



**MARINA DE GODOY RODRIGUES**

**ESTUDO NUMÉRICO DA INFLUÊNCIA DA GEOMETRIA DE  
SUSPENSORES E DA VELOCIDADE DE ROTAÇÃO NAS  
COLISÕES EM MOINHO DE BOLAS**

**LAVRAS – MG  
2020**

**MARINA DE GODOY RODRIGUES**

**ESTUDO NUMÉRICO DA INFLUÊNCIA DA GEOMETRIA DE  
SUSPENSORES E DA VELOCIDADE DE ROTAÇÃO NAS COLISÕES EM  
MOINHO DE BOLAS**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentada à  
Universidade Federal de Lavras, como parte das  
exigências do Curso de Engenharia Química, para a  
obtenção do título de Bacharel.

**LAVRAS – MG  
2020**

**MARINA DE GODOY RODRIGUES**

**ESTUDO NUMÉRICO DA INFLUÊNCIA DA GEOMETRIA DE  
SUSPENSORES E DA VELOCIDADE DE ROTAÇÃO NAS COLISÕES EM  
MOINHO DE BOLAS**

**NUMERICAL STUDY OF THE LIFTER SHAPES AND ROTATIONAL  
SPEED INFLUENCE ON BALL MILL COLLISIONS**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentada à  
Universidade Federal de Lavras, como parte das  
exigências do Curso de Engenharia Química, para a  
obtenção do título de Bacharel.

APROVADA em 17 de Julho de 2020.

Prof. Dr. Tiago José Pires de Oliveira  
Prof. Dr. Irineu Petri Júnior

Profa. Dra. Suellen Mendonça Nascimento  
Orientadora

**LAVRAS – MG  
2020**

## **AGRADECIMENTOS**

Aos meus pais por serem minha base e minha inspiração. Por terem me dado essa incrível oportunidade de crescimento profissional e pessoal longe de casa, me incentivando a cada etapa com muito amor e carinho.

A todos os docentes que fizeram parte da minha trajetória na UFLA pelo conhecimento transmitido, em especial aos docentes da Engenharia Química, pelos ensinamentos dentro e fora de sala de aula.

À minha orientadora, Suellen, por ter me apresentado à área de simulação com tanta atenção e paixão. Agradeço a paciência, a compreensão, a motivação e, principalmente, a amizade.

À Universidade Federal de Lavras, que me acolheu durante todos esses anos e me ensinou a ver o mundo com novos olhos. Agradeço a incrível jornada de amadurecimento que a UFLA me proporcionou.

Ao QICafé, ao Proali e a ProcEQ pelas oportunidades e ensinamentos e por serem minha segunda família.

Aos amigos que dividiram comigo as dores e alegrias da graduação. À Fernanda e à Verônica pelos puxões de orelha e pelo companheirismo. À Mariana e à Alana por terem se tornado meu porto seguro durante esses anos.

Enfim, o espaço é pequeno para o tanto que tenho a agradecer. Deixo aqui meu muito obrigado a cada um que fez parte dessa minha jornada. Vocês foram fundamentais na conclusão desse ciclo, tenho muito carinho por todos!

## RESUMO

A moagem é uma operação unitária que visa a cominuição do material para adequá-lo à granulometria desejada, facilitar seu transporte e prepará-lo para etapas posteriores de processamento. Além disso, cerca de 30 a 70% da energia total de uma planta industrial é consumida pela operação de moagem. O moinho de bolas é um dos equipamentos mais utilizados para essa operação, sendo carregado com corpos moedores esféricos que promovem a quebra do material. O leito do moinho pode atingir seis diferentes regimes de escoamento, sendo o regime de cascadeamento e o de catarateamento os dois mais desejados para esse tipo de processo. Algumas variáveis influenciam na eficiência da moagem promovida pelo moinho de bolas, dentre elas, a velocidade de rotação do tambor e as características de seu revestimento interior, que pode ou não conter suspensores. A fim de avaliar o efeito da velocidade de rotação e da geometria dos suspensores nas forças de colisão partícula-partícula e partícula-parede dentro do moinho, foram realizadas simulações computacionais empregando a abordagem do Método dos Elementos Discretos. Foram simuladas as velocidades de 30%, 50%, 70% e 90% da velocidade crítica de rotação para o moinho sem a presença de suspensores e para o moinho com três diferentes geometrias de suspensores (retangular, trapezoidal e semicircular). Os resultados mostraram que a presença dos suspensores permite que os regimes de cascadeamento e catarateamento sejam alcançados em velocidades mais baixas, o que diminui o gasto energético da operação. Também foi possível observar a influência dessas geometrias na dinâmica das cargas no interior do moinho, sendo a carga esferas com diâmetros de 6, 8 e 10 mm, ocupando 30% do volume total do equipamento. Além disso, foram obtidos e avaliados o número e a intensidade das colisões partícula-partícula e partícula-parede em cada *time-step* para todas as simulações realizadas. Com a média desses valores, foi possível concluir que, para os parâmetros de operação estabelecidos, o moinho de bolas operando a 70% da velocidade crítica de rotação e com os suspensores retangulares obteve os melhores resultados de regime, número de colisões e intensidade de colisões, tanto partícula-partícula quanto partícula-parede.

**Palavras-chave:** Cominuição; Velocidade crítica; Simulação; Abordagem DEM.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Mecanismos de fratura.....	4
Figura 2 - Mecanismos de fratura, energias aplicadas e distribuição granulométrica dos fragmentos. ....	5
Figura 3 – Moinho de bolas.....	6
Figura 4 – Regime de deslizamento e regime de caimento.....	7
Figura 5 – Regime de rolamento .....	8
Figura 6 – Regime de cascadeamento. ....	9
Figura 7 – Regime de catarateamento. ....	9
Figura 8 – Regime de centrifugação. ....	10
Figura 9 – Suspensores com diferentes geometrias. ....	11
Figura 10 – Geometrias dos suspensores: (a) retangular, (b) trapezoidal e (c) semicircular. ....	15
Figura 11 – Malhas computacionais desenhadas no <i>software Gmsh</i> . ....	18
Figura 12 - Captura de imagem sem suspensor para velocidade de rotação de: (a) 30%, (b) 50%, (c) 70% e (d) 90% da velocidade crítica.....	20
Figura 13 - Captura de imagem com suspensor retangular para velocidade de rotação de: (a) 30%, (b) 50%, (c) 70% e (d) 90% da velocidade crítica.....	22
Figura 14 - Captura de imagem com suspensor trapezoidal para velocidade de rotação de: (a) 30%, (b) 50%, (c) 70% e (d) 90% da velocidade crítica.....	24
Figura 15 - Captura de imagem com suspensor semicircular para velocidade de rotação de: (a) 30%, (b) 50%, (c) 70% e (d) 90% da velocidade crítica. ....	25
Figura 16 - Captura de imagem para a velocidade de 30% da velocidade crítica para o moinho: (a) sem suspensores, (b) com suspensores retangulares, (c) com suspensores trapezoidais e (d) com suspensores semicirculares. ....	26
Figura 17 - Captura de imagem para a velocidade de 50% da velocidade crítica para o moinho: (a) sem suspensores, (b) com suspensores retangulares, (c) com suspensores trapezoidais e (d) com suspensores semicirculares. ....	27
Figura 18 - Captura de imagem para a velocidade de 70% da velocidade crítica para o moinho: (a) sem suspensores, (b) com suspensores retangulares, (c) com suspensores trapezoidais e (d) com suspensores semicirculares. ....	28
Figura 19 - Captura de imagem para a velocidade de 90% da velocidade crítica para o moinho: (a) sem suspensores, (b) com suspensores retangulares, (c) com suspensores trapezoidais e (d) com suspensores semicirculares. ....	30

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Valores dos parâmetros para o modelo de Hertz-Mindlin. ....	15
Tabela 2 - Número total de corpos moedores para cada tamanho de esfera .....	16
Tabela 3 - Velocidade crítica de rotação para cada diâmetro de corpo moedor .....	16
Tabela 4 - Velocidades de simulação de acordo com o percentual da velocidade crítica.....	17
Tabela 5 – Especificação de cada simulação realizada. ....	19
Tabela 6 - Números e intensidades das colisões partícula-partícula e partícula-parede simulados.	32
Tabela 7 - Números e intensidades das colisões partícula-partícula e partícula-parede simulados.	34

## LISTA DE SÍMBOLOS

$N_c$	Velocidade crítica de rotação
$g$	Aceleração da gravidade
$D$	Diâmetro do tambor
$r$	Raio da partícula
$e_p$	Coefficiente de restituição
$h_1$	Altura inicial
$h_2$	Altura final atingida após o choque

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
<b>2 OBJETIVOS .....</b>	<b>3</b>
<b>3 REFERENCIAL TEÓRICO .....</b>	<b>4</b>
3.1 Cominuição .....	4
3.2 Moagem .....	5
3.3 Moinho de bolas.....	6
3.3.1 Corpos moedores.....	6
3.3.2 Regimes de escoamento .....	7
3.3.3 Suspensores .....	10
3.4 Abordagem numérica.....	11
3.5 Método dos Elementos Discretos (DEM) .....	11
3.6 Modelo de Hertz-Mindlin .....	12
3.6 Simulações em moinho de bolas utilizando o DEM.....	13
<b>4 MATERIAIS E MÉTODOS.....</b>	<b>15</b>
4.1 Dimensões do moinho de bolas e parâmetros para as simulações.....	15
4.2 Determinação das configurações das simulações .....	16
4.2.1 Determinação do número total de partículas .....	16
4.2.2 Determinação da velocidade crítica do tambor .....	16
4.3 Malha computacional.....	17
4.4 Simulação.....	18
<b>5 RESULTADOS E DISCUSSÃO .....</b>	<b>20</b>
5.1. Análise do efeito da velocidade de rotação no regime de escoamento. ....	20
5.1.1. Sem suspensores.....	20
5.1.2. Suspensores retangulares.....	21
5.1.3. Suspensores trapezoidais.....	23
5.1.4. Suspensores semicirculares .....	24
5.2. Análise do efeito do suspensor no regime de escoamento .....	25
5.3. Efeito da velocidade de rotação nas forças e números de contato partícula-partícula (PP) e partícula-parede (PW) .....	30
5.4. Efeito do tipo de suspensor nas forças e números de contato partícula-partícula (PP) e partícula-parede (PW) .....	33
<b>6 CONCLUSÕES .....</b>	<b>36</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>37</b>

## 1 INTRODUÇÃO

A moagem é uma operação unitária que visa a diminuição do tamanho das partículas a fim de se obter uma granulometria desejada, preparar o material para etapas posteriores e facilitar seu manuseio e transporte (MACHADO, 2016).

Existem alguns equipamentos que realizam essa operação e um dos mais conhecidos é o moinho de bolas. Este consiste em um tambor que realiza um movimento de rotação em seu eixo longitudinal e é preenchido por corpos moedores esféricos.

Esses corpos moedores são responsáveis por entrar em contato com o material que se deseja moer e proporcionar sua quebra, que pode ser causada tanto pela força de abrasão quanto pela força de impacto entre os corpos moedores e o material.

Segundo Gomes (2014), cerca de 30 a 70% da energia total de uma planta industrial é consumida pela operação de moagem. Porém o moinho de bolas não é capaz de aproveitar toda a energia demandada em sua operação, já que a maior parte da energia cinética é dissipada em forma de calor, ruídos e outras perdas, restando apenas uma pequena fração para efetivamente promover a quebra das partículas.

Além disso, a moagem também é um processo complexo, influenciado por diversos fatores. Dentre os fatores que afetam a potência consumida pelo moinho, estão a velocidade de rotação do moinho, a fração de volume do moinho ocupado pelo meio de moagem (grau de enchimento), as características da carga e do revestimento do moinho (FIGUEIRA; LUZ; ALMEIDA, 2010).

A velocidade de rotação do moinho tem influência no regime que ocorre dentro do tambor e, ao atingir a velocidade crítica de rotação, todos os corpos moedores giram junto com a parede do moinho, devido a ação da força centrífuga sobre esses corpos. Esse regime, conhecido como regime de centrifugação, não favorece a operação de moagem, pois o contato entre os corpos moedores e o material a ser moído é desfavorecido e as forças de abrasão e impacto são baixas. Com isso, é vantajoso trabalhar com velocidades percentuais à essa crítica (BERALDO, 1987).

É comum que os cilindros rotatórios que constituem o moinho sejam equipados com suspensores. Esses fazem parte do revestimento interno do moinho e podem apresentar variadas geometrias. Sua presença influencia na dinâmica das cargas moedoras e suas principais funções são promover a suspensão dos corpos moedores e evitar que estes deslizem nas paredes do tambor, ou seja, possuem papel fundamental no impacto desses corpos. Mesmo em velocidades mais baixas de rotação, os suspensores favorecem o alcance de regimes com altas forças de

colisões entre as partículas, o que aumenta a eficiência da operação.

Com o avanço tecnológico das últimas décadas, a simulação computacional torna-se cada vez mais acessível e, com ela, é possível que situações complexas reais sejam reproduzidas e estudadas de forma cada vez mais certa. Além disso, também torna-se possível a análise de diversas variáveis e seus efeitos no processo (MACHADO, 2016).

O estudo da dinâmica dos corpos moedores pode ser realizado através de simulações numéricas e, dentre as simulações, a abordagem Lagrangeana, utilizada pelo DEM (*Discret Element Method*), tem sido largamente aplicada na simulação dessa dinâmica em moinho de bolas (CLEARY, 2001; CLEARY; MORRISSON; MORRELL, 2003; VENUGOPAL; RAJAMANI, 2001). Uma grande vantagem desse método é que ele possibilita a obtenção de informações a nível microscópico da dinâmica dos corpos moedores dentro do moinho, como o número de colisões entre as partículas e as intensidades desses choques.

Dessa forma, esse trabalho motiva-se em estudar e analisar o efeito da velocidade de rotação e da configuração de suspensores através de simulações computacionais. Assim, busca-se observar a influência desses parâmetros nas forças de colisões entre as partículas presentes no interior do moinho e entre essas partículas e a parede de revestimento interno do tambor, sem que haja custos de construção de protótipo ou de um novo equipamento.

Com base no exposto, os objetivos principais e específicos desse trabalho são apresentados na próxima sessão.

## 2 OBJETIVOS

O objetivo deste trabalho é avaliar a influência de duas variáveis envolvidas na operação de moagem, a velocidade de rotação do moinho e a geometria de suspensores, presentes no interior do tambor, através de simulações computacionais, utilizando a abordagem DEM para verificar o comportamento dos corpos moedores no interior do moinho e encontrar a configuração que apresente uma relação entre os de número e intensidade de colisões que aumente a eficiência da moagem em menores velocidades de operação, diminuindo seu consumo de energia. E para se alcançar esse objetivo principal, serão realizados os seguintes objetivos específicos:

- Realizar simulações da dinâmica das partículas no processo de moagem variando a velocidade rotação, geometria dos suspensores e tambor sem a presença de suspensores;
- Comparar os resultados dos regimes operacionais obtidos variando a velocidade rotação, geometria dos suspensores e tambor sem a presença de suspensores;
- Comparar os resultados obtidos de número e intensidade de colisões partícula-partícula e partícula-parede para cada valor de velocidade e geometria de suspensor simulado, assim como para o moinho sem a presença de suspensores.

### 3 REFERENCIAL TEÓRICO

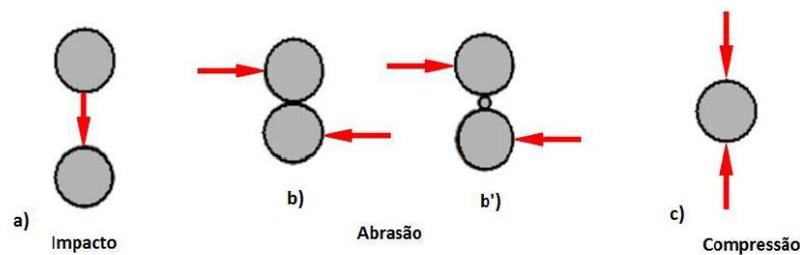
Neste capítulo serão apresentados os referenciais teóricos necessários para a compreensão deste trabalho.

#### 3.1 Cominuição

A cominuição ou fragmentação consiste na redução de tamanho de um sólido através de processos mecânicos. Essa redução de tamanho se dá pela quebra das partículas, que ocorre quando forças maiores que as forças de coesão ao longo das superfícies das partículas são aplicadas sobre as mesmas (RIBEIRO; VIEIRA, 2004).

Os três principais mecanismos de quebra são o cisalhamento ou abrasão, a compressão e o impacto, como ilustrado pela Figura 1. Esses mecanismos de fratura são responsáveis pela cominuição da partícula e dependem do regime de escoamento do processo. Conforme se altera esse regime, o mecanismo de quebra predominante também é alterado.

Figura 1 – Mecanismos de fratura

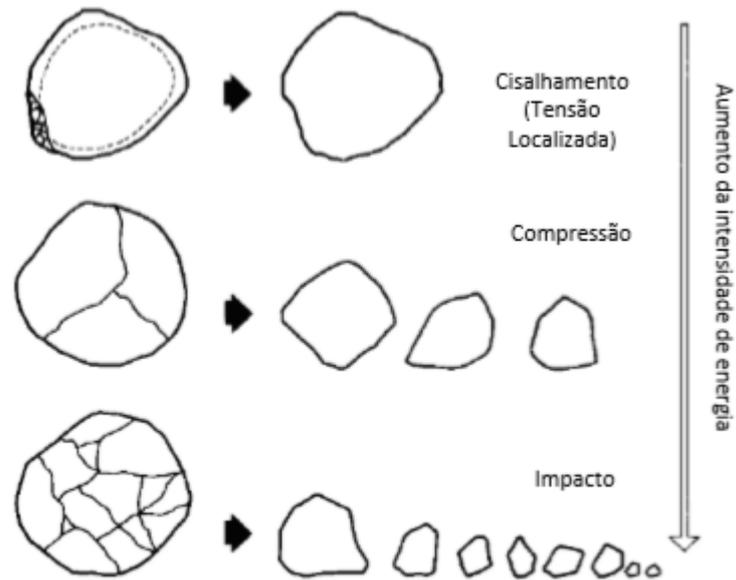


Fonte: MACHADO (2016) adaptada de FOGGIATTO (2009).

- a) Impacto: aplicação de forças de fragmentação de forma rápida e com intensidade superior à resistência das partículas, o que resulta em partículas com tamanhos variados, dentro de uma ampla faixa granulométrica;
- b) Cisalhamento (abrasão): aplicação de tensões tangenciais à superfície insuficientes para causar fraturas ao longo de toda a partícula. Provoca o aparecimento de pequenas fraturas, gerando fragmentos pequenos e mantendo o tamanho das partículas próximo ao original;
- c) Compressão: forças de compressão são aplicadas lenta e progressivamente, sendo pouco superiores à resistência das partículas, promovendo trincas e, conseqüentemente, a fratura, formando fragmentos relativamente grandes.

A Figura 2 mostra, além dos mecanismos de fratura, a energia aplicada e a distribuição granulométrica dos produtos resultantes da quebra.

Figura 2 - Mecanismos de fratura, energias aplicadas e distribuição granulométrica dos fragmentos.



Fonte: Ribeiro (2004) adaptada de Kelly & Spottswood (1982).

### 3.2 Moagem

Segundo Chaves (2002), a moagem abrange a operação de cominuição na faixa de tamanhos abaixo de  $1,9 \times 10^4 \mu\text{m}$  e tem como principais objetivos adequar os produtos às especificações granulométricas industriais, facilitar o transporte do material, adequar o material à utilização subsequente e aumentar sua área superficial.

A escolha do equipamento de moagem e seu dimensionamento devem considerar diversos aspectos, como, por exemplo, os diferentes tipos de materiais, suas aplicações e a escala de produção (NASCIMENTO, 2013). Os equipamentos mais utilizados para realizar essa operação unitária são moinhos tubulares ou cilíndricos com corpo moedor no formato de bolas, barras seixos, autogenos ou semi-autogenos e, segundo Machado (2016), o moinho de bolas é o mais comum em circuitos industriais de moagem.

Esse equipamento é um tambor cilíndrico, disposto horizontal ou verticalmente, que gira em torno do seu próprio eixo, ou seja, realiza um movimento de rotação, e pode ou não fazer uso de corpos moedores para realizar sua operação unitária. De acordo com Nascimento (2013 *apud* BERALDO, 1987), o modelo tubular do equipamento é preferido devido a confiabilidade, a robustez e a insensibilidade para variações na alimentação e ingestão acidental de corpos estranhos vindos de etapas anteriores.

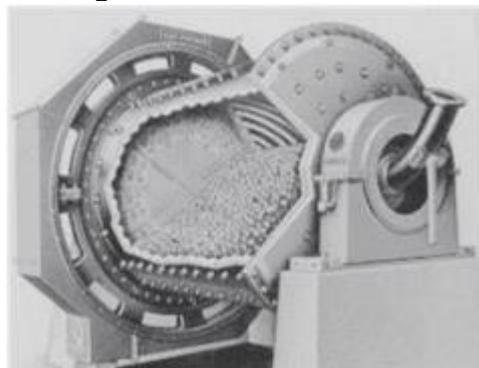
Uma desvantagem apresentada pela moagem é a possibilidade da operação apresentar grande quantidade de partículas finas, advindas de uma fragmentação excessiva do material.

Esse fenômeno, conhecido como sobremoagem, resulta em perdas nas etapas de classificação do material e também no aumento do consumo de energia, uma vez que a presença demasiada de partículas finas impede o impacto entre as partículas maiores (NASCIMENTO, 2013).

### 3.3 Moinho de bolas

O moinho de bolas, que utiliza esferas como corpos moedores, é usado para moagem de finos e em remoagens, para corrigir eventuais oscilações de moagens anteriores, devido a sua regularidade de operação (DELBONI JR, 2007). A Figura 3 mostra a configuração de moinho de bolas.

Figura 3 – Moinho de bolas.



Fonte: Adaptada de Machado (2016)

Na sua operação, o moinho é carregado em seu interior com corpos moedores, no caso corpos esféricos, e, posteriormente, o material grosseiro que se deseja moer, é alimentado em uma extremidade. Com o efeito da rotação do moinho, a carga moedora é lançada sobre esse produto, que vai sendo moído conforme avança em direção a outra extremidade do cilindro, pela qual é descarregado com uma distribuição granulométrica menor da qual foi alimentado.

Segundo Wills e Napier-Munn (2006), grande parte da energia cinética demandada pelos moinhos de bolas é dissipada em forma de calor, ruído e outras perdas, ou seja, apenas uma pequena parte dessa energia é usada na quebra das partículas. Alguns outros fatores também são responsáveis por esse consumo de energia, como a velocidade de rotação do moinho, o regime de escoamento das partículas, seu grau de enchimento e as características da carga moedora e do revestimento do moinho (FIGUEIRA; LUZ; ALMEIDA, 2010).

#### 3.3.1 Corpos moedores

A cominuição das partículas é feita pela ação dos corpos moedores, no caso, corpos esféricos (bolas), quando estes caem ou escorregam pelo revestimento do moinho ou sobre si. O número e a intensidade das colisões entre os corpos moedores (colisões partícula-partícula)

e dos corpos com o revestimento interno do tambor (colisões partícula-parede) influenciam na eficiência da operação.

Essas esferas podem apresentar-se de diferentes diâmetros, sendo de grande importância, pois assim se obtém frequências de impacto em diferentes magnitudes, além de que a presença de esferas menores favorecerem a ocorrência do regime de catarateamento (NASCIMENTO, 2013).

Segundo Figueira, Luz e Almeida (2010), o grau de enchimento do moinho com os corpos afeta a eficiência da operação de moagem. Além disso, esse grau também influencia na transição entre os regimes de escoamento que ocorrem no interior do tambor (MELLMANN, 2001).

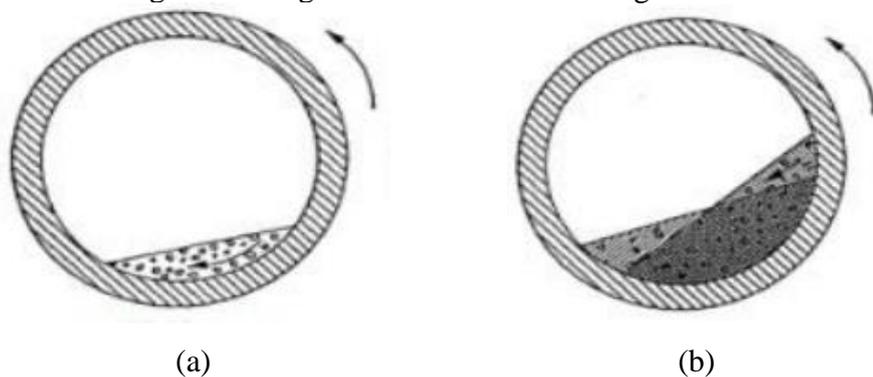
### 3.3.2 Regimes de escoamento

Durante a operação do moinho de bolas, a velocidade de rotação do tambor interfere no movimento transversal feito pela carga de partículas em seu interior. Conforme essa velocidade aumenta, o leito pode atingir seis diferentes regimes de escoamento: deslizamento, caimento, rolamento, cascadeamento, catarateamento e centrifugação (SANTOS, 2015).

- **Regime de deslizamento e regime de caimento**

O regime de deslizamento pode ser observado pela Figura 4.a e ocorre quando o leito estático de material desliza sobre a parede do cilindro em movimento. Esse tipo de regime não é desejado para a moagem já que seu grau de mistura é baixo ou inexistente.

Figura 4 – Regime de deslizamento e regime de caimento.



Fonte: Adaptada de Machado (2016)

O regime de caimento, também chamado de regime de “avalanche”, se caracteriza pelo comportamento do leito de material como um corpo rígido, como mostra a Figura 4.b. Esse é carregado pela parede do tambor até atingir o valor máximo de ângulo de repouso e então cair em “avalanche” até um ângulo de repouso inferior (MACHADO, 2016).

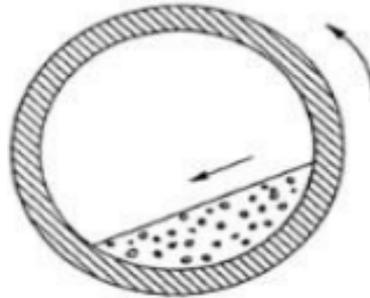
Com o aumento da velocidade de rotação, o processo de elevação e caimento passa a

ocorrer cada vez com maior frequência, assim transitando, eventualmente, para o regime de rolamento.

- **Regime de rolamento**

Esse regime ocorre quando apenas uma camada fina de partículas rola sobre a superfície do leito em um movimento contínuo, como mostra a Figura 5.

Figura 5 – Regime de rolamento



Fonte: Adaptada de Machado (2016).

As partículas em rolamento formam uma superfície plana e que possui inclinação constante. Também é possível identificar uma camada passiva, na qual as partículas tem velocidade igual a velocidade de rotação da parede do tambor e uma camada ativa, na qual as partículas atingem velocidades mais altas.

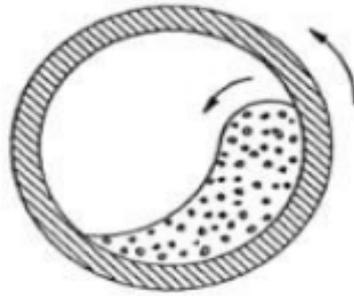
Segundo Machado (2016), esse regime é mais desejado em processos industriais que precisam de um grau de mistura mais elevado, favorecendo as transferências de massa e calor.

- **Regime de cascadeamento**

Com o aumento da velocidade de rotação do moinho, o regime passa de rolamento para cascadeamento, no qual a parede do tambor carrega as partículas até certa altura e, então, essas rolam umas sobre as outras no leito, causando uma superfície curvada em formato de “S”, como apresentado pela Figura 6.

No regime de cascadeamento, a fragmentação das partículas se dá, majoritariamente, por atrito e abrasão, uma vez que quase não há impacto entre os corpos moedores e o material a ser moído (FIGUEIRA; LUZ; ALMEIDA, 2010).

Figura 6 – Regime de cascadeamento.

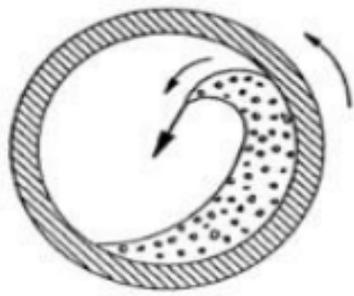


Fonte: Adaptada de Machado (2016).

- **Regime de catarateamento**

Segundo Mellmann (2001, *apud* Henein *et al.*, 1983), a transição entre os regimes de cascadeamento e catarateamento ocorre quando as partículas que são lançadas do ápice do leito, caem, em queda livre, no ponto médio do tambor ou além deste. Uma vez que todas as partículas alcançam esse comportamento, o sistema atinge o catarateamento total. É possível observar esse regime através da Figura 7.

Figura 7 – Regime de catarateamento.



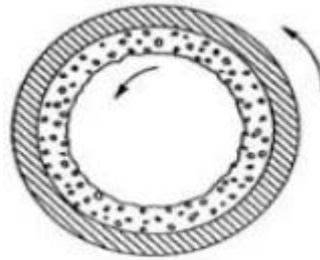
Fonte: Adaptada de Machado (2016).

No regime de catarateamento, a quebra do material ocorre, principalmente, por impacto, o que faz com que esse regime seja o de maior aplicabilidade para processos de moagem (MELLMANN, 2001).

- **Regime de centrifugação**

Para se atingir o regime de centrifugação, é necessário que a força centrífuga e a força gravitacional que agem sobre a partícula entrem em equilíbrio, fazendo com que seu movimento acompanhe o da parede do tambor, sem que a partícula caia em catarata, como observa-se na Figura 8.

Figura 8 – Regime de centrifugação.



Fonte: Adaptada de Machado (2016).

Segundo Santos (2015), pode se considerar que a velocidade crítica de rotação foi atingida quando todas as partículas centrifugam ou quando apenas a camada mais externa do leito alcança esse comportamento. Essa velocidade crítica expressa a velocidade na qual o tambor deve rotacionar para que as partículas entrem no regime de centrifugação e pode ser calculada pela Equação 1, descrita por Rose e Sullivan (1958).

$$N_c = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2g}{D - 2r}} \cong \frac{42,3}{\sqrt{D - 2r}} \text{ [rpm]} \quad (1)$$

Onde  $D$  é o diâmetro do tambor, em metros, e  $r$  é o raio da maior partícula, em metros.

Para a operação de moagem, o regime de centrifugação deve ser evitado, uma vez que não se observa movimento das partículas que contribua para forças de impacto, abrasão e/ou compressão. Por essa razão, quando se tem como objetivo a moagem, procura-se trabalhar em velocidades que são menores que essa crítica.

A equação acima não considera a presença de suspensores no interior do moinho, porém sabe-se que a presença deles influencia significativamente na dinâmica dos corpos presentes no processo (HONG; KIM, 2002).

### 3.3.3 Suspensores

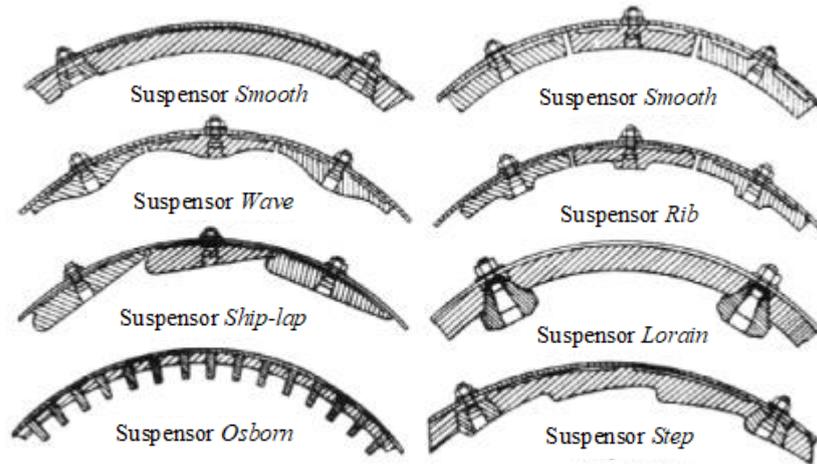
Os suspensores, também conhecidos como *lifters* ou *liners*, fazem parte do sistema de revestimento interno do moinho e são estruturas que, segundo Hong e Kim (2002), tem a função de impedir o deslizamento da carga pelas paredes do tambor e acelerar seu movimento de centrifugação.

Existem diversas geometrias, com características próprias, de suspensores e cada uma apresenta certa vantagem ao ser utilizada. A Figura 9 mostra algumas dessas geometrias.

Além de proteger as paredes do moinho do desgaste ocasionado pela operação, os suspensores aumentam a eficiência do moinho ao promoverem um regime de catarateamento. Nesse regime, Nesse regime favorece-se a quebra por impacto e cria-se uma região de

casateamento, que apresenta um gradiente de velocidade, onde ocorrem quebras por abrasão. (HLUNGWANI et al., 2003).

Figura 9 – Suspensores com diferentes geometrias.



Fonte: Nascimento (2013)

### 3.4 Abordagem numérica

A simulação computacional necessita ser fisicamente eficaz e computacionalmente eficiente, ou seja, ela deve representar a realidade com rigorosidade e ser economicamente mais interessante que a construção de protótipos para a análise que se deseja realizar (NASCIMENTO, 2013).

Com o avanço tecnológico das últimas décadas, que vem melhorando o processamento e armazenamento dos computadores, a simulação computacional tem se tornado cada vez mais viável. A aplicação de diferentes modelos matemáticos possibilita a reprodução de situações e fenômenos complexos reais, que são, em sua maioria, difíceis de serem desenvolvidos e avaliados experimentalmente, além de possibilitar a análise do efeito de diversas variáveis no processo simulado (MACHADO, 2016).

As simulações da dinâmica de corpos moedores em moinhos de bola, segundo a literatura, é feita usando a abordagem Lagrangeana, que é utilizada pelo DEM (*Discret Method Element*), na qual a fase sólida é considerada como partículas discretas cujas trajetórias são calculadas individualmente (CLEARY, 2001; CLEARY; MORRISSON; MORRELL, 2003; VENUGOPAL; RAJAMANI, 2001)

### 3.5 Método dos Elementos Discretos (DEM)

No DEM, ao se assumir que qualquer corpo é afetado apenas pelo contato que sofre naquele instante de tempo, o número de interações que precisam ser tratadas para definir seu

movimento diminuem, uma vez que essas interações não são analisadas em todos os tempos simultaneamente (VENUGOPAL; RAJAMANI, 2001). Essas interações das partículas com o as outras partículas e com a parede são modeladas usando as leis de força de contato de acordo com o modelo escolhido (CLEARY; MORRISSON; MORRELL, 2003).

Segundo Venugopal e Rajamani (2001), uma lista dos corpos (aqui incluem-se esferas e parede) que estão em potencial contato com a esfera é criada e atualizada a cada passo de tempo (*time-step*), o que permite determinar o número de colisões entre partículas e entre partículas e parede, a qualquer momento da simulação..

Apesar de proporcionar um processo mais detalhado, a abordagem Lagrangeana possui uma limitação do número de partículas que podem ser analisadas, o que impede a simulação de equipamentos em escala industrial (MACHADO, 2016).

### **3.6 Modelo de Hertz-Mindlin**

Para processar sistemas com um grande número de partículas eficientemente, o DEM utiliza um conjunto de equações que tem como objetivo determinar as forças e torques provenientes do contato entre as partículas de forma simplificada (DOS SANTOS, 2018). Esse conjunto de equações é chamado de modelo de contato, sendo o modelo de Hertz-Mindlin adotado na maior parte das simulações e considerado um modelo padrão de vários simuladores (JIMÉNEZ-HERRERA, 2017).

Segundo Dos Santos (2018), as forças resultantes nas direções normal e tangencial são provenientes do somatório das componentes elástica e dissipativa. Assim o modelo pode ser considerado como uma configuração mola-amortecedor, no qual a mola dá a resposta elástica e o amortecedor dá as deformações plásticas.

O modelo de Hertz-Mindlin depende de alguns parâmetros como o coeficiente de restituição influencia na componente de amortecimento das forças normais e tangenciais; coeficiente de atrito estático, pela lei do atrito, limita a força na direção tangencial; e o coeficiente de atrito de rolamento influi no torque entre duas superfícies (DOS SANTOS, 2018).

O coeficiente de restituição ( $e_p$ ) representa a energia cinética conservada após o choque entre os corpos sólidos. Para corpos submetidos s condições de queda livre, aplicando a segunda lei de Newton de conservação de energia, a equação para o coeficiente de restituição é dada pela Equação 2.

$$e_p = \sqrt{\frac{h_2}{h_1}} \quad (2)$$

Na qual  $h_1$  e  $h_2$  são a altura inicial e a altura final atingida após o choque, respectivamente (BRANDÃO, 2017).

O valor desse coeficiente pode variar de 0 a 1, sendo que quando seu valor é zero, toda a energia cinética foi dissipada durante o choque e, quando seu valor é 1, a partícula volta a sua inicial após o choque, o que indica que não houve perda de energia cinética. Ambos os casos ocorrem apenas sob condições especiais, já que, em condições naturais, existe a descarga dessa energia de forma gradual, conforme ocorrem as colisões, fazendo com que a altura alcançada pela partícula seja cada vez menor.

Já o coeficiente de atrito estático corresponde razão entre a força resistente ao movimento tangencial entre dois corpos e a força normal que pressiona estes corpos um contra o outro. Ou seja, para que um corpo sólido se movimente em relação a outro, sendo que esses estão em contato, a força atrito é a força tangencial que deve ser transposta.

Segundo Brandão (2017), apesar de ser um importante parâmetro, o coeficiente de atrito estático é de difícil determinação, uma vez que depende de diversas variáveis e parâmetros operacionais, como a carga normal e rugosidade da superfície.

Por fim, o atrito de rolamento refere-se a resistência ao rolamento e apresenta-se, na maioria dos casos, em ordens de grandeza extremamente baixas e depende das propriedades dos materiais em contato. De acordo com Brandão (2017), a principal diferença entre o atrito estático e o atrito de rolamento é que ocorre a transformação de energia mecânica em calor quando o atrito é estático.

Assim, é possível rastrear e contabilizar o movimento e a cinética para um grande número de partículas devido a simplicidade desse modelo, sendo necessária a definição correta dos parâmetros do modelo para que o processo seja representado através da modelagem como ocorre na realidade.

### **3.6 Simulações em moinho de bolas utilizando o DEM.**

A abordagem DEM é bastante utilizada, na literatura, para a análise da dinâmica de corpos moedores em moinho de bolas, para a obtenção de resultados a respeito do consumo de energia da operação, do desgaste das esferas e do revestimento interno do moinho, e sobre as regiões da carga que apresentam os maiores índices de moagem. A seguir são apresentados alguns destes estudos.

Rajamani e Venugopal (2001) descreveram, pela primeira vez, a modelagem discreta

em um moinho tridimensional. Resultados para o movimento da carga de esferas e para o consumo de energia obtidos experimentalmente em um moinho piloto foram comparados aos resultados, de ambas as variáveis, obtidos numericamente. Houve uma boa concordância entre os resultados, implicando que este esquema de simulação foi satisfatório no diagnóstico de problemas e previu o tempo de vida útil de um moinho de bolas.

No estudo de Cleary (2001), foi observado o comportamento do leito de um material em um moinho de bolas a partir das simulações numéricas DEM. Foi possível identificar as regiões de maior cisalhamento das partículas no regime de cascadeamento em função do grau de enchimento e da velocidade de rotação do moinho. A maior taxa de cisalhamento ocorreu onde as partículas da superfície em cascadeamento se chocaram com a parede do moinho e mudaram, de forma rápida, seu movimento de cascadeamento para baixo da superfície quando o material foi puxado pelos suspensores.

Yin *et al.* (2018) avaliou, em seu estudo, o efeito dos suspensores no poder de moagem em um moinho de bolas através do modelo DEM. O melhor resultado encontrado foi para o moinho com 24 suspensores trapezoidais, com grau de enchimento de 30% do volume do moinho e operando a 90% da velocidade crítica de rotação.

## 4 MATERIAIS E MÉTODOS

O estudo foi completamente realizado através de simulações e da análise de seus resultados. Nessa sessão serão apresentados a metodologia e os *softwares* utilizados para sua realização.

### 4.1 Dimensões do moinho de bolas e parâmetros para as simulações

Todos as dimensões e características do moinho de bolas e dos corpos moedores foram retiradas do estudo de Yin *et al.* (2018), assim como o valor dos coeficientes de interação partícula-partícula e partícula-parede. O moinho simulado possuía 260 mm de raio e 40 mm de comprimento, com um grau de enchimento de 30% em volume. Esse preenchimento foi feito com corpos moedores esféricos maciços de 6, 8 e 10 mm de diâmetro, na proporção 1:1:1, com densidade real de  $7800 \text{ kg.m}^{-3}$ .

Os parâmetros necessários para o modelo Hertz-Mindlin foram obtidos do trabalho de Yin *et al.* (2018) e de Sondergaard, Chaney e Brennen (1990) e estão expostos na Tabela 1.

Tabela 1 – Valores dos parâmetros para o modelo de Hertz-Mindlin.

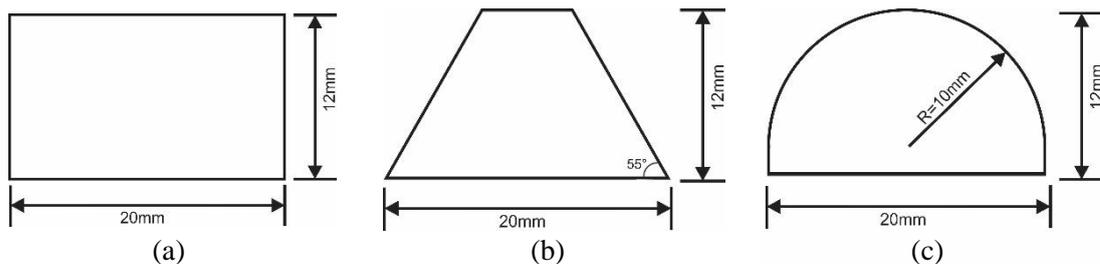
Colisão	Coefficiente	Valores
Partícula-partícula	Atrito estático	0,15 <sup>a</sup>
	Atrito de rolamento	0,01 <sup>a</sup>
	Restituição	0,90 <sup>b</sup>
Partícula-parede	Atrito estático	0,20 <sup>a</sup>
	Atrito de rolamento	0,01 <sup>a</sup>
	Restituição	0,90 <sup>b</sup>

<sup>a</sup> Yin et al (2018); <sup>b</sup> Sondergaard, Chaney e Brennen (1990).

Fonte: Da Autora (2020).

As simulações foram realizadas para o tambor sem a presença de suspensores e para o tambor com a presença de 24 suspensores de três diferentes geometrias (retangular, trapezoidal e semicircular), também dimensionadas de acordo com o estudo de Yin *et al.* (2018), e são apresentadas pela Figura 10.

Figura 10 – Geometrias dos suspensores: (a) retangular, (b) trapezoidal e (c) semicircular.



Fonte: Da Autora (2020)

Foram estabelecidas quatro diferentes velocidades de rotação para serem simuladas,

sendo elas correspondentes a 30%, 50%, 70% e 90% da velocidade crítica de rotação do moinho.

## 4.2 Determinação das configurações das simulações

### 4.2.1 Determinação do número total de partículas

O *software Liggghts*<sup>®</sup> é configurado com a predefinição da quantidade de partículas de cada diâmetro que estarão dentro do equipamento a ser analisado. Estabeleceu-se com base no trabalho de Yin et al. (2018) que o tambor estaria preenchido com 30% (em fração volumétrica) de partículas, com três diâmetros diferentes em uma proporção 1:1:1. Assim, de acordo com as informações de densidade e tamanho das partículas reportados pelo autor, e com os dados do volume do tambor, foi possível calcular o número total de partículas para cada diâmetro, sendo os resultados apresentados na Tabela 2.

Tabela 2 - Número total de corpos moedores para cada tamanho de esfera

Diâmetro (mm)	Número total de partículas
6	4792
8	2022
10	1035

Fonte: Da Autora (2020)

Analisando a Tabela 2, observa-se que quanto maior o diâmetro menor o número total de partículas. Isso se deve ao fato de que partículas maiores ocupam maior volume e deseja-se que a fração de volume ocupada por cada diâmetro de partículas seja igual a 10%.

### 4.2.2 Determinação da velocidade crítica do tambor

Para o cálculo da velocidade crítica de rotação, foi usada a Equação 1 de Rose e Sullivan (1958) e os resultados são apresentados na Tabela 3.

Tabela 3 - Velocidade crítica de rotação para cada diâmetro de corpo moedor

Diâmetro (mm)	Velocidade crítica (rpm)
6	59,0
8	59,1
10	59,2

Fonte: Da Autora (2020)

Todas as simulações foram feitas se baseando no valor de velocidade crítica para a maior partícula, visto que, quando a maior partícula entra em regime de centrifugação, todas as outras partículas menores que essa já terão centrifugado. Isso se explica pelo fato de que, para centrifugar, a força centrífuga tem que ser igual ao peso da esfera, sendo assim, a maior partícula

(com maior massa) demanda uma maior velocidade de rotação para atingir esse regime, uma vez que quanto maior for essa velocidade, maior será o valor da força centrífuga.

O percentual da velocidade crítica de rotação normalmente é utilizado para se determinar as velocidades de operação de moinhos de bola. Determinada então a velocidade crítica de rotação do moinho, foram calculadas as velocidades de rotação com base nas quatro frações da velocidade crítica que seriam simuladas. A Tabela 4 apresenta esses valores e, também, os valores do período de rotação, pois estes são usados na programação das simulações.

Tabela 4 - Velocidades de simulação de acordo com o percentual da velocidade crítica

Fração da velocidade crítica	Velocidade de rotação (rpm)	Período (s)
0,3	17,8	3,3766
0,5	29,6	2,0259
0,7	41,5	1,4471
0,9	53,3	1,1255

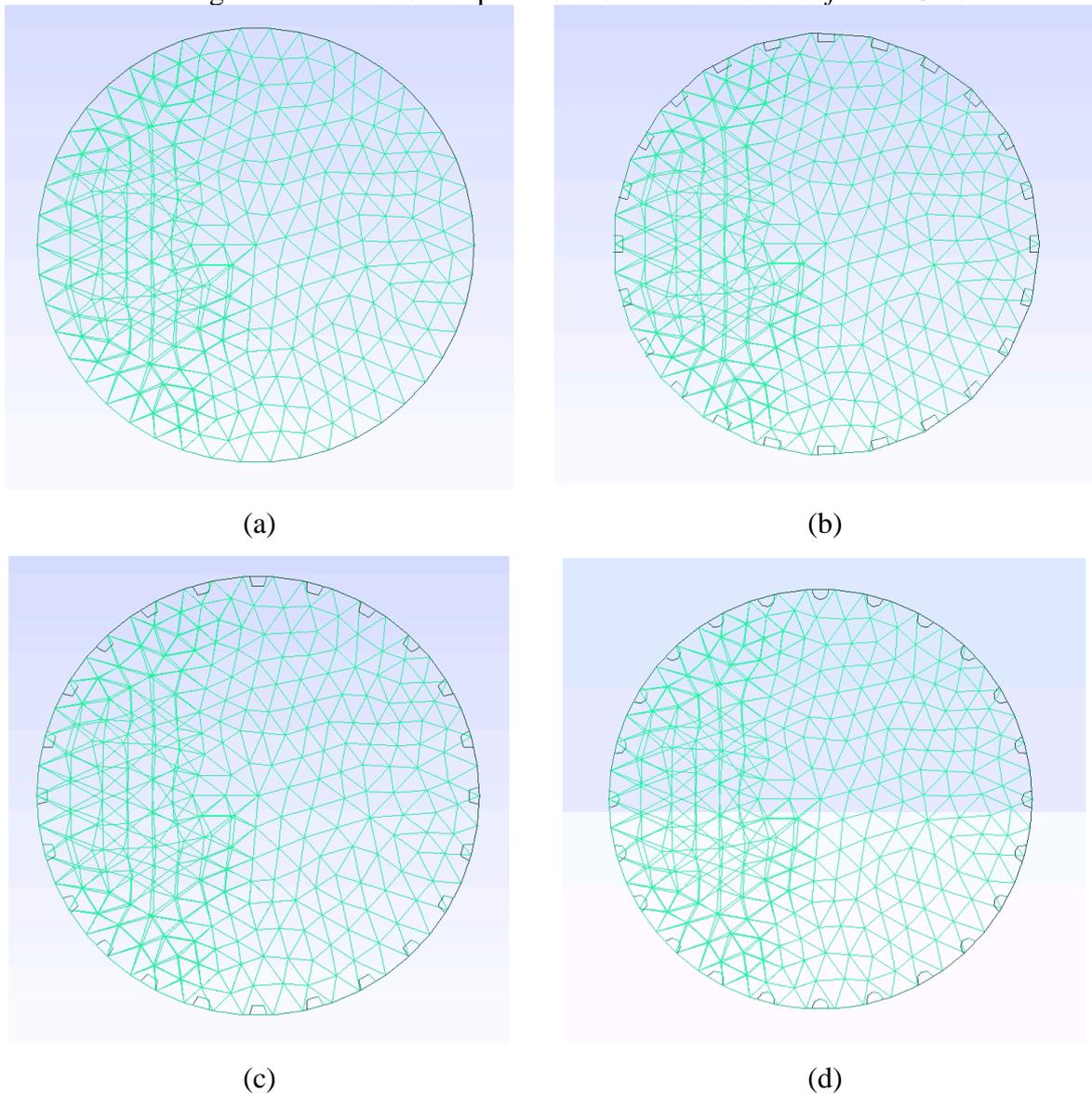
Fonte: Da Autora (2020)

Determinando então os parâmetros de simulação, foi possível realizar as simulações DEM, no *software Liggghts*® nas quatro velocidades de rotação e para o tambor operando sem suspensores ou com um dos três tipos de suspensores avaliados. Os resultados são então mostrados na sessão a seguir.

### 4.3 Malha computacional

O programa *Gmsh* foi utilizado para a construção das malhas computacionais do tambor com as geometrias já estabelecidas. A Figura 11 apresenta o tambor sem e com os suspensores de dimensões estabelecidas previamente, sendo: (a) o tambor sem suspensores, (b) o tambor com suspensores retangulares, (c) com suspensores trapezoidais e (d) com suspensores semicirculares. Observa-se na Figura 11 a sobreposição das malhas da face frontal e traseira do tambor. Conforme especificação do *software Liggghts*, essa malha é criada apenas nas superfícies do equipamento e não no volume.

Figura 11 – Malhas computacionais desenhadas no *software Gmsh*.



Fonte: Da Autora (2020)

A malha computacional tem que ser refinada o suficiente pra manter a geometria dos suspensores, mas não muito fina pois deve ser maior que a menor partícula.

#### 4.4 Simulação

Para as três geometrias de suspensores e para o tambor sem suspensor, foram simuladas quatro diferentes velocidades de rotação, totalizando 16 simulações realizadas, como mostra a Tabela 5.

As simulações foram construídas e calculadas através do *software Liggths*<sup>®</sup> e seus resultados foram tratados pelo programa *Paraview*, que permitiu a visualização das simulações, além da captura das filmagens da rotação do tambor e do comportamento dos corpos moedores. Ainda por meio desse *software*, o número e a intensidade das colisões partícula-partícula e

partícula-parede e esses resultados foram compilados pelo *software PyCharm*, que gerou tabelas com esses resultados para cada *time-step* simulado.

Tabela 5 – Especificação de cada simulação realizada.

Simulação #	Configuração do moinho	Velocidade de rotação em percentual da velocidade crítica
1	Sem suspensor	30%
2		50%
3		70%
4		90%
5	Com suspensor retangular	30%
6		50%
7		70%
8		90%
9	Com suspensor trapezoidal	30%
10		50%
11		70%
12		90%
13	Com suspensor semicircular	30%
14		50%
15		70%
16		90%

Fonte: Da Autora (2020)

Através do *software PyCharm*, o número e a intensidade das colisões partícula-partícula e partícula-parede de cada *time-step* foram capturados e colocados em uma tabela. Apesar de terem sido realizados 60 segundos de simulação, selecionou-se apenas 200 *time-steps*. Posteriormente, no *software Microsoft Excel*, foram calculadas as médias de número e intensidade de colisões por passo de tempo para cada configuração de moinho a fim de se possibilitar melhor visualização e tratamento desses resultados, além da criação de gráficos para facilitar a comparação desses resultados.

## 5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

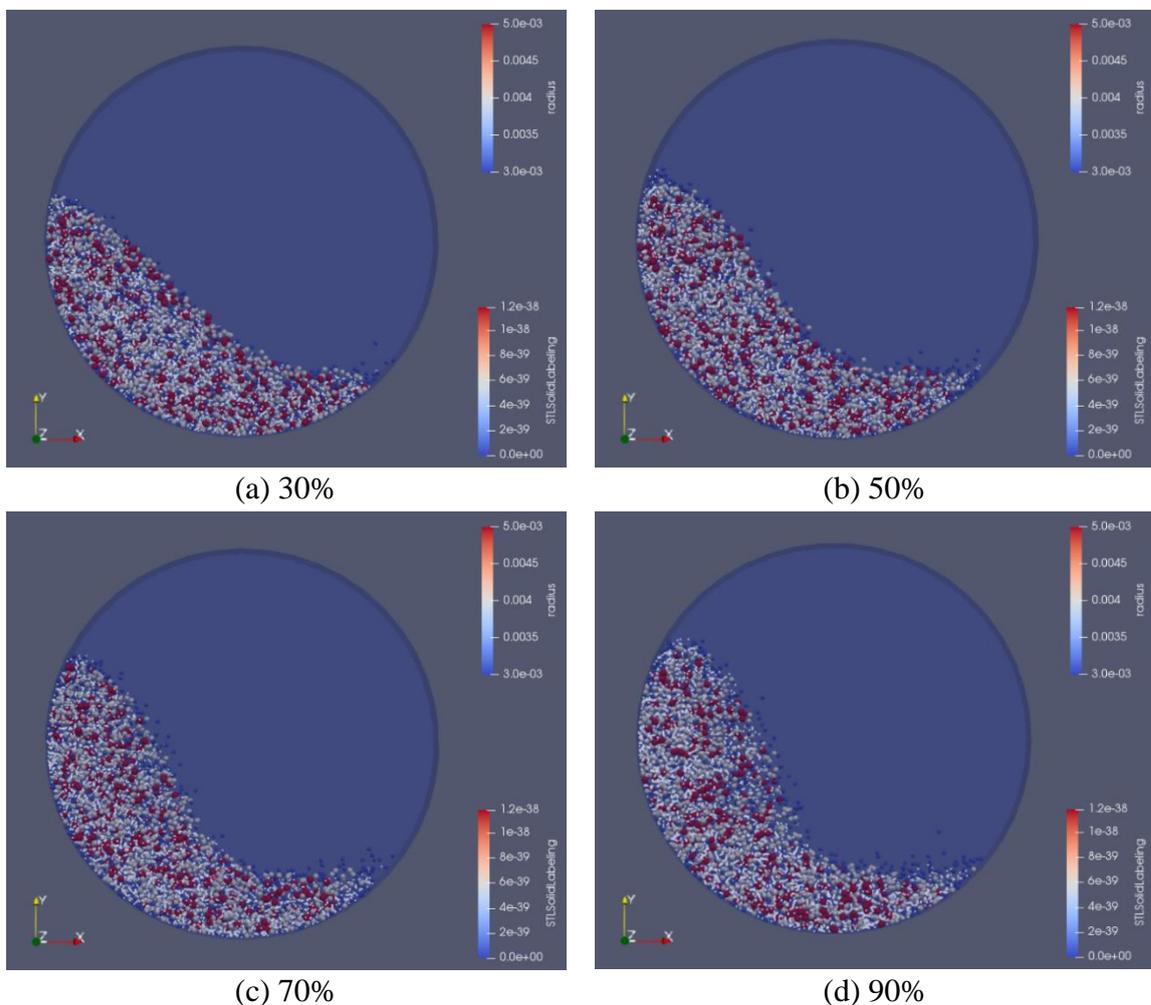
Todos os resultados apresentados nesse trabalho foram obtidos através das 16 simulações computacionais.

### 5.1. Análise do efeito da velocidade de rotação no regime de escoamento.

#### 5.1.1. Sem suspensores

A Figura 12 apresenta os resultados obtidos para o moinho sem suspensores para as velocidades de 30%, 50%, 70% e 90% da velocidade crítica de rotação e as esferas de 6, 8 e 10 mm são representadas pelas esferas de cores azul, branca e vermelha, respectivamente.

Figura 12 - Captura de imagem sem suspensor para velocidade de rotação de: (a) 30%, (b) 50%, (c) 70% e (d) 90% da velocidade crítica.



Fonte: Da Autora (2020)

O tambor sem a presença de suspensores apresentou, tanto para 30% quanto para 50% da velocidade crítica, o regime de rolamento, uma vez que pôde-se perceber que os corpos moedores não são lançados em queda livre e apenas rolam sobre o leito de partículas. É

importante ressaltar que na velocidade de 50% da velocidade crítica, observa-se esporadicamente partículas com diâmetro de 6 mm sendo lançado. No entanto, a grande maioria rola sobre o leito, por isso classificando ainda como regime de rolamento. Esses resultados são mostrados nas Figuras 12.a e 12.b.

Já para a velocidade correspondente a 70% da velocidade crítica, através da Figura 12.c, percebe-se que as partículas menores com diâmetro de 6 mm, entraram no regime de cascadeamento, uma vez que passaram a cair em queda livre sobre o leito, porém, para as partículas com diâmetro 8 e 10 mm, isso ainda não ocorreu e estas permaneceram no regime de rolamento.

O regime de cascadeamento só foi atingido por todos os corpos moedores na velocidade de 90%, na qual os corpos passaram a ser lançados em movimento de queda livre sobre o leito, como apresenta a Figura 12.d.

Analisando esses resultados é possível observar que a velocidade de rotação tem grande influência sobre a elevação e o lançamento das partículas, e conseqüentemente sobre o regime de operação. Além disso, observa-se que a ausência de suspensores favorece o deslizamento das partículas na parede lateral do tambor, justificado pelo fato de que mesmo em velocidades mais altas de rotação, observa-se um regime de cascadeamento pouco pronunciado.

### **5.1.2. Suspensores retangulares**

A Figura 13 apresenta os resultados obtidos para o moinho com suspensores retangulares para as velocidades de 30%, 50%, 70% e 90% da velocidade crítica de rotação e as esferas de 6, 8 e 10 mm são representadas pelas esferas de cores azul, branca e vermelha, respectivamente.

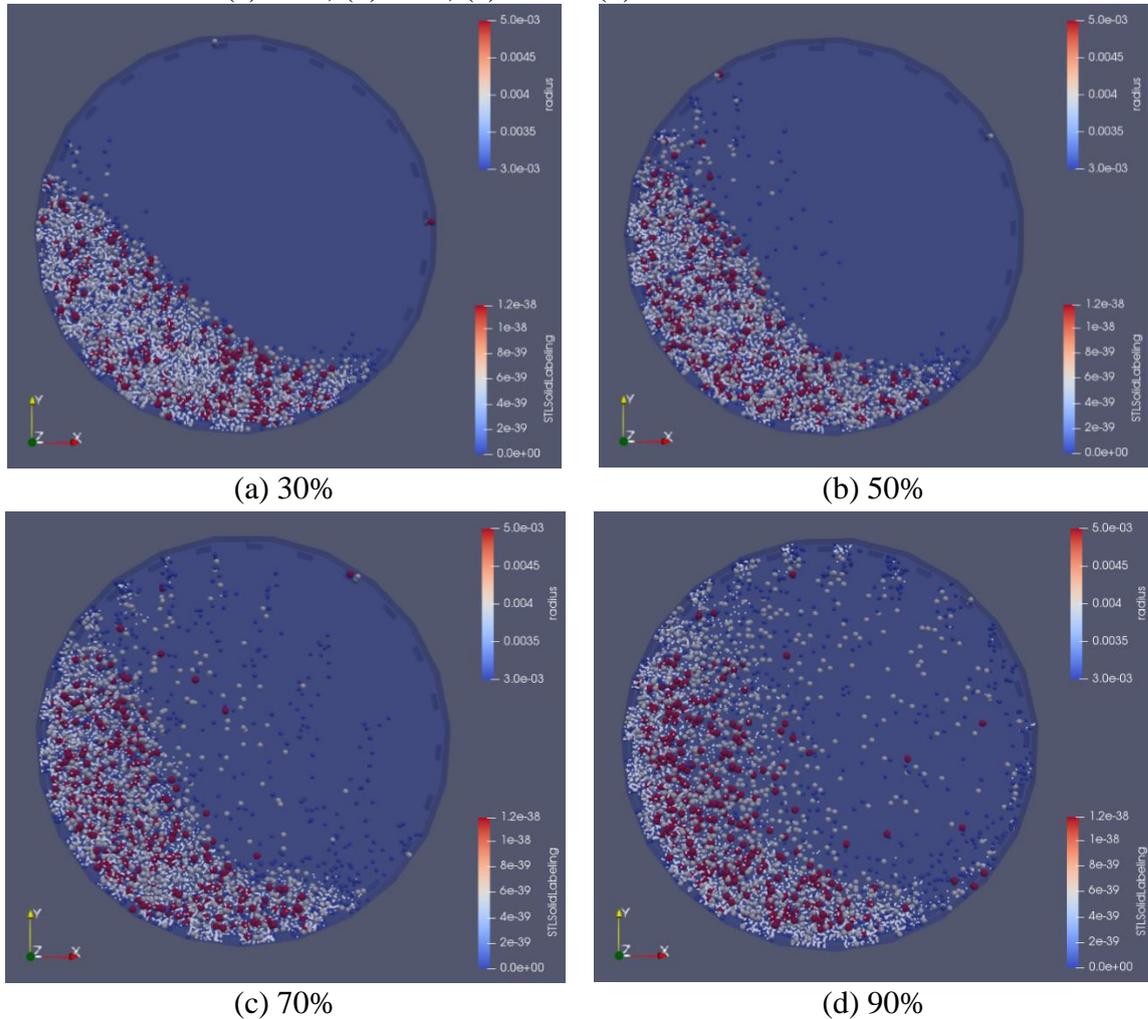
Diferente do que ocorre quando não há suspensores no tambor, a transição do regime de rolamento para o regime de cascadeamento acontece rapidamente no moinho com a presença de suspensores retangulares para as quatro velocidades de rotação simuladas.

Para a velocidade de 17,8 rpm, que representa 30% da velocidade crítica, foi possível observar, através das imagens que, apesar de atingir rapidamente o regime de cascadeamento, o sistema não atinge o regime de catarateamento total. Isso acontece pois as partículas arremessadas pelos suspensores do ápice do leito, não alcançaram, em queda livre, o ponto médio do moinho, como mostra a Figura 13.a.

Já para a velocidade de 50% da velocidade crítica, foi notado que as partículas com diâmetros de 6 e 8 mm atingiram o catarateamento total, uma vez que foram lançadas para além do ponto médio do tambor, porém as partículas maiores, com diâmetro de 10 mm, operaram

apenas no início da transição cascadeamento-catarateamento, o que é explicado por seu maior peso em relação as partículas menores. A Figura 13.b apresenta este comportamento atingido pelo sistema.

Figura 13 - Captura de imagem com suspensor retangular para velocidade de rotação de: (a) 30%, (b) 50%, (c) 70% e (d) 90% da velocidade crítica.



Fonte: Da Autora (2020)

Na velocidade de 70% da velocidade crítica, os corpos moedores dos três tamanhos atingiram o regime de catarateamento total, como mostra a Figura 13.c. E, por fim, a Figura 13.d apresenta o sistema a uma velocidade de 90% da velocidade crítica e, com esta imagem, foi possível notar que o sistema operava na transição entre o regime de catarateamento e o de centrifugação, sendo que parte das partículas menores já centrifugaram. Esse tipo de regime não é desejado em casos de moagem, uma vez que quando as partículas estão centrifugadas, as colisões com o material a ser moído não existem, e não haverá diminuição do tamanho desse, como desejado.

Com as imagens, é possível observar que há uma tendência muito grande de cataratear e centrifugar as partículas de diâmetro pequeno. Isso se dá devido, primeiramente, ao menor

peso que essas partículas apresentam. Outro ponto que pode ser discutido a respeito desse comportamento é o fato de que as partículas menores percolam as maiores, preenchendo os espaços entre os suspensores, assim sendo carregadas até posições mais altas.

### **5.1.3. Suspensores trapezoidais**

A Figura 14 apresenta os resultados obtidos para o moinho com suspensores trapezoidais para as velocidades de 30%, 50%, 70% e 90% da velocidade crítica de rotação e as esferas de 6, 8 e 10 mm são representadas pelas esferas de cores azul, branca e vermelha, respectivamente.

Para o moinho operando com a presença de suspensores trapezoidais, o comportamento observado foi semelhante ao de suspensores retangulares para todas as velocidades simuladas. As partículas pequenas e médias ocupam primeiro o espaço entre os suspensores, o que força uma segregação e faz com que estas atinjam o cascadeamento, o catarateamento e a centrifugação mais rapidamente.

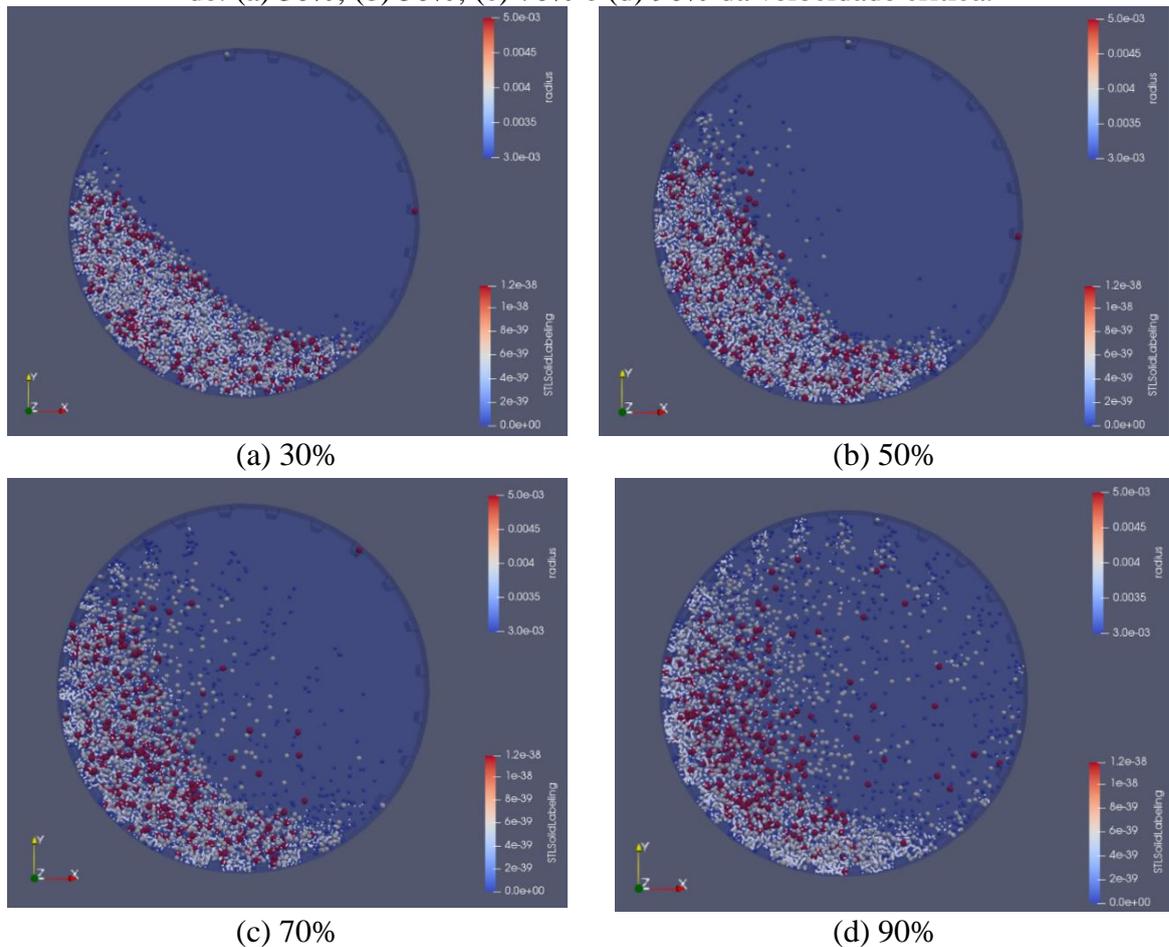
Ainda assim, algumas diferenças puderam ser notadas. Para a velocidade de 30% da velocidade crítica, apesar de operar no mesmo regime que o moinho com suspensores retangulares, foi possível notar que uma quantidade menor de corpos moedores estava sendo lançada.

Com relação a velocidade de 50% da velocidade crítica, as partículas com os dois menores tamanhos também atingiram o catarateamento total, como observado com os suspensores retangulares, mas também foi notável a diminuição na quantidade de partículas lançadas sobre o leito. Esses comportamentos descritos anteriormente são mostrados pelas Figuras 14.a e 14.b.

Operando o tambor em uma velocidade correspondente a 70% da velocidade crítica, os corpos moedores dos três tamanhos atingiram o catarateamento total, assim como observado para os suspensores retangulares, como mostrado na Figura 14.c. Com relação a operação a 90% da velocidade crítica, também se observou que o regime estava na transição catarateamento-centrifugação e que um maior número de corpos moedores de 8 e 10 mm foram lançados. Além disso, foi possível verificar que assim como observado para os suspensores retangulares, algumas partículas de 6 mm centrifugaram, como mostra a Figura 14.d.

As diferenças observadas para o suspensor trapezoidal em relação ao retangular podem ser explicadas através da geometria desses suspensores e essa influência será discutida posteriormente.

Figura 14 - Captura de imagem com suspensor trapezoidal para velocidade de rotação de: (a) 30%, (b) 50%, (c) 70% e (d) 90% da velocidade crítica.



Fonte: Da Autora (2020)

#### 5.1.4. Suspensores semicirculares

A Figura 15 apresenta os resultados obtidos para o moinho com suspensores semicirculares para as velocidades de 30%, 50%, 70% e 90% da velocidade crítica de rotação e as esferas de 6, 8 e 10 mm são representadas pelas esferas de cores azul, branca e vermelha, respectivamente.

A operação com a presença de suspensores semicirculares apresentou diferenças significativas em comparação com as operações com os suspensores retangular e trapezoidal.

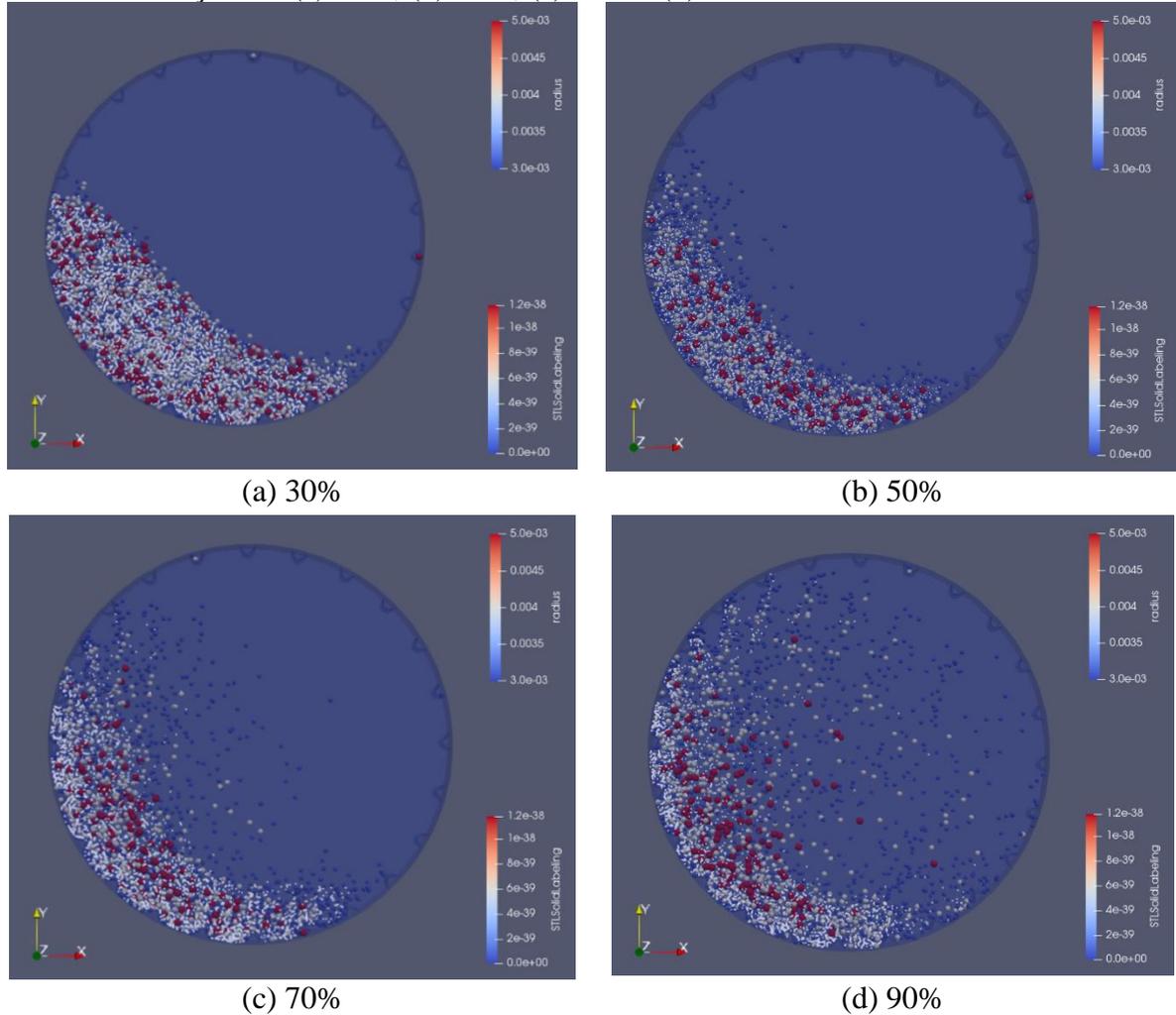
Na primeira velocidade simulada (30% da velocidade crítica), o moinho permaneceu apenas na transição entre o regime de rolamento e o de cascadeamento, como mostrado pela Figura 15.a, sendo que uma quantidade mínima de corpos moedores é lançada sobre o leito.

O regime de cascadeamento, para essa geometria, só ocorreu na velocidade de 29,6 rpm, que representa 50% da velocidade crítica e apenas uma parte das partículas de 6 mm começaram a transição cascadeamento-catarateamento. Com a Figura 15.b observa-se esse comportamento.

Para a velocidade de 70% da velocidade crítica, as partículas de 6 e 8 mm já entraram

em catarateamento total, porém as de 10 mm ainda não atingiram esse regime, assim como mostra a Figura 15.c.

Figura 15 - Captura de imagem com suspensor semicircular para velocidade de rotação de: (a) 30%, (b) 50%, (c) 70% e (d) 90% da velocidade crítica.



Fonte: Da Autora (2020)

Com o auxílio da Figura 15.d, notou-se que todas as partículas entraram em regime de catarateamento para a velocidade de 90% e, além disso, que nenhuma das partículas chegou ao ponto de transição entre os regimes de catarateamento e de centrifugação, diferentemente do observado para as duas geometrias de suspensos abordadas anteriormente.

Foi possível observar então que havia uma diferença significativa no regime de escoamento para cada tipo de suspensor. Sendo assim, essas diferenças serão abordadas na próxima seção.

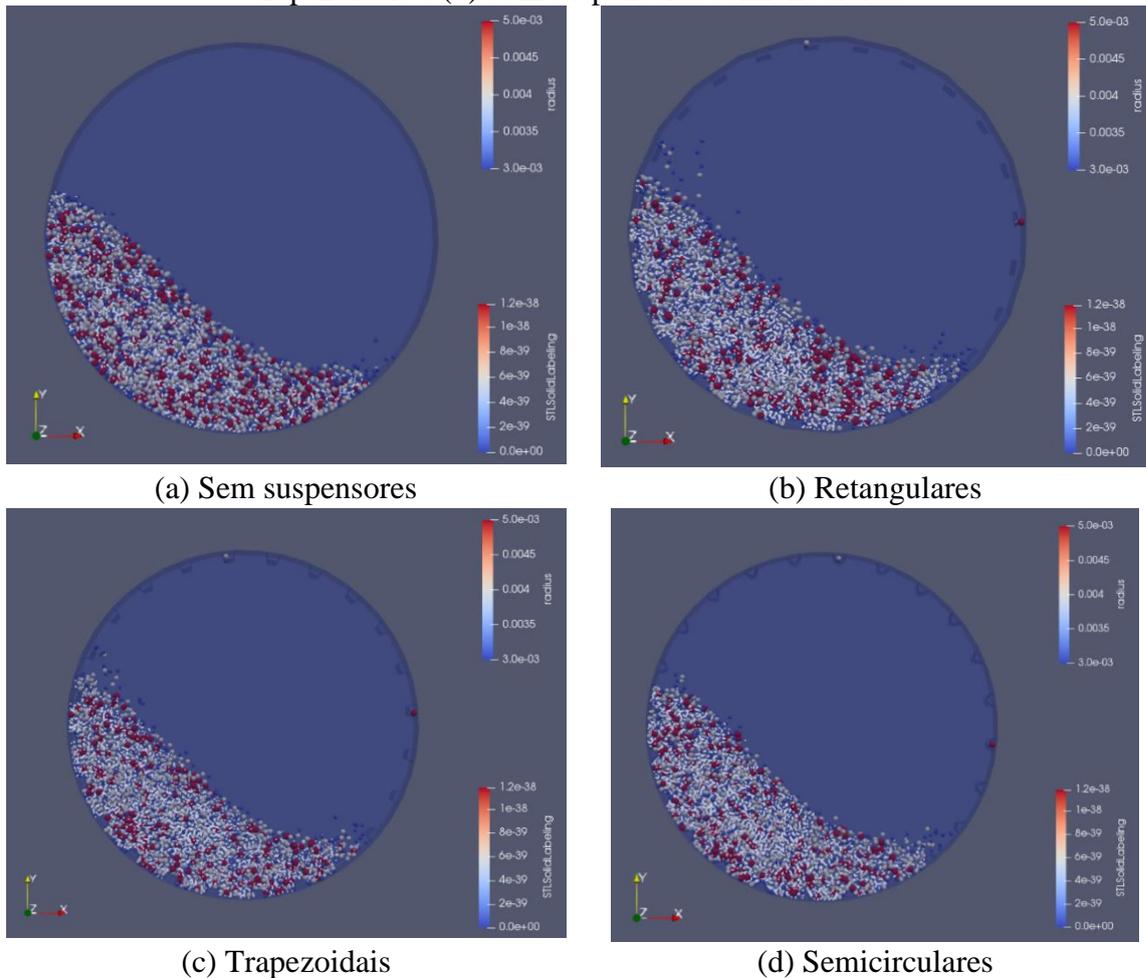
## 5.2. Análise do efeito do suspensor no regime de escoamento

Uma vez comparado o efeito das velocidades de rotação para cada tipo de suspensor nos regimes de escoamento, torna-se interessante a comparação do efeito da geometria dos

suspensores para cada velocidade de operação do moinho.

A Figura 16 apresenta os resultados obtidos para o moinho operando a 30% da velocidade crítica de rotação e as esferas de 6, 8 e 10 mm são representadas pelas esferas de cores azul, branca e vermelha, respectivamente.

Figura 16 - Captura de imagem para a velocidade de 30% da velocidade crítica para o moinho: (a) sem suspensores, (b) com suspensores retangulares, (c) com suspensores trapezoidais e (d) com suspensores semicirculares.



Fonte: Da Autora (2020)

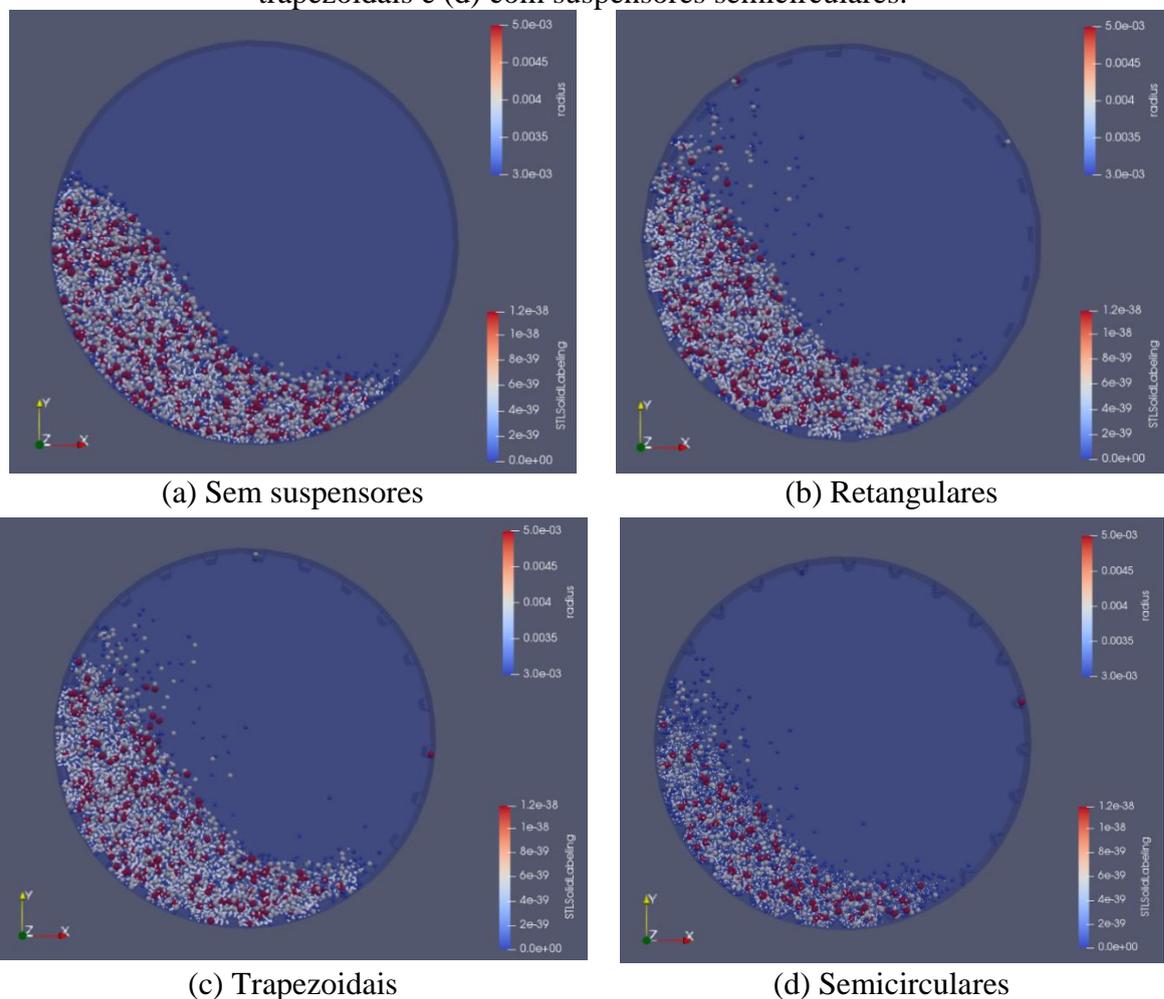
Comparando as quatro diferentes geometrias para o tambor operando a uma velocidade de 30% da velocidade crítica, dois pontos podem ser discutidos. Primeiro, percebe-se que os regimes foram diferentes apenas ao comparar o tambor sem suspensores e os tambores com suspensores, ou seja, como mostra a Figura 16.a, o moinho sem suspensores operou, nessa velocidade, apenas em regime de rolamento, enquanto para os outros três moinhos simulados com suspensores, a operação atingiu, pelo menos, a transição rolamento-cascadeamento. Essa diferença pode ser explicada pelo fato de que os suspensores têm como principal função promover a elevação das partículas, evitando que estas deslizem sobre a parede.

Outro ponto a ser discutido é a quantidade de partículas que são lançadas pelos

suspensores. É notável, através da Figura 16.b, que o suspensor de geometria retangular promove o lançamento de uma maior quantidade de partículas quando comparado com os suspensores de geometria trapezoidal (FIGURA 16.c) e semicircular (FIGURA 16.d). Essa diminuição na quantidade de partículas elevadas pode ser explicada pela própria geometria dos suspensores, uma vez que tanto os trapezoidais quanto os semicirculares possuem arestas laterais inclinadas, o que facilita o deslizamento e/ou rolamento da carga sobre o suspensor.

A Figura 17 apresenta os resultados obtidos para o moinho operando a 50% da velocidade crítica de rotação e as esferas de 6, 8 e 10 mm são representadas pelas esferas de cores azul, branca e vermelha, respectivamente.

Figura 17 - Captura de imagem para a velocidade de 50% da velocidade crítica para o moinho: (a) sem suspensores, (b) com suspensores retangulares, (c) com suspensores trapezoidais e (d) com suspensores semicirculares.



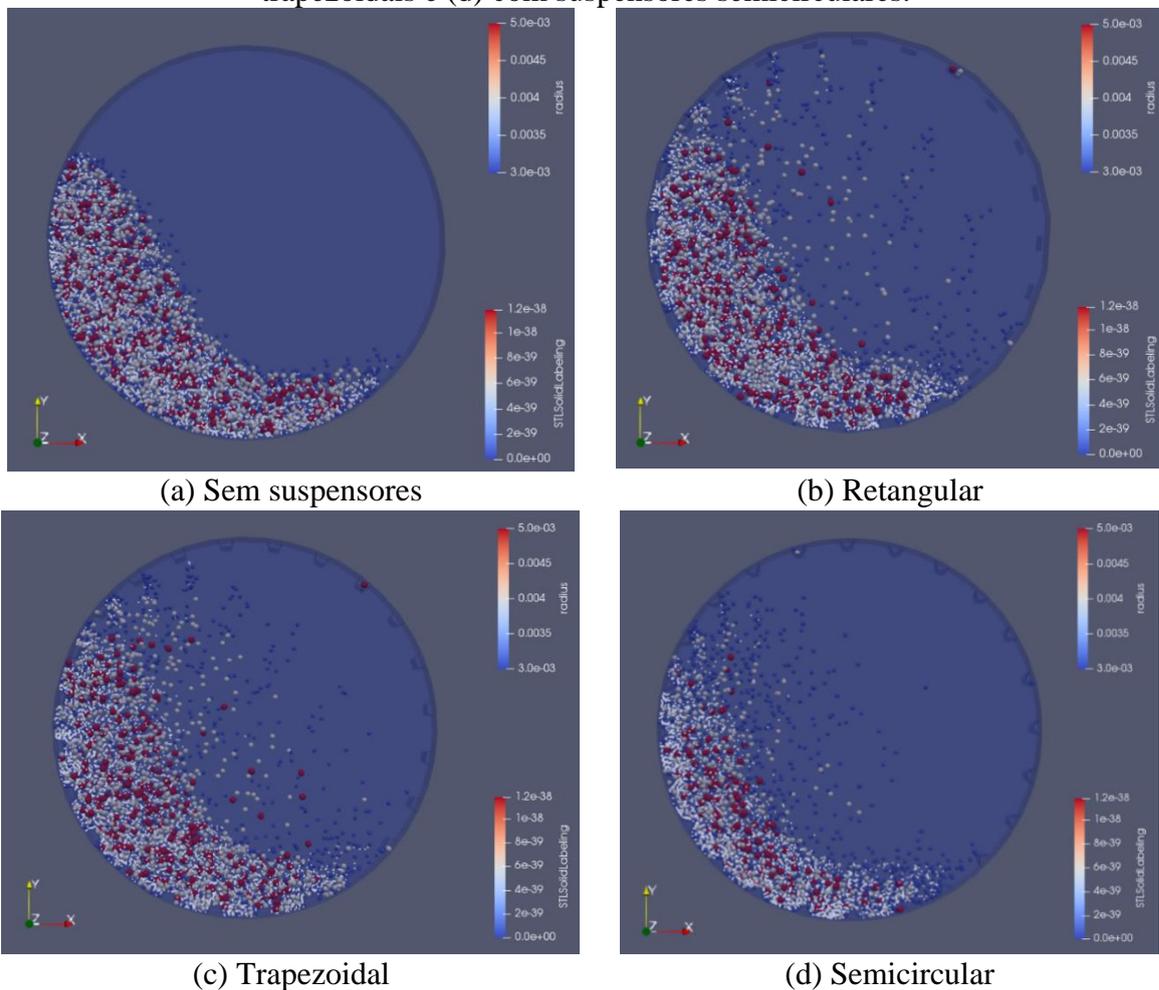
Fonte: Da Autora (2020)

A mesma diferença de regime discutida acima para os moinhos sem e com suspensores ocorreu para a velocidade de 50% da velocidade crítica, sendo que o regime de rolamento para o moinho sem suspensores pode ser observado pela Figura 17.a.

Em relação aos tambores que apresentam suspensores, nota-se que ambos os sistemas, o com suspensor retangular e o com suspensor trapezoidal, atingiram o regime de catarateamento para as partículas de 6 e 8 mm, como apresentado pelas Figuras 17.b e 17. c. Já para tambor com suspensor semicircular, Figura 17.d, o sistema permaneceu em regime de cascadeamento, apenas com os corpos de 6 mm entrando na transição cascadeamento-atarateamento.

A Figura 18 apresenta os resultados obtidos para o moinho operando a 50% da velocidade crítica de rotação e as esferas de 6, 8 e 10 mm são representadas pelas esferas de cores azul, branca e vermelha, respectivamente.

Figura 18 - Captura de imagem para a velocidade de 70% da velocidade crítica para o moinho: (a) sem suspensores, (b) com suspensores retangulares, (c) com suspensores trapezoidais e (d) com suspensores semicirculares.



Fonte: Da Autora (2020)

As simulações feitas a uma velocidade de 70% da velocidade crítica mostraram que as partículas de 6 mm no moinho sem suspensor, atingiram o regime de cascadeamento, enquanto as partículas maiores, de 8 e 10 mm, continuaram a operar em regime de rolamento, fato que pode ser explicado pelo peso dessas partículas. A Figura 18.a apresenta esse comportamento.

As Figuras 18.b e 18.c mostraram que, para os suspensores retangulares e trapezoidais, as partículas de todos os diâmetros atingiram o regime de catarateamento total. Porém, para os suspensores semicirculares, como pode ser observado pela Figura 18.d, apenas as partículas de 6 e 8 mm atingiram esse regime, enquanto as de 10 mm aparentam estar na transição cascadeamento-catarateamento.

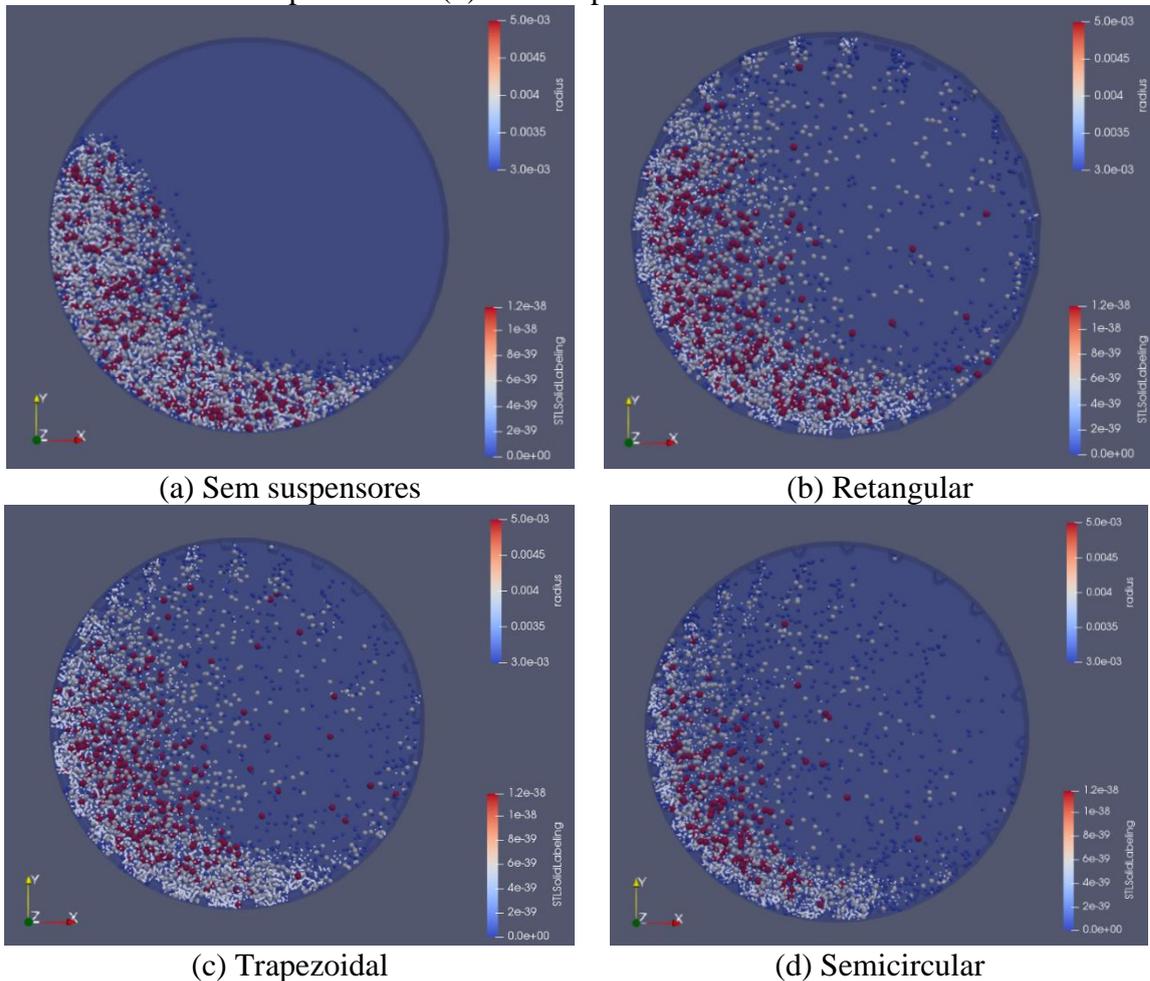
Para o moinho sem suspensores foi necessário atingir a velocidade de 90% da velocidade crítica para que as partículas de todos os tamanhos entrassem em regime de cascadeamento, como mostra a Figura 19.a. Ainda assim é possível observar que as maiores partículas se encontram na transição entre rolamento-cascadeamento. Os tambores com suspensores retangular e trapezoidal apresentaram o mesmo regime para as partículas, sendo que, em ambos os casos, parte dos corpos moedores de 6 mm centrifugaram e os de 8 e 10 mm operaram no regime de catarateamento, o que pode ser verificado através das Figuras 19.b e 19.c. Já a Figura 19.d mostra que, para os suspensores semicirculares, com o tambor rotacionando a 90% da velocidade crítica, todos os corpos atingiram o regime de catarateamento, porém nenhum centrifugou.

Essas comparações mostram que os suspensores retangulares e trapezoidais apresentaram os mesmos regimes de operação para todas as velocidades simuladas. Além disso, também observa-se que a presença de suspensor permite que o sistema opere em velocidades menores e, ainda assim, alcance os regimes de cascadeamento e catarateamento, sendo esses os mais desejados durante a operação de moagem devido as forças de abrasão e de impacto presentes nesses regimes, que promovem a quebra dos materiais.

É interesse ressaltar que, com o passar do tempo e o uso do moinho, há um desgaste nos suspensores causado pelo impacto dos corpos moedores. Sendo assim, os suspensores retangulares, gradualmente, adquirem o formato trapezoidal e, posteriormente, semicircular. Com isso, todos esses comportamentos observados para as três diferentes geometrias de suspensores podem ocorrer para um mesmo moinho ao decorrer de seus anos de uso e com o desgaste de seus suspensores.

Com o intuito de então analisar o efeito dos regimes nas interações entre os corpos moedores e o equipamento, analisou-se a quantidade de colisões que ocorrem em um determinado intervalo de tempo para cada regime, assim como a intensidade dessas forças de contato.

Figura 19 - Captura de imagem para a velocidade de 90% da velocidade crítica para o moinho: (a) sem suspensores, (b) com suspensores retangulares, (c) com suspensores trapezoidais e (d) com suspensores semicirculares.



Fonte: Da Autora (2020)

### 5.3. Efeito da velocidade de rotação nas forças e números de contato partícula-partícula (PP) e partícula-parede (PW)

Para cada *time-step* de cada simulação realizada, foram obtidos valores de número e intensidade de colisões partícula-partícula e partícula-parede. Analisando 200 *time-steps* de cada simulação, os resultados apresentados são uma média aritmética simples desses *time-steps* em cada simulação, tanto para os valores dos números de colisões quanto para os valores das intensidades de colisões. Esses resultados são apresentados na Tabela 6.

Analisando a tabela, observa-se que para o moinho sem suspensores, tanto no contato partícula-partícula, quanto no partícula-parede, o número de colisões diminuiu conforme o aumento da velocidade de rotação, o que não ocorreu com a intensidade das colisões, que aumentou com o aumento dessa velocidade.

Esses resultados podem ser explicados através do regime de operação do moinho. Para

velocidades menores, ou seja, no regime de rolamento, as partículas ficam agrupadas e não há dispersão dessas partículas, fazendo com que tenham um maior contato entre elas. Porém a intensidade das colisões nesses contatos é baixa, já que estão apenas rolando umas sobre as outras, sem serem lançadas.

Esse comportamento vai se alterando conforme o aumento da velocidade, já que com 70% e 90% da velocidade crítica, as partículas entram em regime de cascateamento, ou seja, começam a ser lançadas e a caírem em queda livre sobre o leito, o que faz com que se choquem menos entre elas e com que a intensidade desse choque seja maior.

As colisões partícula-parede são menos significativas que as interações partícula-partícula, mas seguem a mesma lógica, sendo que quanto maior o número de colisões e maior a intensidade dessas colisões, mais eficiente é o processo.

Para o tambor sem suspensores, as colisões partícula-parede seguiram o que já foi discutido para as interações partícula-partícula, diminuindo o número de colisões e aumentando a intensidade dessas colisões com o aumento da velocidade de rotação

Para o tambor com suspensores retangulares seguiu o que foi descrito para o tambor sem suspensores, ou seja, apresentou uma relação inversa entre a velocidade de rotação e o número de colisões e uma relação direta entre a velocidade e a intensidade de colisões tanto para as interações partícula-partícula quanto para as partícula-parede.

Um ponto a se destacar é que para o aumento de velocidade de 70% para 90% da velocidade crítica, a intensidade das colisões tanto PP quanto PW aumentaram menos quando comparado com os demais aumentos de velocidade. Esse fenômeno pode ser explicado pelo regime apresentado, ou seja, pelo sistema iniciar o regime de centrifugação, o que faz com que algumas partículas não caiam ou caiam de uma altura menor sobre o leito.

Para o tambor operando com suspensores trapezoidais, os resultados foram semelhantes aos obtidos para o tambor com suspensores retangulares, havendo pouca diferença nos valores de número de colisão e intensidade de colisão entre esses dois suspensores.

O aumento da velocidade de rotação teve grande influência no número de colisões tanto partícula-partícula quanto partícula-parede para os tambores com suspensores semicirculares. Enquanto para os três casos discutidos anteriormente, um aumento de velocidade de 30% para 90% da velocidade crítica causou uma queda no número de colisões aproximadamente pela metade, para o moinho com suspensores semicirculares, essa queda foi de aproximadamente  $\frac{1}{4}$  do valor para a velocidade inicial de 30%.

Além disso, o aumento na intensidade das colisões partícula-partícula foi menor quando comparado com os sistemas com geometria retangular e trapezoidal, apresentando valores

similares aos obtidos para o tambor sem suspensores. E para as colisões partícula-parede, apresentou os menores valores de intensidade de colisões para todos os sistemas simulados.

Tabela 6 - Números e intensidades das colisões partícula-partícula e partícula-parede simulados.

Configuração do moinho	Velocidade de rotação (%)	Colisões partícula-partícula		Colisões partícula-parede		Regime observado
		Número de colisões	Intensidade das colisões	Número de colisões	Intensidade das colisões	
Sem suspensor	30%	8829	0,1704	1417	0,2174	Rolamento
	50%	7575	0,1890	1265	0,2375	Rolamento
	70%	6566	0,2062	1137	0,2578	Rolamento-cascadeamento
	90%	5736	0,2241	1023	0,2812	Cascadeamento
Com suspensor retangular	30%	8640	0,1764	1555	0,2168	Cascadeamento
	50%	7093	0,2032	1389	0,2410	Cascadeamento-catarateamento
	70%	5706	0,2317	1236	0,2635	Catarateamento
	90%	4566	0,2472	1129	0,2697	Catarateamento-centrifugação
Com suspensor trapezoidal	30%	8653	0,1756	1521	0,2187	Cascadeamento
	50%	7087	0,2027	1344	0,2428	Cascadeamento-catarateamento
	70%	5674	0,2307	1193	0,2632	Catarateamento
	90%	4510	0,2451	1078	0,2729	Catarateamento-centrifugação
Com suspensor semicircular	30%	8740	0,1751	1924	0,1708	Rolamento-cascadeamento
	50%	4364	0,1666	1019	0,1669	Cascadeamento
	70%	3268	0,2032	821	0,1997	Cascadeamento-catarateamento
	90%	2431	0,2276	687	0,2280	Catarateamento

Fonte: Da Autora (2020)

A eficiência da operação de moagem depende tanto do número quanto da intensidade das colisões partícula-partícula e partícula-parede, sendo assim, para um maior poder de moagem, busca-se uma interação entre esses dois fatores.

Como foram observadas essas diferenças já destacadas entre os suspensores, uma análise mais detalhada acerca da influência do tipo de suspensor em cada velocidade de rotação

será então analisada.

#### **5.4. Efeito do tipo de suspensor nas forças e números de contato partícula-partícula (PP) e partícula-parede (PW)**

Para o efeito do tipo de suspensor nas intensidades e números de colisões, os resultados também serão apresentados como uma média aritmética simples dos valores obtidos para cada simulação. As diferentes geometrias estudadas influenciaram não apenas o regime do sistema, mas também o número e a intensidade tanto das colisões PP quanto das colisões PW. Esses resultados são apresentados na Tabela 7.

Na operação a 30% da velocidade crítica, os valores obtidos tanto para o número quanto para a intensidade das colisões foram semelhantes, sendo que a maior diferença pode ser observada nas colisões partícula-parede para o suspensor semicircular, como mostra a Tabela 10. A geometria arredondada do suspensor permite que os corpos rolem não apenas uns sobre os outros, mas também sobre o próprio suspensor, o que promove um aumento no número de colisões com a parede, mas uma diminuição na intensidade dessas colisões.

Com o aumento da velocidade, torna-se nítida a semelhança entre os suspensores retangulares e trapezoidais para todos os resultados obtidos, o que pode ser explicado pela paridade entre suas geometrias.

Já para o tambor sem suspensores, nota-se que, apesar dos valores de número e intensidade de colisões serem próximos aos obtidos para os suspensores retangulares e trapezoidais, o regime ainda é de rolamento, o que explica o valor maior para os números de colisões e menor para as intensidades, quando comparado com essas duas geometrias.

Resultados similares aos encontrados para o tambor operando com uma velocidade de 30% da velocidade crítica puderam ser observados para quando o tambor opera com uma velocidade de 50% dessa e podem ser observados na Tabela 11. A influência do suspensor semicircular, se destaca por apresentar os menores valores de número e intensidade de colisões, apesar de apresentar regime de cascadeamento, o que mostra que o rolamento das partículas sobre o suspensor não é favorável para o processo de moagem.

Os mesmos comportamentos discutidos anteriormente para as velocidades de 30% e 50% acontecem também para as velocidades de 70% e 90%, ou seja, os suspensores retangulares e trapezoidais apresentam resultados semelhantes para as variáveis estudadas e o suspensor semicircular apresenta os menores valores para essas mesmas variáveis. As Tabelas 12 e 13 mostram os respectivos resultados obtidos para a velocidade de rotação de 70% e 90% da velocidade crítica.

Tabela 7 - Números e intensidades das colisões partícula-partícula e partícula-parede simulados.

Velocidade de rotação (%)	Configuração do moinho	Colisões partícula-partícula		Colisões partícula-parede		Regime observado
		Número de colisões	Intensidade das colisões	Número de colisões	Intensidade das colisões	
30%	Sem suspensor	8829	0,1704	1417	0,2174	Rolamento
	Retangular	8640	0,1764	1555	0,2168	Cascadeamento
	Trapezoidal	8653	0,1756	1521	0,2187	Cascadeamento
	Semicircular	8740	0,1751	1924	0,1708	Rolamento-cascadeamento
50%	Sem suspensor	7575	0,1890	1265	0,2375	Rolamento
	Retangular	7093	0,2032	1389	0,2410	Cascadeamento-catarateamento
	Trapezoidal	7087	0,2027	1344	0,2428	Cascadeamento-catarateamento
	Semicircular	4364	0,1666	1019	0,1669	Cascadeamento
70%	Sem suspensor	6566	0,2062	1137	0,2578	Rolamento-cascadeamento
	Retangular	5706	0,2317	1236	0,2635	Catarateamento
	Trapezoidal	5674	0,2307	1193	0,2632	Catarateamento
	Semicircular	3268	0,2032	821	0,1997	Cascadeamento-catarateamento
90%	Sem suspensor	5736	0,2241	1023	0,2812	Cascadeamento
	Retangular	4566	0,2472	1129	0,2697	Catarateamento-centrifugação
	Trapezoidal	4510	0,2451	1078	0,2729	Catarateamento-centrifugação
	Semicircular	2431	0,2276	687	0,2280	Catarateamento

Fonte: Da Autora (2020)

Apesar do suspensor semicircular apresentar valores menores de número e intensidade de colisões, esse ainda é mais vantajoso que o tambor sem suspensores. No tambor sem suspensores seria favorecida a cominuição por abrasão e não por impacto. Os regimes de cascadeamento e de catarateamento, que são os mais eficientes para o processo de moagem por impacto, são atingidos em velocidades menores para o suspensor semicircular, sendo que o regime de catarateamento não foi alcançado para o tambor sem suspensores.

Através das simulações e analisando todos os resultados obtidos, para uma moagem

utilizando todos os parâmetros estabelecidos por este trabalho, recomenda-se a utilização de suspensores com geometria retangular, uma vez que apresentaram um conjunto melhor de resultados de número e intensidade de colisões e regime.

Com o desgaste ocasionado pelo tempo de uso, os suspensores retangulares tendem a assumir a forma trapezoidal ou semicircular. Conforme foi observado, essas duas últimas formas apresentam intensidade e número de colisões menores que a primeira. Esse resultado mostra a importância da realização de manutenções no equipamento com a finalidade de preservar a forma dos suspensores e manter o mesmo regime durante toda sua operação.

Além disso, também se recomenda que a operação seja realizada a 70% da velocidade crítica de rotação, uma vez que esta apresentou o regime de catarateamento, no qual um grande número de partículas foram lançadas em queda livre, o que aumenta a intensidade das colisões, e nenhum corpo moedor centrifugou.

De acordo com o trabalho de Yin et al. (2018), o maior poder de moagem do moinho é encontrado para suspensores trapezoidais, seguido dos semicirculares e o menor poder de moagem é encontrado pelos suspensores retangulares. No entanto, no artigo há uma falta de clareza a respeito de quais são as formas de se medir esse poder. Uma vez que o estudo dos autores não apresenta resultados experimentais, faz-se a necessidade desse estudo em trabalhos futuros para comprovar qual seria o moinho com maior eficiência. Além disso, de acordo com os autores, em 90% da velocidade crítica haveria também um maior poder de moagem. No entanto, de acordo com os resultados deste trabalho, essa seria uma velocidade que apresenta uma centrifugação de parte das partículas, sendo esse um regime indesejado.

Os resultados do presente trabalho, apesar de divergirem dos resultados de Yin *et al.* (2018), apresentam grande similaridade aos resultados apresentados por outros trabalhos presentes na literatura. No trabalho de Powell (1988), foram estudados suspensores retangulares com três diferentes inclinações de arestas laterais, com ângulos internos de 45°, 60° e 90° e os melhores resultados obtidos foram para o suspensor com 90° de inclinação. O estudo de Mishra e Rajamani (1993) utilizou-se do método dos elementos discretos, no qual o consumo de energia foi estimado para um moinho de bolas bidimensional, simulando os impactos ocorridos entre as partículas. Nesse estudo, foi observado que o moinho revestido com suspensores retangulares tendeu a apresentar mais colisões entre as partículas e a consumir mais energia quando comparado as outras duas configurações de suspensores simuladas.

## 6 CONCLUSÕES

Com a análise de todos os resultados apresentados, pode-se concluir que a presença de suspensores influencia de forma significativa nos regimes alcançados pelo sistema, permitindo que os regimes de cascadeamento e catarateamento, os dois mais desejados em operações de moagem, sejam atingidos a velocidades de rotação menores, quando comparado a sistemas sem a presença de suspensores.

Ficou evidente que a geometria desses suspensores também influencia na dinâmica dos corpos moedores, sendo que os retangulares e trapezoidais necessitaram de menores velocidades de rotação para atingir o catarateamento total, diferentemente do suspensor semicircular.

Essas conclusões são reforçadas ao se analisar o número e a intensidade das colisões partícula-partícula e partícula-parede. E, com esses valores, é possível fazer uma comparação mais aprofundada entre o suspensor retangular e o trapezoidal, concluindo-se que, para os parâmetros estabelecidos de dimensão, grau de enchimento e revestimento interno do moinho, assim como características dos corpos moedores, o sistema com a presença de suspensores retangulares operando a 70% da velocidade crítica apresentou os melhores resultados.

Os resultados diferem dos obtidos por Yin *et al.* (2018), o qual apresentou maior poder de moagem para os suspensores trapezoidais e a uma velocidade de operação de 90% da velocidade crítica de rotação. Apesar disso, os resultados do presente trabalho são reforçados pelos estudos de Powell (1988) e de Mishra e Rajamani (1993), nos quais a eficiência de moagem foi melhor para os suspensores retangulares.

De maneira geral, a partir dos dados obtidos, os objetivos do trabalho foram atingidos e os resultados foram satisfatórios, sendo fundamentados sobre um referencial teórico e uma análise crítica dos dados.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BERALDO, J. L. Moagem de minérios em moinhos tubulares. São Paulo: Edgar Blücher, 1987. 143p.
- BRANDÃO, R. J. Estudo da segregação de material granular em tambor rotatório empregando a abordagem numérica Lagrangeana. 2017. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.14393/ufu.di.2017.56>>.
- CHAVES, A. P. Teoria e prática do tratamento de minérios, Volume 1. p. Capítulo 4, 2002.
- CLEARY, Paul W. Charge behaviour and power consumption in ball mills: Sensitivity to mill operating conditions, liner geometry and charge composition. **International Journal of Mineral Processing**, 2001.
- CLEARY, Paul W.; MORRISSON, Rob; MORRELL, Steve. Comparison of DEM and experiment for a scale model SAG mill. **International Journal of Mineral Processing**, 2003.
- DELBONI JR, H. Cominuição. Parte II: Tecnologia mineral. In: FERNANDES, F. R. C. et al. (Org.). . **Tendências Tecnológicas Bras. 2015 Geociências e Tecnol. Miner.** Rio de Janeiro: CETEM/MCT, 2007. p. 380.
- DOS SANTOS, V. G. Prototipagem virtual de equipamento de manuseio de granéis em escala piloto usando DEM. p. 67, 2018. Disponível em: <<http://www.monografias.poli.ufrj.br/monografias/monopoli10023755.pdf>>.
- FIGUEIRA, H. V. O.; LUZ, A. B.; ALMEIDA, S. L. M. Britagem e moagem. In: LUZ, Adão Benvindo; SAMPAIO, João Alves; FRANÇA, Silvia Cristina Alves (Org.). . **Trat. Minérios**. 5. ed. Rio de Janeiro: CETEM/MCT, 2010. p. 965.
- GOMES, W. L. Integração De Modelos Energéticos E De Balanço Populacional Para Simulação De Moagem Em Moinhos De Bolas. p. 199, 2014.
- HLUNGWANI, O. et al. Further validation of DEM modeling of milling: Effects of liner profile and mill speed. **Minerals Engineering**, 2003.
- HONG, Seong Hyeon; KIM, Byoung Kee. Effects of lifter bars on the ball motion and aluminum foil milling in tumbler ball mill. **Materials Letters**, 2002.
- JIMÉNEZ-HERRERA, N. Aplicação de modelos de quebra de partículas do ambiente de simulação do método dos elementos discretos no estudo de microprocessos de cominuição. p. 222, 2017. Disponível em: <<https://pantheon.ufrj.br/handle/11422/7322>>.
- MACHADO, M. V. C. Estudo experimental e numérico da dinâmica de corpos moedores em moinhos de bola. p. 99, 2016. Disponível em:

<<https://repositorio.ufu.br/handle/123456789/15264>>.

MELLMANN, J. The transverse motion of solids in rotating cylinders-forms of motion and transition behavior. **Powder Technology**, 2001.

MISHRA, B K; RAJAMANI, R K. Numerical simulation of charge motion in ball mills - Lifter bar effect. n. May, 1993.

NASCIMENTO, D. V. Análise da dinâmica da carga moedora nos moinhos de bolas. p. 125, 2013. Disponível em: <<https://repositorio.ufmg.br/handle/1843/CMBC-8UHNR7>>.

POWELL, M. S. The effect of liner design upon charge motion in a rotary mill. **Journal of Chemical Information and Modeling**, p. 227, 1988.

RIBEIRO, M. R.; VIEIRA, C. B. Investigation on CVRD'S iron ores characteristics which have influence on their grinding behavior. 2004, [S.l: s.n.], 2004.

ROSE, H. E.; SULLIVAN, R. M. E. **A treatise on the internal mechanics of ball, tube, and rod mills**. London: Constable, 1958.

SONDERGAARD, R.; CHANEY, K.; BRENNEN, C. E. Measurements of solid spheres bouncing off flat plates. **Journal of Applied Mechanics, Transactions ASME**, 1990.

VENUGOPAL, R.; RAJAMANI, R. K. 3D simulation of charge motion in tumbling mills by the discrete element method. **Powder Technology**, 2001.

WILLS, B.; NAPIER-MUNN, T. **Mineral Processing Technology:An Introduction to the Practical Aspects of Ore Treatment and Mineral Recovery**. [S.l: s.n.], 2006.

YIN, Z. et al. Effect of Lifter Shapes on the Mill Power in a Ball Mill. 2018, [S.l: s.n.], 2018.