitos por milhão de peças - comparando os limites de especificação de desempenho associados e a variação de desempenho medida. Na Figura 2.8, os limites de especificação inferior e superior que definem a faixa de desempenho desejada são mostrados para coincidir com $\pm 3\sigma$ da média. O design associado a este nível de variância de desempenho seria considerado um design “3 σ ”. Este design é de qualidade aceitável? Tradicionalmente, se $\pm 3\sigma$ de variação de desempenho fosse identificado dentro dos limites de especificação estabelecidos, isso era considerado variação aceitável; neste caso, 99,73% da variação está dentro dos limites especificados, ou a probabilidade de atender aos requisitos definidos por esses limites é de 99,73%. Em termos de engenharia, essa probabilidade foi considerada aceitável.

O foco na obtenção da qualidade six sigma é comumente referido como “design for six sigma” (DFSS): se esforçando para manter seis desvios padrão ($\mu \pm 6\sigma$) de variação de desempenho dentro dos limites aceitáveis definidos, conforme ilustrado na Figura 2.10. Na Figura 2.9a e 2.9b, a média, μ , e limite de especificação inferior (LSL) e limite de especificação superior (USL) na variação de desempenho são mantidos fixos. A Figura 2.9a representa o projeto 3-sigma da Figura 2.8; O valor de $\pm 3\sigma$ da variação de desempenho está dentro dos limites de especificação definidos. Para obter um design 6 σ , para o qual a probabilidade de que o desempenho permaneça dentro dos limites definidos é essencialmente 100%, a variação de desempenho deve ser reduzida (reduzida σ^y), conforme mostrado na Figura 2.9b. Note que

enquanto o 6σ é uma medida da qualidade do design, o seis sigma é um processo e uma filosofia de melhoria da qualidade; um processo six sigma não implica ou garante um design 6σ .

Figura 2.10 – Design para six sigma (LSL, USL: lower, upper specification limits)



Fonte: KOCH, 2004

Em um contexto de projeto de engenharia, esses conceitos de qualidade, medição e melhoria do six sigma podem ser relacionados a duas medidas de projeto probabilístico: confiabilidade e robustez. Os dois objetivos na criação de qualidade são: (1) esforçar-se para manter o desempenho dentro de limites aceitáveis, consistentemente (confiabilidade) e (2) esforçar-se para reduzir a variação de desempenho e, assim, aumentar a robustez. Confiabilidade é definida como a probabilidade de satisfazer restrições; inversamente, a probabilidade de falha, probabilidade de não satisfazer restrições, é frequentemente medida.

A confiabilidade pode ser diretamente relacionada ao nível sigma: um nível sigma de curto prazo de $\pm 3\sigma$ é equivalente a uma confiabilidade de 99,73%. O termo “robustez”, por outro lado, refere-se simplesmente à quantidade de variabilidade de desempenho. No contexto de projeto de engenharia robusto, a robustez é definida como a sensibilidade dos parâmetros de desempenho a flutuações em parâmetros de projeto incertos. Essa sensibilidade é capturada por meio da estimativa de variabilidade de desempenho. O motivo fundamental subjacente ao design robusto é melhorar a qualidade de um produto ou processo, não apenas se esforçando para atingir metas ou objetivos de desempenho ("média no alvo"), mas também minimizando a variação de desempenho (CHEN; HASSELMAN; NEILL, 1997).

2.6.1 Princípio da Máxima Entropia

O Princípio de Entropia Máxima (MEP) é usado para obter os modelos probabilísticos para os parâmetros incertos da estrutura estudada. Inicialmente, Jaynes (JAYNES, 1957) propôs este princípio na física estatística. O princípio consiste em maximizar a entropia do sistema, conforme definido por Shannon (SHANNON, 1948), a partir das informações disponíveis. Assim, a Função Densidade de Probabilidade (PDF) dos parâmetros incertos são obtidos de forma consistente com as informações disponíveis e a física do problema. Com o PDF obtido, pode-se realizar a análise da propagação das incertezas (CURSI; SAMPAIO, 2015; PIOVAN; SAMPAIO, 2015; KAPUR, 1989). Seu princípio é formulado da seguinte forma:

“Dentre todas as distribuições de probabilidade que satisfaçam as restrições dadas pela informação disponível, selecione aquela que maximize a entropia”.

Este princípio pode ser reescrito de acordo com a Equação 2.17:

$$p_v^{(opt)} = \arg \max_{p_v \in \mathfrak{B}} S(p_v) \quad (2.17)$$

Na Equação 2.17, $p_v^{(opt)}$ é o PDF ótimo, com $S(p_v^{(opt)}) \geq S(p_v)$, $\forall p_v \in \mathfrak{B}$ e S é a medida de entropia, onde \mathfrak{B} é um conjunto de PDFs admissíveis que satisfazem a informação disponível das variáveis aleatórias, sem violar suas restrições físicas. A medida da entropia S é definida como:

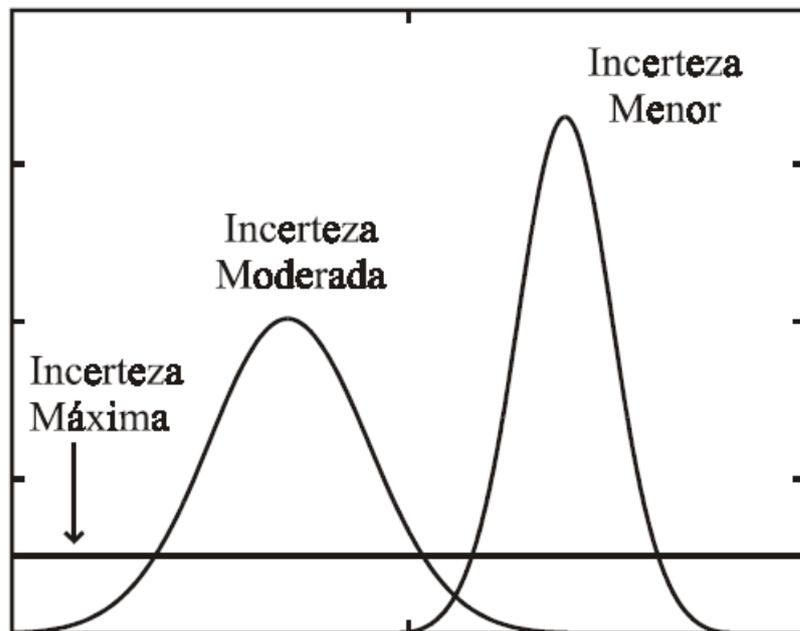
$$S(p_v) = - \int_{\mathfrak{G}} p_v \ln(p_v) dv \quad (2.18)$$

Na Equação 2.18, \mathfrak{G} é o suporte das distribuições de probabilidade das variáveis aleatórias, que é empregado no processo de otimização.

A entropia na teoria de Shannon (1948) corresponde à incerteza probabilística associada a uma distribuição de probabilidade. Cada distribuição reflete um certo grau de incerteza e diferentes graus de incerteza estão associados a diferentes distribuições (embora diferentes distribuições possam refletir o mesmo grau de incerteza). De um modo geral, quanto mais “espalhada” a distribuição de probabilidade, maior incerteza ela irá refletir. Diante de um caso onde se desconhece a taxa de ocorrência de determinado fator, a probabilidade mais razoável a ser atribuída é de a mesma taxa de ocorrência para cada um, ou seja, representar a incerteza

usando a distribuição uniforme. Esta atitude segue o conhecido princípio da razão insuficiente de Laplace, onde atribuir chances iguais aos eventos possíveis é a maneira mais razoável de alguém refletir sua ignorância (e sua incerteza) quanto às chances de ocorrência de cada evento. A Figura 2.11 ilustra graficamente essa situação no caso de distribuições contínuas de probabilidade.

Figura 2.11 – Representação de incerteza com distribuições de probabilidade.

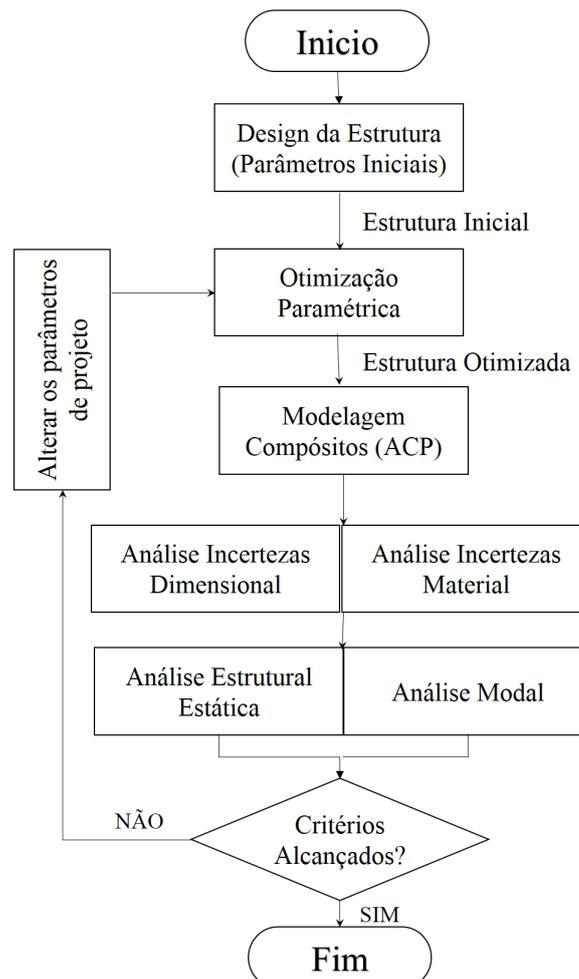


Fonte: (MATTOS; VEIGA, 2002)

3 ESTUDO DE CASO

No estudo de caso foi desenvolvida a aplicação da metodologia proposta à asa de um aeromodelo rádio controlado, onde se pretende através de um fluxo de processos pré-determinado obter uma estrutura otimizada com elevada confiabilidade. Para isto foi seguido as etapas apresentadas no fluxograma da Figura 3.1, onde primeiramente é feito o projeto inicial de acordo com os parâmetros específicos para cada caso, em seguida é aplicado a otimização estrutural a fim de obter uma estrutura com características mecânicas ótimas minimizando comportamentos ou características estáticas e dinâmicas indesejadas. A próxima etapa consiste da quantificação das incertezas que tem por objetivo buscar um alto grau de confiabilidade, e por fim as análises estática e dinâmica da estrutura obtida tanto por um viés determinístico quanto um probabilístico, além de uma análise das sensibilidades.

Figura 3.1 – Fluxograma do processo.



Fonte: Autor

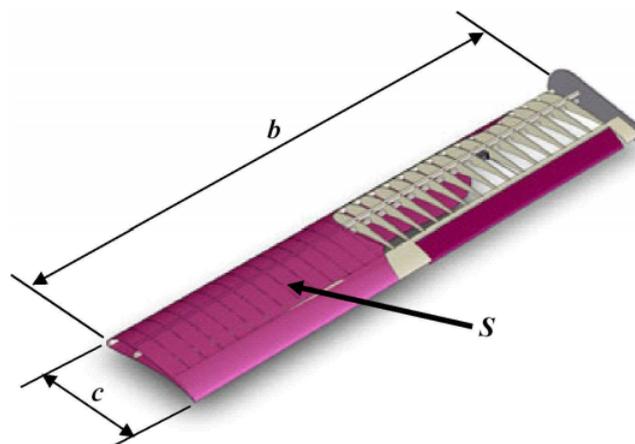
A asa usada como base para análise neste trabalho foi a da aeronave projetada pela equipe Ptero Aerodesign - UFLA em 2018. Com o objetivo de competir na SAE BRASIL Aerodesign na classe regular. Ela foi modelada no software Inventor®, versão 2017.

Para este trabalho foram utilizadas ferramentas computacionais para modelagem 3D, de cálculo e de simulação. Para os cálculos iniciais e desenvolvimento do diagrama velocidade versus fator de carga (V_{xn}) foi usado o software MatLab® versão estudante. Para análise e cálculo das variáveis relacionadas ao perfil aerodinâmico foi utilizado o software de código livre XFRL5. E por fim para a análise numérica, utilizando elementos finitos, a asa foi modelada e analisada através do ANSYS Workbench® versão estudante, onde também foi feita a otimização estrutural do modelo e quantificação de incertezas da estrutura obtida.

3.1 Parâmetros de Projeto

O modelo de asa em estudo é composto por uma asa de geometria retangular com fixação alta. Na Figura 3.2, o parâmetro b é a envergadura total da asa, c é a corda, que no caso da asa de geometria retangular é constante ao longo de sua envergadura, e S é sua área que para este caso assume o valor $S = b * c$.

Figura 3.2 – Dimensões da Asa



Fonte: Autor

A Tabela 3.1 mostra os valores definidos e calculados para os principais parâmetros da asa.

Tabela 3.1 – Parâmetros de projeto

Parâmetro	Valor	Parâmetro	Valor
Envergadura	1.6 [m]	Fator de Carga(max)	2.5 [g's]
Corda	0.5 [m]	Reynolds	5E5
Peso Total	127.530 [N]	Cl_max	2.28

Fonte: Autor

O aeromodelo projetado tem capacidade de sustentação para uma massa total m de até 13 kg, onde o peso total é dado por $W = m \cdot g$ sendo a gravidade considerada $g = 9,81 m/s^2$.

Para o propósito do projeto aerodesign, o regulamento da competição bonifica as equipes que conseguirem obter a maior eficiência estrutural, ou seja, a aeronave mais leve que carregar em seu compartimento a maior carga útil possível, dessa forma, é interessante que o fator de carga seja o menor possível respeitando obviamente uma condição segura de vôo, portanto, considerando que uma aeronave destinada a participar do aerodesign é um avião não tripulado, é perfeitamente aceitável um fator de carga positivo máximo $n_{max} = 2,5$, pois dessa forma garante-se um vôo seguro com uma estrutura leve e que suporte todas as cargas atuantes durante o vôo.

O número de Reynolds (Re) é um número adimensional usado em mecânica dos fluídos para o cálculo do regime de escoamento de determinado fluido sobre uma superfície. Para aplicações em perfis aerodinâmicos, o número de Reynolds pode ser expresso em função da corda média aerodinâmica do perfil pela Equação 3.1.

$$Re = \frac{\rho \cdot v \cdot \bar{c}}{\mu} \quad (3.1)$$

onde: v representa a velocidade do escoamento, ρ é a densidade do ar, μ a viscosidade dinâmica do ar e \bar{c} a corda média aerodinâmica do perfil.

A importância fundamental do número de Reynolds é a possibilidade de se avaliar a estabilidade do fluxo podendo obter uma indicação se o escoamento flui de forma laminar ou turbulenta. O valor de Reynolds calculado para este projeto está na Tabela 3.1.

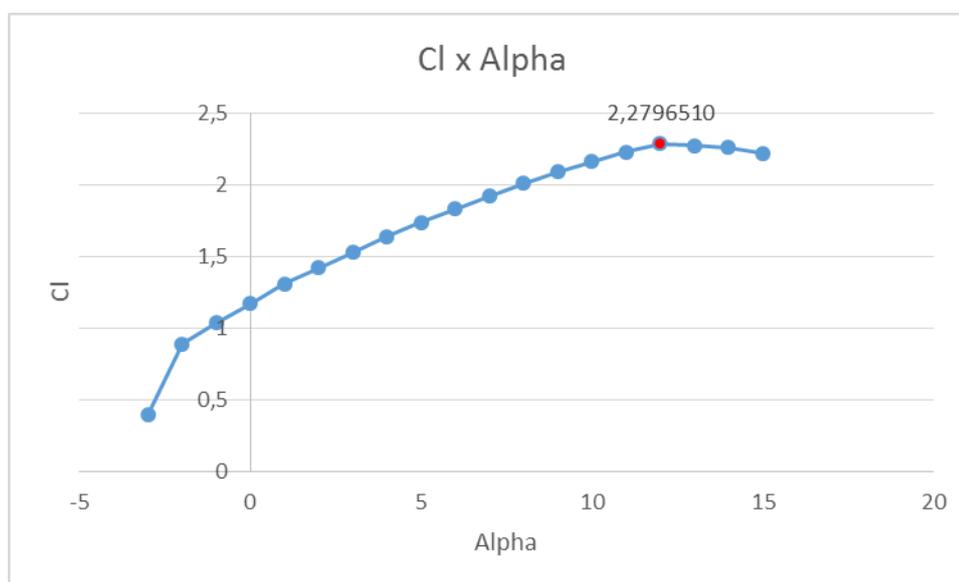
Em aeronaves de escala reduzida que participam da competição SAE AeroDesign, normalmente a faixa de número de Reynolds está compreendida entre 3×10^5 e 5×10^5 . A determinação do número de Reynolds representa um fator muito importante para a escolha e análise adequada das características aerodinâmicas de um perfil aerodinâmico, pois a eficiência de um

perfil em gerar sustentação e arrasto está intimamente relacionada ao número de Reynolds obtido. Geralmente no estudo do escoamento sobre asas de aviões o fluxo se torna turbulento para números de Reynolds da ordem de 1×10^7 , sendo que abaixo desse valor geralmente o fluxo é laminar.

Coefficiente de sustentação (C_l) é definido como a eficiência do perfil para gerar força de sustentação, sendo em função (no caso de escoamento incompressível) do modelo do perfil, do número de Reynolds e do ângulo de ataque. Este valor é usualmente determinado a partir de ensaios em túnel de vento ou em softwares específicos para simular um túnel de vento. Quanto mais alto o coeficiente de sustentação, mais alta é a geração de força de sustentação (RODRIGUES, 2013).

O coeficiente de sustentação máximo foi obtido através do software XFRL5 para o aerofóil SELIG1223 selecionado para o projeto. Usando os parâmetros determinados anteriormente obtivemos o gráfico do coeficiente de sustentação versus o ângulo de ataque ($C_l \times \alpha$), a partir do gráfico mostrado na Figura 3.3 determinou-se o coeficiente de sustentação máximo ($C_{l_{max}}$).

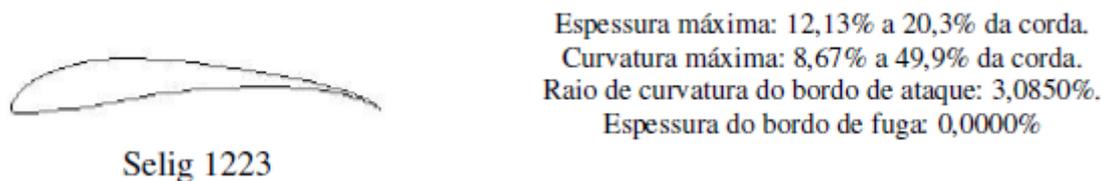
Figura 3.3 – Coeficiente de Sustentação x Alpha.



Fonte: XFRL5

Em projetos destinados a participar da competição SAE-AeroDesign é muito importante que o perfil selecionado possua um elevado coeficiente de sustentação aliado a baixos coeficientes de arrasto e momento de modo que possua uma elevada eficiência aerodinâmica. O perfil escolhido SELIG1223 possui as seguintes características principais:

Figura 3.4 – SELIG1223



Fonte: UIUC Airfoil Coordinates Database

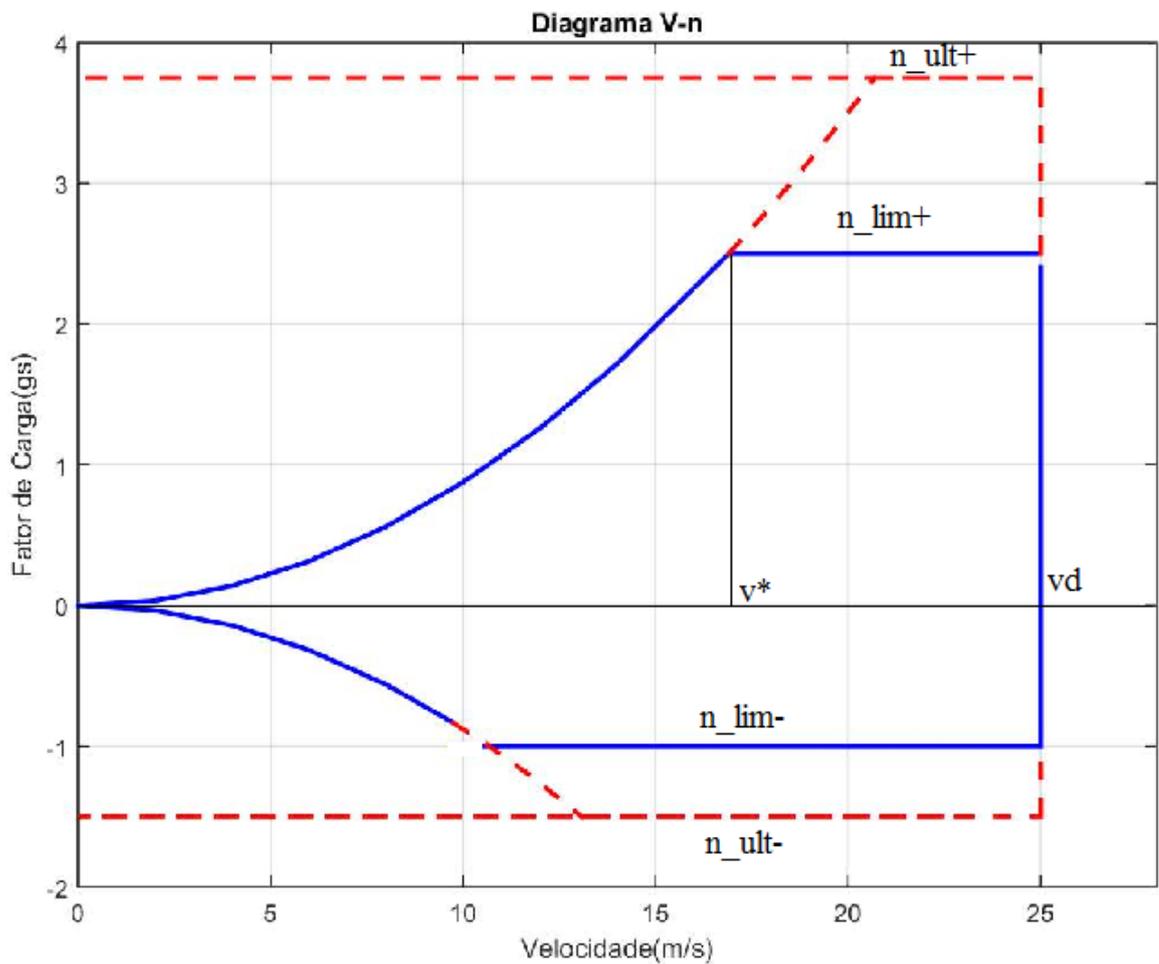
O diagrama v-n representa uma maneira gráfica para se verificar as limitações estruturais de uma aeronave em função da velocidade de voo e do fator de carga n a qual o avião está submetido.

É importante notar que para um voo realizado com a velocidade de estol, o fator de carga n será igual a 1, pois como a velocidade de estol representa a mínima velocidade com a qual é possível manter o voo reto e nivelado de uma aeronave, tem-se nesta situação que $L = W$ e assim, a velocidade na qual o fator de carga é igual a 1 pode ser obtida pela velocidade de estol da aeronave.

Um ponto muito importante é a determinação da velocidade de manobra da aeronave representada na Figura 3.5 por v^* . Um voo realizado nesta velocidade com alto ângulo de ataque e $Cl = Cl_{max}$, corresponde a um voo realizado com o fator de carga limite da aeronave em uma região limítrofe entre o voo reto e nivelado e o estol da aeronave.

Tendo em vista os conceitos apresentados anteriormente e com o auxílio do software MatLab®, determinou-se o diagrama v-n de manobra para a aeronave em estudo, conforme mostrado na Figura 3.5.

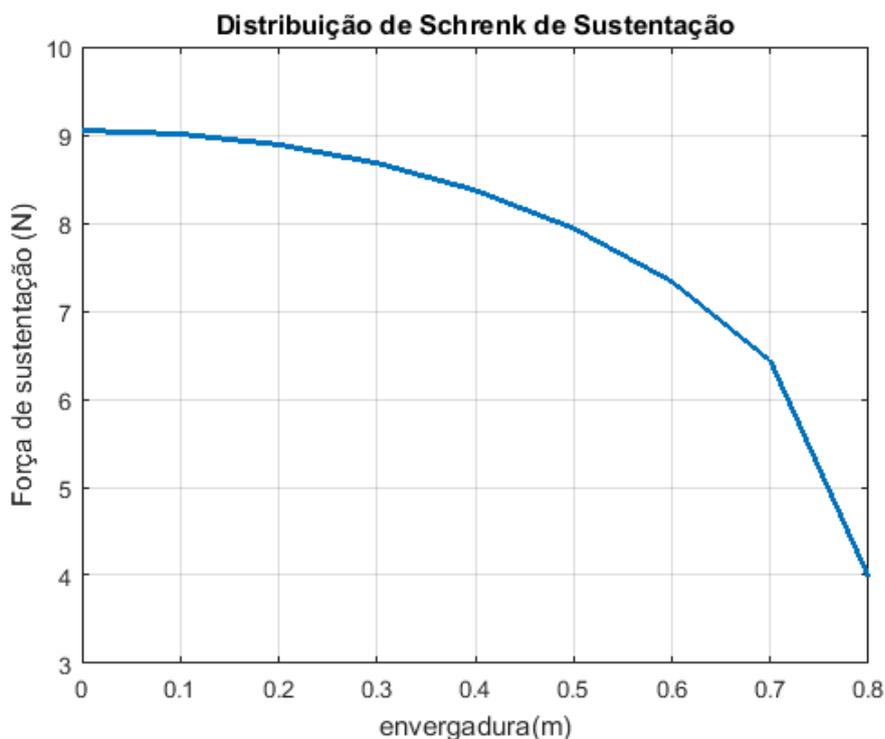
Figura 3.5 – Diagrama v-n da aeronave em estudo.



Fonte: MatLab

Os cálculos apresentados na revisão bibliográfica para determinação da linha sustentadora de Plandtl foi implementado no software MatLab®, onde obteve-se a força atuante em cada ponto ao longo da envergadura da asa, por fim foi plotado um gráfico representando a distribuição desse carregamento em meia asa, partindo do pressuposto que o modelo é simétrico, conforme mostrado na Figura 3.6.

Figura 3.6 – Diagrama de Sustentação.



Fonte: MatLab

Durante o voo, é gerada uma distribuição de sustentação ao longo da envergadura da asa que atua no Centro de Pressão Aerodinâmico (CA) da asa, local onde esforços de flexão, torção e de cisalhamento se concentram, e também onde é posicionada a longarina principal da asa, objeto de estudo deste trabalho. Além disso, sabe-se que o centro aerodinâmico da asa localiza-se entre 25% e 30% da corda da asa, atrás do bordo de ataque da aeronave.

3.2 Parâmetros de Material

Como especificado anteriormente, a madeira balsa foi selecionada devido as suas características extremamente desejáveis para a aplicação. De acordo com Katz (KATZ et al., 2008) em um estudo sobre a anisotropia das madeiras, e ainda considerando os resultados obtidos por Toson (TOSON; VIOT; PESQUÉ, 2014) em seu estudo sobre o comportamento mecânico da balsa, puderam-se especificar os seguintes valores para os parâmetros da balsa, conforme mostrado na Tabela 3.2.

Tabela 3.2 – Propriedades Elásticas da Madeira Balsa

Propriedades ortotrópicas		
Módulo de Elasticidade [MPa]	$E_r = 50$	$E_z = 800$
Módulo de Cisalhamento [MPa]	$G_r = 21$	$G_z = 112$
Coefficiente de Poisson	$\nu_r = 0,23$	$\nu_z = 0,49$
Tensão de Ruptura [MPa]	$\sigma_r = 2$	$\sigma_z = 18$
Tensão de Cisalhamento [MPa]	$\tau_r = 2,1$	$\tau_z = 5,6$

Fonte: TOSON, 2014

Foi utilizada a modelagem de compósitos disponível no software ANSYS, denominada ACP - *Ansys Composite PrepPost*, a qual permite uma completa e precisa modelagem de materiais compósitos como é o caso da madeira balsa utilizada neste estudo, o módulo permite a consideração da orientação das fibras, camadas, inspeção do modelo, análise de falhas e parametrização, sendo ideal para a aplicação.

3.3 Parâmetros de Simulação

Com base em estudos anteriores realizados foi determinada que o perfil em I apresenta os melhores resultados para o caso a ser estudado. A otimização foi realizada para cada configuração de asa, com o objetivo de minimizar a massa da asa e, ao mesmo tempo, garantir que cada asa suporte o carregamento prescrito. As instalações internas de otimização interna do ANSYS® APDL foram usadas para realizar a otimização. O método de primeira ordem foi utilizado, pois é o método mais preciso disponível.

O objetivo desta otimização é fornecer um grupo de soluções aceitáveis, seguindo as restrições e critérios adotados. Múltiplas soluções são necessárias pois geralmente é imperativo a avaliação humana como fator decisivo na seleção da configuração desejado. Fornecer múltiplas soluções é uma característica inata e simples para o algoritmo genético.

O MOGA (Multi-Objective Genetic Algorithm) utilizado neste trabalho é um método que dá suporte a todos os tipos de parâmetros de entrada.

Os parâmetros de entrada do MOGA são:

- Máximo Número de Ciclos – O critério de parada baseado no número de ciclos máximo que o algoritmo pode executar.

- Número de Amostras Iniciais - O número de amostras geradas inicialmente de forma randômica.

- Número de Amostras por Iteração - O número de amostras que podem ser criados por iteração do método.

- Máximo Porcentagem de Pareto Admissível (Critério de Convergência) – Representa a porcentagem de soluções da população total que devem atingir os critérios e objetivos estabelecidos antes que o método pare.

- Porcentagem de Convergência de Estabilidade - A porcentagem de convergência que as soluções da população deve ter para que o método tenha convergido e conseqüentemente parado (MESIANO, 2015).

Em resumo, o problema de otimização pode ser escrito como:

$$\text{Minimizar } M_{asa} = f(L, h, E)$$

$$\text{Restrições } L_{min} < L < L_{max}$$

$$h_{min} < h < h_{max}$$

$$E_{min} < E < E_{max}$$

$$\theta < \theta_{max}$$

$$\sigma_{max} < \sigma_{adm}$$

Onde L , h e E são os parâmetros geométricos da estrutura, largura e altura do perfil da longarina e espessura das nervuras respectivamente. O deslocamento da estrutura é dado por θ e este deve ser menor que o valor máximo estipulado, equanto a tensão máxima σ_{max} deve ser menor do que a tensão de ruptura do material sujeito à um coeficiente de segurança (σ_{adm}).

3.3.1 Configuração da Longarina

O problema foi implementado para uma longarina em perfil I, demonstrado na Figura 3.7. Os valores iniciais das variáveis de projeto foram selecionados para que a asa tivesse rigidez suficiente para garantir uma solução viável, ou seja, todas as restrições fossem atendidas.

Para este caso as variáveis foram inicializadas usando os parâmetros demonstrados na Tabela 3.3, onde também constam os resultados obtidos para uma análise estrutural estática da mesma.

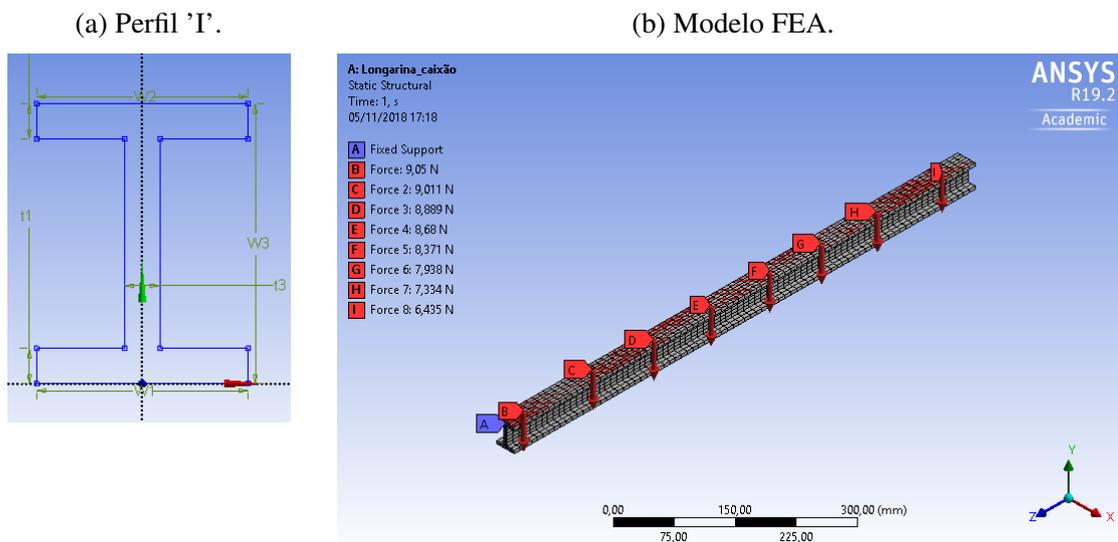
Tabela 3.3 – Valores Iniciais

	Altura	Bases	Espessura	Tensão Máx.	Deformação	Massa
Unidade	[mm]	[mm]	[mm]	[MPa]	[mm]	[Kg]
Valor Inicial	40	30	5	12,549	45,767	0,1584

Fonte: ANSYS

Para o perfil em I analisado, os parâmetros dimensionais podem ser vistos na Figura 3.6a. A Figura 3.6b mostra o modelo de elementos finitos projetado para os parâmetros descritos anteriormente.

Figura 3.7 – Perfil I.



Fonte: ANSYS

A análise numérica da longarina foi realizada utilizando-se o software ANSYS Workbench®, versão 19.2. A longarina foi modelada como uma viga engastada na extremidade, representando o contato da mesma com a fuselagem, e a aplicação do carregamento foi dividida em 8 componentes de forças, que visam simular a carga estática da curva de Schrenk atuante na longarina. A Figura 3.6b ilustram estas componentes para o perfil selecionado, e seus valores, atuando ao longo de meia longarina da asa.

O objetivo da simulação foi obter os valores de cada parâmetro geométrico previamente definido com o objetivo de minimizar a massa, de maneira que a rigidez estrutural seja mantida de forma a suportar os carregamentos atuantes. Nas seções seguinte são apresentados os resultados encontrados para cada análise.

3.4 Otimização da Estrutura

O método de otimização utilizado seleciona três pontos candidatos que apresentam melhores resultados para a função objetivo e restrições pré-determinadas. Na Tabela 3.4 estão representados os valores para os três pontos ótimos para esta configuração.

Tabela 3.4 – Pontos Ótimos

	Candidate Point 1	Candidate Point 2	Candidate Point 3
Altura [mm]	44,717	44,978	44,519
Largura base inf [mm]	17,535	16,796	16,642
Largura base sup [mm]	18,044	16,000	18,167
Espessura base inf [mm]	4,499	4,769	4,501
Espessura base sup [mm]	4,517	4,921	4,910
Espessura meio [mm]	3,078	3,016	3,016
Deformação Máxima [mm]	62,939	64,353	63,67
Tensão Máxima Equivalente [MPa]	15,235	15,602	15,326
Massa Estrutural [Kg]	0,0950	0,0932	0,0950

Fonte: ANSYS

Na Tabela 3.5, podemos ver os valores inicial e final das variáveis de projeto e das funções de objetivo e restrição. Como pode ser notado na tabela o ponto candidato com melhor resultado foi selecionado como base e padronizado para valores viáveis de projeto como valor final para esta configuração.

Tabela 3.5 – Valores Iniciais e Finais

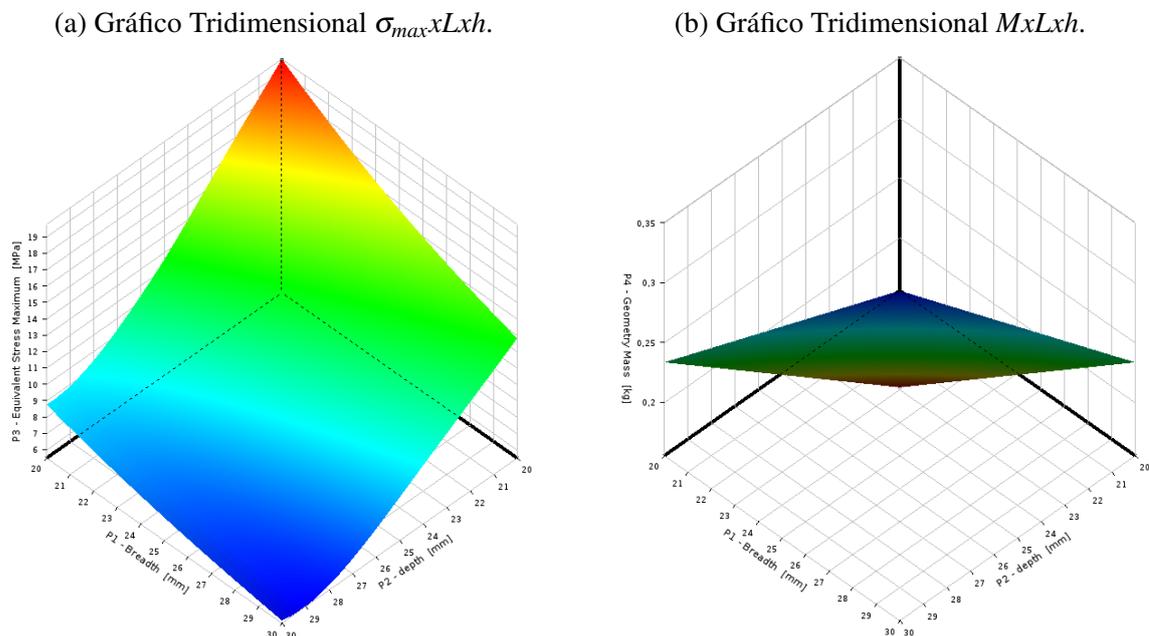
	H [mm]	L [mm]	Esp. [mm]	Deformação [mm]	Tensão Max. [MPa]	Massa [Kg]
Inicial	40	30	5	45,767	12,549	0,1584
Final	45	15	5-3	68,125	17,982	0,08976

Fonte: ANSYS

Analisando os resultados pode-se constatar que a massa teve uma redução de quase duas vezes o seu valor inicial, e a resistência máxima encontrada ainda está abaixo do valor de ruptura do material, porém com um coeficiente de segurança próximo ao limite aceitável.

As Figuras 3.8 mostra os gráficos tridimensionais para a variação da massa e da tensão com a variação dos parâmetros, a partir dos gráficos podemos notar que a massa e tensão apresenta comportamentos opostos, sendo necessário encontrar um ponto ótimo de forma a atender todos os requisitos de forma satisfatória.

Figura 3.8 – Gráfico Tridimensional dos Parâmetros.



Fonte: ANSYS

3.5 Análise Modal

Estruturas de aeronaves estão em constante desenvolvimento de forma a obter-se componentes mais leves, resistentes e confiáveis. Como consequência de tal tendência, as estruturas aeronáuticas tem se tornado mais flexíveis aumentando a suscetibilidade à vibrações e instabilidades aeroelásticas, mostrando-se cada vez mais importante a realização de estudo modal da estrutura.

As dez primeiras frequências naturais e os modos de vibrar para a condição engastada-livre da viga foram obtidos através da análise modal da estrutura em estudo. A Tabela 3.6 mostra as frequências naturais correspondentes encontradas de forma numérica (MEF).

Os dez primeiros modos de vibrar da longarina estão representados nas Figuras 3.9 a 3.18.

Tabela 3.6 – Frequências Naturais da longarina - Análise Modal MEF

Análise Modal MEF	
Mode	$f_N [Hz]$
1	10,719
2	30,777
3	34,433
4	67,453
5	116,14
6	180,34
7	200,4
8	264,3
9	339,02
10	477,96

Fonte: ANSYS

Figura 3.9 – 1º modo de vibrar

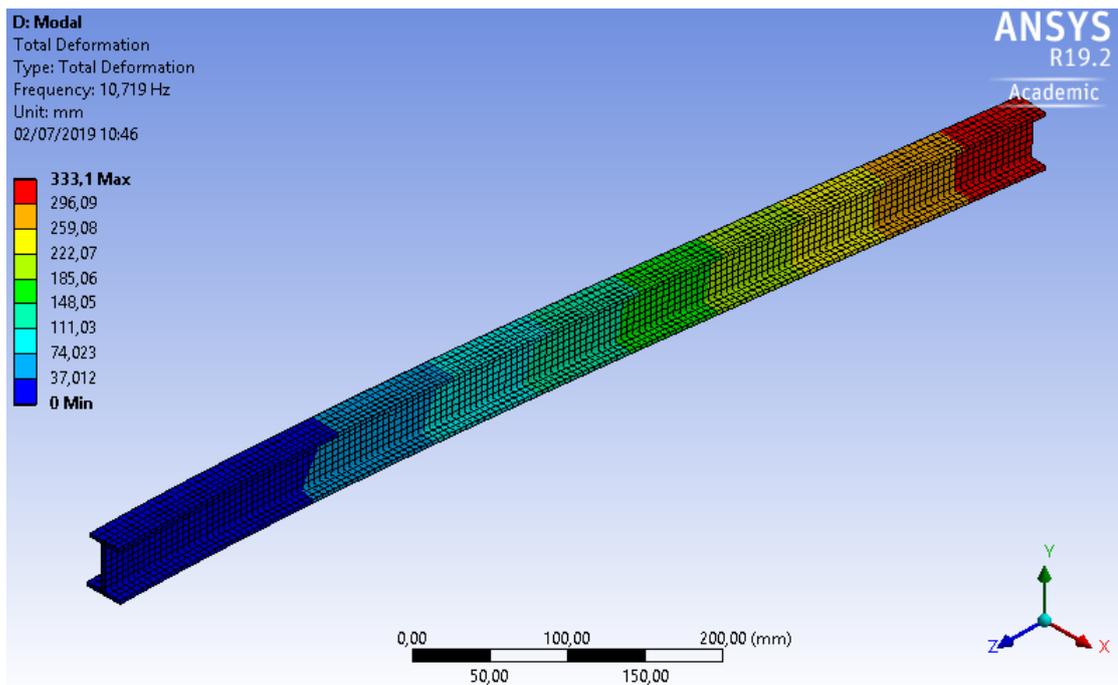


Figura 3.10 – 2º modo de vibrar

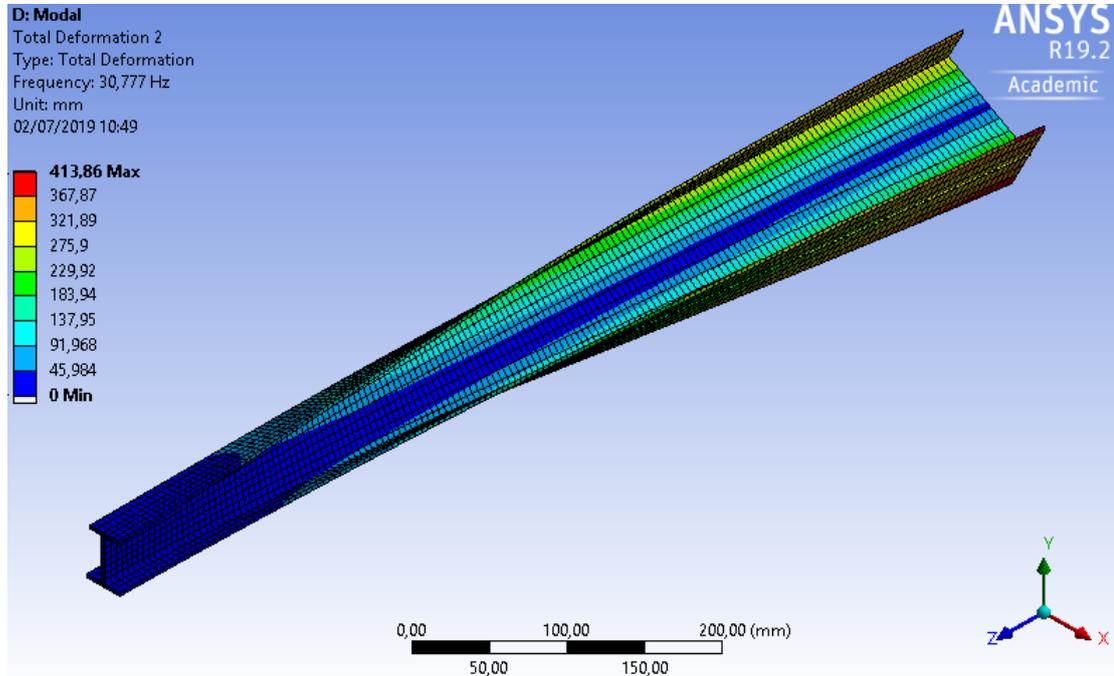


Figura 3.11 – 3º modo de vibrar

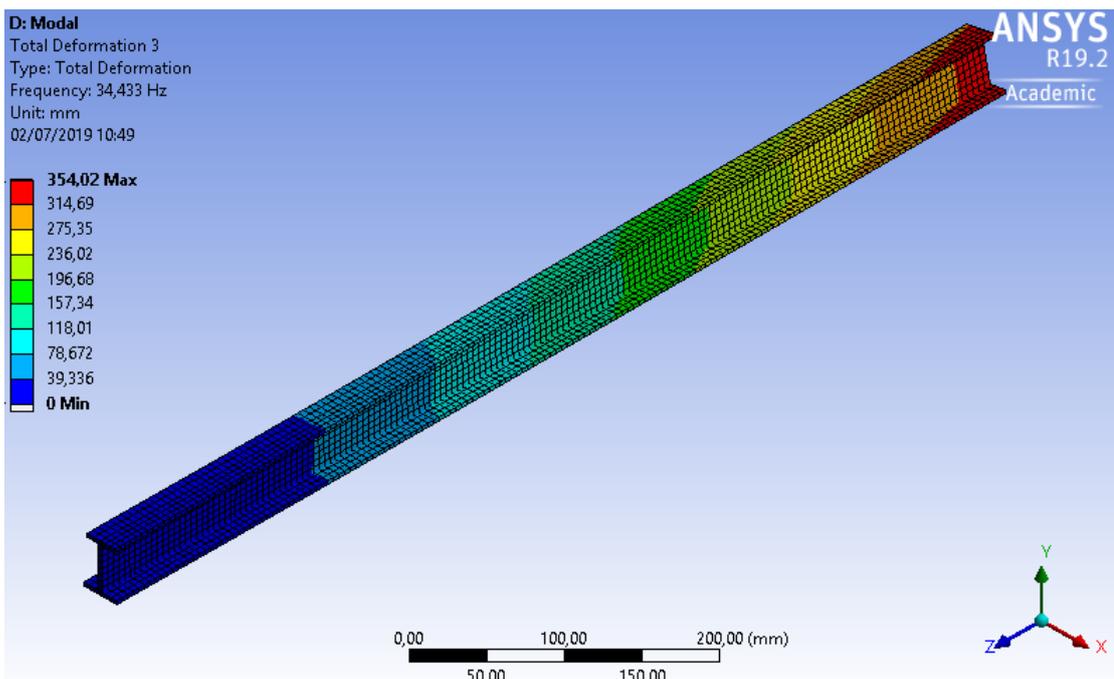


Figura 3.12 – 4º modo de vibrar

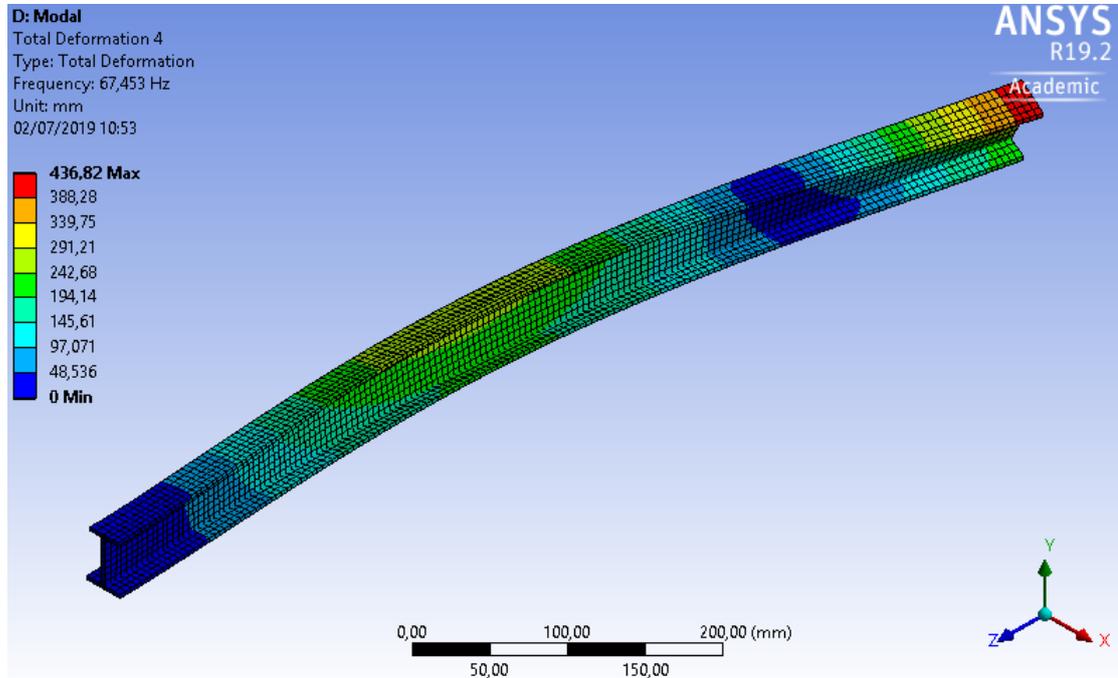


Figura 3.13 – 5º modo de vibrar

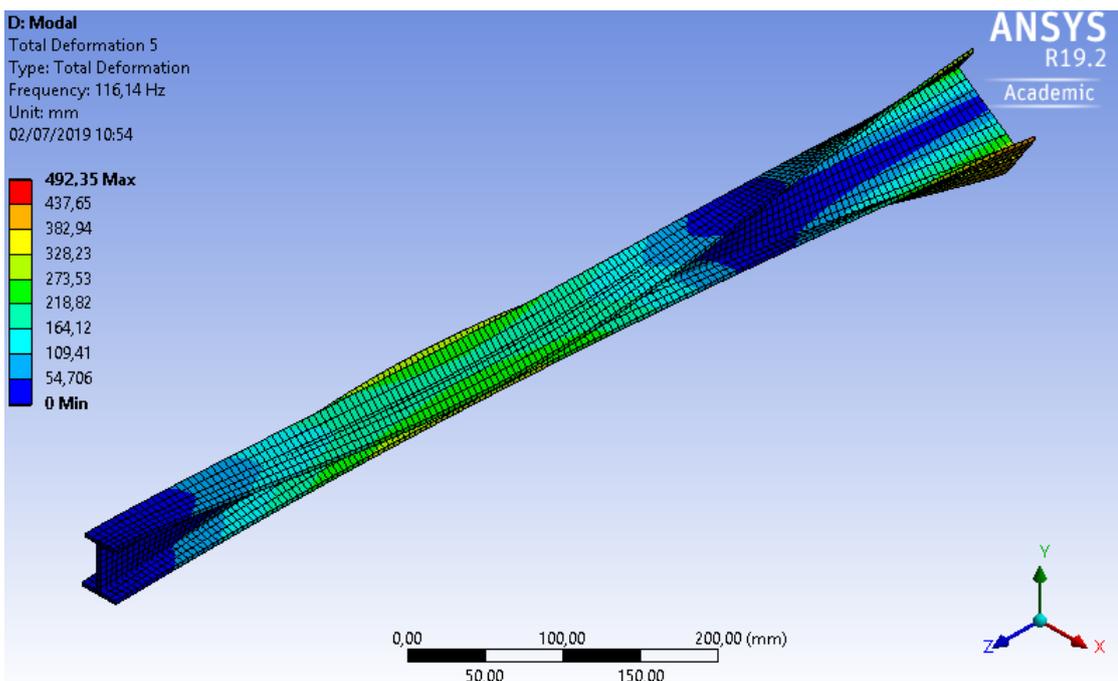


Figura 3.14 – 6° modo de vibrar

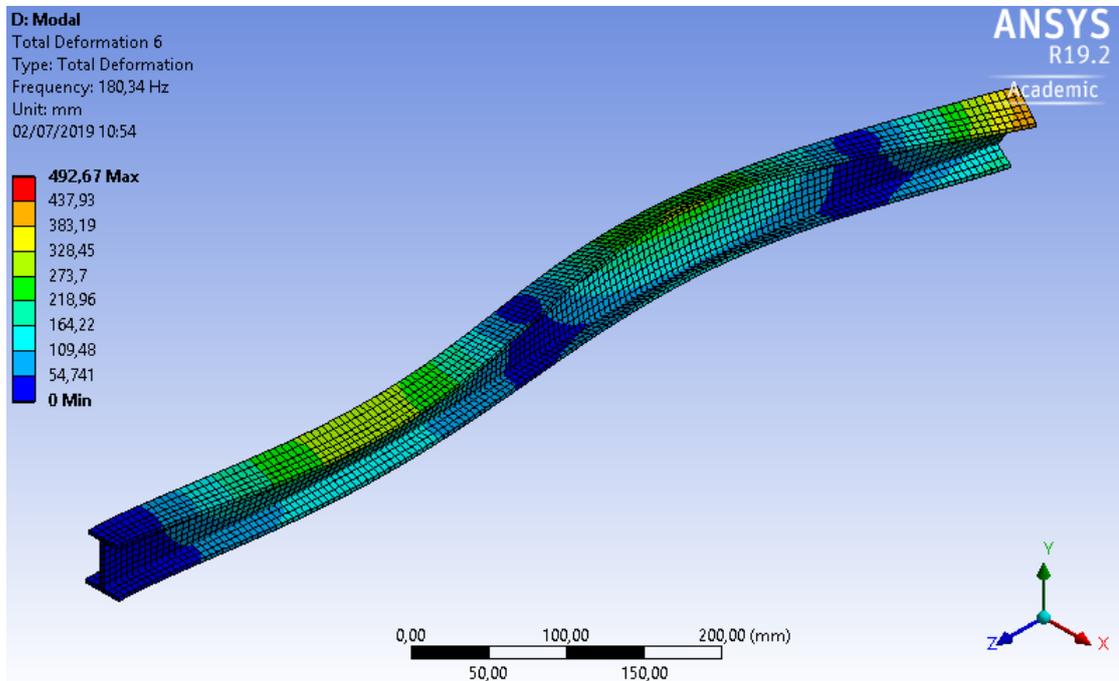


Figura 3.15 – 7° modo de vibrar

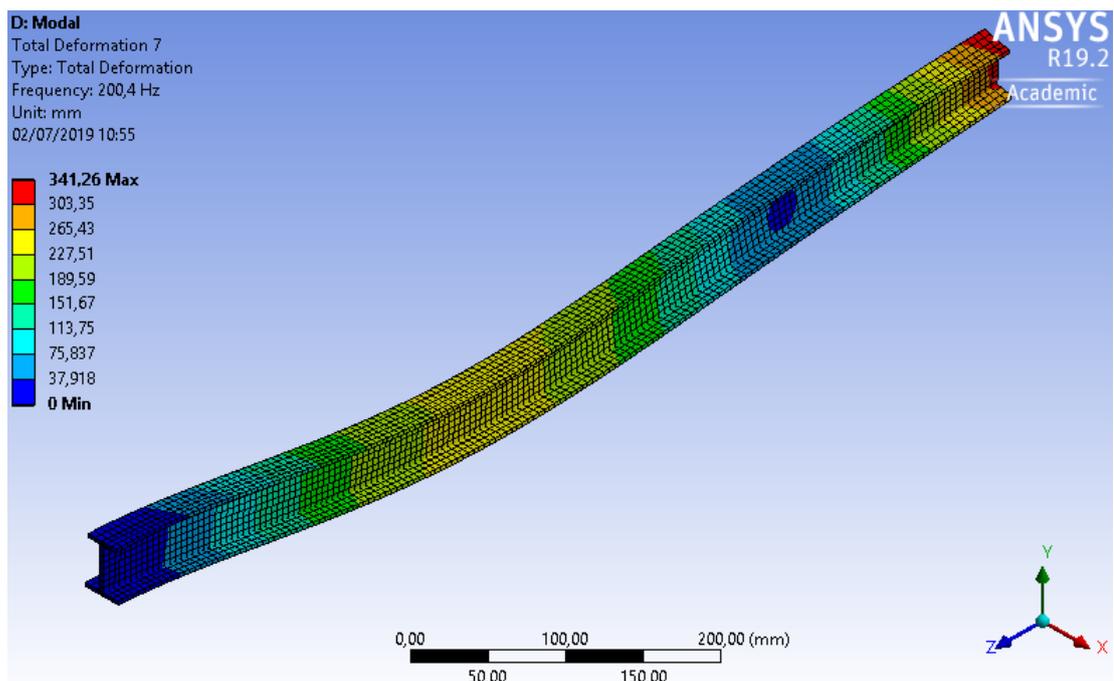


Figura 3.16 – 8º modo de vibrar

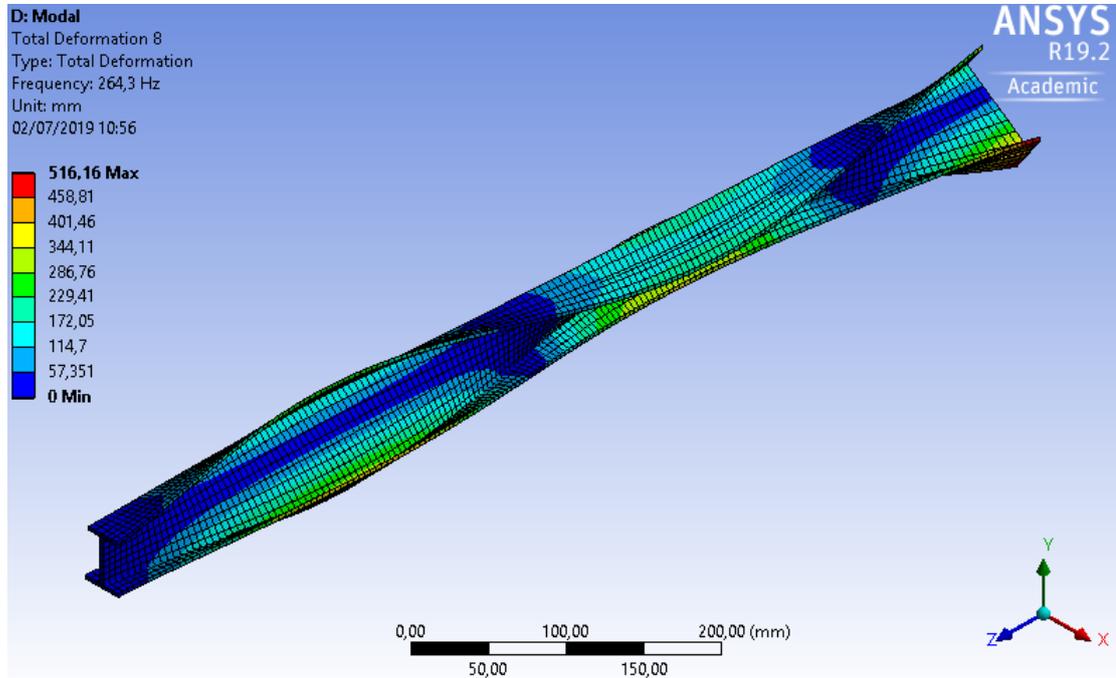


Figura 3.17 – 9º modo de vibrar

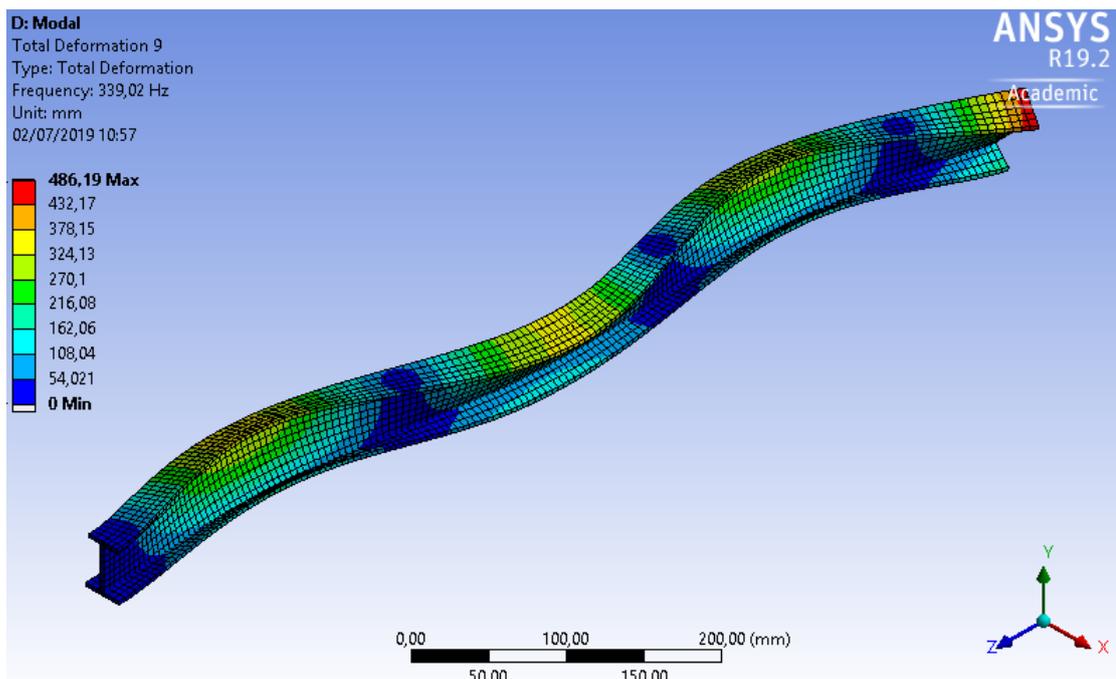
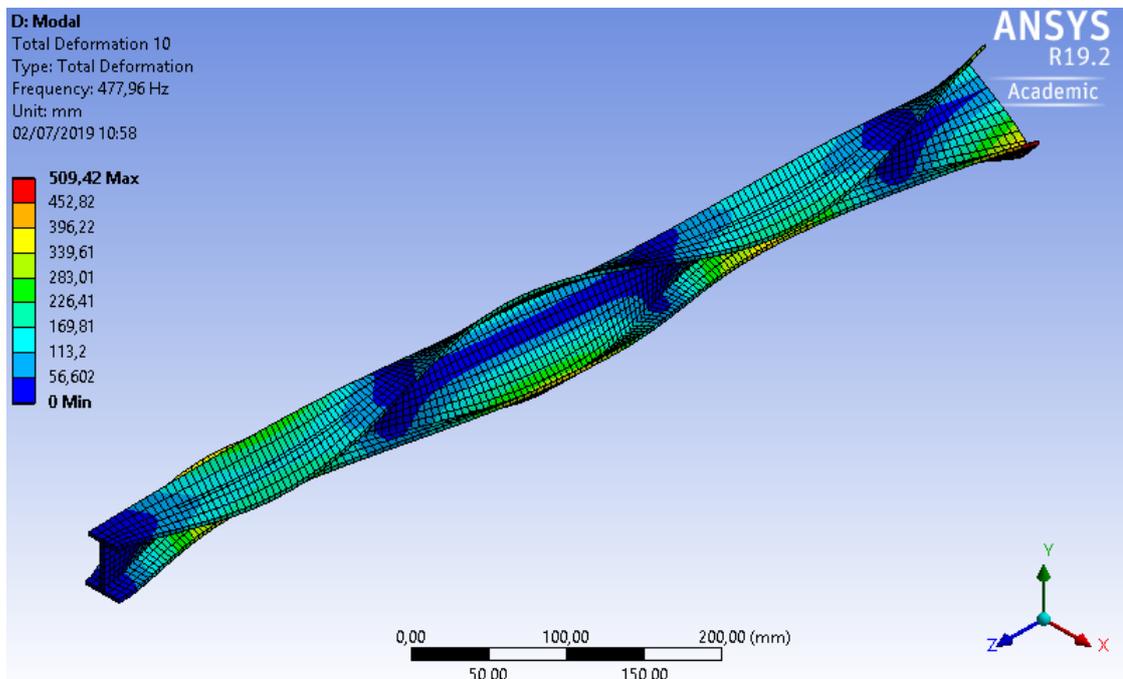


Figura 3.18 – 10º modo de vibrar



Fonte: ANSYS

3.6 Incertezas

Foi implementado o design six-sigma presente no software Ansys com o objetivo de analisar os efeitos das incertezas na estrutura. Primeiramente foi realizado o estudo dos efeitos da mesma nas propriedades dimensionais, onde as dimensões de projeto podem variar devido aos processos de fabricação, tendo em vista essa variabilidade, foi estipulada uma tolerância de 10% em todos os parâmetros dimensionais.

Devido ao desconhecimento em relação à taxa de ocorrência de cada parâmetro de incerteza, foram realizadas as simulações considerando a variação dos parâmetros como uma distribuição uniforme que tem como característica a maximização da incerteza. A média foi definida como o valor ótimo obtido na etapa de otimização, e o valor máximo e mínimo foi calculado para obter a faixa de tolerância desejada.

As Figuras 3.19 - 3.21 demonstram as funções distribuição para cada parâmetro dimensional analisado.

Figura 3.19 – Distribuição uniforme - Altura.

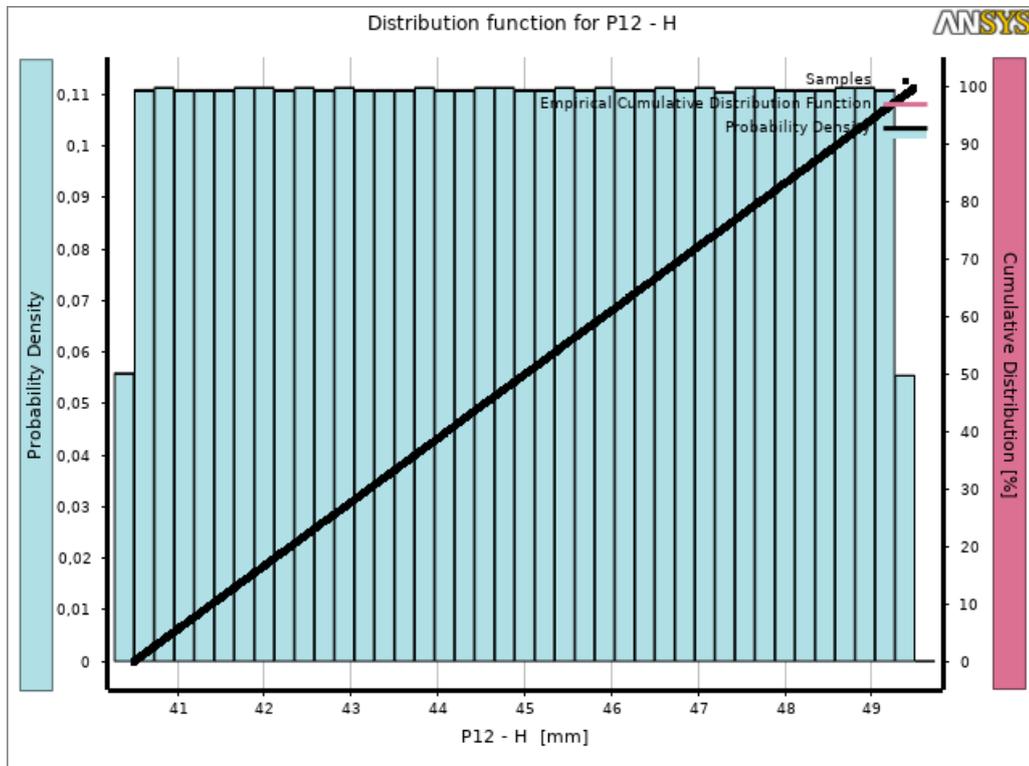


Figura 3.20 – Distribuição uniforme - Largura base.

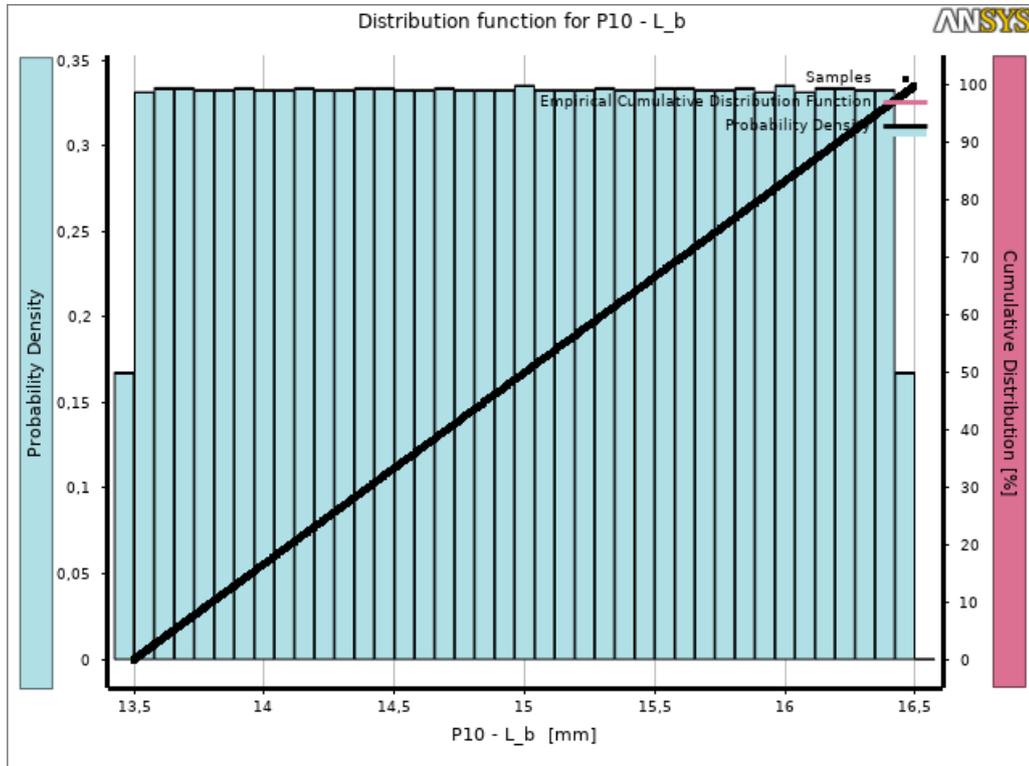
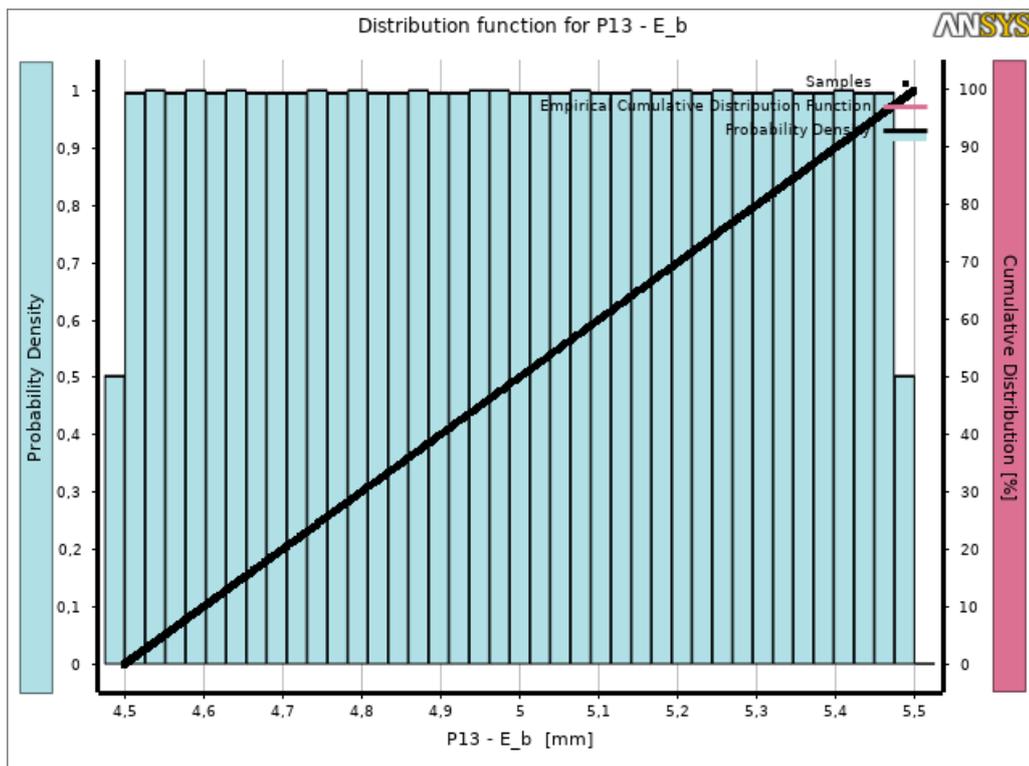


Figura 3.21 – Distribuição uniforme - Espessura.



Fonte: ANSYS

Posteriormente foi realizado a implementação de design six-sigma afim de analisar as incertezas nas características do material. Segundo Kotlarewski (KOTLAREWSKI et al., 2016), a madeira balsa comercial pode variar a densidade de 120 a 220 kg/m³ e ocorrendo conseqüentemente a variação de suas propriedades mecânicas. Ainda, segundo Green (GREEN; WINANDY; KRETSCHMANN, 1999), os valores de referência aceitáveis a serem usados para madeira são de 22% de variação para o módulo de elasticidade e de 16% para o módulo de cisalhamento. Em Borrega (BORREGA et al., 2015), é estabelecido que o valor médio do ângulo de fibra (MFA) calculado para todas as densidades é aproximadamente 1.4°, e conclui também que independente da densidade o ângulo médio da fibra não ultrapassa 2°.

Com base nessas informações foram estabelecidos a média e os valores máximo e mínimos dos parâmetros de material para simulação. Nas Figuras 3.22 - 3.29 estão demonstradas a distribuição uniforme para cada parâmetro de material analisado.

Figura 3.22 – Distribuição uniforme - Módulo de Elasticidade em x.

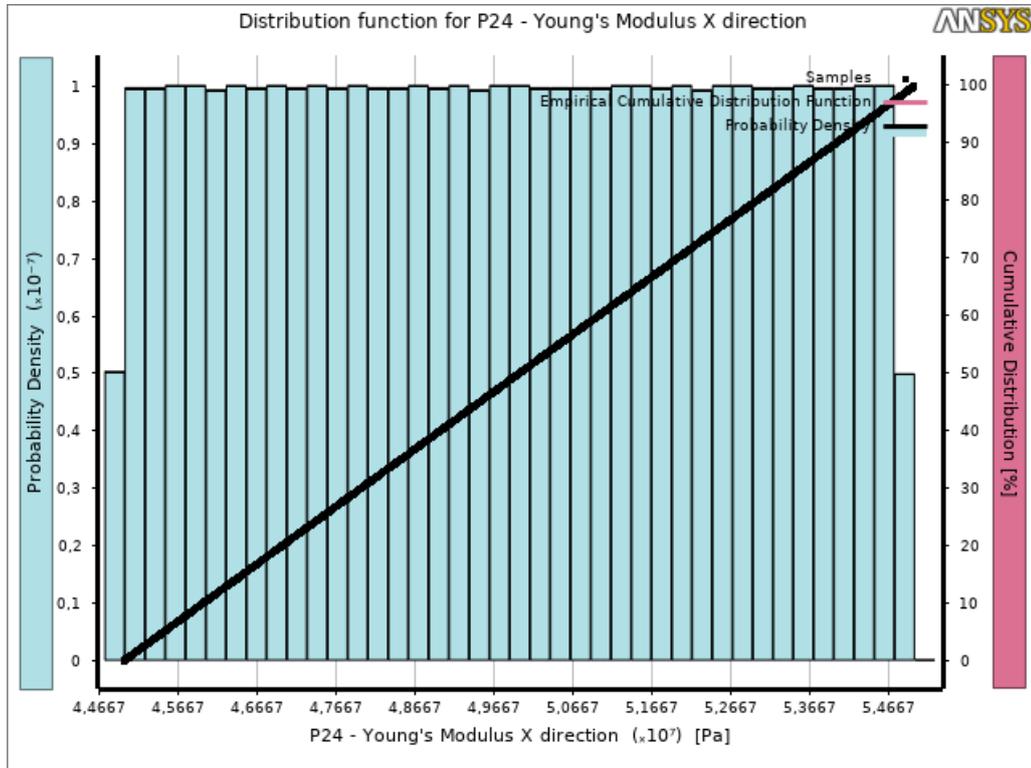


Figura 3.23 – Distribuição uniforme - Módulo de Elasticidade em y.

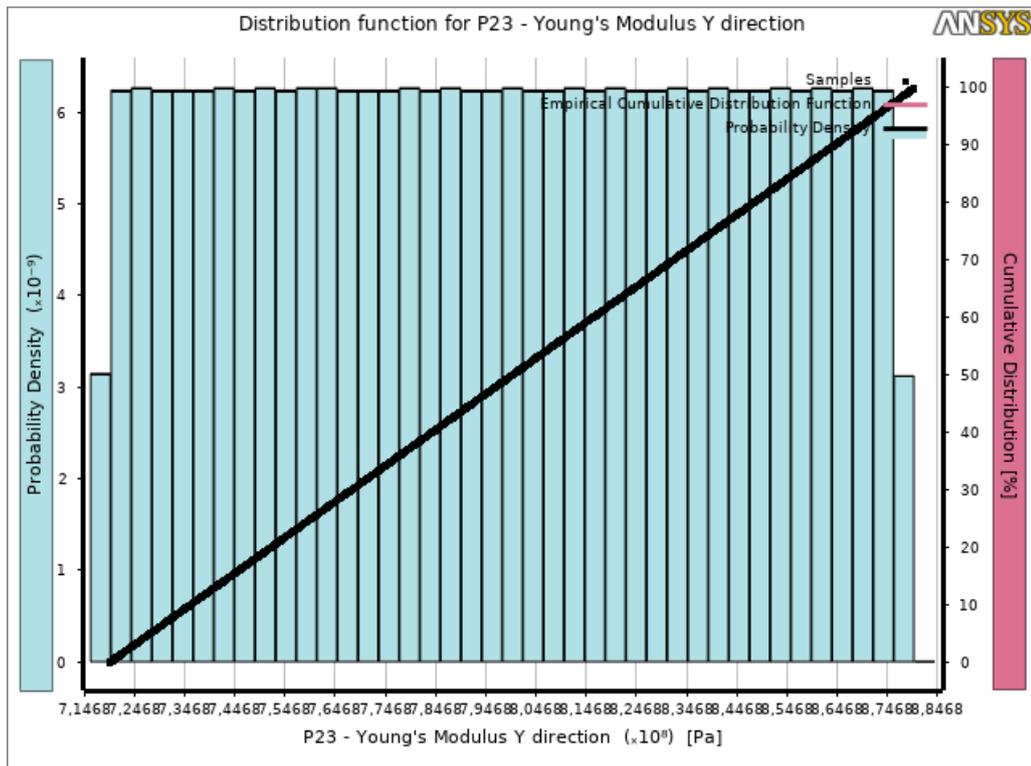


Figura 3.24 – Distribuição uniforme - Módulo de Elasticidade em z.

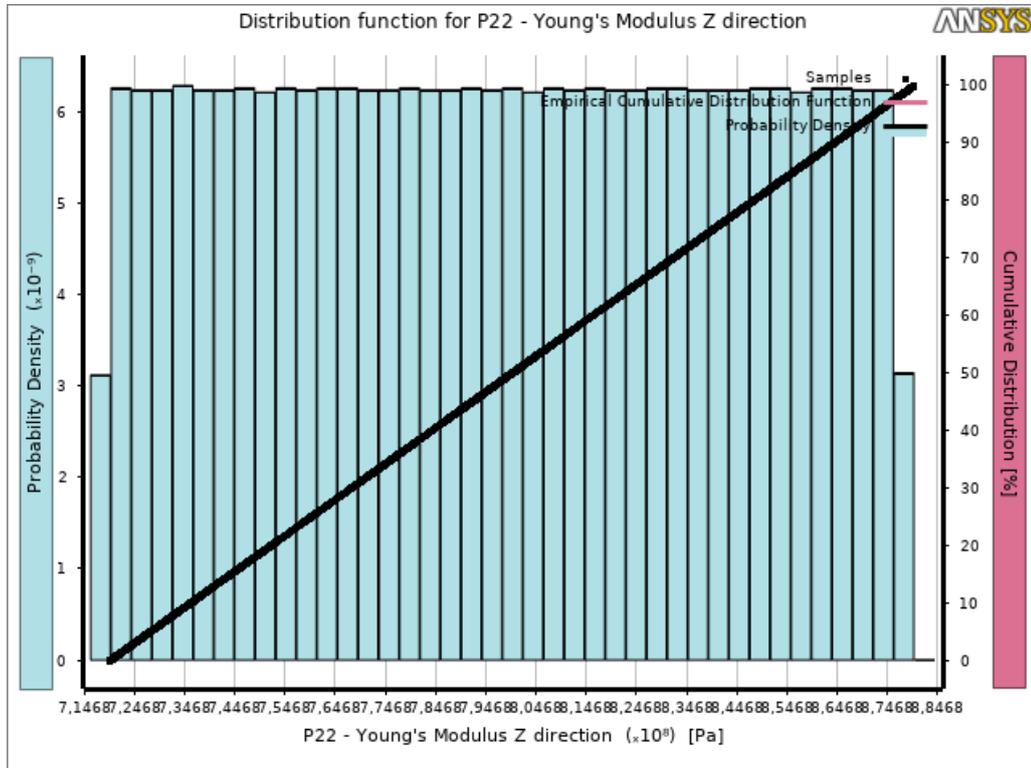


Figura 3.25 – Distribuição uniforme - Módulo de Cisalhamento em xy.

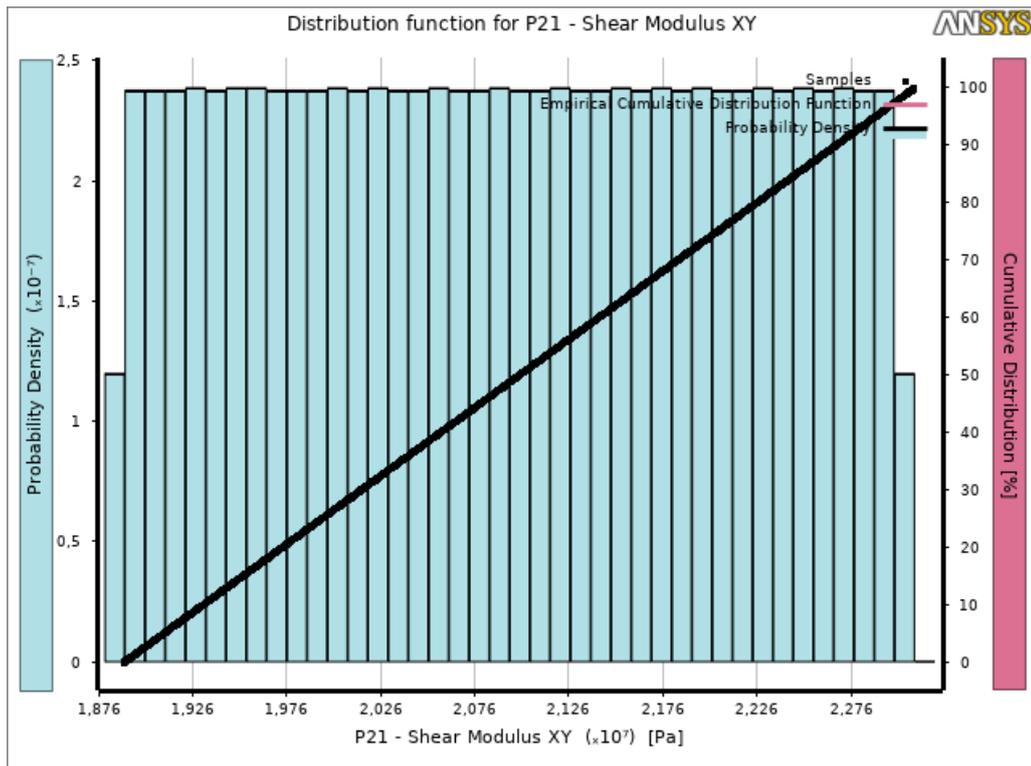


Figura 3.26 – Distribuição uniforme - Módulo de Cisalhamento em yz.

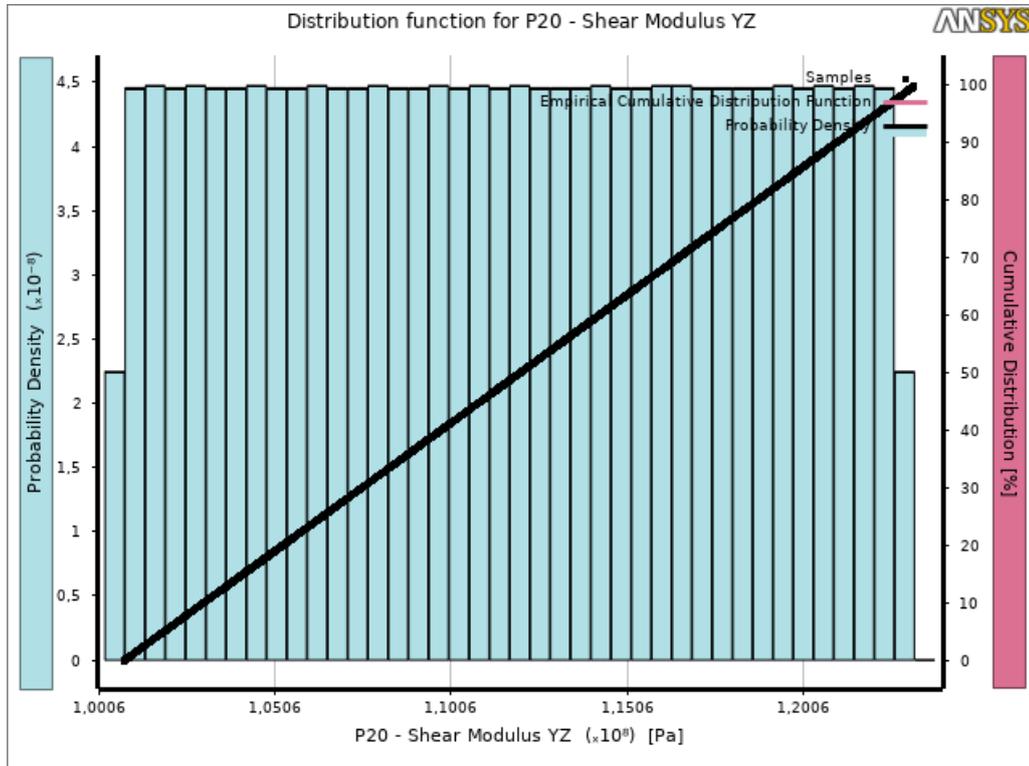


Figura 3.27 – Distribuição uniforme - Módulo de Cisalhamento em xz.

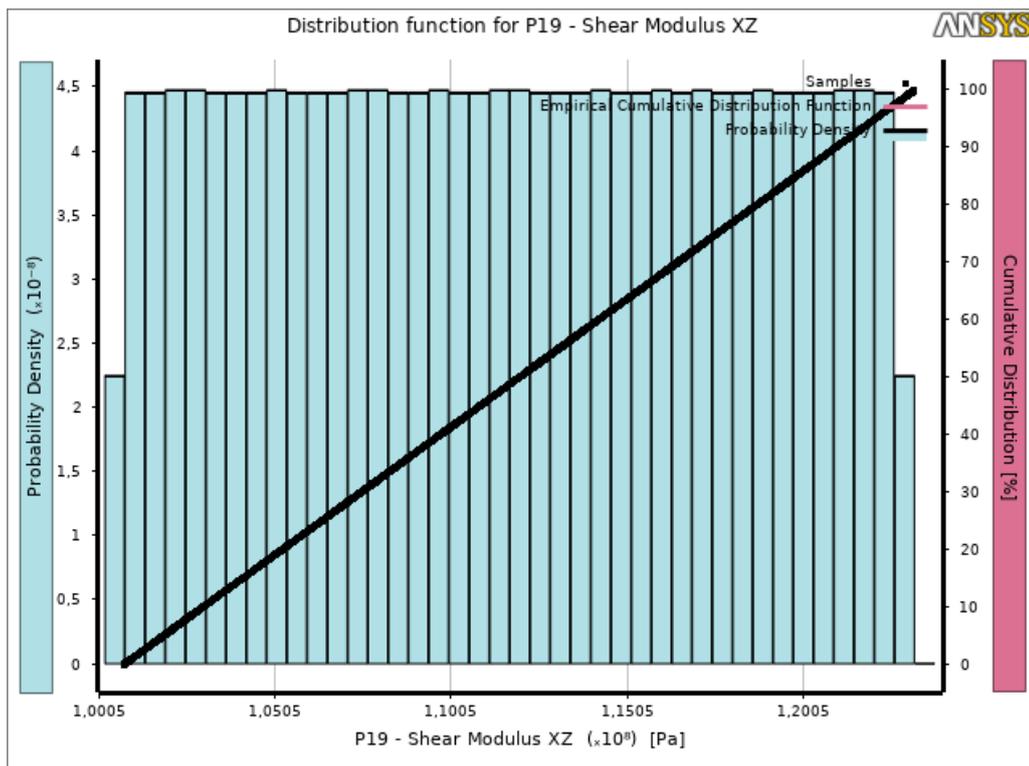
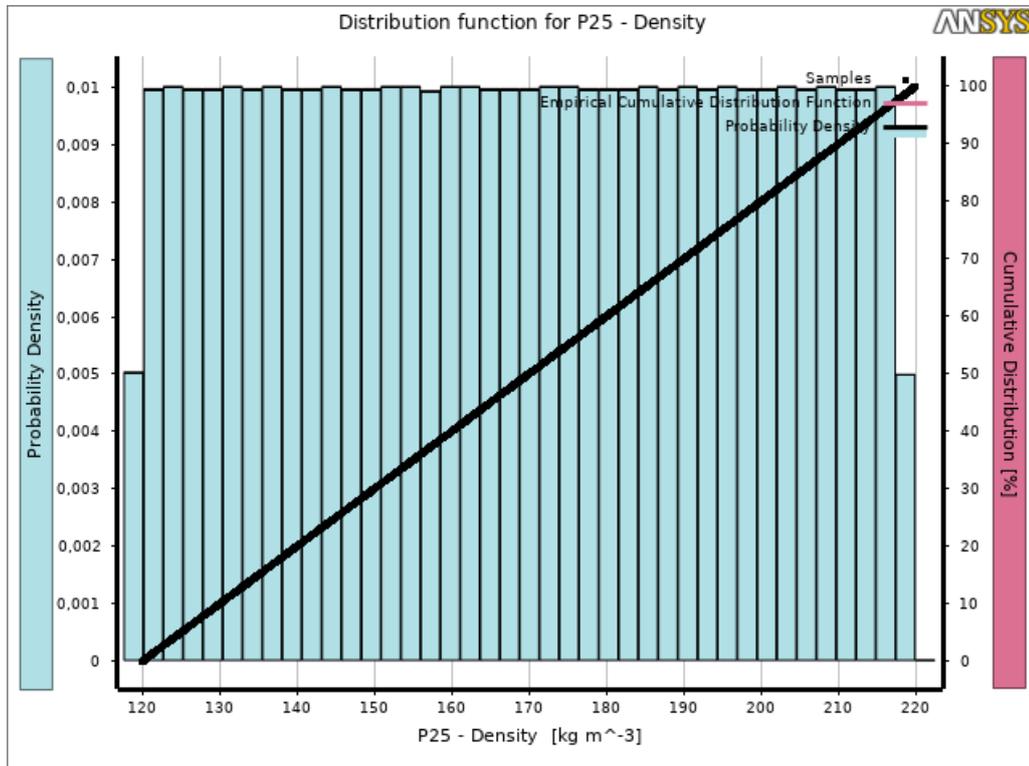
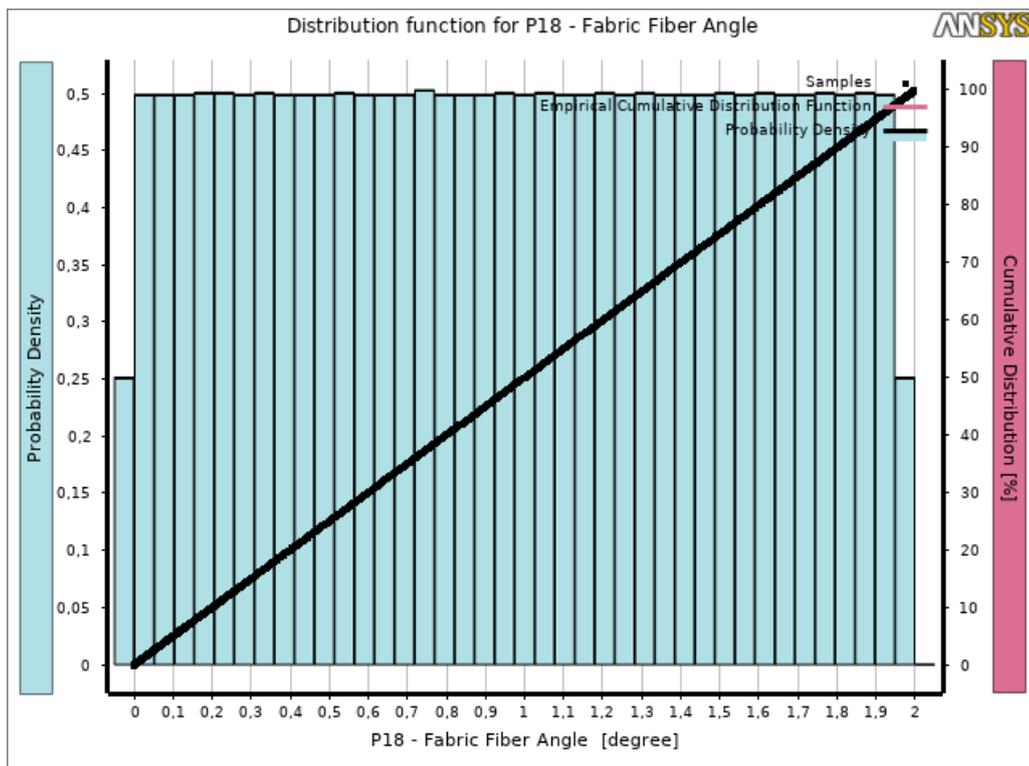


Figura 3.28 – Distribuição uniforme - Densidade.



Fonte: ANSYS

Figura 3.29 – Distribuição uniforme - Ângulo de Fibra.

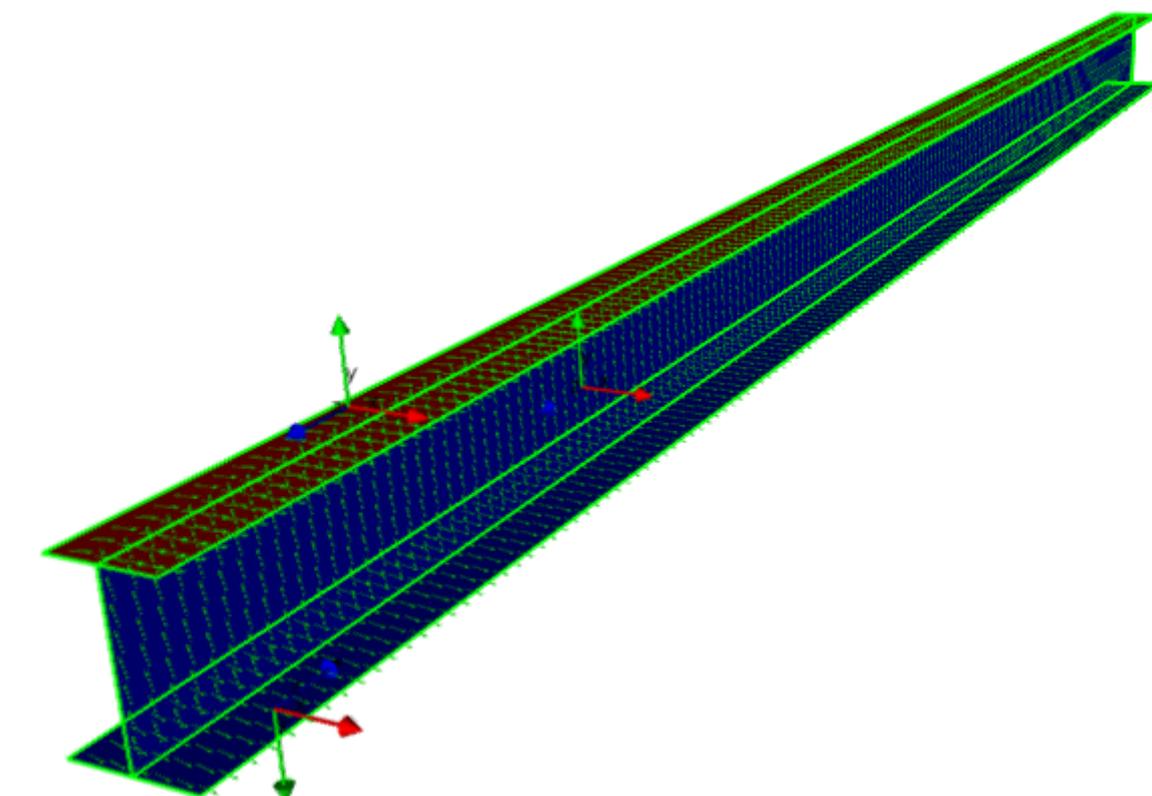


Fonte: ANSYS

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

A estrutura foi modelada considerando o comportamento anisotrópico da madeira balsa. O projeto foi feito na interface Ansys Composite PrepPost (ACP) e está demonstrada na Figura 4.1, onde as setas representam as fibras da madeira e sua angulação.

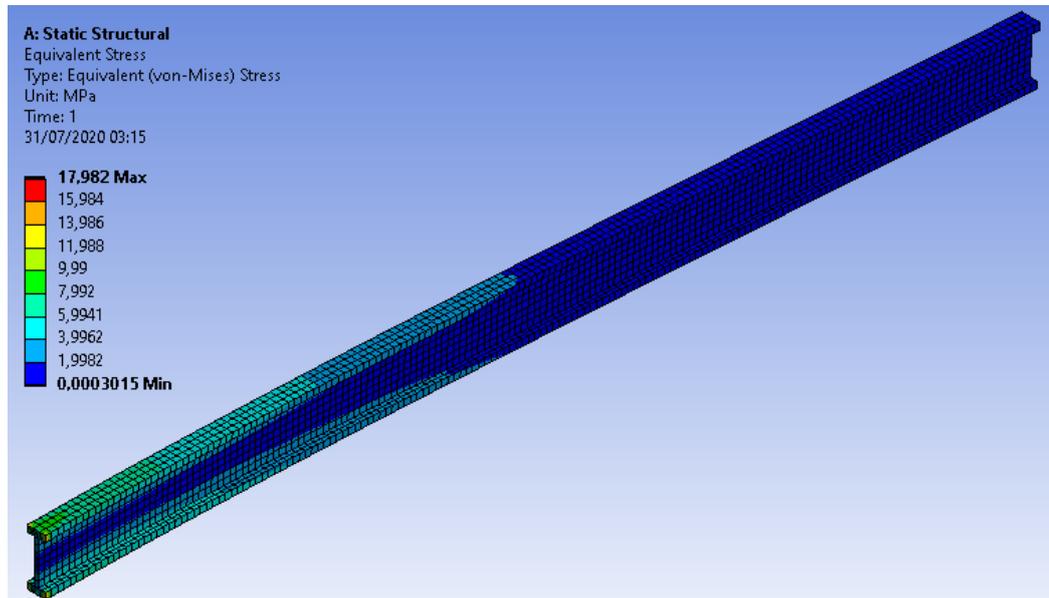
Figura 4.1 – Modelagem ACP



Fonte: ANSYS

Foi realizada uma análise linear estática na estrutura otimizada, os resultados para tensão máxima equivalente estão representados na Figura 4.2. O valor máximo de tensão para a estrutura quando submetida aos carregamentos de vôo foi de $\sigma = 17,982$ MPa. Segundo Borrega (BORREGA et al., 2015), a tensão de ruptura da madeira balsa pode chegar até 43 MPa, podendo aumentar com a densidade, para propósitos de análise serão utilizados dados mais conservadores, de acordo com Kotlarewski (KOTLAREWSKI et al., 2016) a balsa comercial com densidade de 120 à 180 kg/m^3 , possui módulo de ruptura $\sigma = 18$ MPa. Com base nessas informações pode-se concluir que a estrutura otimizada está apta a suportar os esforços atuantes na mesma, apresentando um coeficiente de segurança de aproximadamente $N=1,001$.

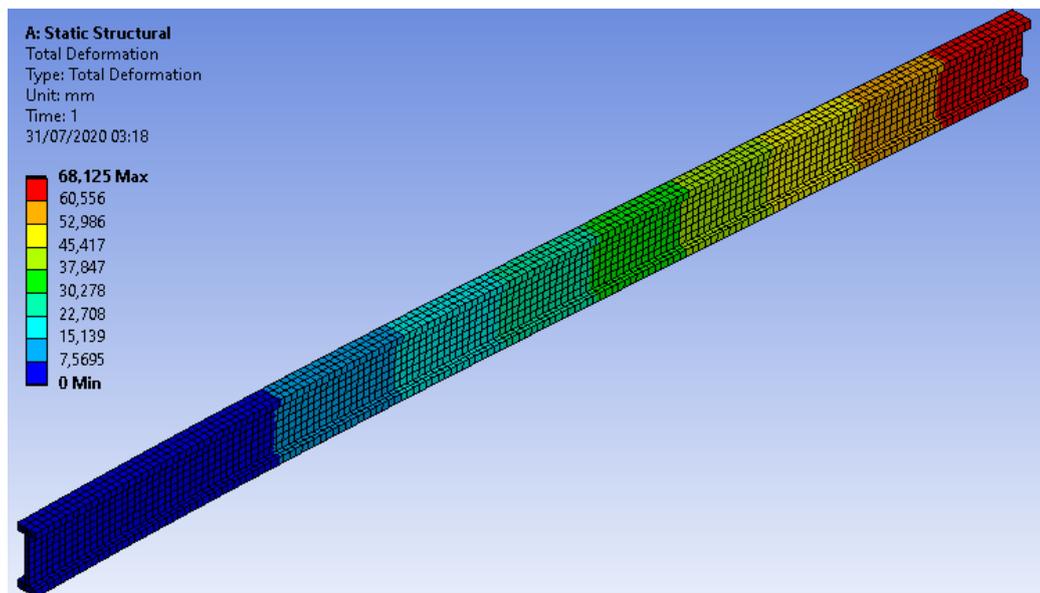
Figura 4.2 – Tensão de von-Mises.



Fonte: ANSYS

Na Figura 4.3 esta representada a deflexão máxima da estrutura, o qual resultou em um valor de $\theta = 68,125$ mm, esta deflexão representa um deslocamento de 8,5% com uma angulação de aproximadamente 5 graus, estando dentro do limite de projeto aceitável.

Figura 4.3 – Deformação Máxima.



Fonte: ANSYS

Anteriormente foram apresentados os resultados do comportamento da estrutura, para as solicitações de carga, sob uma análise linear estática determinística. Como explicitado nos tópicos anteriores é necessário realizar um estudo probabilístico das variáveis de projeto, com o objetivo de determinar o comportamento real da estrutura, principalmente se levado em conta os baixos coeficientes de segurança obtidos na estrutura otimizada.

Nas figuras 4.4 e 4.5 estão representados as distribuições resultantes das análises de incertezas para a tensão máxima equivalente e deflexão total. O valor máximo de tensão $\sigma = 28$ MPa encontrado para a estrutura quando submetida as incertezas tanto de material, quanto geométrica, esta dentro dos limites de projeto quando considerados valores de referências maiores, ou seja, $\sigma_{max} < \sigma_{adm}$. Com base nestes resultados pode-se determinar que o coeficiente de segurança é de $N = 1,5$ para o pior caso considerado. Porém se observados valores de referências mais conservadores, pôde-se constatar que a estrutura virar a falhar para pior caso considerado na análise de incertezas.

Analisando a deflexão da estrutura quando considerado os efeitos das incertezas foi encontrado um valor máximo de $\theta = 102,09$ mm para o pior caso, este valor representa uma deflexão de 12,76% com uma angulação máxima de aproximadamente 8 graus, sendo estes valores pouco desejáveis tendo em vista um projeto com menores tolerâncias.

Figura 4.4 – Distribuição Resultante - Deformação Total.

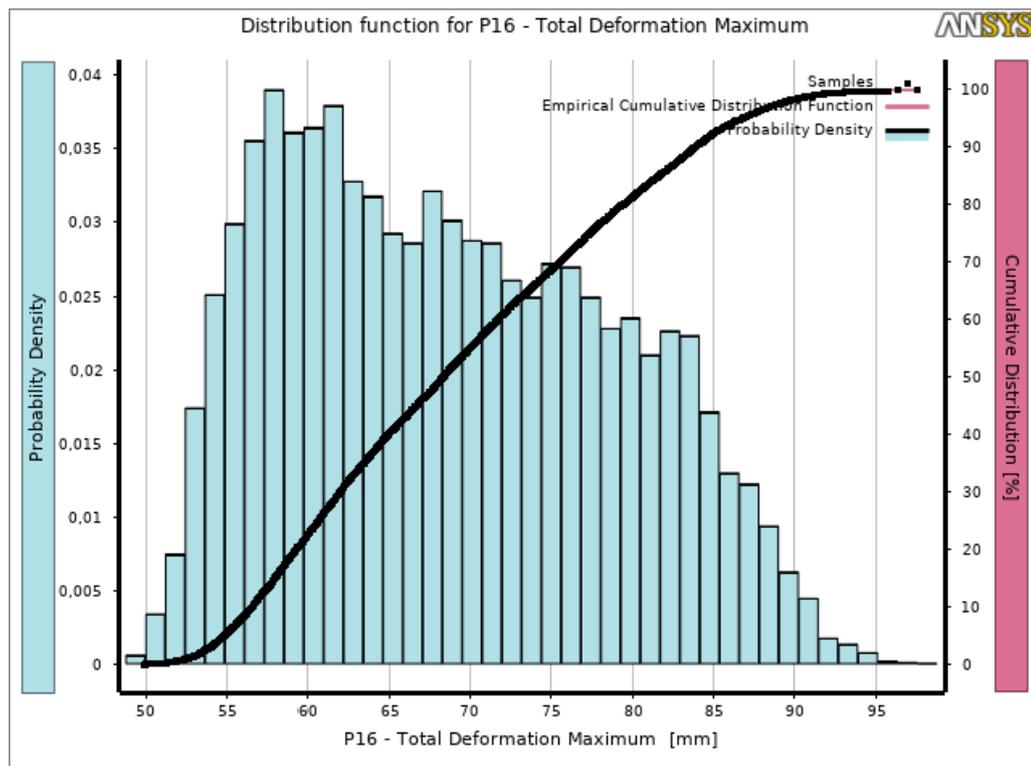
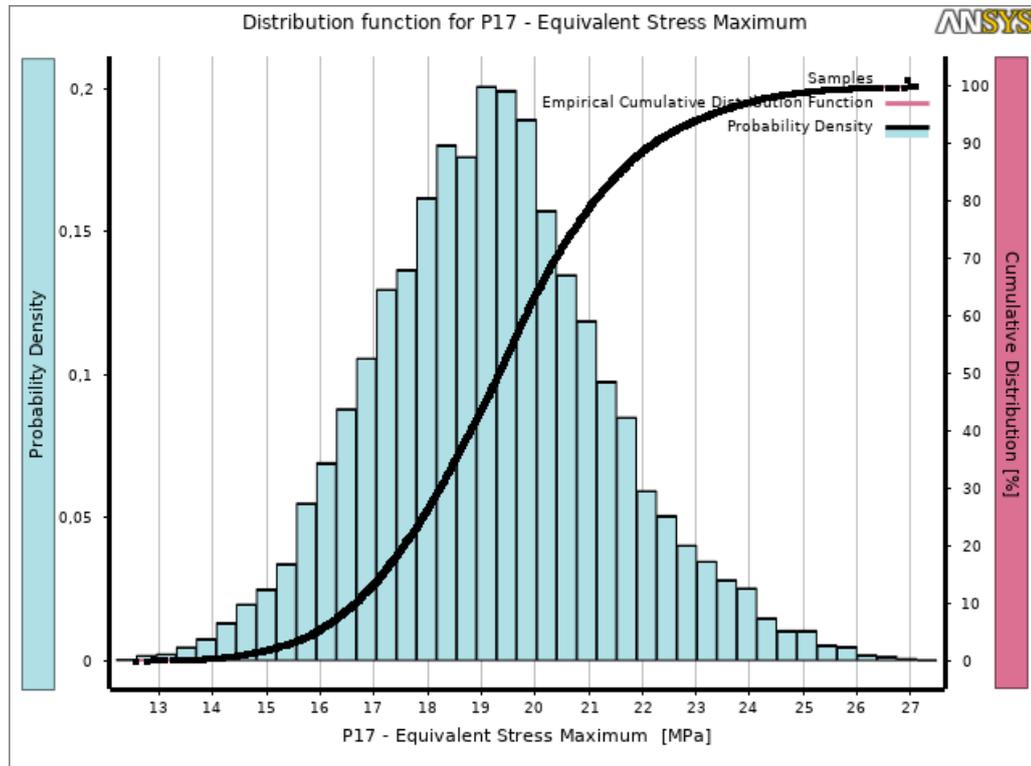


Figura 4.5 – Distribuição Resultante - Tensão Máxima.

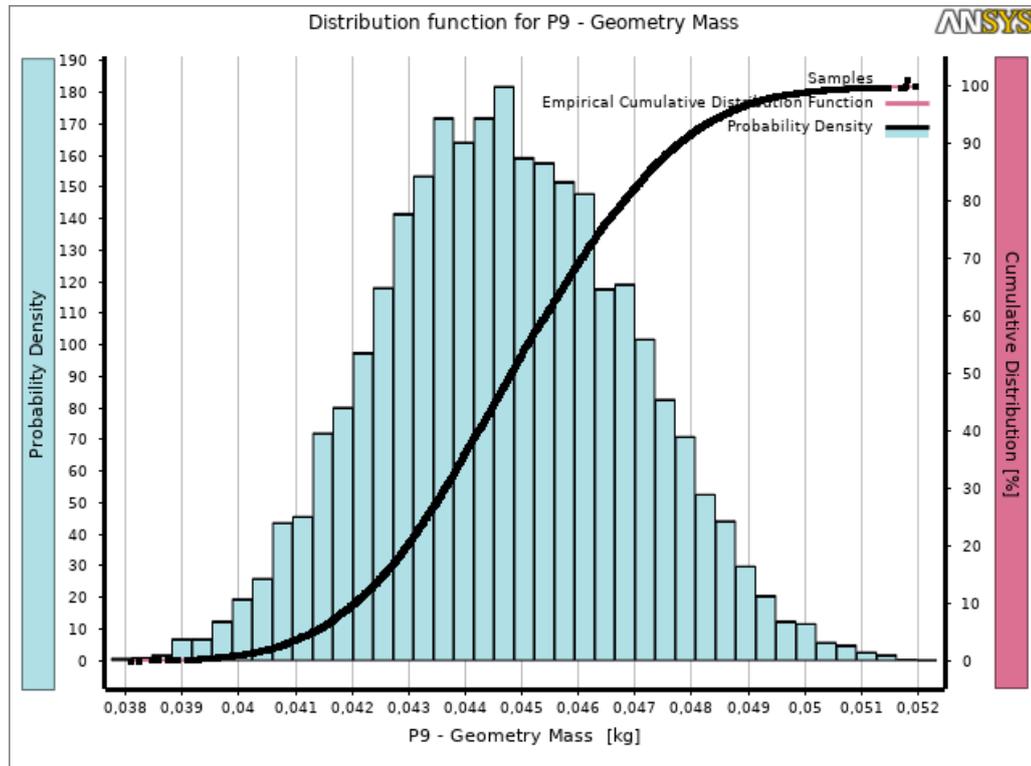


Fonte: ANSYS

Ainda com base nos resultados obtidos nas análises de incertezas e sua função densidade de probabilidade, pode-se garantir que em apenas 30% das vezes a estrutura projetada alcançará níveis aceitáveis de confiabilidade estrutural, sendo necessário um reprojeto levando em consideração na sua otimização novos coeficientes de segurança que agreguem os efeitos das incertezas.

Na Figura 4.6 é apresentada a variação da massa estrutural quando considerado tanto as incertezas nas propriedades mecânicas da madeira, quanto as incertezas nos parâmetros geométricos. O valor máximo $M = 0,109$ Kg encontrado para o pior caso apresentado, ainda resulta em uma redução de 31% da massa estrutural em relação a estrutura inicial não otimizada.

Figura 4.6 – Distribuição Resultante - Massa Estrutural.



Fonte: ANSYS

Na Tabela 4.1 estão demonstrado um comparativo dos resultados encontrados para cada uma das análises.

Tabela 4.1 – Resultados Finais

Parâmetro	Det.	Máximo (Prob.)	Mínimo (Prob.)	Variação
Tensão [MPa]	17,982	28	12,054	+56%
Deformação [mm]	68,125	102,09	47,565	+50%
Massa [kg]	0,08976	0,109	0,722	+21%
Coef. Seg.	1,001	0,64	1,30	-37%

Fonte: ANSYS

Por fim, foram analisados os resultados do comportamento dinâmico da estrutura através de um estudo modal. A Tabela 4.2 apresenta o comportamento das cinco primeiras frequências naturais da longarina diante dos efeitos da incertezas, em seguida nas Figuras 4.7 - 4.11 estão a curva de variação para cinco modos de vibrar.

Tabela 4.2 – Análise das Frequências Naturais

Modo	Média [Hz]	Máximo (Prob.) [Hz]	Mínimo (Prob.) [Hz]	Desvio Padrão
fn1	5,5072	6,3653	4,5525	0,27432
fn2	27,106	30,403	23,457	1,64510
fn3	32,138	35,325	28,953	1,25930
fn4	37,127	44,758	31,014	1,97090
fn5	94,407	111,61	77,219	5,13750

Fonte: ANSYS

Figura 4.7 – Variação da primeira frequência natural.

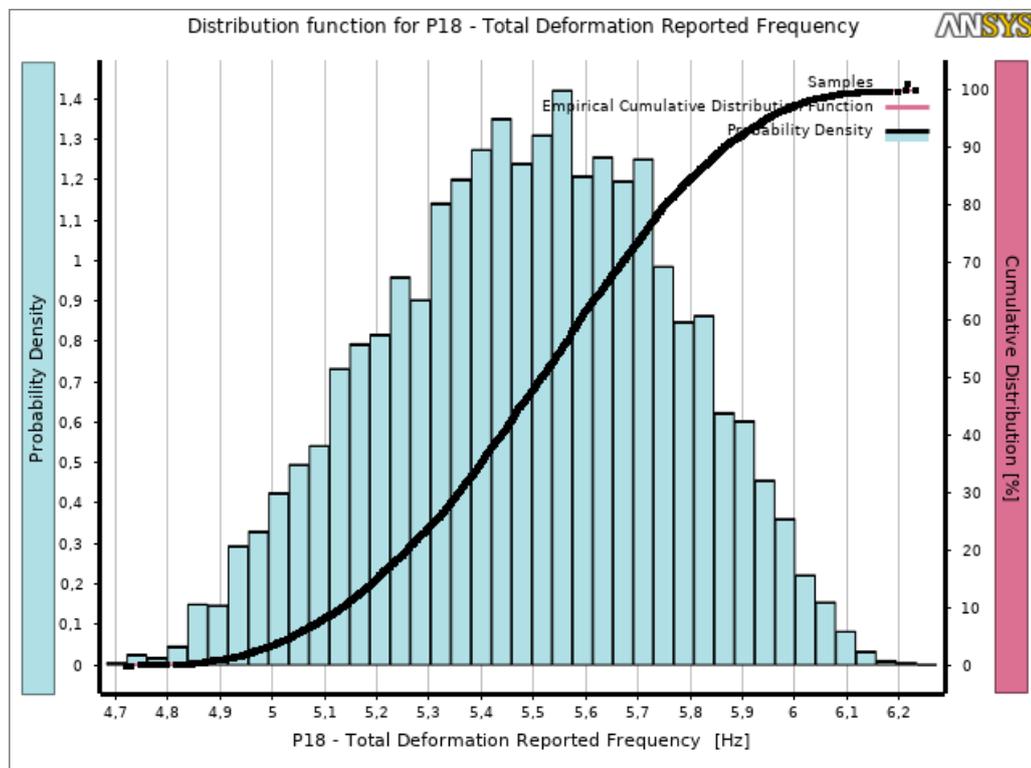


Figura 4.8 – Variação da segunda frequência natural.

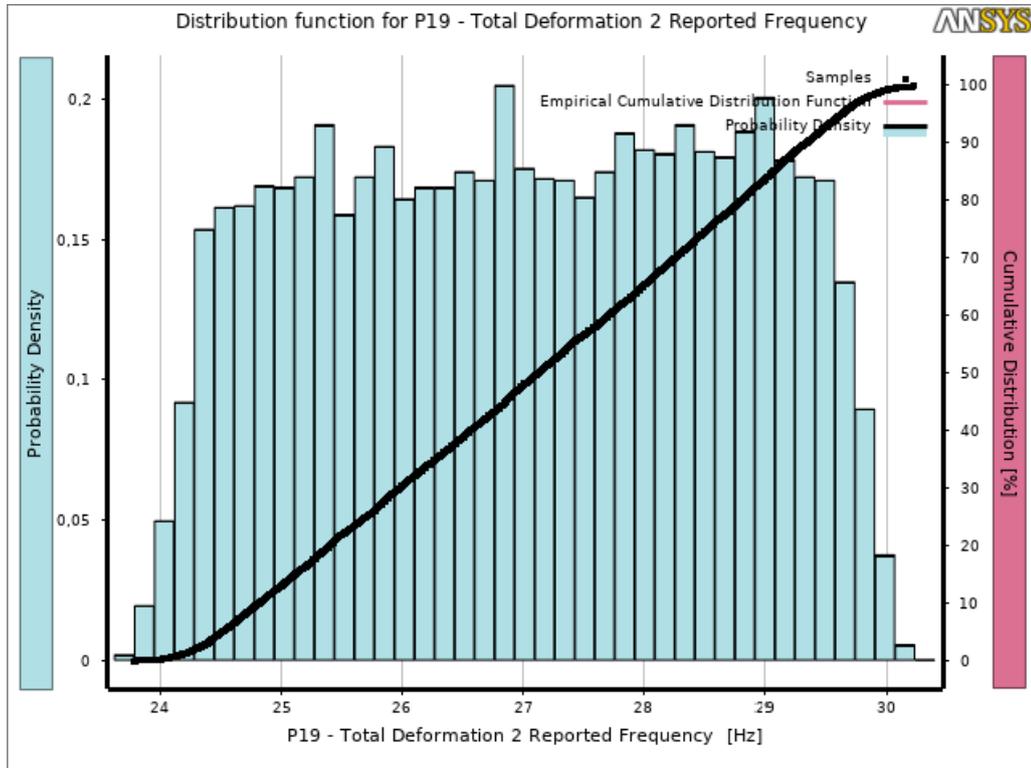


Figura 4.9 – Variação da terceira frequência natural.

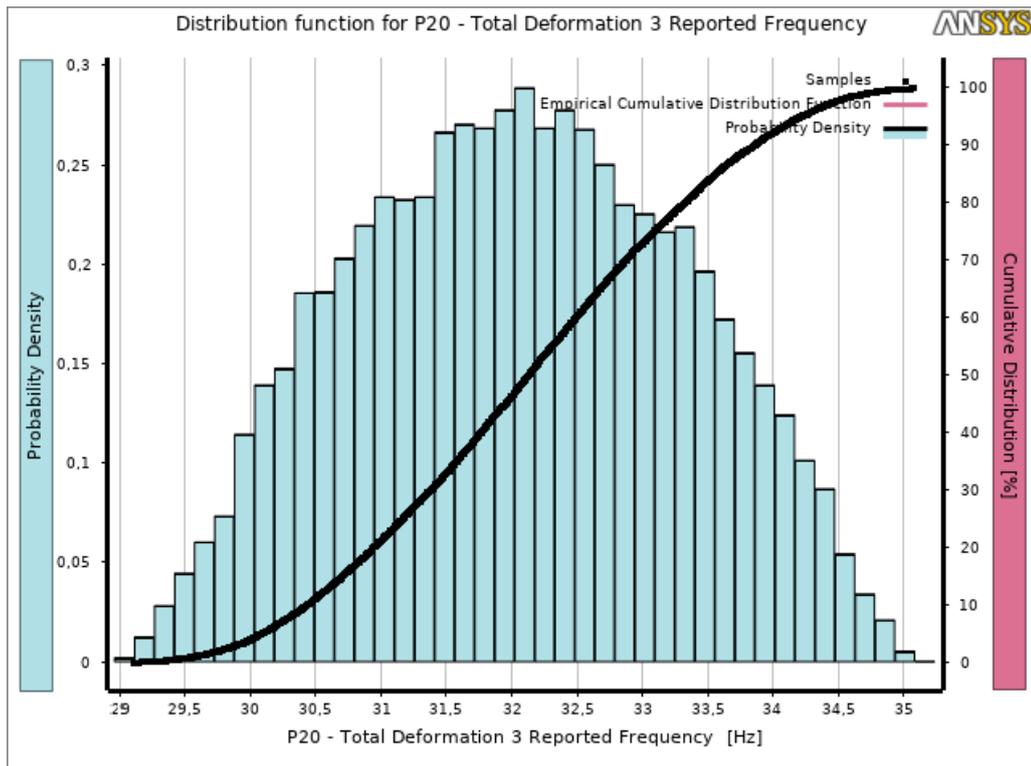


Figura 4.10 – Variação da quarta frequência natural.

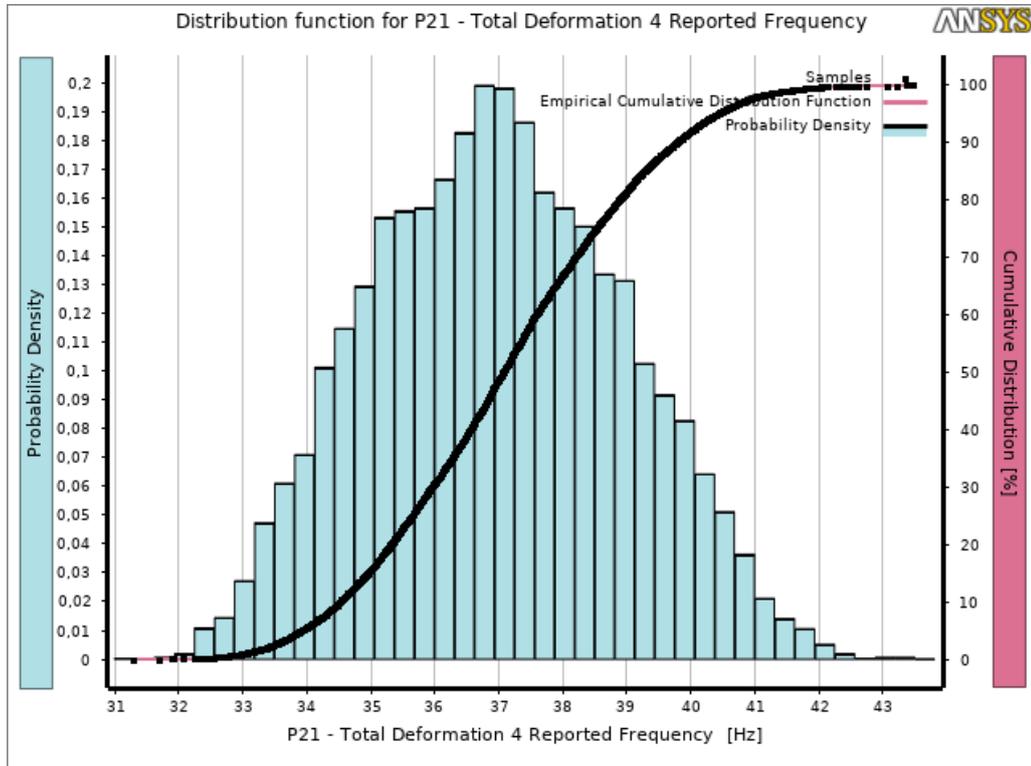
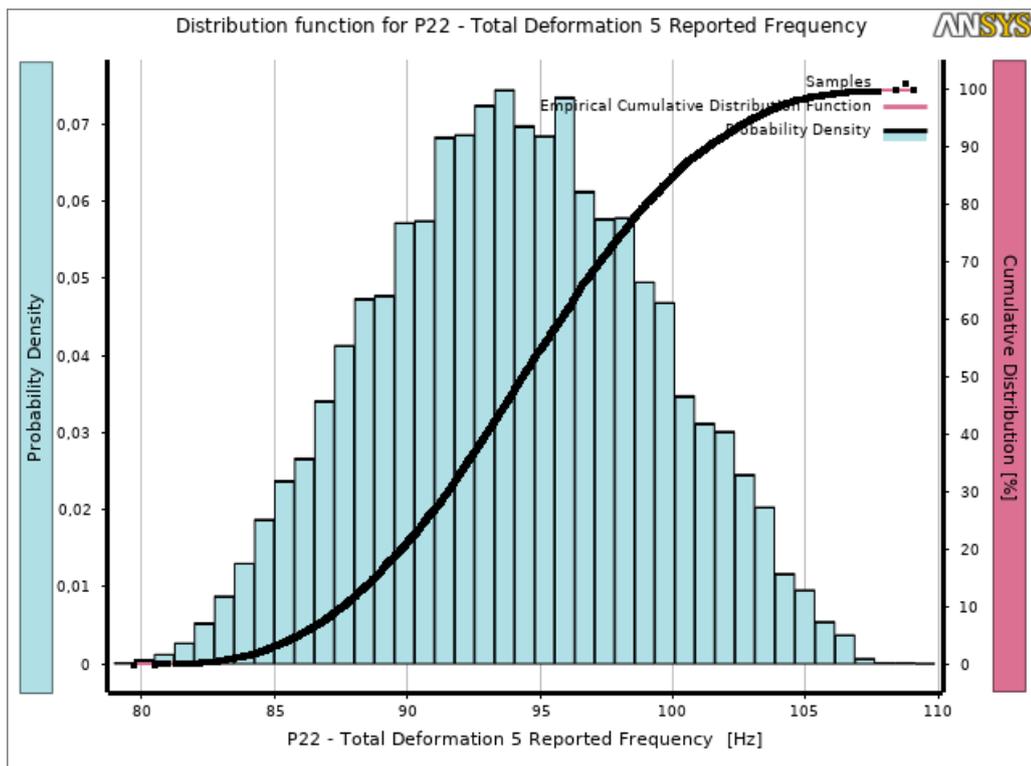


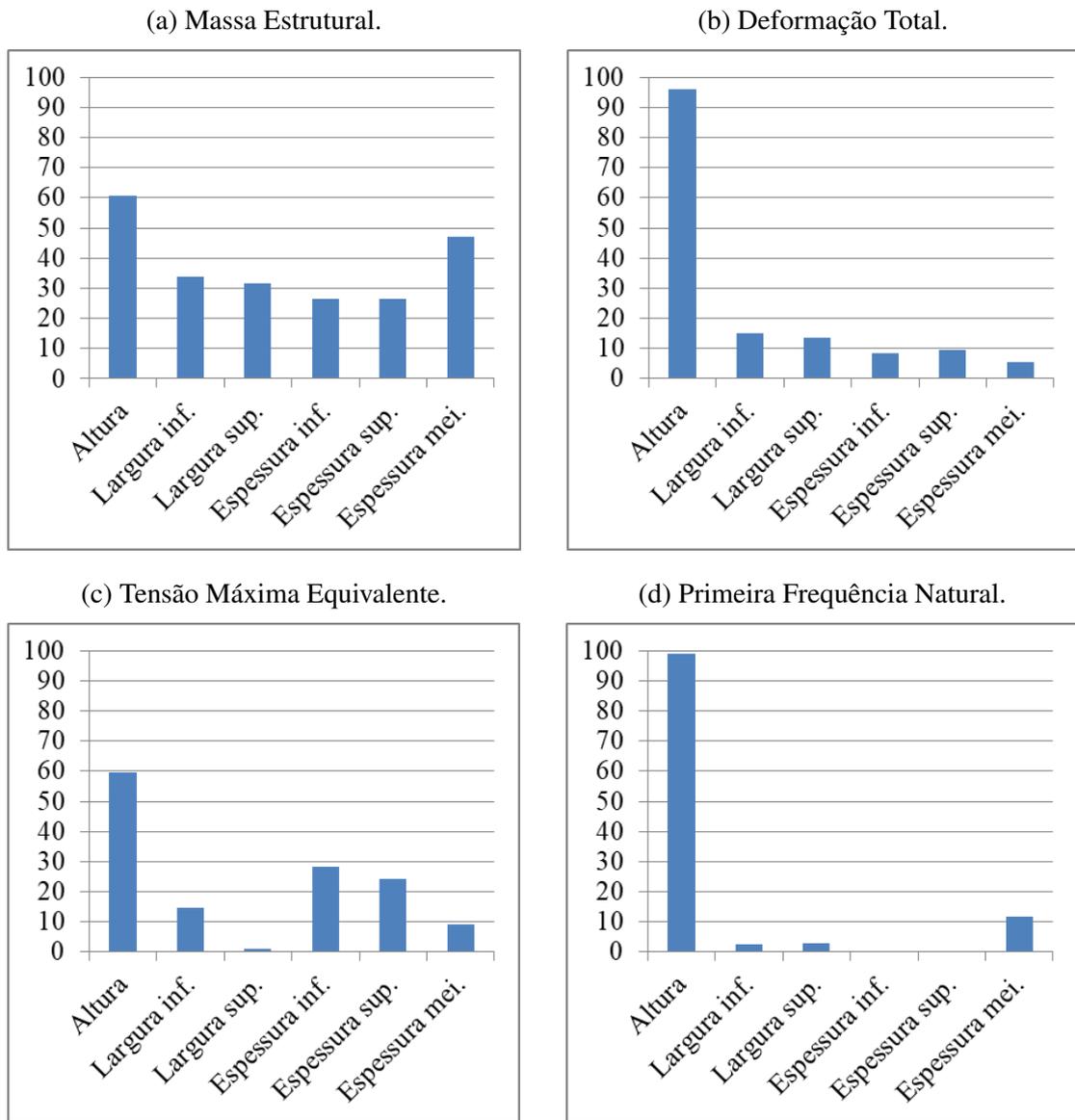
Figura 4.11 – Variação da quinta frequência natural.



Fonte: ANSYS

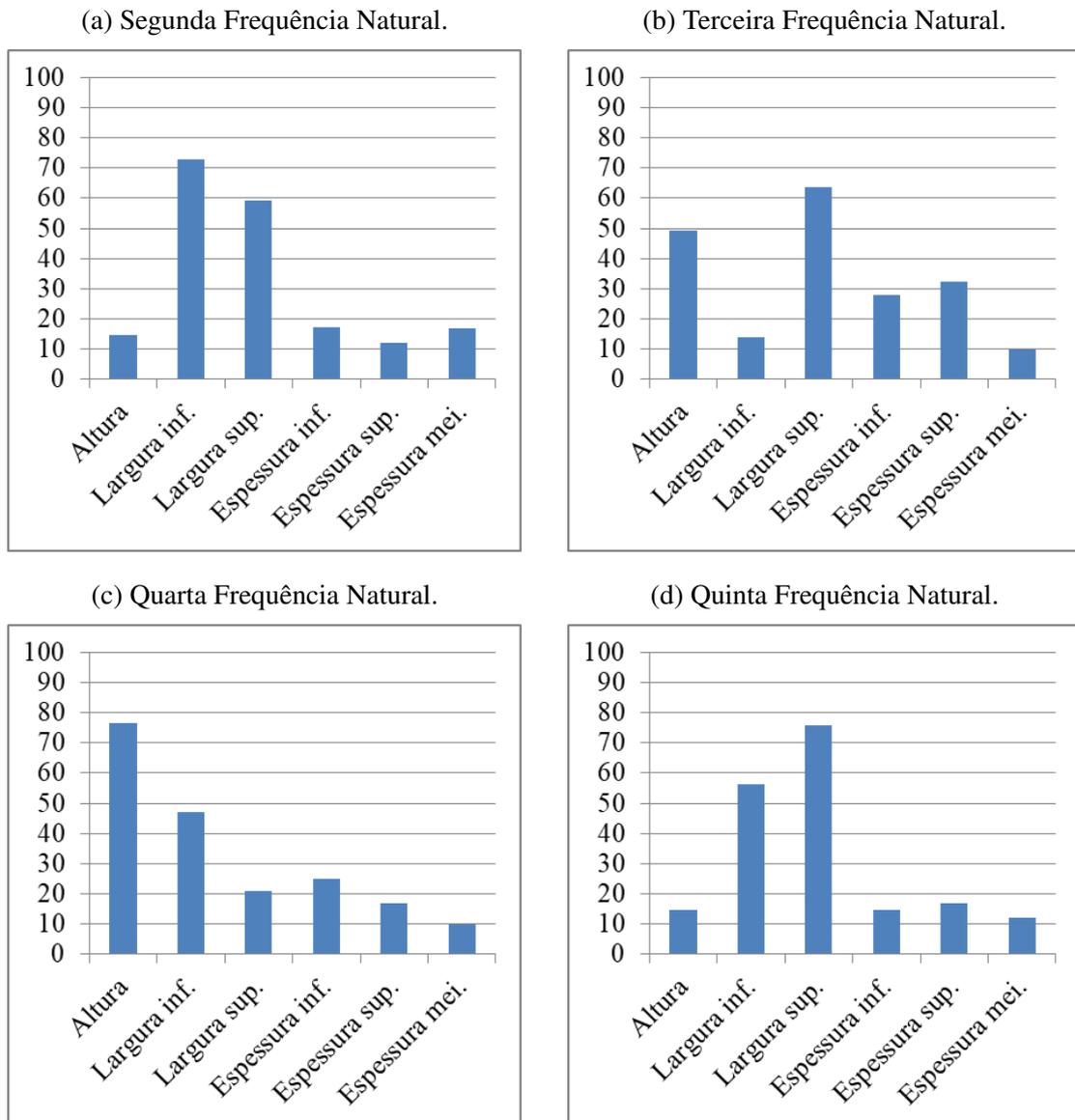
Para concluir, é importante analisar as sensibilidades a fim de entender melhor como cada parâmetro influenciou nos resultados obtidos e com isso possibilitar que as reformulações de projeto sejam feitas de forma mais eficiente focando diretamente nas variáveis relevantes para alcançar os objetivos desejados. Nas Figuras 4.12 - 4.14 estão representados os gráficos das magnitudes da sensibilidade de cada variável considerada para os parâmetros analisados.

Figura 4.12 – Sensibilidade Variáveis Dimensionais.



Fonte: Ansys

Figura 4.13 – Sensibilidade Variáveis Dimensionais.



Fonte: Ansys

Na Figura 4.13 pode-se observar como cada parâmetro influencia no comportamento das frequências naturais da estrutura. No primeiro modo de vibrar a longarina apresenta um comportamento de flexão no sentido vertical o que está relacionado com o fato de a dimensão altura ser a mais relevante, conforme mostrado na Figura 4.12(d). Já no quinto modo a estrutura tem um comportamento de torção, o que justifica a maior relevância das dimensões de largura das bases superior e inferior, de acordo com a Figura 4.13(d).

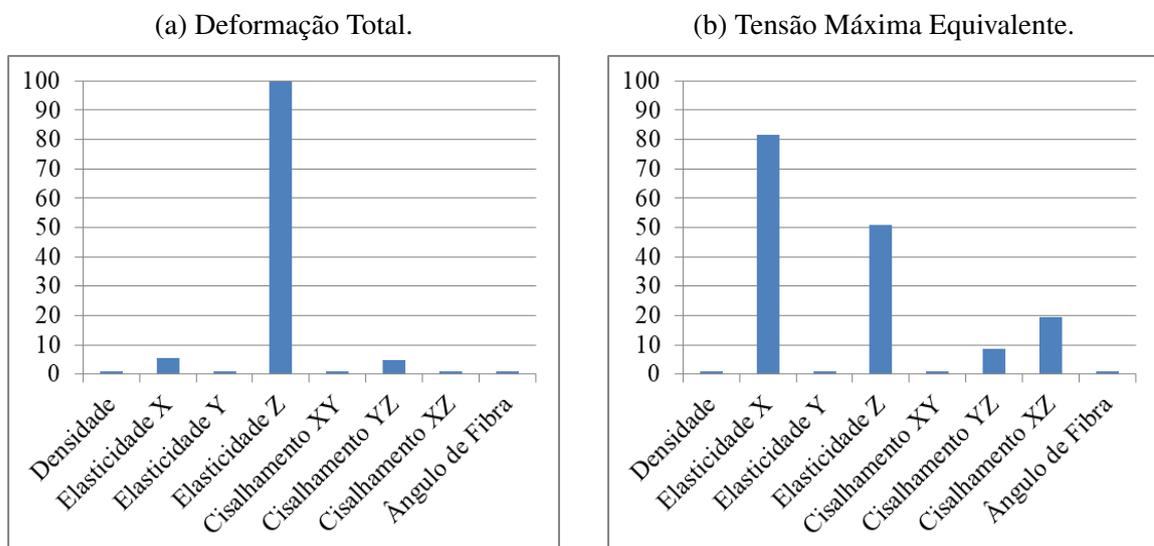
Em resumo, a análise das sensibilidades possibilita uma visão clara e objetiva do impacto direto de cada variável no design da estrutura, por exemplo, com o intuito de minimizar a deformação total deve-se redimensionar a propriedade geométrica representada pela altura do

perfil da longarina, que como pode ser vista na Figura 4.12(b) é a que mais impacta nesse parâmetro, ou ainda trabalhar com os valores de módulo de elasticidade na direção Z do material conforme demonstra a Figura 4.14(a).

Como pode ser visto nas Figuras 4.14 a variação do ângulo da fibra se mostrou pouco significativa para os resultados finais, podendo concluir que as incertezas acarretadas pelo mesmo não são de grande relevância para esse projeto. Com relação a sensibilidade das variáveis de material, conforme era esperado, o único parâmetro diretamente significativo para a variabilidade da massa é a variação da densidade do material, sendo os demais irrelevantes.

Tendo em vista o objetivo final deste estudo que é a otimização da massa estrutural da estrutura, devemos levar em consideração os parâmetros mais relevantes, sendo estes os dimensionais e densidade do material, porém para mantermos a confiabilidade da estrutura devemos sempre analisar como estes parâmetros terão influencia nas outras análises, como a de deformação e tensão por exemplo.

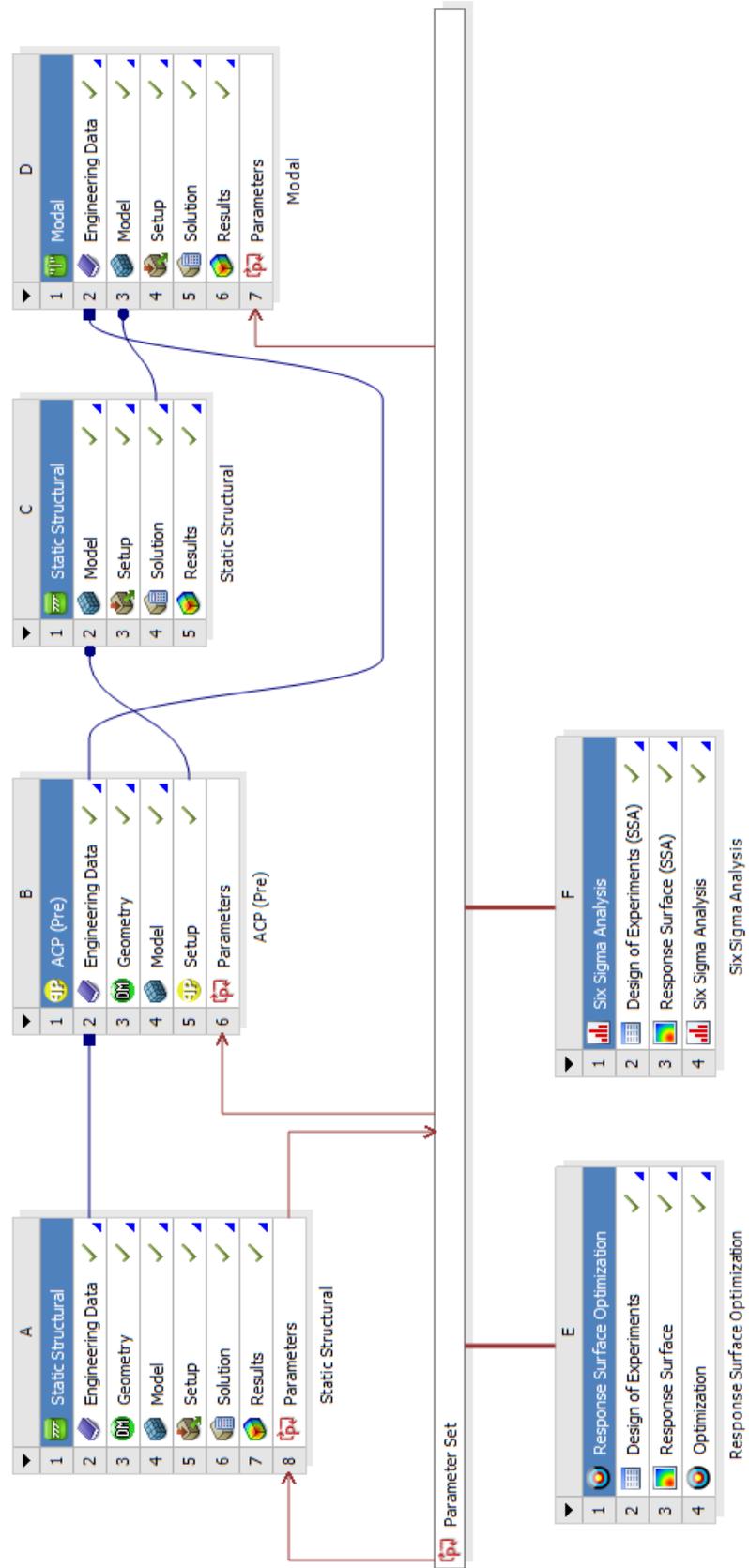
Figura 4.14 – Sensibilidade Variáveis de Material.



Fonte: Ansys

A Figura 4.15 apresenta um esquema onde estão explicitadas todas etapas do processo realizado no software Ansys para este estudo, de acordo com a metodologia proposta.

Figura 4.15 – Esquema ANSYS



Fonte: ANSYS

5 CONCLUSÃO

A otimização paramétrica da estrutura permitiu alcançar limites inferiores nas dimensões geométricas da estrutura de maneira a reduzir significativamente a sua massa, e consequentemente, ocorrendo uma redução do coeficiente de segurança, mas que com a análise das incertezas foi possível obter um novo coeficiente de segurança o qual é suficiente para que não ocorra falhas estruturais mesmo diante do pior caso de projeto, quando considerados valores de referências maiores, e admitindo-se maiores faixas de tolerância aceitáveis durante o processo. Porém diante de um projeto mais conservador com menores limites de tolerância e considerando menores valores para as propriedades do material, podemos constatar que a estrutura virar a falhar.

Ao realizar um estudo probabilístico pôde-se verificar uma redução de 37% do coeficiente de segurança da estrutura, um valor significativo, que quando considerado pequenas tolerâncias de projeto pode levar a concluir que em casos críticos de operação a estrutura pode vir a falhar estruturalmente. Com base nesta análise podemos constatar que apenas uma análise determinística é insuficiente para garantir a confiabilidade da estrutura, sendo o estudo probabilístico essencial para determinar uma faixa de segurança real da estrutura para os casos mais críticos de operação. Sendo este o cenário para uma estrutura otimizada, onde trabalha-se com pequenas tolerâncias de projeto e um coeficiente de segurança estrutural próximo do limite inferior.

Com base nos resultados determinísticos expostos anteriormente é possível concluir que a estrutura está apta a suportar todos esforços atuantes, entretanto, diante dos efeitos das incertezas, seja nas dimensões de projeto, os quais são ocasionados por imprevisibilidades nos processos de fabricação, e ainda os efeitos devido a grande variabilidade das propriedades mecânicas da madeira balsa, e considerando referências mais conservadoras a estrutura possui um baixo grau de confiabilidade, sendo garantida sua integridade em apenas 30% dos casos.

O trabalho resultou em uma metodologia para o correto dimensionamento da longarina de uma aeronave não-tripulada, a partir do uso de elementos finitos, e de técnicas de otimização estrutural. Por fim, foi constatada a essencial implementação de um método probabilístico afim de analisar a confiabilidade da estrutura, e seu verdadeiro coeficiente de segurança para casos críticos de operação, o que possibilita uma intervenção precoce, caso necessário, no projeto inicial afim de garantir níveis maiores de confiabilidade.

Além disso, o método numérico abordado neste trabalho torna-se uma ótima alternativa para o dimensionamento estrutural da longarina de uma asa, pois foi possível obter de forma rápida e precisa, uma asa com alta resistência mecânica e de baixo peso, que está apta a cumprir os requisitos de operação necessários.

Em trabalhos futuros pode-se estender a aplicação do método desenvolvido para outros componentes da aeronave a fim de obter uma estrutura otimizada por completo. Existe também a possibilidade da formulação de um coeficiente de segurança padrão com base nos resultados obtidos através dessa metodologia, que leve em consideração efeitos das incertezas no projeto da estrutura.

REFERÊNCIAS

- AZEVEDO, Á. F. Método dos elementos finitos. 2011.
- BARNETT, J. R.; BONHAM, V. A. Cellulose microfibril angle in the cell wall of wood fibres. **Biological reviews**, Cambridge University Press, v. 79, n. 2, p. 461–472, 2004.
- BARTHOLOMEW-BIGGS, M. **Nonlinear optimization with engineering applications**. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2008. v. 19.
- BATHE, K.-J. **Finite Element Procedures Englewood Cliffs**. [S.l.]: NJ: Prentice-Hall, 1996.
- BELEGUNDU, A. D. Probabilistic optimal design using second moment criteria. 1988.
- BERGANDER, A.; SALMÉN, L. Cell wall properties and their effects on the mechanical properties of fibers. **Journal of materials science**, Springer, v. 37, n. 1, p. 151–156, 2002.
- BLEVINS, R. D. Formulas for natural frequency and mode shape. RE Krieger, 1979.
- BODIG, J.; JAYNE, B. A. **Mechanics of wood and wood composites**. [S.l.]: Van Nostrand Reinhold New York, 1982. v. 712.
- BOLOTIN, V. V. **Statistical methods in structural mechanics**. [S.l.]: Holden-Day, 1969.
- BORREGA, M. et al. Composition and structure of balsa (ochroma pyramidale) wood. **Wood science and technology**, Springer, v. 49, n. 2, p. 403–420, 2015.
- BURGERT, I.; ECKSTEIN, D. The tensile strength of isolated wood rays of beech (fagus sylvatica l.) and its significance for the biomechanics of living trees. **Trees**, Springer, v. 15, n. 3, p. 168–170, 2001.
- CAVE, I. The longitudinal young's modulus of pinus radiata. **Wood science and technology**, Springer, v. 3, n. 1, p. 40–48, 1969.
- CHEN, X.; HASSELMAN, T. K.; NEILL, D. J. Reliability based structural design optimization for practical applications,“ 38th aiaa. In: ASME/ASCE/AHS/ASC STRUCTURES, STRUCTURAL DYNAMICS AND MATERIALS CONFERENCE . . . [S.l.], 1997.
- CURSI, E. S. D.; SAMPAIO, R. **Uncertainty quantification and stochastic modeling with matlab**. [S.l.]: Elsevier, 2015.
- DEB, K. **Multi-objective optimization using evolutionary algorithms**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2001. v. 16.
- DINWOODIE, J. Timber: Its nature and behaviour. **HOLZ ALS ROH UND WERKSTOFF**, Springer Science and Media, v. 58, n. 4, p. 287–289, 2000.
- DONALDSON, L. Microfibril angle: measurement, variation and relationships—a review. **Iawa Journal**, Brill, v. 29, n. 4, p. 345–386, 2008.
- EASTERLING, K. et al. On the mechanics of balsa and other woods. **Proceedings of the Royal Society of London. A. Mathematical and Physical Sciences**, The Royal Society London, v. 383, n. 1784, p. 31–41, 1982.
- ELISHAKOFF, I. **Probabilistic theory of structures**. [S.l.]: Courier Corporation, 1999.

- FENGEL, D.; WEGENER, G. **Wood: chemistry, ultrastructure, reactions**. [S.l.]: Walter de Gruyter, 2011.
- FILHO, A. A. **Elementos Finitos—A base da tecnologia CAE**. [S.l.]: Editora Saraiva, 2018.
- FLETCHER, M. I. Balsa—production and utilization. **Economic Botany**, Springer, v. 5, n. 2, p. 107–125, 1951.
- FONSECA, C. M.; FLEMING, P. J. et al. Genetic algorithms for multiobjective optimization: Formulation discussion and generalization. In: CITESEER. **Icga**. [S.l.], 1993. v. 93, n. July, p. 416–423.
- GHANEM, R. G.; SPANOS, P. D. **Stochastic finite elements: a spectral approach**. [S.l.]: Courier Corporation, 2003.
- GIBSON, L. J.; ASHBY, M. F. **Cellular solids: structure and properties**. [S.l.]: Cambridge university press, 1999.
- GOLDBERG, D. Genetic algorithms in search. optimization and machine learning. addism1—wesley. **Reading, MA**, 1989.
- GREEN, D. W.; WINANDY, J. E.; KRETSCHMANN, D. E. Mechanical properties of wood. **Wood handbook: wood as an engineering material**. Madison, WI: USDA Forest Service, Forest Products Laboratory, 1999. General technical report FPL; GTR-113: Pages 4.1-4.45, v. 113, 1999.
- HEARN, E. J. **Mechanics of Materials 2: The mechanics of elastic and plastic deformation of solids and structural materials**. [S.l.]: Elsevier, 1997.
- JAYNES, E. T. Information theory and statistical mechanics. **Physical review**, APS, v. 106, n. 4, p. 620, 1957.
- KAPUR, J. N. **Maximum-entropy models in science and engineering**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 1989.
- KATZ, J. L. et al. On the anisotropic elastic properties of woods. **Journal of materials science**, Springer, v. 43, n. 1, p. 139–145, 2008.
- KIRSCH, U. **Optimum structural design: concepts, methods, and applications**. [S.l.]: McGraw-Hill Companies, 1981.
- KOTLAREWSKI, N. J. et al. Mechanical properties of papua new guinea balsa wood. **European Journal of wood and wood products**, Springer, v. 74, n. 1, p. 83–89, 2016.
- LEMAIRE, M. **Structural reliability**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2013.
- LEONDES, C. T. **Structural Dynamic Systems Computational Techniques and Optimization: Computational Techniques**. [S.l.]: CRC Press, 1999. v. 7.
- LOGAN, D. L. **A first course in the finite element method**. [S.l.]: Cengage Learning, 2011.
- MATTOS, R. S. d.; VEIGA, Á. Otimização de entropia: implementação computacional dos princípios maxent e minxent. **Pesquisa Operacional**, SciELO Brasil, v. 22, n. 1, p. 37–59, 2002.

- MELCHERS, R. E.; BECK, A. T. **Structural reliability analysis and prediction**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2018.
- MESIANO, L. M. P. **METODOLOGIA DE OTIMIZACAO PARA ALINHAMENTO DE EIXOS PROPULSORES**. Tese (Doutorado) — Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2015.
- MONTGOMERY, D. C. **Design and analysis of experiments**. [S.l.]: John wiley & sons, 2017.
- PHADKE, M. S. Quality engineering using robust design, ptr prentice-hall. **Inc., Englewood Cliffs, NJ**, 1989.
- PIOVAN, M. T.; SAMPAIO, R. Parametric and non-parametric probabilistic approaches in the mechanics of thin-walled composite curved beams. **Thin-Walled Structures**, Elsevier, v. 90, p. 95–106, 2015.
- PRANDTL, L. **Applications of Modern Hydrodynamics to Aeronautics. Part II**. [S.l.], 1921.
- RAO, S. S. **Vibrações mecânicas** . [S.l.]: Pearson Educación, 2009.
- RAO, S. S. **Engineering optimization: theory and practice**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2019.
- RAYMER, D. **Aircraft design: a conceptual approach**. [S.l.]: American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc., 2018.
- REDDY, J. N. An introduction to the finite element method. **New York**, 1993.
- RODRIGUES, L. E. M. J. **Fundamentos da engenharia aeronáutica**. [S.l.]: Cengage learning, 2013.
- ROSS, P. J. **Taguchi techniques for quality engineering: loss function, orthogonal experiments, parameter and tolerance design**. [S.l.: s.n.], 1996.
- SCINOCCA, F.; NABARRETE, A. Parametric stochastic analysis of a piezoelectric vibration absorber applied to automotive body structure. **Journal of Vibration Engineering & Technologies**, Springer, p. 1–15, 2019.
- SHAMES, I.; DYM, C. Energy and finite element methods in structural mechanics, delhi: New age international publishers, 2009. **Google Scholar**.
- SHANNON, C. E. A note on the concept of entropy. **Bell System Tech. J**, v. 27, n. 3, p. 379–423, 1948.
- SILVA, A. D.; KYRIAKIDES, S. Compressive response and failure of balsa wood. **International Journal of Solids and Structures**, Elsevier, v. 44, n. 25-26, p. 8685–8717, 2007.
- SILVA, E. C. N. Técnicas de otimização aplicadas no projeto de peças mecânicas. **Departamento de Engenharia Mecatrônica e de Sistemas Mecânicos Escola Politécnica da USP**, 2001.
- THANEDAR, P. B.; KODIYALAM, S. Structural optimization using probabilistic constraints. **Structural Optimization**, Springer, v. 4, n. 3-4, p. 236–240, 1992.

TOSON, B.; VIOT, P.; PESQUÉ, J. Finite element modeling of balsa wood structures under severe loadings. **Engineering structures**, Elsevier, v. 70, p. 36–52, 2014.

VANDERPLAATS, G. N. Numerical optimization techniques for engineering design, vanderplaats research & development. **Inc., Colorado Springs, CO**, p. 30, 1999.

YU, X.; CHOI, K.; CHANG, K.-H. A mixed design approach for probabilistic structural durability. **Structural optimization**, Springer, v. 14, n. 2-3, p. 81–90, 1997.

ZHANG, Y.; ZHU, P.; CHEN, G. Lightweight design of automotive front side rail based on robust optimisation. **Thin-walled structures**, Elsevier, v. 45, n. 7-8, p. 670–676, 2007.