



BRUNO MARANI SICILIANO

**ESTUDO COMPARATIVO ENTRE O MÉTODO DA
AMPLIFICAÇÃO DOS ESFORÇOS E MÉTODOS
COMPUTACIONAIS PARA A AVALIAÇÃO DOS EFEITOS
DE SEGUNDA ORDEM EM ESTRUTURAS DE AÇO**

LAVRAS-MG

2019

BRUNO MARANI SICILIANO

**ESTUDO COMPARATIVO ENTRE O MÉTODO DA AMPLIFICAÇÃO DOS
ESFORÇOS E MÉTODOS COMPUTACIONAIS PARA A AVALIAÇÃO DOS
EFEITOS DE SEGUNDA ORDEM EM ESTRUTURAS DE AÇO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à
Universidade Federal de Lavras, como parte das
exigências do Curso de Engenharia Civil, para
a obtenção do título de Bacharel.

Prof. D.Sc. Ígor José Mendes Lemes
Orientador

LAVRAS-MG

2019

Siciliano, Bruno Marani.

ESTUDO COMPARATIVO ENTRE O MÉTODO DA AMPLIFICAÇÃO DOS
ESFORÇOS E MÉTODOS COMPUTACIONAIS PARA A AVALIAÇÃO DOS
EFEITOS DE SEGUNDA ORDEM EM ESTRUTURAS DE AÇO / Bruno Marani
Siciliano. - 2019.

66 p. : il.

Orientador(a): Ígor José Mendes Lemes.

TCC (graduação) - Universidade Federal de Lavras, 2019.
Bibliografia.

1. Efeitos de segunda ordem. 2. Método da amplificação dos esforços. 3.
Métodos computacionais. I. Lemes, Ígor José Mendes. II. Título.

BRUNO MARANI SICILIANO

**ESTUDO COMPARATIVO ENTRE O MÉTODO DA AMPLIFICAÇÃO DOS
ESFORÇOS E MÉTODOS COMPUTACIONAIS PARA A AVALIAÇÃO DOS
EFEITOS DE SEGUNDA ORDEM EM ESTRUTURAS DE AÇO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à
Universidade Federal de Lavras, como parte das
exigências do Curso de Engenharia Civil, para
a obtenção do título de Bacharel.

APROVADO em 6 de Novembro de 2019

Prof. D.Sc. Ígor José Mendes Lemes (UFLA)

Prof. D.Sc. Maykmiller Carvalho Rodrigues (UFLA)

Prof. M.Sc. Luís Eduardo Silveira Dias (UNILAVRAS)

Prof. D.Sc. Ígor José Mendes Lemes

Orientador

LAVRAS-MG

2019

AGRADECIMENTOS

Inicialmente e acima de tudo, à minha família pelo apoio, carinho e amor que sempre recebi, principalmente ao meu avô Clésio, às minhas avós, Guiomar e Nair, ao meu tio Ronaldo, à minha mãe Patrícia, por significar minha vida e ao meu pai José Augusto, o qual sempre foi minha inspiração e do qual sinto muita saudade.

Aos meus amigos de Lavras e de Sertãozinho por terem estado ao meu lado em todos os momentos felizes e tristes pelos quais passei, especialmente ao meu amigo Guilherme, por ter me mostrado o real valor de uma grande amizade.

Ao meu orientador Ígor pelos inúmeros ensinamentos, por sua paciência e compromisso e, principalmente, pela amizade que ultrapassa as barreiras da sala de aula.

À Universidade Federal de Lavras e aos meus professores, especialmente ao Prof.º Luiz Eduardo Teixeira, ao Prof.º Maykmiller Carvalho e ao Prof.º Saulo Rocha, por todas as oportunidades e aprendizados que tive em minha caminhada. Ao Núcleo de Estudos em Estruturas (NEEst), no qual fiz inúmeras amizades e pelo qual tenho enorme carinho.

“As pessoas são solitárias porque constroem muros ao invés de pontes.”

(O Pequeno Príncipe)

RESUMO

Métodos normativos para a análise de efeitos de 2ª ordem em estruturas são uma alternativa confiável para representar a realidade em casos pouco complexos. Tais métodos provêm de simplificações no desenvolvimento de equações e conseqüentemente geram perdas de precisão da resposta em problemas de maior complexidade. Visa-se aqui realizar comparações entre o método normativo de amplificação de esforços (MAES) contido na NBR 8800 (ABNT, 2008) com métodos computacionais que são mais precisos e se aproximam mais da realidade, além de determinar casos nos quais o MAES perde precisão. Dessa forma, os métodos simplificados usualmente aplicados à prática da engenharia estrutural podem ser melhorados proporcionando menor consumo de materiais na edificação, conseqüentemente, gerando economia. Ainda, tais melhorias, podem garantir maior segurança para a estrutura e, principalmente, para seus ocupantes. Para realizar tais comparações, diferentes estruturas de aço foram modeladas computacionalmente e suas respostas para os efeitos de 2ª ordem foram avaliadas utilizando o método normativo e o método computacional. Assim, com o presente trabalho, foi possível estabelecer uma relação entre a perda de precisão do MAES relativa ao método computacional com o aumento do grau de deslocabilidade da estrutura. Não obstante, foi possível determinar situações que merecem maiores cuidados por parte dos projetistas de estruturas de aço, devido à imprevisibilidade do MAES para tais casos.

Palavras-chave: Efeitos de segunda ordem. Método da amplificação de esforços. Análise computacional. Estruturas de aço.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Perspectiva de uma estrutura com sistema de contraventamento em X.....	14
Figura 2 – Perspectiva de uma estrutura com sistema aporticado.....	14
Figura 3 – Perspectiva de uma estrutura com núcleo rígido.....	15
Figura 4 – Efeito local de 2ª ordem.....	17
Figura 5 – Efeito global de 2ª ordem.....	18
Figura 6 – Estrutura real, estrutura <i>nt</i> e estrutura <i>lt</i>	21
Figura 7 – Fluxograma de modelagem dos pilares isolados.....	28
Figura 8 – Modelagem dos pilares isolados em perspectiva.....	29
Figura 9 – Modelagem dos pórticos em perspectiva.....	30
Figura 10 – Concepção e modelagem da estrutura 3D.....	32
Figura 11 – Convergência de elementos adjacentes em um mesmo nó.....	33
Figura 12 – Localização do pórtico representativo.....	34
Figura 13 – Pórtico representativo carregado e pilares analisados.....	35
Figura 14 – Fluxograma das análises realizadas.....	36
Figura 15 – Fluxograma da análise não linear pelo MAES.....	39

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Dados de entrada e resultados das análises para os pilares isolados <i>nt</i> e <i>lt</i>	40
Tabela 2 – Resultados obtidos para a análise dos pilares isolados	41
Tabela 3 – Comparação dos momentos fletores de 2 ^a ordem para os pilares isolados.....	42
Tabela 4 – Comparação dos esforços axiais de 2 ^a ordem para os pilares isolados.....	43
Tabela 5 – Comparação dos valores de B_2 para os pilares isolados	44
Tabela 6 – Dados de entrada e resultados das análises para os pórticos <i>nt</i> e <i>lt</i>	44
Tabela 7 – Valores dos somatórios ΣP_{sd} e ΣH_{sd} para os pórticos.....	45
Tabela 8 – Resultados obtidos para a análise dos pórticos.....	45
Tabela 9 – Comparação dos momentos fletores de 2 ^a ordem para os pórticos.	46
Tabela 10 – Comparação dos esforços axiais de 2 ^a ordem para os pórticos	47
Tabela 11 – Comparação dos valores de B_2 para os pórticos.	48
Tabela 12 – Dados de entrada e resultados das análises para o pórtico representativo <i>nt</i> e <i>lt</i> ..	48
Tabela 13 – Valores dos somatórios ΣP_{sd} e ΣH_{sd} para o pórtico representativo	49
Tabela 14 – Resultados obtidos para a análise do pórtico representativo	49
Tabela 15 – Comparação dos momentos fletores de 2 ^a ordem para o pórtico representativo..	50
Tabela 16 – Comparação dos esforços axiais de 2 ^a ordem para o pórtico representativo	51
Tabela 17 – Comparação dos valores de B_2 para o pórtico representativo.....	51

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	10
1.1	Considerações iniciais	10
1.2	Motivação e relevância	11
1.3	Objetivos	11
1.4	Organização	11
2	REFERENCIAL TEÓRICO	12
2.1	Estado da arte	12
2.2	Estruturas de aço	13
2.3	Análises lineares	16
2.4	Análises não lineares	17
2.5	Processos de cálculo	20
2.6	Aplicabilidade.....	24
3	METODOLOGIA	25
3.1	Modelagem das estruturas	25
3.1.1	Modelagem dos pilares isolados.....	27
3.1.2	Modelagem dos pórticos	29
3.1.3	Modelagem da estrutura 3D.....	31
3.2	Análises	36
3.2.1	Análise linear pelo <i>software</i>	37
3.2.2	Análise não linear pelo <i>software</i>	37
3.2.3	Análise não linear pelo MAES	37
4	RESULTADOS E DISCUSSÃO	40
4.1	Pilares isolados	40
4.2	Pórticos.....	44
4.3	Estrutura 3D	48
5	CONCLUSÃO	52
5.1	Sugestões para trabalhos futuros.....	52
	REFERÊNCIAS	54
	APÊNDICE A – Flambagem em peças perfeitas	56
	APÊNDICE B – Flambagem em peças imperfeitas	59

1 INTRODUÇÃO

1.1 Considerações iniciais

A segurança de uma estrutura depende, dentre outros fatores, de sua estabilidade global, bem como da estabilidade local de cada um de seus elementos. Portanto, o estudo desses tipos de estabilidade se torna necessário e de suma importância, uma vez que, está diretamente ligado à integridade da estrutura e, principalmente, à segurança dos seus ocupantes.

Análises de 1ª ordem (lineares) consideram os elementos estruturais como perfeitos, se distanciando assim da realidade. Os elementos possuem imperfeições geométricas que geram efeitos desfavoráveis na estrutura, os quais não são contemplados por esse tipo de análise.

Dessa forma, é necessário utilizar soluções que considerem tais efeitos desfavoráveis, mesmo que de forma aproximada. Assim, as chamadas análises de 2ª ordem consideram as imperfeições geométricas iniciais dos elementos, bem como os efeitos ligados às estabilidades global ($P-\Delta$) e local ($P-\delta$) das estruturas, ou seja, os efeitos de 2ª ordem.

Tais efeitos de 2ª ordem têm caráter progressivo, de forma a aumentarem suas intensidades até que a estrutura entre em equilíbrio. A intensidade desses efeitos numa estrutura depende da imperfeição inicial de seus elementos, de cargas horizontais desestabilizadoras e das cargas gravitacionais inerentes a ela.

Nas estruturas de aço, os efeitos de 2ª ordem são, na maioria dos casos, significativos, uma vez que em geral as seções transversais de seus elementos são constituídas de chapas de pequena espessura. Tal situação pode propiciar baixo momento de inércia às seções e conseqüentemente reduzir a rigidez dos elementos estruturais que, por sua vez, é relativamente baixa, quando comparada com a de uma estrutura de concreto. Em outras palavras, a consideração desses efeitos em estruturas de aço é essencial.

A NBR 8800 (ABNT, 2008) fornece um método de análise de efeitos de 2ª ordem em estruturas de aço (chamado de Método da Amplificação dos Esforços ou MAES). Esse método majora os momentos fletores atuantes na estrutura através de dois coeficientes, B_1 e B_2 , que consideram os efeitos $P-\delta$ e $P-\Delta$, respectivamente. Dessa forma, para a conferência da sua eficácia e precisão, é possível comparar os resultados gerados por ele com os resultados obtidos por uma análise computacional, que tende a ser mais próxima da realidade.

1.2 Motivação e relevância

É importante ressaltar que, os efeitos de 2^a ordem podem significar um estado limite último para uma estrutura, gerando assim o seu colapso, ou seja, estudar a fundo tais efeitos significa zelar pela integridade da estrutura e pela vida de seus ocupantes.

O atual método normativo de análise de efeitos de 2^a ordem em estruturas de aço, encontrado na NBR 8800 (ABNT, 2008), fornece resultados aproximados. Muitas vezes tais resultados são aceitáveis, todavia, em certos casos mais complexos, ocorre uma perda significativa de precisão desses métodos, gerando assim resultados distantes da realidade.

Visto que, resultados imprecisos nesses estudos podem gerar riscos à estrutura e aos seus ocupantes, é necessário um estudo das limitações desses métodos normativos, visando a reduzir possíveis colapsos da estrutura e a gerar maior segurança para seus usuários.

1.3 Objetivos

Os objetivos principais desse trabalho são: estudar aprofundadamente os efeitos de 2^a ordem atuantes em estruturas de aço; determinar os pontos que geram imprecisões no método da amplificação de esforços encontrado na NBR 8800 (ABNT, 2008); comparar os resultados desse método com os equivalentes aos métodos computacionais através da utilização de um *software* de análise estrutural; e criar uma base de consulta do procedimento de cálculo do MAES e dos casos estruturais que merecem uma maior atenção dos projetistas na avaliação dos efeitos de 2^a ordem.

1.4 Organização

No Capítulo 2, que vem a seguir, será apresentado o referencial teórico básico para o desenvolvimento deste trabalho, que traz abordagens acerca da estabilidade de estruturas, dos efeitos de 2^a ordem, do método normativo de análise contido na NBR 8800 (ABNT, 2008) e de métodos computacionais que podem ser utilizados para a avaliação desses efeitos. Sequentemente, no Capítulo 3 será exposta a metodologia empregada para a execução das análises propostas. No Capítulo 4, serão apresentados os resultados obtidos a partir das análises, bem como serão feitas comparações entre os métodos estudados. Por fim, no Capítulo 5 é apresentada a conclusão deste trabalho, bem como são expostas sugestões do autor para futuros trabalhos.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 Estado da arte

No contexto da engenharia estrutural, o estudo das consequências dos efeitos de instabilidade é recorrente mesmo contando com diversas metodologias com elevado grau de eficiência para a simulação (CRISFIELD, 1991; BATTINI, 2002). Recentemente, alguns pesquisadores concentraram o foco de seus trabalhos na comparação sobre a precisão das metodologias numéricas de simulação exclusivas da não linearidade geométrica de sistemas esbeltos (TANG *et al.*, 2015; SANTANA, 2015; SILVA, 2016).

Silva (2004) realizou diversas comparações, em pórticos não contraventados, entre o método computacional do *software* PPLANLEP (LAVALL, 1996) e diversos métodos normativos. Neste trabalho, as metodologias normativas estudadas foram: Método B_1-B_2 do AISC/LRFD (1999); Método da Forças Laterais Equivalentes da NBR 8800 (ABNT, 1986); e o Método do Coeficiente γ_z da NBR 6118 (ABNT, 2004). Neste trabalho concluiu-se que, para os casos analisados, os métodos normativos empregados tiveram resultados com precisão satisfatória em relação à resposta computacional.

Com as prescrições de referências normativas atuais (ABNT, 2008), Camargo (2012) fez um estudo comparativo dos sistemas estruturais (aporticado e contraventado) componentes de um edifício de 20 pavimentos em aço considerando o Método da Amplificação dos Esforços (MAES). Neste trabalho, a ação eólica foi introduzida para desestabilizar a estrutura tanto de forma simplificada quanto de maneira mais realista (causando a torção no edifício) e, foi constatado que o sistema contraventado apresentou menor taxa de consumo de aço em relação ao aporticado. O MAES também foi utilizado por Bastos (2014), que avaliou um dos edifícios do complexo CFCH-CCJE-CLA/UFRJ, projetado com estruturas mistas de aço e concreto. Bastos (2014) concluiu que um sistema de contraventamentos proposto reduziu em 90% o deslocamento lateral em relação ao sistema aporticado real do complexo.

Os estudos dos efeitos de segunda ordem têm sido realizados, também, com outros materiais além do aço. Oliveira (2007) estudou as reduções de rigidez propostas pela NBR 6118 (ABNT, 2004) em pórticos planos de concreto armado, realizou uma avaliação do coeficiente γ_z como majorador não só dos momentos fletores, mas também de esforços normais e cortantes, além de ter estudado a variação dos efeitos de 2ª ordem com a altura dos pavimentos de edifícios de concreto armado.

2.2 Estruturas de aço

O aço é um material considerado isotrópico e homogêneo, com produção industrializada, dessa forma seu controle tecnológico é rigoroso, garantindo assim alta precisão dimensional e de qualidade. Esse material possui alta resistência e ductilidade, que o torna propício para o uso estrutural.

Visto que as peças estruturais em aço têm sua produção em fábrica, poucas adições e incrementos *in loco* são necessários, agilizando o processo construtivo e o canteiro de obra pode se tornar menor e mais organizado. Além disso, segundo Fakury, Silva e Caldas (2016), o aço é um dos materiais mais reciclados do mundo, ou seja, quando as estruturas de aço perdem sua função, elas podem ser recicladas e/ou reutilizadas para outros fins, favorecendo a sustentabilidade.

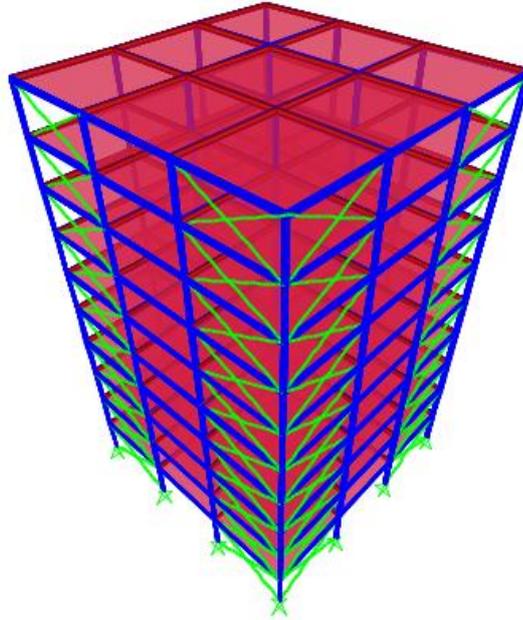
Devido à alta resistência e ductilidade do aço, as seções transversais dos elementos desse material são, em geral, compostas de partes com pequena espessura e com área reduzida. Esse fato garante a essas peças um momento de inércia reduzido em relação às de concreto. Em outras palavras, as seções de aço possuem alto módulo de elasticidade e baixa inércia, de forma a tornar a rigidez do elemento à flexão reduzida em relação às seções comuns de concreto.

É importante ressaltar que o comportamento de uma estrutura em relação aos efeitos de 2ª ordem e a sua estabilidade dependem diretamente da rigidez da mesma. Desse modo, as estruturas de aço, devido sua baixa rigidez, são mais susceptíveis a esses efeitos e suas análises devem ser executadas com maior cuidado.

Arranjos diferentes na concepção estrutural de uma estrutura em aço podem ser utilizados para aumentar sua rigidez. Como descreveram Fakury, Silva e Caldas (2016), as subestruturas de contraventamento são responsáveis por resistir grande parte das ações laterais na estrutura, garantindo assim uma alta rigidez lateral para ela. Alguns exemplos de subestruturas de contraventamento são:

- sistemas treliçados ou contraventamentos: esses sistemas são compostos de barras treliçadas com seções transversais reduzidas (baixos momentos de inércia) e, em geral, trabalham apenas à tração, de forma a evitar problemas de instabilidade sob compressão. Nesse caso, a rigidez é garantida pelas barras tracionadas que tendem a impedir o deslocamento horizontal e as ligações entre os elementos da estrutura são geralmente rotuladas. A seguir, na Figura 1, uma estrutura que possui um sistema treliçado ou de contraventamento em X é mostrado.

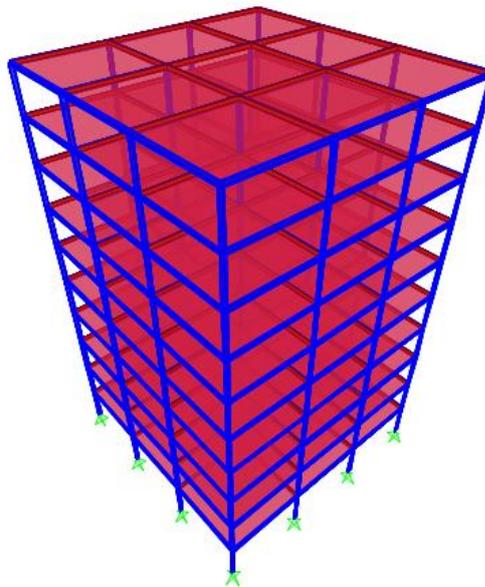
Figura 1 – Perspectiva de uma estrutura com sistema de contraventamento em X.



Fonte: Do Autor (2019).

- sistemas aporricados ou pórticos: esses sistemas se caracterizam por garantirem rigidez à estrutura pela adoção de pórticos com ligações rígidas entre seus elementos. Geralmente tem um custo maior que os contraventamentos, visto que essas ligações são mais onerosas que ligações flexíveis (rotuladas). Na Figura 2, a seguir, um exemplo de estrutura com sistema aporricado é apresentado.

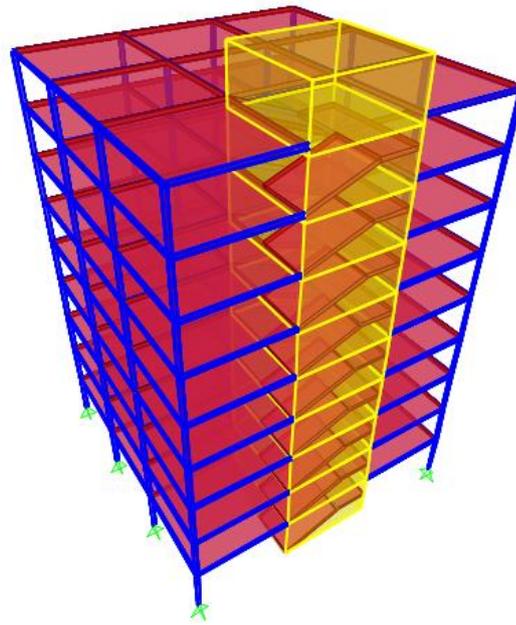
Figura 2 – Perspectiva de uma estrutura com sistema aporricado.



Fonte: Do Autor (2019).

- núcleos rígidos: esse sistema se baseia na adoção de elementos, geralmente, de concreto armado de grandes dimensões ligados às estruturas de aço, impedindo seu deslocamento horizontal. Escadas e núcleos de elevadores de concreto armado são exemplos desse tipo de sistema. Na Figura 3, é apresentado um exemplo de estrutura com um núcleo rígido formado pela caixa da escada.

Figura 3 – Perspectiva de uma estrutura com núcleo rígido.



Fonte: Do Autor (2019).

Essas adoções podem ser utilizadas isoladamente ou em conjunto. As escolhas de suas utilizações se baseiam em critérios estéticos, construtivos técnicos, econômicos e dependem do grau de deslocabilidade da estrutura em questão.

Segundo a NBR 8800 (ABNT, 2008) as estruturas de aço podem ser classificadas quanto a sua facilidade de se deslocarem horizontalmente, da seguinte forma:

- com pequena deslocabilidade: são estruturas que, em todos os seus andares, o deslocamento horizontal do andar em relação a sua base obtido pela análise de 2ª ordem seja igual ou inferior a 110% desse mesmo deslocamento obtido por uma análise de 1ª ordem. Nesse caso, apenas uma análise elástica-linear pode ser feita na estrutura. Nessas estruturas não se faz necessário a consideração da não-linearidade física do material, apenas da não-linearidade geométrica inicial da peça através de simplificações;

- com média deslocabilidade: nessas estruturas, em todos seus andares, o deslocamento horizontal do andar em relação a sua base adquirido por uma análise de 2ª ordem

é maior que 110% e igual ou menor que 140% do valor desse deslocamento realizando-se uma análise de 1ª ordem. Nessas estruturas algumas simplificações podem ser feitas para a consideração dos efeitos das não-linearidades (física e geométrica).

- com grande deslocabilidade: nesse tipo de estrutura, em todos seus andares, o valor do deslocamento horizontal do andar em relação a sua base adquirido por uma análise de 2ª ordem se encontra acima de 140% do valor desse deslocamento realizando-se uma análise de 1ª ordem. Nesse caso, a NBR 8800 (ABNT, 2008) explicita que é necessário realizar uma análise rigorosa inelástica-não linear (obrigatoriamente) da estrutura com auxílio de *softwares*.

Para essas verificações de deslocabilidade previstas pela NBR 8800 (ABNT, 2008), todas as combinações últimas possíveis devem ser analisadas e a estrutura só é classificada como uma das formas anteriormente citadas quando, para todas essas combinações, os requisitos são satisfeitos.

2.3 Análises lineares

Devido às suas simplificações e facilidades, as análises lineares elásticas são mais empregadas atualmente quando se deseja obter informações de estruturas mais simples. Segundo Vellasco *et al.* (2014), nessas análises, assume-se que os deslocamentos aumentam com uma proporção direta em relação ao aumento das cargas que a estrutura está submetida, além disso, tais deslocamentos apresentam-se com magnitude reduzida em relação à realidade. Nessa análise, é assumido que a rigidez dos elementos estruturais é constante (linearidade física), que eles são perfeitos (linearidade geométrica), ou seja, sem deformações intrínsecas iniciais e os esforços internos não são amplificados pela configuração deformada da estrutura. Nesse caso, o princípio da superposição de efeitos é válido.

Já no caso das análises lineares inelásticas, é considerada apenas a não-linearidade do material, ou seja, sua rigidez não é constante, todavia as imperfeições geométricas ainda não são levadas em conta (SILVA, 2004).

Dessa forma, devido as considerações e simplificações, essas análises não consideram a presença de efeitos de 2ª ordem e, conseqüentemente, se distanciam do comportamento real da estrutura.

2.4 Análises não lineares

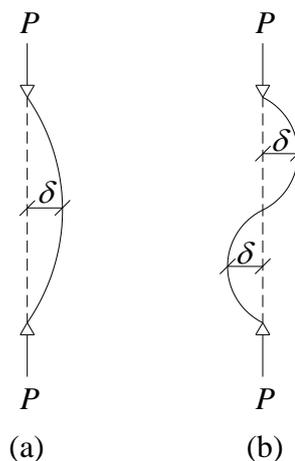
Como descreve Lemes (2018), conhecer os efeitos não lineares é extremamente importante para que a estrutura desempenhe sua função correta prevista em projeto.

As análises não lineares são empregadas quando se considera que os elementos estruturais possuem uma imperfeição geométrica inicial, podendo ou não, seus materiais apresentarem linearidade física.

Em problemas com não linearidades geométricas são considerados dois efeitos de 2ª ordem:

- o efeito local (P - δ): que ocorre em todos os elementos da estrutura devido a imperfeições geométricas intrínsecas a eles. Conforme Vellasco *et al.* (2014), tal efeito decorre da deformação do elemento ao longo de seu comprimento (δ) e da alteração de sua rigidez devido à aplicação de uma carga axial no mesmo. Assim a carga axial (P) aplicada com uma excentricidade em relação ao eixo inicial da peça gera um momento fletor que tende a aumentar a deformação do elemento, novamente aumentando as solicitações de flexão, ou seja, se trata de um processo repetitivo e progressivo. Segundo Fakury, Silva e Caldas (2016), esse efeito pode ocorrer em barras com curvatura simples ou reversa. É interessante ressaltar que os efeitos locais de 2ª ordem influenciam nos efeitos globais de 2ª ordem, que serão descritos a seguir. Esse efeito é ilustrado na Figura 4, a seguir.

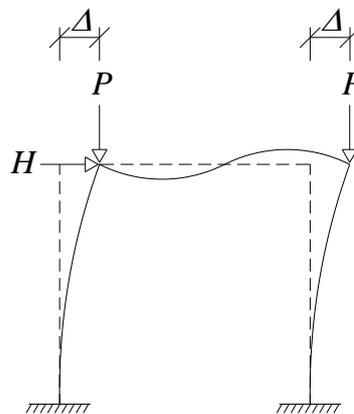
Figura 4 – Efeito local de 2ª ordem; (a) curvatura simples; (b) curvatura reversa.



Fonte: Do autor (2019).

- o efeito global ($P-\Delta$): que ocorre quando uma carga horizontal desestabilizadora (H) é aplicada na estrutura. Essa carga desloca a estrutura na direção horizontal, ou seja, há perda do prumo (representada por um deslocamento Δ) dos elementos verticais dela. Tal perda de prumo somada às imperfeições geométricas locais (relacionadas ao efeito $P-\delta$) do elemento significam uma excentricidade para as cargas gravitacionais (P) aplicadas nos elementos verticais. Assim, surge um momento fletor de 2ª ordem atuante na estrutura. Esse momento fletor, por sua vez, aumenta mais os deslocamentos horizontais da estrutura, aumentando a excentricidade citada anteriormente e por consequência, novamente o momento fletor. É possível observar que esse processo tem caráter progressivo e repetitivo, ou seja, tende a aumentar sua intensidade cada vez mais até a estrutura entrar em equilíbrio com os esforços internos ou em colapso. Além disso, os efeitos globais de 2ª ordem amplificam os esforços axiais da estrutura, visto que o seu desaprumo e a ação horizontal, atuando em conjunto, alteram as solicitações normais em suas peças. Em outras palavras, Fakury, Silva e Caldas (2016) explicaram que o efeito global de 2ª ordem decorre dos deslocamentos horizontais relativos das extremidades das barras, quando cargas verticais são aplicadas a elas. Esse efeito é representado na Figura 5.

Figura 5 – Efeito global de 2ª ordem.



Fonte: Do autor (2019).

Quando a não-linearidade do material é considerada (análise inelástica-não linear) é necessário utilizar formulações que descrevem o comportamento do mesmo ao longo de seu estado tensão-deformação. No caso do aço, sua modelagem parte do critério de escoamento de Von Mises e seu encruamento é considerado isotrópico, ou seja, seu comportamento no regime elástico é linear e seu regime plástico é considerado perfeito (VELLASCO *et al.*, 2014).

Uma análise exata que considere todas as não linearidades de uma estrutura (física e geométrica) é de difícil execução e sua modelagem é trabalhosa. Dessa forma, são necessárias simplificações para facilitar o processo, como é o caso da análise de curvas-carga *versus* deslocamento. Nessa análise a trajetória de equilíbrio do elemento é constantemente observada, ou seja, são feitas inúmeras atualizações do comportamento estrutural do elemento, podendo assim, os deslocamentos serem analisados não só na direção do carregamento (como ocorre na estrutura real). Todavia, para viabilizar tal método de análise, algum método iterativo deve ser empregado, uma vez que nesse caso, a matriz de rigidez da peça é constantemente alterada. Assim, é possível utilizar o método iterativo direto, método incremental puro, método incremental-iterativo e o método de Newton-Raphson para solucionar esse tipo de análise simplificada (VELLASCO *et al.*, 2014).

O problema inelástico não-linear necessita considerar as não linearidades física e geométrica, visto isso, tais fatores são introduzidos na matriz de rigidez (K) do elemento:

$$\mathbf{K} = f(\mathbf{U}, \mathbf{P}, E_T) \quad (1)$$

onde U é o vetor dos deslocamentos nodais, P representa a força axial e o momento fletor internos e E_T se refere ao módulo de deformação longitudinal tangente dos materiais (LEMES, 2018).

Visto isso, é possível notar que embora a análise não linear de curvas-carga *versus* deslocamento considere todas as não linearidades da estrutura, ela não é exata, já que em seu processo de solução, várias iterações são realizadas, gerando assim uma imprecisão inerente ao fator de tolerância do método.

No Método da Amplificação dos Esforços (MAES), descrito no Anexo D da NBR 8800 (ABNT, 2008), a análise realizada é elástica não linear (2ª ordem). Em outras palavras, as condições de equilíbrio são baseadas na geometria deformada do elemento, porém seu material tem comportamento considerado elástico-linear. Nessa análise, métodos iterativos são empregados para a solução do problema, visto que o caminho de deformações da geometria da peça não é conhecido (FAKURY, SILVA e CALDAS, 2016).

2.5 Processos de cálculo

As estruturas reais, em sua grande maioria, são concebidas para serem hiperestáticas, de forma que elas possuam uma reserva de segurança caso algum grau de estaticidade seja perdido, evitando assim a formação de um mecanismo de colapso. Dessa forma, como será mostrado posteriormente, o método normativo da amplificação de esforços da NBR 8800 (ABNT, 2008) necessita, como parte de seu processo de solução, de análises elásticas-lineares em determinadas estruturas. Portanto, é necessário o estudo de métodos de análise elástica-linear de estruturas hiperestáticas para posteriormente avaliar os efeitos de 2ª ordem das mesmas. Conforme Martha (2017), os seguintes métodos podem ser aplicados para solucionar os problemas hiperestáticos:

- método das forças: no qual o problema hiperestático é subdividido em casos básicos a serem analisados em estruturas isostáticas (sistema principal). Tais soluções básicas satisfazem as condições de equilíbrio, todavia, as condições de compatibilidade não são satisfeitas. Depois da análise dos casos básicos, os resultados são superpostos, gerando assim a solução para o problema hiperestático mais complexo, ou seja, as condições de compatibilidade são retomadas;
- método dos deslocamentos: esse método segue o mesmo princípio de solução do método das forças, ou seja, subdividir o problema hiperestático complexo em casos básicos e depois realizar a superposição dos resultados obtidos. Porém, nesse método, as condições de compatibilidade são atendidas nos casos elementares e as condições de equilíbrio não. O equilíbrio é reestabelecido após a superposição das soluções dos casos básicos e, além disso, nesse método, tais casos não são analisados em estruturas isostáticas;
- método de Cross: tal método baseia-se no método dos deslocamentos descrito anteriormente, porém ele só é válido para estruturas sem deslocamentos translacionais (apenas sujeitas a rotações). Assim, o método parte da análise de um nó da estrutura, de forma que o momento aplicado nesse nó é dividido em momentos de equilíbrio que atuam nas barras ligadas a ele. A forma com que o momento do nó é aplicado nas barras adjacentes é determinada utilizando o método dos deslocamentos. Após a determinação das parcelas de momentos nas barras, as equações de equilíbrio são solucionadas por meio de um processo iterativo.

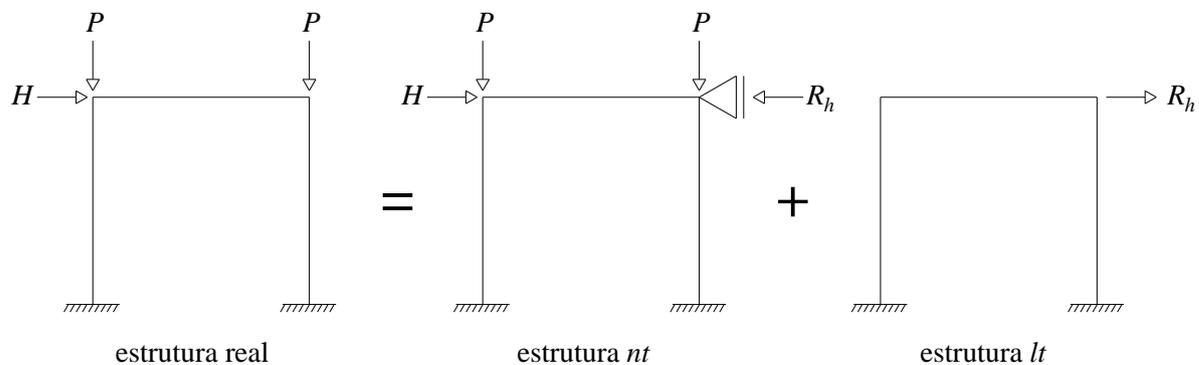
O princípio fundamental do MAES (ABNT, 2008) é amplificar os esforços solicitantes da estrutura analisada por dois coeficientes de majoração: um relacionado ao efeito local (B_1) e outro ao efeito global (B_2) de 2ª ordem.

O MAES parte da subdivisão da estrutura a ser analisada na soma de duas outras. Segundo Fakury, Silva e Caldas (2016) tais subestruturas são:

- a estrutura *nt* (*no translation*): na qual todas as ações atuantes na estrutura original são consideradas, porém seu deslocamento horizontal é impedido por apoios de 1º gênero fictícios em todos os seus pavimentos.
- a estrutura *lt* (*lateral translation*): onde as ações atuantes na estrutura original não são consideradas. Apenas as reações dos apoios fictícios (R_h) da estrutura *nt* são aplicadas em sentido contrário nos nós onde havia essas restrições.

Uma ilustração dessa divisão da estrutura original é apresentada na Figura 6, a seguir.

Figura 6 – Estrutura real, estrutura *nt* e estrutura *lt*.



Fonte: Do autor (2019).

As expressões descritas a seguir foram retiradas da NBR 8800 (ABNT, 2008). Para facilitar o entendimento do método, as equações foram deduzidas analiticamente e são apresentadas nos Apêndices A e B.

Para o método em questão, o coeficiente de majoração B_1 é dado por:

$$B_1 = \frac{C_m}{1 - \left| \frac{N_{nt,sd} + N_{lt,sd}}{P_{cr}} \right|} \quad (2)$$

onde C_m é um coeficiente de equivalência de momentos, dado por:

$$C_m = 0.60 - 0.40 \frac{M_{nt,sd,1}}{M_{nt,sd,2}} \quad (3)$$

na qual, o termo $M_{nt,sd,1}/M_{nt,sd,2}$ é a divisão entre o menor e o maior momento fletor solicitante (valores de cálculo) no extremo do elemento considerado na estrutura nt . Tal razão é positiva quando os momentos geram curvatura reversa na peça e negativa quando provocam curvatura simples na mesma. Esse coeficiente é tomado com valor igual a 1 quando há forças transversais entre os extremos da barra considerada. Os termos $N_{nt,sd}$ e $N_{lt,sd}$ são as forças axiais de cálculo obtidas pela análise da barra considerada nas estruturas nt e lt , respectivamente. P_{cr} é a carga crítica de flambagem por flexão da peça analisada, dada por:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2}{L^2} EI \quad (4)$$

onde E é o módulo de elasticidade do material, I é o momento de inércia da seção transversal da peça e L é o comprimento real destravado do elemento analisado. Se a soma das forças $N_{nt,sd}$ e $N_{lt,sd}$ for negativa ou nula, B_1 é tomado com valor igual a 1.

O coeficiente de majoração B_2 é dado por:

$$B_2 = \frac{1}{1 - \left(\frac{1}{R_s} \frac{\Delta}{L} \frac{\sum P_d}{\sum H_d} \right)} \quad (5)$$

onde L é o comprimento da peça (nesse caso ele se coincide com a altura entre pavimentos da estrutura), Δ é o deslocamento horizontal relativo interpavimentos da estrutura lt , R_s é um fator de correção que considera a influência do efeito local na majoração de Δ (igual a 0,85 quando alguma subestrutura de contraventamento é um pórtico e igual a 1 quando não houver um pórtico como subestrutura de contraventamento), P_d são as cargas gravitacionais de cálculo no pavimento analisado e H_d são os esforços cortantes devidos às cargas fictícias aplicadas na estrutura lt .

Além disso, Pfeil e Pfeil (2009) descreveram que o valor do coeficiente de B_2 também pode ser calculado pela divisão do deslocamento relativo por uma análise de 2ª ordem pelo deslocamento relativo realizando-se uma análise de 1ª ordem na estrutura estudada.

As deduções das equações da carga crítica de flambagem (P_{cr}) e dos coeficientes B_1 e B_2 são encontradas nos Apêndices A e B, respectivamente.

Dessa forma, o momento fletor total considerando os efeitos de 2ª ordem (M_{sd}) é dado por:

$$M_{sd} = B_1 M_{nt, sd} + B_2 M_{lt, sd} \quad (6)$$

na qual, $M_{nt, sd}$ e $M_{lt, sd}$ são os momentos fletores solicitantes de cálculo obtidos pela análise das peças nas estrutura nt e lt , respectivamente.

Para o esforço axial total considerando os efeitos de 2ª ordem (N_{sd}), tem-se:

$$N_{sd} = N_{nt, sd} + B_2 N_{lt, sd} \quad (7)$$

Por fim, o esforço cortante levando em conta os efeitos de 2ª ordem (V_{sd}) é:

$$V_{sd} = V_{nt, sd} + V_{lt, sd} \quad (8)$$

onde, $V_{nt, sd}$ e $V_{lt, sd}$ são as forças cortantes solicitantes de cálculo obtidos pela análise dos elementos nas estrutura nt e lt , respectivamente.

Para o caso de estruturas de pequena deslocabilidade, obrigatoriamente deve-se majorar as solicitações considerando o efeito local de 2ª ordem (coeficiente B_1), porém em alguns casos não se faz necessário levar em consideração o efeito global de 2ª ordem (coeficiente B_2). Esses casos acontecem quando:

- as forças normais solicitantes em barras que contribuem para estabilidade lateral da estrutura não ultrapassem 50% do valor da força axial que leve as seções dessas barras ao escoamento;
- os efeitos de imperfeições geométricas forem considerados nas combinações de cálculo utilizadas.

É interessante ressaltar que as análises feitas nas estruturas nt e lt são elásticas e lineares. Nesse ponto, os métodos de análise descritos anteriormente (forças, deslocamentos e Cross) podem ser utilizados para a determinação dos esforços internos nessas estruturas, que serão utilizados posteriormente no MAES.

Embora o método de análise do MAES seja elástico, para estruturas com média deslocabilidade, o efeito de não linearidade do aço é simplificado ao adotar-se a rigidez à flexão e a rigidez axial desse material com 80% do valor inicial. Esse efeito, como dito anteriormente, não é considerado em estruturas com pequena deslocabilidade e deve ser analisado com rigor (*softwares*) nas estruturas com grande deslocabilidade.

Em estruturas com pequena e média deslocabilidade, os efeitos da não-linearidade geométrica inicial das peças devem ser considerados. A NBR 8800 (ABNT, 2008) descreve que, nesses casos, tal efeito pode ser simplificado pela consideração em cada andar de um deslocamento relativo (nível inferior e superior) de $h/333$, onde h é a altura do pavimento considerado. Além disso, outra maneira de considerar esse efeito é levar em conta a aplicação de uma carga (força nocional) no topo de todos os andares com valor igual a 0,3% de todas as cargas gravitacionais de cálculo aplicadas no andar em questão. Como dito anteriormente, em estruturas com grande deslocabilidade, esse efeito deve ser considerado através de análises rigorosas apenas. Neste trabalho, como optou-se pelo cálculo da força real do vento atuante na estrutura, as considerações de forças nocionais e de deslocamentos relativos iniciais não foram utilizadas.

2.6 Aplicabilidade

Como citado anteriormente, os efeitos de 2ª ordem são significativos, principalmente nas estruturas de aço. Além disso os efeitos de 2ª ordem representam um estado limite último de uma estrutura, ou seja, podem levá-la ao colapso, gerando risco de vida aos ocupantes dela.

Dito isso, o presente trabalho possui aplicação prática no projeto de estruturas de aço, independentemente dos seus graus de deslocabilidade, uma vez que qualquer que seja esse grau, algum ou todos os efeitos de 2ª ordem devem ser considerados.

Assim, a execução deste trabalho possibilita a consulta de interessados na área aqui abordada e fornece bases teóricas e práticas para a realização de análises de 2ª ordem baseadas na NBR 8800 (ABNT, 2008) e computacionais com auxílio de *softwares*. Além disso, o presente trabalho busca auxiliar a melhoria do método MAES, através da comparação entre a metodologia normativa e procedimentos computacionais não lineares.

3 METODOLOGIA

3.1 Modelagem das estruturas

Inicialmente, fez-se necessário realizar a modelagem das estruturas em um *software* de análise e dimensionamento.

Foram propostas três diferentes estruturas, com diferentes complexidades, de forma a abranger desde um caso mais básico e simples até um mais complexo e real. Dessa forma, foram modeladas as seguintes estruturas:

- pilar engastado-livre: nesse caso, foi modelado um pilar isolado, possuindo em sua base um engaste e livre em sua extremidade superior;
- pórtico 2D: trata-se de um pórtico bidimensional constituído de dois pilares ligados por uma viga em suas extremidades superiores através de ligações rígidas. As bases dos pilares foram consideradas engastadas;
- estrutura 3D de um pavilhão de aulas: essa estrutura foi modelada com base em um projeto arquitetônico proposto pelo autor. Nesse caso, foi necessário estabelecer uma concepção estrutural, respeitando as divisões e tamanhos do projeto arquitetônico e, além disso, foi realizado o pré-dimensionamento dos elementos de aço. As lajes do pavilhão foram concebidas em concreto armado (maciças). Essa estrutura possui 51.90 m de comprimento, 26.20 m de largura e 29.20 m de altura (térreo + 7 pavimentos tipo). Para o acesso aos pavimentos superiores, optou-se pela utilização de uma escada de concreto armado com vigas de aço. É interessante ressaltar que, na realidade, nenhum apoio é totalmente engastado ou rotulado, ou seja, sempre há uma condição intermediária. Como simplificação, a NBR 8800 (ABNT, 2008) traz alguns casos nos quais engastes e rótulas perfeitas podem ser considerados, todavia essa norma permite a consideração, em qualquer caso, de ligações semirrígidas. Visto isso, todas as ligações internas entre vigas e pilares foram consideradas com comportamento intermediário. A rigidez rotacional inicial das ligações entre vigas e pilares (S_i) foi calculada utilizando um *software* próprio para esse tipo de análise, no qual é modelada a ligação conforme se deseja e o programa retorna o valor aproximado de S_i dela. No caso das ligações de vínculo externo entre pilares e solo e nas ligações de continuidade de pilares, foram considerados engastes perfeitos.

Para os casos dos pilares isolados e pórticos apresentados anteriormente, foram modeladas três diferentes situações, cada uma com um grau de deslocabilidade diferente segundo a NBR 8800 (ABNT, 2008), ou seja, pequena, média e grande deslocabilidade. Para a

estrutura 3D, foi realizada uma análise de 2ª ordem em apenas dois pilares de uma mesma prumada, considerando as cargas reais da estrutura, analisando os efeitos não lineares na direção de menor inércia (crítica) da estrutura como um todo. Vale ressaltar que, em um projeto, poderia ser interessante analisar, também, o comportamento da estrutura na direção de maior inércia, mesmo que esse caso não seja o crítico. Aqui, optou-se pela análise apenas na direção crítica para fins didáticos e, o procedimento de modelagem que será descrito no item 3.1.3 deste trabalho pode ser adotado para qualquer caso de análise.

Fez-se necessário realizar o pré-dimensionamentos dos elementos das estruturas, da seguinte forma:

- pilares: realizou-se o dimensionamento pelo AISC 360-10 (2010) no *software* por uma análise linear com as cargas reais atuantes, ou seja, sem considerar os efeitos de 2ª ordem. Com as seções de perfis HP obtidas nesse processo, deu-se seguimento às análises não lineares;
- vigas: a altura do perfil metálico W foi tomada como $l/25$, em que l é o vão livre da viga;
- lajes: foi utilizada a equação de pré-dimensionamento exposta por Pinheiro (2007) no item 5.1 da apostila disponível *online*.

Para a realização das análises propostas com base nas modelagens descritas anteriormente, fez-se necessário a introdução manual dos materiais que seriam utilizados nas estruturas. Tal necessidade se deu devido ao fato de que o *software* estrutural utilizado trabalha em função de materiais com propriedades comuns em outros países, ou seja, fora da realidade brasileira.

O aço utilizado para as análises aqui propostas foi o ASTM A572 Grau 50 com as seguintes propriedades:

- módulo de elasticidade (E) com valor de 200 GPa;
- peso específico (γ_s) de 78.5 kN/m³;
- limite de escoamento (f_y) de 345 MPa;
- limite de resistência (f_u) de 450 MPa.

O concreto introduzido nas lajes da estrutura 3D foi o C25, que possui tais propriedades:

- módulo de elasticidade tangente (E_{ci}) de 28000 MPa;
- módulo de elasticidade secante (E_{cs}) de 24150 MPa;
- peso específico de 25 kN/m³;
- resistência característica à compressão (f_{ck}) de 25 MPa.

Para as combinações últimas normais foram inseridos os seguintes coeficientes prescritos na NBR 8681 (ABNT, 2003). Como seguem: $\gamma_{g1} = 1.35$ (elementos construtivos industrializados), $\gamma_{g2} = 1.40$ (elementos construtivos industrializados com adições *in loco*) $\gamma_{q,vento} = 1.40$ (vento), $\gamma_{q,sc} = 1.50$ (ações variáveis em geral, para o caso da sobrecarga de utilização), $\psi_{0,vento} = 0.60$ (pressão dinâmica do vento) e $\psi_{0,sc} = 0.70$ (local com elevada concentração de pessoas). Foram criadas duas combinações últimas normais de acordo com item 5.1.3.1 da NBR 8681 (ABNT, 2003), uma considerando a ação do vento como variável principal e outra considerando a sobrecarga de utilização como principal, ou seja:

- combinação 1: $1.35 \times PP + 1.40 \times CP + 1.50 \times SC + 1.40 \times 0.60 \times V$;
- combinação 2: $1.35 \times PP + 1.40 \times CP + 1.40 \times V + 1.50 \times 0.70 \times SC$.

Nas combinações mostradas anteriormente, *PP* representa o peso próprio da estrutura de aço, *CP* representa as cargas permanentes relativas às lajes de concreto armado e às paredes em alvenaria, *SC* a carga acidental devido à ocupação da estrutura e *V* a carga acidental do vento.

Vale ressaltar que, no processo de inserção de cargas nas estruturas, não se faz necessária a introdução das cargas relativas aos pesos próprios dos elementos (vigas, pilares e lajes), visto que o *software* utilizado já considera automaticamente tais valores em seus cálculos.

Segundo a NBR 6120 (ABNT, 1980), é possível realizar uma redução das cargas acidentais (*SC*) nos edifícios. Tal redução depende do número de pavimentos acima do piso considerado, de forma que, quanto maior esse número, maior será a redução. Em outras palavras, as cargas acidentais podem ser mais reduzidas na base do edifício do que em seu topo. Neste trabalho, por questões didáticas, tal consideração não foi levada conta.

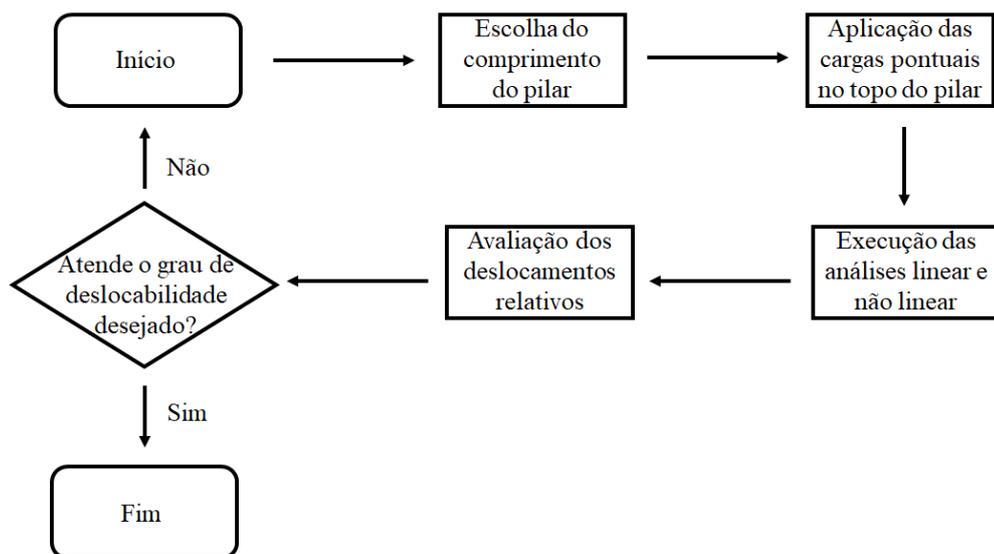
Os pilares isolados e pórticos analisados foram retirados da estrutura 3D e analisados com as cargas reais do pavilhão de aulas, variando apenas seus comprimentos, como será descrito a seguir.

3.1.1 Modelagem dos pilares isolados

Para a modelagem do pilar isolado foi selecionado o perfil metálico W obtido pelo processo de pré-dimensionamento descrito anteriormente no item 3.1 deste trabalho e o engaste da base do pilar foi inserido. Nessa modelagem, foram inseridas duas cargas pontuais no pilar, uma horizontal (desestabilizadora) no valor de 100.00 kN, que representa a ação do vento e

outra vertical e pontual no topo do pilar no valor de 2611.00 kN, simulando uma resultante de cargas gravitacionais no elemento (permanentes e variáveis). Para esse caso, as combinações de ações não foram utilizadas, uma vez que tais modelagens são de cunho didático e simplificado. Foram feitas três modelagens de pilares seguindo o procedimento descrito anteriormente, de forma a abranger todas as classificações de deslocabilidade segundo a NBR 8800 (ABNT, 2008), ou seja, pequena, média e grande. Para variar o grau de deslocabilidade dos pilares, seus comprimentos foram alterados, assim, eles possuíam 1.50 m (pequena deslocabilidade), 2.80 m (média deslocabilidade) e 3.65 m (grande deslocabilidade). Tais comprimentos foram escolhidos baseados num processo de tentativa e erro, forçando com que as três situações diferentes ocorressem, através da comparação do deslocamento relativo do pilar realizando uma análise linear e outra não linear no *software*. Um fluxograma que explica melhor tal processo é mostrado a seguir, na Figura 7.

Figura 7 – Fluxograma de modelagem dos pilares isolados.

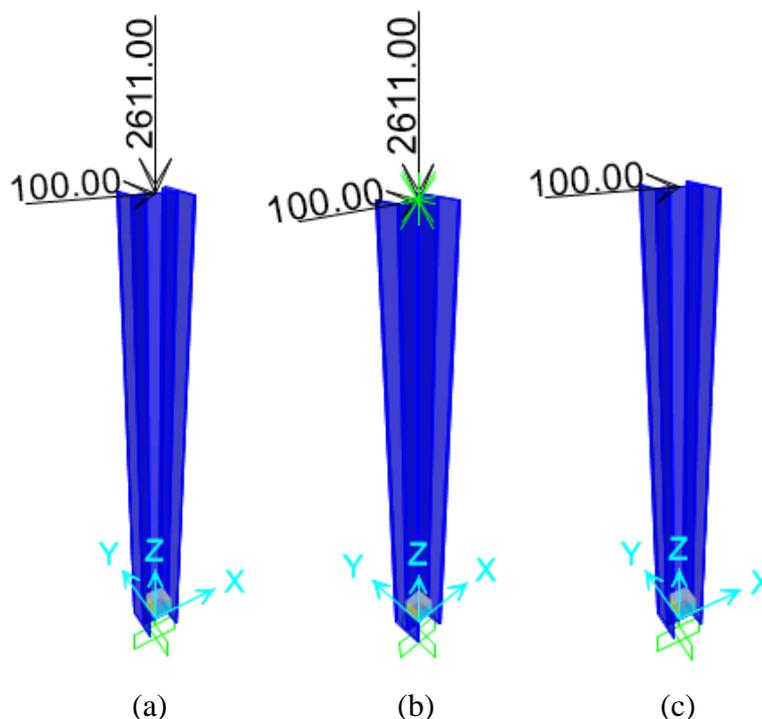


Fonte: Do autor (2019).

Para cada um dos pilares analisados, além da estrutura real, foram modeladas as respectivas estruturas *nt* e *lt*. Dessa forma, é possível extrair respostas computacionais para os efeitos de segunda ordem através da análise não linear feita pelo *software* com a estrutura real e compará-las com as respostas obtidas pelo MAES. A análise via MAES foi feita considerando a análise linear feita pelo *software* nas estruturas *nt* e *lt* com o posterior cálculo automatizado dos esforços amplificados por meio de uma planilha desenvolvida pelo autor.

As modelagens finais de um pilar real e de suas subestruturas *nt* e *lt*, utilizadas nas análises propostas, são apresentadas a seguir na Figura 8.

Figura 8 – Modelagem dos pilares isolados em perspectiva; (a) pilar real; (b) pilar *nt*; (c) pilar *lt*.



Fonte: Do autor (2019).

É possível ver na Figura 8a que o pilar real possui todas as cargas aplicadas em sua extremidade livre. Na Figura 8b, o pilar *nt* possui todas as cargas pontuais aplicadas em seu topo que se encontra travado ao deslocamento horizontal no eixo X por um apoio fictício de 1º gênero, conforme a simbologia do *software*. Por fim, na Figura 8c, o pilar *lt* possui apenas a reação do apoio fictício do pilar *nt* aplicada em seu topo, que nesse caso tem valor igual à sollicitação horizontal. Em todos os casos, as bases dos pilares estão engastadas, conforme a simbologia adotada pelo *software*.

3.1.2 Modelagem dos pórticos

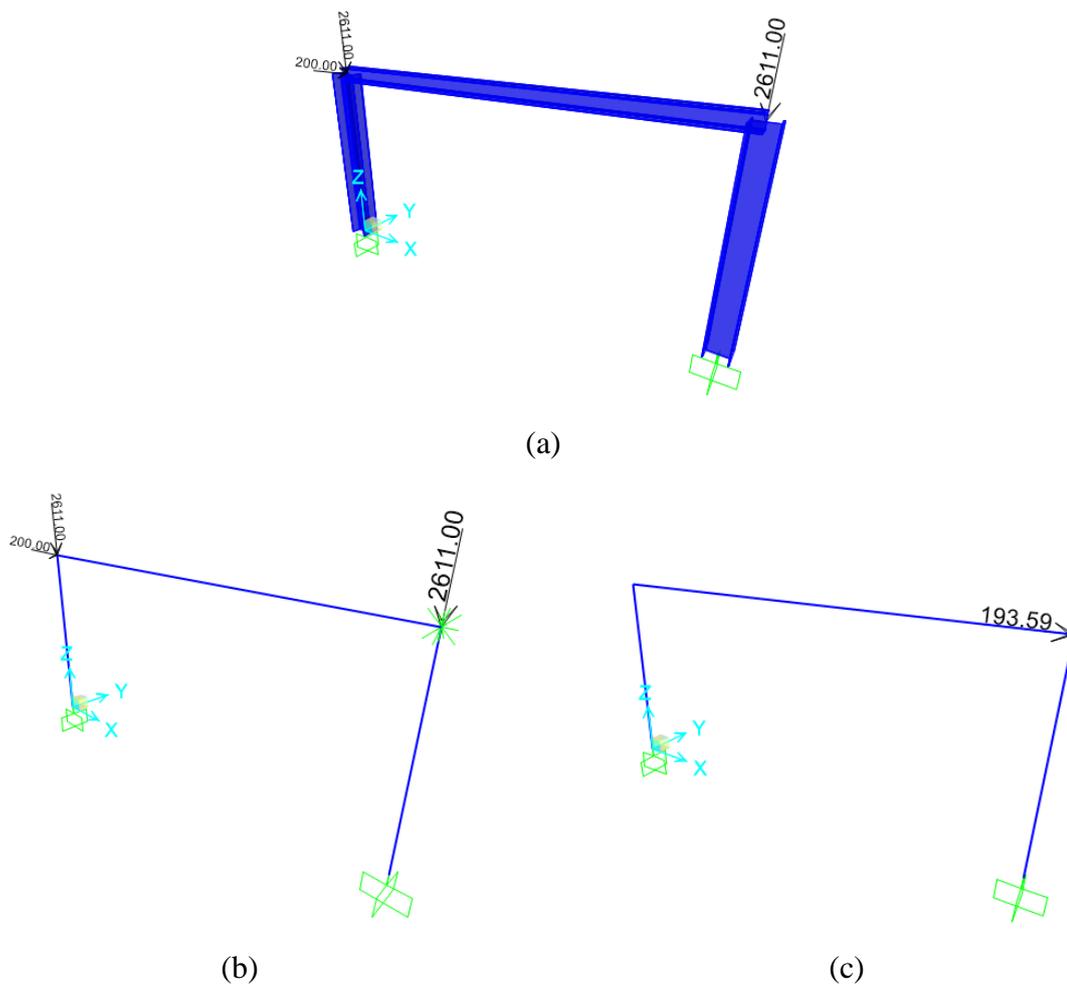
No caso dos pórticos 2D, o mesmo procedimento de pré-dimensionamento e modelagem do pilar isolado foi realizado para os pilares e para a viga, além disso, o processo de tentativa e erro para os graus de deslocabilidade descritos anteriormente (Figura 7) também foi feito, mas variando o comprimento dos dois pilares simultaneamente e com carregamento diferente. Foram inseridas as condições rígidas de ligação entre os pilares e a viga. Cargas pontuais

verticais representando a soma de cargas permanentes e variáveis de 2611.00 kN e uma carga horizontal pontual de 200.00 kN (simulando a ação do vento) foram inseridas no topo de ambos os pilares e no topo do pilar esquerdo do pórtico, respectivamente. Para os pórticos, não foram consideradas combinações de ações devido ao fato de que tais estruturas, neste trabalho, têm caráter didático apenas.

As alturas dos pórticos, que foram escolhidas de acordo com o grau de deslocabilidade desejado, foram 1.50 m (pequena deslocabilidade), 2.80 m (média deslocabilidade) e 4.00 m (grande deslocabilidade), tal como avaliado para o pilar descrito no item 3.1.1. O comprimento da viga que é ligada nos dois pilares foi mantido constante nas análises com valor de 6.00 m.

A modelagem de um dos pórticos analisados e de suas subestruturas *nt* e *lt* são mostradas na Figura 9, que é apresentada a seguir.

Figura 9 – Modelagem dos pórticos em perspectiva; (a) pórtico real; (b) pórtico *nt*; (c) pórtico *lt*.



Fonte: Do Autor (2019).

Na Figura 9a, o pórtico real extrudado é apresentado com os carregamentos descritos anteriormente. Na Figura 9b, o pórtico *nt* é mostrado com os carregamentos reais e com uma simbologia (verde) no topo do pilar direito que representa o apoio fictício que impede apenas o deslocamento horizontal em X do pórtico. Já na Figura 9c, o pórtico *lt* é apresentado sem as cargas reais da estrutura e com apenas uma carga horizontal pontual aplicada no topo do pilar direito, com módulo e direção iguais aos da reação do apoio fictício, porém com sentido contrário. Os pórticos *nt* e *lt* foram apresentados em seus formatos unifilares para facilitar a visualização das cargas e do apoio fictício. Os símbolos em verde nas bases dos pilares representam um engaste perfeito.

As análises propostas foram realizadas considerando o pilar esquerdo do pórtico, no qual ocorre o maior deslocamento relativo entre base e topo.

3.1.3 Modelagem da estrutura 3D

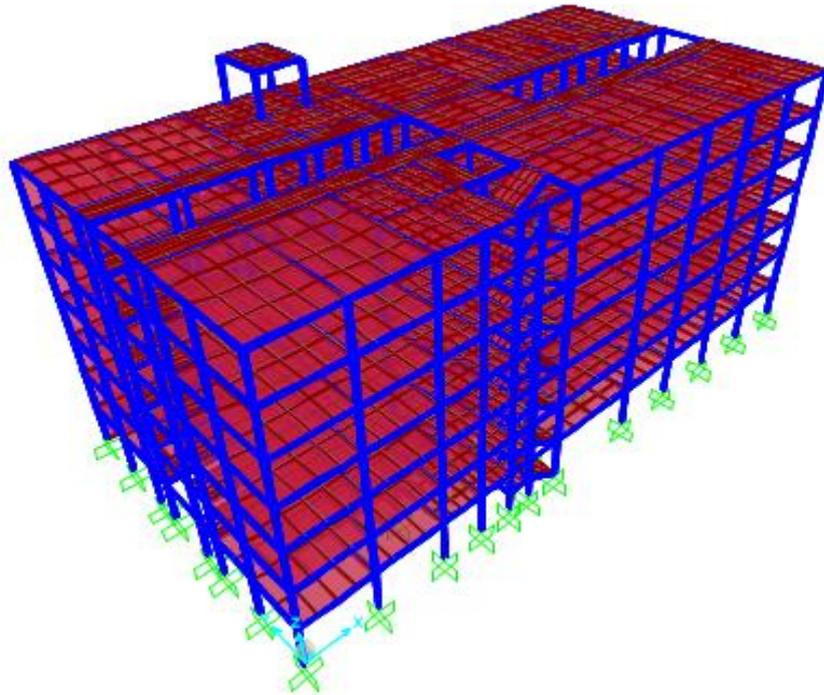
Para o caso da estrutura tridimensional, os mesmos procedimentos descritos anteriormente foram repetidos, porém em escala maior, visto que a estrutura agora é 3D e simula um pavilhão real. As condições semirrígidas de ligação entre vigas e pilares foram inseridas com rigidez rotacional inicial (S_i) de 16438.00 kNm/rad. Nesse caso, foram inseridas cargas permanentes e acidentais na estrutura:

- em vigas foram inseridas cargas uniformemente distribuídas relativas ao peso próprio de paredes (permanentes), com valor previamente calculado de 7.50 kN/m;
- nas lajes foram inseridas cargas superficialmente distribuídas, relativas ao peso próprio de revestimentos (permanente) com valor previamente calculado de 1.00 kN/m² e à sobrecarga de utilização (acidental) com valor de 3.00 kN/m² obtido através da Tabela 6.1 da NBR 6120 (ABNT, 1980) relativo a salas de aula, corredores e escadas;
- cargas de vento (variáveis) foram inseridas a 0° e 90° (separadamente) conforme indica a NBR 6123 (ABNT, 1988). Nesse caso essas cargas foram obtidas considerando a força de arrasto atuante em cada uma das faces, logo foram superficialmente distribuídas. A região considerada foi a de Lavras – MG ($V_0 = 35$ m/s), com terreno plano ($S_1 = 1.00$), assumindo Categoria II e Classe C ($S_2 = 1.04$) e Grupo 2 ($S_3 = 1.00$). Os valores de coeficiente de arrasto foram obtidos através da NBR 6123 (ABNT, 1988). Dessa forma, as pressões dinâmicas a 0° e a 90° obtidas foram 0.711 kN/m² e 0.956 kN/m², respectivamente.

Além disso foram utilizadas, nesse caso real, combinações últimas normais de ações, descritas anteriormente no item 3.1 deste trabalho.

A concepção e modelagem dessa estrutura são expostas a seguir na Figura 10.

Figura 10 – Concepção e modelagem da estrutura 3D.

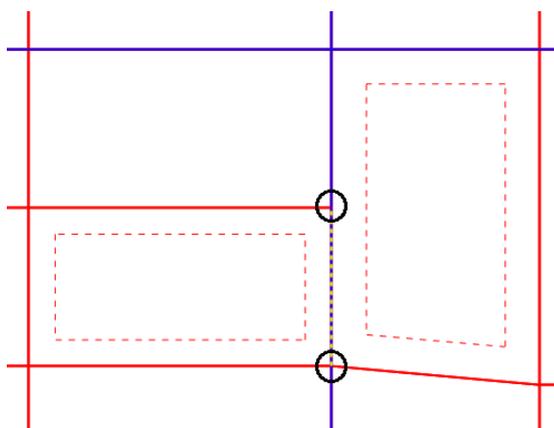


Fonte: Do autor (2019).

Na Figura 10, os elementos em azul são perfis de aço e os em vermelho são lajes maciças de concreto armado.

Como essa estrutura é mais complexa, foi necessário tomar certos cuidados no lançamento dela, como a necessidade da divisão dos elementos em partes menores (subelementos) para uma melhor discretização por parte do *software*. Dessa forma, os elementos foram todos subdivididos, criando nós na estrutura. Em elementos adjacentes, suas subdivisões foram direcionadas para nós comuns entre eles, a fim de refinar a análise por elementos finitos do *software*. O detalhe da coincidência em um nó comum de subdivisões de uma laje e de uma viga adjacentes é mostrado na Figura 11, a seguir.

Figura 11 – Convergência de elementos adjacentes em um mesmo nó.



Fonte: Do autor (2019).

Na Figura 11, é possível observar que os dois subelementos (divisões) das lajes (em vermelho tracejado) possuem nós comuns (circulados em preto) com as extremidades do subelemento de viga (em azul) adjacente a eles.

A estrutura 3D mostrada na Figura 10, depois de modelada, foi dimensionada por análise linear de acordo com o AISC 360-10 (2010), uma vez que, o *software* estrutural utilizado não possui a NBR 8800 (ABNT, 2008) em sua formulação. Foi considerada, para o dimensionamento, a pior situação entre as cargas de vento atuantes, separadamente, em todas as faces da estrutura (0° e 90°) e entre as combinações últimas de ações 1 e 2 (expostas no item 3.1 deste trabalho).

Uma vez dimensionada a estrutura global, foi escolhido um pórtico representativo 2D na direção de menor inércia da mesma, ou seja, um pórtico ao longo da largura do pavilhão de aulas. A forma de escolha do pórtico representativo relacionou-se com o maior número de repetições dele ao longo da estrutura. Nesse pórtico que representa a estrutura global, foram inseridas as cargas reais de forma adaptada. É importante frisar que no pórtico representativo, foram mantidas as seções dos perfis e as condições semirrígidas das ligações da estrutura original.

As cargas oriundas das lajes (acidental de utilização e permanente do peso próprio e do peso dos revestimentos) foram distribuídas igualmente, por uma análise de área de influência simplificada, entre as vigas que as delimitavam. Dessa forma, cargas linearmente distribuídas foram inseridas em todas as vigas que faziam parte do pórtico representativo e nas vigas que se uniam a ele na direção perpendicular ao seu plano, para que a influência das cargas

dos pórticos adjacentes a ele fosse considerada. Assim, tais cargas das lajes foram somadas às cargas lineares das paredes onde foi necessário.

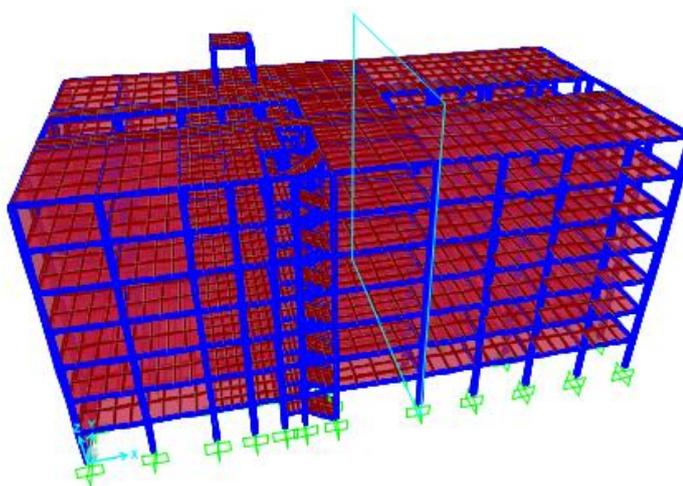
As cargas relativas ao vento, inicialmente inseridas em área, foram distribuídas linearmente nas laterais do pórtico, separadamente, por um processo de área de influência, para a determinação da situação crítica de atuação do vento.

Por limitações do *software* na análise 2ª ordem com a presença de cargas linearmente distribuídas, tais cargas atuantes no plano do pórtico e perpendicularmente a ele, foram concentradas em seus nós através de uma análise de comprimentos de influência.

No pórtico representativo, foi escolhida uma única prumada de pilares para o estudo e os trechos do pilar do térreo e do último pavimento foram escolhidos para a execução das análises de 2ª ordem. As análises de 2ª ordem foram realizadas para a pior situação de atuação da carga de vento, dentre as duas ações aplicadas nas laterais do pórtico, como descrito anteriormente.

A localização do pórtico representativo escolhido na estrutura 3D é apresentada na Figura 12, a seguir.

Figura 12 – Localização do pórtico representativo.

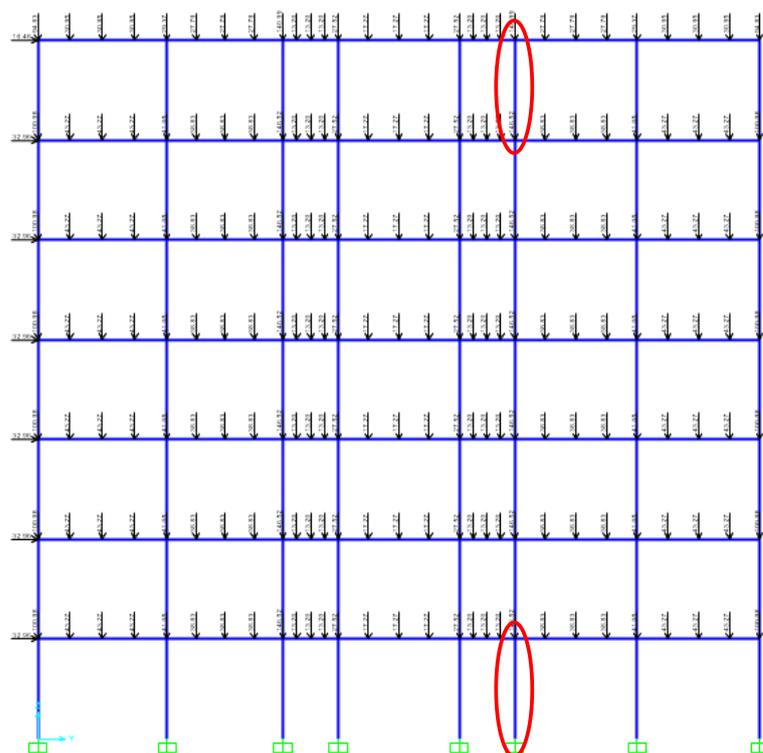


Fonte: Do autor (2019).

É possível ver, pela Figura 12, que o pórtico representativo, que é delimitado pelo retângulo em azul ciano, é disposto ao longo da direção de menor inércia da estrutura do pavilhão de aulas.

Na Figura 13, a seguir, é mostrado o pórtico representativo indicado na Figura 12 com as cargas reais da estrutura 3D aplicadas em seus nós, bem como são apresentados os pilares nos quais foram realizadas as análises de 2ª ordem.

Figura 13 – Pórtico representativo carregado e pilares analisados.



Fonte: Do autor (2019).

Pela Figura 13, é possível verificar que as cargas foram concentradas em todos os nós do pórtico representativo, ou seja, nos pontos de encontro de vigas e pilares e nos pontos de separação dos subelementos. Nesse caso, as vigas foram divididas em 4 segmentos para uma melhor discretização da estrutura. Além disso, é possível observar, na Figura 13, que os pilares escolhidos para a análise de 2ª (contornados em vermelho) situam-se no térreo e no último pavimento, ambos com 3.65 m de comprimento. A ação crítica do vento para os pilares analisados também é mostrada na Figura 13, ou seja, aplicada na lateral esquerda do pórtico. As estruturas *nt* e *lt* do pórtico representativo são semelhantes às relativas ao pórtico 2D descrito no item 3.1.2, porém, agora, foram inseridos apoios fictícios em todos os pavimentos na estrutura *nt*, bem como suas reações de apoio na estrutura *lt*, em sentido contrário. Ambos os pilares analisados são fletidos pela ação do vento em torno de seu eixo local de menor inércia.

3.2 Análises

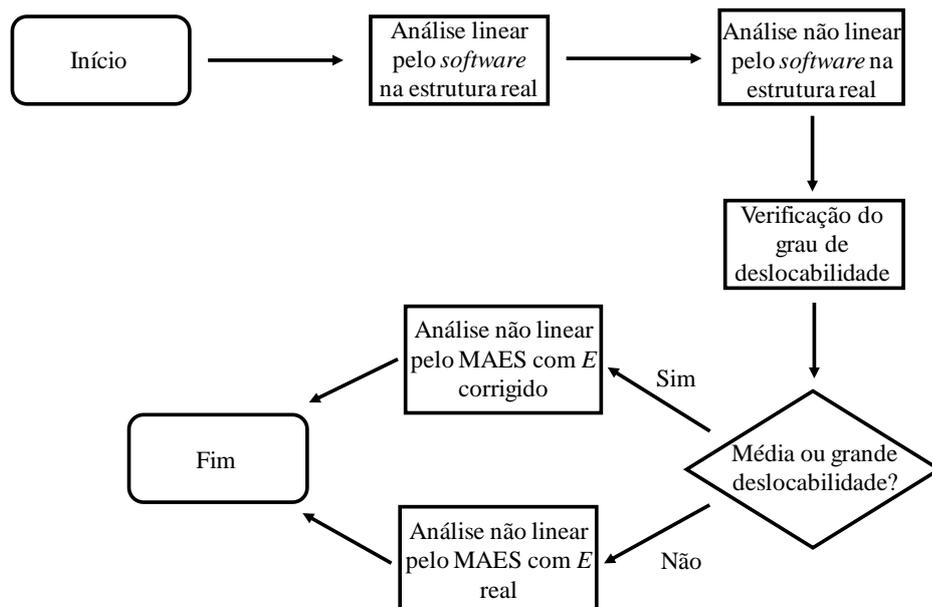
Mesmo que algumas estruturas estudadas contenham vários pilares, as análises foram feitas isoladamente para um único pilar da estrutura, tanto para sua base quanto para seu topo, de forma a obter os momentos amplificados em suas extremidades pelo método computacional do *software* e pelo MAES.

Para fins de conferência de resultados, algumas das estruturas estudadas também foram modeladas no Ftool Basic[®], no qual foram executadas análises lineares elásticas.

Como descrito anteriormente, o grau de deslocabilidade da estrutura influencia no valor do módulo de elasticidade (E) que será utilizado para o aço, ou seja, tal propriedade pode ser considerada como a real do material ou com uma correção. Dessa forma, inicialmente foram feitas as análises linear e não linear pelo *software* para a obtenção dos deslocamentos relativos dos pilares analisados. Assim foi possível determinar o grau de deslocabilidade da estrutura e foi possível verificar a necessidade da consideração de uma redução do módulo de elasticidade do aço de 20 % (média e grande deslocabilidade), ou seja, com seu valor corrigido. Tal redução é levada ou não em conta no processo de análise não linear pelo MAES, posteriormente.

Na Figura 14, a seguir, é possível observar um fluxograma explicativo do processo global de análise feito neste trabalho.

Figura 14 – Fluxograma das análises realizadas.



Fonte: Do Autor (2019).

A seguir, serão apresentadas as metodologias para cada uma das análises realizadas separadamente.

3.2.1 Análise linear pelo *software*

Além das análises lineares elásticas feitas pelo *software* nas estruturas *nt* e *lt*, tal análise também foi feita pelo programa considerando a estrutura real. Para isso, foram inseridas todas as cargas na estrutura real para que elas fossem consideradas em uma análise linear estática.

Com essa análise, foi possível determinar os deslocamentos relativos dos pilares estudados através das considerações de 1ª ordem (Δ_{1^a}).

3.2.2 Análise não linear pelo *software*

No *software*, as estruturas reais foram analisadas através da inserção das cargas reais da estrutura. A carga lateral desestabilizante (ação do vento) foi inserida para que o programa realizasse uma análise não linear estática, ou seja, considerando os efeitos de 2ª ordem. Foi configurado que o *software* dividisse a carga total de vento em 50 estágios, ou seja, a carga total foi dividida por 50 e em cada estágio o programa realizou um incremento de carga de 2 % do valor total. Dessa forma, foi possível avaliar o comportamento da estrutura em cada estágio até o seu colapso ou até que a carga total fosse atingida.

Com esse tipo de análise, foi possível determinar os deslocamentos relativos dos pilares analisados através da consideração de efeitos de 2ª ordem (Δ_{2^a}).

3.2.3 Análise não linear pelo MAES

Como dito anteriormente, o MAES se baseia na subdivisão da estrutura real em duas outras mais simples (*nt* e *lt*), logo o pilar que se deseja ser estudado deve ser o mesmo analisado em ambas subestruturas.

Dessa forma, inicialmente, foi feita uma análise linear elástica nas estruturas *nt*, impondo um apoio fictício que restringe apenas o deslocamento horizontal da estrutura que tende a ser causado pela ação lateral do vento e mantendo o carregamento da estrutura real. Nessa estrutura, foram anotados os valores de esforços normais, de flexão e da reação do apoio fictício. Além disso, o tipo de curvatura do pilar analisado foi observado (simples ou reversa).

A partir dos dados do material, da seção transversal e do comprimento do elemento analisado, foi calculado a carga crítica de flambagem (P_{cr}) pela Equação (4). Nesse cálculo, é considerado o valor real do módulo de elasticidade do aço ou o seu valor corrigido, como descrito anteriormente.

Com os dados obtidos da estrutura nt foram calculados os valores do coeficiente C_m e, posteriormente, do coeficiente B_1 , de acordo com as Equações (3) e (2), respectivamente.

Após isso, a análise linear elástica foi feita na estrutura lt . Todos os carregamentos da estrutura real foram retirados e apenas o valor da reação do apoio fictício da estrutura nt foi aplicado no mesmo ponto como uma força horizontal concentrada no sentido contrário da restrição fictícia. Nessa estrutura, foram anotados os valores dos esforços normais, de flexão e do deslocamento relativo entre a base e o topo do pilar analisado. Além disso, foram verificados o tipo de sistema que garante a estabilidade lateral da estrutura, a altura do pilar analisado e os somatórios das forças horizontais e verticais atuantes no andar considerado.

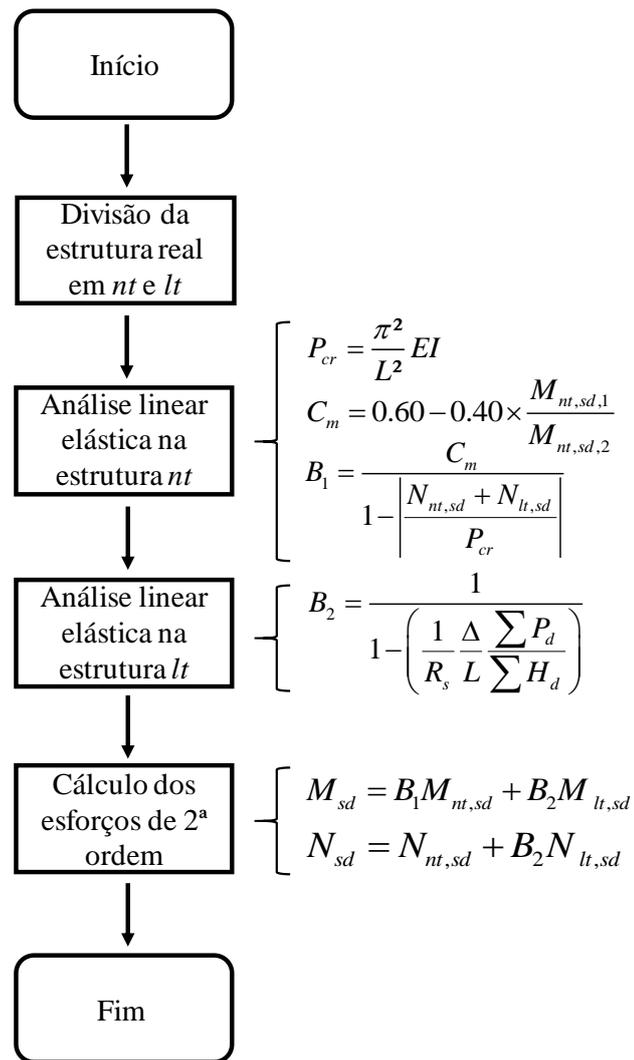
Utilizando os resultados gerados pela análise da estrutura lt , foi calculado o valor do coeficiente B_2 de acordo com a Equação (5).

Finalmente, com os valores de B_1 e B_2 obtidos, foram calculados os valores de momentos de 2ª ordem na base e no topo do pilar analisados através da Equação (6) e os valores dos esforços normais de 2ª ordem pela Equação (7). Os esforços cortantes de 2ª ordem não foram analisados, uma vez que são independentes dos coeficientes B_1 e B_2 , conforme mostra a Equação (8).

Vale ressaltar que, os valores dos esforços internos de cada estrutura nt e lt , obtidos por análises lineares elásticas, foram gerados pelo *software* estrutural.

Um fluxograma que resume e ilustra o processo descrito anteriormente é mostrado na Figura 15, a seguir.

Figura 15 – Fluxograma da análise não linear pelo MAES.



Fonte: Do Autor (2019).

Tal processo de cálculo apresentado na Figura 15 foi realizado para todas as situações de todas as estruturas estudadas.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Inicialmente, é importante realizar uma observação relativa às análises realizadas pelo *software*, constatada pelo autor durante a obtenção dos resultados que virão a seguir. Foi observada uma divergência dos resultados obtidos para as análises de 1ª ordem realizadas no *software* estrutural de referência e no programa Ftool Basic®. As diferenças dos resultados foram verificadas pela análise dos diagramas de esforços internos. Tal constatação decorre do fato de que, em *default*, o Ftool Basic® utiliza a Teoria de Euler-Bernoulli e o *software* de referência utiliza a Teoria de Timoshenko para a realização de suas análises. Em outras palavras, no caso do *software* utilizado, a matriz de rigidez dos sistemas engloba fatores de forma e a matriz de rigidez do Ftool Basic® não, causando assim, divergências de resultados para peças com pequenos comprimentos.

Para todos os resultados obtidos, vale ressaltar que, os momentos fletores e esforços axiais estão de acordo com uma convenção de sinais descrita por Martha (2017). Em momentos com sinal negativo, as fibras inferiores do elemento sofrem compressão, no caso de pilares isolados ou de pórticos, tais fibras se encontram à direita dos mesmos. Em momentos fletores positivos, as fibras comprimidas são as superiores, ou seja, à esquerda dos pilares. No caso de esforços normais, o sinal positivo representa um esforço de tração e o negativo de compressão.

4.1 Pilares isolados

Os dados de entrada dos três pilares propostos e os resultados das análises lineares elásticas em suas estruturas *nt* e *lt* são apresentados na Tabela 1, a seguir.

Tabela 1 – Dados de entrada e resultados das análises para os pilares isolados *nt* e *lt*.

<i>L</i> (m)	<i>E</i> (GPa)	<i>I</i> (m ⁴)	<i>M_{lt,sd,base}</i> (kNm)	<i>N_{nt,sd}</i> (kN)	ΣP_{sd} (kN)	ΣH_{sd} (kN)
1.50	200	1.96E-04	-150.000	-2611.000	2611.000	100.000
2.80	160	1.96E-04	-280.000	-2611.000	2611.000	100.000
3.65	160	1.96E-04	-365.000	-2611.000	2611.000	100.000

Fonte: Do autor (2019).

Os valores do módulo de elasticidade, contidos na Tabela 1, do aço foram tomados através da consideração da NBR 8800 (ABNT, 2008) da redução de 20 % do valor real de tal propriedade nos casos de média e grande deslocabilidade. Já os valores do momento de inércia

da seção transversal foram relativos ao perfil HP 310 x 93 (obtido pelo processo de pré-dimensionamento).

O termo $N_{lt,sd}$ da Equação (2), para essas análises tem valor igual a 0, visto que na estrutura lt não há presença de cargas axiais no pilar.

Os valores do momento fletor atuante na base do pilar lt ($M_{lt,sd,base}$) e do esforço axial atuante no pilar nt ($N_{nt,sd}$), de acordo com a Tabela 1, foram obtidos por análises lineares nas respectivas estruturas pelo *software*. Os momentos fletores do topo dos pilares analisados têm valores iguais a 0, logo não são amplificados nem analisados neste trabalho.

Como só há uma carga gravitacional atuante no pilar e apenas uma reação de apoio fictício aplicada nele, os valores de ΣP_{sd} e ΣH_{sd} da Tabela 1 correspondem exatamente a tais cargas, respectivamente.

Os termos $M_{nt,sd,1}$ e $M_{nt,sd,2}$ da Equação (3) têm valor igual a 0, já que, nesses casos, não há momentos fletores solicitando a estrutura nt (as cargas pontuais são totalmente absorvidas pelo apoio fictício). Dessa forma, os valores de C_m para todos os pilares foram tomados iguais a 0.60, de acordo com a Equação (3). No caso dos pilares nt analisados, as curvaturas foram simples (apenas momento fletor negativo), como esperado para o caso de pilares engastados-livres solicitados por uma carga horizontal aplicada em seu topo.

O valor do coeficiente de correção R_s foi tomado como 0.85, devido ao fato de que a estabilidade lateral de um pilar isolado é garantida apenas por sua rigidez.

Dadas tais considerações, parte dos resultados obtidos pelas análises do MAES e do *software* é mostrada na Tabela 2, a seguir.

Tabela 2 – Resultados obtidos para a análise dos pilares isolados.

L (m)	P_{cr} (kN)	B_1	B_2	Δ_{1^a} (mm)	Δ_{2^a} (mm)	$\Delta_{2^a}/\Delta_{1^a}$	Classificação deslocabilidade
1.50	171905.731	1.000	1.060	3.271	3.490	1.067	Pequena
2.80	39468.052	1.000	1.292	24.259	33.111	1.365	Média
3.65	23224.641	1.000	1.608	52.898	96.292	1.820	Grande

Fonte: Do autor (2019).

É possível observar, pela Tabela 2, que a carga crítica de flambagem (P_{cr}) diminui consideravelmente quando o comprimento da peça é aumentado (redução quadrática) conforme mostra a Equação (4).

Para obter os valores dos coeficientes B_1 e B_2 , foram utilizadas as Equações (2) e (5), respectivamente.

Como mostrado na Tabela 2, todos os valores de B_1 foram tomados como 1, uma vez que, pela Equação (2), tais valores foram inferiores a 1. Isso mostra que, para os casos dos pilares isolados analisados, os efeitos locais de 2ª ordem não são consideráveis ao ponto de amplificar a sollicitação de flexão.

De acordo com a Tabela 2, com o aumento do comprimento do pilar, maior será o coeficiente B_2 . Tal fato mostra que, para uma estrutura, ao se aumentar a sua altura, os momentos fletores de 2ª ordem são amplificados de forma mais representativa. Isso pode ser explicado pelo fato de que as cargas horizontais desestabilizadoras do vento aumentam sua intensidade com a altura da estrutura (mínima na base e máxima no topo) e conseqüentemente a distância (braço de alavanca) entre o centro de aplicação de tais cargas e a base da estrutura também aumenta. Assim, com o aumento das forças e dos braços de alavanca, há um aumento das sollicitações de momento fletor.

Os valores dos deslocamentos relativos do pilar em uma análise de 1ª ordem (Δ_1^a) e em uma análise de 2ª ordem (Δ_2^a) mostrados na Tabela 2 foram obtidos através do *software* de referência. Tais valores aumentam à medida que o comprimento do pilar aumenta, uma vez que o momento fletor atuante também é aumentado. Para o caso de um pilar isolado o valor de Δ da Equação (5) é igual ao valor de Δ_1^a .

Através da relação entre o deslocamento relativo dos pilares em uma análise de 1ª ordem e em uma análise de 2ª ordem, é possível observar na Tabela 2 que os comprimentos 1.50 m, 2.80 m e 3.65 m se relacionam a pilares W 310 x 93 (com as mesmas cargas aplicadas) de pequena, média e grande deslocabilidade, respectivamente. Tal classificação é observada nos itens 4.9.4.2, 4.9.4.3 e 4.9.4.4 da NBR 8800 (ABNT, 2008) e foi descrita anteriormente no item 2.3 deste trabalho.

Os momentos fletores obtidos da análise de efeitos de 2ª ordem dos pilares, realizada através do MAES e pelo método computacional do *software* de referência, são apresentados na Tabela 3, a seguir.

Tabela 3 – Comparação dos momentos fletores de 2ª ordem para os pilares isolados.

L (m)	$M_{sd,MAES,base}$ (kNm)	$M_{sd,REF,base}$ (kNm)	ER (%)
1.50	-160.765	-159.122	1.032
2.80	-381.547	-366.554	4.090
3.65	-657.889	-616.626	6.917

Fonte: Do Autor (2019).

É possível verificar pela Tabela 3 que os valores dos momentos fletores de 2ª ordem nas bases dos pilares obtidos pelo MAES com a Equação (6) ($M_{sd,MAES,base}$) são maiores que os valores de momentos fletores de 2ª ordem obtidos pela análise computacional do *software* de referência ($M_{sd,REF,base}$) em todos os casos. Assim, pode-se constatar que o MAES, no caso dos pilares isolados, se comportou a favor da segurança, uma vez que ele superestimou as solicitações de flexão. Ainda observando a Tabela 3, fica evidente a perda de precisão do MAES da NBR 8800 (ABNT, 2008) conforme o grau de deslocabilidade da estrutura aumenta, através da comparação dos erros relativos (ER) para cada comprimento.

Na Tabela 4, a seguir, são apresentados os resultados das análises dos esforços axiais para os casos dos pilares isolados.

Tabela 4 – Comparação dos esforços axiais de 2ª ordem para os pilares isolados.

L (m)	$N_{sd,MAES}$ (kN)	$N_{sd,REF}$ (kN)	ER (%)
1.50	-2611.000	-2610.760	0.009
2.80	-2611.000	-2609.620	0.053
3.65	-2611.000	-2607.340	0.140

Fonte: Do Autor (2019).

Pela Tabela 4, é possível observar que, em todos os casos, o esforço axial obtido pelo MAES ($N_{sd,MAES}$) foi maior, em módulo, que o esforço axial obtido pela análise computacional de referência ($N_{sd,REF}$). Isso mostra que, nesse caso, o MAES é um método que se comporta à favor da segurança. Os valores de $N_{sd,MAES}$ foram obtidos pela Equação (7).

Além disso, pela Tabela 4, verifica-se que à medida que o comprimento do pilar aumenta, mais elevados são os erros relativos (ER) entre os métodos estudados. Isso mostra que o MAES perde precisão na análise dos esforços axiais conforme o comprimento dos pilares isolados e suas deslocabilidades aumentam.

Como descreveram Pfeil e Pfeil (2009), o valor do coeficiente de B_2 também pode ser calculado pela divisão de Δ_{2^a} por Δ_{1^a} . Dessa forma, é possível estabelecer uma comparação entre o valor de B_2 calculado pela Equação (5) e calculado pela divisão dos deslocamentos relativos de 1ª e 2ª ordem, como é mostrado na Tabela 5, a seguir.

Tabela 5 – Comparação dos valores de B_2 para os pilares isolados.

L (m)	Classificação deslocabilidade	B_2	Δ_2/Δ_1^a	ER (%)
1.50	Pequena	1.060	1.067	0.656
2.80	Média	1.292	1.365	5.348
3.65	Grande	1.608	1.820	11.648

Fonte: Do autor (2019).

É possível observar, pela Tabela 5, que o erro relativo (ER) entre as duas formas de obtenção de B_2 aumenta à medida que o grau de deslocabilidade da estrutura aumenta. Em outras palavras, como verificado para a comparação da Tabela 2, o MAES perde precisão com o aumento da deslocabilidade.

4.2 Pórticos

Os dados de entrada dos três pórticos e os resultados das análises lineares elásticas em seus pilares da esquerda, considerando suas estruturas nt e lt são apresentados, a seguir, na Tabela 6.

Tabela 6 – Dados de entrada e resultados das análises para os pórticos nt e lt .

L (m)	E (GPa)	I (m ⁴)	$M_{nt,sd,base}$ (kNm)	$M_{nt,sd,topo}$ (kNm)	$N_{nt,sd}$ (kN)	$M_{lt,sd,base}$ (kNm)	$M_{lt,sd,topo}$ (kNm)	$N_{lt,sd}$ (kN)
1.50	200	1.96E-04	-36.016	4.125	-2610.000	-102.355	17.654	6.060
2.80	160	1.96E-04	-13.655	2.636	-2610.370	-210.431	56.998	19.120
4.00	160	1.96E-04	-7.254	1.835	-2610.560	-292.140	100.768	33.680

Fonte: Do Autor (2019).

Na Tabela 6, os módulos de elasticidade do aço (E) foram determinados considerando seus valores reais ou corrigidos, como realizado para os pilares. Foi utilizado o perfil HP 310 x 93 para os pilares e para as vigas o perfil W 200 x 52.

Os valores de todos os esforços internos das estruturas nt e lt mostrados na Tabela 6 foram obtidos através de análises lineares elásticas realizadas pelo *software* estrutural.

As curvaturas dos pilares analisados dos pórticos nt foram reversas, ou seja, ao longo de seus comprimentos, havia mudança do sinal do momento fletor atuante ($M_{nt,sd,base}$ é negativo e $M_{nt,sd,topo}$ é positivo), como observado na Tabela 6. Dessa forma, a razão $M_{nt,sd,1}/M_{nt,sd,2}$ da

Equação (3) foi tomada como negativa e os valores do menor e do maior momento fletor atuantes foram considerados em módulo ($M_{nt,sd,1} = M_{nt,sd,topo}$ e $M_{nt,sd,2} = M_{nt,sd,base}$).

Os valores dos somatórios de cargas ΣP_{sd} e ΣH_{sd} para os pórticos analisados são mostrados na Tabela 7. Nessa mesma tabela, os valores de ΣP_{sd} foram obtidos através a soma das duas cargas pontuais verticais atuantes, uma em cada pilar e, os valores de ΣH_{sd} são as forças pontuais horizontais aplicadas no topo do pilar direito dos pórticos com os mesmos valores das reações do apoio fictício das estruturas *nt* mas com sentido contrário.

Tabela 7 – Valores dos somatórios ΣP_{sd} e ΣH_{sd} para os pórticos.

L (m)	ΣP_{sd} (kN)	ΣH_{sd} (kN)
1.50	5222.000	171.630
2.80	5222.000	193.590
4.00	5222.000	197.440

Fonte: Do Autor (2019).

Os valores do coeficiente de correção R_s foram tomados iguais a 0.85, visto que nesses casos, o sistema de contraventamento é realizado por um pórtico.

Levando em conta tais considerações, parte dos resultados obtidos pelas análises do MAES e do *software* é mostrada, a seguir, na Tabela 8.

Tabela 8 – Resultados obtidos para a análise dos pórticos.

L (m)	P_{cr} (kN)	C_m	B_1	B_2	Δ (mm)	Δ_{1^a} (mm)	Δ_{2^a} (mm)	$\Delta_{2^a}/\Delta_{1^a}$	Classificação deslocabilidade
1.50	171905.730	0.554	1.000	1.065	2.540	2.966	3.122	1.053	Pequena
2.80	39468.050	0.522	1.000	1.235	16.800	17.359	21.164	1.219	Média
4.00	19339.350	0.499	1.000	1.508	43.290	43.856	64.864	1.479	Grande

Fonte: Do Autor (2019).

É possível observar pela Tabela 8 que as cargas críticas de flambagem foram reduzidas conforme a altura dos pórticos aumentou, uma vez que a esbeltez da estrutura aumenta conforme aumenta sua altura, logo ela fica mais sujeita a efeitos de instabilidade (flambagem).

Os efeitos locais de 2ª ordem não são significantes nos pórticos analisados de acordo com a Tabela 8, visto que, para todos os casos, os valores de B_1 calculados foram iguais a 1, ou seja, não há amplificação das solicitações de flexão da estrutura *nt*.

Segundo a Tabela 8, igualmente para os casos dos pilares isolados analisados, para os pórticos, os valores de B_2 também aumentam com o aumento da altura da estrutura, conforme explicado anteriormente.

Na Tabela 8, é possível observar que os valores de Δ e Δ_{1^a} não são mais iguais como aconteceu nos casos dos pilares isolados, uma vez que, agora, as cargas relacionadas às reações dos apoios fictícios são aplicadas no topo dos pilares direitos, os quais não recebem a solicitação horizontal real. Além disso, para os pórticos, a carga da reação do apoio fictício não tem o mesmo valor da solicitação real, devido à absorção de parte desse esforço pela viga que une os pilares através de deformações e pela rigidez à flexão dos pilares do pórtico. No caso dos pilares isolados, eles recebiam as cargas reais e neles mesmos eram aplicadas as cargas relacionadas às reações de apoio da estrutura nt , que tinham o mesmo valor da solicitação real. Em outras palavras, para pórticos, a análise linear elástica feita na estrutura real não gera valores de deslocamentos relativos iguais aos obtidos pela análise linear elástica realizada na estrutura lt , pois essas estruturas têm comportamentos diferentes nas duas situações. Vale ressaltar que os maiores deslocamentos relativos nos pórticos lt se situam em seus respectivos pilares direitos, nos quais a carga da reação do apoio fictício foi aplicada.

Ainda observando a Tabela 8, é notável que todos os deslocamentos relativos obtidos aumentam conforme a altura do pórtico aumenta, igualmente para os casos dos pilares isolados, conforme já explicado anteriormente.

As solicitações de flexão obtidas da análise dos efeitos de 2ª ordem, realizada através do MAES e pelo método computacional do *software* de referência, para os pilares esquerdos dos pórticos são apresentados, a seguir, na Tabela 9.

Tabela 9 – Comparação dos momentos fletores de 2ª ordem para os pórticos.

L (m)	$M_{sd,MAES,base}$ (kNm)	$M_{sd,REF,base}$ (kNm)	$M_{sd,MAES,topo}$ (kNm)	$M_{sd,REF,topo}$ (kNm)	ER_{base} (%)	ER_{topo} (%)
1.50	-144.990	-144.759	22.921	22.963	0.159	0.182
2.80	-273.584	-265.061	73.041	73.193	3.215	0.208
4.00	-447.743	-417.520	153.765	153.624	7.239	0.092

Fonte: Do Autor (2019).

É possível observar, pela Tabela 9, que os momentos fletores negativos nas bases dos pilares analisados pelo MAES ($M_{sd,MAES,base}$), em módulo, são maiores que os respectivos momentos fletores obtidos pelo *software* estrutural de referência ($M_{sd,REF,base}$). Isso mostra, que

para tais momentos fletores, o MAES é um método a favor da segurança, igualmente para os casos dos pilares isolados.

No caso dos momentos fletores positivos no topo dos pilares analisados, como é possível verificar na Tabela 9, o MAES ($M_{sd,MAES,topo}$) apresenta comportamento não previsível em relação ao *software* de referência ($M_{sd,REF,topo}$). Tal constatação se deve ao fato de que, nos pilares com 1.50 m e 2.80 m, o MAES gerou resultados com valores menores que os resultados do *software*, ou seja, contra a segurança e, para o pilar de 4.00 m, o MAES se comportou a favor da segurança em relação à referência. Isso ressalta a necessidade de estudar-se cada caso de forma cuidadosa quando as análises são de 2ª ordem, visto que, os resultados podem não seguir uma tendência de comportamento.

Ainda observando a Tabela 9, é perceptível que os erros relativos dos momentos nas bases dos pilares (ER_{base}) aumentam conforme o grau de deslocabilidade aumenta, significando assim uma perda de precisão do MAES ao passo que a deslocabilidade da estrutura se eleva. No caso dos momentos positivos no topo dos pilares, o erro relativo (ER_{topo}) aumenta entre os pilares de 1.50 m e 2.80 m e depois diminui seu valor para o caso do pilar de 4.00 m, o que é contrário ao esperado, baseado nos resultados obtidos para os momentos fletores negativos.

A seguir, na Tabela 10, são apresentados os resultados para os esforços axiais dos pilares analisados dos pórticos.

Tabela 10 – Comparação dos esforços axiais de 2ª ordem para os pórticos.

<i>L</i> (m)	<i>N_{sd,MAES}</i> (kN)	<i>N_{sd,REF}</i> (kN)	<i>ER</i> (%)
1.50	-2603.551	-2603.316	0.009
2.80	-2586.752	-2585.881	0.034
4.00	-2559.777	-2557.871	0.075

Fonte: Do Autor (2019).

É possível verificar, pela Tabela 10, que em todos os casos, os valores de $N_{sd,MAES}$ foram, em módulo, maiores que os valores de $N_{sd,REF}$. Tal fato reforça o resultado obtido pela mesma análise para os pilares isolados, ou seja, o MAES é um método a favor da segurança para análises de esforços axiais de 2ª ordem.

Além disso, pela Tabela 10, observa-se que os erros relativos (ER) entre o MAES e o método computacional do *software* de referência aumentam à medida que o comprimento dos

pilares dos pórticos aumenta. Ou seja, nesse caso também houve perda de precisão do MAES conforme o grau de deslocabilidade da estrutura aumenta.

Assim como realizado para os pilares isolados, uma comparação entre os valores de B_2 obtidos pela Equação (5) e pela razão dos deslocamentos relativos de 2ª e 1ª ordem foi realizada e os resultados são mostrados na Tabela 11.

Tabela 11 – Comparação dos valores de B_2 para os pórticos.

L (m)	Classificação deslocabilidade	B_2	$\Delta_{2^a}/\Delta_{1^a}$	ER (%)
1.50	Pequena	1.065	1.053	1.140
2.80	Média	1.235	1.219	1.328
4.00	Grande	1.508	1.479	1.961

Fonte: Do Autor (2019).

A partir da Tabela 11, é possível verificar que o erro relativo (ER) entre as duas maneiras de calcular o coeficiente B_2 aumenta conforme o grau de deslocabilidade aumenta. Semelhantemente ao constatado para os pilares isolados, para os pórticos analisados, nesse ponto, há uma perda de precisão do MAES em relação aos valores de referência do *software* utilizado com o aumento da deslocabilidade lateral da estrutura.

4.3 Estrutura 3D

Os dados de entrada dos pilares analisados do pórtico representativo da estrutura 3D e os resultados das análises lineares elásticas nas estruturas nt e lt , são apresentados na Tabela 12, a seguir.

Tabela 12 – Dados de entrada e resultados das análises para o pórtico representativo nt e lt .

$Pilar$	E (GPa)	I (m ⁴)	$M_{nt,sd,base}$ (kNm)	$M_{nt,sd,topo}$ (kNm)	$N_{nt,sd}$ (kN)	$M_{lt,sd,base}$ (kNm)	$M_{lt,sd,topo}$ (kNm)	$N_{lt,sd}$ (kN)
TE	160	7.74E-05	-5.547	-13.504	-1507.968	-71.849	30.164	-124.993
UP	160	7.74E-05	25.204	-29.157	-186.372	-1.292	7.108	-0.100

Fonte: Do Autor (2019).

Inicialmente, a nomenclatura TE e UP, da Tabela 12, indica o pilar do térreo e do último pavimento, respectivamente, ambos com comprimento igual a 3.65 m.

Na Tabela 12, os módulos de elasticidade do aço foram assumidos com valores corrigidos, visto que foi verificado que, ambos os pilares apresentaram média ou grande deslocabilidade, como será mostrado a seguir. Foi utilizado o perfil HP 310 x 110 para os pilares e para as vigas o perfil W 310 x 21, ambos obtidos pelo dimensionamento da estrutura 3D.

Os valores dos esforços internos das estruturas *nt* e *lt* apresentados na Tabela 12 foram obtidos através de análises lineares elásticas realizadas pelo *software*.

Todos os pilares da estrutura *nt* analisados, nesse caso, apresentaram curvatura reversa. Assim, a razão $M_{nt,sd,1}/M_{nt,sd,2}$ da Equação (3) foi negativa e os valores do menor e do maior momento fletor atuantes foram considerados em módulo, igualmente ao que foi realizado no item 4.2.

Os valores de ΣP_{sd} e ΣH_{sd} dos pilares analisados para o pórtico representativo foram determinados em um processo semelhante ao exposto no item 4.2 e são mostrados na Tabela 13, a seguir.

Tabela 13 – Valores dos somatórios ΣP_{sd} e ΣH_{sd} para o pórtico representativo.

<i>Pilar</i>	ΣP_{sd} (kN)	ΣH_{sd} (kN)
TE	8589.660	205.581
UP	1055.157	16.931

Fonte: Do Autor (2019).

Através da Tabela 13, é possível observar que os somatórios de cargas para o pilar do térreo (TE) são maiores que para o pilar do último pavimento (UP). Isso ocorreu devido ao fato de que, para o pilar do térreo, foram somadas as cargas de todos os pavimentos acima dele, já para o pilar do último pavimento, apenas a carga atuante na cobertura é levada em conta.

Igualmente ao item 4.2, o coeficiente de correção, R_s , foi tomado como 0.85, já que o sistema de contraventamento também é realizado por um pórtico.

Parte dos resultados obtidos pelas análises do MAES e do *software* estrutural de referência é mostrada, a seguir, na Tabela 14.

Tabela 14 – Resultados obtidos para a análise do pórtico representativo.

<i>Pilar</i>	P_{cr} (kN)	C_m	B_1	B_2	Δ (mm)	Δ_{1^a} (mm)	Δ_{2^a} (mm)	$\Delta_{2^a}/\Delta_{1^a}$	Classificação deslocabilidade
TE	9171.957	0.436	1.000	1.383	20.569	20.847	29.892	1.434	Grande
UP	9171.957	0.254	1.000	1.121	5.384	5.419	6.466	1.193	Média

Fonte: Do Autor (2019).

As cargas críticas de flambagem para os pilares são iguais, segundo a Tabela 14, uma vez que eles possuem iguais comprimentos reais, momentos de inércia e módulos de elasticidade. É interessante observar que o valor de P_{cr} dos pilares é relativamente pequeno, visto que, os pilares, como dito anteriormente, são fletidos pela carga lateral de vento em torno de seus eixos de menor inércia.

Como mostra a Tabela 14, os efeitos locais de 2ª ordem não são significantes para os pilares analisados do pórtico representativo, uma vez que, todos os valores de B_1 foram tomados como 1.

Segundo a Tabela 14, o valor de B_2 para o pilar do térreo (grande deslocabilidade) foi maior que para o pilar do último pavimento (média deslocabilidade). Isso pode ser explicado pelo fato de que os momentos fletores atuantes têm maior intensidade na base dos edifícios, logo, nessa região, há uma sensibilidade maior aos deslocamentos horizontais relativos, causando aumento dos efeitos de 2ª ordem. Tal sensibilidade também é mostrada na Tabela 14 através dos valores de Δ , Δ_1^a e Δ_2^a , visto que, tais variáveis possuíram valores significativamente maiores na base do que no topo do pórtico.

Os momentos fletores obtidos da análise de efeitos de 2ª ordem, realizada através do MAES e pelo método computacional, para os pilares do pórtico representativo são apresentados na Tabela 15, a seguir.

Tabela 15 – Comparação dos momentos fletores de 2ª ordem para o pórtico representativo.

<i>Pilar</i>	$M_{sd,MAES,base}$ (kNm)	$M_{sd,REF,base}$ (kNm)	$M_{sd,MAES,topo}$ (kNm)	$M_{sd,REF,topo}$ (kNm)	ER_{base} (%)	ER_{topo} (%)
TE	-93.830	-88.369	28.217	28.872	6.180	2.269
UP	24.126	23.756	-21.149	-21.187	1.558	0.179

Fonte: Do Autor (2019).

De acordo com a Tabela 15, o MAES, para os casos analisados, se comportou de forma imprevisível, uma vez que, ora foi a favor e ora foi contra a segurança.

Além disso, conforme a Tabela 15, é possível verificar que os erros relativos (ER) do pilar do último pavimento foram menores que os erros relativos correspondentes do pilar do térreo. Em outras palavras, nesse caso, também, o MAES perdeu precisão com o aumento do grau de deslocabilidade da estrutura. A maior significância dos erros relativos do pilar do térreo também pode ser explicada pela maior sensibilidade das bases dos edifícios aos deslocamentos laterais relativos a momentos fletores mais intensos.

Na Tabela 16, a seguir, são apresentados os resultados para os esforços axiais dos pilares analisados do pórtico representativo da estrutura 3D.

Tabela 16 – Comparação dos esforços axiais de 2ª ordem para o pórtico representativo.

Pilar	$N_{Sd,MAES}$ (kN)	$N_{Sd,REF}$ (kN)	ER (%)
TE	-1680.851	-1675.805	0.301
UP	-191.217	-190.984	0.122

Fonte: Do Autor (2019).

Pela Tabela 16, verifica-se que o MAES se comportou a favor da segurança em ambos os pilares, uma vez que, em módulo, os esforços axiais obtidos por esse método foram maiores que os obtidos pelo *software* de referência.

Além disso, observando a Tabela 16, verifica-se que o erro relativo (ER) para o pilar do último pavimento (UP) é menor que erro relativo para o pilar do térreo (TE), indicando, mais uma vez, uma perda de precisão do MAES conforme a deslocabilidade da estrutura aumenta.

A mesma comparação entre as formulações de cálculo de B_2 , realizada para os pilares isolados e para os pórticos 2D, foi desenvolvida para os pilares do pórtico representativo e os resultados são apresentados na Tabela 17, a seguir.

Tabela 17 – Comparação dos valores de B_2 para o pórtico representativo.

Pilar	Classificação deslocabilidade	B_2	Δ_2/Δ_1^a	ER (%)
TE	Grande	1.383	1.434	3.556
UP	Média	1.121	1.193	6.035

Fonte: Do Autor (2019).

Analisando a Tabela 17, inicialmente, é interessante ressaltar que pela análise do MAES o pilar do térreo poderia não mais ser considerado de grande deslocabilidade, uma vez que o valor de B_2 por esse método foi inferior a 1.4. Além disso, contrariamente ao esperado devido aos resultados dos pilares isolados e pórticos, o erro relativo (ER) para o pilar com maior deslocabilidade (TE) foi menor que o erro relativo para o pilar com menor deslocabilidade (UP). Isso mostra, mais uma vez, que o MAES, embora possa ter resultados previsíveis em alguns casos, em outros se comporta de maneira incerta, mostrando a importância do estudo cuidadoso de cada caso analisado.

5 CONCLUSÃO

Ao final deste trabalho foi possível realizar um estudo profundo dos efeitos de 2ª ordem em três diferentes casos para três diferentes estruturas, abrangendo todos os graus de deslocabilidade em estruturas de complexidades variadas. Além disso, foram feitas diversas comparações entre resultados obtidos pela análise do MAES e pela análise computacional do *software* estrutural, dessa forma, foi possível determinar em quais casos o MAES perde precisão. Com tais comparações, foi possível encontrar uma relação, na maioria dos casos, na qual o MAES perde precisão à medida que o grau de deslocabilidade da estrutura aumenta. Entretanto, algumas verificações levaram a conclusão de que o MAES pode ser imprevisível. O MAES se comporta a favor da segurança em certos casos (podendo superdimensionar a estrutura e indo contra a viabilidade econômica) e contra a segurança em outros (podendo significar solicitações menores que as reais, implicando, assim, em erros de projeto e em riscos aos ocupantes da estrutura), sendo necessário, assim, maiores cuidados por parte dos projetistas de estruturas de aço. Não obstante, foi criado um passo a passo (base teórica e procedimento prático) da execução de análises de 2ª ordem pelo MAES para diferentes estruturas. Por fim, com os resultados do presente trabalho, uma base de consulta para estudantes e profissionais foi feita, de forma a expor casos que merecem uma maior atenção em relação aos efeitos de 2ª ordem devido à perda de precisão do MAES.

5.1 Sugestões para trabalhos futuros

Ao final deste trabalho, foi observado que alguns pontos relevantes nas análises de 2ª ordem em estruturas de aço ainda podem ser estudados em trabalhos futuros, eles são:

- avaliação dos efeitos de 2ª ordem em estruturas de *steel-frame*, executando as mesmas análises realizadas neste trabalho para fins de comparação do comportamento dos dois sistemas construtivos para os efeitos de 2ª ordem;
- avaliação dos efeitos de 2ª ordem em estruturas mistas de aço e concreto armado, através da execução das mesmas análises realizadas neste trabalho de forma a comparar o comportamento de tais sistemas construtivos em relação aos efeitos de 2ª ordem;
- execução da avaliação dos efeitos de 2ª ordem com a mesmas análises realizadas neste trabalho utilizando as considerações dos deslocamentos iniciais e forças nocionais

previstas na NBR 8800 (ABNT, 2008) e descritas no item 2.6 deste trabalho, para fins de comparação dos resultados;

- avaliação de mais fatores que geram imprecisões no MAES, através da variação dos valores de todos os parâmetros possíveis das equações descritas no item 2.6 deste trabalho;
- proposição de melhorias na metodologia do MAES, através do estudo dos parâmetros que geram mais imprecisões no método.

REFERÊNCIAS

AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION. **AISC/LRFD**: *Load and resistance factor design specification for steel buildings*. Chicago, 1999.

_____. **AISC 360-10**: *Specification for structural steel buildings*. Chicago, 2010.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto - Procedimento. Rio de Janeiro, 2004.

_____. **NBR 6120**: Cargas para o cálculo de estruturas de edificações. Rio de Janeiro, 1980 (em revisão).

_____. **NBR 6123**: Forças devidas ao vento em edificações. Rio de Janeiro, 1988.

_____. **NBR 8681**: Ações e seguranças nas estruturas - Procedimento. Rio de Janeiro, 2003.

_____. **NBR 8800**: Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios. Rio de Janeiro, 2008.

_____. **NBR 8800**: Projeto e execução de estruturas de aço em edifícios. Rio de Janeiro, 1986.

BASTOS, A. M. C. Q. **Análise do efeito da deslocabilidade lateral em edifício de andares múltiplos em estrutura mista de aço e concreto**. 2014. 76 p. Projeto de Graduação (Bacharelado em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2012.

BATTINI, J. M. *Co-rotational beam elements in instability problems*. 2002. 180 p. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Royal Institute of Technology, Estocolmo, 2002.

CAMARGO, R. E. M. **Contribuição ao estudo da estabilidade de edifícios de andares múltiplos em aço**. 2012. 312 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos (USP), São Carlos, 2012.

COMITÉ EURO-INTERNACIONAL DU BETÓN. **CEB 124/125E**: *Common unified rules for different types of construction and material*. Lausana, 1978.

CRISFIELD, M. A. *Non-linear Finite Element Analysis of Solids and Structures*. 1. ed. Nova Iorque: John Wiley & Sons Inc., 1993. 1 v.

FAKURY, R. H.; SILVA, A. L. R. de C. e.; CALDAS, R. B. **Dimensionamento de elementos estruturais de aço e mistos de aço e concreto**. 1. ed. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2016.

LAVALL, A. C. C. **Uma formulação teórica consistente para a análise não-linear de pórticos planos pelo Método dos Elementos Finitos considerando barras com imperfeições iniciais e tensões residuais nas seções transversais**. 1996. 265 p. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos (USP), São Carlos, 1996.

LEMES, Í. J. M. **Estudo numérico avançado de estruturas de aço, concreto e mistas**. 2018. 177 p. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2018.

MARTHA, L. F. **Análise de estruturas: conceitos e métodos básicos**. 2. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2017.

OLIVEIRA, D. M. de. **Estudo dos processos aproximados utilizados para a consideração das não-linearidades física e geométrica na análise global das estruturas de concreto armado**. 2007. 297 p. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2007.

PFEIL, W.; PFEIL, M. **Estruturas de aço: dimensionamento prático**. 8. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2009.

PINHEIRO, L. M. **Fundamentos do concreto e projeto de edifícios**. São Carlos, 2007.

SANTANA, M. V. B. **Desenvolvimento de sistema computacional via MATLAB/GUI (*Graphical User Interface*) para análise geometricamente não linear de estruturas**. 2015. 120 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2015.

SILVA, J. L. **Formulações corrotacionais 2D para análise geometricamente não linear de estruturas reticuladas**. 2016. 115 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2016.

SILVA, R. G. L. da. **Avaliação dos efeitos de 2ª ordem em edifícios de aço utilizando métodos aproximados e análise rigorosa**. 2004. 140 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2004.

TANG, Y. Q.; ZHOU, Z. H.; CHAN, S. L. *Nonlinear beam-column element under consistent deformation*. **International Journal of Structural Stability and Dynamics**, Singapura, v. 15, n. 5, 2015.

VELLASCO, P. C. G. da S. et al. **Modelagem de estruturas de aço e mistas**. 1. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2014.

APÊNDICE A – Flambagem em peças perfeitas

Carga crítica de flambagem

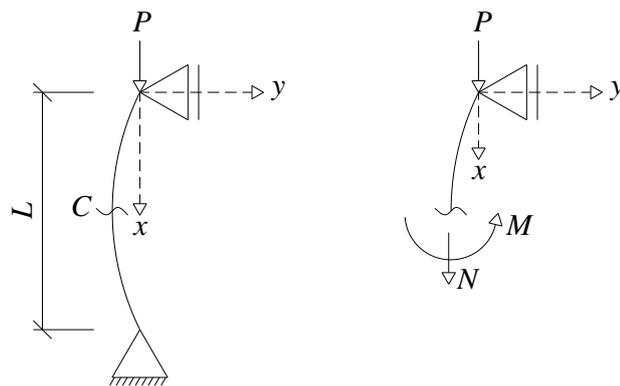
Considera-se, inicialmente, o elemento ideal perfeitamente retilíneo antes da aplicação da carga, feito em material homogêneo e isotrópico, com comportamento linear-elástico e carga de compressão centrada.

O fato de a estrutura fletir quando comprimida indaga para o sistema estar sob flexão. Assim, considera-se a forma deformada pela linha elástica:

$$M = -EI \frac{d^2 y}{dx^2} \quad (\text{A.1})$$

onde E é o módulo de deformação longitudinal ou módulo de elasticidade do material do elemento, I é o momento de inércia da sua seção transversal, EI é a rigidez à flexão da peça e, considerando o sentido horário como positivo, M é o momento fletor interno, ilustrado na Figura A.1.

Figura A.1 - Elemento perfeito deformado e diagrama de corpo livre.



Fonte: Do autor (2019).

Na Figura A.1, L é o comprimento efetivo do elemento, P é a carga axial aplicada no topo do elemento e N é reação interna vertical da peça. Fazendo o somatório de momento na seção C do elemento, tem-se:

$$\begin{aligned} \sum M_z^c &= 0 \\ Py - M &= 0 \rightarrow M = Py \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

substituindo (A.2) em (A.1), chega-se a:

$$-EI \frac{d^2 y}{dx^2} = Py \rightarrow \frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{Py}{EI} \rightarrow \frac{d^2 y}{dx^2} + \left(\frac{P}{EI}\right)y = 0 \quad (\text{A.3})$$

é possível verificar que tal equação diferencial é homogênea de segunda ordem com coeficientes constantes ($y'' - \mu^2 y = 0$), com solução geral:

$$y = C_1 \text{sen}(\mu.x) + C_2 \text{cos}(\mu.x) \quad (\text{A.4})$$

em que $\mu = \sqrt{P/(EI)}$. As constantes C_1 e C_2 são obtidas usando as condições de contorno:

$$\begin{aligned} y = 0; x = 0 &\rightarrow 0 = C_1 \times 0 + C_2 \text{cos}(0) \rightarrow C_2 = 0 \\ y = 0; x = L &\rightarrow 0 = C_1 \text{sen}\left(\sqrt{\frac{P}{EI}}L\right) \rightarrow C_1 = 0 \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

a solução aceitável parte de:

$$\text{sen}\left(\sqrt{\frac{P}{EI}}L\right) = 0 \rightarrow \sqrt{\frac{P}{EI}}L = n\pi \rightarrow P = \frac{n^2\pi^2}{L^2}EI \rightarrow n = 1, 2, 3... \quad (\text{A.6})$$

por fim, a carga crítica de flambagem (Carga de Euler) é o menor dos valores de P ($n=1$), ou seja:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2}{L^2}EI \quad (\text{A.7})$$

onde P_{cr} é a máxima carga que pode ser aplicada a um elemento sem que ele sofra flambagem. Generalizando para outras condições de contorno, chega-se em:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2}{(kL)^2} EI \quad (\text{A.8})$$

onde k é chamado de coeficiente de flambagem por flexão.

Com isso, definem-se as formas de equilíbrio:

$$P < P_{cr} \rightarrow \textit{estável}$$

$$P = P_{cr} \rightarrow \textit{neutro}$$

$$P > P_{cr} \rightarrow \textit{instável}$$

dessa forma, a peça só sofrerá flambagem quando alcançar o equilíbrio instável.

Tensão crítica de flambagem

Da Equação (A.8), pode-se dividir os dois lados dela por A (área da seção transversal da peça) e chegar na tensão crítica de flambagem:

$$\frac{P_{cr}}{A} = \frac{\pi^2 EI}{(kL)^2} \frac{1}{A} \rightarrow \sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{(kL)^2} \left(\sqrt{\frac{I}{A}} \right)^2 \rightarrow \sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{(kL)^2 / r^2} \quad (\text{A.9})$$

onde r é o raio de giração da seção transversal, dado por:

$$r = \sqrt{\frac{I}{A}} \quad (\text{A.10})$$

e o índice de esbeltez (λ) da peça é dado por:

$$\lambda = \frac{kL}{r} \quad (\text{A.11})$$

sendo kL o comprimento efetivo de flambagem da peça.

Assim, a tensão crítica de flambagem (σ_{cr}) pode ser dada por:

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \quad (\text{A.12})$$

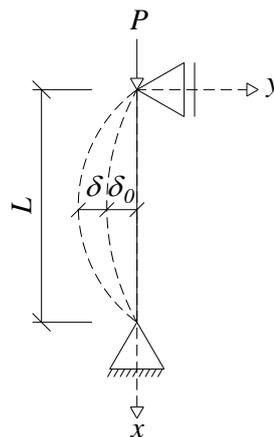
dessa forma, caso tal tensão seja extrapolada no elemento, ele sofrerá flambagem.

APÊNDICE B – Flambagem em peças imperfeitas

Coefficiente B_1

No caso de um elemento imperfeito, é possível definir duas deformações inerentes a ele. δ_0 é a deformação inicial da peça imperfeita e δ é a deformação máxima da peça imperfeita com a aplicação do carregamento P , como é mostrado, a seguir, na Figura B.1.

Figura B.1 - Elemento imperfeito deformado.



Fonte: Do autor (2019).

A função da deformada da peça imperfeita inicial, v_0 , e final, v , são dadas por:

$$v_0 = \delta_0 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi x}{L}\right) \quad (\text{B.1a})$$

$$v = \delta \operatorname{sen}\left(\frac{\pi x}{L}\right) \quad (\text{B.1b})$$

as Equações (B.1) apresentam deformadas por meio da função seno uma vez que como apresentado anteriormente (Equações A.4-A.6) essa função foi solução para a descrição da

configuração fletida da peça. Outra observação cabível é o fato de que essa função possui valores nulos nas extremidades e valor máximo no centro do elemento.

Analogamente ao realizado para a peça perfeita, a análise partirá da Equação (A.1), conforme descrito a seguir:

$$\frac{d^2v}{dx^2} = -\frac{M}{EI} \rightarrow \frac{d^2v}{dx^2} = -\frac{P(v_0 + v)}{EI} \quad (\text{B.2})$$

substituindo as Equações (B.1a) e (B.1b) na Equação (B.2), tem-se:

$$\frac{d^2v}{dx^2} = v'' = -\frac{P}{EI} \left[\delta_0 \text{sen} \left(\frac{\pi x}{L} \right) + \delta \text{sen} \left(\frac{\pi x}{L} \right) \right] = -\frac{P}{EI} \text{sen} \left(\frac{\pi x}{L} \right) (\delta_0 + \delta) \quad (\text{B.3})$$

na Equação (B.3), o termo v'' pode ser definido com a segunda diferenciação da Equação (B.1b), como segue:

$$\begin{aligned} \frac{dv}{dx} &= \frac{\pi}{L} \delta \cos \left(\frac{\pi x}{L} \right) \\ \frac{d^2v}{dx^2} &= -\frac{\pi^2}{L^2} \delta \text{sen} \left(\frac{\pi x}{L} \right) \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

igualando a Equação (B.4) à Equação (B.3), obtém-se:

$$\begin{aligned} -\frac{\pi^2}{L^2} \delta \text{sen} \left(\frac{\pi x}{L} \right) &= -\frac{P}{EI} \text{sen} \left(\frac{\pi x}{L} \right) (\delta_0 + \delta) \rightarrow \frac{\pi^2}{L^2} \delta = \frac{P}{EI} (\delta_0 + \delta) \\ \delta &= P \left(\frac{L^2}{\pi^2 EI} \right) (\delta_0 + \delta) \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

em que o termo $L^2/(\pi^2 EI)$ é o inverso da carga crítica de flambagem para um peça bi rotulada (P_{cr}), dessa forma:

$$\delta = \frac{P}{P_{cr}}(\delta_0 + \delta) \rightarrow \delta \frac{P_{cr}}{P} - \delta = \delta_0 \rightarrow \delta \left(\frac{P_{cr}}{P} - 1 \right) = \delta_0 \rightarrow \delta = \frac{\delta_0}{\left(\frac{P_{cr}}{P} - 1 \right)} \quad (\text{B.6})$$

assim, é possível obter a Equação de Young para o deslocamento total (δ_T):

$$\begin{aligned} \delta_T = \delta_0 + \delta = \delta_0 + \frac{\delta_0}{\left(\frac{P_{cr}}{P} - 1 \right)} &\rightarrow \delta_T = \frac{\left(\frac{P_{cr}}{P} - 1 \right) \delta_0 + \delta_0}{\left(\frac{P_{cr}}{P} - 1 \right)} \rightarrow \delta_T = \frac{\left(\frac{P_{cr}}{P} \right) \delta_0 - \delta_0 + \delta_0}{\left(\frac{P_{cr}}{P} - 1 \right)} \\ \delta_T = \frac{\left(\frac{P_{cr}}{P} \right) \delta_0}{\left(\frac{P_{cr}}{P} - 1 \right)} &\rightarrow \delta_T = \frac{\delta_0}{\frac{P}{P_{cr}} \left(\frac{P_{cr}}{P} - 1 \right)} \rightarrow \delta_T = \frac{\delta_0}{1 - \frac{P}{P_{cr}}} \end{aligned} \quad (\text{B.7})$$

dessa forma, é possível agora avaliar a amplificação do momento fletor gerado pela aplicação da carga axial P .

O momento fletor máximo atuante na peça imperfeita ($M_{m\acute{a}x}$) é dado por:

$$M_{m\acute{a}x} = M_0 + P \left(\frac{\delta_0}{1 - \frac{P}{P_{cr}}} \right) \quad (\text{B.8})$$

onde, M_0 é o momento fletor inicial devido a aplicação da carga P com o deslocamento inicial δ_0 . É possível assumir que a Equação (B.8) pode ser escrita como:

$$M_{m\acute{a}x} = \phi M_0 \quad (\text{B.9})$$

ou seja, o momento fletor inicial é amplificado por um fator ϕ . Dessa forma, igualando a Equação (B.8) à Equação (B.9), chega-se a:

$$\phi M_0 = M_0 + P \left(\frac{\delta_0}{1 - \frac{P}{P_{cr}}} \right) \quad (\text{B.10})$$

e fazendo:

$$\left(\frac{\delta_0}{1 - \frac{P}{P_{cr}}} \right) = \alpha \delta_0 \quad (\text{B.11})$$

onde $\alpha = 1 / (1 - P/P_{cr})$, assim, é possível obter:

$$\phi = \frac{M_0 + P\alpha\delta_0}{M_0} \rightarrow \phi = 1 + \frac{P\alpha\delta_0}{M_0} \quad (\text{B.12})$$

multiplicando e dividindo o lado direito da Equação (B.12) por α , tem-se:

$$\phi = \frac{\alpha}{\alpha} \left(1 + \frac{P\alpha\delta_0}{M_0} \right) \rightarrow \phi = \alpha \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{P\delta_0}{M_0} \right) \quad (\text{B.13})$$

assumindo que ϕ é igual a aproximadamente $C_m \alpha$ ($\phi = C_m \alpha$), obtém-se:

$$C_m \alpha = \alpha \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{P\delta_0}{M_0} \right) \rightarrow C_m = \frac{1}{\alpha} + \frac{P\delta_0}{M_0} \quad (\text{B.14})$$

substituindo o valor de α na Equação (B.14), tem-se:

$$C_m = \frac{1}{\left(\frac{1}{1 - \frac{P}{P_{cr}}} \right)} + \frac{P\delta_0}{M_0} \rightarrow C_m = 1 - \frac{P}{P_{cr}} + \frac{P\delta_0}{M_0} \rightarrow C_m = 1 - \frac{P}{P_{cr}} \left(1 - \frac{\delta_0 P_{cr}}{M_0} \right) \quad (\text{B.15})$$

fazendo $\delta_0 P_{cr}/M_0 - 1 = \psi$, encontra-se:

$$C_m = 1 + \frac{P}{P_{cr}} \psi \quad (\text{B.16})$$

dessa forma, o momento máximo final ($M_{m\acute{a}x}$) é:

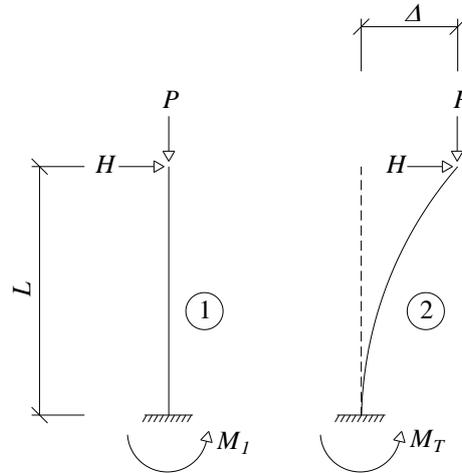
$$M_{m\acute{a}x} = \phi M_0 \rightarrow M_{m\acute{a}x} = C_m \alpha M_0 \rightarrow M_{m\acute{a}x} = \frac{C_m}{1 - \frac{P}{P_{cr}}} M_0 \quad (\text{B.17})$$

o termo $C_m/(1 - P/P_{cr})$ é chamado de coeficiente de amplificação relativo ao efeito local $P - \delta$, também chamado de coeficiente B_1 , que leva em conta as deformações locais de cada elemento sujeito a flambagem da estrutura. O valor de P_{cr} da Equação (B.17) é obtido através da Equação (A.7), utilizando o comprimento real da peça.

Coefficiente B_2

Considerando o problema geométrico global de um pilar imperfeito, mostrado na Figura B.3, a seguir, temos a influência do deslocamento horizontal no topo de um elemento amplificando as solicitações de flexão.

Figura B.3 - Influência do deslocamento horizontal no topo da peça na amplificação de esforços.



Fonte: Do autor (2019).

O momento fletor M_1 é chamado de momento de 1ª ordem e é dado por:

$$M_1 = HL \quad (\text{B.18})$$

em que H é a carga horizontal aplicada no topo do elemento para sua desestabilização.

O momento fletor total M_T é dado por:

$$M_T = \underset{1^\text{ª ordem}}{HL} + \underset{2^\text{ª ordem}}{P\Delta} \quad (\text{B.19})$$

é possível notar que há uma amplificação do processo de deslocamento horizontal em relação ao dado na Equação (B.18). Quando a situação 2, segundo a Figura B.3, é considerada, o deslocamento horizontal Δ é aumentado pela ação da carga P . Assim, tem-se uma situação iterativa, ou seja, a cada aumento do valor de Δ , o momento na base da peça é majorado.

O momento final na base (M_T) é dado pela soma do momento de 1ª ordem com n valores de acréscimos de momento (ΔM_i):

$$M_T = M_1 + \Delta M_1 + \Delta M_2 + \Delta M_3 + \dots + \Delta M_n \quad (\text{B.20})$$

considerando o processo iterativo, é possível dizer que cada interação gera acréscimos de momento, que diminuem gradativamente até se tornarem praticamente nulos, obtendo assim o momento final na base M_T .

Segundo o CEB (1978), a sequência numérica de acréscimos de momentos fletores pode ser aproximada por uma progressão geométrica decrescente com razão constante r , podendo ser escrita como:

$$\begin{aligned}
 \Delta M_1 &= rM_1 \\
 \Delta M_2 &= r\Delta M_1 = r(rM_1) = r^2M_1 \\
 \Delta M_3 &= r\Delta M_2 = r(r^2M_1) = r^3M_1 \\
 &\vdots \\
 \Delta M_n &= r\Delta M_{n-1} = r(r^{n-1}M_1) = r^nM_1
 \end{aligned} \tag{B.21}$$

substituindo o Conjunto de Equações (B.21) na Equação (B.20), é possível chegar em:

$$M_T = M_1 + rM_1 + r^2M_1 + r^3M_1 + \dots + r^nM_1 \rightarrow M_T = M_1(1 + r + r^2 + r^3 + \dots + r^n) \tag{B.22}$$

o termo $(1 + r + r^2 + r^3 + \dots + r^n)$ na Equação (B.22) é uma progressão geométrica infinita, com valor igual a $1/(1-r)$. Assim:

$$M_T = M_1 \left(\frac{1}{1-r} \right) \tag{B.23}$$

considerando que o processo iterativo será tratado simplifcadamente, com base na Equação (B.22), é possível obter:

$$\Delta M_1 = rM_1 \rightarrow r = \frac{\Delta M_1}{M_1} \tag{B.24}$$

que em valores de cálculo é:

$$r = \frac{\Delta M_{d1}}{M_{d1}} \quad (\text{B.25})$$

substituindo a Equação (B.25) na Equação (B.23), obtém-se:

$$M_T = M_1 \left(\frac{1}{1 - \frac{\Delta M_{d1}}{M_{d1}}} \right) \rightarrow \frac{M_T}{M_1} = \left(\frac{1}{1 - \frac{\Delta M_{d1}}{M_{d1}}} \right) \quad (\text{B.26})$$

além disso,

$$\Delta M_{d1} = M_{d2} - M_{d1} \rightarrow \Delta M_{d1} = (H_d L + P_d \Delta) - H_d L \rightarrow \Delta M_{d1} = P_d \Delta \quad (\text{B.27a})$$

$$M_{d1} = H_d L \quad (\text{B.27b})$$

em que, H_d e P_d são as cargas solicitantes de cálculo totais horizontal e vertical, respectivamente, no topo do pilar analisado.

substituindo as Equações (B.27a) e (B.27b) na Equação (B.26), é possível obter:

$$\frac{M_T}{M_1} = B_2 = \frac{1}{1 - \frac{P_d \Delta}{H_d L}} \quad (\text{B.28})$$

onde B_2 é o coeficiente de amplificação relativo ao efeito global $P-\Delta$.

Para o caso de vários pilares sequentes, tem-se:

$$\frac{M_T}{M_1} = B_2 = \frac{1}{1 - \frac{\sum P_d \Delta}{\sum H_d L}} \quad (\text{B.29})$$

considerando a altura dos pavimentos (L) e o deslocamento horizontal relativo interpavimentos (Δ) constantes e, um fator de correção R_s que, segundo Fakury, Silva e Caldas (2016), leva em consideração a influência do efeito local de 2ª ordem na amplificação de Δ , é possível obter:

$$B_2 = \frac{1}{1 - \left(\frac{1}{R_s} \frac{\Delta}{L} \frac{\sum P_d}{\sum H_d} \right)} \quad (\text{B.30})$$

tal coeficiente leva em conta o desaprumo relativo da estrutura na amplificação dos esforços solicitantes de flexão.