



DEYSIAUREA ELIAS DA SILVA

**PROPOSTAS CURRICULARES DE MINAS GERAIS:
PERMANÊNCIAS, RUPTURAS E INOVAÇÕES**

LAVRAS – MG

2019

DEYSIAUREA ELIAS DA SILVA

**PROPOSTAS CURRICULARES DE MINAS GERAIS: PERMANÊNCIAS,
RUPTURAS E INOVAÇÕES**

Monografia apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Curso de Matemática, para a obtenção do título de Licenciado.

Prof^ª. Dra. Silvia Maria Medeiros Caporale
Orientadora

LAVRAS – MG

2019

DEYSIAUREA ELIAS DA SILVA

**PROPOSTAS CURRICULARES DE MINAS GERAIS: PERMANÊNCIAS,
RUPTURAS E INOVAÇÕES
CURRICULAR PROPOSALS FOR MINES GENERAL: PERMANENCES,
RUPTURES AND INNOVATIONS**

Monografia apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Curso de Matemática, para a obtenção do título de Licenciado.

Aprovada em 10/12/2019

Prof^ª. Dra. Rosana Maria Mendes

Prof^ª. Dra. Amanda Castro Oliveira

Prof^ª. Dra. Silvia Maria Medeiros Caporale
Orientadora

LAVRAS – MG

2019

*A Deus por me guardar até aqui. Á minha mãe
Marcilene pelo apoio e carinho em todas as etapas e por ser o
meu maior exemplo de vida. Dedico*

AGRADECIMENTOS

À Deus, pai, amigo sempre presente, sem o qual nada teria feito.

À minha mãe Marcilene e meu irmão José Elias que sem sombra de dúvida foram essenciais para que eu chegasse até o final deste trabalho.

À minha amiga Sthefany que desde a infância incentivou para eu ir em busca dos meus sonhos.

À meu namorado Elbert que sem entender muito o processo da graduação, esteve me apoiando.

Aos meus amigos Roger, Vanessa, o qual o curso me presenteou, estiveram comigo ao longo de toda minha caminhada acadêmica, me ajudando de todas as formas possíveis, me amparando quando pensava em desistir. Aos demais colegas de curso pela amizade e companheirismo que recebi.

A minha orientadora Silvia que com paciência me auxiliou no processo de construção deste trabalho.

Aos professores que me orientaram ao longo da graduação e me fizeram perceber o verdadeiro papel do professor.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), por elaborar programas que me ajudaram a experimentar a profissão professor e com as bolsas me ajudou a me manter na Universidade.

Resumo

A presente pesquisa de caráter qualitativo enquadra-se no grupo de pesquisas denominadas “Documental”. Procuramos analisar as três últimas propostas curriculares do Estado de Minas Gerais para o Ensino Fundamental (Anos Finais): Conteúdo Básico comum de 2008; Currículo Básico Comum de 2014 e Currículo Referência de 2018. Dessa forma, traçamos a seguinte questão de investigação “Que rupturas, permanências e inovações estão presentes nas últimas três propostas curriculares de Minas Gerais?” e elegemos os seguintes objetivos: 1) comparar as propostas curriculares de Matemática e 2) analisar as propostas curriculares de matemática, visando observar as permanências, rupturas e inovações. Por meio da análise foi possível perceber que as mudanças mais expressivas ocorreram na proposta Currículo Referência de 2018, com a organização dos conteúdos de forma seriada e indicações de novas tendências metodológicas para o ensino de Matemática.

Palavras-chave: Proposta curricular. Matemática. Educação Matemática

LISTAS DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1- Organização interna dos eixos da proposta de 2008.....	39
Figura 2- Organização interna dos eixos da proposta de 2014	39
Figura 3- Organização interna dos eixos da proposta de 2018.....	40
Quadro 1 - Seções do documento 2008 (Adaptado).....	27
Quadro 2 - Seções do documento 2014(Adaptado).....	28
Quadro 3 - Seções do documento 2018 (Adaptado).....	30
Quadro 4 - Síntese da análise.....	42

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	9
2 CONCEITUANDO CURRÍCULO.....	15
2.1 Currículo Prescrito.....	17
2.2 Currículo Prescrito no Brasil: Um breve percurso histórico.....	18
2.2.1 Novos tempos.....	22
3 PERCURSO METODOLÓGICO.....	24
4 CARACTERIZAÇÃO DAS PROPOSTAS CURRICULARES DE MINAS GERAIS	27
4.1 Conteúdo Básico Comum.....	27
4.2 Currículo Básico Comum.....	28
4.3 Currículo Referência.....	29
5 PROPOSTAS CURRICULARES DE MINAS GERAIS: PERMANÊNCIAS RUPTURAS E INOVAÇÕES	33
5.1 Orientações Metodológicas e Recursos Didáticos.....	33
5.2 Avaliação.....	37
5.3 Eixos de conteúdo.....	38
5.4 Organização interna dos eixos de conteúdo.....	39
6 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	45
7 REFERÊNCIAS	
8 ANEXOS	

1. INTRODUÇÃO

Para muitos docentes a vontade de seguir a profissão surge por observar seus professores e considerá-los um ideal a seguir. Comigo não foi diferente, a vontade de ser professora surgiu quando estava na terceira série (quarto ano), pois observava o carinho, cuidado e prazer que minha professora da época tinha em estar ali na sala de aula, por esse motivo sentia uma imensa vontade de ser igual a ela. Como naquele tempo eu tinha facilidade em desenvolver as atividades propostas e gostava bastante de falar, ajudava meus colegas nas atividades em sala. Esse exercício de ajudar me fazia sentir a própria professora, despertando assim o interesse pela profissão.

Por algum motivo que não sei explicar, em algum momento da minha vida me tornei uma pessoa muito tímida em relação a expor minhas ideias, tinha medo e me sentia envergonhada, além de me sentir intimidada quando era posta em situações que precisaria estar a “frente”. Era quase uma tortura estar diante de tal situação, por esse motivo a vontade que era tão presente quando criança de ser professora meio que se apagou na adolescência, ou pode se dizer que perdeu a força.

Sempre gostei muito da área de exatas, tinha bastante facilidade em calcular, meus colegas de turma do Ensino Básico me consideravam uma aluna “inteligente” por conta disso. Com isso tinha em mente que deveria cursar algo que envolvesse Matemática.

Devido a algumas oportunidades e experiências fazendo cursos técnicos na área de Administração, pude estudar um pouco sobre contabilidade, com isso pensei em cursar Ciências Contábeis no Ensino Superior, pois considerava que tinha muita Matemática envolvida. Como era um sonho de infância estudar na Universidade Federal de Lavras (UFLA) e na instituição não tinha tal curso, pensei que Matemática seria uma boa escolha, apesar de não me considerar capaz de exercer, o que hoje entendo como profissão professora.

Naquele momento isso não era tão importante, pois acreditava que cursando Matemática não precisaria estar na frente de ninguém, somente teria que fazer “cálculos”, não tinha muita noção do que era o curso de licenciatura em Matemática, acredito que muitos entram nas universidades sem saber. Eu pensava que iríamos aprender somente os conteúdos matemáticos, que os cálculos dariam conta de resolver e que a timidez não seria mais problema, futuramente talvez quando formada tendo minha sala de aula não teria receio de estar à frente dela.

Com essas ideias em mente iniciei as primeiras disciplinas do curso no ano de 2014. Nas primeiras aulas comecei a notar que essa concepção de que o curso seria somente aprender os conteúdos a serem lecionados estava totalmente equivocada, bem equivocada por sinal, hoje posso afirmar que é o que menos estudamos. E agora, como uma pessoa mais crítica posso refletir que além de saber o conteúdo que vou ensinar é fundamental aprender como ensinar.

No primeiro dia de aula na Universidade participei da disciplina **Introdução** a Licenciatura em Matemática, a docente da disciplina expôs o plano de curso e relatou que teríamos que apresentar um trabalho sobre um livro. Mesmo lendo e participando da organização das ideias para apresentação do trabalho, não consegui, no dia da apresentação estar à frente e expor o que tinha sido proposto, então naquele momento pensei em desistir, pois acreditava que nunca conseguiria estar em frente das pessoas divulgando algo, tinha certeza que não tinha nascido para isso.

A partir daí comecei a refletir sobre o que queria e sobre todas as certezas que tinha até o momento, certezas nas quais não tinha muitas verdades. Sabia que o problema não era não gostar de ser professora, pois sempre gostei de ajudar meus colegas a compreender algo, quando isso acontecia sentia uma enorme satisfação, mas o problema estava na capacidade de exercer tal profissão. Considerava extremamente difícil estar na frente de muitas pessoas, fazer com que elas me ouvissem, que eu não falasse nada que me envergonhasse e ao final de tudo conseguisse desenvolver um trabalho de forma satisfatória.

Pensava naquela época que para conseguir estar diante das pessoas com toda certeza não era suficiente somente me identificar com a profissão, mas era necessário também ter um “dom”, pois acreditava que conseguir estar à frente de uma sala de aula, atingir a atenção de todos os estudantes e expor os conteúdos a serem lecionados de forma que todos aprendessem seria algo bem difícil sabendo somente os conteúdos. Hoje consigo perceber que essas concepções do papel do professor que eu tinha estavam ligadas a uma concepção de ensino tradicional, no qual o professor é considerado o detentor do saber e os estudantes meros ouvintes passivos de memorização. Segundo Mizukami (1986, p.8)

[...] o adulto na concepção tradicional, é considerado como um homem acabado, “pronto” e o aluno um “adulto em miniatura”, que precisa ser atualizado. O ensino, em toda as suas formas, nessa abordagem, será centrado no professor. Esse tipo de ensino volta-se para o que é externo ao aluno: o programa, as disciplinas, o professor. O aluno apenas executa

prescrições que lhe são fixadas por autoridades exteriores.

Ideia também exposta por Freire (1987, p. 33) como uma educação “bancária”.

Na visão “bancária” da educação, o “saber” é uma doação dos que se julgam sábios aos que julgam nada saber. Doação que se funda numa das manifestações instrumentais da ideologia da opressão – a absolutização da ignorância que constitui o que chamamos de alienação da ignorância, segundo a qual esta se encontra sempre no outro.

Apesar desse tipo de ensino há tempos ser questionado e educadores levantarem estudos frisando que o mesmo não é satisfatório, a maioria dos meus professores do Ensino Fundamental (anos finais) e Ensino Médio seguiam essa metodologia. Alguns faziam coisas diferentes que despertavam meu interesse, porém de alguns colegas não, e acontecia ao contrário também. Percebia que as aulas baseadas em um ensino tradicional não eram muito interessantes, mas mesmo tento vivenciado aulas diferentes, eu as tinha como modelo, talvez por serem mais frequentes.

Diante desses receios, busquei uma oportunidade de conhecer melhor como se dava a prática docente, seria uma forma de enfrentar tais receios que me assombravam. A oportunidade encontrada foi me inscrever no Programa Institucional de Iniciação à Docência (Pibid). Tal programa possibilita uma parceria entre professores, alunos da universidade e das escolas de Educação Básica, permitindo aos bolsistas participantes, passarem por experiências de estudos teóricos, elaboração e desenvolvimento de planos de trabalho e de reflexões sobre a prática docente e as experiências vividas.

Recordo-me que na entrevista da seleção me perguntaram qual era o motivo de ter dúvida se conseguiria ser uma professora, a pergunta foi feita, pois no relato enviado como parte da inscrição informei que minha motivação para participar do programa era descobrir se conseguiria estar em frente a uma sala de aula. Diante dessa pergunta respondi que em minha opinião não bastava saber os conteúdos, eu tinha que fazer algo mais, não consegui dizer o que seria algo mais, só respondi que alguns dos meus professores do Ensino Básico faziam coisas diferentes, que me deixavam interessada na aula enquanto outros não. Disse também, que achava que um bom professor despertava o interesse nos estudantes, diante disso não sabia se conseguiria despertar esse interesse nos meus estudantes. Assim, em Abril de 2015

consegui entrar no programa, posso dizer que o mesmo foi um divisor de águas na minha vida em relação a profissão.

Como estava no início do curso no primeiro semestre de 2015 não tinha muitas disciplinas da Educação Matemática na matriz curricular. Dessa forma, o projeto me proporcionou um contato com a teoria e uma maior reflexão sobre a prática. Posteriormente comecei a ter mais disciplinas voltadas a Educação Matemática, pude vivenciar mais ainda a prática e entender melhor o que era ser professora e sentir-me capaz de exercer tal profissão. Concordo com Bulgraen, (2010, p.31)

Sem dúvida, o professor além de ser educador e transmissor de conhecimento, deve atuar, ao mesmo tempo, como mediador. Ou seja, o professor deve se colocar como ponte entre o estudante e o conhecimento para que, dessa forma, o aluno aprenda a “pensar” e a questionar por si mesmo e não mais receba passivamente as informações como se fosse um depósito do educador. Percebemos então, que em relação à educação, o docente tem nas mãos a responsabilidade de agir como sujeito em meio ao mundo e de ensinar para seus educandos o conhecimento acumulado historicamente, dando-lhes a oportunidade de também atuarem como protagonistas na sociedade.

Com isso pude entender melhor que professor é uma profissão, se identificar, sentir-se feliz pelo o que está fazendo, é de extrema importância, pois fazer algo que não se gosta irá refletir na sua prática, mas como outras a profissão professor pode ser aprendida. O docente não nasce com um “dom” de conseguir levar os estudantes a ter interesse e por consequência aprender, mas ele tem o preparo para desenvolver a sua prática pedagógica de forma que possa levar os estudantes ao interesse em aprender. Esse preparo é adquirido através da formação, que não se esgota na conquista do diploma.

Segundo Freire (1979), a ação docente é a base de uma boa formação escolar e contribui para a construção de uma sociedade pensante. Entretanto, para que isso seja possível, o docente precisa assumir seu verdadeiro compromisso e encarar o caminho do aprender a ensinar. Evidentemente, ensinar é uma responsabilidade que precisa ser trabalhada e desenvolvida. Um educador precisa sempre, a cada dia, renovar sua forma pedagógica para, da melhor maneira, atender a seus alunos, pois é por meio do comprometimento e da “paixão” pela profissão e pela educação que o educador pode, verdadeiramente, assumir o seu papel e se interessar em realmente aprender a ensinar. (BULGRAEN, 2010, p.31)

Com as oportunidades que tive de discutir e pensar mais reflexivamente sobre a

prática docente, comecei a perceber diferença entre a prática de alguns professores de estágio da escola básica e a forma das aulas desenvolvidas no Pibid, já em “tempos modernos” muitas vezes as aulas dos professores estavam ainda baseadas no tradicionalismo. Não somente eu, mas alguns colegas levantaram questionamentos não somente em disciplinas, mas em momentos de socialização em espaços informais do porquê da prática em sala de aula ser às vezes tão distante das teorias e metodologias vistas em disciplinas do curso e nas atividades realizadas no projeto. Alguns professores da Educação Básica me levaram a refletir que alguns fatores dificultam a prática docente, como o tempo de aula, falta de recurso para materiais didáticos, condições de trabalho, formação, entre outros.

Nesse período de questionamentos estava cursando uma disciplina denominada “O Currículo de Matemática na Educação Básica”, em que tive oportunidade de estudar sobre currículos. Segundo Lopes (2011, p.19), definir currículo não é uma tarefa muito fácil, desde muito tempo os estudos curriculares têm definido currículo de diferentes formas. Diante disso, deixo para definir currículo mais a frente, pois é necessária uma discussão ampla. Com essa oportunidade, pude perceber que o currículo se mostrava como mais um fator que exerce influência na prática docente, pois de acordo com Sacristán (2013, p.20),

Desde suas origens, o currículo tem se mostrado uma invenção reguladora do conteúdo e das práticas envolvidas nos processos de ensino e aprendizagem; ou seja, ele se comporta como um instrumento que tem a capacidade de estruturar a escolarização, a vida nos centros educacionais e as práticas pedagógicas, pois dispõe, transmite e impõe regras, normas e uma ordem que são determinantes.

Na disciplina recordei-me de um fator que comprova bem o papel do currículo expresso acima. Quando estudante do Ensino Básico observava que em determinado período de tempo à escola recebia visitas de uma pessoa que denominavam como inspetora, a mesma fazia visitas para checar o diário dos docentes comparando com os conteúdos descritos no caderno dos estudantes. Esse fato ficou marcado por nunca escolherem o meu caderno, nem tinha ideia do real motivo daquela inspeção. O que aquele ato representava só fez sentido quando participei dessa disciplina.

Pensar como um documento pode influenciar de forma tão controladora a prática dos professores e professoras é bastante intrigante. Esse fato contribuiu e me motivou para elaboração dessa pesquisa.

Em um primeiro momento pensei em procurar entender como os professores organizam suas aulas diante das propostas curriculares. Não foi viável a elaboração, pois precisaria acompanhar o planejamento do professor desde o início do seu ano letivo, como iria começar a realizar o trabalho somente no meio do ano letivo das escolas, considerei pertinente desenvolver um trabalho que pudesse investigar propostas curriculares.

Como existem diversas Propostas Curriculares de Matemática no Mundo, optei por investigar uma proposta com a qual tenho tido mais proximidade, a partir das experiências na graduação, como sou natural de Minas Gerais, em conjunto com minha orientadora decidimos investigar os currículos prescritos de Minas Gerais, a partir de 2000, com objetivo de “identificar, permanências, rupturas e inovações presentes nesses documentos”.

Dessa forma, esse trabalho está organizado da seguinte forma: no próximo capítulo apresentamos uma discussão teórica sobre Currículo; no capítulo 3, relatamos sobre o percurso metodológico da pesquisa; no capítulo 4, trazemos a análise realizada a partir dos dados coletados e para concluir, apresentamos nossas considerações finais.

2. CONCEITUANDO CURRÍCULO

Se fizermos uma breve pesquisa na internet sobre o significado da palavra currículo, encontraremos variadas referências, como: a um documento com dados pessoais; à carreira acadêmica de uma pessoa; à experiência profissional de quem pretende candidatar a um emprego; a um conjunto das disciplinas de um curso; até mesmo guia de uma instituição de ensino, no qual estabelece o que o professor precisa ensinar e o aluno precisa aprender.

De acordo com Sacristán (2013, p.125) “O termo currículo provém da palavra latina *currere*, que se refere à carreira, a um percurso que deve ser realizado e, por derivação, a sua representação ou apresentação”. No contexto educacional, o termo currículo, desde sua primeira utilização até os dias de hoje, perpassa por diferentes definições, as quais estão vinculadas a percepções denominadas tradicionais, críticas e pós-críticas.

De acordo com as perspectivas tradicionais, o currículo era concebido como uma questão simplesmente técnica, pois se resumia em discutir as melhores e mais eficientes formas de organizá-lo e aceitar mais facilmente o *status quo*, os conhecimentos e os saberes dominantes pretendendo ser apenas teorias neutras, científicas ou desinteressadas.

Quanto às perspectivas críticas e pós-críticas, o currículo se tornaria mais complexo na medida em que essas perspectivas passaram a concebê-lo como um campo ético e moral. Essas, em contraste, argumentam que nenhuma teoria é neutra, científica ou desinteressada, mas que implica, inevitavelmente, relações de poder as quais se preocupam com as conexões entre saber, identidade e poder. (MALTA, 2013, 340-341)

Segundo Sacristán (2013, p.17) “Em sua origem o currículo significava o território demarcado e regado do conhecimento correspondente aos conteúdos que professores e centros de educação deveriam cobrir;” visão essa em uma época a qual o ensino ainda era tradicional, no qual se dava importância maior aos conteúdos e aos professores, não levando em consideração a experiência dos estudantes, os mesmos eram meros ouvintes e sua maior função era memorização do que o professor detentor do saber expunha.

Apesar de o currículo ser definido aparentemente como um “guia”, já se mostrava um documento que tinha um papel regularizador da prática dos professores e professoras. Segundo Sacristán (2013, p.17) “O conceito de *currículo* e a utilização que fazemos dele aparecem desde os primórdios relacionados à ideia de seleção de conteúdos e de ordem na classificação dos conhecimentos que representa, que será a seleção daquilo que será coberto pela ação de ensinar.” Esse modelo tirava a autonomia dos professores em desenvolver os

conteúdos em sala, pois tinha que seguir uma sequência estabelecida, sem considerar o contexto da sala, por exemplo as dificuldades dos estudantes, pois tinha-se um tempo a ser gasto em cada tópico.

Essas concepções do currículo, como sendo apenas um programa a ser seguido pelas instituições escolares, que continha os objetivos, conteúdos e métodos instrucionais, foram colocadas em questionamento. Com isso surgiram às percepções críticas e pós-críticas ao currículo, o mesmo passou a ser visto de uma forma diferente, para além de um processo de conjuntos de conteúdo, mas um processo que envolve experiências culturais, experiências vivenciadas na escola, decisões políticas, econômicas e outras várias questões. Apresentaremos algumas definições referentes às essas concepções.

De acordo com Moreira e Silva (1994), em tempos o currículo deixou de ser considerado como algo somente técnico, mas envolve outras várias questões sociológicas, políticas, epistemológicas. Sendo assim, os autores vão dizer que “O currículo não é um elemento inocente e neutro de transmissão desinteressada do conhecimento social. O currículo está implicado em relações de poder, o currículo produz identidades individuais e sociais particulares.” (MOREIRA; SILVA, 1994, p. 17)

Para Sacristán (2000, p. 15-16) o currículo é uma

práxis antes que um objeto estático emanado de um modelo coerente de pensar a educação ou as aprendizagens necessárias das crianças e dos jovens, que tampouco se esgota na parte explícita do projeto de socialização cultural nas escolas. É uma prática, expressão, da função socializadora e cultural que determinada instituição tem, que reagrupa em tomo dele uma série de subsistemas ou práticas diversas, entre as quais se encontra a prática pedagógica desenvolvida em instituições escolares que comumente chamamos ensino. E uma prática que se expressa em comportamentos práticos diversos. (SACRISTÁN, 2000, p. 15-16)

Já Segundo Silva (2010, p.150), “O currículo tem significados que vão muito além daqueles aos quais as teorias tradicionais nos confinam. O currículo é lugar, espaço, território. O Currículo é relação de poder. O currículo é trajetória, viagem, percurso”.

Diante dessas questões, é evidente que o currículo compreende diversas dimensões, o mesmo não deixa de ser um documento de definições de conteúdo, mas desde sua elaboração e a utilização na sala de aula passa por inspirações ideológicas e políticas. Nesse sentido alguns autores entendem currículo como algo composto a partir de eixos que, embora distintos, estão intimamente entrelaçados. De acordo com Malta (2013, p.343),

Independentemente da concepção de currículo aceita, Domingues (1985, p. 27) reitera a posição de John Goodlad (1979) afirmando que, na verdade, existem diferentes situações de currículo percebidas em sala de aula:

- a) um currículo formal – prescrito como desejável de forma normativa;
- b) um currículo operacional – que realmente ocorre e pode ser observado em sala de aula;
- c) um currículo percebido – que o professor diz estar desenvolvendo;
- d) um currículo experienciado – que é percebido pelos alunos e ao qual eles reagem.

Seguindo essa perspectiva, Sacristán (2000) também considera diferentes currículos, cada um resultante de ações diferentes, mas que estão interligados. O autor vai discutir seis níveis de currículo, são eles: Currículo Prescrito; Currículo desenhado ou apresentado; Currículo organizado ou moldado; Currículo em Ação e Currículo Avaliado. O currículo desenhado ou apresentado é aquele que chega aos professores através dos meios ou materiais curriculares elaborados, dos quais tem papel de excelência o livro de texto ou manual. O currículo organizado ou moldado é aquele que resulta da interpretação do professor, seja a partir do currículo prescrito ou dos materiais curriculares. O currículo em ação é o currículo praticado na realidade escolar, o que o professor põe em prática junto dos seus alunos. Dá-se no momento em que o professor leciona as suas aulas, em que concretiza na sala de aula com os alunos aquilo que preparou. O currículo avaliado é o que é valorizado por ser aquele sobre o qual incidem os testes ou avaliações externas, que acaba por impor critérios de relevância para o ensino do professor e para a aprendizagem dos alunos. Por meio do currículo avaliado reforça-se aquilo que verdadeiramente vale o que verdadeiramente conta.

Como esse trabalho é uma análise dos documentos curriculares propostos pela Secretaria de Educação do Estado de Minas Gerais, daremos ênfase maior no currículo prescrito em um tópico seguinte, não deixando de enfatizar a importância dos demais.

2.1 Currículo Prescrito

Segundo Sacristán (2000), o Currículo Prescrito é o documento com um conjunto de decisões normativas, como os conteúdos a serem trabalhados na escolaridade obrigatória. Existe em qualquer instituição ou espaço educativo, é desenvolvido por órgãos político-administrativos e funciona como referência à ordenação do sistema curricular, à elaboração de materiais curriculares, no controle do sistema. Pensando no currículo escolar, Sacristán relata que,

O currículo determina que conteúdos serão abordados e, ao estabelecer níveis e tipos de exigências para os graus sucessivos, ordena o tempo escolar, proporcionando os elementos daquilo que entenderemos como *desenvolvimento* escolar e daquilo em que consiste o progresso dos sujeitos durante a escolaridade. Ao associar conteúdos, graus e idades dos estudantes, o currículo também se torna um regulador das pessoas. Por tudo isso, nos séculos XVI e XVII, o currículo se transformou em uma invenção decisiva para a estruturação do que hoje é a escolaridade e de como a entendemos. (Sacristán, 2013, p.18)

Como a concepção do termo currículo passou por diversas perspectivas, a estruturação do currículo escolar passou por diversas mudanças, como por exemplo, os conteúdos, pois os conceitos que eram importantes serem ensinados em determinada época em outras não eram tão importantes, também a concepção da organização de ensino seriado. Diante disso abordamos no tópico seguinte, um breve histórico de alguns currículos de Matemática propostos no Brasil.

Vale ressaltar que no decorrer do trabalho analisaremos os Currículos Prescritos das escolas estaduais de Minas Gerais.

2.2 Currículos de Matemática no Brasil: Um breve percurso Histórico

As primeiras ideias de uma organização curricular surgiram na idade média nas Universidades europeias, na época não se usava o termo currículo, porém o modelo era entendido como uma organização do conhecimento. Essa proposta organizava os conhecimentos em dois grupos, “*trivium* (três caminhos ou disciplinas: Gramática, Retórica e Dialética), que hoje chamaríamos de disciplinas instrumentais, e do *cuadrivium* (quatro vias: Astronomia, Geometria, Aritmética e Música), que apresentava um caráter nitidamente mais prático” (SACRISTÁN, 2013, p.17).

Segundo Miorim (1998), no Brasil, como durante muitos anos o sistema educacional foi dominado pelos padres da Companhia de Jesus¹. Os primeiros modelos de organização de ensino eram baseados em seus ideais. Os mesmos seguiam a tradição clássico humanista, expressa desde 1599 pelo Ratio atque Institutio Studiorum Societatis Jesu², o código educacional máximo da Companhia de Jesus, nessa proposta a Matemática é estudada

¹ Em 17 de agosto de 1534, Inácio de Loyola e seis companheiros fundaram a Companhia de Jesus quando proferiram votos religiosos de pobreza e castidade na Capela de Montmartre, localizado nos arredores de Paris. Os membros da Companhia estavam unidos em seu compromisso de converter não-cristãos e propagar as doutrinas da Igreja uma ordem religiosa católica romana fundada por Santo Inácio de Loyola. Começou com um grupo de missionários dedicados à educação e a trabalhos de caridade, em 1534. (LORENZ, 2018, p. 28)

somente no que dizemos hoje como Ensino Superior. Mesmo os conteúdos matemáticos estando presentes somente no Ensino Superior eles eram poucos trabalhados, e com o tempo as aulas destinadas a esse conteúdo diminuíram mais ainda, isso ocorreu por alguns Jesuítas que lecionavam nas escolas, não virem com bons olhos a Matemática e considerá-la como uma ciência inútil. Apesar disso o estudo matemático foram incentivados em algumas escolas Jesuítas.

Ainda segundo Miorim (1998), levou um longo tempo para as várias áreas da Matemática que estão presentes hoje nas propostas curriculares serem incluídas nas organizações de ensino do país. A inclusão de disciplinas como Aritmética, Álgebra e Geometria, ocorreu a partir 1772 com a Reforma Pombalina. Nessa reforma foi criado um modelo de aula denominado como aulas régias, aulas avulsas, com intenção de preencher a lacuna do sistema educacional deixada pelos Jesuítas depois da sua expulsão do país em 1759. Apesar do avanço da inclusão de novas disciplinas, essas aulas avulsas eram desorganizadas e foi considerada como um retrocesso da educação escolar do País, mas só anos depois foi elaborada uma nova proposta. De acordo com Miorim (1998, p. 87)

Em 1837, porém, o ministro e secretário do Estado da Justiça e interino do Império, Bernardo Pereira de Vasconcelos, inspirado na organização dos colégios franceses, criou a primeira escola secundária pública da cidade do Rio de Janeiro, o Colégio Pedro II.

Pela primeira vez, foi apresentado um plano gradual e integral de estudos para o ensino secundário, no qual os alunos eram promovidos por série, [...] as matemáticas – aritmética, geometria e álgebra – tiveram, assim, seu lugar garantido e apareceram em todas as oito séries do curso. Nesse primeiro plano de estudos, a aritmética compareceu nas três primeiras séries; nas duas séries seguintes estudava-se geometria, na sexta série, a álgebra, e, nas duas últimas séries, reservavam-se respectivamente seis e três lições para matemática.

A proposta inicial sofreu algumas modificações, mas essa estrutura prevaleceu, e a Matemática continuou tendo seu lugar de destaque.

Em todas as várias reformas pelas quais passariam os planos de estudo do Colégio Pedro II, durante o período imperial, ora predominando o ensino clássico, ora o científico, as matemáticas – com a inclusão da trigonometria – estiveram sempre presente, variando apenas quantidade de horas

² Em 1599, a Companhia de Jesus adotou o Ratio atque Institutio Studiorum Societatis Iesu (Plano Oficial de Educação Jesuíta), ou na sua forma abreviada o Ratio Studiorum, como seu manual de ensino. O documento delineou as políticas e os procedimentos que regularam a administração, os currículos e as práticas de ensino nas instituições educacionais jesuítas na Europa e no exterior. (LORENZ, 2018, p.27)

destinadas ao seu ensino e, em alguns momentos, a profundidade de seus conteúdos. Foi o caso, por exemplo, do ensino de geometria, que, em alguns momentos, ficou restrito ao estudo da geometria plana, como na Reforma de 1870, e m outras seriam estudados tanto a geometria plana quanto a sólida. (MIORIM, 1998, p.87)

No decorrer dos anos aconteceram outras mudanças expressivas no currículo de Matemática, como a reforma Benjamin Constante em 1890, e as reformas a partir de ideias modernizadoras do ensino de Matemática. A reforma Benjamin Constante, de acordo Miorim (1998) foi “elaborada segundo a filosofia de Augusto Comte, representou uma ruptura com a tradição clássico-humanista existente até então no ensino secundário”. (MIORIM, p. 87-88)

Já as reformas modernizadoras do ensino de Matemática, de acordo com Claras e Pinto (2008), foram compostas por dois movimentos, o Movimento Internacional para a Modernização do Ensino, que iniciou em nível internacional no final do século XIX e início do século XX na Europa. De acordo com Miorim (1998) no Brasil, as ideias provenientes desse movimento começaram a ser mais expressivas a partir da proposta de alteração da seriação do curso secundário elaborada pelo Colégio Pedro II em 1928. A proposta tinha como objetivo mudanças nos programas do ensino de Matemática. Como relata Miorim (1998, p.94)

Foi por meio dessa reforma que ficaram estabelecidos “definitivamente o currículo seriado, a frequência obrigatória, dois ciclos, um fundamental e outro complementar, e exigência de habilitação neles para o ensino superior” na educação secundária brasileira (Romanelli, 1990, p.135). Nela as disciplinas matemáticas apareciam englobadas sob o título de Matemática, nas cinco séries que compunham o curso fundamental, com três aulas por semana em cada série, [...]

Um segundo momento da modernização do ensino de Matemática começou a partir da década de 1960, com objetivo de promover uma nova mudança curricular e conseqüentemente alterar as práticas de ensino em sala de aula, dessa forma surgiu o Movimento da Matemática Moderna (MMM). De acordo com Pinto e Novaes, (2008, p. 747),

A partir dos anos 70 do século XX, o Movimento da Matemática Moderna (MMM), de âmbito internacional, penetrou nas escolas de vários países, com o propósito de inserir uma nova linguagem à matemática escolar, procurando adequá-la aos desafios trazidos pelo desenvolvimento científico e tecnológico que exigia uma nova educação científica da população. No Brasil, o movimento ganhou corpo com as ações pioneiras de inúmeros

professores de Matemática, como as desencadeadas pelo GEEM - Grupo de Estudos do Ensino da Matemática, criado em São Paulo e coordenado pelo professor Osvaldo Sangiorgi, um dos mais entusiastas disseminadores do movimento de modernização da matemática escolar brasileira.

Com esse Movimento Santos (2009, p.31) aponta que

(...) a Álgebra passou a ocupar lugar de destaque no currículo ao lado da Geometria e da Aritmética e sofreu transformações em razão das quais foi perdendo seu caráter instrumental e reprodutivo para assumir o fundamentalista, o qual é caracterizado pela preocupação com os aspectos lógico-estruturais e pela ênfase nas operações e nos seus procedimentos.

As mudanças feitas nos currículos a partir do MMM foram expressivas, mas os profissionais da área, não estavam preparados para tal mudança e o novo era algo que causava muitas dificuldades. Ainda que de forma confusa, o MMM foi apropriada pela comunidade escolar, primeiramente, pelos grandes centros do país, posteriormente e lentamente difundida nas escolas mais longínquas, a maioria delas recebendo-a de sobressalto, via livro didático. Carregada de simbolismos e enfatizando a precisão de uma nova linguagem, professores e alunos passam a conviver com a teoria dos conjuntos, com as noções de estrutura e de grupo.

Trazendo as promessas de um ensino mais atraente e descomplicado, em superação à rigorosa Matemática tradicional, no entanto, a Matemática Moderna, chega ao Brasil com excessiva preocupação com a linguagem matemática e com a simbologia dos conjuntos, deixando marcas, ainda pouco desveladas pela história da Educação Matemática. Essa tentativa de mudança curricular percorreu o âmbito escolar por um bom tempo, mas pelas diversas dificuldades encontradas, a Matemática Moderna não obteve resultados e o ensino de Álgebra voltou a forma tradicional como relata Santos (2009, p31),

Como decorrência do declínio do movimento da MMM, em 1970, a Álgebra perdeu algumas das características que ele lhe havia atribuído e retomou o papel que exercia antes no currículo tradicional, de estudo introdutório, descontextualizado e estático, útil para resolução de problemas e equações, porém, não mais com excessivas regras injustificáveis.

2.2.1 Novos tempos

Apesar de a primeira escola pública ser criada 1837, o direito a educação a todos os cidadãos brasileiros consolidou-se somente após alguns anos. O primeiro passo foi dado na

promulgação da Constituição de 1934, no governo Vargas, a qual institui a escola primária de quatro anos como dever do estado. Mas só 1961 com elaboração da primeira Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB), se torna dever do estado a educação para todos os cidadãos brasileiros. (BRASIL, LDB, 1996).

Depois do fracasso da MMM, e também a partir da promulgação de uma nova versão da LDB, os estados passaram a ter mais autonomia no seu sistema educacional, com isso, a partir de 1971 foram elaboradas diversas propostas em diferentes estados do Brasil. A LDB de 1971 também previa em suas normas a construção de um currículo comum para o primeiro e segundo grau, mas só a partir de 1995 começou a se pensar nesse modelo de currículo. De acordo com Pires (2000, p. 56),

A partir de 1995, a Secretaria da Educação do Ensino Fundamental do Ministério da Educação e do Desporto coordenou um projeto nacional em que, pela primeira vez em nossa história, educadores que atuam em diferentes níveis do sistema educativo debateram e indicaram diretrizes curriculares comuns para o ensino fundamental no Brasil. São chamados Parâmetro Curriculares.

Após aprovação de uma nova LDB em 20 de dezembro de 1996, que segundo (BRASIL, 1996, p.14),

[...] consolida e amplia o dever do poder público para com a educação em geral e em particular para com o ensino fundamental. Assim, vê-se no art. 22 dessa lei que a educação básica, da qual o ensino fundamental é parte integrante, deve assegurar a todos “a formação comum indispensável para o exercício da cidadania e fornecer-lhes meios para progredir no trabalho e em estudos posteriores”, fato que confere ao ensino fundamental, ao mesmo tempo, um caráter de terminalidade e de continuidade.

Essa LDB reforça a necessidade de se propiciar a todos a formação básica comum, o que pressupõe a formulação de um conjunto de diretrizes capaz de nortear os currículos e seus conteúdos mínimos, incumbência que, nos termos do art. 9º, inciso IV, é remetida para a União. (BRASIL, 1996, p. 14)

Visando atender as diretrizes da lei, é proposta pela Secretaria de Educação Fundamental do Ministério da Educação uma reorientação curricular denominado como Parâmetros Curriculares Nacionais, inicialmente para Ensino Fundamental (Anos Iniciais) a partir 1997, para Ensino Fundamental (Anos Finais) a partir de 1998, só em 2000 foi lançada uma proposta para Ensino Médio. Essas foram elaboradas em conjunto com educadores brasileiros, permitindo incorporarem ideias de diferentes regiões.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais foram elaborados procurando, de um

lado, respeitar diversidades regionais, culturais, políticas existentes no país e, de outro, considerar a necessidade de construir referências nacionais comuns ao processo educativo em todas as regiões brasileiras. Com isso, pretende-se criar condições, nas escolas, que permitam aos nossos jovens ter acesso ao conjunto de conhecimentos socialmente elaborados e reconhecidos como necessários ao exercício da cidadania. (PCN, 1998, p.8)

Destacamos que a proposta do Ensino Fundamental (Anos Finais) foi organizada por áreas do conhecimento e seguidamente pelos conhecimentos específicos de cada disciplina. O PCN de Matemática é composto por quatro blocos de seleção de conteúdo, sendo eles, Números e Operações, Espaço e Forma, Grandezas e Medidas, e Tratamento da informação.

Esse documento expõe diretrizes gerais para ensino das escolas, as quais não tinham obrigatoriedade de cumprir. Em 2017 foi aprovada uma nova diretriz nacional para o Ensino Fundamental, denominada Base Nacional Comum Curricular (BNCC) que determina os conhecimentos essenciais que todos os alunos da Educação Básica precisam aprender, ano a ano, independentemente do lugar onde moram ou estudam, de forma obrigatória todas as propostas curriculares tanto de escolas públicas e particulares precisam seguir.

A BNCC organiza os conteúdos de Matemática para o Ensino Fundamental em cinco eixos temáticos, sendo eles, Números; Álgebra; Geometria; Grandezas e Medida; Probabilidade e Estatística.

Somente em 2018 foi publicada uma BNCC para o Ensino Médio, essa foi o marco mais recente nas organizações curriculares do país.

A seguir apresentamos o capítulo com o percurso metodológico da pesquisa.

3 PERCURSO METODOLÓGICO

Procuramos usar um caminho metodológico condizente com nossos objetivos, ou seja, a abordagem qualitativa. Segundo Bogdan e Biklen (1994), neste tipo de pesquisa o investigador é o instrumento principal para captar as informações, interessando-se mais pelo processo do que pelo produto. Sendo que os dados podem ser constituídos de várias maneiras dependendo do objetivo da pesquisa.

A presente pesquisa além de ser de caráter qualitativo é também caracterizada como pesquisa documental, compreendida como,

aquela realizada a partir de documentos, contemporâneos ou retrospectivos, considerados cientificamente autênticos (não fraudados); tem sido largamente utilizada nas ciências sociais, na investigação histórica, a fim de descrever/comparar fatos sociais, estabelecendo suas características ou tendências [...].(PÁDUA, 1997, p.62, apud PIANA, 2009, p. 122),

Ressaltamos a relevância da pesquisa documental na abordagem da pesquisa qualitativa, “a qual possibilita a compreensão de casos específicos por meio de registros, os documentos, seja na sua utilização como método autônomo, seja na complementação em pesquisas qualitativas, em que se utilizam outros métodos de constituição e análise de dados.” (KRIPKA; SCHELLER; BONOTTO, 2015, p. 71)

No que se refere à análise das propostas curriculares, ela foi desenvolvida em alguns momentos, desde a escolha e constituição dos documentos até a sua análise propriamente dita. Dessa forma, passaremos a descrever o momento de busca pelos documentos.

Inicialmente tínhamos como proposta de pesquisa descrever, comparar e analisar as propostas curriculares de Matemática presentes ao longo da história do sistema educacional de Minas Gerais, visando observar as permanências, rupturas e inovações presentes, tendo como base a primeira proposta publicada pelo estado. Com intuito de atender a esse objetivo, buscamos fazer um levantamento para identificar as propostas curriculares de Matemática para o Ensino Fundamental (Anos Finais), presentes ao longo da história do ensino de Minas Gerais (MG).

Primeiro fizemos um levantamento em sites de pesquisa, não obtivemos muito sucesso, pois não encontramos dados concretos sobre as propostas de ensino do Estado. Dessa forma, com intuito de se ter um material mais completo, entramos em contato com a

Secretária de Estado de Educação de Minas Gerais (SEE-MG) por meio do site da instituição, mas não conseguimos as informações que precisávamos, pois segundo uma funcionária a instituição não possuía acervo das propostas curriculares utilizadas anteriormente pelas escolas de Minas, dispunha somente da proposta vigente, e que a mesma estava disponível no site da instituição. Não estando satisfeitas, entramos em contato com a instituição por telefone e obtivemos a mesma resposta. No site da Secretaria conseguimos encontrar a proposta curricular denominada como Currículo Referência, disponível no site da SEE-MG.

Diante dessa negativa, realizamos novas buscas, não só em sites, mas dessa vez com professores que trabalhavam em escolas estaduais de Lavras/MG e com uma diretora. Dessa vez conseguimos encontrar alguns documentos referentes ao ensino de Matemática do Estado, mas não conseguimos fazer um panorama histórico das propostas curriculares. Identificamos, por exemplo, que em 2000, o estado lançou uma proposta curricular denominada Conteúdo Básico Comum, porém não conseguimos encontrar o documento, somente uma versão revisada de 2008. Nessa nova pesquisa obtivemos mais duas propostas curriculares do estado, sendo elas, Conteúdo Básico Comum publicada em 2008 e Currículo Básico Comum publicada em 2014.

Como não conseguimos traçar um panorama histórico das propostas curriculares de Minas Gerais, optamos por analisar os documentos que conseguimos encontrar, os quais fazem parte de diferentes momentos de estruturação das propostas curriculares do Estado. Diante disso, definimos um novo objetivo de pesquisa: “descrever, comparar e analisar as três propostas curriculares de Matemática para o Ensino Fundamental (Anos finais) de Minas Gerais, visando observar as permanências, rupturas e inovações, presentes nas propostas”. No desenvolvimento da pesquisa nosso foco está na organização e nas orientações dadas nas propostas curriculares de Matemática para o trabalho do professor, não nos conteúdos específicos de Matemática. Temos então como objeto de pesquisa as seguintes propostas curriculares: Conteúdo Básico Comum (2008); Currículo Básico Comum (2014); Currículo Referência (2018).

Para conseguir alcançar ao objetivo, a partir do momento de pré-análise, lemos todas as propostas procurando estabelecer alguns eixos, que visavam observar permanências, rupturas e inovações entre as propostas, tendo como base a proposta Conteúdo Básico Comum, por ser a mais antiga dentre elas. Dessa forma, determinamos dois eixos de análise: (1º) Caracterização das propostas curriculares de Minas Gerais e (2º) Propostas curriculares

de Minas Gerais: permanências, rupturas e inovações, que será analisada a partir quatro categorias estabelecidas por nós, sendo elas, a) orientações metodológicas e recursos didáticos; b) avaliação; c) eixos de conteúdo; d) organização interna dos eixos de conteúdo.

No próximo capítulo apresentamos a análise dos dados.

4 CARACTERIZAÇÃO DAS PROPOSTAS CURRICULARES DE MINAS GERAIS

Nessa seção, vamos nos dedicar a descrever cada uma das propostas curriculares para em seguida, apresentar uma análise comparativa entre as três elas. As propostas serão organizadas por assuntos, os quais são chamados por nós, de seções.

Como as propostas curriculares se assemelham muito nos assuntos abordados em cada seção, deixaremos para descrever sobre elas no segundo eixo de análise.

4.1 Conteúdo Básico Comum de matemática (CBC)

A proposta curricular Conteúdo Básico Comum de Matemática foi publicada pelo Estado de Minas Gerais nos anos 2000 para o Ensino Fundamental e médio, o documento que analisaremos é uma versão revisada publicada em 2008, destinada ao Ensino Fundamental (Anos Finais) e o Ensino Médio. De acordo com o documento,

A revisão está baseada nas sugestões obtidas ao longo do ano de 2005, por meio de contatos diretos com professores da rede estadual e durante os cursos de capacitação, palestras, debates e fóruns realizados com estudantes de licenciatura em Matemática e com docentes do ensino. (CBC, 2008, p. 11)

O documento composto por 80 páginas está dividido em duas partes: 1ª parte: Ensino Fundamental da 6ª a 9ª série³(Ensino Fundamental Anos Finais) e 2ª parte: Ensino Médio. A parte correspondente ao Ensino Fundamental, as quais nos interessam, é composta por 19 páginas que são organizadas da seguinte maneira:

Quadro 1- Seções do documento 2008 (continua)

Seções
Introdução
Considerações Didáticas Metodológicas

³ O Ensino Fundamental sofreu alteração de série para ano em 2009.

Orientações Pedagógicas
Resoluções de Problemas
Avaliação
Como lidar com erros
CBC de Matemática do Ensino Fundamental da 6ª à 9ª série

Fonte: Adaptado de Conteúdo Básico Comum de Minas Gerais (2008)

4.2 Conteúdo Básico Comum de Matemática

A proposta Currículo Básico Comum de Matemática foi publicada em 2014, para o Ensino Fundamental (Anos Finais). O documento começou a ser elaborado em 2010, com esforço de um coletivo. De acordo com o documento,

Para que este Currículo Básico Comum se tornasse uma realidade, um longo caminho foi percorrido. Participaram dessa caminhada as Equipes Regionais Central do Programa de Intervenção Pedagógica – PIP/EF, Inspetores Escolares, Especialista da Educação Básica e professores dos Anos Finais das escolas de rede estadual que, com seus conhecimentos e experiências, contribuíram significativamente para a construção deste documento. (CBC, 2014, p. 6)

A proposta é composta por 60 páginas, as primeiras páginas são destinadas ao nome e instituição que elaborou a propostas, nome dos organizadores e a exposição do governo do estado vigente na publicação da proposta, em seguida ela é organizada da seguinte maneira:

Quadro 2 - Seções do documento 2014 (continua)

Seções
Apresentação

Introdução
Considerações Didáticas Metodológicas
Orientações Pedagógicas
Resoluções de Problemas
Avaliação
CBC de Matemática
Referências Bibliográficas

Fonte: Adaptado de Currículo Básico Comum de Minas Gerais (2014)

4.3 Currículo Referência

A proposta Currículo Referência de acordo SEE-MG foi publicada em dezembro de 2018, destinada ao Ensino Fundamental, o documento esclarece que foi elaborada

[...] a partir dos fundamentos educacionais expostos na nossa Constituição Federal (CF/1988), na Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB 9394/96), no Plano Nacional de Educação (PNE/2014), na Base Nacional Comum Curricular (BNCC/2017) e a partir do reconhecimento e da valorização dos diferentes povos, culturas, territórios e tradições existentes em nosso estado. (CR, 2019, p.2)

Tendo esses preceitos como referencial, a proposta foi elaborada com a colaboração de um coletivo formado por profissionais de todas as regiões do estado.

Destacamos que o presente documento é resultado do regime de colaboração estabelecido entre a Secretaria de Estado de Educação de Minas Gerais – SEEMG e a União Nacional dos Dirigentes Municipais de Educação de Minas Gerais, seccional Minas Gerais - UNDIME/MG. Neste processo,

foram considerados e estudados os documentos curriculares já presentes em diferentes redes (estadual e municipais) como fonte de inspiração para a elaboração de um currículo que possa ser referência em todo o estado.

[...] A construção do Currículo Referência de Minas Gerais contou ainda com a escuta à entidades parceiras, como o Fórum Estadual Permanente de Educação de Minas Gerais - FEPEMG, o Fórum Mineiro de Educação Infantil – FMEI, a União Nacional dos Conselhos Municipais de Educação em Minas Gerais - UNCME/MG, o Conselho Estadual de Educação de Minas Gerais - CEE/MG, além de outras entidades e atores colaboradores.

A proposta curricular não dispõe de um documento único para o currículo de Matemática, é organizada com os currículos de todas as disciplinas. A apresentação do nome da proposta, organizadores das propostas, e governo vigente a publicação das propostas é feita nas primeiras páginas do documento, a parte destinada a Matemática é composta por 80 páginas, organizadas da seguinte maneira:

Quadro 3 - Seções do documento 2019 (Continua)

Seções	
Apresentação da Área: Matemática	
Competências Específicas de Matemática para o Ensino Fundamental	
Componente Curricular: Matemática	
Apresentação do Componente	Curricular Matemática
Relação do Componente Curricular com as Concepções do Currículo Referência de Minas Gerais	
Especificidades do Componente Curricular	
Diretrizes para o Ensino Do Componente Curricular	
O Componente Curricular nos Anos Iniciais e Anos Finais do Ensino Fundamental	

As Unidades Temáticas do Componente Matemática nos Anos Iniciais e Anos Finais do Ensino Fundamental
Avaliação
Referências Bibliográficas
Organizador Curricular de Matemática

Fonte: Adaptado de Currículo Referência de Minas Gerais (2018)

A estrutura das três propostas difere em vários aspectos, enquanto a proposta Conteúdo Básico Comum (2008) é um documento destinado ao Ensino Fundamental (Anos Finais) e Médio, limitando as orientações ao Ensino Fundamental (Anos Finais) em somente 19 páginas, a proposta Currículo Básico Comum, (2014) traz um documento com 60 páginas destinadas somente ao Ensino Fundamental (Anos Finais), uma mudança bastante expressiva. Por outro lado, a proposta seguinte Currículo Referência (2018) volta a trazer um documento destinado a duas etapas da escolarização, desta vez, com 80 páginas destinadas ao Ensino Fundamental (Anos iniciais e Finais), mas diferente da proposta de 2008, não separa a proposta em duas partes, descreve assuntos voltadas as duas etapas de forma única, o que parece ser interessante para que os docentes possam ter uma ideia do que precisa ser abordado ao longo dos nove anos do Ensino Fundamental. Outro ponto que difere na estrutura das três propostas curriculares estão nas seções que descrevem os conteúdos.

Na proposta Conteúdo Básico Comum (2008) a parte destinada aos conteúdos está na seção “CBC de Matemática do Ensino Fundamental da 6^a à 9^o série”, os conteúdos são organizados por eixos, porém são descritas orientações gerais do que o estudante precisa aprender ao longo do Ensino Fundamental, mas não especifica o que precisa ser trabalhado em cada ano de escolarização. As outras duas propostas trazem uma mudança importante na estruturação dos conteúdos escolares.

A proposta Currículo Básico Comum (2014) a parte destinada aos conteúdos está na seção “CBC de Matemática”, nessa os conteúdos também são organizados por eixos, porém a proposta descreve o que precisa ser trabalho em cada ano da escolarização por meio das gradações, Introduzir (I); Aprofundar (A); Consolidar (C). Já o Currículo referência (2018)

aborda esse tema na seção “Organizador Curricular de Matemática”, o documento também traz os conteúdos organizados por eixos, porém traz os conteúdos a serem trabalhados em cada ano separadamente.

Em relação as seções dos documentos, as propostas Conteúdo Básico Comum (2008) e Currículo Básico Comum (2014) contém praticamente as mesmas, a única seção diferente é “Como lidar com erro” que está presente na proposta de 2008 e não aparece na proposta de 2014, porém o assunto abordado nessa seção, foi incorporado em “Avaliação” na proposta de 2014. Por outro lado, a proposta Currículo Referência (2018) tem somente a seção “Avaliação” em comum com as propostas anteriores, porém os assuntos abordados nas seções desse documento são semelhantes em muitos pontos com os abordados nas seções dos documentos anteriores.

5 PROPOSTAS CURRICULARES DE MINAS GERAIS: PERMANÊNCIAS, RUPTURAS E INOVAÇÕES

Apresentaremos a seguir a análise das propostas procurando evidenciar as permanências, rupturas e inovações, tendo como base a proposta Conteúdo Básico Comum, por ser a mais antiga dentre elas. Serão abordados: Orientações metodológicas e Recursos didáticos, Avaliação, Eixos de Conteúdo e Organização interna dos eixos de Conteúdo.

5.1 Orientações Metodológicas e Recursos Didáticos

As três propostas (2008, 2014 e 2018) apresentam orientações Metodológicas e Didáticas enfatizadas de formas diferentes. A proposta Conteúdo Básico Comum (2008) e Currículo Básico Comum (2014), descrevem sobre esses temas nas seções comuns “Considerações Didáticas Metodológicas”, “Orientação Pedagógicas” e “Resolução de problemas”. A proposta de 2008 destaca a importância dos professores estarem atentos não só no que deve ensinar, mas também para quem ensinar, ela cita trechos do PCN, que descreve as características dos estudantes em cada etapa da escolaridade, como exemplo:

Nos dois últimos anos (7ª e 8ª séries), muitos alunos ainda estão às voltas com mudanças corporais, momentos de inquietação emocional e psicológica, que repercutem na vida afetiva, na sexualidade, nas relações com a família e também na escola. Junto a esses problemas, começa a se configurar uma nova e grande expectativa - a continuidade dos estudos e o futuro profissional. Convém lembrar que muitos desses alunos já terão ingressado no mercado de trabalho, geralmente desenvolvendo atividades pouco qualificadas e ansiosos por melhores condições de vida. (PCN, 1998, apud CBC, 2008, p. 13)

A proposta (2008) destaca também trechos do PCN com objetivos, o qual o estudante precisa alcançar com o ensino de Matemática no Ensino Fundamental, como:

Identificar os conhecimentos matemáticos como meios para compreender e transformar o mundo à sua volta e perceber o caráter de jogo intelectual, característico da Matemática, como aspecto que estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade para resolver problemas. (PCN, 1998 apud CBC, 2008 p.14)

Com essas questões essa proposta enfatiza que para os estudantes conseguirem desenvolver e assimilar os conceitos, o professor precisa permitir que o estudante experimente o fazer Matemática, e que a melhor forma de se alcançar os objetivos traçados para o Ensino Fundamental (Anos Finais), é trabalhando a partir da perspectiva da metodologia de Resolução de problemas, que será abordada em uma seção específica. A proposta aponta também para um traço da metodologia tradicional.

Ressaltamos que não deixam de ter importância exercícios de fixação de técnicas e habilidades de rotina que, em geral, são de caráter repetitivo. Tais exercícios destinam-se exclusivamente a fazer com que o aluno, ao encontrar determinada situação padrão, proceda sem percalços, quase que automaticamente. Por exemplo, o aluno deve se sentir seguro ao somar duas frações executando a operação como um hábito de rotina (sem prejuízo, é claro, de sua discussão e interpretação) para que não tenha dificuldades na hora de encontrar a solução de um problema. (CBC, 2008, p.17)

Além disso, a proposta (2008) considera que os estudantes precisam ter um papel ativo nas aulas, traz orientações didáticas à utilização de recursos, como: jogos; curiosidades matemáticas; trabalho de exposições, recursos computacionais, entre outros. Todas essas orientações são expostas de uma forma superficial sem muitas explicações e aprofundamento de como o docente poderá explorá-la.

Importante ressaltar que a SEE-MG, dispõem de um site denominado como Centro de Referência Virtual do Professor (CRV) elaborado a partir da publicação do Conteúdo Básico Comum (2008), que conta com orientações didáticas, sugestões de planejamento de aulas, roteiros de atividades, fórum de discussões, textos didáticos, experiências simuladas, vídeos educacionais e vários outros materiais que colaboram com a prática docente. As propostas de 2008 e 2014 apresentam referências ao site, já na proposta Currículo Referência (2018), o CRV não é mencionado. Em visita ao site constatamos que está desatualizado, nele consta somente a proposta de 2008.

A proposta Currículo Básico Comum (2014) difere em poucos aspectos da proposta anterior (2008), nas seções “Considerações Didáticas Metodológicas”, “Orientação Pedagógicas” e “Resolução de problemas” contem trechos da proposta de 2008, mas não traz traços da metodologia tradicional. Continua enfatizando a importância de os professores conhecerem o seu estudante e acrescenta na caracterização dos mesmos uma resolução da SEE-MG.

Resolução SEE/MG nº 2197/2012 a estruturação em ciclos dos Anos Finais dentro do Ensino Fundamental e o que é preciso garantir para o prosseguimento da vida escolar: Art. 28 O Ensino Fundamental, com duração de nove anos, estrutura-se em 4 (quatro) ciclos de escolaridade, considerados como blocos pedagógicos sequenciais:

I - Ciclo da Alfabetização, com a duração de 3 (três) anos de escolaridade, 1º, 2º e 3º ano;

II - Ciclo Complementar, com a duração de 2 (dois) anos de escolaridade, 4º e 5º ano;

III - Ciclo Intermediário, com duração de 2 (dois) anos de escolaridade, 6º e 7º ano;

IV - Ciclo da Consolidação, com duração de 2 (dois) anos de escolaridade, 8º e 9º ano.

[...] Art. 30 Os Ciclos Intermediário e da Consolidação devem ampliar e intensificar, gradativamente, o processo educativo no Ensino Fundamental, bem como considerar o princípio da continuidade da aprendizagem, garantindo a consolidação da formação do aluno nas competências e habilidades indispensáveis ao prosseguimento de estudos no Ensino Médio. (CBC, 2014, p.9)

As orientações didáticas são um pouco mais exploradas nessa proposta (2014), com o campo Orientações Pedagógicas presente na exposição dos conteúdos, o mesmo traz sugestões para o professor trabalhar as habilidades referentes a cada tópico, baseadas no CRV, com algumas sugestões de recursos didáticos, acrescenta o uso de material manipulativo, como material dourado, livro didático e incentiva a leitura e escrita dos estudantes. Podemos observar no trecho abaixo retirado das “Orientações Pedagógica” para o trabalho com o conjunto dos números naturais algumas dessas recomendações.

Como nosso sistema de numeração é decimal e posicional trabalhar inicialmente com dinheiro, que faz parte do cotidiano, e com o material dourado ou similar, é importante para destacar as suas principais características - os agrupamentos de 10 e 10 e o valor posicional dos algarismos. Assim o aluno terá condições de compreender as operações com os números naturais e posteriormente entender a representação dos números racionais na forma decimal e os sistemas de medida. (CBC, 2014, p. 34)

O currículo Referência (2018) aborda esses assuntos na seção “Diretrizes para o Ensino Do Componente Curricular”. Ela traz a mesma ideia das versões anteriores, aborda o estudante como sujeito ativo na construção de seu conhecimento, que a Matemática é uma disciplina para todos, destaca também a Resolução de Problemas como uma metodologia importante para se trabalhar os conteúdos de Matemática e traz alguns trechos da proposta de 2014 sobre esse tema. Destacamos abaixo um deles.

Um dos principais objetivos do ensino de Matemática, em qualquer nível, é o de desenvolver habilidades para a solução de problemas. Esses problemas podem advir de diferentes situações que exijam o domínio da linguagem matemática e da construção de argumentos que permitam ao aluno elaborar propostas concretas a partir dos conhecimentos adquiridos ao longo do ensino fundamental. No primeiro caso, é necessária uma boa competência de uso da linguagem matemática para interpretar questões formuladas verbalmente. No segundo caso, quer dizer que, problemas interessantes que despertam a curiosidade dos alunos, podem surgir dentro do próprio contexto matemático quando novas situações podem ser exploradas e o conhecimento aprofundado, num exercício contínuo de imaginação e de investigação. (CBC, 2014 apud CR, 2019, p. 657)

Diferente das outras propostas (2008 e 2014), na de 2018 há sugestões para se trabalhar outras tendências em Educação Matemática, como, Modelagem Matemática, História da Matemática e Etnomatemática. Orienta sobre a perspectiva inclusiva, enfatizando aos professores e professoras a importância de se pensar aulas, de modo que inclua todos os estudantes. Podemos observar no trecho da proposta destacado abaixo.

[...] abordamos também a perspectiva inclusiva, onde todos têm o direito de estarem juntos, aprendendo e participando, sem nenhum tipo de discriminação. Todos os alunos devem ser acolhidos independente de suas condições físicas, intelectuais, sociais ou econômicas. Deste modo reiteramos que todos têm direito à aprendizagem. As dificuldades enfrentadas no processo evidenciam a necessidade de se criar alternativas para a superação das mesmas, a fim de favorecer a promoção da aprendizagem e a valorização das diferenças, atendendo às necessidades educacionais de todos os alunos.(CR, 2018, p. 659)

Como orientações didáticas, traz inovações como o trabalho Interdisciplinar e tarefas investigativas.

Como as outras propostas, as orientações e indicações descritas são explicações bem curtas. Quando afirmamos que as orientações dadas são de formas curtas, simplificadas, não são em tom de crítica, pois o currículo apresenta essas questões como orientações, a partir delas o docente poderá planejar sua formação e sua prática.

As três propostas (2008, 2014 e 2018) destacam que as aulas desenvolvidas pelos professores não podem se limitar ao documento, precisa estar vinculadas ao Plano Político Pedagógico e ao Plano de aula do professor. Diante disso, sugere-se que ao professor buscar meios para aprender desenvolver suas aulas através dessas orientações. Destacamos aqui a importância do docente não se limitar somente as propostas curriculares, sempre buscar

aprender novas tendências que o ajude a desenvolver uma prática pedagógica de qualidade para seus estudantes. Vale observar que as propostas curriculares são orientações, para conseguir trabalhar com essas metodologias é necessário procurar se aprofundar por meio de outras fontes.

5.2 Avaliação

As três propostas trazem uma seção “Avaliação” para abordar o assunto, ambas têm as mesmas concepções de avaliação, como um processo e instrumento para avaliar não somente as aprendizagens dos estudantes, mas também a prática do professor. Para evidenciar essas questões apresentamos trechos da proposta de 2008 e a proposta de 2019, a de 2014, está praticamente igual à proposta de 2008.

O professor, ao planejar, orientar, observar, instigar, organizar e registrar as atividades em sala de aula, possui um conjunto de parâmetros que o habilita a fazer uma avaliação contínua de todo o processo de aprendizagem. Nesse processo, estão envolvidos ele próprio, os alunos, o material e a metodologia utilizados. Isso permite ao professor reformular a cada momento suas práticas pedagógicas e melhor adaptá-las às condições de sala de aula. (CBC, 2008, p.17)

Ao professor, a avaliação fornece elementos para uma reflexão contínua sobre a sua prática, sobre a necessidade da criação de novos instrumentos de trabalho, sobre ajustes a fazer no processo de aprendizagem individual ou de todo grupo. Ao estudante, permite a tomada de consciência de suas conquistas, dificuldades e possibilidades para reorganização de seu investimento na tarefa de aprender. À escola, possibilita definir prioridades e identificar que aspectos das ações educacionais demandam apoio. (CR, 2019, p.665)

Quando falamos em avaliação, logo vem à mente uma prova, com intuito de medir o conhecimento ou selecionar de alguma forma a pessoa que está sendo avaliada, sabemos que esse modelo de avaliação classificatória ainda é muito presente nas escolas, tendo como motivo, diversos fatores. Consideramos importante que a proposta ofereça orientações uma nova concepção de avaliação, uma diagnóstica que vise a qualidade do ensino do estudante e do trabalho do professor, não somente um processo de exclusão de pessoas. Como aponta Luckesi (2005, p.150), a avaliação “só faz sentido na medida em que serve para diagnóstico

da execução e dos resultados que estão sendo buscados e obtidos. A avaliação é um instrumento auxiliar da melhoria dos resultados” .

Na próxima seção apresentamos os conteúdos abordados nas propostas.

5.3 Eixos de conteúdos

As propostas Conteúdo Básico Comum (2008), apresenta os conteúdos em quatro eixos de conteúdo, nomeados por Eixos Temáticos, são eles: Números e Operações; Álgebra; Espaço e Forma; Tratamento de Dados. O documento de 2014 também organiza os conteúdos em quatro eixos de conteúdo, mas nessa proposta são chamados somente de eixos: Espaço e Forma; Grandezas e Medidas; Números e Operações/Álgebra e Funções; Tratamento de Dados.

A proposta Currículo Referência (2018) difere das anteriores na quantidade de eixos de conteúdo, essa descreve cinco eixos que são chamados de Unidades Temáticas: Números; Álgebra; Grandezas e Medidas; Geometria; Probabilidade e Estatística.

A proposta de 2014 apresenta o eixo Números e Operações/ Álgebra e Funções, sendo a junção dos eixos temáticos Números e Operações e Álgebra da proposta anterior (2008), ainda acrescenta mais um assunto, Funções, o qual não é abordado no Ensino Fundamental (Anos Finais) na proposta de 2008, somente no Ensino Médio. Outro diferencial da proposta de 2014 é a inserção do eixo Grandezas e Medidas, na proposta de anterior (2008) os conteúdos relacionados a esse eixo é abordado no eixo temático Espaço e Forma. O documento Currículo Referência (2018) aborda todos os assuntos discutidos nas propostas anteriores (2008 e 2014), tendo como marco a volta do eixo Álgebra, que de acordo com o documento, tem a finalidade do desenvolvimento do pensamento algébrico.

5.4 Organização interna dos eixos de conteúdo

A proposta Conteúdo Básico Comum (2008) organiza os assuntos a serem abordados nos Eixos Temáticos, por “Temas”; “Tópicos”; “Habilidade”, como podemos observar na Figura 1.

Figura 1- Organização interna dos eixos da proposta de 2008

Eixo Temático III Espaço e Forma	
Tema 1: Relações Geométricas entre Figuras Planas	
TÓPICOS	HABILIDADES
13. Figuras planas	<p>13.1. Reconhecer as principais propriedades dos triângulos isósceles e equiláteros, e dos principais quadriláteros: quadrado, retângulo, paralelogramo, trapézio, losango.</p> <p>13.2. Identificar segmento, ponto médio de um segmento, triângulo e seus elementos, polígonos e seus elementos, circunferência, disco, raio, diâmetro, corda, retas tangentes e secantes.</p> <p>13.3. Identificar ângulo como mudança de direção.</p> <p>13.4. Identificar retas concorrentes, perpendiculares e paralelas.</p> <p>13.5. Reconhecer e descrever objetos do mundo físico utilizando termos geométricos.</p> <p>13.6. Reconhecer a altura de um triângulo relativa a um de seus lados.</p>

Fonte: Conteúdo Básico Comum de Minas Gerais 2008

A proposta Currículo Básico Comum (2014) acrescenta assuntos, como, “Competência”, “Conteúdo”, “Orientações Pedagógicas” e “Ciclos” para indicar as graduações. Como podemos observar na abaixo.

Figura 2 - Organização interna dos eixos da proposta de 2014

Eixo – Espaço e Forma

Competência – Utilizar o conhecimento geométrico para realizar a leitura e a representação da realidade e agir sobre ela.

Tema – Relações Geométricas entre Figuras Planas

TÓPICOS	HABILIDADES	CONTEÚDOS	ORIENTAÇÕES PEDAGÓGICAS	CICLOS			
				INTERMEDIÁRIO 6º	7º	DA CONSOLIDAÇÃO 8º 9º	
1. Figuras espaciais	1.1. Diferenciar figuras planas (bidimensionais) e figuras não planas (tridimensionais).	Sólidos geométricos	Inicialmente, com uma abordagem ainda informal e com atividades de experimentação, o professor pode propor aos alunos atividades para investigar as formas geométricas tridimensionais, as semelhanças e diferenças entre elas e as relações entre seus elementos. Posteriormente o professor deve propor atividades com a manipulação de embalagens variadas, montagem e desmontagem de caixas, construção de sólidos a partir de suas planificações contando seus vértices, faces e arestas que desenvolvem a visualização espacial do aluno. Nesse caso a utilização de canudinhos ou palitos de churrasco para a construção dos esqueletos dos sólidos também é um bom recurso para que os alunos construam essas habilidades. O fato de muitas vezes o aluno não dominar habilidades relativas à identificação de elementos de um poliedro, à classificação de figuras tridimensionais e ao reconhecimento de sólidos geométricos a partir de sua planificação mostra a necessidade de fazer um trabalho sistemático com a manipulação de materiais concretos, a utilização de softwares adequados e o desenho de figuras geométricas em várias perspectivas até que o aluno consiga sistematizar todo o conhecimento. É bom ressaltar que o trabalho com os sólidos geométricos nesse nível de ensino não deve se restringir apenas à montagem e desmontagem de embalagens e à nomeação de vértices, arestas e faces. Sólidos formados pela composição		A	A	C
	1.2. Identificar figuras espaciais: poliedros e não poliedros.	Poliedros		I	A	A	C
	1.3. Classificar poliedros e corpos redondos;	Corpos redondos		I	A	A	C
	1.4. Identificar elementos de um poliedro: vértices, arestas e faces.	Elementos de um poliedro (faces, arestas e faces)		I	A	A	C

Fonte: Currículo Básico Comum de Minas Gerais 2014

O Currículo Referência (2018) apresenta somente os assuntos internos dos eixos abordados nas propostas anteriores, “Habilidades” e acrescenta “Objetos de Conhecimento”, relacionando-os.

Cada habilidade é indicada com um código, por exemplo: EF07MA01A, que refere a uma habilidade a ser alcançada pelos estudantes do sétimo ano do Ensino Fundamental (Anos Finais) na Unidade Temática Números. (Figura 3)

Figura 3 - Organização interna dos eixos da proposta de 2019

7º Ano		
Unidades Temáticas	Objetos de Conhecimento	Habilidades
Números	Múltiplos e divisores de um número natural	<p>(EF07MA01A) Resolver problemas com números naturais, envolvendo as noções de divisor e de múltiplo, podendo incluir máximo divisor comum ou mínimo múltiplo comum, por meio de estratégias diversas, sem a aplicação de algoritmos.</p> <p>(EF07MA01B) Elaborar problemas com números naturais, envolvendo as noções de divisor e de múltiplo, podendo incluir máximo divisor comum ou mínimo múltiplo comum, por meio de estratégias diversas, sem a aplicação de algoritmos.</p>

Fonte: Currículo Referência de Minas Gerais 2018

Estar claro o que deve ser trabalhado em cada eixo de conteúdo é fundamental para ajudar o trabalho do professor. A proposta de 2008, como não aborda o que deve ser trabalhado em cada ano de escolarização, trás temas gerais de cada eixo e habilidades a serem atingidas, cabe ao professor ou instituição escolar definir o que deve ser trabalhado em cada ano. Já a proposta de 2014 esclarece melhor os conhecimentos que devem ser ensinados aos estudantes, com a introdução do assunto “Conteúdo”, essa proposta inova também nesse aspecto, na introdução do assunto “Orientações Pedagógicas”, que já foi esclarecido no subtítulo “Orientações Metodológicas” e Recursos Didáticos”, traz orientações de como trabalhar com alguns conteúdos. Algo que consideramos interessante pois facilita na rotina corrida dos docentes. Na proposta seguinte (2018), o assunto “Orientações Pedagógicas” foi retirado, entre outros assuntos, mas considero esse como uma ruptura mais expressiva.

Apresentamos a seguir um quadro síntese com as principais permanências, rupturas e inovações que verificamos nas três propostas curriculares.

Quadro 4 - Síntese da Análise (Continua)

EIXOS DE ANÁLISE	PROPOSTAS CURRICULARES						
	Conteúdo Básico Comum (2008)	Currículo Básico Comum (2014)			Currículo Referência (2018)		
		Permanências	Rupturas	Inovações	Permanências	Rupturas	Inovações
Descrição das propostas curriculares de Minas Gerais.	1-Um único documento dividido em duas partes, contendo orientações para Ensino Fundamental (Anos Finais) e Ensino Médio. 2- Orientações gerais de conteúdos, não especifica o que deve ser trabalhado em cada série (ano) 3- Composto por sete seções.		1-Documento para duas fases da escolarização 1- Seção “Como lida com erro”	1-Um único documento para Ensino Fundamental 2- Explicitações do que deve ser trabalhado em cada ano por meio de graduações, Introduzir, Aprofundar e Consolidar.	1-Voltou a ser uma proposta contendo informações para duas etapas da escolarização, nessa depõe de informações para o Ensino Fundamental (Anos Iniciais e Finais).	1-Explicitações do que deve ser trabalhado em cada ano por meio de graduações, Introduzir, Aprofundar e Consolidar.	1- Organização dos conteúdos a serem trabalhados ano a ano.
Orientações Metodológicas	1-Orientações superficiais 2- Recomendações: Metodologia tradicional e Resolução de problemas	1-Orientações superficiais 2- Recomendações: Metodologia Resolução de problemas	1- Recomendação de Metodologia tradicional		1-Orientações superficiais 2-Recomendações: Metodologia Resolução de problemas		1- Recomendações : Metodologia Modelagem, Etnomatemática e Historia da Matemática

EIXOS DE ANÁLISE	PROPOSTAS CURRICULARES						
	Conteúdo Básico Comum (2008)	Currículo Básico Comum (2014)			Currículo Referência (2018)		
		Permanências	Rupturas	Inovações	Permanências	Rupturas	Inovações
Recursos didáticos	1- Orientações superficiais 2- Indicações: Uso de recursos tecnológicos e jogos.	2- Indicações: Uso de recursos tecnológicos e jogos		1- A inclusão de orientações Pedagógicas para orientar o professor a trabalhar os conteúdos. Nessa acrescenta indicações de alguns recursos didáticos, como materiais manipulativos e livro didático.	1- Volta a ser descritos orientações superficiais como na proposta de 2008. 2- Indicações: Uso de recursos tecnológicos e jogos	1- retira das orientações Pedagógicas para orientar o professor a trabalhar os conteúdos. Nessa acrescenta indicações de alguns recursos didáticos, como materiais manipulativos e livro didático	1- Orienta um trabalho Interdisciplinar e um trabalho na perspectiva inclusiva.
Avaliação	Avaliação como processo	Avaliação como processo			Avaliação como processo		
Eixos de conteúdo	1-Quatro eixos chamados Eixos Temáticos. 1-Números; Operações 2-Álgebra; 3- Espaço e Forma; 4- Tratamento de Dados.	1- Espaço e Forma e Tratamento da Informação.		1- Faz a junção dos eixos 1 e 2 da proposta 2008, formando um novo eixo Números e Operações/ Funções. 2-Acrésceta o eixo Grandezas e medidas.	1- Volta com eixo Álgebra da proposta 2008 2- Mantém o eixo Grandezas e Medidas da proposta de 2014.		1-Acrésceta os eixos, Números; Geometria; Probabilidade e estatística.
Organização interna dos eixos de conteúdo	1- São descritos Temas, Tópico e Habilidades.	1 - Tópicos e Habilidades.		1- Acrescenta Conteúdo, Orientações Pedagógicas e Ciclos.	1- Habilidades	1- Conteúdo, Orientações Pedagógicas e Ciclos.	1- Acrescenta Objetos de conhecimento.

Fonte: As autoras

Diante dessa análise podemos perceber que as mudanças mais expressivas ocorrem na organização das propostas e nas orientações metodológicas. Em relação a organização das propostas, destacamos a proposta Currículo Referência (2018) que traz um documento que descreve os conteúdos a serem trabalhados em cada ano de escolarização, há também nas orientações metodológicas desse documento, um grande avanço, pois apesar de dar mais ênfase na metodologia de Resolução de Problemas, aborda novas tendências metodológicas que permitem aos docentes perceberem novas formas de desenvolver suas aulas, de forma que o estudante possa ter um papel ativo na construção do seu conhecimento. Outro ponto inovador importante que a proposta de 2018 traz, é a menção de um ensino na perspectiva inclusiva, assunto que não foi mencionado nas propostas anteriores (2008, 2014), apesar de que nessas últimas há uma perspectiva da matemática para todos.

As recomendações de recursos didáticos foram bem semelhantes, mas na proposta de 2018 sofre uma perda em relação a proposta Currículo Básico Comum (2014) com a retirada das “Orientações Pedagógicas” que apresentavam não só exemplos de recursos que podiam ser usados nas aulas de matemática, mas apresenta recursos que podiam ser trabalhados em conteúdos específicos. A maior ruptura está na não apresentação da seção “Organização interna dos eixos”

Os eixos de conteúdos também sofreram alterações, com trocas de nomes e inclusão de novos eixos de conhecimento, porém como não foi nossa proposta analisar os conteúdos descritos por cada eixo de conteúdo, não podemos afirmar se ocorreram inovações, rupturas ou permanências.

A seguir apresentamos nossas considerações sobre o desenvolvimento desse trabalho.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Vale ressaltar novamente que segundo Sacristán (2000) o currículo se constitui em diferentes níveis que estão interligados de alguma forma, nesse trabalho consideramos o Currículo Prescrito. Nosso objetivo foi fazer uma comparação entre três propostas curriculares do estado de Minas e assim observar as permanências, rupturas e inovações presentes, tendo como base a proposta mais antiga entre as três.

Nosso foco não foram os conteúdos específicos de Matemática, mas sim a organização e as orientações dadas para o trabalho do professor com os conteúdos apresentados nas propostas. Com essa pesquisa pudemos observar que as propostas curriculares do estado de Minas Gerais, foram sofrendo algumas mudanças expressivas em relação a proposta Conteúdo Básico Comum (2008), a mais recente Currículo Referência (2018), traz inovações para orientar o trabalho dos professores e professoras, em compartilhar o conhecimento com o estudante de forma que atinjam os objetivos traçados para o Ensino Fundamental (Anos Finais). Porém, algumas informações importantes para o trabalho dos docentes ainda são trazidas de forma superficial. Como, por exemplo, quando no Currículo Referência (2018) aborda a tendência metodológica Etnomatemática, quando fizemos a leitura tivemos que buscar em outras fontes, pois a proposta nem ao menos define o que seria. Essa forma superficial de expressar os assuntos é observada também nas propostas Conteúdo Básico Comum (2008) e Currículo Básico Comum (2014), não há citações corretas de onde foram tiradas as informações, mas há uma seção referência, uma pena, pois os professores poderiam ter recorrido a esses textos de forma mais fácil para se apropriar melhor do assunto abordado. Já na proposta de 2018, esse problema não acontece, pois as citações de outros trabalhos são bem referenciadas.

Um dos motivos que nos levaram a realizar esse trabalho foi por considerar o Currículo Prescrito como um regulador da prática de professores, com a realização da pesquisa pudemos perceber que esse controle não é muito explícito nas propostas, pois os documentos enfatizam que as aulas não podem se limitar as orientações expressas nos documentos. Além deles, a prática pedagógica do docente precisam estar alinhada ao Plano Político Pedagógico (PPP) da escola. Esse controle pode estar ligado a forma linear que estão organizado os conteúdos, as diretrizes presentes no PPP da escola ou até mesmo pelas propostas serem documentos obrigatórios a serem seguidos. Mas não podemos afirmar nada aqui, pois seria necessário observar como se dá esse currículo prescrito e m sala de aula.

Notamos então, que muitos desafios os professores enfrentam ao exercer sua profissão, pois para conseguir realizar aulas de Matemática que consigam ser significativas aos estudantes, ajudando-os a compreenderem os conteúdos matemáticos abordados nas propostas curriculares não é uma tarefa fácil. Os docentes precisam de condições de trabalho adequadas e precisam ter oportunidade de formação e desenvolvimento profissional, em buscas de novas tendências metodológicas, recursos, e orientações, pois a profissão se constitui em um processo contínuo.

7. REFERÊNCIAS

BOGDAN, R., BIKLEN, S. **Investigação Qualitativa em Educação** – uma introdução à teoria e aos métodos. Porto: Porto Editora, 1994.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular, Propostas**. Disponível em: <<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/#/site/propostas>>. Acesso em: 27 out 2019.

BRASIL. **Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996. Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**. Diário Oficial da União, de 23 de dezembro de 1996 .

BRASIL.MEC, **Parâmetros Curriculares Nacionais (Ensino fundamental anos finais)**. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BULGRAEN, V.C, **O Papel do Professor e sua Mediação nos Processos de Elaboração do Conhecimento**. *Revista Conteúdo*, Capivari, v.1, n.4, ago./dez. 2010.

CLARAS, A. F. e PINTO N. B. **O movimento da matemática moderna e as iniciativas de formação docente**. Disponível em: <https://educere.bruc.com.br/arquivo/pdf2008/863_662.pdf>. Acesso: 02.out.2019.

FREIRE, P. **Pedagogia do oprimido**. 17. ed. Paz e Terra, Rio de Janeiro, 1987.

KRIPKA, R. M. L; SCHELLER, M.; BONOTTO, D. L. **Pesquisa documental: considerações sobre conceitos e características na pesquisa qualitativa**. In VI Simpósio Internacional de Educação e Comunicação. Atas, 2015, p. 243-247.

LORENZ, K. **Introdução à Pedagogia Jesuíta no Brasil Colonial: Educação Humanista e o Ratio Studiorum**. *Cadernos na História da Educação*. Uberlândia: UFU, v.17, n.1, p.25-50 (Versão em Português). Disponível em:<<http://www.seer.ufu.br/index.php/che/issue/view/1568>>Acesso em: 25 nov. 2019

MALTA, S, C, L. **Uma Abordagem sobre Currículo e Teorias Afins Visando à Compreensão e Mudança**. *Espaço do Currículo*, Paraíba, p.340-354, 2013.

MINAS GERAIS. **Secretaria do Estado de Educação. Conteúdo Básico Comum: CBC Matemática**. Belo Horizonte: SEE, 2008.

_____. **Secretaria do Estado de Educação. Currículo Básico Comum: CBC Matemática**. Belo Horizonte: SEE, 2014.

_____. **Secretaria do Estado de Educação. Currículo Referência: CR Matemática**. Belo Horizonte: SEE, 2019. Disponível em: <<https://curriculoreferencia.educacao.mg.gov.br/>> Acesso em: ago.2019

MIORIM, M. Â. **Introdução à história da educação matemática**. Atual, São Paulo, 1998.

MOREIRA, A.F.B; SILVA, T.T. **Currículo, cultura e sociedade**. Cortez, São Paulo, 1994.

PINTO, B.N. **Marcas históricas da Matemática Moderna no Brasil**. **Diálogo Educacional**, Curitiba, 2005.

PINTO, N, B; NOVAES, B, W, D. **A apropriação da Matemática Moderna na Escola Técnica Federal do Paraná nas Décadas de 60 e 70**. **Dialogo Educacional**. Curitiba: Chanpagnat, v. 8, n. 25, 2008. Disponível em:<<https://periodicos.pucpr.br/index.php/dialogoeducacional/article/view/3778/3685>> . Acesso em: 10 ago. 2019.

PIRES, C, M, C. **Currículo de Matemática: Da organização a ideia de rede**. São Paulo: Ftd, 2000.

SACRISTÁN, J. G. **O currículo: Uma Reflexão Sobre a Prática**. 3 ed. Porto alegre: Artemed, 2000.

SACRISTÁN, J. G, **Saberes e incertezas sobre o currículo**. Porto Alegre: 1 ed. Penso, 2013.

SOUZA, S. E. O uso de recursos didáticos no ensino escolar. In: ENCONTRO DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO, 1., JORNADA DE PRÁTICA DE ENSINO, 4., SEMANA DE PEDAGOGIA DA UEM: “INFÂNCIA E PRÁTICAS EDUCATIVAS”, 13., 2007, Maringá. *Anais...* Maringá: UEM, 2007. Disponível em: < <http://www.dma.ufv.br/downloads/MAT%20103/2015-II/slides/Rec%20Didaticos%20-%20MAT%20103%20-%202015-II.pdf> >. Acesso em: 17 dez. 2019

SILVA, T.T, **Documento de identidade; uma introdução as teorias do currículo**. 3 ed. Autentica, São Paulo, 2010.

8 ANEXOS

SECRETARIA DE ESTADO
DE EDUCAÇÃO
DE MINAS GERAIS

PROPOSTA CURRICULAR

CBC

MATEMÁTICA

ENSINOS FUNDAMENTAL E MÉDIO



Autores

Mário Jorge Dias Carneiro

Michel Spira

Jorge Sabatucci



Governador

Aécio Neves da Cunha

Vice-Governador

Antônio Augusto Junho Anastasia

Secretária de Estado de Educação

Vanessa Guimarães Pinto

Chefe de Gabinete

Felipe Estábile Moraes

Secretário Adjunto de Estado de Educação

João Antônio Filocre Saraiva

Subsecretária de Informações e Tecnologias Educacionais

Sônia Andère Cruz

Subsecretária de Desenvolvimento da Educação Básica

Raquel Elizabete de Souza Santos

Superintendente de Ensino Médio e Profissional

Joaquim Antônio Gonçalves

1ª parte : Ensino Fundamental da 6ª a 9ª série

1- Introdução.....	11
2 - Considerações Didático-Metodológicas.....	12
3 - Orientações Pedagógicas	14
4 - Resolução de Problemas	15
5 - Avaliação	17
6- Como Lidar com Erros	19

CBC de Matemática do Ensino Fundamental da 6ª à 9ª série

1 - Eixo Temático I- Números e Operações.....	21
2 - Eixo Temático II- Álgebra	23
3 - Eixo Temático III- Espaço e Forma	25
4 - Eixo Temático IV- Tratamento de Dados	30

2ª parte: Ensino Médio

1 - Introdução.....	31
2 - Eixos Temáticos.....	35
3 - Resolução de Problemas.....	38
4 - Avaliação.....	39
5 - Contextualização.....	40
6 - A Questão dos Pré-Requisitos.....	41
7 - Apresentação do CBC de Matemática 2007.....	42

Tópicos do CBC para o 1º Ano

1 - Eixo Temático I - Números, Contagem e Análise de Dados.....	44
2 - Eixo Temático II - Funções Elementares e Modelagem.....	46
3 - Eixo Temático III - Geometria e Medidas	48

Tópicos do CBC para o 2º Ano: Conteúdos de Aprofundamento

1 - Eixo Temático IV - Números, Contagem e Análise de Dados.....	50
2 - Eixo Temático V - Funções Elementares e Modelagem.....	51
3 - Eixo Temático VI - Geometria e Medidas.....	52

Sugestões de tópicos complementares para o 3º Ano

1 - Eixo Temático VII - Números, Contagem e Análise de Dados.....	56
2 - Eixo Temático VIII - Funções Elementares e Modelagem.....	57
3 - Eixo Temático XI - Geometria e Medidas.....	58

Tópicos do CBC: 1º, 2º e 3º Ano

1 - Tópicos 1º Ano.....	67
2 - Tópicos 2º Ano.....	72
3 - Tópicos 3º Ano.....	75

Bibliografia

Bibliografia.....	79
-------------------	----

Apresentação

Estabelecer os conhecimentos, as habilidades e competências a serem adquiridos pelos alunos na educação básica, bem como as metas a serem alcançadas pelo professor a cada ano, é uma condição indispensável para o sucesso de todo sistema escolar que pretenda oferecer serviços educacionais de qualidade à população. A definição dos conteúdos básicos comuns (CBC) para os anos finais do ensino fundamental e para o ensino médio constitui um passo importante no sentido de tornar a rede estadual de ensino de Minas num sistema de alto desempenho.

Os CBCs não esgotam todos os conteúdos a serem abordados na escola, mas expressam os aspectos fundamentais de cada disciplina, que não podem deixar de ser ensinados e que o aluno não pode deixar de aprender. Ao mesmo tempo, estão indicadas as habilidades e competência que ele não pode deixar de adquirir e desenvolver. No ensino médio, foram estruturados em dois níveis para permitir uma primeira abordagem mais geral e semiquantitativa no primeiro ano, e um tratamento mais quantitativo e aprofundado no segundo ano.

A importância dos CBCs justifica tomá-los como base para a elaboração da avaliação anual do Programa de Avaliação da Educação Básica (PROEB) e para o Programa de Avaliação da Aprendizagem Escolar (PAAE) e para o estabelecimento de um plano de metas para cada escola. O progresso dos alunos, reconhecidos por meio dessas avaliações, constitui a referência básica para o estabelecimento de sistema de responsabilização e premiação da escola e de seus servidores. Ao mesmo tempo, a constatação de um domínio cada vez mais satisfatório desses conteúdos pelos alunos gera conseqüências positivas na carreira docente de todo professor.

Para assegurar a implantação bem sucedida do CBC nas escolas, foi desenvolvido um sistema de apoio ao professor que inclui: cursos de capacitação, que deverão ser intensificados a partir de 2008, e o Centro de Referência Virtual do Professor (CRV), o qual pode ser acessado a partir do sítio da Secretaria de Educação (<http://www.educacao.mg.gov.br>). No CRV encontra-se sempre a versão mais atualizada dos CBCs, orientações didáticas, sugestões de planejamento de aulas, roteiros de atividades e fórum de discussões, textos didáticos, experiências simuladas, vídeos educacionais, etc; além de um Banco de Itens. Por meio do CRV os professores de todas as escolas mineiras têm a possibilidade de ter acesso a recursos didáticos de qualidade para a organização do seu trabalho docente, o que possibilitará reduzir as grandes diferenças que existem entre as várias regiões do Estado.

1. Introdução

Este novo volume da Matemática para a Série “Cadernos Pedagógicos” foi elaborado a partir da revisão de parte da proposta curricular do Conteúdo Básico Comum (CBC) para o ensino da Matemática no Ensino Fundamental em todo o Estado de Minas Gerais.

Trata-se essencialmente da parte em que são listados os eixos temáticos, ou seja, as unidades estruturadoras e os tópicos que irão constituir o Conteúdo Básico Comum (CBC) para todas as propostas curriculares das Escolas Estaduais de Minas Gerais.

A revisão está baseada nas sugestões obtidas ao longo do ano de 2005, por meio de contatos diretos com professores da rede estadual e durante os cursos de capacitação, palestras, debates e fóruns realizados com estudantes de licenciatura em Matemática e com docentes do ensino superior.

Nesta revisão buscou-se:

- Melhorar a coerência da proposta e formular com maior precisão as competências e habilidades, tentando esclarecer o que é essencial para um aluno do Ensino Médio;
- Aprimorar o entendimento da relação entre os diversos tópicos;
- E permitir uma maior flexibilização nos temas complementares através da fusão ou supressão de alguns tópicos.

A listagem dos tópicos representa apenas um guia, um roteiro baseado no qual cada escola poderá traçar o caminho que seja mais adequado aos seus objetivos, buscando fazer uma distribuição ao longo do ano escolar, de modo coerente com o seu projeto pedagógico.

É importante frisar que parte integrante fundamental da presente proposta curricular são as orientações pedagógicas, também revisadas e melhoradas com a incorporação de sugestões dos professores.

“Além do Conteúdo Básico Comum (CBC), foram sugeridos Temas Complementares com o objetivo de introduzir novos tópicos, dentro do projeto pedagógico da escola e de acordo com as potencialidades e interesses das turmas. Esse projeto pode prever também atividades curriculares que busquem a supressão de possíveis deficiências de conteúdos específicos (por exemplo, aulas de revisão)”.

2. Considerações Didático-Metodológicas

Para alcançar os objetivos descritos anteriormente, é fundamental que se adotem estratégias adequadas de ensino e, para isso, é essencial que se conheça não apenas o que se ensina mas para quem se ensina. Durante o período entre a 6ª e 9ª séries, os alunos passarão por fases marcantes em seu desenvolvimento. É um período bastante complexo, no qual se manifestam várias características para as quais o professor deve estar atento e considerar nas suas ações pedagógicas e orientar as suas opções metodológicas.

Transcrevemos a parte das considerações sobre as características dos alunos descritas nos PCNs e reproduzidas no documento [PP]:

“Nos dois primeiros anos dessa etapa da escolaridade convivem alunos com características muitas vezes ainda bastante infantis e adolescentes, ou mesmo alunos mais velhos, que já passaram por uma ou várias experiências de reprovação ou de interrupção dos estudos, sendo que, dentre esses, muitos já trabalham e assumem responsabilidades perante a família.”

“No caso dos adolescentes, as significativas mudanças que afetam seu desenvolvimento físico, emocional e psicológico repercutem fortemente no seu comportamento o qual, na escola, muitas vezes é interpretado pelos professores como insolência, gerando conflitos no relacionamento entre ambos. Acrescente-se a isso a instabilidade, o medo e a insegurança, que caracterizam as reações dos adolescentes frente a situações diversas. Nessa fase também intensifica-se a capacidade para questionar, acirra-se a crítica pouco fundamentada, que faz com que coloquem em dúvida a importância de certos valores, atitudes e comportamentos e, inclusive, a necessidade de certas aprendizagens.”

“Acentuando esse descompasso, a passagem do antigo período de 1ª a 4ª séries para 5ª a 8ª séries traz, ainda, para os alunos um aumento crescente de pressões, exigências e disponibilidade de dedicação com os quais não estão habituados. Por outro lado, apesar das atitudes de insegurança nessa fase do desenvolvimento do aluno, ampliam-se as capacidades para estabelecer inferências e conexões lógicas, para tomar algumas decisões, para abstrair significados e idéias de maior complexidade, para argumentar expressando idéias e pontos de vista com mais clareza. Outro aspecto que se evidencia é a maior possibilidade de compreender e utilizar recursos tecnológicos.”

“No caso da Matemática, contrariando as considerações do parágrafo anterior, há uma forte tendência em fazer da 5ª série uma revisão dos conteúdos estudados nos anos anteriores. Essa revisão, na

maioria das vezes infundável, causa desinteresse aos alunos e, paradoxalmente ao que se pretendia com ela, contribui para o fracasso escolar comprovado pelos elevados índices de reprovação que aparecem nesse ano.”

“Já no ano seguinte (6ª série), alguns conteúdos novos são explorados, o que garante, de certo modo, um maior interesse por parte dos alunos. Porém, diferentemente do trabalho realizado nas séries anteriores, o vínculo da Matemática com as situações do cotidiano, a possibilidade de levantar hipóteses, de arriscar-se na busca de resultados sem a tutela do professor, vão ficando cada vez mais distantes gerando em muitos casos o divórcio entre o aluno e o conhecimento matemático.”

“Nos dois últimos anos (7ª e 8ª séries), muitos alunos ainda estão às voltas com mudanças corporais, momentos de inquietação emocional e psicológica, que repercutem na vida afetiva, na sexualidade, nas relações com a família e também na escola. Junto a esses problemas, começa a se configurar uma nova e grande expectativa - a continuidade dos estudos e o futuro profissional. Convém lembrar que muitos desses alunos já terão ingressado no mercado de trabalho, geralmente desenvolvendo atividades pouco qualificadas e ansiosos por melhores condições de vida.”

“A perspectiva de ingresso na juventude, além de expectativas quanto ao futuro, traz para os alunos desses dois últimos anos do ciclo novas experiências e necessidades. O conhecimento do mundo e as experiências de vida, ao contrário dos anos anteriores, acontecem no círculo do grupo, fora da tutela dos pais. Isso faz com que esses jovens ampliem suas percepções e tornem-se mais independentes e autônomos diante de certas vivências: administrar as próprias economias, transitar sozinhos por novos espaços, participar das decisões familiares, decidir sobre as atividades de lazer, etc.”

“Sob o ponto de vista cognitivo, a observação ganha em detalhes, ampliam-se as capacidades para pensar de forma mais abstrata, para tomar algumas decisões, para abstrair significados e idéias de maior complexidade, para argumentar expressando idéias e pontos de vista com mais clareza. Outro aspecto que se acentua é ampliação da capacidade para compreender e utilizar recursos tecnológicos e audiovisuais. Ao mesmo tempo que os alunos se organizam melhor para produzir em grupo, também ampliam-se suas possibilidades de realização de trabalhos individuais.”

“Nesses últimos dois anos acentua-se, também, o interesse dos jovens por alguns temas sociais tais como cidadania, saúde, orientação sexual, meio ambiente, trabalho e consumo.”

“Diante de um quadro complexo como esse, é necessário refletir sobre o que é possível fazer no sentido de minimizar os problemas que caracterizam esse ciclo, canalizando para a aprendizagem toda a ebulição desse espírito emotivo, instável e questionador do aluno nessa fase de desenvolvimento.”

3. Orientações Pedagógicas

Também de acordo com os PCNs, as finalidades do ensino de Matemática indicam, como objetivos do ensino fundamental, levar o aluno a:

- Identificar os conhecimentos matemáticos como meios para compreender e transformar o mundo à sua volta e perceber o caráter de jogo intelectual, característico da Matemática, como aspecto que estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade para resolver problemas;
- Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos do ponto de vista de relações entre eles, utilizando para isso o conhecimento matemático (aritmético, geométrico, métrico, estatístico, combinatório, probabilístico); selecionar, organizar e produzir informações relevantes para interpretá-las e avaliá-las criticamente.

Isto significa que o ensino da Matemática deve evidenciar o caráter dinâmico, em constante evolução, do conhecimento matemático. Devido ao fato de que mesmo conhecimentos matemáticos muito antigos possuem ainda hoje aplicações, existe uma tendência de considerá-los como algo pronto e estático. O que ocorre é exatamente o contrário: a cada dia, surgem novas questões matemáticas e até novas áreas de pesquisa, (por exemplo, a criptografia), e não cessam as demandas de outras áreas (por exemplo, Biologia, Economia) por modelos matemáticos mais efetivos e sofisticados.

O entendimento da Matemática como um conhecimento científico em construção, propicia ao aluno o reconhecimento das contribuições desta disciplina e a importância de sua aquisição para a compreensão e atuação consciente na sociedade.

- Resolver situações-problema, sabendo validar estratégias e resultados, desenvolvendo formas de raciocínio e processos como dedução, indução, intuição, analogia, estimativa e utilizando conceitos e procedimentos matemáticos, bem como instrumentos tecnológicos disponíveis.
- Comunicar-se matematicamente, ou seja, descrever, representar e apresentar resultados com precisão e argumentar sobre suas conjecturas, fazendo uso da linguagem oral e estabelecendo relações entre ela e diferentes representações matemáticas;

O objetivo é levar o aluno a raciocinar e expressar-se matematicamente, ou seja,

reconhecer situações que podem ser descritas em linguagem matemática e ser capaz de aplicar métodos matemáticos (operações, equações, diagramas, fatos da geometria) para resolvê-las .

- Estabelecer conexões entre temas matemáticos de diferentes campos, e entre esses temas e conhecimentos de outras áreas curriculares;

Isto significa que o projeto pedagógico para a Matemática deve ser elaborado de forma articulada com as outras disciplinas e que, sempre que possível, seja ressaltada a relação entre os conceitos abstratos com as suas aplicações e interpretações em situações concretas, tanto na aula de Matemática quanto na disciplina em que está sendo utilizada.

- Sentir-se seguro da própria capacidade e construir conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a auto-estima e a perseverança na busca de soluções;
- Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente na busca de soluções para problemas propostos, identificando aspectos consensuais ou não na discussão de um assunto, respeitando o modo de pensar e aprendendo com eles

Especialmente na fase em que se encontram os alunos, o ensino de Matemática pode contribuir muito para que adquiram responsabilidades, hábitos e métodos de estudo. Isto porque a aquisição do conhecimento matemático demanda trabalho individual, capacidade de concentração e reflexão, disciplina e perseverança. Em contrapartida, pode ser uma fonte de prazer intelectual em cada solução encontrada e desafio superado.

Portanto, as metodologias utilizadas devem priorizar um papel ativo do aluno, estimulando a leitura de textos matemáticos, os estudos dirigidos, o trabalho em grupo e os recursos didáticos de caráter lúdico como jogos, exposições, murais de problemas e curiosidades matemáticas e, quando disponíveis, recursos computacionais para uso em geometria dinâmica e experimentos de cálculo.

Deve-se evitar a formalização excessiva e concentrar-se no desenvolvimento de habilidades conceituais e manipulativas, estimulando o uso de mecanismos informais como intuição, analogia, reconhecimento de padrões, análise de casos particulares e generalização, aproximação, estimativas. Por outro lado, na 7ª e 8ª séries, quando já se atingiu alguma maturidade, é adequado e desejável introduzir de modo gradativo o método lógico dedutivo, apresentando e requerendo do aluno demonstrações simples em álgebra e geometria.

4. Resolução de Problemas

Um dos principais objetivos do ensino de Matemática, em qualquer nível, é o de desenvolver habilidades para a solução de problemas. Esses problemas podem advir de situações concretas observáveis (“contextualizadas”) ou não. No primeiro caso, é necessária uma boa capacidade de usar a linguagem matemática para interpretar questões formuladas verbalmente. Por outro lado, problemas interessantes, que despertam a curiosidade dos estudantes, podem surgir dentro do próprio contexto matemático quando novas situações podem ser exploradas e o conhecimento aprofundado, num exercício contínuo da imaginação.

Por situação-problema entendemos problemas que envolvem o processo de tradução do enunciado, seja contextualizado ou não, em linguagem matemática, e a tomada de decisão sobre quais ferramentas matemáticas serão usadas em sua resolução (“modelagem”).

Estes problemas são aqueles que levam a uma compreensão do que realmente é Matemática, pois se passam em um ambiente onde coexistem os modos de pensamento formal e intuitivo, bem como as linguagens formal e verbal. Eles estimulam o trabalho em grupo, a crítica dos modelos adotados e o confronto dos resultados obtidos com o enunciado original do problema.

A solução de uma ampla variedade de problemas desenvolve a capacidade de abstração do aluno, bem como a habilidade de atribuir significado aos conceitos abstratos estudados. Ao contrário do que ocorre em vários livros-texto atuais, deve-se privilegiar a diversidade em oposição à repetição e à quantidade.

O constante desenvolvimento das habilidades para a solução de problemas envolve as seguintes estratégias, que devem tornar-se hábito para o aluno: seu uso deve ser apontado e estimulado pelo professor.

- Usar figuras, diagramas e gráficos, tanto de forma analítica quanto intuitiva.
- Expressar oralmente ou por escrito, com suas próprias palavras, propriedades matemáticas, atribuindo significado aos conceitos abstratos e formulando por meio do uso da linguagem simbólica questões expressas verbalmente.
- Perceber padrões em situações aparentemente diversas.
- Estudar casos especiais mais simples usando-os para elaborar estratégias de resolução de casos mais complexos ou gerais.
- Fazer uso do método de tentativa e erro, elaborando novas estratégias de solução a partir da análise crítica dos erros.
- Usar a simbologia matemática (sentenças) com variáveis e equações, usar a analogia como ferramenta de trabalho, recorrendo a métodos já utilizados e adaptando-os para a resolução de novos problemas.

- Trabalhar de trás para diante, supondo conhecida a solução de um problema e deduzir suas propriedades para obter um caminho para encontrá-la.
- Compartilhar e discutir observações e estratégias de outros estudantes, adquirindo assim experiência e novas perspectivas (“insights”) para abordar um problema.

Ressaltamos que não deixam de ter importância exercícios de fixação de técnicas e habilidades de rotina que, em geral, são de caráter repetitivo. Tais exercícios destinam-se exclusivamente a fazer com que o aluno, ao encontrar determinada situação padrão, proceda sem percalços, quase que automaticamente. Por exemplo, o aluno deve se sentir seguro ao somar duas frações executando a operação como um hábito de rotina (sem prejuízo, é claro, de sua discussão e interpretação) para que não tenha dificuldades na hora de encontrar a solução de um problema.

5. Avaliação

O professor, ao planejar, orientar, observar, instigar, organizar e registrar as atividades em sala de aula, possui um conjunto de parâmetros que o habilita a fazer uma avaliação contínua de todo o processo de aprendizagem. Nesse processo, estão envolvidos ele próprio, os alunos, o material e a metodologia utilizados. Isso permite ao professor reformular a cada momento suas práticas pedagógicas e melhor adaptá-las às condições de sala de aula.

A avaliação deve ser parte integrante desse processo. Além do que foi mencionado acima, o professor deve buscar, selecionar e registrar situações e procedimentos que possam ser avaliados de modo a contribuir efetivamente para o crescimento do aluno. Essa observação e registro, juntamente com os métodos tradicionais de verificação de aprendizagem (provas e listas de exercícios), nos quais são ressaltados os aspectos mais relevantes e importantes das unidades, devem fazer parte das estratégias de ensino.

Sabe-se que a questão da avaliação é muito delicada e que pode afetar a auto-estima do aluno, especialmente no caso de adolescentes. Dessa forma, deve-se ter uma atitude positiva e construtiva em relação à avaliação. O professor deve incentivar e abrir espaço para que os alunos exponham, oral ou de forma escrita, suas observações, suas dificuldades e seus relatos sobre as atividades e conteúdos trabalhados.

A avaliação é parte do processo de ensino-aprendizagem e, como tal, deve levar em conta as competências pedagógicas e as competências sociais a serem adquiridas pelos alunos.

No primeiro caso (competências pedagógicas), cabe à avaliação fornecer aos professores as informações sobre como está ocorrendo a aprendizagem em relação à compreensão dos conhecimentos, como, por exemplo, os raciocínios e análises desenvolvidos e o domínio de certas

estratégias. Além dessas, questões mais especificamente relacionadas com o grau de envolvimento do aluno no processo, tais como: *Procura resolver problemas? Usa estratégias criativas? Faz perguntas? Justifica as respostas obtidas? Comunica suas estratégias com clareza? Questiona os pontos que não compreende ou com os quais não concorda?* etc; também devem ser observadas. Essas informações deverão servir para o professor:

- Orientar-se na elaboração de ações pedagógicas mais diversificadas objetivando atender aos diferentes ritmos de aprendizagem;
- Trabalhar diferentes níveis de aprofundamento e complexidade ao mesmo tempo;
- Orientar os alunos quanto aos currículos diferenciados.

Considerando o exposto acima, concluímos que a avaliação não deve se resumir somente a provas individuais e a resultados expressos por notas, pois essas são insuficientes ou mesmo inadequadas para avaliar a maioria das competências que estamos propondo avaliar. Assim, sugerimos que a avaliação em Matemática ultrapasse os limites quantitativos e se dê nos diversos momentos da aprendizagem, a saber, nas atividades individuais e de grupo dentro da sala de aula, nas tarefas de casa, nas tarefas orais, nas participações em feiras e oficinas, etc. No entanto, achamos que as provas individuais ainda desempenham um papel importante no processo, pois essas também ajudam o aluno a refletir sobre suas capacidades e limitações e servem de orientação aos esforços necessários para superar as dificuldades. Além disso, a correção dessas provas por parte do professor em sala de aula, com a participação dos alunos, proporciona uma excelente atividade de revisão dos conhecimentos. Dessa maneira, os “erros” propiciam uma oportunidade para que os alunos possam aprender a partir deles.

As observações que o professor julgar necessárias registrar, podem ser anotadas, por exemplo, em fichas individuais, com o objetivo de fornecer um mapeamento do desenvolvimento do aluno ao longo do ciclo. Por outro lado, o professor não deve passar a maior parte do seu tempo de trabalho se dedicando a registrar essas observações. Convém deixar claro que o objetivo é a aprendizagem. Ele deve distinguir quais as informações são importantes para a reflexão da sua prática e quais as informações devem ser repassadas aos alunos. Para estes, as informações devem fornecer elementos importantes que os auxiliem a refletir e a auto-regular seu processo de aprendizagem.

Já no segundo caso (competências sociais), a avaliação tem como função auxiliar e orientar os alunos quanto ao desenvolvimento das atitudes, das competências e das habilidades que são exigidas socialmente: responsabilidade, solidariedade, valorização do trabalho coletivo, perseverança, capacidade de tomar decisões, etc.

Resumindo, a avaliação deve levar em conta as competências pedagógicas e sociais e, em ambos os casos, refletir com clareza em que momento da aprendizagem se encontra o aluno: competência adquirida, competência em fase de aquisição ou competência a ser reforçada.”

6. Como Lidar com Erros

O erro na resolução de um problema ou em uma avaliação deve ser encarado como uma oportunidade ideal de revisão de conceitos e estratégias de solução. É extremamente importante que uma tentativa consciente de resolver um problema, mesmo incorreta, seja tão respeitada quanto uma solução correta. Quando o aluno percebe que, mesmo errando, seu esforço é bem recebido e que ele contribuiu positivamente para o trabalho do professor e da turma, sua autoconfiança aumenta e ele percebe que o erro é uma oportunidade de crescimento.

A postura adequada do professor, frente a um erro do aluno, é, primeiro, fazer o aluno expor claramente seu raciocínio. Isto feito, o professor deve mostrar que algo está errado, não criticando o raciocínio, mas mostrando que a solução não atende ao enunciado do problema. Após isto, o raciocínio, deve ser colocado em discussão aberta com a turma, e as sugestões de correção devem ser registradas e discutidas, dando a elas o mesmo valor do raciocínio inicial. Idealmente, uma solução correta deve vir da turma; o professor pode então intervir, analisando as etapas da discussão e apresentando soluções alternativas, caso adequado.

Conteúdo Básico Comum (CBC) de Matemática do Ensino Fundamental da 6^a à 9^a série

- Os tópicos obrigatórios são numerados em algarismos arábicos
- Os tópicos complementares são numerados em algarismos romanos

Eixo Temático I

Números e Operações

Tema 1: Conjuntos Numéricos

TÓPICOS	HABILIDADES
1. Conjunto dos números naturais	<p>1.1. Operar com os números naturais: adicionar, multiplicar, subtrair, calcular potências, calcular a raiz quadrada de quadrados perfeitos.</p> <p>1.2. Utilizar os critérios de divisibilidade por 2, 3, 5 e 10.</p> <p>1.3. Utilizar o algoritmo da divisão de Euclides.</p> <p>1.4. Representar a relação entre dois números naturais em termos de quociente e resto.</p> <p>1.5. Fatorar números naturais em produto de primos.</p> <p>1.6. Calcular o mdc e o mmc de números naturais.</p> <p>1.7. Resolver problemas que envolvam técnicas simples de contagem.</p> <p>1.8. Resolver problemas envolvendo operações com números naturais.</p>
2. Conjunto dos números inteiros	<p>2.1. Reconhecer a necessidade da ampliação do conjunto dos números naturais através de situações contextualizadas e resolução de equação.</p> <p>2.2. Operar com números inteiros: adicionar, multiplicar, subtrair, calcular potências.</p> <p>2.3. Resolver problemas que envolvam operações com números inteiros.</p> <p>2.4. Localizar números inteiros na reta numérica, utilizando a ordenação no conjunto.</p>

<p>3. Conjunto dos números racionais</p>	<p>3.1. Reconhecer a necessidade da ampliação do conjunto dos números inteiros através de situações contextualizadas e/ou resolução de equação.</p> <p>3.2. Operar com números racionais em forma decimal e fracionária: adicionar, multiplicar, subtrair, dividir e calcular potências e calcular a raiz quadrada de quadrados perfeitos.</p> <p>3.3. Associar uma fração à sua representação decimal e vice-versa.</p> <p>3.4. Resolver problemas que envolvam números racionais.</p> <p>3.5. Localizar números racionais na reta numérica, utilizando a ordenação no conjunto.</p>
<p>I. Conjunto dos números reais</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Reconhecer a necessidade da ampliação do conjunto dos números racionais através de situações contextualizadas e da resolução de problemas. • Identificar números racionais com as dízimas periódicas. • Identificar as dízimas não periódicas com os números irracionais. • Usar geometria para construir alguns segmentos de comprimento irracional.
<p>TÓPICOS</p>	<p>HABILIDADES</p>
<p>II. Números naturais</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Utilizar a representação decimal para justificar critérios de divisibilidade. • Representar geometricamente os conceitos de quociente e de resto na divisão de dois números naturais.

Tema 2: Grandezas Proporcionais

TÓPICOS	HABILIDADES
4. Proporcionalidade Direta e Inversa	<p>4.1. Identificar grandezas diretamente proporcionais.</p> <p>4.2. Identificar grandezas inversamente proporcionais.</p> <p>4.3. Resolver problemas que envolvam grandezas direta ou inversamente proporcionais.</p>
5. Porcentagem	<p>5.1. Interpretar e utilizar o símbolo % .</p> <p>5.2. Resolver problemas que envolvam o cálculo de porcentagem.</p>
6. Juros	<p>6.1. Calcular descontos, lucros e prejuízos.</p> <p>6.2. Resolver problemas que envolvam o cálculo de prestações em financiamentos com poucas prestações.</p> <p>6.3. Comparar preços à vista e a prazo.</p>

Eixo Temático II

Álgebra

Tema 1: Expressões Algébricas

TÓPICOS	HABILIDADES
7. Linguagem Algébrica	<p>7.1. Utilizar a linguagem algébrica para representar simbolicamente as propriedades das operações nos conjuntos numéricos e na geometria.</p> <p>7.2. Traduzir informações dadas em textos ou verbalmente para a linguagem algébrica.</p> <p>7.3. Utilizar a linguagem algébrica para resolução de problemas.</p>

8. Valor Numérico de uma Expressão	<p>8.1. Calcular o valor numérico de uma expressão.</p> <p>8.2. Utilizar valores numéricos de expressões algébricas para constatar a falsidade de igualdade ou desigualdades.</p>
9. Operações com Expressões Algébricas Básicas	<p>9.1. Somar, multiplicar e subtrair polinômios.</p> <p>9.2. Dividir um monômio por um monômio.</p> <p>9.3. Dividir um polinômio por um monômio.</p> <p>9.4. Reconhecer os produtos notáveis.</p> <p>9.5. Fatorar uma expressão algébrica.</p>

Tema 2: Equações Algébricas

TÓPICOS	HABILIDADES
10. Equações do Primeiro Grau	<p>10.1. Identificar a raiz de uma equação do primeiro grau.</p> <p>10.2. Resolver uma equação do primeiro grau.</p> <p>10.3. Resolver problemas que envolvam uma equação do primeiro grau.</p>
11. Sistemas de Equações do Primeiro Grau	<p>11.1. Identificar a(s) solução (ões) de um sistema de duas equações lineares.</p> <p>11.2. Resolver problemas que envolvam um sistema de duas equações do primeiro grau com duas incógnitas.</p>
12. Equações do Segundo Grau	<p>12.1. Identificar a(s) raiz(izes) de uma equação do segundo grau.</p> <p>12.2. Identificar as raízes de uma equação dada por um produto de fatores do primeiro grau.</p> <p>12.3. Resolver uma equação do segundo grau.</p> <p>12.4. Resolver situações-problema que envolvam uma equação do segundo grau.</p>

TÓPICOS	HABILIDADES
III. Operações com expressões algébricas	<ul style="list-style-type: none"> • Dividir dois polinômios. • Calcular o mdc e o mmc de polinômios simples (de grau baixo). • Somar, multiplicar, subtrair e dividir polinômios.
IV. Equações	<ul style="list-style-type: none"> • Identificar as raízes de uma equação dada por um produto de fatores do primeiro e do segundo graus.

Eixo Temático III

Espaço e Forma

Tema 1: Relações Geométricas entre Figuras Planas

TÓPICOS	HABILIDADES
13. Figuras planas	<p>13.1. Reconhecer as principais propriedades dos triângulos isósceles e equiláteros, e dos principais quadriláteros: quadrado, retângulo, paralelogramo, trapézio, losango.</p> <p>13.2. Identificar segmento, ponto médio de um segmento, triângulo e seus elementos, polígonos e seus elementos, circunferência, disco, raio, diâmetro, corda, retas tangentes e secantes.</p> <p>13.3. Identificar ângulo como mudança de direção.</p> <p>13.4. Identificar retas concorrentes, perpendiculares e paralelas.</p> <p>13.5. Reconhecer e descrever objetos do mundo físico utilizando termos geométricos.</p> <p>13.6. Reconhecer a altura de um triângulo relativa a um de seus lados.</p>

TÓPICOS	HABILIDADES
14. Ângulos formados entre paralelas e transversais	<p>14.1. Utilizar os termos ângulo, paralelas e transversais e perpendiculares para descrever situações do mundo físico ou objetos.</p> <p>14.2. Reconhecer as relações entre os ângulos formados por retas paralelas com uma transversal.</p> <p>14.3. Utilizar as relações entre ângulos formados por retas paralelas com transversais para obter a soma dos ângulos internos de um triângulo.</p>
15. Congruência de triângulos	<p>15.1. Reconhecer triângulos congruentes a partir dos critérios de congruência.</p> <p>15.2. Resolver problemas que envolvam critérios de congruência de triângulos.</p> <p>15.3. Utilizar congruência de triângulos para descrever propriedades de quadriláteros: quadrados, retângulos, losangos e paralelogramos.</p>
16. Construções geométricas	<p>16.1. Construir perpendiculares, paralelas e mediatriz de um segmento usando régua e compasso.</p> <p>16.2. Construir um triângulo a partir de seus lados, com régua e compasso.</p>
17. Teorema de Tales e semelhança de triângulos	<p>17.1. Resolver problemas que envolvam o teorema de Tales.</p> <p>17.2. Reconhecer triângulos semelhantes a partir dos critérios de semelhança.</p> <p>17.3. Resolver problemas que envolvam semelhança de triângulos.</p>
18. Teorema de Pitágoras	<p>18.1. Utilizar semelhança de triângulos para obter o teorema de Pitágoras.</p> <p>18.2. Resolver problemas que envolvam o teorema de Pitágoras.</p>

TÓPICOS	HABILIDADES
V. Pontos notáveis de um triângulo	<ul style="list-style-type: none"> • Reconhecer as propriedades do ponto de encontro das medianas de um triângulo (baricentro). • Reconhecer as propriedades do ponto de encontro das três alturas de um triângulo (ortocentro). • Reconhecer as propriedades do ponto de encontro das bissetrizes de um triângulo (incentro). • Resolver problemas que envolvam segmentos que unem cada vértice de um triângulo a pontos do lado oposto (cevianas).
VI. Semelhança e trigonometria no triângulo retângulo	<ul style="list-style-type: none"> • Utilizar semelhança de triângulos para descrever as relações métricas no triângulo retângulo. • Resolver problemas que envolvam as razões trigonométricas seno, cosseno e tangente.
VII. Simetrias	<ul style="list-style-type: none"> • Identificar simetrias de figuras em relação a uma reta ou em relação a um ponto.
VIII. Construções geométricas	<ul style="list-style-type: none"> • Reconhecer o ponto médio de um segmento, a mediatriz de um segmento, a bissetriz de um ângulo com figuras obtidas a partir de simetrias. • Construir com régua e compasso: a mediatriz de um segmento, a bissetriz de um ângulo, retas paralelas, retas perpendiculares, transporte de ângulos e de segmentos. • Construir triângulos isósceles e equiláteros, quadrados e hexágonos regulares.
IX. Ângulos em uma circunferência	<ul style="list-style-type: none"> • Identificar ângulos centrais e inscritos em uma circunferência. • Relacionar medidas de ângulos centrais, inscritos e arcos em uma circunferência.

TÓPICOS	HABILIDADES
19. Medidas de comprimento e perímetros	19.1. Reconhecer a necessidade de medidas padrão. 19.2. Relacionar o metro com seus múltiplos e submúltiplos. 19.3. Escolher adequadamente múltiplos ou submúltiplos do metro para efetuar medidas. 19.4. Utilizar instrumentos para medir comprimentos. 19.5. Fazer estimativas de medidas lineares tais como comprimentos e alturas. 19.6. Resolver problemas que envolvam o perímetro de figuras planas.
20. Áreas e suas medidas	20.1. Relacionar o metro quadrado com seus múltiplos e submúltiplos. 20.2. Escolher adequadamente múltiplos ou submúltiplos do metro quadrado para efetuar medidas. 20.3. Fazer estimativas de áreas. 20.4. Resolver problemas que envolvam a área de figuras planas: triângulo, quadrado, retângulo, paralelogramo, trapézio, discos ou figuras compostas por algumas dessas.
21. Volume, capacidade e suas medidas	21.1. Relacionar o metro cúbico com seus múltiplos e submúltiplos. 21.2. Relacionar o decímetro cúbico com o litro e o mililitro. 21.3. Escolher adequadamente múltiplos ou submúltiplos do metro cúbico para efetuar medidas. 21.4. Fazer estimativas de volumes e capacidades. 21.5. Resolver problemas que envolvam cálculo de volume ou capacidade de blocos retangulares, expressos em unidade de medida de volume ou em unidades de medida de capacidade: litros ou mililitros.

TÓPICOS	HABILIDADES
22. Medidas de ângulo	<p>22.1. Utilizar o grau como unidade de medida de ângulo.</p> <p>22.2. Utilizar instrumentos para medir ângulos.</p> <p>22.3. Resolver problemas que envolvam o cálculo de medida de ângulos internos ou externos de um polígono.</p>
X. Áreas laterais e totais de figuras tridimensionais	<ul style="list-style-type: none"> • Calcular a área lateral ou total de figuras tridimensionais, bloco retangular, cilindro, pirâmide.
XI. Planificações de figuras tridimensionais	<ul style="list-style-type: none"> • Reconhecer a planificação de figuras tridimensionais - cubo, bloco retangular, cilindro, cone e pirâmide. • Construir figuras tridimensionais a partir de planificações • Calcular a área lateral ou total de uma figura tridimensional a partir de sua planificação.

Eixo Temático IV

Tratamento de Dados

Tema 1: Representação Gráfica e Média Aritmética

TÓPICOS	HABILIDADES
23. Organização e apresentação de um conjunto de dados em tabelas ou gráficos	23.1. Organizar e tabular um conjunto de dados. 23.2. Interpretar e utilizar dados apresentados em tabelas. 23.3. Utilizar um gráfico de setores para representar um conjunto de dados. 23.4. Interpretar e utilizar dados apresentados num gráfico de segmentos. 23.5. Utilizar um gráfico de colunas para representar um conjunto de dados. 23.6. Interpretar e utilizar dados apresentados num gráfico de colunas. 23.7. Utilizar um gráfico de setores para representar um conjunto de dados. 23.8. Interpretar e utilizar dados apresentados num gráfico de setores.
24. Média aritmética	24.1. Resolver problemas que envolvam a média aritmética.

Tema 2: Probabilidade

TÓPICOS	HABILIDADES
25. Contagem	25.1. Resolver problemas simples de contagem utilizando listagens ou o diagrama da árvore.
26. Conceitos básicos de probabilidade	26.1. Relacionar o conceito de probabilidade com o de razão. 26.2. Resolver problemas que envolvam o cálculo de probabilidade de eventos simples.

1. Introdução

Este documento está fundamentado nas Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (DCNEM) e nas orientações complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN+ : Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias) e tem como objetivo tornar operacionais alguns princípios esboçados naquele documento, especificando e detalhando mais as unidades temáticas e sugerindo estratégias de ensino. Trata-se de um documento aberto a aperfeiçoamentos e reformulações, seja com a introdução de novas competências e conceitos, seja pela discussão contínua sobre a melhor estratégia a ser adotada em cada situação concreta em sala de aula. Não se pretende fazer aqui uma discussão teórica sobre as orientações sugeridas nos PCN+, mas sim especificar as competências e temas dentro da cada Unidade Temática, sugerindo atividades e alternativas de abordagens, com o objetivo de contribuir para a formulação de um projeto pedagógico nas escolas. A idéia é seguir o modelo dos PCN+, que estabelece parâmetros gerais, sem entrar em maiores detalhes sobre conteúdo ou estratégias de ensino, deixando para que os Estados e, finalmente, cada a escola desenvolva a sua proposta pedagógica para a disciplina.

Os PCN+ estabelecem que: “No ensino médio, etapa final da escolaridade básica, a Matemática deve ser compreendida como uma parcela do conhecimento humano essencial para a formação de todos os jovens, que contribui para a construção de uma visão de mundo, para ler e interpretar a realidade e para desenvolver capacidades que deles serão exigidas ao longo da vida social e profissional. Nessa etapa da escolaridade, portanto, a Matemática vai além de seu caráter instrumental, colocando-se como ciência com características próprias de investigação e de linguagem e com papel integrador importante junto às demais Ciências da Natureza.”

Algumas características da Matemática que servem de referência para uma proposta curricular:

- *A Matemática fornece instrumentos eficazes para compreender e atuar no mundo que nos cerca.*
- *A Matemática é uma ferramenta essencial na solução de problemas do mundo em que vivemos. Nela são desenvolvidas estruturas abstratas baseadas em modelos concretos; raciocínios puramente formais, permitem concluir sobre a possibilidade ou não da existência de certos padrões e suas propriedades no modelo original.*

- *Além de método, a Matemática é um meio de comunicação - uma linguagem formal - e como tal requer uma prática constante, um exercício de sua “gramática”. Por ser uma linguagem precisa, a Matemática permite a argumentação de forma clara, concisa, rigorosa e universal.*
- *O aspecto cultural da Matemática: o conhecimento matemático faz parte do patrimônio cultural que a humanidade vem acumulando, que possui características e procedimentos próprios, e que tem um papel fundamental na construção de uma visão de mundo consciente e crítica.*
- *A Matemática possui um forte caráter integrador e interdisciplinar: o conhecimento matemático não é propriedade privada dos matemáticos, ele tem evoluído também no contexto de outras ciências. Exemplos importantes desta interdisciplinaridade contribuições encontradas na Física, na Economia, na Biologia, Lingüística e Engenharia. Isso significa que a maneira de pensar matematicamente deve ser aprendida não apenas por aqueles que irão dedicar-se à Matemática.*

De acordo com os PCN+, a área de Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias elegeu três grandes competências como metas a serem perseguidas:

- Representação e comunicação: leitura, transmissão de idéias, interpretação e produção de textos nas diversas formas características da área.

Algumas habilidades referentes a esta competência são:

- Ler e interpretar dados apresentados em tabelas, gráficos, diagramas, fórmulas, equações, ou representações geométricas;
- Traduzir informações de uma dessas formas de apresentação para outra; utilizar essas formas de apresentação de informações selecionando, em cada caso, as mais adequadas;
- Ler e interpretar diferentes tipos de textos com informações apresentadas na forma de linguagem matemática como, por exemplo, artigos de conteúdo econômico, que aparecem em jornais e revistas, social ou cultural, em propagandas de promoções e vendas, apresentados em folhetos ou na mídia;
- Expressar-se com clareza sobre temas matemáticos oralmente ou por escrito.

Investigação e compreensão: capacidade de enfrentar desafios e resolução de situações problema, utilizando-se de conceitos e procedimentos peculiares (experimentação, abstração, modelagem).

Algumas habilidades referentes a esta competência são: Identificar os dados relevantes numa situação-problema para buscar possíveis resoluções; Elaborar estratégias para enfrentar resolver uma dada situação-problema; Identificar regularidade em dadas situações; Fazer estimativas; Interpretar, fazer uso e elaborar modelos e representações matemáticas para analisar situações; Reconhecer relações entre a matemática e outras áreas do conhecimento.

- Contextualização no âmbito histórico ou sócio-cultural, na forma de análise crítica das idéias e dos recursos da área, para questionar, modificar ou resolver problemas propostos.

Algumas habilidades referentes a esta competência são:

- Compreender a construção do conhecimento matemático como um processo histórico, em estreita relação com as condições sociais, políticas e econômicas de uma determinada época;
- Compreender a responsabilidade social associada à aquisição e ao uso do conhecimento matemático, sentindo-se mobilizado para diferentes ações que envolvam seu interesse como cidadão ou de sua comunidade;
- Utilizar as ferramentas matemáticas para analisar situações de seu entorno real e propor soluções; etc.

A seleção de tópicos e temas apresentados a seguir foi feita a partir de uma revisão do primeiro documento sobre a Proposta Curricular para a Matemática no Ensino Médio do Estado de Minas Gerais, publicado em 2005 pela SEE.

Esta revisão está baseada nas sugestões obtidas, durante os anos de 2005 e 2006, por meio de contatos diretos com professores da rede estadual (nos cursos de capacitação, palestras e debates, no Fórum Virtual), e com estudantes de licenciatura em Matemática e docentes de várias instituições de ensino superior. Nesta revisão buscou-se:

- Melhorar a coerência da proposta e formular com maior precisão as habilidades, tentando esclarecer melhor o que é essencial para um aluno do ensino médio.
- Aprimorar o entendimento da relação entre os diversos tópicos.
- Permitir uma maior flexibilização na parte complementar, através da fusão ou supressão de alguns tópicos.

Como foi dito, a listagem dos tópicos é apenas um guia, um roteiro, baseado no qual cada escola poderá traçar o caminho que seja mais adequado aos seus objetivos, buscando fazer uma distribuição ao longo do tempo de modo coerente e consistente com o seu projeto pedagógico.

Uma característica da presente proposta é a dependência do CBC para o Ensino Médio do CBC do Ensino Fundamental. Nesta listagem, não estão incluídos os tópicos geralmente vistos no Ensino Fundamental, mas que tratam de assuntos cujo conhecimento prévio é útil ou necessário para uma boa compreensão dos temas tratados no ensino médio. Portanto, para a efetiva implantação do CBC, é importante que os professores de matemática conheçam a proposta para os dois níveis como um todo, e que a escola cuide para que o conhecimento adquirido nos anos anteriores seja reforçado e que possíveis deficiências de formação sejam sanadas.

Vale ressaltar que as propostas curriculares de Matemática para os ensinos fundamental e médio sugerem que se trabalhe com atividades que proporcionem o desenvolvimento da criatividade do aluno, bem como se abra um espaço na sala de aula para o aluno expor suas dúvidas, observações e relatos sobre as atividades, de forma oral ou escrita.

Em ambos os níveis, deve-se incentivar o aluno a justificar os procedimentos adotados diante de problemas e suas conclusões, mesmo que ele ainda não possua os instrumentos formais para fazê-lo. Se no ensino fundamental as justificativas se dão quase sempre num nível intuitivo, no ensino médio, além da metodologia aplicada ao ensino fundamental, deve-se dar ênfase a justificativas mais formais, introduzindo dessa forma a linguagem um pouco mais rigorosa.

É importante frisar também que parte integrante e fundamental da Proposta Curricular são as Orientações Pedagógicas e as Sugestões de Atividades, que estão sendo gradativamente revisadas e melhoradas, incorporando sugestões dos professores.

Além da parte comum (CBC), está prevista uma parte complementar, que no caso específico da matemática deve prever atividades curriculares que tenham como objetivos: a supressão de deficiências de conteúdos específicos (aulas de revisão, por exemplo); a introdução de novos tópicos de interesse de grupos de alunos (preparação para o ingresso no ensino superior, por exemplo); o aprofundamento de temas ou tópicos tratados no CBC e atividades interdisciplinares.

Finalmente, ressalta-se o caráter dinâmico desta proposta, que pretende agregar cada vez mais as contribuições de docentes e especialistas, buscando o seu aperfeiçoamento e melhorando a sua adequação às características e necessidades do nosso Estado.

Eixos Temáticos

De acordo com os PCN+, um tema estruturador é “Um conjunto de temas que possibilitam o desenvolvimento das competências almeçadas com relevância científica e cultural e com uma articulação lógica das idéias e conteúdos matemáticos”. Com o objetivo de uniformizar a nomenclatura com as demais disciplinas, nesse trabalho, a terminologia eixo temático é usada com o mesmo sentido de tema estruturador, preservando o significado original desta última.

Os eixos temáticos aqui propostos são os seguintes:

Eixo Temático I

Números, Contagem e Análise de Dados

Contar é um dos atos primitivos da Matemática e se materializa no cotidiano e nas ciências através das perguntas “Quantos são?” e “De quantas maneiras?”. Os métodos e conceitos relativos ao ato de contar são essenciais em problemas tão diversos quanto enumeração de possíveis resultados de uma experiência genética, armazenamento de dados em formato eletrônico, estimativas do tempo de execução de programas em computadores e distribuição de senhas para usuários de sistemas seguros de comunicação. Todos estes problemas e inúmeros outros dependem da formalização matemática das técnicas de contagem, conhecida como Análise Combinatória, e de suas fundamentais aplicações em Probabilidade e Teoria de Grafos.

A contagem cotidiana se restringe, normalmente, à contagem direta, ou seja, à exibição explícita dos objetos envolvidos e seu conseqüente registro um a um. Isto é obviamente insuficiente em situações em que o número de objetos é muito grande ou não se dispõe de uma maneira conveniente de listá-los. Para lidar com estas situações, temos os métodos e conceitos de Análise Combinatória, que consistem essencialmente, neste nível, no estudo de subconjuntos e seqüências em outras palavras, no estudo de situações em que a contagem se reduz a saber de quantas maneiras um determinado grupo de objetos pode ser escolhido, sem e com restrições em relação à ordem em que são selecionados. Estes conceitos, propriamente formulados e verbalizados, permitem a transição imediata do pensamento cotidiano para o pensamento científico.

Os resultados do estudo de Análise Combinatória transcendem em muito o âmbito exclusivo da disciplina. Como os entes matemáticos utilizados são apenas números naturais e as operações elementares entre eles, os métodos de pensamento utilizados, que são de caráter geral e formativo, apresentam-se de maneira clara e despojada de complicações teóricas, conceituais ou notacionais. Isto propicia ao aluno o exercício de competências fundamentais como planejamento de estratégias de resolução de problemas, divisão de problemas em casos, análise envolvendo números pequenos levando à generalização e à crítica dos resultados obtidos. Os reflexos positivos deste exercício são imediatos no desempenho escolar global e na prática cotidiana.

Provavelmente é no tratamento de dados que a matemática manifesta mais claramente a sua utilidade no cotidiano. Hoje em dia a Estatística Descritiva e a Probabilidade fazem parte do discurso jornalístico e científico cotidiano quando se trata, por exemplo, de pesquisas de intenção de voto, perfil sócio-econômico da população brasileira, as chances da cura de determinada doença ou riscos de contraí-la. Espera-se, portanto, que numa formação básica do cidadão, não apenas se adquira a capacidade de ler e analisar dados expostos em diversas formas, mas que

se possa refletir criticamente sobre os seus significados e emitir juízos próprios. Por essa razão, a análise de dados é escolhida como um dos temas estruturadores da Matemática, pois proporciona uma adequada contextualização sócio-cultural, aproximando o conhecimento adquirido na Escola da realidade do aluno. Este tema é importante também por ser utilizado em quase todas as demais áreas do conhecimento, como, por exemplo, demografia, saúde, lingüística, possibilitando o desenvolvimento de várias atividades integradas dentro da escola.

Eixo Temático II

Funções Elementares e Modelagem

A atitude de tentar solucionar problemas propostos no “mundo real” está na própria base da criação matemática e tem sido uma fonte inesgotável de inspiração e de renovação dos seus métodos. A utilização de modelos matemáticos, por meio da formulação em linguagem simbólica e relações lógicas para analisar certas situações, tem sido um método bastante eficaz adotado com sucesso, há vários séculos.

Uma das maneiras de traduzir matematicamente alguns fenômenos é através do estabelecimento de relações de dependência entre as quantidades ou grandezas observadas. Por exemplo, a distância percorrida por um automóvel depende da velocidade e do tempo de percurso; o montante devido num empréstimo depende da taxa de juros, do número de prestações e do valor inicial tomado; a velocidade de espalhamento de uma epidemia depende, entre outras coisas, do número de pessoas infectadas; a absorção de um remédio depende da sua concentração, do peso do indivíduo e do tempo.

O conceito de função é um dos temas centrais e unificadores da matemática, podendo ser usado em diversas situações, mesmo não numéricas, por exemplo, na geometria, quando falamos em transformações geométricas.

As funções elementares estudadas no Ensino Médio - afim, polinomial, exponencial e trigonométricas- permitem a análise de fenômenos que envolvam proporcionalidade, crescimento, decaimento e periodicidade, que são bastante comuns no cotidiano.

Eixo Temático III

Geometria e Medidas

Qualquer pessoa se depara muito cedo, em sua vida, com várias formas geométricas como, por exemplo, uma bola, uma caixa, um bloco, um cone, triângulos, quadriláteros, círculos, etc. E, muito cedo, já consegue distingui-las. Várias etapas devem ser cumpridas, desde o simples

reconhecimento dessas figuras espaciais e/ou planas até a construção de sólidos ou superfícies que servem de modelos de estruturas arquitetônicas, construção de reservatórios para fins variados, modelagem geométrica de utensílios, aparelhos, órgãos para transplante, cápsulas espaciais, etc. Esse processo envolve a aquisição de diversos níveis de compreensão que vão desde o senso comum até a realização de análises mais detalhadas, como estimativas de medidas e a construção e ajuste de modelos.

A geometria estimula a capacidade de observação do aluno, sua criatividade, por meio do uso de formas geométricas para visualizar, representar ou descrever objetos. Ela, ainda, propicia a oportunidade de utilizar o raciocínio lógico-dedutivo para a validação de seus resultados, permite calcular e/ou fazer estimativas

No ensino médio, a geometria é estudada levando-se em conta três aspectos: o tratamento formal, lógico-dedutivo dos fatos referentes a figuras planas e espaciais; o desenvolvimento de técnicas de medição indireta (usando semelhança de triângulos ou trigonometria) e a algebrização da geometria através da introdução de um modelo para a geometria euclidiana plana (geometria analítica). Esses três aspectos são fundamentais na formação do aluno:

O raciocínio lógico-dedutivo, no qual provam-se fatos novos a partir de fatos conhecidos, é a base do conhecimento científico, sendo aplicado com frequência em discussões e debates.

Com o uso das técnicas de medição indireta é possível calcular, por exemplo, a altura de montanhas, distâncias intergalácticas e desenvolver instrumentos de medição, de desenho e de modelagem.

Por sua vez, a geometria analítica permite tratar lugares geométricos planos por meio de equações, transformando problemas geométricos em problemas algébricos. Além disso, possibilita a representação gráfica de funções ou de dados.

Esta proposta difere um pouco da proposta do PCN+, em que são propostos três temas estruturadores:

1. Álgebra: números e funções
2. Geometria e medidas
3. Análise de dados

O desdobramento aqui proposto justifica-se pelo fato de que as funções elementares associadas à modelagem possuem um papel importante na conexão com as outras disciplinas da área de Ciências da Natureza e mesmo com outras áreas, adquirindo um caráter estruturador e integrador.

A seleção dos conteúdos visa contribuir para a formação integral do aluno, procurando desenvolver a sua capacidade de raciocínio lógico, a sua criatividade e imaginação, a sua intuição, a sua capacidade de análise e de crítica fundamentada. Também deve se ter em mente outros componentes importantes dessa formação, como aquisição de valores, hábitos e procedimentos que propiciem uma atuação construtiva e cooperativa no meio em que se vive. Além disso, na escolha de tópicos, tem-se em vista a busca de explicações para fenômenos, evidenciando assim a sua relevância.

É importante frisar que os conteúdos conceituais ou idéias básicas apresentados formam o esqueleto, a estrutura da proposta, enquanto os conteúdos relacionados à atitudes e procedimentos formam a carne que lhe dá sustentação. Essas peças complementares devem ser encaradas como integradas, uma não existindo sem a outra. Dessa maneira, optou-se por estabelecer a proposta usando-se as competências e habilidades associadas a conceitos e idéias, e a esses correspondem algumas sugestões de atividades e estratégias de ensino.

Obviamente a lista de propostas pedagógicas para abordar os temas é quase inesgotável e existem várias fontes importantes de consulta que podem ser encontradas, por exemplo, na internet. O objetivo aqui é apresentar algumas sugestões que ilustrem o espírito da proposta. Anexo à proposta são apresentadas algumas situações de sala de aula (“vinhetas”) que podem servir de motivação para novas estratégias de ensino a serem adotadas.

3. Resolução de Problemas

Um dos principais objetivos do ensino de Matemática, em qualquer nível, é o de desenvolver habilidades para a solução de problemas. Esses problemas podem advir de situações concretas observáveis (“contextualizadas”) ou não. No primeiro caso, é necessária uma boa capacidade de usar a linguagem matemática para interpretar questões formuladas verbalmente. Por outro lado, problemas interessantes, que despertam a curiosidade dos estudantes, podem surgir dentro do próprio contexto matemático, em que novas situações podem ser exploradas e o conhecimento aprofundado, num exercício contínuo da imaginação.

Em cada unidade temática várias situações práticas ou problemas podem ser exploradas tanto para a motivação, na introdução de novos conceitos e idéias, quanto nas aplicações.

O constante desenvolvimento das habilidades para a solução de problemas envolve as seguintes estratégias, que devem tornar-se hábito para o aluno:

- Usar figuras, diagramas e gráficos, tanto de forma analítica quanto intuitiva.
- Expressar oralmente ou por escrito, com suas próprias palavras, propriedades matemáticas, atribuindo significado aos conceitos abstratos e formulando por meio do uso da linguagem simbólica, questões expressas verbalmente.

- Perceber padrões em situações aparentemente diversas.
- Estudar casos especiais mais simples usando-os para elaborar estratégias de resolução de casos mais complexos ou gerais.
- Fazer uso do método de tentativa e erro, elaborando novas estratégias de solução a partir da análise crítica dos erros.
- Usar a simbologia matemática (sentenças) com variáveis e equações.
- Usar a analogia como ferramenta de trabalho, recorrendo a métodos já utilizados e adaptando-os para a resolução de novos problemas.
- Trabalhar de trás para diante, supondo conhecida a solução de um problema e deduzir suas propriedades para obter um caminho para encontrá-la.
- Compartilhar e discutir observações e estratégias de outros estudantes, adquirindo assim experiência e novos “insights” para abordar um problema.

A solução de uma ampla variedade de problemas desenvolve a capacidade de abstração do aluno, bem como a habilidade de atribuir significado aos conceitos abstratos estudados. Ao contrário do que ocorre em vários livros-textos atuais, deve-se privilegiar a diversidade em oposição à repetição e à quantidade.

4. Avaliação

O professor, ao planejar, orientar, observar, instigar, organizar e registrar as atividades em sala de aula, possui um conjunto de parâmetros que o habilita a fazer uma avaliação contínua de todo o processo de aprendizagem. Nesse processo, estão envolvidos ele próprio, os alunos, o material e a metodologia utilizados. Isso permite ao professor reformular a cada momento suas práticas pedagógicas e melhor adaptá-las às condições de sala de aula.

A avaliação deve ser parte integrante desse processo. Além do que foi mencionado acima, o professor deve buscar selecionar e registrar situações e procedimentos que possam ser avaliados de modo a contribuir efetivamente para o crescimento do aluno. Essa observação e registro, juntamente com os métodos tradicionais de verificação de aprendizagem (provas e listas de exercícios), nos quais são ressaltados os aspectos mais relevantes e importantes das unidades, devem fazer parte das estratégias de ensino.

Sabe-se que a questão da avaliação é muito delicada e que pode afetar a auto-estima do aluno, especialmente no caso de adolescentes. Dessa forma, deve-se ter uma atitude positiva e construtiva em relação à avaliação.

O professor deve incentivar e abrir espaço para que os alunos exponham, oral ou de forma escrita, suas observações, suas dificuldades e seus relatos sobre as atividades e conteúdos trabalhados.

O erro na resolução de um problema ou em uma avaliação deve ser encarado como uma oportunidade ideal de revisão de conceitos e estratégias de solução. É extremamente importante que uma tentativa consciente de resolver um problema seja tão respeitada quanto uma solução

correta. Quando o aluno percebe que, mesmo errando, seu esforço e trabalho são bem recebidos e que ele contribuiu positivamente para o trabalho do professor e da turma, sua autoconfiança aumenta e ele percebe que o erro é uma oportunidade de crescimento.

A postura adequada do professor, frente a um erro do aluno, é primeiro fazer o aluno expor claramente seu raciocínio. Isto feito, o professor deve mostrar que algo está errado, não criticando o raciocínio, mas mostrando que a solução não atende ao enunciado do problema. Após isto, o raciocínio deve ser colocado em discussão aberta com a turma, e as sugestões de correção devem ser registradas e discutidas, dando a elas o mesmo valor do raciocínio inicial. Idealmente, uma solução correta deve vir da turma; o professor pode então intervir, analisando as etapas da discussão e apresentando soluções alternativas, caso seja adequado.

5. Contextualização

De acordo com a DCNEM, a contextualização é um dos princípios estruturadores do Ensino Médio. Conforme o parecer que acompanha a Resolução que estabelece as Diretrizes, a contextualização evoca áreas, âmbitos e dimensões presentes na vida pessoal, social e cultural (do aluno) e mobiliza competências cognitivas já adquiridas para tratar de novas questões. Nesse sentido, pode ser um recurso para ampliar as possibilidades de interação em diversos níveis: entre temas de uma mesma disciplina, entre as disciplinas de uma determinada área ou entre disciplinas de áreas diversas.

O objetivo é criar condições para uma aprendizagem motivadora que leve a superar o distanciamento entre os conteúdos estudados e a experiência do aluno, estabelecendo relações entre os tópicos estudados e trazendo referências que podem ser de natureza histórica, cultural ou social, ou mesmo de dentro da própria Matemática.

O tratamento contextualizado do conhecimento é um dos recursos que a escola tem para retirar o aluno da condição de espectador passivo. Em Matemática, a contextualização é um instrumento bastante útil, desde que interpretada num sentido mais amplo e não empregada de modo artificial e forçado, ou que não se restrinja apenas a um universo mais imediato (“cotidiano”).

Alguns temas, como, por exemplo, o tratamento de dados ou contagem, podem ser mais facilmente referidos a situações que fazem parte do cotidiano da mídia e da linguagem coloquial. Outros podem ser estudados a partir de modificações de situações mais simples para mais complexas e que possuem motivação matemática. Isso ocorre, por exemplo, com alguns temas de geometria. Esse tipo de contextualização estimula a criatividade, o espírito inventivo e a curiosidade do aluno.

Finalmente, há temas que podem ser referidos a modelos matemáticos que estão relacionados a questões estudadas em outras disciplinas (por exemplo, Física ou Química) e, portanto, remetem a um outro princípio estruturador proposto nas DCNEM: a interdisciplinaridade.

A interdisciplinaridade consiste em utilizar os conhecimentos de várias disciplinas para resolver um problema ou compreender um determinado fenômeno sob diferentes pontos de vista. O objetivo é contribuir para a superação do tratamento estanque e compartimentado que caracteriza, hoje, o conhecimento escolar. Como foi dito na Introdução, a Matemática é bastante apropriada para realizar com sucesso tal empreendimento, uma vez que permite a aplicação de um mesmo modelo para tratar de fenômenos que ocorrem em cenários totalmente distintos. O estabelecimento dessas conexões requer o desenvolvimento de habilidades que envolvem tanto representação (usando, por exemplo, a linguagem simbólica, equações, diagramas ou gráficos) quanto a compreensão e investigação (ao formular questões, selecionar e interpretar informações e resultados).

Para que se consiga tal integração é necessário que

- a. o professor de Matemática esteja preparado para reconhecer as oportunidades de trabalho em conjunto com outras disciplinas;
- b. que haja uma sintonia entre as propostas curriculares das disciplinas e que sejam possíveis momentos de reflexão e planejamento comum das atividades por parte das equipes de professores;
- c. o professor disponha de uma série de exemplos de aplicações de Matemática em outras áreas para o enriquecimento de suas aulas.

6. A Questão dos Pré-Requisitos

Em cada uma das Orientações Pedagógicas relativas aos tópicos do CBC, encontra-se uma lista de conhecimentos prévios úteis ou necessários para uma boa compreensão dos tópicos tratados no Eixo Temático.

O conhecimento matemático é construído na escola básica passo a passo, desde as séries iniciais, num crescendo de complexidade. Com freqüência é impossível aprender alguns tópicos sem uma boa base em outros, por exemplo, o tópico Geometria Espacial depende muito do estudo de triângulos.

De fato, um dos grandes desafios da Matemática no ensino básico é cuidar para que o conhecimento adquirido em anos anteriores seja reforçado e que possíveis deficiências de formação sejam sanadas. Com isso, queremos dizer que é necessário que o professor tenha uma boa idéia do nível de preparação dos seus alunos antes de introduzir um novo tópico.

É comum constatar-se em diversos exames e avaliações, até mesmo em vestibulares, que algumas falhas elementares de formação permanecem até o final da terceira série do Ensino Médio. Por exemplo, as questões do ENEM que envolvem operações com frações ou números decimais apresentam alto índice de erro.

É necessário, portanto, que sejam observadas as condições de preparo dos alunos para a introdução de novos temas tendo como base assuntos supostamente conhecidos. Essa observação pode ser realizada, por exemplo, através de testes prévios de verificação de domínio de conteúdo.

Às vezes, uma simples revisão possibilita a superação dos problemas de pré-requisitos. Em outras ocasiões, os alunos devem ser encorajados a tomar a iniciativa por meio de utilização de listas de exercícios suplementares, seguidas de sessões de discussão de problemas. Uma vez constatadas deficiências mais generalizadas, a escola deve buscar meios de saná-las, por exemplo, reservando horários para aulas de revisão e reforço.

7. Apresentação do CBC de Matemática 2007

Esta é a distribuição dos tópicos dos Conteúdos Básicos Comuns (CBC) de Matemática para o primeiro e segundo anos do Ensino Médio Regular Diurno adaptada às normas dispostas pela Resolução SEE-MG, N° 833, de 24 de novembro de 2006. Essa distribuição foi feita de acordo com a seguinte trajetória: iniciando pela formação básica, passando pela etapa de aprofundamento e finalizando com conteúdos complementares.

O primeiro ano é o ano da formação básica, quando são apresentados conceitos e métodos que constam de todos os temas estruturadores do CBC de Matemática. A distribuição feita permite um retorno às habilidades referentes a tópicos do CBC do ensino fundamental, que são essenciais para o desenvolvimento de novas habilidades. Entretanto, esse procedimento não deve ser visto como uma simples revisão, mas como uma forma de abordagem dos tópicos de maneira mais geral.

O segundo ano é o ano de aprofundamento, quando são apresentadas situações com maior grau de complexidade, introduzidos novos tópicos e novos conceitos. Alguns tópicos são comuns aos dois anos, a diferença fundamental ocorrendo nas habilidades trabalhadas em cada um.

O terceiro ano é o ano da complementação de formação, quando a escola poderá eleger tópicos complementares, dentre os quais, os sugeridos no CBC.

Tópicos do CBC para o 1º Ano

Eixo Temático I

Números, Contagem e Análise de Dados

Tema 1: Números

TÓPICOS	HABILIDADES
1. Números racionais e dízimas periódicas	1.1. Associar a uma fração sua representação decimal e vice-versa. 1.2. Reconhecer uma dízima periódica como uma representação de um número racional.
2. Conjunto dos números reais	2.1. Reconhecer uma dízima não periódica como uma representação de um número irracional. 2.2. Utilizar números racionais para obter aproximações de números irracionais.
3. Potências de dez e ordem de grandeza	3.1. Resolver problemas que envolvam operações elementares com potências de dez.

Tema 2: Contagem

TÓPICOS	HABILIDADES
4. Princípio multiplicativo	4.1. Resolver problemas elementares de contagem utilizando o princípio multiplicativo.

Tema 3: Probabilidade

TÓPICOS	HABILIDADES
5. Probabilidade	<p>5.1. Reconhecer o caráter aleatório de variáveis em situações-problema.</p> <p>5.2. Identificar o espaço amostral em situações-problema.</p> <p>5.3. Resolver problemas simples que envolvam o cálculo de probabilidade de eventos equiprováveis.</p> <p>5.4. Utilizar o princípio multiplicativo no cálculo de probabilidades.</p>

Tema 4: Estatística

TÓPICOS	HABILIDADES
6. Organização de um conjunto de dados em tabelas	<p>6.1. Organizar e tabular um conjunto de dados.</p> <p>6.2. Interpretar e utilizar dados apresentados em tabelas.</p> <p>6.3. Representar um conjunto de dados graficamente.</p> <p>6.4. Interpretar e utilizar dados apresentados graficamente.</p> <p>6.5. Selecionar a maneira mais adequada para representar um conjunto de dados.</p>
7. Médias aritmética e geométrica	<p>7.1. Resolver problemas que envolvam a média aritmética ou ponderada.</p> <p>7.2. Resolver problemas que envolvam a média geométrica.</p>

Eixo Temático II

Funções Elementares e Modelagem

Tema 5: Funções

TÓPICOS	HABILIDADES
8. Função do primeiro grau	<p>8.1. Identificar uma função linear a partir de sua representação algébrica ou gráfica.</p> <p>8.2. Utilizar a função linear para representar relações entre grandezas diretamente proporcionais.</p> <p>8.3. Reconhecer funções do primeiro grau como as que têm variação constante.</p> <p>8.4. Identificar uma função do primeiro grau a partir de sua representação algébrica ou gráfica.</p> <p>8.5. Representar graficamente funções do primeiro grau.</p> <p>8.6. Reconhecer funções do primeiro grau crescentes ou decrescentes.</p> <p>8.7. Identificar os intervalos em que uma função do primeiro grau é positiva ou negativa relacionando com a solução algébrica de uma inequação.</p> <p>8.8. Identificar geometricamente uma semi-reta como uma representação gráfica de uma inequação do primeiro grau.</p> <p>8.9. Reconhecer uma progressão aritmética como uma função do primeiro grau definida no conjunto dos números inteiros positivos.</p> <p>8.10. Resolver problemas que envolvam inequações do primeiro grau.</p>
9. Progressão aritmética	<p>9.1. Reconhecer uma progressão aritmética em um conjunto de dados apresentados em uma tabela, seqüência numérica ou em situações-problema.</p> <p>9.2. Identificar o termo geral de uma progressão aritmética.</p>

TÓPICOS	HABILIDADES
10. Função do segundo grau	<p>10.1. Identificar uma função do segundo grau a partir de sua representação algébrica ou gráfica.</p> <p>10.2. Representar graficamente funções do segundo grau.</p> <p>10.3. Identificar os intervalos em que uma função do segundo grau é positiva ou negativa.</p> <p>10.4. Resolver situações-problema que envolvam as raízes de uma função do segundo grau.</p> <p>10.5 Resolver problemas de máximos e mínimos que envolvam uma função do segundo grau.</p>
11. Progressão Geométrica	<p>11.1. Identificar o termo geral de uma progressão geométrica.</p>
12. Função exponencial	<p>12.1. Identificar exponencial crescente e exponencial decrescente.</p> <p>12.2. Resolver problemas que envolvam uma função do tipo $y(x) = ka^x$.</p> <p>12.3. Reconhecer uma progressão geométrica como uma função da forma $y(x) = ka^x$ definida no conjunto dos números inteiros positivos.</p>

Tema 6: Matemática Financeira

TÓPICOS	HABILIDADES
13. Matemática financeira	<p>13.1. Resolver problemas que envolvam o conceito de porcentagem.</p> <p>13.2. Resolver problemas que envolvam o conceito de juros simples ou compostos.</p> <p>13.3. Resolver situações-problema que envolvam o cálculo de prestações em financiamentos com um número pequeno de parcelas.</p>

Eixo Temático III

Geometria e Medidas

Tema 7: Semelhança e Trigonometria

TÓPICOS	HABILIDADES
14. Semelhança de triângulos	14.1. Resolver problemas que envolvam semelhança de triângulos. 14.2. Relacionar perímetros ou áreas de triângulos semelhantes.
15. Trigonometria no triângulo retângulo	15.1. Reconhecer o seno, o cosseno e a tangente como razões de semelhança e as relações entre elas. 15.2. Resolver problemas que envolvam as razões trigonométricas: seno, cosseno e tangente. 15.3. Calcular o seno, cosseno e tangente de 30° , 45° e 60° .

Tema 8: Geometria Analítica

TÓPICOS	HABILIDADES
16. Plano cartesiano	16.1. Localizar pontos no plano cartesiano. 16.2. Representar um conjunto de dados graficamente. 16.3. Resolver problemas que envolvam simetrias no plano cartesiano. 16.4. Reconhecer a equação de uma reta no plano cartesiano. 16.5. Interpretar geometricamente a inclinação de uma reta.

Tópicos do CBC para o 2º Ano

Conteúdos de Aprofundamento

Eixo Temático IV

Números, Contagem e Análise de Dados

Tema 9: Contagem

TÓPICOS	HABILIDADES
17. Contagem do número de elementos de uma união de conjuntos	17.1. Resolver problemas que envolvam o cálculo do número de elementos da união de conjuntos.
18. Conjuntos e seqüências	18.1. Reconhecer a diferença entre conjuntos e seqüências. 18.2. Identificar em situações-problema agrupamentos associados a conjuntos e seqüências.
19. Princípio multiplicativo	19.1. Resolver problemas utilizando o princípio multiplicativo.
20. Arranjos, combinações e permutações sem repetição	20.1. Reconhecer situações em que os agrupamentos são distinguíveis pela ordem de seus elementos ou não. 20.2. Resolver problemas que envolvam arranjos, combinações e/ou permutações sem repetição.

Tema 10: Probabilidade

TÓPICOS	HABILIDADES
21. Probabilidade	21.1. Identificar o espaço amostral em situações-problema. 21.2. Resolver problemas que envolvam o cálculo de probabilidade de eventos.

Eixo Temático V

Funções Elementares e Modelagem

Tema 11: Funções

TÓPICOS	HABILIDADES
22. Função do primeiro grau	22.1. Relacionar o gráfico de uma função do primeiro grau, no plano cartesiano, com uma reta.
23. Progressão aritmética	23.1. Resolver problemas que envolvam a soma dos n primeiros termos de uma progressão aritmética.
24. Inequações do segundo grau	24.1. Identificar geometricamente uma inequação com parte de um gráfico de uma função do segundo grau. 24.2. Resolver problemas que envolvam inequações do segundo grau.
25. Progressão geométrica	25.1. Resolver problemas que envolvam a soma dos n primeiros termos de uma progressão geométrica.
26. Função logarítmica	26.1. Reconhecer a função logarítmica como a inversa da função exponencial. 26.2. Utilizar em problemas as propriedades operatórias da função logarítmica. 26.3. Resolver problemas que envolvam a função logarítmica. 26.4. Reconhecer o gráfico de uma função logarítmica.
27. Sistema de equações lineares	27.1. Reconhecer se uma tripla ordenada é solução de um sistema de equações lineares. 27.2. Resolver um sistema de equações lineares com duas variáveis e interpretar o resultado geometricamente. 27.3. Resolver problemas que envolvam um sistema de equações lineares.

Eixo Temático VI

Geometria e Medidas

Tema 12: Semelhança e Trigonometria

TÓPICOS	HABILIDADES
28. Trigonometria no círculo e funções trigonométricas	<p>28.1. Calcular o seno, o cosseno e a tangente dos arcos notáveis: 0°, 90°, 180°, 270° e 360°.</p> <p>28.2. Resolver problemas utilizando a relação entre radianos e graus.</p> <p>28.3. Reconhecer no círculo trigonométrico a variação de sinais, crescimento e decrescimento das funções seno e cosseno.</p> <p>28.4. Identificar no círculo trigonométrico o período das funções seno e cosseno.</p>

Tema 13: Geometria Analítica

TÓPICOS	HABILIDADES
29. Plano cartesiano	<p>29.1. Resolver problemas que envolvam a distância entre dois pontos no plano cartesiano.</p> <p>29.2. Relacionar a tangente trigonométrica com a inclinação de uma reta.</p> <p>29.3. Reconhecer e determinar a equação da reta a partir de sua inclinação e das coordenadas de um de seus pontos; ou a partir de dois de seus pontos de coordenadas dadas numericamente ou por suas representações no plano cartesiano.</p> <p>29.4. Identificar a posição relativa de duas retas a partir de seus coeficientes.</p> <p>29.5. Reconhecer e determinar a equação de uma circunferência conhecidos seu centro e seu raio ou seu centro e um de seus pontos.</p>

TÓPICOS	HABILIDADES
30. Prismas e cilindros	30.1. Identificar os vértices, as arestas e as faces de um prisma. 30.2. Resolver problemas que envolvam o cálculo da diagonal de um paralelepípedo retângulo. 30.3. Identificar as seções feitas por planos paralelos à base de um prisma ou de um cilindro.
31. Pirâmides e cones	31.1. Identificar os elementos de uma pirâmide e de um cone. 31.2. Identificar as seções feitas por planos paralelos à base de uma pirâmide ou um cone.
32. Esferas e bolas	32.1. Identificar os elementos de uma esfera e de uma bola. 32.2. Identificar as interseções entre planos e esferas.
33. Planificações de figuras tridimensionais	33.1. Reconhecer a planificação de figuras tridimensionais usuais: cubo, paralelepípedo retangular, prismas retos, pirâmide, cilindro e cone.

TÓPICOS	HABILIDADES
<p>34. Posição relativa entre retas e planos no espaço</p>	<p>34.1. Reconhecer posições relativas entre retas: paralelas, concorrentes, perpendiculares e reversas. 34.2. Reconhecer posições relativas entre retas e planos: concorrentes, perpendiculares e paralelos. 34.3. Reconhecer posições relativas entre planos: paralelos, perpendiculares e concorrentes.</p>
<p>35. Áreas laterais e totais de figuras tridimensionais</p>	<p>35.1. Resolver problemas que envolvam o cálculo da área lateral ou total de figuras tridimensionais.</p>
<p>36. Volumes de sólidos</p>	<p>36.1. Resolver problemas que envolvam o cálculo de volume de sólidos.</p>

Sugestões de Tópicos Complementares para o 3º Ano

Eixo Temático VII

Números, Contagem e Análise de Dados

Tema 15: Números

TÓPICOS	HABILIDADES
37. Números complexos	<p>37.1. Reconhecer a necessidade da ampliação do conjunto dos números reais.</p> <p>37.2. Representar geometricamente um número complexo.</p> <p>37.3. Operar com números complexos e identificar suas partes real e imaginária: somar, subtrair; multiplicar, dividir, calcular uma potência, raízes, o conjugado e o módulo de um número complexo.</p> <p>37.4. Resolver equações do segundo grau.</p> <p>37.5. Forma polar ou trigonométrica de números complexos.</p>

Tema 16: Contagem

TÓPICOS	HABILIDADES
38. Arranjos, combinações com repetições e permutações cíclicas	38.1. Resolver problemas que envolvam arranjos, combinações e permutações com repetições e permutações cíclicas.
39. Coeficientes binomiais, binômio de Newton e triângulo de Pascal	<p>39.1. Utilizar propriedades combinatórias dos números binomiais.</p> <p>39.2. Utilizar o binômio de Newton para calcular potências de binômios.</p>

Tema 17: Probabilidade

TÓPICOS	HABILIDADES
40. Probabilidade condicional	40.1. Identificar eventos independentes e não independentes em situações-problema. 40.2. Resolver problemas que envolvam o conceito de probabilidade condicional. 40.3. Utilizar probabilidades para fazer previsões aplicadas, em diferentes áreas do conhecimento.

Tema 18: Estatística

TÓPICOS	HABILIDADES
41. Mediana e moda	41.1. Interpretar os conceitos de mediana e moda em situações - problema. 41.2. Resolver problemas que envolvam a mediana e a moda.

Eixo Temático VIII Funções Elementares e Modelagem

Tema 19: Funções

TÓPICOS	HABILIDADES
42. Funções trigonométricas	42.1. Identificar o gráfico das funções seno, cosseno e tangente. 42.2. Reconhecer o período de funções trigonométricas. 42.3. Resolver equações trigonométricas simples.

43. Estudo de funções

- 43.1. Reconhecer funções definidas por partes em situações-problema.
- 43.2. Reconhecer os efeitos de uma transição ou mudança de escala no gráfico de uma função.
- 43.3. Usar a função logarítmica para efetuar mudança de escala.

Tema 20: Matemática Financeira

TÓPICOS	HABILIDADES
44. Matemática financeira	<ul style="list-style-type: none">44.1. Comparar rendimentos em diversos tipos de aplicações financeiras.44.2. Comparar e emitir juízo sobre diversas opções de financiamento.

Eixo Temático IX **Geometria e Medidas**

Tema 21: Semelhança e Trigonometria

TÓPICOS	HABILIDADES
45. Funções trigonométricas	<ul style="list-style-type: none">45.1. Resolver problemas que envolvam funções trigonométricas da soma e da diferença de arcos.45.2. Resolver problemas que envolvam a lei dos senos.45.3. Resolver problemas que envolvam a lei dos cossenos.45.4. Identificar os gráficos das funções seno e cosseno.45.5. Identificar o período, a frequência e a amplitude de uma onda senoidal.

Tema 22: Construções Geométricas

TÓPICOS	HABILIDADES
46. Lugares geométricos	46.1. Reconhecer a mediatriz, a bissetriz e a circunferência como lugares geométricos. 46.2. Reconhecer a parábola como um lugar geométrico.

Tema 23: Geometria Analítica

TÓPICOS	HABILIDADES
47. Interseções entre retas e circunferências	47.1. Resolver e interpretar geometricamente um sistema formado por uma equação de reta e outra de circunferência. 47.2. Reconhecer a equação de uma circunferência identificando seu centro e seu raio. 47.3. Resolver e interpretar geometricamente um sistema formado por uma equação de reta e outra de parábola.
48. Elipse, hipérbole e parábola	48.1. Equação cartesiana da elipse. 48.2. Equação cartesiana da hipérbole. 48.3. Equação cartesiana da parábola. 48.4. Relacionar as propriedades da parábola com instrumentos óticos e antenas. 48.5. Reconhecer a elipse como um lugar geométrico e relacioná-la com as leis de Kepler.

49. Vetores

- 49.1. Calcular a soma de dois ou mais vetores.
- 49.2. Multiplicar um vetor por um número real.
- 49.3. Resolver problemas simples envolvendo a soma de vetores e a multiplicação por um número real.
- 49.4. Resolver problemas simples de geometria utilizando vetores.

Tema 24: Geometria de Posição no Espaço

TÓPICOS	HABILIDADES
50. Seções planas de figuras tridimensionais usuais	50.1. Reconhecer seções planas obtidas paralelas ou perpendiculares aos eixos de simetria de um prisma, de um cilindro, de uma pirâmide, de um cone e de uma esfera.

Tema 25: Geometria Métrica

TÓPICOS	HABILIDADES
51. Princípio de Cavalieri	51.1. Utilizar o Princípio de Cavalieri para calcular volumes de sólidos.

Vinhetas de Sala de Aula e Sugestões de Atividades

Vinhetas de Sala de Aula

Apresentamos a seguir algumas situações de sala de aula que podem sugerir estratégias para o ensino de alguns tópicos. O objetivo é, com o tempo, agregar sugestões provenientes dos professores e disponibilizá-las no CRV.

Uma aula de Análise Combinatória deve enfatizar a resolução de problemas; a parte teórica é praticamente inexistente. Problemas com contextualização geométrica podem ser acompanhados da confecção dos objetos que satisfazem as condições pedidas e que envolvam um número pequeno de casos. Como exemplos, citamos as maneiras de colorir um mapa simples com cores distintas, o número de diagonais de um polígono regular, maneiras de colorir um cubo com cores distintas ou usando apenas duas cores. Pode-se estimular a listagem de situações pequenas de modo atraente, enfatizando aspectos de simetria e boa diagramação. Como exemplo, citamos número de maneiras de colocar bolas em caixas, comissões que se podem fazer com um dado número de pessoas.

Quantos são os números pares de 2 dígitos que podemos fazer usando os algarismos 0, 1, 2, 3, 4 e 5?

Primeiro deve-se criticar o enunciado do problema: os dígitos dos números que se quer formar são distintos ou não? Parece que não, pois o enunciado não estabelece condições, mas já temos dois problemas distintos que devem, é claro, ser resolvidos. Uma vez decidido qual o enunciado se vai trabalhar, deve-se listar alguns exemplos dos objetos que se quer contar.

Aproveitando a crítica feita ao enunciado, vamos, primeiramente, abordar o problema supondo que os algarismos sejam distintos. Assim, exibem-se então alguns exemplos como 12, 20, 54, etc. Apontando que 24 e 42 são números distintos que satisfazem às condições pedidas, chega-se naturalmente à idéia de que estamos lidando com seqüências.

Aqui comete-se propositalmente um erro de raciocínio; o princípio multiplicativo aplicado às pressas como “6 escolhas para a primeira posição seguida de 3 para a segunda” nos dá o total de $6 \times 3 = 18$ possibilidades. Como 18 não é muito grande, convida-se a turma a fazer a listagem para verificar a resposta. Obtêm-se 10, 12, 14, 20, 24, 30, 32, 34, 40, 42, 50, 52, 54 – ou seja, temos apenas 13 em vez de 18 números que satisfazem o enunciado. Algo está errado; o que é?

A partir desta situação, o professor deve conduzir a turma a perceber que: (1) o 0 não pode aparecer na primeira posição; e (2) que se usa um dígito par na primeira posição à esquerda, então ele não pode ser usado outra vez.

Deste modo, a solução errada e sua análise indicam o procedimento correto para resolver o problema: usa-se o princípio aditivo (divide-se o problema na contagem de números que começam com dígito par e números que começam com dígito ímpar) e o princípio multiplicativo para a contagem em cada caso.

Agora vamos abordar o problema supondo que os algarismos sejam distintos, o que é sugerido pelo enunciado.

Nesse momento, já tendo o cuidado de não contar os números que têm o 0 na primeira posição, uma solução seria considerar 5 opções para a primeira posição e 6 para a segunda. Assim, pelo princípio multiplicativo, o número de dois dígitos que pode ser formado é $5 \times 6 = 30$.

Quantos são os números de 1 a 9999 em que aparece exatamente um 5?

Notamos primeiro que podemos uniformizar os objetos de nosso universo, no caso os números de 1 a 9999, pensando em todos eles como tendo 4 dígitos; assim, por exemplo, pensamos em 23 como 0023; este simples passo evita uma tediosa divisão em casos.

A partir daí, temos duas estratégias. Primeiro, podemos dividir os números que queremos contar em casos: números com 5 na casa das unidades, das dezenas, etc; contando cada caso separadamente com o uso do princípio multiplicativo e fechando com o uso do princípio aditivo. Assim, exibe-se um método de procedimento típico e a filosofia de uso dos princípios: reduz-se o problema a problemas menores ou casos (princípio aditivo) e trata-se cada caso como sendo uma seqüência de eventos (princípio multiplicativo).

De qualquer modo, este método de contagem é trabalhoso e outro bem mais fácil é o de contar o complementar, ou seja, os números nos quais não aparece nenhum 5. Assim, a contagem fica fácil: (todos os números de 4 dígitos) - (os números de 4 dígitos nos quais não aparece o 5) = os números que queremos.

A contagem dos dois termos do lado esquerdo desta igualdade é feita facilmente com o uso do princípio multiplicativo. Agora, comparam-se os resultados obtidos. Também generaliza-se o problema: quantos são os números de 1 a 999...99 (n noves) nos quais não aparece o dígito 5?, ilustrando a generalização do raciocínio usado em um caso particular e (neste exemplo específico) mostrando como o segundo método utilizado é bem mais eficiente que o primeiro.

Pode-se ainda aproveitar para trabalhar com enunciados alternativos, substituindo “exatamente” por “no mínimo” ou “no máximo”. Este tipo de procedimento serve para ilustrar como pequenas mudanças nas condições pedidas levam a raciocínios completamente distintos.

Seria interessante discutir a estratégia análoga para resolver o problema 1.1. Nesse caso, contam-se todas as maneiras possíveis de se preencher a primeira e a segunda posições, sem restrições, obtendo $6 \times 6 = 36$ e, em seguida, subtrai-se do resultado, 36, todos os números que têm o 0 na primeira posição ($1 \times 6 = 6$), daí obtém-se $6 \times 6 - 1 \times 6 = 30$.

Analise a resolução apresentada para o seguinte problema: uma criança possui cinco blocos cilíndricos, todos de cores diferentes, cujas bases circulares têm o mesmo raio. Desses blocos, quatro têm alturas iguais a 20 cm e o outro tem altura de 10 cm. Ao brincar, a criança costuma empilhar alguns desses blocos, formando um cilindro cuja altura depende dos blocos utilizados. Determine de quantas maneiras distintas a criança pode formar cilindros que tenham exatamente 70 cm.

Resolução a ser analisada: para obter um cilindro de altura 70 cm, a criança deve escolher 3 blocos cilíndricos de altura 20cm e usar o de altura 10cm. Como os blocos têm cores diferentes, a ordem em que são colocados gera cilindros diferentes. Portanto, o total de maneiras de se construir esses cilindros é $(4 \times 3 \times 2) \times 1 = 24$.

Problema: apresente uma estratégia para convencer seu aluno de que a resolução não está correta, sem resolver o problema.

Funções elementares

Construindo funções a partir de outras:

O primeiro objetivo é entender a mudança que ocorre no gráfico de uma função ao fazermos uma mudança de escala ou uma translação. Isso permite trabalhar o conceito de composição de funções nesse caso específico.

a. Se $f(x) = 10x$ e $g(x) = 2x - 7$, escreva as expressões de $h(x) = g(f(x))$ e $k(x) = f(g(x))$. Compare os gráficos de $g(x)$, $h(x)$ e $k(x)$; o que você pode concluir? Observe que $f(x)$ pode ser interpretada como uma mudança de escala, por exemplo, de metros para decímetros. O que ocorreria no caso em que $f(x) = -10x$? Construa mais exemplos com outras funções de grau um ou de grau dois e enuncie uma generalização.

b. Proceda da mesma forma, usando agora uma translação, isto é, se $f(x) = x - 1$ e $g(x) = 2x - 7$, escreva a expressão de $h(x) = g(f(x))$ e $k(x) = f(g(x))$. Compare os respectivos gráficos e descreva com palavras o que ocorreu. Construa mais exemplos com outras funções de grau um e enuncie uma generalização. Examine o que ocorre quando consideramos a função $g(x) = x^2$. Quais as diferenças que você pode apontar?

c. Encontre exemplos em outras disciplinas em que são utilizadas as mudanças de escala, por exemplo, quando se utilizam diferentes unidades de medida.

Agora trabalham-se funções definidas como áreas:

a. Sejam $f(x) = 3$ e a um número real positivo. Escreva a expressão para a função $g(a)$ que expressa a área da figura plana compreendida entre o gráfico de $f(x)$, o eixo OX , o eixo OY e a reta vertical $x = a$.

b. Construa mais exemplos e generalize o que pode ser observado.

c. Se $f(x) = c$ representa a velocidade de uma partícula que se move com velocidade constante, qual interpretação pode ser dada para a função $g(a)$ construída acima?

d. Considere agora a função $f(x) = 2x$ e a um número real positivo. Usando a fórmula para a área do triângulo, escreva a expressão para a função $g(a)$ que expressa a área da figura plana compreendida entre o gráfico de $f(x)$, o eixo OX , o eixo OY e a reta vertical $x = a$. Observe que $g(a)$ é uma função quadrática.

e. Construa mais exemplos e generalize o que pode ser observado e, usando a fórmula para a área do trapézio, proceda como acima considerando a função . f. Compare o que você fez com o estudo do movimento uniformemente acelerado.

Geometria:

Argumentando formalmente em Geometria:

A construção de demonstrações de fatos geométricos é um dos instrumentos formativos mais marcantes do Ensino Médio. Entretanto, a habilidade de argumentar usando a linguagem matemática para demonstrar fatos só se adquire com muita prática e paciência, num processo geralmente lento e longo, mas que, ao contrário do que muitos imaginam, pode ser conquistado por qualquer aluno.

Ressalte-se que há dois momentos bastante distintos na demonstração de um resultado. O primeiro, da descoberta, envolve experimentação, interpretação, intuição e analogia. O segundo momento, o da demonstração formal, envolve compreensão, comunicação e destreza no uso da linguagem matemática. É o momento da comunicação do argumento, isto é, do encadeamento lógico-dedutivo das afirmações.

A exposição de um argumento pode ser feita usando vários dispositivos: diagrama de blocos; exposição na forma de duas colunas, uma contendo a afirmação e outra a justificativa correspondente; texto corrido com cada passo da demonstração destacado. Cada uma delas tem a sua vantagem e auxiliam na visão global do argumento.

Para começar, o professor pode usar demonstrações que requeiram argumentos simples, decorrentes quase que imediatamente das hipóteses ou das definições. Assim o aluno se familiariza com a idéia de hipótese e de tese. Estabelecem-se assim as “regras do jogo” num crescendo de complexidade. Argumentos que envolvem várias etapas podem ser analisados de trás para diante, permitindo uma visão mais global do encadeamento de idéias e construções.

É fácil encontrar exemplos desse tipo de procedimento na literatura. A próxima vinheta é uma ilustração dessa proposta:

3.2. Problema:

Dados dois pontos A e B distintos fora de uma reta m , determinar um ponto p sobre m de modo que a soma do comprimento dos segmentos seja mínima.

Primeiro caso: Os dois pontos encontram-se em lados opostos em relação à reta m .

A solução é bastante intuitiva e pode ser realizada explorando o conceito de distância de dois pontos no plano, que é obtida pelo segmento que os une.

Segundo caso: Os dois pontos encontram-se do mesmo lado em relação à reta m .

A solução é bastante intuitiva e pode ser realizada explorando os conceitos de distância de dois pontos no plano e de simetria de um ponto com relação a uma reta.

Uma vez de posse de uma possível solução, trata-se de justificá-la usando fatos da geometria. Os fatos usados na justificativa devem ser colocados em ordem lógica, indicando a ordem em que devem ser apresentados.

Neste problema, a solução segue imediatamente da desigualdade triangular; esta, por sua vez, segue do fato de que se dois lados de um triângulo não são congruentes, então o maior ângulo é oposto ao maior lado. Este último fato segue da caracterização dos triângulos isósceles, que, finalmente, decorre de um caso de congruência de triângulos. Esta exploração deve ser feita de modo informal; depois propõe-se que se desenhe um diagrama de blocos ordenando as implicações acima (por exemplo, começando da caracterização de triângulos isósceles), questionando se o argumento está completo.

Usando este procedimento é possível notar que um argumento complexo pode ser quebrado em pedaços mais simples. A prova então pode ser reescrita, por exemplo, na forma de duas colunas, uma delas contendo as afirmações e a outra suas justificativas.

Finalmente, imaginando que a reta é um espelho, podemos relacionar o problema com o Princípio de Fermat e talvez a Lei de Snell. Para isso os alunos podem consultar bibliografia ou o professor de Física.

Tópicos do CBC 1º, 2º e 3º Anos

Eixo Temático I

Números, Contagem e Análise de Dados

Tema 1: Números

Sugestões de atividades

- Utilizar diferentes representações numéricas para a mesma quantidade.
- Efetuar divisões de inteiros para obter dízimas periódicas.
- Usar calculadoras e interpretar os resultados nela apresentados, como por exemplo o significado de 0,33333333 como resultado da divisão de 1 por 3, em vez de $= 0,333\dots$. Ressaltar que as calculadoras utilizam, em geral, aproximações de números reais por decimais exatas.
- Recuperar uma fração a partir de sua representação decimal (fração geratriz).
- Representar na reta numérica a raiz quadrada de números de números inteiros, utilizando régua e compasso ou aproximadamente aproximando-a de um número racional.
- Utilizar números racionais como aproximações de números irracionais e representá-los na reta numérica.
- Usar dados de uma experiência e compará-los com soluções “exatas” obtidas pela utilização de modelos como, por exemplo, o período de um pêndulo em função de seu comprimento, queda livre.
- Estimar em diferentes unidades de medida o tamanho de objetos conhecidos: uma pulga, a cabeça de um alfinete, um elefante, uma girafa, edifícios públicos, etc.
- Fazer estimativas da capacidade de um recipiente, de um caminhão de carga, de um estádio de futebol.
- Distâncias muito grandes ou muito pequenas: anos-luz, microns, etc.
- Buscar exemplos do uso de potências de 10 em outras áreas: o número de Avogadro, a velocidade da luz, idades geológicas, dimensões de átomos e moléculas, etc.

Tema 2: Contagem

Sugestões de atividades

- Propor problemas que envolvam a contagem de placas de carro, de números de telefone, maneiras de dispor pessoas em filas, formação de seqüências satisfazendo condições especiais, modos de pintar mapas ou sólidos simples. Para abordar uma situação-problema mais complexa utilizando a estratégia de partir de situações mais simples, que envolvam um número menor de alternativas. Exemplo: Calcular o número de placas de automóvel que podem ser confeccionadas com três letras e quatro algarismos.
- Neste caso, a estratégia seria calcular o número de placas com apenas uma letra. A partir dessas, obter o número de placas com exatamente duas letras, em seguida, as que possuem três letras, três letras e um número e assim por diante.

Tema 3: Probabilidade

Sugestões de atividades

- Apresentar exemplos de variáveis aleatórias como, por exemplo, no lançamento de dados e moedas.
- Apresentar exemplos de variáveis não aleatórias (determinísticas) como, por exemplo, uma pedra que é solta de cima de um edifício sempre cai, em uma partida de futebol um dos times vence, ou perde ou empata, em prova de dez pontos as notas possíveis para um aluno variam de 0 a 10.
- Relacionar o cálculo de probabilidades com os princípios de contagem.
- Calcular a probabilidade da união e da interseção de dois eventos de probabilidade conhecida.
- Usar simulações para estimar probabilidades como, por exemplo, lançar uma moeda várias vezes e verificar que a probabilidade de sair cara é 50%.
- Calcular e obter uma determinada nota em uma prova de múltipla escolha, marcando-se as alternativas ao acaso, etc.
- Utilizar situações envolvendo probabilidades em outras áreas, como, por exemplo, em genética.
- Utilizar informações sobre saúde, meio ambiente, ciências sociais veiculadas em revistas e jornais que envolvem fenômenos probabilísticos.

Tema 4: Estatística

- Propor a elaboração de questionários sobre o perfil social dos alunos levantando dados e utilizando gradativamente métodos estatísticos.
- Utilizar estatísticas para extrair informações sobre diversos espaços geográficos.
- Propor leitura e discussão de textos da área de saúde que utilizam estatística, por exemplo, dados que descrevam a relação entre o fumo e o câncer.
- Utilizar dados do censo brasileiro para extrair informações, formulando questões que possam ser desenvolvidas em outras disciplinas.
- Utilizar estatísticas para tratamento de dados obtidos em experiências de laboratório.
- Utilizar recursos computacionais ou de laboratório para construir tabelas e gráficos de vários tipos utilizados pela mídia.
- Utilizar o plano cartesiano para representar dados estatísticos.
- Decidir sobre a média que melhor representa um conjunto de dados em uma situação.
- Utilizar a média ponderada, por exemplo, para calcular a nota final (média) em um concurso com provas de pesos conhecidos.
- Calcular a média geométrica de números dados, por exemplo, a taxa trimestral média de juros, em regime de juros compostos.
- Propor uma atividade de pesquisa entre os alunos de forma que eles cumpram as seguintes etapas: objetivo da pesquisa, para que colem dados e, em seguida, selecionar a maneira mais adequada para representar um conjunto de dados.

Eixo Temático II

Funções Elementares e Modelagem

Tema 5: Funções

Sugestões de atividades

- Promover trabalhos de discussão em grupos para a formulação de modelos para situações-problema.
- Manter um jornal mural de problemas, trazidos pelos alunos, que possam ser tratados com o uso do conceito de função.

Sugestões de atividades (continuação)

- Utilizar recursos computacionais para construir tabelas e gráficos de vários tipos utilizados na imprensa.
- Discutir problemas de proporcionalidade direta ou inversa no contexto das funções elementares.
- Discutir problemas que envolvam a questão da taxa de variação através da análise de notícias que falam de crescimento rápido ou lento, desaceleração.
- Pesquisar dados sobre modelo de crescimento populacional (Malthus) em Biologia ou de expansão de uma epidemia, usando dados concretos.
- Propor exercícios de traçar o gráfico de uma PG com razões maior do que um e menor do que um. Esboçar o gráfico correspondente a várias situações.
- Discutir problemas que envolvam a absorção de medicamentos (por exemplo, antibióticos e a necessidade do período da dosagem).
- Relacionar o cálculo de prestações em financiamentos com a função exponencial e a progressão geométrica.
- Propor projetos em que possam ser estudadas algumas relações de dependência funcional, por exemplo, em biologia, a capacidade de sustentação do peso de um animal.
- Sazonalidade: estudar alguns gráficos de variação de preço de alguns produtos durante o ano, ou durante período maiores.

Tema 6: Matemática Financeira

- Comparar questões que envolvam juros simples ou compostos e problemas simples de matemática financeira. Exemplos: cobrança de juros de mora – juros simples - (devido ao atraso em uma prestação); cálculo do rendimento de poupança – juros compostos.
- Relacionar o cálculo de prestações em financiamentos com a função exponencial e a progressão geométrica.
- Fazer estimativas e cálculos dos juros cobrados em financiamentos; comparar formas de pagamento na compra de um bem e emitir juízo sobre a forma mais vantajosa de pagamento.

Eixo Temático III

Geometria e Medidas

Tema 7: Semelhança e Trigonometria

Sugestões de atividades

- Utilizar maquetes ou plantas de casas.
- Utilizar “softwares” de geometria dinâmica ou dobraduras para ilustrar os teoremas.
- Fazer medições indiretas utilizando semelhança de triângulos, por exemplo, altura de montanhas, prédios, distâncias intergalácticas.
- Ilustrar a utilização de semelhança de triângulos na arte.
- Propor que os alunos desenvolvam projetos para a contextualização histórica do uso da semelhança de triângulos, produzindo materiais que possam ser divulgados em eventos para a comunidade escolar ou não.
- Propor que os alunos desenvolvam projetos para a contextualização histórica do uso da semelhança de triângulos, produzindo materiais que possam ser divulgados em eventos para a comunidade escolar.
- Propor atividades em conjunto com os professores de Física para analisar e decompor grandezas vetoriais em relação a dois eixos. Exemplo: decompor uma força que atua sobre um objeto em um plano inclinado.

Tema 8: Geometria Analítica

- Utilização de papel quadriculado para traçado de gráficos em experimentos.
- Utilizar o plano cartesiano para representar dados estatísticos.
- Propor outras questões de representações e mapas, tais como os sistemas de coordenadas usados em radares ou na navegação.
- Usar o plano cartesiano para fazer estimativas de áreas de figuras planas.
- Usar o plano cartesiano para fazer o traçado aproximado de mapas.
- Prever os possíveis números de interseções entre retas e circunferências, antes de resolver o problema algebricamente.
- Usar o plano cartesiano para obter propriedades de figuras planas, por exemplo, classificação de triângulos, determinação de pontos notáveis de um triângulo.
- Explorar a simetria de figuras no plano cartesiano.

Tópicos 2º Ano

Eixo Temático IV

Números, Contagem e Análise de Dados

Tema 9: Contagem

- Abordar situações-problema mais complexas utilizando a estratégia de partir de situações mais simples, que envolvam um número menor de alternativas.
- Contagem de comissões (com e sem indivíduos distinguidos) formadas a partir de um grupo de pessoas.
- Calcular o número de cartões distintos que podem ser feitos na Mega-Sena, Quina, loteria esportiva, etc.
- Apresentar situações em que o aluno tenha que calcular a quantidade de comissões que podem ser formadas a partir de um grupo de pessoas, com e sem condições adicionais.

Tema 10: Probabilidade

- Relacionar o cálculo de probabilidades com os princípios de contagem.
- Calcular a probabilidade da união e da interseção de dois eventos de probabilidade conhecida.
- Calcular a chance de ganhar em um jogo da Mega-Sena, loteria esportiva, de obter uma determinada nota em uma prova de múltipla escolha, marcando-se as alternativas ao acaso, etc.
- Utilizar situações envolvendo probabilidades em outras áreas, como, por exemplo, em genética.
- Utilizar informações sobre saúde, meio ambiente, ciências sociais veiculadas em revistas e jornais que envolvem fenômenos probabilísticos.
- Repassar os conceitos de eventos aleatórios e determinísticos (ver sugestões para o tema 3).

Eixo Temático V

Funções Elementares e Modelagem

Tema 11: Funções

- Manter um jornal mural de problemas, trazidos pelos alunos, que possam ser tratados com o uso do conceito de função.
- Utilizar recursos computacionais para esboçar gráficos de funções do primeiro, do segundo grau e da função logarítmica.
- Discutir problemas que envolvam a questão da taxa de variação através da análise de notícias que falam de crescimento rápido ou lento, desaceleração.
- Propor pesquisa sobre aplicações da função logarítmica para modelar fenômenos, por exemplo, na relação entre intensidade de um terremoto e a quantidade de energia liberada por ele; luminosidade de uma estrela em relação ao seu brilho.
- Apresentar situações cujos modelos são dados por desigualdades.
- Utilizar a soma dos termos de uma PA ou PG para fazer estimativas. Um exemplo no caso de PG é o seguinte: Se a cada mês uma árvore crescesse de forma que sua altura em um mês fosse o dobro da altura do mês anterior, calcular a altura dessa árvore ao final de 2 anos.
- Propor situações que envolvam grandezas cujas relações possam ser modeladas por um sistema de equações lineares. Exemplos: Fornecer as quantidades e tipos de vitaminas em determinadas frutas. Pedir o número de frutas necessárias para se obter uma certa quantidade de vitaminas de cada tipo.
- Discutir métodos de resolução de sistemas de equações lineares.
- Resolver e interpretar geometricamente um sistema de equações lineares.

Eixo Temático VI

Geometria e Medidas

Tema 12: Semelhança e Trigonometria

- Utilizar “softwares” de geometria (por exemplo, o Z.u.L.) ou com papelão, sobre o qual desenha-se um círculo de raio 1, palito (como raio) que deve estar atado ao centro por um prego (de forma a permitir que o palito possa girar), linha presa à extremidade do palito e um pequeno peso na outra extremidade, marcar uma escala ou colocar uma régua graduada sobre dois diâmetros perpendiculares (que funcionarão como o eixo das abscissas e o das ordenadas). Isso permitirá introduzir o conceito das funções seno e cosseno, calcular os valores de senos, cossenos e tangentes de alguns ângulos notáveis e avaliar outros, estudar o sinal das funções seno, cosseno e tangente, intervalos em que elas são crescentes ou decrescentes e seus períodos.
- Propor atividades em conjunto com os professores de Física para estudo do movimento circular uniforme e cálculo de distâncias.

Tema 13: Geometria Analítica

- Prever os possíveis números de interseções entre retas e circunferências, antes de resolver o problema algebricamente e calcular as interseções, certificando-se que o número obtido era o esperado.
- Reconhecer que um ponto dado é interior, exterior ou pertence a uma circunferência a partir das coordenadas do ponto e da equação da circunferência ou do centro e raio dela.
- Usar o plano cartesiano para obter propriedades de figuras planas, por exemplo, classificação de triângulos, determinação de pontos notáveis de um triângulo (por exemplo, baricentro, ortocentro, circuncentro).

Tema 14: Geometria Métrica e de Posição

- Utilizar modelos feitos de canudos ou papelão na exploração de propriedades de figuras tridimensionais e seus elementos. Algumas dessas figuras podem ser confeccionadas pelos próprios alunos, que terão oportunidade de identificar propriedades características da figura a ser construída. Podem ser explorados, por exemplo, a fórmula de Euler, as posições relativas entre retas, entre retas e planos e entre planos no espaço.
- Identificar simetrias nos sólidos platônicos, que podem ser confeccionados pelos alunos ou pelo professor.
- Propor a confecção de um painel com ilustrações de sólidos geométricos, que ocorrem na natureza.
- Apresentar uma figura tridimensional e pedir sua planificação e vice-versa.
- Pedir para calcular o preço para se construir uma caixa retangular, conhecendo-se preço do centímetro quadrado (ou em outra unidade de área) do material a ser utilizado para confeccioná-la.
- Calcular o volume de sólido mergulhando-o completamente em um recipiente com água e comparando o resultado com a fórmula que fornece seu volume.

Tópicos 3º Ano

Eixo Temático VII

Números, Contagem e Análise de Dados

Tema 15: Números

- Propor problemas que envolvam a resolução de equações de segundo grau com discriminante negativo.
- Representar geometricamente, no plano complexo, as operações de adição e multiplicação, bem como a conjugação, relacionando-as com simetrias, rotações e semelhança. Dar ênfase à geometria que acompanha os números complexos.

Tema 16: Contagem

- Propor problemas de contagem que envolvam situações sobre pessoas sentadas em mesas circulares, crianças em rodas gigantes, etc.
- Calcular o número de cartões distintos que podem ser feitos na Mega-Sena, Quina, loteria esportiva, etc.
- Construir o triângulo de Pascal a partir da relação de Stieffel.
- Localizar e discutir padrões no triângulo de Pascal.
- Interpretar combinatorialmente propriedades dos coeficientes binomiais.

Tema 17: Probabilidade

- Relacionar o cálculo de probabilidades com os princípios de contagem.
- Utilizar simulações para estimar probabilidades como, por exemplo, o problema dos bodes e do carro (ver Revista do professor de Matemática SBM Número 36).
- Calcular a probabilidade da união e da interseção de dois eventos de probabilidade conhecida.
- Calcular a probabilidade de se ganhar em um jogo da Mega-Sena, de obter uma determinada nota em uma prova de múltipla escolha, marcando-se as alternativas ao acaso, etc.

- Utilizar situações envolvendo probabilidades em outras áreas, como, por exemplo, em genética.
- Utilizar informações sobre saúde, meio ambiente, ciências sociais veiculadas em revistas e jornais que envolvem fenômenos probabilísticos.
- Repassar os conceitos de eventos aleatórios e determinísticos (ver sugestões para o tema 3).

Tema 18: Estatística

- Apresentar situações em que os alunos devem decidir sobre o número (média) mais adequado para representar um conjunto de dados.

Eixo Temático VIII **Funções Elementares e Modelagem**

Tema 19: Funções

- Propor situações que envolvam funções que apresentam periodicidade. Exemplos: ondas senoidais, movimento de rotação em torno de um ponto (Roda gigante, satélites).
- Propor situações-problema que envolvam o cálculo da amplitude, frequência e o período de uma onda senoidal.
- Propor atividades em conjunto com os professores de Física para analisar movimentos ondulatórios e circular uniforme.

Tema 20: Matemática Financeira

- Fazer estimativas de dívidas e de rendimentos em diversas situações de juros.
- Buscar em revistas, jornais ou lojas com anúncios de venda de bens como computadores, televisores, etc; para que os alunos calculem a taxa mensal de juros cobrada, ou para que calculem os valores das prestações.
- Utilização de calculadoras ou de computadores para elaborar planilhas de amortização. Seria também interessante que os alunos elaborassem planilhas eletrônicas.

Eixo Temático IX

Geometria e Medidas

Tema 21: Semelhança e Trigonometria

- Propor atividades de pesquisas mostrando a motivação histórica da extensão da trigonometria no triângulo retângulo ao círculo trigonométrico.
- Utilizar a lei dos cossenos no cálculo de distância entre astros; problemas de navegação; relação entre as velocidades escalar e angular, estudo de ondas senoidais.
- Utilizar a lei dos senos.

Tema 22: Construções Geométricas

- As construções geométricas proporcionam uma oportunidade para o desenvolvimento de habilidades relacionadas com interpretação, escrita, organização e formalização, além de propiciar o desenvolvimento da criatividade do aluno.
- Desenvolver estratégias e métodos para efetuar construções geométricas com régua e compasso desenho geométrico.
- Utilizar “softwares” de geometria para a construção, análise e formulação de observações de fatos geométricos.
- Destacar as propriedades das figuras planas utilizadas nas construções geométricas.
- Desenvolver atividades que levem os alunos à confecção de ferramentas não convencionais para resolução de problemas práticos ou teóricos de construção geométrica. Fazer uma análise crítica da adequação dessas ferramentas à solução do problema.
- Utilizar fatos da geometria plana para demonstrar propriedades de lugares geométricos. Exemplo: lugares geométricos construídos com diversos instrumentos convencionais ou não.
- Propor atividades em conjunto com os professores de Física para estudo das leis de Kepler; da ótica geométrica.

Tema 23: Geometria Analítica

- Apresentar demonstrações de fatos geométricos utilizando a geometria analítica.
- Apresentar, por exemplo, a demonstração de que as três mediatrizes de um triângulo encontram-se em um mesmo ponto, utilizando um sistema de equações lineares formado pelas equações das mediatrizes; as diagonais de um paralelogramo cortam-se ao meio.
- Obter propriedades de reflexão da parábola a partir da equação cartesiana da parábola.
- Obter resultados de geometria utilizando vetores como, por exemplo, o segmento que une os pontos médios dos lados de um triângulo é paralelo e vale a metade do terceiro lado.

Tema 24: Geometria de Posição no Espaço

- Construir modelos, por exemplo, em sabão, e efetuar cortes para analisar as seções obtidas.

Tema 25: Geometria Métrica

- Utilizar pilhas de discos feitos em madeira ou papelão para formarem sólidos de mesma altura e com as respectivas seções de mesma área.

Bibliografia

PCN+ Ensino Médio. **Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**, MEC. (e referências nele contidas).

PCN - Parâmetros Curriculares Nacionais [PCN] para a área de Matemática no ensino fundamental (www.mec.gov.br/sef/estruct2/pcn/pdf/matematica.pdf)

REVISTA do Professor de Matemática (RPM) publicada pela Sociedade Brasileira de Matemática(SBM) - RP BIBLIOGRAFIA

PCN+ Ensino Médio. **Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**, MEC. (e referências nele contidas).

PCN - Parâmetros Curriculares Nacionais [PCN] para a área de Matemática no ensino fundamental (www.mec.gov.br/sef/estruct2/pcn/pdf/matematica.pdf)

REVISTA do Professor de Matemática (RPM) publicada pela Sociedade Brasileira de Matemática(SBM) - RPM - IME - USP - Caixa postal 66281 - CEP 05 311-970 - , que contém tanto artigos de discussão sobre questões de ensino quanto sugestões e relatos de experiências em salas de aula.

LINDQUIST, Mary Montgomery e Shulte, Albert P., organizadores. **Aprendendo e Ensinando Geometria**. Atual Editora, 1994.

MACHADO, N.J. et al, **Vivendo a Matemática**. Editora Scipione.

GIONGO, Affonso Rocha. **Construções Geométricas**. Editora Nobel.

IFRAH, G.; **Os números: A história de uma grande invenção**, Ed. Globo, 1989.

KRULIK, S.Reys.F; **A resolução de Problemas na matemática escolar**, Atual, 1998.

LIMA, E. L et al. **A Matemática do Ensino Médio**. Sociedade Brasileira de Matemática(SBM) Coleção do Professor de Matemática, Três volumes.

LIMA, Elon Lages. **Meu professor de Matemática**. Sociedade Brasileira de Matemática(SBM). Col. do Professor de Matemática.

BARBOSA J. L., **Geometria Euclidiana Plana**. Sociedade Brasileira de Matemática(SBM). Col. do Professor de Matemática.

BOYER, Carl B. **História da Matemática**. Editora Edgard Blücher LTDA, 1974.

Software Cabri-géomètre de geometria dinâmica.

MORGADO, A . C . et al, **Análise Combinatória e Probabilidade**, SBM, Col. do Professor de Matemática.

Software gratuito de geometria dinâmica de geometria dinâmica Z.n.L. (ou C.a.R.)

SANTOS, J. P. O. , **Introdução à Análise Combinatória**, Ed. UNICAMP.

HAZAN, S. **Fundamentos de Matemática Elementar**, ed. Atual.

Coleção O prazer da Matemática, ed. Gradiva, Portugal.

Coleção Ciência Aberta, ed. Gradiva, Portugal.

Polya, G. **Mathematical Discovery: on understanding, learning in teaching problem solving**, John Wiley, 1981.

SCHOENFELD, A. **Mathematical Problem Solving**, Ac. Press, N.York.

WAGNER, Eduardo. **Construções Geométricas. Sociedade Brasileira de Matemática**
Col.do Professor de Matemática.

Morgado, Augusto Cesar e outros, **Progressões e Matemática Financeira**, SBM, Col. do Professor de Matemática.

Lista de sites interessantes para os professores de Matemática, RPM, 41, 1999.

<http://standards.entcm.org>

www.teacherlink.org/content/math

www.enc.org

www.mathforum.org

www.geom.umn.edu

www.sbm.br

www.mathmistakes.com

www.m-a.org.uk/

www.obm.org.br

M - IME - USP - Caixa postal 66281 - CEP 05 311-970 - , que contém tanto artigos de discussão sobre questões de ensino quanto sugestões e relatos de experiências em salas de aula.

www.mat.ufmg.br/apefm

www.obmep.org.br



**SECRETARIA DE ESTADO DE EDUCAÇÃO
DE MINAS GERAIS**

MATEMÁTICA

CBC

**CURRÍCULO BÁSICO COMUM
DO ENSINO FUNDAMENTAL**

**ANOS FINAIS:
CICLOS INTERMEDIÁRIO E DA CONSOLIDAÇÃO**



Autores do CBC/Matemática 2008

Mario Jorge Dias Carneiro

Michael Spira

Jorge Sabatucci

Organizadores da Revisão 2014

Alexandra Mara Campelo

Cecília Resende

Daniela Aparecida Batista Lima

José Carlos Xavier Costa

Silvana Araújo Amaral da Silva Garofalo

Revisão Final

Eliane Scheid Gazire



Governador

Alberto Pinto Coelho

Secretária de Estado de Educação

Ana Lúcia Almeida Gazzola

Secretária Adjunta de Estado de Educação

Maria Sueli de Oliveira Pires

Subsecretária de Desenvolvimento da Educação Básica

Raquel Elizabete de Souza Santos

Superintendente de Desenvolvimento de Ensino Infantil e Fundamental

Vera Alice Temponi Góes

Gerente do Programa de Intervenção Pedagógica do Ensino Fundamental

Maria das Graças Pedrosa Bittencourt

Sumário

Apresentação.....	05
1 – Introdução.....	07
2 – Considerações didático-metodológicas.....	08
3 – Orientações pedagógicas.....	11
4 – Resolução de problemas.....	12
5 – Avaliação.....	13
5 – CBC de Matemática.....	17
- Eixo – Espaço e forma.....	17
- Eixo – Grandezas e medidas.....	27
- Eixo – Números e operações/Álgebra e funções.....	34
- Eixo – Tratamento de dados.....	54
7 – Referências Bibliográficas.....	59

Apresentação

Aos professores e professoras de Minas Gerais,

É com muita satisfação que entregamos a vocês o Currículo Básico Comum do Ensino Fundamental – CBC/EF, para a Rede Estadual de Ensino de Minas Gerais, Anos Finais, Ciclos Intermediário e da Consolidação, construído coletivamente, ao longo do período de 2010 a 2014.

Toda política curricular é uma política cultural, pois o currículo é fruto de uma seleção e de produção de saberes, é o conjunto de valores e práticas que contribuem para a construção de identidades sociais e culturais dos alunos. Currículo é, pois, o conjunto de "experiências escolares que se desdobram em torno do conhecimento, permeadas pelas relações sociais, buscando articular vivências e saberes dos alunos com os conhecimentos historicamente acumulados e contribuindo para construir as identidades dos estudantes." (Moura e Candau, 2006).

O Currículo Básico Comum do Ensino Fundamental de Minas Gerais tem, pois, foco nas experiências escolares, o que significa que as orientações deste documento somente se concretizarão por meio das ações educativas desenvolvidas com os alunos.

Assim, ao definir as competências e habilidades a serem desenvolvidas com e pelos alunos no decorrer dos Ciclos Intermediário e da Consolidação pretendemos tornar visível para o (a) professor (a) o foco e os objetivos de sua atuação. Explicitando o que os alunos devem aprender, esperamos deixar mais claro o que é que deve ser ensinado e construído no campo das competências cognitivas e socioemocionais, garantindo a formação integral do aluno: ética, estética e política.

Por meio deste Currículo Básico Comum, queremos contribuir com os professores na realização do trabalho pedagógico na escola, compartilhar seus esforços diários de fazer com que os alunos consolidem as competências fundamentais de que necessitam para avançar em seus estudos, com sucesso, desenvolvendo habilidades intelectuais e criando atitudes e comportamentos necessários para a vida cidadã.

Acreditamos que o desenvolvimento dessas competências e habilidades, que envolvem conhecimentos e operações mentais complexos, não ocorre ao sabor do acaso. Se queremos oferecer aos alunos oportunidades iguais de acesso aos bens culturais, se queremos garantir a todos os seus direitos de aprendizagem e desenvolvimento, se queremos escola pública de excelência, com equidade, precisamos buscar formas adequadas para desenvolver o currículo a partir das experiências escolares.

A Secretaria de Estado de Educação, ao entregar Currículo Básico Comum do Ensino Fundamental – CBC/EF - Anos Finais, reafirma seu respeito e sua confiança em todos e em cada um dos nossos professores e professoras que atuam nos Anos Finais do Ensino Fundamental, que desempenham suas funções, cuidando e educando seus alunos, acolhendo-os em suas diversidades e garantindo a todos as aprendizagens básicas comuns propostas neste currículo.

Para que este Currículo Básico Comum se tornasse uma realidade, um longo caminho foi percorrido. Participaram dessa caminhada as Equipes Regionais e Central do Programa de Intervenção Pedagógica – PIP/EF, Inspetores Escolares, Especialistas da Educação Básica e Professores dos Anos Finais das escolas da rede estadual que, com seus conhecimentos e experiências, contribuíram significativamente para a construção deste documento.

A todos esses profissionais os nossos mais sinceros agradecimentos.

Que nossos alunos sejam os que mais se beneficiem desse esforço conjunto.

Bom trabalho a todos!

Belo Horizonte, dezembro de 2014

Secretaria de Estado de Educação de Minas Gerais

1- Introdução

A presente revisão do CBC não pretende alterar sua concepção ou estrutura. A essência de nossa matriz curricular continua sendo os Conteúdos Básicos Comuns, elaborados no início dos anos 2000. A versão, ora construída, Currículo Básico Comum, conta com o esforço coletivo de inúmeros colegas professores, analistas, técnicos da SEE/MG e SRE, especialistas e acadêmicos que participaram de perto de sua construção.

Como professores que somos, sabemos que o tempo traz mudanças e uma proposta curricular, documento vivo, deve se adequar, renovar-se, mesmo que guardando o essencial de sua proposta e objetivo. É a ideia de rupturas e permanências tão cara a nós, professores de Matemática. O presente instrumento, que a partir desta reformulação, passa a se denominar Currículo Básico Comum, é fruto das ideias que temos ouvido em inúmeras visitas às escolas e das capacitações que temos realizado que nos permitiram o contato com professores por esse imenso e diverso Estado.

Incluimos alguns tópicos e habilidades que julgamos atender às principais demandas dos professores em exercício. São tópicos e habilidades que garantirão uma maior e mais eficiente transição entre os diferentes ciclos de aprendizagem. Alguns tópicos que, na versão original, eram complementares nós os tratamos como obrigatórios nessa versão, pois contemplam campos conceituais importantes. No tema “Variação entre Grandezas”, algumas habilidades que, na versão original, pertenciam ao EM foram trazidas para o nono ano, garantindo assim uma transição harmônica entre essas etapas da Educação Básica. Também incluimos o campo “Orientações Pedagógicas” cujo conteúdo procura não alterar a proposta original, apenas ser um instrumento que facilite o trabalho do professor, contribuindo para a aplicação da proposta curricular e, conseqüentemente, aperfeiçoando o processo de ensino e aprendizagem.

O campo “Orientações Pedagógicas” traz sugestões para o professor trabalhar as habilidades referentes a cada tópico. A principal fonte em que nos baseamos para construir essas orientações foi o CRV – Orientações Pedagógicas (disponível em <http://crv.educacao.mg.gov.br>). As sugestões ali contidas partiram da experiência de sala de aula de nossos analistas, professores e de outras fontes. As sugestões pedagógicas contidas nesse campo não pretendem, de forma alguma, esgotar as diversas possibilidades para se ensinar as habilidades propostas. São apenas indicativos de possibilidades. O professor deve enriquecer o trabalho com as habilidades a partir de sua experiência, sensibilidade e de acordo com a realidade de cada escola e região, principalmente, considerando seu aluno e seu nível de desempenho.

Ressalta-se que, nessas orientações pedagógicas, além de nossa grande preocupação com o ensino da Matemática e das habilidades a ela relacionadas, tivemos o cuidado de incentivar a competência leitora e escritora de nossos alunos. Portanto há a indicação frequente do uso do próprio livro didático e de textos de diversos gêneros textuais e outros recursos que permitam o crescimento de nossos alunos como bons leitores e escritores.

O campo “conteúdo” tem como objetivo relacionar as habilidades dos CBC aos conteúdos de Matemática, em sua forma tradicional, uma vez que, só se desenvolvem habilidades por meio do trabalho com os conteúdos a elas relacionados. Assim, como nas Orientações Pedagógicas, não tivemos a preocupação de listar todos os conteúdos implícitos nas habilidades, mas indicar possibilidades, facilitando o trabalho do professor.

Destacamos que, por diversas vezes, sugerimos o trabalho interdisciplinar. Acreditamos que o trabalho conjunto é uma metodologia significativa para potencializar o processo de ensino e aprendizagem. Muitos de nossos conteúdos e habilidades guardam interfaces com os demais componentes curriculares e a construção do trabalho conjunto deve ser uma preocupação permanente de todo o corpo docente da escola.

Finalmente, ao incluirmos a Gradação **Introduzir, Aprofundar e Consolidar** — I, A, C - para o desenvolvimento das habilidades, ao longo dos anos de escolaridade, distribuída para cada habilidade/conteúdo, em seu respectivo **ano/ciclo de escolaridade**, reafirmamos o que já tem sido prática cotidiana dos nossos colegas professores de anos iniciais. Ao iniciar uma habilidade/conteúdo, **introduzir uma habilidade** através de novo conhecimento, o professor deve mobilizar conhecimentos prévios, contextualizando, despertando a atenção e o apreço do aluno para a temática. Em momento seguinte de aprendizagem, faz-se necessário **aprofundar essa habilidade**, num trabalho sistematizado, relacionando essas aprendizagens ao contexto e a outros temas próximos. Finalmente, **consolidar** aquela aprendizagem, também com atividades sistematizadas, significa torná-la um saber significativo para o aluno, com o qual ele possa contar para desenvolver outras habilidades, ao longo de seu processo educacional. Essas definições, já comuns nos anos iniciais do Ensino Fundamental, a partir das orientações contidas nos Cadernos de Alfabetização da SEE-MG/CEALE e confirmadas na proposta pedagógica do PACTO — Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa, que são referências, portanto, para o trabalho de alfabetizadores, nós as adaptamos para o ensino nos anos finais do Ensino Fundamental.

Guardadas as particularidades do ensino de Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental, o importante é que o professor permanentemente, ao longo do processo de ensino e aprendizagem, possibilite a seus alunos desenvolver as habilidades, avalie como se deu o processo e faça as retomadas e as intervenções pedagógicas necessárias, para que todos possam avançar numa trajetória escolar de aprendizagem.

2- Considerações Didático-Metodológicas

Para alcançar os objetivos básicos da Matemática e a consolidação das suas competências, é necessário que adotemos estratégias pedagógicas de ensino adequadas à etapa escolar, considerando-se a vivência escolar desses alunos, as aprendizagens desenvolvidas, as características e ânsias dessa fase de vida. Buscamos na Resolução SEE/MG nº 2197/2012 a estruturação em ciclos dos Anos Finais dentro do Ensino Fundamental e o que é preciso garantir para o prosseguimento da vida escolar:

Art. 28 O Ensino Fundamental, com duração de nove anos, estrutura-se em 4 (quatro) ciclos de escolaridade, considerados como blocos pedagógicos sequenciais:

I - Ciclo da Alfabetização, com a duração de 3 (três) anos de escolaridade, 1º, 2º e 3º ano;

II - Ciclo Complementar, com a duração de 2 (dois) anos de escolaridade, 4º e 5º ano;

III - Ciclo Intermediário, com duração de 2 (dois) anos de escolaridade, 6º e 7º ano;

IV - Ciclo da Consolidação, com duração de 2 (dois) anos de escolaridade, 8º e 9º ano.

Art. 29 Os Ciclos da Alfabetização e Complementar devem garantir o princípio da continuidade da aprendizagem dos alunos, sem interrupção, com foco na alfabetização e letramento, voltados para ampliar as oportunidades de sistematização e aprofundamento das aprendizagens básicas, para todos os alunos, imprescindíveis ao prosseguimento dos estudos.

Art. 30 Os Ciclos Intermediário e da Consolidação devem ampliar e intensificar, gradativamente, o processo educativo no Ensino Fundamental, bem como considerar o princípio da continuidade da aprendizagem, garantindo a consolidação da formação do aluno nas competências e habilidades indispensáveis ao prosseguimento de estudos no Ensino Médio.

Para complementar essa reflexão, transcrevemos parte das considerações sobre as características dos alunos descritas no CBC inicial (2008), presentes na concepção das Diretrizes Curriculares Nacionais - Resolução CNE nº 7/2010 e na Resolução SEE/MG nº 2.197/ 2012.

“Sabemos que, nos dois primeiros anos dessa etapa da escolaridade, convivem alunos com características muitas vezes ainda bastante infantis e adolescentes, ou mesmo alunos mais velhos, que já passaram por uma ou várias experiências de reprovação ou de interrupção dos estudos, sendo que, dentre esses, muitos já trabalham e assumem responsabilidades perante a família. No caso dos adolescentes, as significativas mudanças que afetam seu desenvolvimento físico, emocional e psicológico repercutem fortemente no seu comportamento o qual, na escola, muitas vezes é interpretado pelos professores como insolência, gerando conflitos no relacionamento entre ambos. Acrescentem-se a isso a instabilidade, o medo e a insegurança, que caracterizam as reações dos adolescentes frente a situações diversas. Nessa fase também intensifica-se a competência para questionar, acirra-se a crítica pouco fundamentada, que faz com que coloquem em dúvida a importância de certos valores, atitudes e comportamentos e, inclusive, a necessidade de certas aprendizagens.

No caso da Matemática, contrariando as considerações do parágrafo anterior, há uma forte tendência em fazer do 6º ano uma revisão dos conteúdos estudados nos anos anteriores. Essa revisão, na maioria das vezes infundável, causa desinteresse aos alunos e, paradoxalmente ao que se pretendia com ela, contribui para o fracasso escolar comprovado pelos elevados índices de reprovação e /ou evasão que aparecem nesse ano.

Já no ano seguinte (7ª ano), alguns conteúdos novos são explorados, o que garante, de certo modo, um maior interesse por parte dos alunos. Porém, diferentemente do trabalho realizado nos anos anteriores, o vínculo da Matemática com as situações do cotidiano, a possibilidade de levantar hipóteses, de arriscar-se na busca de resultados sem a tutela do professor, vão ficando cada vez mais distantes, gerando em muitos casos o divórcio entre o aluno e o conhecimento matemático.

Nos dois últimos anos (8º e 9º anos), muitos alunos ainda estão às voltas com mudanças corporais, momentos de inquietação emocional e psicológica, que repercutem na vida afetiva, na sexualidade, nas relações com a família e também na escola. Junto a esses problemas, começa a se configurar uma nova e grande expectativa - a continuidade dos estudos e o futuro profissional. Convém lembrar que muitos desses alunos já terão ingressado no mercado de trabalho, geralmente desenvolvendo atividades pouco qualificadas e ansiosos por melhores condições de vida.

A perspectiva de ingresso na juventude, além de expectativas quanto ao futuro, traz para os alunos desses dois últimos anos do ciclo novas experiências e necessidades. O conhecimento do mundo e as experiências de vida, ao contrário dos anos anteriores, acontecem no círculo do grupo, fora da tutela dos pais. Isso faz com que esses jovens ampliem suas percepções e tornem-se mais independentes e autônomos diante de certas vivências: administrar as próprias economias, transitar sozinhos por novos espaços, participar das decisões familiares, decidir sobre as atividades de lazer, etc.”

“Sob o ponto de vista cognitivo, a observação ganha em detalhes, ampliam-se as competências para pensar de forma mais abstrata, para tomar algumas decisões, para abstrair significados e ideias de maior complexidade, para argumentar expressando ideias e pontos de vista com mais clareza. Outro aspecto que se acentua é ampliação da competência para compreender e utilizar recursos tecnológicos e audiovisuais. Ao mesmo tempo que os alunos se organizam melhor para produzir em grupo, também ampliam-se suas possibilidades de realização de trabalhos individuais.

Nesses últimos dois anos, acentua-se, também, o interesse dos jovens por alguns temas sociais tais como cidadania, saúde, orientação sexual, meio ambiente, trabalho e consumo”.

Diante de um quadro complexo como esse, é necessário refletir sobre o que é possível fazer no sentido de minimizar os problemas que caracterizam esse ciclo, canalizando para a aprendizagem toda a ebulição desse espírito emotivo, instável e questionador do aluno nessa fase de desenvolvimento.

3- Orientações Pedagógicas

Como objetivos para Matemática no Ensino Fundamental, reafirmamos aqueles já explicitados no instrumento CBC de 2008:

- Identificar os conhecimentos matemáticos como meios para compreender e transformar o mundo à sua volta e perceber o caráter de jogo intelectual, característico da Matemática, como aspecto que estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da competência para resolver problemas;
- Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos do ponto de vista de relações entre eles, utilizando para isso o conhecimento matemático (aritmético, geométrico, métrico, estatístico, combinatório, probabilístico); selecionar, organizar e produzir informações relevantes para interpretá-las e avaliá-las criticamente.
- Resolver situações-problema, sabendo validar estratégias e resultados, desenvolvendo formas de raciocínio e processos como dedução, indução, intuição, analogia, estimativa e utilizando conceitos e procedimentos matemáticos, bem como instrumentos tecnológicos disponíveis.
- Comunicar-se matematicamente, ou seja, descrever, representar e apresentar resultados com precisão e argumentar sobre suas conjecturas, fazendo uso da linguagem oral e estabelecendo relações entre ela e diferentes representações matemáticas;
- Estabelecer conexões entre temas matemáticos de diferentes campos, e entre esses temas e conhecimentos de outras áreas curriculares;
- Sentir-se seguro da própria competência e construir conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções;
- Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente na busca de soluções para problemas propostos, identificando aspectos consensuais ou não na discussão de um assunto, respeitando o modo de pensar e aprendendo com eles.

Especialmente na fase em que se encontram os alunos, o ensino de Matemática pode contribuir muito para que adquiram responsabilidades, hábitos e métodos de estudo. Isto porque a aquisição do conhecimento matemático demanda trabalho individual e coletivo, competência de concentração e reflexão, disciplina e perseverança e discussão, busca de solução em grupo e para o grupo, com compartilhamento das ideias e resoluções. Em contrapartida, pode ser uma fonte de prazer intelectual em cada solução encontrada e desafio superado.

Portanto as metodologias utilizadas devem priorizar um papel ativo do aluno, estimulando a leitura de textos matemáticos, os estudos dirigidos, o trabalho em grupo e os recursos didáticos de caráter lúdico como jogos, exposições, murais de problemas e curiosidades matemáticas e, quando disponíveis, recursos computacionais para uso em geometria dinâmica e experimentos de cálculo.

Deve-se evitar a formalização excessiva e concentrar-se no desenvolvimento de habilidades conceituais e manipulativas, estimulando o uso de mecanismos informais como intuição, analogia, reconhecimento de padrões, análise de casos particulares e generalização, aproximação, estimativas. Por outro lado, no 8º e 9º anos, quando já se atingiu alguma maturidade, é adequado e desejável introduzir de modo gradativo o método lógico dedutivo, apresentando e requerendo do aluno demonstrações simples em álgebra e geometria.

4- Resolução de Problemas

Um dos principais objetivos do ensino de Matemática, em qualquer nível, é o de desenvolver habilidades para a solução de problemas. Esses problemas podem advir de diferentes situações que exijam o domínio da linguagem matemática e a construção de argumentos que permitam ao aluno elaborar propostas concretas a partir dos conhecimentos adquiridos ao longo do ensino fundamental. No primeiro caso, é necessária uma boa competência de usar a linguagem matemática para interpretar questões formuladas verbalmente. Por outro lado, problemas interessantes, que despertam a curiosidade dos alunos, podem surgir dentro do próprio contexto matemático quando novas situações podem ser exploradas e o conhecimento aprofundado, num exercício contínuo da imaginação e investigação.

Por situação-problema entendemos problemas que envolvem o processo de tradução do enunciado, seja contextualizado ou não, em linguagem matemática, e a tomada de decisão sobre quais ferramentas matemáticas serão usadas em sua resolução.

Estes problemas são aqueles que levam a uma compreensão do que realmente é Matemática, pois se passam em um ambiente onde coexistem os modos de pensamento formal e intuitivo, bem como as linguagens formal e verbal. Eles estimulam o trabalho em grupo, a crítica dos modelos adotados e o confronto dos resultados obtidos com o enunciado original do problema.

A solução de uma ampla variedade de problemas desenvolve a competência de abstração do aluno, bem como a habilidade de atribuir significado aos conceitos abstratos estudados.

O constante desenvolvimento das habilidades para a solução de problemas envolve as seguintes estratégias, que devem tornar-se hábito para o aluno:

- Usar figuras, diagramas e gráficos, tanto de forma analítica quanto intuitiva.
- Expressar oralmente ou por escrito, com suas próprias palavras, propriedades matemáticas, atribuindo significado aos conceitos abstratos e formulando por meio do uso da linguagem simbólica questões expressas verbalmente.
- Perceber padrões em situações aparentemente diversas.
- Estudar casos especiais mais simples usando-os para elaborar estratégias de resolução de casos mais complexos ou gerais.

- Fazer uso do método de tentativa e erro, elaborando novas estratégias de solução a partir da análise crítica dos erros.
- Usar a simbologia matemática (sentenças) com variáveis e equações, usar a analogia como ferramenta de trabalho, recorrendo a métodos já utilizados e adaptando-os para a resolução de novos problemas.
- Trabalhar de trás para diante, supondo conhecida a solução de um problema e deduzir suas propriedades para obter um caminho para encontrá-la.
- Compartilhar e discutir observações e estratégias de outros alunos, adquirindo assim experiência e novas perspectivas (“insights”) para abordar um problema.

5- Avaliação

O professor, ao planejar, orientar, observar, instigar, organizar e registrar as atividades em sala de aula, reúne um conjunto de parâmetros que o habilita a fazer uma avaliação contínua de todo o processo de aprendizagem. Nesse processo, estão envolvidos ele próprio, os alunos, o material e a metodologia utilizados. Isso permite ao professor reformular a cada momento suas práticas pedagógicas e melhor adaptá-las às condições de sala de aula.

A avaliação deve ser parte integrante desse processo. Além do que foi mencionado acima, o professor deve buscar, selecionar e registrar situações e procedimentos que possam ser avaliados de modo a contribuir efetivamente para o crescimento do aluno. Essa observação e registro, juntamente com outros métodos de verificação de aprendizagem (provas, portfólios, trabalho em grupo, listas de exercícios e outros), nos quais são ressaltados os aspectos mais relevantes e importantes das unidades, devem fazer parte das estratégias de ensino.

Sabe-se que a questão da avaliação é muito delicada e que pode afetar a autoestima do aluno, especialmente no caso de adolescentes. Dessa forma, deve-se ter uma atitude positiva e construtiva em relação à avaliação. O professor deve incentivar e abrir espaço para que os alunos exponham, oral ou de forma escrita, suas observações, suas dificuldades e seus relatos sobre as atividades e conteúdos trabalhados, enfim, suas aprendizagens.

A construção das competências, isto é, das qualificações amplas e múltiplas tem caráter dinâmico e mobiliza ações representadas por habilidades. São elas, entre outras: representar, investigar, comunicar, explicar. Algumas competências são comuns a todos os Componentes Curriculares e ganham significado especial em Matemática, tais como:

- Dominar diferentes linguagens, dentre elas, a linguagem matemática;
- Saber se informar em fontes diferentes;
- Expressar resultados;

- Argumentar com consistência teórica;
- Apontar contradições;
- Identificar incoerências conceituais e manifestar preferências.

O desenvolvimento dessas competências requer dos professores um trabalho cuidadoso, sistemático, articulado com os demais componentes curriculares e muita sensibilidade às diferenças de ritmo de aprendizagem dos seus alunos. A sua avaliação deve-se valer de atividades que envolvam situações práticas, articuladas com seu desenvolvimento.

As novas propostas de ensino-aprendizagem visam superar a aula puramente expositiva; valoriza aulas dialogadas, com questões e problemas que demandam a observação, o estabelecimento de relações e atitudes de pensar e descobrir. Fazem parte destas novas práticas pedagógicas, explicitados na coluna “Orientações Pedagógicas”, o trabalho em grupo, os debates em sala de aula, o exercício do diálogo, da polêmica e da argumentação, as visitas técnicas, a utilização de recursos multimídias. Essas estratégias permitem a exposição de pontos de vista diferentes e exigem a formação de atitudes que vão desde o respeito à diversidade de opiniões, a capacidade de ouvir e levar em conta o argumento do outro, à colaboração na feitura de trabalhos coletivos. Portanto os instrumentos de avaliação visam contemplar aspectos e atitudes de educação na esfera da sociabilidade dos alunos, dando especial atenção ao desenvolvimento de compromisso com o seu grupo, com a comunidade escolar, assim como com o patrimônio cultural local, do País e do mundo.

Conforme estabelece a Resolução SEE/MG nº 2197/2012,

Art. 69 A avaliação da aprendizagem dos alunos, realizada pelos professores, em conjunto com toda a equipe pedagógica da escola, parte integrante da proposta curricular e da implementação do currículo, redimensionadora da ação pedagógica, deve:

- I - assumir um caráter processual, formativo e participativo;
- II - ser contínua, cumulativa e diagnóstica;
- III - utilizar vários instrumentos, recursos e procedimentos;
- IV - fazer prevalecer os aspectos qualitativos do aprendizado do aluno sobre os quantitativos;
- V - assegurar tempos e espaços diversos para que os alunos com menor rendimento tenham condições de ser devidamente atendidos ao longo do ano letivo;
- VI - prover, obrigatoriamente, intervenções pedagógicas, ao longo do ano letivo, para garantir a aprendizagem no tempo certo;

VII - assegurar tempos e espaços de reposição de temas ou tópicos dos

Componentes Curriculares, ao longo do ano letivo, aos alunos com frequência insuficiente;

VIII - possibilitar a aceleração de estudos para os alunos com distorção idade ano de escolaridade.

Prevê-se que a avaliação inclua os diversos instrumentos, além das provas, as observações e registros dos professores, atividades em grupos e individuais, permitindo acompanhar através de fichas individuais o desenvolvimento das habilidades de raciocínio, o processo de construção de cada aluno, assim como incentivar a construção pelos alunos de trabalhos (portfólios, memorial) que propiciem a formação da autonomia e reflexão sobre o processo de construção do saber histórico e do sentido desse conhecimento para suas vidas, como evidencia a Resolução 2.197/12:

Art. 70 Na avaliação da aprendizagem, a Escola deverá utilizar procedimentos, recursos de acessibilidade e instrumentos diversos, tais como a observação, o registro descritivo e reflexivo, os trabalhos individuais e coletivos, os portfólios, exercícios, entrevistas, provas, testes, questionários, adequando-os à faixa etária e às características de desenvolvimento do educando e utilizando a coleta de informações sobre a aprendizagem dos alunos como diagnóstico para as intervenções pedagógicas necessárias.

Parágrafo único. As formas e procedimentos utilizados pela Escola para diagnosticar, acompanhar e intervir, pedagogicamente, no processo de aprendizagem dos alunos, devem expressar, com clareza, o que é esperado do educando em relação à sua aprendizagem e ao que foi realizado pela Escola, devendo ser registrados para subsidiar as decisões e informações sobre sua vida escolar.

A nova proposta de avaliação apresenta-se para professores e alunos, como um instrumento de aprendizagem, de investigação, de diagnóstico da aprendizagem, de subsídio para a intervenção pedagógica e de formação contínua, e isso representa uma mudança significativa na cultura e práticas escolares.

Como parte do processo de ensino-aprendizagem e, como tal, a avaliação da aprendizagem na perspectiva da intervenção pedagógica e da aprendizagem no tempo certo, deve levar em conta as competências pedagógicas e as competências sociais a serem adquiridas pelos alunos.

No primeiro caso (competências pedagógicas), cabe à avaliação fornecer aos professores as informações sobre como está ocorrendo a aprendizagem em relação à compreensão dos conhecimentos, como, por exemplo, os raciocínios e análises desenvolvidos e o domínio de certas estratégias. Além dessas, questões mais especificamente relacionadas com o grau de envolvimento do aluno no processo, tais como: Procura resolver problemas? Usa estratégias criativas? Faz perguntas? Justifica as respostas obtidas? Comunica suas estratégias com clareza? Questiona os pontos que não compreende ou com os quais não concorda? etc.; também devem ser observadas. Essas informações deverão servir para o professor:

- Orientar-se na elaboração de ações pedagógicas mais diversificadas objetivando atender aos diferentes níveis de aprendizagem;

- Trabalhar diferentes níveis de aprofundamento e complexidade ao mesmo tempo;
- Orientar os alunos quanto aos currículos diferenciados.

Considerando o exposto acima, concluímos que a avaliação não deve se resumir somente a provas individuais e a resultados expressos por notas, pois essas são insuficientes ou mesmo inadequadas para mensurar a maioria das habilidades que estamos propondo desenvolver em nossos alunos. Assim, sugerimos que a avaliação em Matemática ultrapasse os limites quantitativos e se dê nos diversos momentos da aprendizagem, a saber, nas atividades individuais e de grupo, dentro da sala de aula, nas tarefas de casa, nas tarefas orais, nas participações em feiras e oficinas, etc. No entanto, achamos que as provas individuais ainda desempenham um papel importante no processo, pois essas também ajudam o aluno a refletir sobre suas competências e limitações e servem de orientação aos esforços necessários para superar as dificuldades. Além disso, a correção dessas provas por parte do professor em sala de aula, com a participação dos alunos, proporciona uma excelente atividade de revisão dos conhecimentos. Dessa maneira, os “erros” propiciam uma oportunidade para que os alunos possam aprender a partir deles. O erro na resolução de um problema ou em uma avaliação deve ser encarado como uma oportunidade ideal de revisão de conceitos e estratégias de solução. É extremamente importante que uma tentativa consciente de resolver um problema, mesmo incorreta, seja tão respeitada quanto uma solução correta. Quando o aluno percebe que, mesmo errando, seu esforço é bem recebido e que ele contribuiu positivamente para o trabalho do professor e da turma, sua autoconfiança aumenta e ele percebe que o erro é uma oportunidade de crescimento.

A postura adequada do professor, frente a um erro do aluno, deve ser, primeiramente, oportunizar ao aluno expor claramente seu raciocínio. Isto feito, o professor deve mostrar que algo está errado, não criticando o raciocínio, mas mostrando que a solução não atende ao enunciado do problema. Após isto, o raciocínio, deve ser colocado em discussão aberta com a turma, e as sugestões de correção devem ser registradas e discutidas, dando a elas o mesmo valor do raciocínio inicial. Idealmente, uma solução correta deve vir da turma; o professor pode então intervir, analisando as etapas da discussão e apresentando soluções alternativas, caso adequado.

As observações, que o professor julgar necessárias registrar, podem ser anotadas, por exemplo, em fichas individuais, com o objetivo de fornecer um mapeamento do desenvolvimento do aluno ao longo do ciclo. Por outro lado, o professor não deve passar a maior parte do seu tempo de trabalho se dedicando a registrar essas observações. Convém deixar claro que o objetivo é a aprendizagem. Ele deve distinguir quais as informações são importantes para a reflexão da sua prática e quais as informações devem ser repassadas aos alunos. Para estes, as informações devem fornecer elementos importantes que os auxiliem a refletir e a autorregular seu processo de aprendizagem.

Já no segundo caso (competências sociais), a avaliação tem como função auxiliar e orientar os alunos quanto ao desenvolvimento das atitudes, das competências e das habilidades que são exigidas socialmente: responsabilidade, solidariedade, valorização do trabalho coletivo, perseverança, competência de tomar decisões, etc.

Resumindo, a avaliação deve levar em conta as competências pedagógicas e sociais e, em ambos os casos, refletir com clareza em que momento da aprendizagem se encontra o aluno: competência adquirida, competência em fase de aquisição ou competência a ser reforçada, favorecendo, dessa forma, ao desenvolvimento das ações de intervenção pedagógica, para que o aluno seja atendido em suas dificuldades e a aprendizagem aconteça no tempo certo.

6- CBC de Matemática

Eixo – Espaço e Forma

Competência – Utilizar o conhecimento geométrico para realizar a leitura e a representação da realidade e agir sobre ela.

Tema – Relações Geométricas entre Figuras Planas

TÓPICOS	HABILIDADES	CONTEÚDOS	ORIENTAÇÕES PEDAGÓGICAS	CICLOS			
				INTERMEDIÁRIO		DA CONSOLIDAÇÃO	
				6º	7º	8º	9º
1. Figuras espaciais	1.1. Diferenciar figuras planas (bidimensionais) e figuras não planas (tridimensionais).	Sólidos geométricos Poliedros	Inicialmente, com uma abordagem ainda informal e com atividades de experimentação, o professor pode propor aos alunos atividades para investigar as formas geométricas tridimensionais, as semelhanças e diferenças entre elas e as relações entre seus elementos. Posteriormente o professor deve propor atividades com a manipulação de embalagens variadas, montagem e desmontagem de caixas, construção de sólidos a partir de suas planificações contando seus vértices, faces e arestas que desenvolvem a visualização espacial do aluno. Nesse caso a utilização de canudinhos ou palitos de churrasco para a construção dos esqueletos dos sólidos também é um bom recurso para que os alunos construam essas habilidades. O fato de muitas vezes o aluno não dominar habilidades relativas à identificação de elementos de um poliedro, à classificação de figuras tridimensionais e ao reconhecimento de sólidos geométricos a partir de sua planificação mostra a necessidade de fazer um trabalho sistemático com a manipulação de materiais concretos, a utilização de softwares adequados e o desenho de figuras geométricas em várias perspectivas até que o aluno consiga sistematizar todo o conhecimento. É bom ressaltar que o trabalho com os sólidos geométricos nesse nível de ensino não deve se restringir apenas à montagem e desmontagem de embalagens e à nomeação de vértices, arestas e faces. Sólidos formados pela composição		A	A	C
	1.2. Identificar figuras espaciais: poliedros e não poliedros.			I	A	A	C
	1.3. Classificar poliedros e corpos redondos;	Corpos redondos		I	A	A	C
	1.4. Identificar elementos de um poliedro: vértices, arestas e faces.	Elementos de um poliedro (faces, arestas e faces)		I	A	A	C

			<p>dos sólidos usuais, sólidos perfurados ou sem quinas podem também ser construídos e explorados pelos alunos. Além disso, o trabalho com vistas de objetos deve ser intensificado com o objetivo de desenvolver a habilidade de visualização espacial.</p> <p>Desde os primeiros anos do Ensino Fundamental devem ser exploradas atividades que possibilitem ao aluno “estabelecer relações entre figuras espaciais e suas representações planas, envolvendo a observação das figuras sob diferentes pontos de vista, construindo e interpretando suas representações”. (BRASIL, 1998, p.65). Segundo alguns autores, a habilidade de visualizar figuras espaciais deve ser considerada uma habilidade tão importante como as habilidades numérica e algébrica.</p>				
2. Planificação de figuras tridimensionais	2.1. Reconhecer a planificação de figuras tridimensionais.	Planificação Sólidos geométricos	<p>O estudo das planificações de blocos retangulares deve ser feito, de preferência, em paralelo ou simultaneamente com o tópico figuras planas. O professor, usando sua experiência, poderá intercalar uma ou mais planificações na exploração dos conceitos de ponto, segmento, quadrado, retângulo, ângulo reto, e outros.</p> <p>Especificamente, para as planificações, uma estratégia que costuma dar bons resultados é desafiar cada aluno para, tendo em mãos uma embalagem de papelão – de creme dental ou sabonete, por exemplo - tente desenhar, sem desmontar, a planificação correspondente.</p> <p>A comparação dos desenhos com a caixa desmontada dará margem a uma rica discussão dos erros e acertos nas tentativas feitas.</p> <p>Utilizando cópias de moldes frequentemente encontrados nos livros textos o professor pode, em sequência, propor aos alunos que façam as montagens correspondentes.</p> <p>Após essas atividades de manipulação, e usando uma das planificações o professor pode dirigir uma discussão coletiva com perguntas tais como:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Que formas têm as faces dos blocos retangulares? • Que relação existe entre as faces opostas? • Quantas arestas tem um bloco retangular? • As arestas são todas do mesmo tamanho? <p>Outro aspecto importante a ser explorado é o da existência de mais de uma solução para o problema de planificar um bloco retangular, que pode ser desenvolvido em uma atividade desafiadora em que os alunos com 6 retângulos e usando fita adesiva construam blocos retangulares, organizando-os de maneiras diversas.</p> <p>Atividade similar pode ser desenvolvida com 6 quadrados de cartolina com os alunos sendo desafiados a organizá-los de tal forma que, usando fita adesiva, seja possível montar um cubo.</p> <p>Encerrando o estudo o professor pode aproveitar as montagens feitas com as planificações para explorar um pouco mais as propriedades dos blocos retangulares e sistematizá-las num resumo.</p>	I	A	A	C
	2.2. Construir figuras tridimensionais a partir de suas planificações.			I	A	A	C
	2.3. Ampliar o estudo dos sólidos geométricos e de suas planificações.			I	A	A	C

3. Figuras Planas	3.1. Identificar segmento, ponto médio de um segmento, triângulo e seus elementos, polígonos e seus elementos, circunferência, disco, raio, diâmetro, corda, retas tangentes e secantes.	Ponto, reta, plano, polígonos, circunferência e disco.	É importante desenvolver com os alunos as habilidades relativas ao processo de utilização do conhecimento geométrico para ler, representar a realidade e agir sobre ela, exercitando a análise de conceitos intuitivos de ponto, reta, plano, curva e as definições decorrentes de segmento, ponto médio de um segmento, polígonos, circunferência e disco. Para isso sugerimos utilizar material concreto simultaneamente, com as planificações de blocos retangulares o que permitirá ao aluno fazer a transição entre os objetos tridimensionais, muito familiares para representações mais abstratas das figuras planas. Como atividade lúdica, uma boa proposta é organizar um campeonato de torrinhos ou outros jogos. Dessa forma, as ideias intuitivas de ponto, reta, plano, segmento, curva, ângulo, polígonos se tornarão mais claras e distintas e assim as habilidades de visualização serão aprimoradas e desenvolvidas. Utilizando como suporte as capacitações oferecidas pela SEE/MG sugerimos desenvolver em sala as atividades propostas nas oficinas geométricas realizadas e disponíveis no site do CRV como "Oficina das diferentes Vistas" e a "Oficina do Geoplano" realizadas em 2011 e 2012 respectivamente para todos os professores da rede. O uso do material concreto é importante nessa fase, como, por exemplo: cartões com formas poligonais diferentes para serem agrupados segundo alguma propriedade (mesmo número de lados, lados paralelos, lados perpendiculares, etc.). A observação das marcas deixadas pelas dobraduras feitas em folhas de papel também auxilia na compreensão dos conceitos estudados. Por exemplo: ao se dobrar novamente uma folha de papel de tal forma que a duas partes da marca de uma primeira dobradura coincidam o aluno poderá perceber que as duas marcas (retas) são perpendiculares e que os ângulos por elas formados são todos iguais. Outra atividade "experimental" - usando palitos, canudinhos, dobraduras ou as peças do Tangram é solicitar dos alunos a construção de figuras que satisfaçam certas propriedades - que tenham dois lados paralelos ou que tenham dois lados perpendiculares, por exemplo - e colocar em discussão os resultados obtidos. Além do Tangram, cujas peças podem ser feitas de cartolina, outros objetos tais como embalagens, blocos de madeira, caixas de sapato, caixas de fósforo poderão ser usados como modelos para auxiliar os alunos desse nível na compreensão dos conceitos estudados. Em particular, para os conceitos de paralelismo e perpendicularidade vale a pena estimular os alunos a os identificarem em situações simples onde "naturalmente" surgem tais conceitos, como por exemplo: a sala de aula, os objetos escolares, mapas, etc. O conceito de ângulo deve estar associado às ideias de giro – como os ponteiros de um relógio, por exemplo - ou de mudança de direção. O uso do compasso para traçar circunferências deve ser estimulado porque além de auxiliar no desenvolvimento da habilidade motora ele facilita a compreensão dos conceitos de raio, centro e do fato de que a distância de qualquer ponto sobre a circunferência ao seu centro ser sempre igual ao seu raio. Para as alturas de um triângulo recomenda-se que o professor dê atenção aos	I	A	A	A
	3.2. Reconhecer as principais propriedades dos triângulos isósceles e equiláteros, e dos principais quadriláteros: quadrado, retângulo, paralelogramo, trapézio, losango.	Triângulos e quadriláteros		I	A	A	C
	3.3. Reconhecer as propriedades do ponto de encontro das medianas (baricentro), alturas (ortocentro) e das bissetrizes (Incentro) de um triângulo.	Cevianas de um triângulo			I	A	A
	3.4. Identificar simetrias de figuras em relação a uma reta ou em relação a um ponto.	Simetrias		I	A	A	C
	3.5. Identificar ângulo como mudança de direção.	Ângulos		I	A	C	
	3.6. Identificar retas concorrentes, perpendiculares e paralelas.	Posições relativas entre duas retas		I	A	C	
	3.7. Reconhecer e descrever objetos do mundo físico utilizando ter-	Figuras geométricas		I	A	A	A

	<p>mos geométricos.</p> <p>3.8. Reconhecer a altura de um triângulo relativa a um de seus lados.</p>	<p>Triângulos e seus elementos</p>	<p>casos especiais dos triângulos retângulos e obtusângulos. Pode ser proveitoso como um exercício de abstração, estimular os alunos na identificação dos conceitos estudados em situações reais tais como: quais figuras geométricas planas estão associadas a uma criança empinando um papagaio e quais são os elementos dessas figuras? Quais figuras geométricas planas aparecem nas marcas de um campo de futebol? Outro exercício similar é pedir aos alunos que deem exemplos de situações reais que possam ser identificadas com as figuras estudadas.</p> <p>Para o estudo com os triângulos isósceles e equiláteros, uma estratégia é focar inicialmente os triângulos isósceles e com o auxílio de “experimentos” tais como dobraduras, recortes ou softwares de geometria dinâmica orientar os alunos para a “descoberta” das propriedades. Por exemplo: ao se dobrar um triângulo isósceles ABC com $AB = AC$ de tal forma que o vértice B coincida com o vértice C e analisar os resultados dessa dobradura é possível levar os alunos a obterem, informalmente, algumas das propriedades desejadas: os ângulos na base têm a mesma medida, a dobra (vinco) é a altura e também a bissetriz do ângulo oposto à base e a mediana relativa à base, etc.</p> <p>Vale a pena trabalhar alguns contraexemplos para convencer os alunos que se o triângulo não for isósceles aquelas propriedades não se verificam. Explorando o fato de que o triângulo equilátero é um triângulo isósceles particular pode-se obter suas propriedades como aplicação reiterada das propriedades dos triângulos isósceles.</p> <p>Para ampliar o conteúdo desse tópico sugerimos as seguintes leituras:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) <u>O ensino de geometria na escola fundamental: três questões para a formação do professor dos ciclos iniciais</u>. Maria das Graças Gomes Barbosa et al. Belo Horizonte: Autêntica, 2001. O livro faz uma reflexão sobre a prática do ensino de geometria fundamentando-se em três questões: “O que se ensina de geometria?”, “Por que se ensina geometria?” e “Como se ensina geometria”. 2) <u>O conceito de ângulo e o ensino de geometria</u>. Maria Ignez Diniz e Kátia Smole. São Paulo: CAEM IME-USP, 1993. O livro faz uma reflexão sobre o ensino de ângulo, salientando sua importância para a compreensão da maioria das propriedades das figuras e das relações geométricas. 3) <u>Fundamentos da matemática elementar</u>. Osvaldo Dolce et al. Volume 9. São Paulo: Atual, 2006. O livro faz um estudo mais aprofundado sobre os conteúdos de geometria do ensino fundamental e médio. 4) <u>Tópicos de história da Matemática para uso em sala de aula: Geometria</u>. Eves Howard. São Paulo: Atual, 1993. O livro traz uma visão da geometria, abordando aspectos do conhecimento histórico e da evolução das ideias matemáticas. 5) <u>Ornamentos e criatividade: uma alternativa para ensinar geometria plana</u>. Maria Salett Biembengut, et al. São Paulo: PURB, 1996. O livro apresenta um estudo sobre geometria, relacionando-a com as formas existentes na natureza ou nas artes, o que permite uma aprendizagem atrelada a significados. . 		I	A	C
--	------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--	---	---	---

4. Ângulos formados entre paralelas e transversais	4.1 Utilizar termos ângulo, retas paralelas, transversais e perpendiculares para descrever situações do mundo físico ou objetos.	Representações geométricas	O trabalho com a nomenclatura dos conceitos geométricos possibilitará ao aluno ampliar suas competências de representação dos objetos que visualiza no espaço onde vive. Isso é fundamental para o uso da geometria em outras áreas como a leitura de mapas e croquis, a compreensão e representação de dados cartográficos presentes na Geografia. Para isso sugerimos que sejam realizadas atividades que explorem o vocabulário e a linguagem. Traduzir em verbetes geométricos o que ele observa ao vislumbrar uma escultura ou obra de arte, utilizando da linguagem geométrica para sustentar o seu texto. Nesse momento, queremos ressaltar que desenvolver as habilidades de "ler e escrever" é um compromisso de todas as áreas e, em Matemática, significa minimizar a distância entre a matemática ensinada na escola e a praticada na realidade do aluno. Para que a leitura e a escrita aconteçam nas aulas de Matemática, sugerimos rever a prática pedagógica atual, repensar as atividades propostas, a forma de apresentação dos conteúdos e a organização dos trabalhos escolares, de maneira que envolvam as diferentes expressões da linguagem matemática na construção dos conceitos, noções e do próprio pensamento. Contudo isso só será possível com a utilização correta da nossa língua falada e escrita, e após esclarecer à comunidade escolar a importância e utilidade que a matemática tem na compreensão de muitos dos processos vividos pelos indivíduos. Uma estratégia interessante é possibilitar aos alunos a identificação dos conceitos básicos da geometria explorando fotos, gravuras e mapas e realizando na escola, por exemplo, um projeto "Fotografando a geometria ao redor da escola". As relações entre ângulos formados por retas paralelas e transversais podem ser verificadas, de início, experimentalmente através da utilização de três palitos articulados que podem ser movimentados para a verificação experimental das condições de paralelismo. As relações de igualdade entre os ângulos alternos internos, alternos externos do mesmo modo devem ser verificadas, de início, também experimentalmente através de recortes e superposição. No estágio seguinte, em conexão com o estudo de medidas de um ângulo, o professor pode pedir aos alunos que confirmem os experimentos com a realização de medidas usando o transferidor. Surge aqui a oportunidade de se discutir com a turma as razões das prováveis diferenças das medidas causadas pela imprecisão dos instrumentos de medir ou pelo descuido no seu uso. Para ampliar o conteúdo desse tópico sugerimos as seguintes leituras: 1) <u>Descobrendo padrões em mosaicos</u> . Ruy Madsen Barbosa. São Paulo: Atual, 1993. O livro permite ampliar conhecimentos sobre pavimentação no plano. 2) <u>Uma história da simetria na Matemática</u> . Ian Stewart. Rio de Janeiro: Zahar, 2012. O livro apresenta de maneira atraente e de fácil compreensão a construção da teoria de simetria.	I	I	C		
	4.2 Reconhecer as relações entre os ângulos formados por retas paralelas com uma transversal.	Ângulos entre retas paralelas cortadas por uma transversal				I	C	
	4.3 Utilizar as relações entre ângulos formados por retas paralelas com transversais para obter a soma dos ângulos internos e externos de um polígono.	Ângulos internos de um polígono					I	C

5. Congruência de triângulos	5.1 Reconhecer triângulos congruentes a partir dos critérios de congruência.	Congruência de Triângulos	<p>Esse estudo deve ter como objetivo desenvolver, intuitiva e informalmente os conceitos de reflexão, translação e rotação de figuras planas lançando mão de diferentes recursos como papel transparente, recortes ou, se possível, um software de geometria dinâmica como Cabri-Géomètre ou GeoGebra ou ainda Tabula de forma a permitir que o aluno identifique num conjunto de figuras, com ênfase nos triângulos, aquelas que coincidem por superposição. Sugerimos também a realização de oficinas didáticas que explorem a congruência de figuras .</p> <p>Após as atividades de superposição, o aluno já deve ser capaz de intuir que dois triângulos são congruentes se eles possuem todos os lados e todos os ângulos correspondentes congruentes. Esse é o momento para desafiar os alunos para o fato de que não é necessário conhecer a congruência dos três lados e dos três ângulos para concluir que os triângulos são congruentes. Uma atividade que pode ser feita com os alunos é:</p> <p>Propor que construam triângulos usando régua, compasso e transferidor ou um software quando possível - conhecidas as medidas de: a) seus três lados, b) dois lados e do ângulo compreendido entre eles e c) dois ângulos e o lado compreendido entre eles. Depois da construção eles poderão verificar a congruência dos diferentes triângulos construídos. Essa atividade, interessante por si mesma, é também útil para relembrar ou introduzir a construção geométrica de triângulos usando régua e compasso. Assim, com orientação do professor, os alunos podem concluir que basta conhecer a igualdade das medidas de três dos seis elementos de dois triângulos para se decidir ou não pela congruência deles. Para convencê-los de que esses três elementos não podem ser quaisquer, pode-se apelar para os contraexemplos: ângulo, ângulo, ângulo e ângulo, lado e lado oposto.</p> <p>Para ampliar o conteúdo desse tópico sugerimos as seguintes leituras:</p> <p>1) Iniciação à lógica matemática. Edgard de Alencar Filho. São Paulo: Nobel, 2002. O livro apresenta um estudo mais detalhado sobre as demonstrações em matemática e os procedimentos lógicos que as envolvem.</p> <p>2) A Prática Educativa: Como Ensinar: Antoni Zabala.</p> <p>3) CQD: explicações e demonstrações sobre conceitos, teoremas e fórmulas essenciais da Geometria. São Paulo: Livraria da Física, 2010. O livro apresenta demonstrações e explicações sobre alguns conceitos, teoremas e fórmulas usadas em geometria. Destinado à aqueles que desejam entender a lógica que há por trás das demonstrações.</p> <p>Amplie também as pesquisas através dos sites:</p> <p>1) www.matematica.br → Página para quem deseja aprender mais sobre matemática de forma divertida e vendo a sua utilidade no cotidiano.</p> <p>2) www.matematica.com.br → A página faz cálculo online de área e volumes de figuras geométricas e traz simulado com exercícios de vestibulares.</p> <p>4) www.math.com → o site disponibiliza softwares gratuitos para download. Além disso, conta com programas para elaborar gráficos a partir de equações e gráficos animados.</p>			I	C
	5.2 Resolver problemas que envolvam critérios de congruência de triângulos.	Casos de Congruência de triângulos				I	C
	5.3 Utilizar congruência de triângulos para descrever propriedades de quadriláteros: quadrados, retângulos, losangos e paralelogramos.	Propriedades dos quadriláteros				I	C

6. Construções Geométricas	6.1 Reconhecer o ponto médio de um segmento, a mediatriz de um segmento, a bissetriz de um ângulo com figuras obtidas a partir de simetrias.	Mediatriz de um segmento e bissetriz de um ângulo	<p>É importante permitir que o aluno perceba que a linguagem gráfica é universal, pois independe dos idiomas e proporciona compreensão imediata e interpretação exata dos símbolos usados. Por exemplo, um técnico brasileiro pode construir fielmente algo projetado por um técnico chinês com base apenas em seus desenhos. Da mesma forma, uma pessoa pode ir a qualquer lugar, orientando-se somente por mapas e sinais visuais. Adquirir o conhecimento que permita compreender a linguagem gráfica e comunicar-se com ela é, hoje, essencial. Esse tópico, mesmo não obrigatório pode proporcionar essa competência e promover o entendimento de outros conhecimentos, em todos os campos da atividade humana. Sugerimos explorar a história da evolução do homem, por exemplo, constatando com os alunos que qualquer que seja a nossa definição de Homo sapiens, ele deve ter tido algumas ideias geométricas. Explore outros campos do conhecimento, por exemplo, as ciências da natureza, e mostre aos alunos que formas geométricas aparecem tanto na natureza inanimada, como na vida orgânica. Um dos exemplos mais antigos de uma construção geométrica intencional talvez seja a construção de uma cela de colmeia, mas o geômetra mais capaz no seio dos animais, segundo alguns biomatemáticos é com certeza a aranha.</p> <p>Como atividade inicial, objetivando a familiarização dos alunos com o uso do compasso o professor pode sugerir que eles tracem algumas circunferências com centros e raios diferentes.</p> <p>Em sequência, o professor pode introduzir o tópico pedindo a um aluno de um grupo que desenhe no seu caderno um segmento AB e a seguir que seus pares desenhem um segmento de comprimento igual ao do colega. A mesma atividade pode se repetir com um ângulo. A seguir o professor pode desafiá-los a repetir o exercício usando somente o compasso e a régua sem o auxílio de medidas diretas. Usando sua experiência o professor pode, então, a partir daí, escolher como orientar os alunos no uso do compasso e da régua na solução desses dois problemas básicos e preparatórios para a construção dos triângulos e de outras futuras construções. Considerando o tempo disponível, o nível de conhecimento da turma e as condições existentes na escola, o professor poderá avançar um pouco mais em outras construções, como por exemplo, bissetriz de um ângulo, perpendicular a uma reta por um ponto nela e fora dela, quadrados, retângulos e hexágonos, sempre que possível com o auxílio de um software de geometria dinâmica. Os desenhistas costumam ter procedimentos práticos para o traçado de perpendiculares e paralelas usando somente régua e esquadros. Trabalhe com os alunos construções com esses materiais.</p> <p>Para ampliar o conteúdo desse tópico sugerimos as seguintes leituras:</p> <p>1) Aprendendo matemática com o Cabri Geométr II. Jorge Cássio Costa Nóbrega. ABC-BSB, 2003. O livro apresenta uma alternativa pedagógica promovendo o uso da tecnologia no caso o computador e um software específico para a aprendizagem de diversos conceitos geométricos.</p> <p>2) Construções geométricas: exercícios e soluções. Sérgio Lima Netto. Rio de Janeiro: SBM, 2010. O livro apresenta soluções de problemas envolvendo construções geométricas sendo que as ilustrações contribuem para a compreensão dos conceitos e ideias envolvidas.</p>		I	A	C
	6.2 Construir perpendiculares, paralelas e mediatriz de um segmento usando régua e compasso.	Retas perpendiculares Retas paralelas Mediatriz de um segmento			I	A	C
	6.3 Construir um triângulo a partir de seus lados, com régua e compasso.	Triângulos			I	A	C
	6.4 Construir com régua e compasso: a bissetriz de um ângulo, transporte de ângulos e de segmentos.	Bissetriz de um ângulo Ângulos Segmentos de retas.			I	A	C
	6.5 Construir triângulos isósceles e equiláteros, quadriláteros e hexágonos regulares.	Triângulos Quadriláteros Polígonos			I	A	C

7. Teorema de Tales e semelhança de triângulos	7.1 Resolver problemas que envolvam o teorema de Tales.	Teorema de Tales	<p>Desenvolver essas habilidades permitirá ao aluno compreender e reconhecer as técnicas de ampliação e redução de figuras planas como uma das aplicações do Teorema de Tales. Sugerimos a elaboração, a partir do livro didático de sequências didáticas que possam ampliar o campo conceitual. Comece com perguntas do tipo:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) Para você, o que são figuras semelhantes? 2) Desenhe duas figuras semelhantes. 3) Construa um polígono “maior”, mas semelhante ao polígono dado. Explique como você fez. <p>E assim proponha atividades que construam a ideia de alterar medidas preservando a forma. Uma forma curiosa e interessante é contar a história do pantógrafo. Artistas e arquitetos têm utilizado pantógrafos por mais de quatro séculos para ampliar desenhos. Enquanto fotocopiadoras e computadores têm substituído a função profissional dos pantógrafos, pessoas ainda utilizam esses aparelhos como hobby para ampliar suas figuras favoritas em telas, papel ou outro meio para pinturas, trabalhos em lápis e até em acolchoamentos. Os pantógrafos atuais ampliam as figuras desde 125% até 10 vezes seus tamanhos originais. Construa um pantógrafo com os alunos. Em seguida, apresente aos alunos alguns exercícios exploratórios em que os alunos comparem medidas inteiras de segmentos compreendidos entre paralelas e procurem descobrir a relação existente entre elas. Após essas atividades, o professor pode orientá-los na formulação, ainda que imprecisa, do Teorema de Tales. Depois disso, o enunciado formal do teorema pode e deve ser apresentado.</p> <p>O cuidado com as medidas inteiras, conveniente numa primeira abordagem, pode ser abandonado depois do esclarecimento de que é possível, usando-se exclusivamente argumentos geométricos, demonstrar que as conclusões obtidas com as medidas inteiras são absolutamente gerais, isto é, valem para medidas não inteiras. O professor pode avaliar a conveniência de, em algumas de suas turmas, de demonstrar o Teorema de Tales em um caso particular usando congruência e propriedades dos paralelogramos.</p> <p>O estudo de semelhança deve ser precedido de atividades que levem os alunos a perceberem a distinção entre o significado matemático do termo “semelhante” do seu significado “ser parecido com” no senso comum. Uma delas é estimular uma discussão tendo como referência modelos de triângulos semelhantes ou não recortados em cartolina. Dois triângulos isósceles ou retângulos, por exemplo, são parecidos, mas podem não ser semelhantes.</p> <p>Em sequência, uma das alternativas para a continuação do estudo é apresentar, então a definição formal de semelhança de triângulos. Ao perceber que seus alunos assimilaram o conceito o professor pode desafiá-los a encontrar um critério mais “econômico” de identificação que dispense a verificação das seis condições impostas pela definição. Com sua experiência o professor encontrará, durante essa discussão, o momento oportuno e a melhor estratégia de introduzir os critérios de semelhança de triângulo e de associá-los ao Teorema de Tales.</p> <p>Supondo que os alunos tenham uma razoável familiaridade com os conceitos e as técnicas de ampliação e redução derivadas do estudo do Teorema de Tales, outra</p>				I	
	7.2 Reconhecer triângulos semelhantes a partir dos critérios de semelhança.	Casos de semelhança de triângulos						I
	7.3 Resolver problemas que envolvam semelhança de triângulos.	Aplicações da semelhança de triângulos						I

			<p>alternativa para se introduzir o estudo de semelhança de triângulos é defini-la como: “Um triângulo M é semelhante a um triângulo T, se M é uma ampliação ou uma redução do triângulo T” explorando-a com exemplos e contraexemplos. Não se pode deixar de enfatizar que se dois triângulos são semelhantes então existe entre eles uma relação de proporcionalidade que é traduzida em termos numéricos pela razão de semelhança. A associação da razão de semelhança com o fator de ampliação ou redução do triângulo pode auxiliar, em muito, a compreensão desse fato importante muitas vezes negligenciado.</p> <p>Para ampliar o conteúdo desse tópico sugerimos as seguintes leituras:</p> <p>1) Semelhança não é mera coincidência. Nilson José Machado - Coleção "Vivendo a Matemática" – São Paulo: Scipione, 2000. O livro faz uma reflexão enriquecedora para o estudo desse tópico.</p> <p>2) Matemática, história, aplicações e jogos matemáticos. Fausto Arnaud Sampaio. Campinas: Papirus, 2005. O livro apresenta diversas relações entre a matemática e suas aplicações nas mais variadas áreas, permitindo vincular o conhecimento matemático com situações práticas.</p> <p>3) Saída pelo triângulo. Ernesto Rosa Neto. São Paulo: Ática, 2001. Através de uma história divertida, o autor explora o tópico semelhança de triângulos.</p> <p>4) História da Matemática. Carl Benjamin Boyer. São Paulo: Edgard Blucher, 1996. O livro apresenta aspectos da história da Matemática das origens até meados do século XX. Em particular, nesse livro é possível encontrar mais informações sobre Tales de Mileto e a contribuição de seu trabalho no desenvolvimento da Matemática.</p> <p>5) Quebra cabeças geométricos e formas planas. Ana Maria Kaleff et al. Niterói: UFF, 1997. O livro tem como objetivo mostrar ao professor como estabelecer situações, utilizando quebra cabeças, planos construídos com materiais de baixo custo. Através de atividades, levar o aluno a identificar, reconhecer e comparar formas e distâncias, visualizar figuras e analisar suas características.</p> <p>6) site http://www.ehow.com.br/proprio-pantografo-como_11755/. Nesse site é possível a visualização da construção de um pantógrafo.</p>				
8. Teorema de Pitágoras	8.1 Utilizar semelhança de triângulos para descrever as relações métricas no triângulo retângulo.	Relações métricas no triângulo retângulo	<p>As habilidades construídas nesse tópico permitirão ao aluno utilizar os conceitos pertinentes ao Teorema de Pitágoras, e a partir deles resolver situações-problema no âmbito escolar e fora dele. Para o bom desenvolvimento dessas habilidades, sugerimos que o professor explore, com os alunos, situações concretas, destacando a relação entre as áreas dos quadrados construídos sobre os lados do triângulo retângulo. Na ausência de um programa de geometria dinâmica, isso poderá ser realizado, por exemplo, com o auxílio de recortes de quadrados em papel quadriculado convenientemente preparados – lados medindo 3, 4 e 5 unidades, ou 5, 12 e 13 ou 6, 8 e 10 para os triângulos retângulos. Citamos algumas atividades que permitirão a construção da lógica que servirá de referência para a demonstração do teorema de Pitágoras.</p> <p>1) Atividade de pesquisa sobre Pitágoras e sua visão de mundo.</p> <p>2) Utilização de narrativas ficcionais – trechos do livro “O teorema do papagaio” de Denis Quedj.</p>				I
	8.2 Utilizar semelhança de triângulos para obter o teorema de Pitágoras.	Teorema de Pitágoras					I
	8.3 Resolver problemas que envolvam as	Aplicações das rela-					I

	relações métricas no triângulo retângulo.	ções métricas no triângulo retângulo	3) Situações-problema próximas às enfrentadas pelos pitagóricos. Esse resgate combina a história da Matemática e a resolução de problemas em uma só abordagem de ensino e pode ser uma ótima oportunidade interdisciplinar com a História. 4) Atividade sobre os números pitagóricos. Levar o aluno a encontrar outros ternos de números inteiros que sejam lados de um triângulo retângulo.				
	8.4 Resolver problemas aplicando teorema de Pitágoras.	Aplicações do teorema de Pitágoras	5) Resolução de exercícios do próprio livro didático que visem aplicar o teorema de Pitágoras em diferentes contextos. 6) Atividade utilizando a oficina pedagógica sobre "Jogos Matemáticos", oferecida aos professores pela SEE/MG em 2013, na qual foi apresentada o jogo "Corrida Pitagórica" que desenvolve as aplicações imediatas do teorema.				I
	8.5 Resolver problemas que envolvam as razões trigonométricas seno, cosseno e tangente.	Razões trigonométricas no triângulo retângulo	Tão logo o professor julgue que seus alunos assimilaram o significado geométrico do teorema qual seja "a área do quadrado construído sobre a hipotenusa de um triângulo retângulo é igual a soma das áreas dos quadrados construídos sobre os catetos" e a sua correspondente tradução algébrica é, então, o momento de propor alguns problemas de aplicação direta do resultado. É bastante provável que as verificações experimentais convençam a maioria dos alunos da validade do teorema. Sua demonstração, no entanto, é outra oportunidade para que eles, mesmo que não sejam capazes de repeti-la com todos os detalhes, tenham outro contato com o método dedutivo e de como esse método valida e generaliza resultados experimentais particulares. É, também, mais um exemplo de como conhecimentos já adquiridos – no caso a semelhança de triângulos – dá suporte a novos saberes. Dependendo do tempo disponível e do interesse dos alunos o professor pode apresentar mais uma demonstração, dentre as muitas existentes, do mesmo teorema.				
	8.6 Identificar ângulos centrais e inscritos em uma circunferência.	Ângulos na circunferência	Para ampliar o conteúdo desse tópico sugerimos as seguintes leituras: 1) Almanaque das curiosidades matemáticas. Ian Stewart. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2009. O livro aborda a história de Pitágoras e seu teorema. 2) Descobrendo padrões pitagóricos. Ruy Madsen Barbosa. São Paulo: Atual, 1993. O livro permite ampliar conhecimentos sobre o teorema de Pitágoras e suas demonstrações.				
	8.7 Relacionar medidas de ângulos centrais, inscritos e arcos em uma circunferência.	Relações entre as medidas dos ângulos na circunferência					

Eixo – Grandezas e Medidas

Competência – Construir noções de grandezas e medidas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano.

Tema – Unidades de medidas

TÓPICOS	HABILIDADES	CONTEÚDOS	ORIENTAÇÕES PEDAGÓGICAS	CICLOS			
				INTERMEDIÁRIO		DA CONSOLIDAÇÃO	
				6º	7º	8º	9º
1. Medidas de comprimento	1.1 Utilizar noções de medidas de comprimento convencionais e não convencionais.	Medidas lineares	<p>Oportunizar uma vivência histórica, contar aos alunos que desde tempos antigos há a necessidade de um consenso no que se refere à padronização dos sistemas de medidas. Diante da diversidade de medidas e medidores, a sociedade viu-se atingida por métodos arbitrários causadores de prejuízos e injustiças nos mais diversos aspectos, um exemplo, é a ferramenta medidora, em que era utilizada partes do corpo como: mão (palmo), dedo (polegada), braço (braça e côvado), etc. Como havia variância de tamanho dos elementos citados anteriormente, não se conseguiam medidas precisas, resultando em inúmeras “controvérsias matemáticas””. Nesse momento, convide o professor de História e juntos explorem a revolução francesa e o fato de que em 1789 foi feito um pedido pelo Rei da França aos membros da Academia de Ciências daquela nação para que formassem um sistema de medidas unificado. Assim, entrou em vigor naquele país o sistema de medidas de base decimal com três unidades titulares: o metro, para medir o comprimento, o litro, para medir a capacidade e o quilograma, para medir a massa. No ano de 1960 o sistema francês foi adotado mundialmente como Sistema Internacional de Medidas (SI). O novo sistema passou a ser utilizado por quase todos os países do mundo, com exceção de alguns, por sua praticidade e pela linguagem universal. No Brasil, o SI tornou-se obrigatório no ano de 1962. Além do aspecto histórico, a utilização de material concreto e de situações de pesquisa, convide os alunos a pensar em diferentes situações e nas unidades de medida mais adequadas para cada uma. Pergunte por exemplo : Que unidade de medida você usaria para: a) medir o comprimento do seu dedo polegar?; b) descobrir se um móvel que comprou cabe no canto da sua sala?; c) saber quanto de iogurte há na bandeja com 4 copinhos?; d) medir o piso de sua cozinha?; e) verificar o consumo de energia elétrica de sua casa?; f) descobrir o gasto de água de sua casa?; g) verificar se sua temperatura está normal ou se está com febre?; h) saber quanto de suco cabe na jarra?; i) medir o rodapé de sua sala?</p> <p>Convide os alunos a pensar em outras situações nas quais se usam medidas e conversar com seus colegas sobre o processo de medição, os instrumentos de medir e o tipo de medida adequado.</p> <p>Para iniciar o trabalho com as medidas de comprimento, é conveniente ter como foco o conceito de medir = comparar. Nesse início, o professor pode utilizar unidades não padronizadas de medida, tais como palitos, canudinhos, palmos, passos e propor atividades que levem os alunos a perceber que:</p>	C			
	1.2 Relacionar o metro com seus múltiplos e submúltiplos.	Sistema métrico decimal		C			
	1.3 Realizar conversões entre unidades de medidas de comprimento.	Sistema métrico decimal		I	A	A	C
	1.4 Resolver situações-problema selecionando os instrumentos e unidades de medida adequados à precisão que se requer	Utilização de instrumentos de medidas de acordo com as unidades de medida		A	A	A	A
	1.5 Fazer estimativas de medidas lineares.	Estimativas		A	A	A	A
	1.6 Resolver problemas que envolvam o perímetro de figuras planas.	Perímetro		A	A	A	C

			<ul style="list-style-type: none"> • O número que indica a medida de um dado comprimento varia conforme a unidade de medida escolhida para a comparação. • Ao escolher uma unidade de medida, essa unidade pode não caber exatamente um número inteiro de vezes no comprimento a ser medido. Para se obter uma medida mais precisa, surge então a necessidade de dividir a unidade escolhida em partes iguais, de modo que uma dessas partes caiba um número exato de vezes no “pedaço” que ficou faltando ou sobrando na medida anterior. Nesse caso, o número que expressará a medida não será um número natural, podendo ser racional ou irracional. <p>Nessas atividades é importante que se discutam as ideias básicas do processo de medir, a escolha da unidade conveniente e as transformações de unidades sem uso de regras.</p> <p>Para o trabalho com o metro, seus múltiplos e submúltiplos, recomenda-se o seguinte:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Ressaltar a relação decimal entre eles; • Não enfatizar o trabalho com os múltiplos e submúltiplos do metro, pouco utilizados na vida prática como é o caso do <i>dam</i> e do <i>hm</i>; • Utilizar instrumentos de medida diversos, tais como: régua, fita métrica, trena, etc., para que os alunos sejam levados a trabalhar a relação entre o metro, o centímetro e o milímetro através da observação desses instrumentos. <p>Para o trabalho com as reduções de unidade, dependendo da turma, recomenda-se usar o Quadro Valor do Lugar, tal como foi feito com os números decimais. O objetivo é enfatizar que as transformações de unidades são feitas multiplicando-se ou dividindo-se por potências de 10 convenientes.</p> <p>Sugere-se também no estudo das medidas de comprimento, caso a escola possua computadores, um software de geometria dinâmica como o Cabri ou Tabulae, por exemplo. Através do recurso medir, os alunos podem desenhar figuras diversas e comprovar propriedades já estabelecidas, como por exemplo: em um triângulo a medida de um lado é sempre menor que a soma das medidas dos outros dois.</p> <p>O tema perímetro deve ser introduzido sempre com situações contextualizadas. Em seguida, o professor pode pedir que os alunos calculem o perímetro de figuras geométricas conhecidas tais como o triângulo, o quadrado e o retângulo. Inicialmente, os alunos podem apresentar suas respostas somando as medidas de todos os lados, mas depois de alguns exercícios os alunos muito provavelmente perceberão que é possível “descobrir” algumas fórmulas que agilizam esses cálculos. O professor deverá intervir e orientar a organização e sistematização dessas fórmulas.</p> <p>O ponto mais delicado desse estudo é a dedução da fórmula do comprimento do círculo. Uma estratégia que costuma trazer bons resultados é antecipá-la de algumas atividades experimentais tais como:</p> <ul style="list-style-type: none"> • medir, com barbante, por exemplo, objetos de contornos circulares – pratos, cd e discos de papelão de raios diferentes – e anotar numa tabela os resultados - que serão aproximados - das medidas do comprimento, do diâmetro e do raio desses 				
--	--	--	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--	--	--	--

			<p>objetos. As medidas podem ser em centímetros e é conveniente que os resultados sejam devidamente ordenados.</p> <ul style="list-style-type: none"> • feita a tabela o professor sugerirá aos alunos que calculem a razão entre o comprimento e o diâmetro do mesmo objeto e comparem os resultados. <p>É de se esperar que os alunos percebam que essas razões ficam todas elas próximas do número 3. O professor deve destacar essa regularidade e informar aos alunos que essa razão é sempre igual ao número, cujo valor até casas decimais é 3,14.</p> <p>Será oportuna uma referência histórica de que tal fato já era conhecido na antiguidade e porque esse número ficou conhecido pela letra grega π.</p> <p>Deduzida a fórmula do comprimento da circunferência, ou seja, $C = 2\pi r$, o professor pode então trabalhar com problemas práticos de aplicação dessa fórmula.</p> <p>Para ampliar o conteúdo desse tópico sugerimos as seguintes leituras:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) O que é o número π? Artigo do livro "Meu professor de Matemática e outras histórias". Elon Lages Lima. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática. 2) Geometria Euclidiana Plana. João Lucas Marques Barbosa. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática. O livro apresenta os conceitos, definições e as demonstrações dos principais conteúdos de geometria plana. 				
2. Medidas de área	2.1 Utilizar noções de medidas de área convencionais e não convencionais.	Medidas bidimensionais	<p>Nesse tópico, é importante novamente discutir, junto aos alunos, os conceitos básicos do processo de medir, contextualizar historicamente a escolha do metro como unidade padrão para as medidas de comprimentos, pois desta forma os alunos perceberão que a matemática faz parte do cotidiano e se conscientizarão da importância de se estabelecer uma unidade padrão universal. Sugerimos realizar uma sequência didática que quebre o senso comum aos alunos que apresentem dificuldades com a transformação de unidades de medidas quando se refere à área. A ideia é desenvolver atividades simples com a palavra-chave do sistema métrico decimal, utilizando pequenas fichas e trabalhando o conteúdo "área" de forma que o aluno possa visualizar e compreender que 1m^2 não é 100cm^2, erro comumente encontrado. Um exemplo é utilizar 10 fichas quadriculadas de 1 em 1 centímetro. É necessário que cada aluno tenha uma régua e que a turma tenha uma trena de pelo menos 1m de comprimento. Recomenda-se usar cartolinas de diferentes cores para que o aluno possa visualizar a representação geométrica do decímetro. Deve-se fazer, de papel Kraft resistente, um quadrado de lado 1m onde as 10 fichas serão encaixadas e a partir daí apresentar indagações, como por exemplo: Qual a medida do lado de cada quadradinho da ficha em centímetros? Qual a área de cada quadradinho em centímetros quadrados? Qual a medida do lado de cada ficha em centímetros? Qual a área de cada ficha em centímetros? Qual a medida do lado da ficha em decímetros? Qual a área de cada ficha em decímetros quadrados? Após encaixar as 10 fichas cobrindo o quadrado de papel Kraft, apresentar as seguintes perguntas:</p>	A	C		
	2.2 Relacionar o metro quadrado com seus múltiplos e submúltiplos.	Sistema métrico decimal		I	C		
	2.3 Realizar conversões entre unidades de medidas de área.	Sistema métrico decimal		I	A	A	C
	2.4 Resolver situações-problema selecionando os instrumentos e unidades de medida adequados à precisão que se requer.	Instrumentos e unidades de medida		A	A	A	A
	2.5 Fazer estimativas de áreas.	Estimativas		A	A	A	A

	2.6 Resolver problemas que envolvam a área de figuras planas: triângulo, quadrado, retângulo, paralelogramo, trapézio, discos ou figuras compostas por algumas dessas.	Áreas	decímetros? Qual a medida da área do quadrado em metros quadrados? Qual a medida do lado do quadrado em metros? É correto afirmar que $1\text{m}^2 = 100\text{cm}^2$? Em seguida, o objetivo é a obtenção de fórmulas para o cálculo de áreas das principais figuras planas: retângulo, quadrado, paralelogramo, triângulo, trapézio, disco e de figuras compostas por algumas delas, que podem ser deduzidas através da área do retângulo e da composição e da decomposição de áreas já estabelecidas. A dedução da fórmula da área do círculo é a mais delicada. Para alunos do fundamental um caminho é o professor decompô-lo em, por exemplo, 20 setores iguais e dispô-los lado a lado formando um “quase” paralelogramo. Para a dedução dessas fórmulas é fundamental utilizar papel quadriculado e figuras recortadas em cartolina. É importante que o professor esteja atento para o fato de que muitos alunos fazem confusão entre perímetro e área e suas respectivas unidades de medida. Para ampliar o conteúdo desse tópico sugerimos as seguintes leituras: 1) Fundamentos da Matemática Elementar. Volume 9. Osvaldo Doce e José Nicolau Pompeo. São Paulo: Atual, 2006. O livro oferece a possibilidade de aprofundamento no estudo das áreas de figuras planas. 2) Temas e problemas elementares. Elon Lages Lima e outros. Rio de Janeiro: SBM, 2005. O livro contém um capítulo específico sobre o tema áreas.	A	A	A	A
	2.7 Resolver problemas que envolvam a área lateral ou total de figuras tridimensionais.	Áreas laterais e totais de figuras tridimensionais		A	A	A	A
3. Medidas de massa	3.1 Utilizar noções de medidas de massa convencionais e não convencionais.	Definição de massa	Discutir os conceitos básicos do processo de pesar e debater o fato de que existe um grupo de medidas que medem a massa de corpos e objetos. São as medidas de massa que tem como unidade fundamental o grama, mas, socialmente é mais usado o quilograma o que se mede nos corpos é a massa que eles possuem e não o seu peso. As pessoas costumam falar peso no lugar de massa; mas, na verdade são grandezas diferentes. O peso é a força da gravidade que age sobre a massa. É a força de atração da terra sobre os corpos. Perguntar aos alunos, se já viram fotos do homem flutuando quando pisou no solo lunar. Uma sugestão é discutir esse tema e levá-los a explicar que, nesse caso, peso é nulo, pois na lua a força de gravidade não atua. Deixar claro que no uso diário, costumamos falar peso para significar massa. Oportunizar a leitura em sala de aula, pois ler é também tarefa matemática e apresentar tarefas para que os alunos completem, por exemplo, um texto, usando as palavras grama e quilograma. Por exemplo: a) Luiz pesa 62 _____ e 345 _____. b) Carolina comprou 750 _____ de presunto. c) A lata contém 325 _____ de molho. d) O frango pesou 2 _____. e) Encontrei no supermercado, pacotes de café com 1 _____, 500 _____ e 250 _____. Ao completar, o aluno percebe que usa a unidade quilograma quando há mais massa.	A	C		
	3.2 Relacionar o grama com seus múltiplos e submúltiplos.	Sistema métrico decimal		A	C		
	3.3 Realizar conversões entre unidades de medidas de massa.	Sistema métrico decimal		A	A	A	C
	3.4 Resolver situações-problema selecionando os instrumentos e unidades de medida adequados à precisão que se requer.	Instrumentos e unidades de medida		A	A	A	A
	3.5 Fazer estimativas	Estimativas		A	A	A	A

	de massa.						
	3.6 Resolver problemas que envolvam cálculo de massa.	Medidas de massa				A	A
4. Medidas de volume e capacidade	4.1 Utilizar noções de medidas de volume convencionais e não convencionais.	Medidas de volume	Do mesmo modo como foi feito com as medidas de comprimento e de superfície, recomenda-se trabalhar inicialmente com unidades de capacidade e de volume não padronizadas para só depois introduzir o litro e o metro cúbico como unidades padrão. Para esse estudo, uma sugestão é utilizar o vídeo: http://www.youtube.com/watch?v=12db8Q-NGvM e solicitar aos alunos que tenham em mãos recipientes de diferentes formas e tamanhos (xícaras, copinhos de plástico, pequenos frascos e embalagens plásticas vazias e certa quantidade de água, grãos ou de areia) para vivenciarem diversas experimentações e responderem à pergunta : Qual é o espaço ocupado por cada um desses objetos? Sugerimos ampliar o campo conceitual explorando outros recursos, como o livro Terra roxa e outras terras – Revista de Estudos Literários em que a poetisa Hilda Hilst usa a geometria para dar formas ao pensar e descrever o desconhecido, para isso, usa formas conhecidas dos alunos. Essa é uma rica oportunidade de trabalhar interdisciplinarmente com o professor de Literatura e Língua Portuguesa e exercitar o ler e escrever em Matemática. Também sugerimos que o docente estabeleça com os alunos discussões dos conceitos básicos do processo de medir volumes e competência e oportunize ao aluno atividades que lhe possibilitem decidir quais medidas são as mais adequadas em várias situações. Sugerimos também acessar o site : http://g1.globo.com/pernambuco/vestibular em que há uma reportagem interessante e bastante contextualizada em que um professor de matemática ensina a relação entre volume e capacidade usando canteiro de obras como cenário para dicas de como calcular a capacidade de um sólido. Depois das atividades experimentais, o professor pode apresentar o m ³ como uma unidade padrão e trabalhar com a turma seus múltiplos e submúltiplos. A analogia com o estudo de múltiplos e submúltiplos de comprimento e área pode auxiliar na compreensão das transformações dessas unidades. Para medir o espaço de um recipiente qualquer tal como caixas de sapato ou de papelão é conveniente usar unidades diversas tais como caixinhas de fósforo ou então até mesmo as peças do material dourado, para verificar a necessidade de uma unidade padrão. Assim como foi feito no caso do metro quadrado, usando papelão, por exemplo, o aluno pode construir, com a ajuda do professor, um cubo de aresta igual a 1 m. Para destacar a relação do dm ³ com o litro é recomendável que se tenha à mão um recipiente cúbico de 1 dm de aresta, de preferência transparente e graduado, para uso em alguns experimentos de comparação de medidas. Um material didático que pode ser de grande valia durante o estudo dos múltiplos e	A	C		
	4.2 Relacionar o metro cúbico com seus múltiplos e submúltiplos.	Sistema métrico decimal		I	C		
	4.3 Relacionar o decímetro cúbico com o litro e o mililitro.	Sistema métrico decimal		I	A	A	C
	4.4 Realizar conversões entre unidades de medidas de volume/capacidade.	Sistema métrico decimal		I	A	A	C
	4.5 Escolher adequadamente múltiplos ou submúltiplos do metro cúbico para efetuar medidas.	Múltiplos e submúltiplos do metro cúbico		A	A	A	A
	4.6 Resolver situações-problema selecionando os instrumentos e unidades de medida adequados à precisão que se requer.	Instrumentos e unidades de medida		A	A	A	A
	4.7 Fazer estimativas de volumes e capacidades.	Estimativas		A	A	A	A

	4.8 Resolver problemas que envolvam cálculo de volume ou capacidade de blocos retangulares, expressos em unidade de medida de volume ou em unidades de medida de capacidade: litros ou mililitros.	Volumes	<p>submúltiplos do m^3 é o chamado material dourado. Com seu uso os alunos podem observar diretamente a relação que existe entre eles, ou seja, concluir que a relação entre essas medidas é milesimal.</p> <p>No estudo dos múltiplos e submúltiplos do m^3 e do litro, o professor deve dar ênfase àqueles usados com mais frequência. Como se sabe, a apresentação de toda a escala de múltiplos e submúltiplos tem sua importância para salientar sua relação com o sistema de numeração decimal. No entanto, raramente se usa, por exemplo, o hm^3 e dam^3 ou o decilitro e hectolitro.</p>	I	A	A	A
5. Medidas de ângulo	5.1 Utilizar o grau como unidade de medida de ângulo.	Ângulos e medidas	<p>O estudo dos ângulos pode ser desenvolvido estabelecendo analogia com os esportes (por exemplo, manobra dos campeonatos de skate 900°) ou de expressões como "ele teve uma guinada na vida de 360°" ou ainda as medidas cartográficas de posição (latitude e longitude), mostrar a presença das medidas de ângulos no dia a dia.</p> <p>Em seguida, o professor pode informar que, similarmente ao que foi feito com a unidade de medida metro, houve um acordo entre os estudiosos em se convencionar que a unidade "padrão" de medida de ângulo seria obtida pela divisão do ângulo reto em noventa ângulos de medidas iguais e que a medida de um desses noventa ângulos seria chamado de "grau". Dessa forma ficou convencionado que a medida do ângulo reto é de noventa graus cuja notação, também convencionada, é de 90°.</p> <p>O professor, caso julgue conveniente, poderá apresentar mais detalhes históricos sobre a escolha do grau como unidade padrão de medida de ângulo. Sugerimos uma sequência didática que tem por objetivo conhecer o sistema de medição dos ângulos e suas frações. Para executá-la uma boa estratégia é :</p> <p>1) Mostrar a lógica (o algoritmo) da decomposição dos graus em minutos e segundos e operações com eles.</p> <p>2) Depois desta exposição os alunos devem fazer as operações.</p> <p>3) Enfatizar o conceito de numeração baseada no número 60.</p> <p>Outra sugestão é utilizar uma calculadora científica e mostrar a utilização da tecla dms, propondo várias atividades. A atividade pode ser proposta, utilizando a oficina pedagógica sobre "Jogos Matemáticos", oferecida aos professores pela SEE/MG em 2013, em que foi apresentada o jogo "Dominó Geométrico" que desenvolve as habilidades necessárias às operações com medidas de ângulos.</p> <p>Em seguida, deve ser apresentado o transferidor, explicando-se sua utilidade e a maneira de usá-lo para medir ângulos e, dando continuidade, propor atividades diversas, que incluam, por exemplo, a medida de ângulos de polígonos convexos e polígonos não convexos, de abertura de uma porta, bem como a construção de ângulos de medidas dadas utilizando a régua e o transferidor. Caso a escola disponha de um laboratório de informática recomenda-se o uso de um programa de</p>	I	C		
	5.2 Utilizar instrumentos para medir ângulos.	Transferidor e outros instrumentos		I	C		
	5.3 Resolver situações-problema selecionando os instrumentos e unidades de medida adequados à precisão que se requer.	Instrumentos e unidades de medida		I	A	A	C
	5.4 Fazer estimativas de ângulos.	Estimativas		A	A	A	A
	5.5 Resolver problemas que envolvam cálculo de ângulos em figuras geométricas.	Ângulos e resolução de problemas		A	A	A	A
	5.6 Resolver problemas que envolvam o cálculo de medida de ângulos em diferentes figuras planas e/ou espaciais.	Ângulos, medidas e resolução de problemas		A	A	A	A

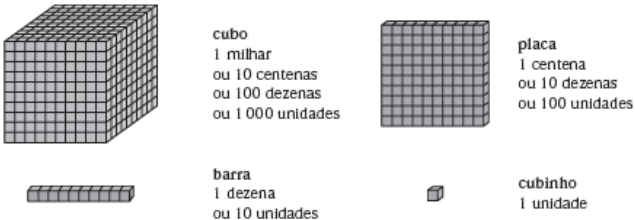
			<p>geometria dinâmica como, por exemplo, o Cabri. Em programas desse tipo é possível realizar inúmeras atividades que auxiliam, em muito, o desenvolvimento desse tópico.</p> <p>Para ampliar o conteúdo desse tópico sugerimos os os textos Ângulos, Operações com medidas de ângulos, Transformações com medidas de ângulo encontrados no site: http://educacao.uol.com.br/planosula/fundamental/matemática.</p>				
6. Medidas de tempo e dinheiro	6.1 Reconhecer horários (início/término/duração) de fatos e eventos.	Medidas de tempo	<p>É indiscutível o impacto social dos conhecimentos matemáticos no cotidiano das pessoas. Sabendo que famílias devem conseguir organizar a sua situação financeira e que no Brasil essa questão ainda é pouco focada apesar de ser um país que cresce economicamente e sua população comprando cada vez mais. Existem diversas formas de se conseguir comprar, com dinheiro, cheque, cartão de crédito. A questão a ser discutida é de que forma estas mercadorias estão sendo adquiridas. Na maioria das vezes a aquisição é feita de forma parcelada e sem a percepção do real valor que está sendo pago.. Nesses momentos os conhecimentos de Matemática Financeira e o conhecimento do sistema monetário são muito importantes. Segundo os PCN :[...] É fundamental que nossos alunos aprendam a se posicionar criticamente diante dessas questões e compreendam que grande parte do que se consome é produto do trabalho, embora nem sempre se pense nessa relação no momento em que se adquire uma mercadoria. É preciso mostrar que o objeto de consumo, [...], é fruto de um tempo de trabalho, realizado em determinadas condições. [...] Habituar-se a analisar essas situações é fundamental para que os alunos possam reconhecer e criar formas de proteção contra a propaganda enganosa e contra os estratégias de marketing que são submetidas os potenciais consumidores. (BRASIL, 1998, p.35) .Sugerimos então que o professor promova seminários ,júris simulados e atividades em grupo para discutir os conceitos básicos do sistema monetário e das medições do tempo, para que os alunos percebam que tempo e dinheiro estão conectados com necessidades reais do dia a dia.</p> <p>Para ampliar o conteúdo desse tópico sugerimos as seguintes leituras:</p> <p>1) Breve história da medida de tempo. Marcos José Chiquetto. São Paulo: Scipione, 1996. O livro apresenta a história da medida de tempo, abordando seu surgimento e a maneira como se deu, além de dar enfoque às profundas alterações que acarretou na vida das pessoas.</p>	C			
	6.2 Relacionar diferentes unidades de medida de tempo (horas e submúltiplos, dias, meses, anos e outros).	Medidas de tempo		C			
	6.3 Reconhecer o sistema monetário.	Sistema monetário		C			
	6.4 Resolver problemas estabelecendo troca entre cédulas e moedas do sistema monetário.	Sistema monetário		C			
	6.5 Fazer estimativas monetárias e de tempo.	Estimativas de tempo e dinheiro		C			

Eixo – Números e Operações /Álgebra e Funções

Competência – Construir significados para os diferentes campos numéricos, modelar e resolver problemas do cotidiano usando representações algébricas e reconhecendo relações entre grandezas.

Tema – Conjuntos Numéricos

TÓPICOS	HABILIDADES	CONTEÚDOS	ORIENTAÇÕES PEDAGÓGICAS	CICLOS			
				INTERMEDIÁRIO		DA CONSOLIDAÇÃO	
				6º	7º	8º	9º
1. Conjunto dos números naturais	1.1 Reconhecer, no contexto social, diferentes significados dos números naturais.	História dos números e do sistema de numeração. Reta numérica e números naturais.	Sugerimos que esse tópico seja trabalhado a partir de uma abordagem da evolução histórica, usando textos que exploram os primórdios da civilização, a pré-história, os antigos sistemas de numeração. Segundo a autora Márcia Cruz : (...) as narrativas são fontes praticamente inesgotáveis para a produção do significado, utilizá-las como recurso didático nas aulas de Matemática é uma tentativa de articular convenientemente a técnica e o significado dos temas que ensinamos. [CRUZ, 2003, p.287] por isso insistimos na leitura e escrita em sala de aula e nesse momento um bom caminho é a leitura de diversos paradidáticos que explorem a ideia da construção, da história e da utilidade dos números. Outra sugestão é utilizar textos de jornais, revistas ou do próprio livro didático que levem o aluno às diferentes funções e significados dos números naturais. Escolher um texto e copiá-lo sem os números é importante para que os alunos sintam a sua falta deles e também percebam os diferentes significados desses números. O código de barras é um exemplo para a utilização dos números na codificação. A localização de um objeto na terra sendo dada a latitude e a longitude é um exemplo da sua utilização para transmitir informações informar. O site oficial da prefeitura fornece dados e informações numéricas importantes a respeito das cidades para o aluno conhecer, tais como: população, quantidade de escolas, de hospitais, de hotéis, tarifas de transporte, etc. Esses dados podem ser coletados em um laboratório de informática, para que os alunos possam compará-los com os de outras cidades e com a capital do estado em que moram, e expostos posteriormente em um cartaz. A conexão dos números com a História pode ser feita através da análise da certidão de nascimento de cada aluno, através da busca das várias informações que ela fornece. Como nosso sistema de numeração é decimal e posicional trabalhar inicialmente com dinheiro, que faz parte do cotidiano, e com o material dourado ou similar, é importante para destacar as suas principais características - os agrupamentos de 10 e 10 e o valor posicional dos algarismos. Assim o aluno terá condições de compreender as operações com os números naturais e posteriormente entender a representação dos números racionais na forma decimal e os sistemas de medida.	A	C		
	1.2 Operar com os números naturais: adicionar, subtrair, multiplicar, dividir, calcular potências, calcular a raiz quadrada de quadrados perfeitos.	Operações com números naturais.		I	C		
	1.3 Utilizar os critérios de divisibilidade por 2, 3, 5 e 10.	Divisibilidade		I	C		
	1.4 Representar a relação entre naturais em termos de quociente e resto.	Algoritmo da divisão de Euclides		I	C		
	1.5 Resolver problemas que envolvam o algoritmo de Euclides.	Algoritmo da divisão de Euclides		I	C		
	1.6 Utilizar a fatoração em primos em	Fatoração e números primos		I	C		

	diferentes situações-problema.		 <p>cubo 1 milhar ou 10 centenas ou 100 dezenas ou 1 000 unidades</p> <p>placa 1 centena ou 10 dezenas ou 100 unidades</p> <p>barra 1 dezena ou 10 unidades</p> <p>caixinha 1 unidade</p>					
	1.7 Resolver problemas que envolvam os conceitos de m.d.c. e m.m.c.	Múltiplos, divisores, M.D.C e M.M.C			I	A	A	A
	1.8 Resolver problemas envolvendo operações com números naturais.	Problemas e aplicações das operações em N		<p>Caso a escola não disponha do material dourado, é possível fazer uma adaptação utilizando papel quadriculado colado em cartolina.</p> <p>Para trabalhar o respeito às diferenças e a inclusão social, seria interessante fazer uma conexão com a Língua Brasileira dos Sinais (Libras). Os alunos podem acessar o site http://www.acessobrasil.org.br/libras/ que apresenta um dicionário da Língua Brasileira dos Sinais, no qual é possível ver vídeos de como devem ser feitos os sinais. Desse modo, eles podem verificar que a maneira de indicar os números 1, 2, 3 e 4 para expressar o número de um telefone é diferente da maneira de indicar esses mesmos números para quantificar a quantidade de lápis, por exemplo. Outra conexão que pode ser feita é com o sistema de leitura pelo tato, desenvolvido para os cegos, o Braille, mostrando-lhes alguns exemplos de como devem ser representados os números nesse sistema. O aprofundamento desse sistema pode ser visto no site <http://www.brailevirtual.fe.usp.br/pt/index.html></p> <p>As eleições no Brasil são realizadas em âmbitos municipais, estaduais e federais por meio de voto direto e secreto. O professor pode aproveitar a época das eleições para simular com seus alunos um processo de eleição na sua turma. Para mais informações sobre as eleições e o processo eleitoral, pode-se consultar os sites do Tribunal Superior Eleitoral [http://www.tse.gov.br] e do Governo Federal [http://www.brasil.gov.br].</p> <p>As propriedades devem ser mencionadas visando ao entendimento das operações, sem necessidade de citar nomes e muito menos de memorização. O importante é que os alunos as conheçam e saibam utilizá-las nos cálculos mentais e nas estimativas. O professor pode usar a resolução de problemas para retomar as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão tendo o cuidado de verificar se os alunos sabem operar e distinguir quando se deve usar uma ou outra operação. Durante o trabalho com as operações deve-se sempre regatar e evidenciar as ideias associadas a elas. O conceito de operação inversa deve ser explorado também como uma possibilidade de verificação de resultados.</p> <p>O conceito de potência pode ser apresentado a partir de situações-problema contextualizadas, que envolvem multiplicações sucessivas de fatores iguais, introduzindo, em seguida, a escrita abreviada para cada caso, tendo o cuidado de explicitar o significado dos termos. Também na potenciação procura-se trabalhar com a compreensão do seu significado. De fato, é frequente os alunos terem dificuldades quanto ao significado dessa operação, o que certamente acaba por prejudicar o</p>	A	A	A	A
	1.9 Resolver problemas que envolvam o Princípio Fundamental da Contagem.	Princípio Fundamental da Contagem.		A	A	A	A	

			<p>entendimento da linguagem algébrica. Se o aluno identifica 3^2 como o produto de 3×2, e não como o produto de 3×3, certamente ele terá dificuldade, mais tarde, em compreender o significado de x^2 como o produto de x por ele mesmo. Por isso, sempre que possível, deve-se relacionar as operações com outros conteúdos, como, por exemplo, áreas de quadrados, volumes de cubos, regularidades, etc. Trabalhar regularidades e padrões é uma ótima estratégia para ampliar as ideias das operações com números naturais.</p> <p>As planilhas eletrônicas para organizar informações e calcular somas podem ser desenvolvidas em um Laboratório de Informática como uma forma de utilização do computador.</p> <p>O tema “Múltiplos e divisores” pode ser tratado como uma ampliação da multiplicação e da divisão explorando o significado de “ser múltiplo de” e “ser divisor de”. As regras de divisibilidade de um número natural por 2, 3, 5, e 10 podem ser usadas com o objetivo de o aluno descobrir regularidades e utilizá-las na fatoração dos números naturais.</p> <p>No estudo introdutório dos problemas envolvendo contagem é fundamental que os alunos percebam a necessidade de técnicas que vão além da simples enumeração dos objetos a serem contados.</p> <p>Uma estratégia que pode ajudar no convencimento dessa necessidade é iniciar com a apresentação de problemas simples que exijam alguma forma de organização ou método que facilite a contagem desejada. Por exemplo:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Depois de listar aleatoriamente as alturas dos alunos da sala, pedir que eles contem quantos são maiores que 1,45m. É quase certo que algum desses alunos sugira a ordenação da tabela para facilitar a contagem. • Como contar os azulejos que cobrem uma parede retangular sem ter que contá-los um por um? <p>A experiência do professor indicará quantos problemas desse tipo serão suficientes para que a turma perceba que existem métodos que minimizam o trabalho de contar.</p> <p>Alcançado esse objetivo, o passo seguinte é apresentar problemas que exijam um pouco mais de elaboração na contagem. Por exemplo:</p> <p><i>“Letícia trabalha numa loja de roupas e foi encarregada de vestir um manequim para colocar na vitrine. Para isso ela recebeu duas saias e quatro blusas. De quantas maneiras diferentes ela poderá cumprir a sua tarefa?”</i></p> <p>O professor pode orientar a discussão de como resolver o problema e, participando dela, ir sugerindo alternativas que facilitem encontrar a solução: fazer uma listagem, fazer uma tabela ou fazer um diagrama – que pelo seu formato costuma ser chamado de diagrama da árvore. Resolvido o problema outra boa discussão é: qual dessas alternativas é mais indicada, por quê?</p> <p>A discussão e resolução de problemas similares – envolvendo apenas dois conjuntos de objetos a serem combinados - preparam o caminho para a introdução do princípio fundamental da contagem que, nesse nível, pode ser justificado intuitivamente pelo diagrama da árvore.</p>			
--	--	--	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--	--	--

Feito isso, o professor pode então desafiar a turma na resolução de problemas que envolvam três, quatro ou mais conjuntos a serem combinados.

Vale ressaltar que nesse nível de ensino o que se pretende é a compreensão e a utilização do princípio multiplicativo na resolução de problemas simples. A dedução e a apresentação de fórmulas devem ser adiadas para o futuro. Isto significa que os problemas propostos possam ser resolvidos pela aplicação direta desse princípio.

No site <http://revistaescola.abril.com.br/fundamental-1/plano-aula> é possível encontrar bons planos de aula sobre o tema.

Para ampliar o conteúdo desse tópico sugerimos as seguintes leituras:

- 1) Os números na História da civilização. Luiz Márcio Imenes. São Paulo: Scipione, 1994. O livro faz uma reflexão sobre o uso dos números no cotidiano e uma abordagem histórica sobre sua evolução.
- 2) O livro dos números: Uma história ilustrada da Matemática. P. Bentley. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2009. O livro contém a explicação de temas curiosos sobre os números, ilustrado com fotos, gravuras históricas e imagens computadorizadas.
- 3) Os números: a história de uma grande invenção. Georges Ifrah. Rio de Janeiro: Globo, 1989.
- 4) Clube de Matemática: Jogos educativos. Campinas: Papyrus, 2004. O livro contém 20 jogos educativos adequados de modo a permitir que eles sejam aplicados e adaptados a diferentes realidades escolares e abrangendo diversas áreas do conhecimento.
- 5) Conteúdo e Metodologia da Matemática: Números e Operações. Marília Cantú- rion. São Paulo: Scipione, 1994. O livro apresenta noções fundamentais do conteúdo matemático das séries iniciais, além de sugestões de materiais didáticos e atividades práticas e teóricas.
- 6) Educação matemática: números e operações numéricas. Terezinha Nunes. São Paulo: Cortez, 2009. O capítulo 3 apresenta um estudo sobre as estruturas multiplicativas com base em resultados de atividades aplicadas a crianças de 5 a 9 anos.
- 7) Filosofia da Educação Matemática.: fenomenologia, concepções, possibilidades didático pedagógicas. Maria Aparecida Viggiani Bicudo. São Paulo: **Unesp**, 2010. O capítulo 5 apresenta um estudo sobre a compreensão da ideia de número pela criança, bem como os processos multiplicativos construídos com base na vivência de situações de multiplicação na aula de matemática.
- 8) A arte de resolver problemas. George Polya. Rio de Janeiro: Interciências, 1976. O livro explora métodos de resolução de problemas e apresenta situações com sugestões de resolução.
- 9) Didática da Matemática: reflexões psicopedagógicas. Cecília Parra. Porto Alegre: Artmed, 1996. O capítulo 7 apresenta um estudo sobre o cálculo mental na escola primária.
- 10) A resolução de problemas na matemática escolar. Stephen Krulik e Robert E. Reys. São Paulo: Atual, 1998. O livro contém 22 artigos de especialistas americanos, focalizando aspectos da resolução de problemas em sala de aula e uma bibli-

			<p>ografia comentada, entre outros. Contém sugestões de problemas variados que abordam conteúdos de aritmética, álgebra, geometria, recreações matemáticas e simetria.</p> <p>11) Matemática e Educação: alegorias, tecnologias e temas afins. Nilson José Machado. São Paulo: Cortez, 1966. O livro aborda e analisa questões como a utilização de jogos e os seus efeitos e o excesso de formalismo na sala de aula. Apresenta também considerações sobre medida e avaliação, possibilidade e necessidade de computadores e outros recursos em sala de aula.</p> <p>12) Clube de matemática: jogos educativos e multidisciplinares. Mônica Soltau da Silva. Campinas: Papirus, 2008. O livro apresenta atividades que auxiliam no desenvolvimento de um ambiente escolar atrativo e estimulante, favorecendo as relações interpessoais e o aprimoramento das habilidades intelectuais dos alunos. Em particular, o jogo Jacaré apresenta uma possibilidade de se trabalhar múltiplos e divisores de maneira diferenciada.</p> <p>13) A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender. Juan Ignacio Pozo. Porto Alegre: Artmed, 1998.</p>				
2. Conjunto dos Números Inteiros	2.1 Reconhecer a necessidade da ampliação do conjunto dos números naturais por meio de situações contextualizadas e/ou resolução de problemas.	Números inteiros	Transformar a sala de aula em um laboratório em que o aluno possa usar situações que envolvem números negativos, como, por exemplo, variações de temperatura acima e abaixo de zero, fatos históricos acontecidos antes e depois do nascimento de Cristo e também a não existência de solução natural de equações do tipo $x + 12 = 10$, é importante para que os alunos reconheçam a necessidade da ampliação do conjunto dos números naturais. O estudo da escala Celsius é um bom exemplo que permite atribuir significado aos números inteiros e explorar situações que envolvam esses conceitos. Uma nota histórica sobre graus Celsius pode ser obtida no endereço http://www.cect.com.br/Origem%20escala%20temperatura%20celsius.pdf No site do Centro de Referência do Professor, são propostas várias oficinas. É importante conhecê-las para utilizar as atividades propostas nas mesmas nessas oficinas. Uma atividade interdisciplinar seria baseada nos números e códigos, por exemplo, no texto disponível no site dos Correios é possível conhecer, brevemente, seu processo histórico, definição e finalidade, disponível em: http://www.correios.com.br/servicos/cep/cep_estrutura.cfm . Acesso em: 05 nov. 2013.		I	C	
	2.2 Utilizar a ordenação no conjunto e localizar números inteiros na reta numérica.	Números inteiros Reta numérica	Após a leitura do texto, solicite que os alunos identifiquem, conforme a região em que mora, qual o algarismo que representa a sua região geográfica. Em seguida, sugere-se que o professor apresente alguns CEP e solicite aos alunos que localizem a região a que correspondem, como por exemplo: 57313-100 (Região Nordeste - Alagoas) ou 70089-000 (Centro-Oeste – Brasília). Solicite, ainda, que os alunos pesquisem e anotem o CEP de algum parente, ponto turístico, local importante, tanto de sua cidade quanto de uma localidade distante.		I	C	
	2.3 Reconhecer, no contexto social, diferentes significados dos números inteiros.	Números inteiros	Para uma exploração matemática, aconselha-se ao professor questionar os alunos: - Quais outros códigos numéricos você conhece que são aplicados no cotidiano? Dessa forma, o professor de Matemática pode explorar atividades envolvendo situações problema, tais como:		I	C	
	2.4 Operar com números inteiros: adicionar, multiplicar, subtrair, dividir, cal-	Operações com números inteiros			I	C	

<p>cular potências e raiz n-ésima de números inteiros que são potências de n.</p>		<p>- Considerando a estrutura atual de composição numérica do CEP, em quantas sub-regiões o território brasileiro pode ser dividido? - Considerando a estrutura atual de composição numérica do CEP, em quantos setores o território brasileiro pode ser dividido?</p>																																							
<p>2.5 Resolver problemas que envolvam operações com números inteiros.</p>	<p>Operações em Z.</p>	<p>Como atividade final, sugere-se a escrita de uma carta para alguém que se considera especial relatando a utilidade, por exemplo, dos números negativos. Depois, pode-se socializar a produção dos alunos por meio da leitura da carta para a turma, inclusive com o professor de Língua Portuguesa sugerindo as devidas correções linguísticas. Em seguida, os alunos preenchem um envelope com o endereço e o CEP do destinatário/a, se necessário, podem recorrer ao endereço dos Correios para pesquisa do CEP. Disponível em: <http://www.buscacep.correios.com.br/>. Acesso em: 05 nov. 2013. Posteriormente, motive os alunos a enviarem a carta. Partir de situações que envolvam temperaturas, altitudes positivas ou negativas e desenvolver atividades contextualizadas tais como saldos bancários, por exemplo, que levem os alunos a concluírem as regras de sinal para as operações com números inteiros. Entendimento das operações: não há necessidade de citar nomes e muito menos de decorar. É importante que o aluno perceba, por exemplo, que $(-5) + (7) = 7 + (-5)$ e que essa igualdade pode se escrever da seguinte maneira: $-5 + 7 = 7 - 5$. O ponto delicado da multiplicação de dois números inteiros é o caso dos dois fatores negativos. No caso dos dois fatores serem negativos, vamos citar duas justificativas com a utilização de exemplos: • Mostrar que $(-3)(-5) = +15$ utilizando propriedades: $(-3)(0) = 0$ e $0 = 5 - 5$. Então $(-3)(5 - 5) = 0$. Por outro lado $(-3)(5 - 5) = (-3)(+5) + (-3)(-5)$. Então $(-3)(+5) + (-3)(-5) = 0$. Portanto $(-3)(-5) = -(-3)(+5) = +15$, observado que $(-3)(+5) = -15$ e $-(-15) = +15$. Esse caminho é o mais próximo da uma demonstração formal, mas é muito elaborado para a compreensão de um aluno do 7º ano. Assim, é mais razoável, utilizar a regularidade, como feito a seguir. Observe as sequências “1º FATOR” e “RESULTADO”.</p> <table border="1" data-bbox="770 1139 1426 1442"> <thead> <tr> <th>1º FATOR</th> <th></th> <th>2º FATOR</th> <th></th> <th>RESULTADO</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>4</td> <td>x</td> <td>(-3)</td> <td>=</td> <td>-12</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>x</td> <td>(-3)</td> <td>=</td> <td>-9</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>x</td> <td>(-3)</td> <td>=</td> <td>-6</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>x</td> <td>(-3)</td> <td>=</td> <td>-3</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>x</td> <td>(-3)</td> <td>=</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>(-1)</td> <td>x</td> <td>(-3)</td> <td>=</td> <td>3</td> </tr> </tbody> </table>	1º FATOR		2º FATOR		RESULTADO	4	x	(-3)	=	-12	3	x	(-3)	=	-9	2	x	(-3)	=	-6	1	x	(-3)	=	-3	0	x	(-3)	=	0	(-1)	x	(-3)	=	3		<p>I</p>	<p>A</p>	<p>A</p>
1º FATOR		2º FATOR		RESULTADO																																					
4	x	(-3)	=	-12																																					
3	x	(-3)	=	-9																																					
2	x	(-3)	=	-6																																					
1	x	(-3)	=	-3																																					
0	x	(-3)	=	0																																					
(-1)	x	(-3)	=	3																																					

(-2)	\times	(-3)	$=$	6
(-3)	\times	(-3)	$=$	9
(-4)	\times	(-3)	$=$	12

Ao passo que a sequência “1º fator” diminui de uma unidade a sequência “Resultado” aumenta de 3 unidades. E nesse caso seria razoável que essas sequências permanecessem como tal, e, portanto é razoável inferir que o produto de dois números negativos é positivo.

Compreendida a multiplicação de números inteiros, a potenciação e a divisão não oferecem dificuldades à medida que forem trabalhadas associadas à multiplicação. Nessa etapa é importante o trabalho com problemas de caráter exclusivamente matemáticos porque a abstração é uma das habilidades a ser desenvolvida. As expressões numéricas devem ser estudadas com o objetivo de trabalhar as operações e suas propriedades e não deve ser proposto o cálculo de expressões muito trabalhosas.

Quanto à representação dos números inteiros na reta numérica, convém retomar alguns conteúdos anteriores tais como a representação de números positivos, a relação entre maior/menor e o sentido de crescimento. Para complementar o trabalho com a reta numérica, pode-se consultar, por exemplo, o link:

<http://www.nilsonjosemachado.net/sema20100316.pdf>

É importante salientar com os alunos que um número e seu oposto são números que, quando representados na reta numérica, se situam à mesma distância da origem, mas em lados opostos. Do mesmo modo na comparação de números negativos, é importante dar atenção e trabalhar equívocos comuns cometidos pelos alunos como $-2 < -5$, que é baseado na analogia com a comparação $2 < 5$, único fato trabalhado com os alunos até então. Para isso, é fundamental a proposta frequente de construção e localização dos números inteiros na reta numérica.

Para ampliar o conteúdo desse tópico sugerimos as seguintes leituras:

1) Fundamentos de Aritmética - Higinio H. Domingues. São Paulo: Atual, 1991. O capítulo 3 desse livro apresenta um estudo sobre os números inteiros e suas origens além de suas operações.

2) Conteúdo e Metodologia da Matemática: Números e Operações. Marília Cantú- rion. São Paulo: Scipione, 1994. O livro apresenta noções fundamentais do conteúdo matemático das séries iniciais, além de sugestões de materiais didáticos e atividades práticas e teóricas.

3. Conjunto dos Números Racionais	3.1 Reconhecer a necessidade da ampliação do conjunto dos números inteiros por meio de situações contextualizadas e/ou resolução de problemas.	Números racionais	O estudo desse tema deve se iniciar com atividades que propiciem ao aluno perceber a necessidade dos números racionais, através do seu estudo, introduzindo problemas associados às ideias de “repartir em partes iguais” e de medida, isto é, “quantas vezes uma unidade de medida cabe no objeto que está sendo medido”. É importante que o aluno perceba todos os significados que podem ser atribuídos à ideia de fração: parte-todo, quociente e razão. Além disso, seu estudo deve propiciar momentos para se fazer revisão dos conceitos de múltiplos, divisores e divisão com resto, sempre com o auxílio de material manipulativo.	I	A	A	A
	3.2 Utilizar a ordenação no conjunto e localizar números racionais na reta numérica.	Números racionais. Reta numérica	Vídeo da série Arte e Matemática explora as relações entre a Matemática e a música e conta a história do experimento de Pitágoras com o monocórdio (instrumento musical composto de uma única corda estendida). Esse vídeo pode ser baixado no site: http://www.dominiopublico.gov.br	I	A	A	A
	3.3 Reconhecer, no contexto social, diferentes significados dos números racionais.	Utilidade dos números racionais	O estudo da equivalência é fundamental para o entendimento do conceito de número racional, bem como para o trabalho com as operações envolvendo frações. Ao usar frações equivalentes para representar um mesmo número racional o professor pode utilizar fichas de cartolina, para que os alunos percebam que de fato as frações equivalentes representam a mesma parte do todo. Durante o estudo da equivalência é importante salientar a conveniência da simplificação das frações, e preparar o aluno para o estudo dos números decimais insistindo em exemplos de equivalência com frações cujos denominadores sejam potências de 10.	I	A	A	A
	3.4 Operar com números racionais em forma decimal e fracionária: adicionar, multiplicar, subtrair, dividir e calcular potências e raiz n-ésima números racionais que são potências de n.	Operações com números racionais	As operações com as frações representadas pela forma p/q , $q \neq 0$ merecem atenção, pois com a popularização das calculadoras, as operações com os racionais se restringem ao uso da sua representação na forma de número decimal e na maioria das situações cotidianas o uso da representação decimal é suficiente, mas não se pode esquecer que, muito embora a representação decimal facilite os cálculos ela esconde, para os iniciantes, os significados explicitados pela representação p/q . As justificativas para as regras operatórias na forma decimal ficam mais compreensíveis se sustentadas pelas operações com os números escritos na forma p/q . Relacionar os algoritmos das operações que envolvem números decimais com as frações decimais auxilia na compreensão desses algoritmos. Desse modo, as “regras práticas” passam a ter sentido, o que auxilia na memorização e em seu uso.	I	A	A	A
	3.5 Identificar a representação decimal e fracionária de um número racional	Representações de um número racional	As operações com racionais que são dízimas periódicas quando feitas pelas calculadoras dão resultados aproximados. Portanto dê relevância e insista na conversão de frações em números decimais e vice-versa.	I	A	A	A
	3.6 Resolver problemas que envolvam números racionais.	Problemas de aplicação dos números racionais	Uma estratégia que pode ser interessante para que os alunos do fundamental percebam as questões acima discutidas é escolher problemas, de preferência contextualizados, cuja resolução se torne mais ou menos trabalhosa dependendo da forma de representação (decimal ou fracionária) escolhida para as operações correspondentes. Para incrementar as aulas sugerimos a leitura do livro " Incríveis Passatempos Matemáticos ", do professor Ian Stewart que abre seu baú de curiosidades para oferecer ao público uma série de passatempos, histórias e desafios que irão intrigar, informar e divertir o leitor. A maior prova aqui, contudo, é ele mesmo que vence, ao tornar agradáveis e interessantes temas que já nos assustaram em sala	I	A	A	A

			<p>de aula, um deles, as frações . Assim fica fácil aprender matemática. No livro descobrimos como os códigos são criados e como decifrá-los, por que os gatos sempre conseguem cair de pé, como virar uma esfera do avesso, se os efeitos do aquecimento global são mesmo catastróficos e outros. Gostaríamos de lembrar, que este seria um momento oportuno para aplicarmos a oficina pedagógica sobre "Jogos Matemáticos", oferecida aos professores pela SEE/MG em 2013, em que foi apresentado o "Jogo das Frações Equivalentes" que desenvolve os conceitos básicos da Equivalência de Frações.</p> <p>Quanto às operações com os números racionais na forma de fração, o aspecto mais delicado é o de se dar um significado às “regras” operatórias de adição, multiplicação e, principalmente a divisão.</p> <p>Como se sabe os números inteiros são racionais particulares. As “regras” operatórias para o racionais devem ser tais que se aplicadas aos inteiros preservem os resultados e as propriedades já conhecidas. Essa justificativa para as diferenças entre as operações com inteiros e com racionais não inteiros ultrapassa o nível de compreensão dos alunos do ensino fundamental. No entanto, ela deve ser explicitada para servir de referência na busca de significados para alunos desse nível.</p> <p>Uma atividade interessante relacionada a multimídia é oferecer aos alunos teleaulas relacionadas com os temas que eles estão estudando.</p> <p>A teleaula 24 do Novo Telecurso sobre frações equivalentes está disponível no site: http://globotv.globo.com/fundaçãoorobertomarinho/telecurso.matemática.ef-aula24/1263298/ Os alunos podem assistir a teleaula e em seguida junto com os colegas produzir sua própria aula, que poderá ser gravada com uma câmara digital ou celular.</p> <p>Para ampliar o conteúdo desse tópico sugerimos as seguintes leituras:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) Matemática e Origami: trabalhando com frações. Eliane Moreira da Costa. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2007. O livro apresenta o origami como um excelente recurso para o desenvolvimento de conceitos matemáticos atrelados a uma prática prazerosa. 2) Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI. Rômulo C. Lins e Joaquim Gimenez. Campinas: papirus, 1997. 3) Didática da resolução de problemas de Matemática. Luiz Roberto Dante. São Paulo: Ática, 1991. O livro aborda questões sobre a resolução de problemas, importância, classificação dos vários tipos de problemas diversos que podem ser aplicados em sala de aula. 				
--	--	--	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--	--	--	--

4 Conjunto dos Números Reais	4.1 Reconhecer a necessidade da ampliação do conjunto dos números racionais por meio de situações contextualizadas e/ou resolução de problemas.	Números reais- definição	Um dos conhecimentos prévios necessários para o estudo deste tópico é a equivalência entre números racionais e dízimas periódicas. O professor pode começar retomando este conteúdo. É conveniente lembrar também que os números racionais foram “inventados” a partir da necessidade de resolver equações do tipo $3x + 1 = 5$, que não admite solução em números inteiros. Este processo é análogo ao da “invenção” dos números inteiros, a partir de equações do tipo $x + 5 = 3$. Neste tópico deve-se fazer a distinção entre os dois modos de representar os números racionais, que são a forma fracionária (como quociente de dois inteiros) e a decimal, bem como os algoritmos que permitem a passagem de uma forma para a outra. Ambas as representações são importantes e é essencial apontar quando é conveniente optar por uma ou pela outra. O professor deve primeiro apresentar várias situações que envolvam a obtenção da forma decimal de um número racional, isto é, efetuar a divisão entre dois números inteiros usando o algoritmo da divisão, com atenção ao fato de que o algoritmo “pode não terminar”. Deve ficar claro que números racionais são sempre representados por dízimas periódicas. Caso desejado, o professor pode aqui discutir a convenção de que uma dízima finita pode ser pensada como periódica acrescentando zeros à direita; por exemplo, $2,79 = 2,790$, deixando claro que estas são apenas maneiras diferentes de escrever o mesmo número. É importante que os exemplos escolhidos pelo professor tenham como resultado dízimas periódicas de período curto, de modo que a repetição possa ser observada com poucas contas.			I	A
	4.2 Reconhecer, no contexto social, diferentes significados dos números reais.	Números reais	Para passar ao processo inverso, ou seja, achar qual fração deu origem a uma dada dízima periódica, o professor pode fazê-lo da seguinte maneira: Achar a fração que deu origem à dízima 0,12. Colocando $x = 0,12$, temos $100x = 12 + x$, donde $x = 12/99$. Achar a fração que deu origem à dízima 0,312. Colocando $x = 0,314$, temos $10x = 3 + 0,14 = 3 + 14/99 = 311/99$, donde $x = 311/990$. Alternativamente, temos $10x = 3 + 0,14$ e $10x = 3 + 0,12$, donde $1000x - 10x = 311$ e obtemos novamente $x = 311/990$. Aqui é o momento de sumarizar o trabalho feito até aqui: qualquer fração pode ser escrita como uma dízima periódica e, reciprocamente, qualquer dízima periódica é a representação em forma decimal de uma fração.			I	A
	4.3 Identificar números racionais com as dízimas periódicas.	Dízimas periódicas	Para introduzir os números irracionais pense na possibilidade de buscar as soluções de equações do tipo $x^2 = 2$, que não admite solução racional. Esse processo é análogo ao da “invenção” dos números inteiros e racionais a partir de equações do tipo $x + 5 = 3$ e $3x = 5$, respectivamente. Também é desejável fazer uma breve revisão sobre raízes n-ésimas de números racionais e de habilidades operativas referentes ao símbolo de radical, pois esses são conceitos com poucas aplicações no cotidiano e que podem ser substituídos pelo desenvolvimento de noções eficazes de estimativas e aproximações. Para ampliar a noção de ordem de grandeza e estimativas, a SEE/MG, disponibilizou a todos os professores uma oficina "" Os números do Universo "" e através de atividades lúdicas e prazerosas, os alunos desenvolvem noções importantes sobre situações que são representadas por números racionais e irracionais. Essa oficina está disponibilizada no site do CRV: crv@educacao.mg.gov.br . O CENTRO DE REFERÊNCIA VIRTUAL DO PROFES-			I	A
	4.4 Identificar as dízimas não periódicas com os números irracionais apresentando o número π e outros.	Números irracionais				I	A
	4.5 Utilizar critérios de divisibilidade em diferentes situações.	Crítérios de divisibilidade em N					
	4.6 Utilizar a visualização geométrica para construir segmentos de comprimento irracional.	Representação geométrica de irracionais					
	4.7 Compreender o número π como uma razão e utilizá-lo na determinação de dimensão do comprimento da circunferência e da área do círculo.	O número π					

		<p>SOR - CRV é um portal educacional da Secretaria de Estado de Educação de Minas Gerais. Esse portal oferece recursos de apoio ao professor para o planejamento, execução e avaliação das suas atividades de ensino na Educação Básica. Traz informações contextualizadas sobre conteúdos e métodos de ensino das disciplinas da Educação Básica, assim como ferramentas para a troca de experiências pedagógicas e trabalho colaborativo através do Fórum de Discussão e do Sistema de Troca de Recursos Educacionais (STR).</p> <p>O CRV favorece a formação continuada do educador ampliando a sua competência de utilização das novas tecnologias da informação e comunicação nos processos de ensino e aprendizagem.</p> <p>Para ampliar o conteúdo desse tópico sugerimos as seguintes leituras:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) Construção conceitual. SOUZA, J. Novo olhar matemática. 1. ed. São Paulo: FTD, 2010. 2) COSTA, C. P. D.PG. Disponível em: http://clmd.ufpel.edu.br/eixos/index.php/semana-6/55 3) THOMAS, G. B. Cálculo, volume 2, 10. ed. São Paulo: Pearson Addison Wesley, 2003. 4) NELO D, A. Decimais infinitos. Disponível em: <http://www.rbhm.org.br 5) A formação matemática do professor: licenciatura e prática docente escolar. Plínio Cavalcanti Moreira e Maria Manuela David. Belo Horizonte: Autêntica, 2010. O livro apresenta várias questões sobre a formação do professor de matemática frente à matemática escolar e à matemática acadêmica. No capítulo 5 há um artigo interessante sobre os números em que são destacados conflitos existentes entre a prática docente e a matemática acadêmica. 6) O livro dos números: Uma história ilustrada da Matemática, P. Bentley. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2009. O livro contém a explicação de temas curiosos sobre os números, ilustrado com fotos, gravuras históricas e imagens computadorizadas. 7) História de potências e raízes. Oscar Guelli. São Paulo: Ática, 2000. O livro apresenta a chamada quinta operação, a potenciação, contando histórias sobre riquezas incalculáveis, distâncias enormes, números e cálculos fantásticos. 8) Matemática e investigação em sala de aula. Iran Abreu Mendes. São Paulo: Livraria da Física, 2009. O livro faz uma reflexão interessante sobre o uso da calculadora no ensino de Matemática. 				
--	--	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--	--	--	--

Tema: Expressões algébricas

TÓPICOS	HABILIDADES	CONTEÚDOS	ORIENTAÇÕES PEDAGÓGICAS	CICLOS			
				INTERMEDIÁRIO		DA CONSOLIDAÇÃO	
				6º	7º	8º	9º
5. Linguagem algébrica	5.1 Utilizar a linguagem algébrica para representar simbolicamente as propriedades das operações nos conjuntos numéricos e na geometria.	Expressões literais	<p>É interessante que, antes de iniciar o conteúdo de álgebra, os professores leiam o livro Desenvolvimento Matemático na Criança: Explorando Notações, de Bárbara Brizuela. Neste livro, o professor encontrará a explicação de que "o fazer e o conceber matemáticos são mediados por sistemas de escrita importantes e, muitas vezes, complicados, de modo que a Matemática também é um tipo particular de discurso escrito". A autora cita também as experiências de seus vários alunos em sala de aula durante o processo de aprendizagem e essas experiências podem ser uma ótima estratégia para se iniciar o assunto. Salientamos que a álgebra é um ramo da Matemática que estuda e generaliza conceitos e definições, abrangendo diversas áreas do conhecimento. Ao ensinar álgebra no ensino fundamental, devemos abordar as diversas fórmulas matemáticas existentes, mostrando ao aluno a importância desse conteúdo.</p> <p>Podemos destacar algumas fórmulas matemáticas interessantes e suas aplicações para trabalhar em sala de aula: Densidade de um corpo, MC – Índice de Massa Corpórea, Fórmula de Lorentz que calcula o peso ideal de acordo com a altura, Consumo de Energia Elétrica de uma casa, Velocidade Média de um objeto em movimento. Além disso, a álgebra se destaca no ensino da Geometria, pois podemos usar de fórmulas para cálculos variados de área e volume, de acordo com as formas geométricas existentes. É de extrema importância para o desenvolvimento específico do aluno, relacionar tais contextos matemáticos com situações cotidianas, no intuito de despertar e desenvolver as mais amplas habilidades. Aqui, queremos lembrar ao professor a importância da contextualização no ensino de Matemática. Muitos acham que contextualizar é encontrar aplicações práticas para a Matemática a qualquer preço. Desta concepção resulta que um conteúdo que não se consegue contextualizar, não serve para ser ensinado. Contextualizar não é abolir a técnica e a compreensão, mas ultrapassar esses aspectos e entender fatores externos aos que normalmente são explicitados na escola de modo que os conteúdos matemáticos possam ser compreendidos dentro do panorama histórico, social e cultural. Uma frase clichê é a de que álgebra não tem contextualização. Vale lembrar que, com a álgebra, pode-se desenvolver um conhecimento matemático mais elevado por intermédio da manipulação de conceitos mais simples e conhecidos pelo aluno, a partir de um dado conteúdo mais complexo pode-se melhorar a compreensão de outro já conhecido e isso é uma forma de contextualização que permite ao professor justificar um conteúdo com vistas à motivação do aluno para o estudo e aprendizagem significativa.</p>		I	A	A
	5.2 Interpretar e produzir escritas algébricas, em situações que envolvam generalização de propriedades, incógnitas, fórmulas, relações numéricas e padrões.	Modelagem algébrica			I	A	A
	5.3 Resolver situações problema utilizando a linguagem algébrica.	Linguagem algébrica			I	A	A

		<p>A seguir damos algumas sugestões que podem ser aplicadas no ensino da álgebra:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Expressar verbalmente o significado da notação; por exemplo, x^3, deve ser lido como o número x multiplicado por x multiplicado por x. Leituras deste tipo ajudam a entender por que $x^2 + x^2 = 2x^2$, bem como discutir por que não se soma em $x + x^3$; - Usar várias letras em vez de se restringir apenas a x, y, etc.; - Usar problemas e perguntas como, por exemplo, exprima com letras o dobro de um número mais o triplo de outro mais o seu produto menos a raiz quadrada da sua soma; explique o que quer dizer a expressão $x^2 - 3x + 1$; qual a área de um triângulo de base a e altura h? etc. - Obter expressões gerais a partir de exemplos numéricos, como, por exemplo, a área de um quadrado de lado x, o perímetro de um retângulo de lados x e y, etc. ; - Exprimir algebricamente padrões numéricos observados em sequências; - Modelar situações contextualizadas; por exemplo, escrever a expressão para o valor de uma conta de luz em função da taxa básica e do número de kilowatts consumidos. <p>Outra sugestão para esse trabalho é criar situações desafio como as que apresentamos a seguir: Pense em um número, ache o seu dobro, some 3 ao resultado, triplique o que você obteve, subtraia 9 do resultado, divida tudo por 6. O que você pode concluir em relação ao resultado obtido e ao número pensado? Explique por que isto acontece. Atividades como essa podem alavancar uma gama de habilidades e desenvolver uma importante competência: a comunicação de ideias.</p> <p>Para ampliar o conteúdo desse tópico sugerimos as seguintes leituras:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) Perspectivas em aritmética a álgebra no século XXI. Campinas: Papyrus, 1997. O livro faz uma reflexão abrangente sobre o ensino da álgebra. 2) Ideias da Álgebra. Arthur F. Coxford e Albert P. Shulte. São Paulo: Atual, 1994. O livro é composto de uma coletânea de 33 artigos escritos por educadores de 1987 a 1988, que abordam o ensino da álgebra no Ensino Fundamental e no Ensino Médio, discutindo problemas ou dificuldades da sua aprendizagem a apresentando ideias de como resolvê-los. 3) Fundamentos da Matemática Elementar. Volume 6. Gelson Iezzi. São Paulo: Atual, 2004. O livro oferece a possibilidade de aprofundamento no estudo dos polinômios acompanhado de exercícios e testes de vestibulares. 4) A rainha das ciências: um passeio histórico pelo maravilhoso mundo da Matemática. São Paulo: Livraria da Física, 2009. O livro traz muitas contribuições referentes a aspectos da história da Matemática articulados à simbologia, ou seja, à escrita algébrica. 				
--	--	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--	--	--	--

6. Valor numérico de expressões algébricas	6.1 Resolver problemas que envolvam o cálculo do valor numérico de uma expressão algébrica.	Valor numérico e expressões algébricas	<p>É de extrema relevância apontar constantemente que identidades algébricas são de caráter geral, enfatizando que é possível prová-las ou falseá-las. Esta preparação é essencial para que mais tarde, ao se defrontar com situações mais complexas, o aluno não encontre dificuldades na parte manipulativa e possa se concentrar na parte conceitual de diferentes áreas do conhecimento.</p> <p>Do ponto de vista operacional, o cálculo do valor numérico de uma expressão não apresenta nada de novo, pois é equivalente a efetuar operações numéricas. Assim, ao trabalhar com substituição, o professor deve se concentrar em mostrar para que serve a substituição. A parte estritamente numérica – isto é, realizar as operações indicadas depois de efetuadas a substituição – pode servir para o professor se certificar de que a turma tem as habilidades manipulativas necessárias. Evidencie que a verificação de uma expressão em casos particulares não é garantia de sua validade geral. Apresente vários exemplos e mostre que a busca de contraexemplos é uma atividade investigativa, deixando claro que a ausência de um contraexemplo não é garantia de falsidade da expressão considerada..</p>			I	A
	6.2 Utilizar a noção de produtos notáveis e fatoração em diferentes situações de cálculo e simplificação de expressões.	Produtos notáveis e fatoração				I	A
	6.3 Utilizar valores numéricos de expressões algébricas para constatar a falsidade de uma igualdade ou desigualdade.	Proposições e sentenças matemáticas				I	A
7. Operações com expressões algébricas	7.1 Operar com polinômios: somar, subtrair, multiplicar e dividir.	Operações com polinômios	<p>É inegável que a maioria dos materiais concretos se adapta a vários conteúdos e objetivos e a turmas de diferentes idades – da Educação Infantil ao final do Ensino Médio. Eles despertam a curiosidade e estimulam os alunos a fazer perguntas, a descobrir semelhanças e diferenças, a criar hipóteses e a chegar às próprias soluções. É importante, no entanto, fazer um alerta: não basta abrir uma caixa cheia de peças coloridas e deixar os alunos quebrarem a cabeça, sozinhos. Ao levar o material concreto para a sala de aula, é preciso planejar e se perguntar: ele vai ajudar a classe a avançar em determinado conteúdo? No caso da álgebra sugerimos o uso do Algeplan é um material manipulativo utilizado para o ensino de soma, subtração, multiplicação e divisão de polinômios de grau no máximo dois. A ideia fundamental do Algeplan é estudar as operações com polinômios utilizando áreas de retângulos. A partir desta concepção são construídas as peças que representam os monômios que compõem este material, sugerimos que construam com seus alunos um Algeplan e procure trabalhar com a substituição, mostrando sua utilidade.</p>			I	A
	7.2 Identificar frações algébricas.	Frações algébricas				I	A
	7.3 Operar e efetuar simplificações com frações algébricas.	Operações com frações algébricas				I	A

Tema: Equações algébricas

TÓPICOS	HABILIDADES	CONTEÚDOS	ORIENTAÇÕES PEDAGÓGICAS	CICLOS				
				INTERMEDIÁRIO		DA CONSOLIDAÇÃO		
				6º	7º	8º	9º	
8. Equações do primeiro grau	8.1 Reconhecer uma equação de primeiro grau e utilizá-la na modelagem de diferentes situações.	Princípios da igualdade e equações de primeiro grau.	<p>O trabalho com as equações deve partir sempre da necessidade de resolver problemas. Intuitivamente o aluno já teve um contato informal com a solução de equações ao procurar, por exemplo, o número que deve ser colocado no lugar do quadradinho em expressões do tipo: $12 + z = 20$. No entanto, agora é o momento de se iniciar um trabalho mais formal com as equações, com o objetivo de levar o aluno a:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Buscar a solução de uma equação por tentativas • Verificar se um determinado número é ou não solução de uma equação; • Analisar a solução obtida, com o intuito de verificar se ela é ou não adequada ao problema correspondente • Perceber a necessidade de uma técnica de resolução <p>Esse trabalho deve sempre partir das sentenças matemáticas obtidas pela tradução em linguagem algébrica de problemas.</p> <p>A analogia de uma equação do primeiro grau com uma incógnita com uma balança de dois pratos em equilíbrio pode ser de grande utilidade para que os alunos compreendam o uso das propriedades das igualdades e das operações na sua resolução.</p> <p>Essa analogia permite comparar os efeitos sobre o equilíbrio da balança ao se acrescentar ou tirar pesos em seus pratos com as correspondentes ações de somar e subtrair um número a ambos os membros de uma igualdade. O professor pode propor aos alunos que usem essa comparação para analisar quais alterações sofre uma dada igualdade se:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Somarmos ou subtrairmos um mesmo número a ambos os membros; • Somarmos ou subtrairmos números diferentes a ambos os membros; • Somarmos ou subtrairmos um número qualquer a um único membro. <p>Pode, ainda, propor que os alunos, tendo como referência situações envolvendo uma determinem o peso x em gramas de uma caixa sabendo-se que cada objeto redondo pesa 1 grama e, comparem as operações feitas com a balança com as operações que devem ser feitas com a equação correspondente.</p> <p>Na tradução de um problema para a linguagem algébrica – equacionamento do problema – o professor deve orientar seus alunos para a importância da organização dos dados correspondentes, isto é:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Destacar os dados conhecidos (o que se sabe) • Representar por letras (incógnitas) o que o problema pede para calcular • Relacionar os dados conhecidos com as incógnitas para se obter uma equação 		I	C		
	8.2 Identificar a raiz de uma equação do primeiro grau.	Raiz ou solução de uma equação de primeiro grau.				I	C	
	8.3 Resolver uma equação do primeiro grau.	Resolução de equações de primeiro grau				I	C	
	8.4 Resolver problemas que envolvam uma equação do primeiro grau.	Problemas que envolvam equações de primeiro grau					I	A

			<p>por exemplo, no problema: o perímetro de um jardim retangular é igual a 100 metros. O lado maior do jardim mede 10 metros a mais que o seu lado menor. Quais as medidas dos lados desse jardim? O professor pode sugerir aos alunos o seguinte procedimento:</p> <p>Lado menor: x Lado maior: $x + 10$ Perímetro: 100 Montagem da equação: $2(x + x + 10) = 100$ Resolvendo a equação obtém-se: $2(x + x + 10) = 100 \Rightarrow$ $4x + 20 = 100 \Rightarrow x = 80: 4 = 20$ Conferindo: $x + 10 = 20 + 10 = 30$, daí $2(20 + 30) =$ $2 \times 50 = 100$.</p> <p>Logo, podemos responder: o lado menor mede 20 metros e o lado maior mede 30 metros.</p> <p>A interpretação da solução de equações que se reduzem a $0x = 0$ ou $0x = a$, com $a \neq 0$ fica a critério do professor.</p> <p>Para ampliar o conteúdo desse tópico sugerimos as seguintes leituras:</p> <p>1) Com ajuda da balança. Celina Augusto. Rio de Janeiro: SBM. Trata-se de um artigo integrante da Revista do Professor de Matemática (RPM). 2) Temas e problemas elementares. Elon Lages Lima e outros. Rio de Janeiro: SBM, 2005. O livro contém um capítulo específico sobre o tema equações do primeiro grau. 3) Uma maneira abreviada de resolver inequações. Raymundo Tavares. Rio de Janeiro: SBM. Trata-se de um artigo integrante da Revista do Professor de Matemática (RPM).</p>					
9. Sistemas de Equações do primeiro grau	9.1 Reconhecer um sistema de duas equações lineares e utilizá-lo para modelar problemas.	Sistemas de primeiro grau	<p>Assim como no estudo das equações, também o estudo dos sistemas de duas equações do primeiro grau com duas incógnitas deve partir também da necessidade de resolver problemas. Para isso, o professor pode, por exemplo, retomar os problemas que foram trabalhados no estudo das equações de 1º grau que recaiam em sistemas de equações do 1º grau com duas incógnitas. Por exemplo, no problema: O perímetro de um jardim retangular é igual a 100 metros. O lado maior do jardim mede 10 metros a mais que o seu lado menor. Quais as medidas dos lados desse jardim? A tradução desses problemas para a linguagem algébrica levará o aluno a perceber a necessidade de se ter métodos para resolver as equações resultantes. Para que os alunos se convençam da necessidade desses métodos é recomendável que eles primeiro tentem resolver os sistemas de equações que aparecem usando seus conhecimentos prévios. Assim eles deverão ser incentivados a resolvê-los inicialmente, seguindo os seguintes passos:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Traduzir o problema através de duas equações • Buscar a solução de cada uma das equações por tentativas • Discutir a simultaneidade das soluções; • Interpretar a solução comum às duas equações, com o intuito de verificar se ela é 		I	A	C	
	9.2 Identificar a(s) solução (ões) de um sistema de duas equações lineares.	Solução de um sistema de primeiro grau				I	A	C
	9.3 Resolver um sistema de equações do primeiro grau.	Métodos de resolução de um sistema de primeiro grau				I	A	C
	9.4 Resolver proble-	Problemas cuja				I	T/S	C

	mas modelados por um sistema de equações do primeiro grau.	modelagem envolva sistemas de primeiro grau	<p>ou não adequada ao problema correspondente.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Perceber a necessidade de uma técnica de resolução <p>Ao encontrar as possíveis soluções de cada uma das equações do sistema, obtidas no equacionamento dos problemas propostos, o professor deve discutir com os alunos a existência de infinitas soluções para cada uma das equações e em seguida, sugerir que organizem esses dados numa tabela, para finalmente buscar as soluções que são comuns às duas equações.</p> <p>O professor pode então propor exercícios que procurem mostrar ao aluno que existem métodos simples e pouco trabalhosos de se chegar a solução do sistema: os métodos de adição e substituição.</p> <p>É desejável que antes do trabalho com o método de adição para a resolução de sistemas, o professor enfatize com os alunos que os seguintes procedimentos não alteram a solução de um sistema:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Trocar entre si as posições de duas equações • Multiplicar ambos os membros de uma equação por um número diferente de zero • Somar aos termos de uma equação do sistema os termos correspondentes de outra equação. <p>Tendo adquirido as técnicas de resolução de sistemas, o professor pode então retomar com os problemas e lembrar que a discussão dos sistemas de equações que têm infinitas soluções ou nenhuma solução deve ser feita sempre através de exemplos.</p> <p>Para ampliar o conteúdo desse tópico sugerimos as seguintes leituras:</p> <p>1) Sobre o ensino de sistemas lineares. _Elon Lages Lima. Maria Laura Gomes e Cristina Ferreira. Rio de Janeiro: SBM. Trata-se de dois artigos integrantes da Revista do Professor de Matemática (RPM).</p> <p>2) Fundamentos da Matemática Elementar. Gelson Iezzi. São Paulo: Atual, 2004. O livro apresenta uma possibilidade de aprofundamento no estudo de funções acompanhado de exercícios e testes de vestibulares.</p>				
10. Equações do segundo grau	10.1 Reconhecer uma equação de segundo grau e utilizá-la na modelagem de diferentes situações.	Equações de segundo grau	<p>Primeiramente é importante que o aluno se familiarize com o conceito de raiz de uma equação do segundo grau. Neste sentido é importante que se façam alguns exemplos de substituição numérica em expressões do segundo grau observando que é sempre possível verificar se algum número é ou não raiz de uma equação. Em seguida, pode-se começar com a equação $x^2 - a = 0$, para vários valores de a. Tem-se aqui uma boa oportunidade de discutir o conceito de raiz quadrada de um número. Gradativamente pode-se passar para situações mais complexas como, por exemplo: $x^2 - bx = 0$, para diversos valores de b e $(x-b)^2 - c = 0$, de modo que a turma perceba que manipulações algébricas podem ajudar na resolução de uma equação do segundo grau. Esta é também uma ocasião para que o aluno desenvolva o seu espírito analítico por meio da observação de diversas situações em que um problema pode ter uma, duas ou nenhuma solução. Além disso, muitas vezes, conforme o contexto, é necessário descartar uma solução que não seja compatível com problema proposto, por exemplo ,achar o lado do quadrado cuja diferença</p>				I/C
	10.2 Identificar a(s) raiz(izes) de uma equação do segundo grau.	Raízes de uma equação de segundo grau					I/C
	10.3 Identificar as raízes de uma equa-	Métodos de resolução de					I/C

	ção dada por um produto de fatores do primeiro grau.	uma equação de segundo grau.	entre a sua área e o seu perímetro é igual a 5 .A fatoração de uma expressão de grau dois como produto de dois fatores de grau um permitem a dedução da fórmula para obtenção das raízes de uma equação do segundo grau (“completando o quadrado”, por exemplo). Para ampliar a utilização da linguagem matemática em problemas contextualizados, sugerimos explorar etapas sugeridas por G. Polya para a resolução de problemas: 1ª etapa: Compreender o problema: Nesta etapa é importante fazer perguntas, identificar qual é a incógnita do problema, verificar quais são os dados e quais são as condições entre outros. 2ª etapa: Construção de uma estratégia de resolução: Nesta etapa devemos encontrar as conexões entre os dados e a incógnita, caso seja necessário considerando problemas auxiliares ou particulares. 3ª etapa: Execução da estratégia: Frequentemente, esta é a etapa mais fácil do processo de resolução de um problema. Contudo, a maioria dos principiantes tende a pular esta etapa prematuramente. 4ª etapa: Revisando a solução: Exame da solução obtida e verificação dos resultados e dos argumentos utilizados.				
	10.4 Resolver problemas que envolvam uma equação do segundo grau.	Problemas que envolvam equações de segundo grau					I
11. Equações	11.1 Identificar as raízes de uma equação dada por um produto de fatores do primeiro e do segundo graus.	Equações fatoráveis	Sugerimos que explorem esse tipo de equações depois de garantir todas as habilidades referentes ao estudo das equações de primeiro grau e segundo grau. Para ampliar o estudo desse tema sugerimos a seguinte leitura: O romance das equações algébricas. Gilberto Garbi. São Paulo: Livraria da Física, 2009. O livro aborda de forma clara e instigante, assuntos como equações numéricas e algébricas e a relação de diferentes povos com a Matemática.				

Tema: Variação entre grandezas

TÓPICOS	HABILIDADES	CONTEÚDOS	ORIENTAÇÕES PEDAGÓGICAS	CICLOS			
				INTERMEDIÁRIO		DA CONSOLIDAÇÃO	
				6º	7º	8º	9º
12. Razão e proporção	12.1 Reconhecer a variação e dependência de grandezas para compreender a realidade.	Grandezas, razões e proporções	Para familiarizar o aluno com o conceito de razão e proporção é aconselhável que o professor trabalhe o conceito de razão envolvendo aplicações práticas como, por exemplo, velocidade média, escalas, densidade demográfica e densidade de um corpo. No que tange às grandezas diretamente proporcionais, vale a pena insistir na definição, mostrando que há uma dependência entre elas, o que implica que, se uma delas for multiplicada por um número, a outra também ficará multiplicada por esse mesmo número. Ao explorar o conceito de inversamente proporcionais, o professor deve		I	A	A
	12.2 Identificar grandezas diretamente proporcionais.	Grandezas diretamente proporcionais.			I	A	C

	12.3 Identificar grandezas inversamente proporcionais.	Grandezas inversamente proporcionais	<p>insistir na ideia de que o produto entre elas será sempre constante. É fundamental que o professor desmistifique a ideia de muitos alunos que confundem o conceito de grandezas diretamente proporcionais com o de crescimento, isto é, afirmam erroneamente que se uma grandeza Y cresce quando a grandeza X cresce então Y e X são grandezas diretamente proporcionais (veja, por exemplo, a relação exponencial). É aconselhável, também, que o professor faça isso para o caso da interpretação de que grandezas inversamente proporcionais se relacionam com decréscimo. No trabalho com porcentagem, é aconselhável que o professor peça aos alunos para coletarem notícias em jornais, revistas, anúncios avulsos, e outros, presentes no cotidiano para que os alunos tenham oportunidade de verificar a utilidade desse conteúdo. Esse é um tema rico para que o professor crie uma aula motivadora e contextualizada. A mesma atividade pode ser proposta para explorar os conceitos de juros simples. É importante que o professor discuta com seus alunos dois erros que são cometidos com frequência:</p> <ul style="list-style-type: none"> • afirmar que se um bem teve um aumento de 2% em janeiro e de 5% em fevereiro então ele teve um aumento total de 7%; e • se um bem de valor x teve um aumento de 4% e logo em seguida seu valor teve uma redução de 4%, então o valor final volta a ser x. <p>Explore a interdisciplinaridade, proporções podem ter boas aplicações nas ciências da natureza, por exemplo, a sequência de Fibonacci e suas inúmeras representações na biologia, na arte, explore a proporção áurea. Trabalhe em sala com o filme Donald no país da Matemática disponível em :http://www.youtube.com/watch?v=TphWfs_OXkUí.</p> <p>Para ampliar o estudo desse tema sugerimos a seguinte leitura: Razões e proporções. Lúcia Tinoco. Rio de Janeiro: UFRJ, 1997. O livro faz parte das publicações do Projeto Fundão, uma coletânea de livros temáticos que reúne uma coleção de atividades para o ensino em sala de aula. O livro proporciona ao professor uma série de alternativas para uma abordagem natural do tema, permitindo um desenvolvimento posterior mais formalizado.</p>		I	A	C	
	12.4 Resolver problemas que envolvam grandezas direta e inversamente proporcionais por meio de estratégias variadas, incluindo a regra de três.	Regra de três simples e compostas					I	A
	12.5 Interpretar e utilizar o símbolo %.	Porcentagem			I	A	A	A
	12.6 Resolver problemas que envolvam o cálculo de porcentagem.	Porcentagens			I	A	A	A
	12.7 Resolver problemas que envolvam o cálculo de prestações em financiamentos com poucas prestações.	Juros simples, financiamentos, descontos e acréscimos				I	A	A
	12.8 Resolver problemas por meio do cálculo de descontos, lucros e prejuízos.	Juros, descontos e aumentos sucessivos					I	A
	12.9 Resolver problemas comparando preços à vista e a prazo.	Problemas envolvendo noções de porcentagens e juros.					I	A
13. Plano Cartesiano e Funções	13.1 Reconhecer o plano cartesiano.	Representação cartesiana.		<p>Para estimular tais habilidades o professor poderá introduzir o plano cartesiano e trabalhar com os alunos, individual e coletivamente, o reconhecimento, a localização e a representação de pontos no plano. Dentre as atividades que o professor poderá propor aos alunos uma das mais relevantes é a marcação de vários pontos (coordenadas) num plano cartesiano representado em papel quadriculado. O professor poderá, também, após breve explanação sobre simetria em relação aos eixos e à origem, solicitar aos alunos que marquem no plano cartesiano os simétricos de pontos da-</p>		I	A	A
	13.2 Localizar pontos no plano cartesiano.	Sistema cartesiano.			I	A	C	
	13.3 Representar um conjunto de dados gráfi-	Construção e representação gráfica.			I	A	C	

	camente no plano cartesiano.		dos e, por exemplo, o simétrico de um segmento, identificando suas extremidades.				
	13.4 Reconhecer a relação de dependência entre duas grandezas distinguindo relações e funções.	Relações e funções	Quanto ao estudo das funções ele deve se iniciar com situações possíveis de serem modeladas por funções. Exemplos simples como a função modular (que pode ser, por exemplo, associada à distância de um ponto até a origem na reta numérica) ou, por exemplo, a distância percorrida por um automóvel cujo movimento envolve paradas e diferentes velocidades durante o percurso, funções definidas por situações geométricas, alturas, perímetros, áreas ou volumes. Em seguida, podem-se construir novos exemplos, por composição, a partir das funções elementares estudadas anteriormente.				I
	13.5 Identificar uma função linear a partir de sua representação algébrica ou gráfica.	Função de primeiro grau, e representação gráfica	No ensino de função de primeiro grau, quando a ideia é desenvolver métodos para solucioná-las, o professor poderá apresentar e discutir algumas situações-problema sobre proporção direta como, por exemplo: definir que duas grandezas x e y são diretamente proporcionais se existir uma constante a tal que $y/x = a$ para todos os valores correspondentes de x e y . Neste caso, obtém-se que $y = ax$, ou seja, que y é uma função linear de x .				I
	13.6 Utilizar a função linear para representar relações entre grandezas diretamente proporcionais.	Função de primeiro grau e grandezas diretamente proporcionais	Terminado esse estudo das funções lineares, o professor poderá iniciar o estudo das funções do primeiro grau, que são funções do tipo $y = ax + b$. O início do estudo dessas funções pode ser dado através da discussão de algumas situações-problema.				I
	13.7 Identificar uma função do segundo grau a partir de sua representação algébrica ou gráfica.	Lei e representação gráfica de uma função de segundo grau	No ensino de função de segundo grau, quando a ideia, também, é desenvolver métodos para solucioná-la, uma vez apresentadas e discutidas algumas situações-problema o professor poderá começar com casos específicos e sistematicamente generalizar até que seja possível tratar o tema abstratamente, usando a linguagem algébrica. Esta é uma boa ocasião para reforçar a relação entre expressões algébricas, isto é, polinômios do segundo grau e gráficos.				I
	13.8 Representar graficamente funções do segundo grau.	Gráficos de funções do segundo grau.	Começando com a análise da função $f(x) = x^2$ e apresentando a curva que ela descreve, aproveite para lembrar que a parábola é uma curva que aparece em várias situações cotidianas, por exemplo, nas antenas e espelhos parabólicos. O professor poderá perguntar aos alunos: Por que usar a parábola em antenas? Este é um bom tema para ser explorado em conjunto com outras disciplinas, especialmente a física. Tome cuidado ao apresentar esses conceitos, pois os alunos têm a tendência de muitas vezes confundir uma equação com uma função e, independentemente da questão que está sendo tratada, passar a discutir o sinal do discriminante. Nesse momento não busque um ensino rigoroso desse tema, funções, explore apenas a relação de dependência entre duas grandezas e o significado disso, aproveitando para explorar as concepções gráficas nesse tipo de relação. Sugerimos também que os professores façam uso da oficina "" Enchendo Potes "" oferecida pela SEE/MG em 2011 e disponível no site do CRV: crv@educacao.mg.gov.br .				I
	13.9 Resolver problemas que envolvam funções de primeiro e segundo grau apresentadas em diferentes linguagens (textos, tabelas, gráficos).	Funções de primeiro e segundo grau .					I

			<p>Para ampliar o estudo desse tema sugerimos as seguintes leituras:</p> <p>1) Em busca das coordenadas. Ernesto Rosa Neto. São Paulo: Ática, 2011. O livro aborda o tema coordenadas, através de uma história bem divertida.</p> <p>2) Fundamentos da Matemática Elementar. Volume 6. Gelson Iezzi e Carlos Murakami. São Paulo: Atual, 2004. O livro oferece a possibilidade de aprofundamento no estudo das funções acompanhado de exercícios e testes de vestibulares.</p> <p>3) Funções Interessantes. Ana Catarina Hellmeister, RPM 63, 2008, p. 24-28.</p> <p>4) A interpretação gráfica no ensino de funções”- Katia Cristina, Marília Centuion Maria Ignes Vieira Diniz, RPM 14, 1989, p 1-7</p>				
--	--	--	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--	--	--	--

Eixo – Tratamento de Dados

Tema – Representação Gráfica e Média Aritmética

Competência – Interpretar informações de natureza científica e social obtidas da leitura de gráficos e tabelas, realizando Associações e estabelecendo previsões a partir dos conceitos básicos de estatística probabilidade

TÓPICOS	HABILIDADES	CONTEÚDOS	ORIENTAÇÕES PEDAGÓGICAS	CICLOS			
				INTERMEDIÁRIO		DA CONSOLIDAÇÃO	
				6º	7º	8º	9º
1. Organização e apresentação de um conjunto de dados em tabelas ou gráficos	1.1 Organizar e tabular um conjunto de dados.	Breve histórico da Estatística	<p>Para estimular tais habilidades o professor poderá fazer uso de jornais e revistas, entre outros recursos didáticos utilizados para contextualizar o tema tratamento da informação, e assim permitir ao aluno desenvolver uma leitura crítica de gráficos e tabelas. É aconselhável que o professor busque dados em pesquisas, por exemplo, do IBGE do Ministério da Saúde, sobre tópicos interessantes, que venham a contribuir para a formação do aluno. Outra estratégia é elaborar uma sequência de atividades para leitura e interpretação de gráficos e tabelas, utilizando fontes de sites com conteúdos estatísticos e levantar as impressões dos alunos sobre as informações apresentadas em tabelas e gráficos a partir desses sites. Sugerimos, por exemplo, realizar a tarefa abaixo:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Desenvolver procedimentos de coleta de dados, onde se organize e represente os mesmos em forma de tabelas e gráficos de barras e colunas; - Fazer a leitura e interpretar corretamente tabelas, gráficos de barras e colunas. <p>Para isso utilize uma TV Pendrive se mostra os tipos de gráficos, como se faz uma pesquisa de coleta de dados, quem as faz e a importância da mesma na sociedade, em seguida juntamente com os alunos se faz a leitura de vários gráficos e tabelas. Após esta fase, o professor separa os alunos em grupo e propõe uma pesquisa para coleta de dados onde o tema fica a escolha dos</p>	I	A	A	A
	1.2 Interpretar e utilizar dados apresentados em tabelas.	Tabelas e organização de dados		C	R		
	1.3 Utilizar informações expressas em gráficos ou tabelas para fazer inferências.	Gráficos e representação de dados		C	C	C	C
	1.4 Interpretar e utilizar dado apresentados num gráfico de segmentos ou linhas.	Gráficos de segmento		I	A	A	A

1.5 Utilizar um gráfico de colunas para representar um conjunto de dados.	Gráficos de colunas	<p>mesmos, e com os dados colhidos estes fazem a construção e exposição da tabela e gráficos, elaboram questões referentes ao tema para ser respondido pelos integrantes dos outros grupos. Os televisores, que chamamos de TV Pendrive, têm entrada para cartão de memória, como aqueles que usamos em máquinas fotográficas e filmadoras, principalmente para armazenar imagens. Você poderá salvar, em seu pendrive, objetos de aprendizagens e utilizá-los nas aulas. Esses objetos são recursos que podem complementar e apoiar o processo de ensino-aprendizagem, que estão disponíveis no BIOE do MEC no site www.mec.gov.br. Dentre os objetos que serão disponibilizados estão os áudios e vídeos produzidos pela TV Paulo Freire e os objetos de aprendizagem (animações 2D, imagens, ilustrações, etc.) desenvolvidos pelo Multimeios, acervos de domínio público disponíveis na Internet e catalogados pelo Portal e acervos digitais diversos adquiridos pela SEE/MG e outros membros do CONSED.</p> <p>O professor deve sempre destacar para os alunos que um gráfico deve reunir sempre duas características: simplicidade e clareza, uma não comprometendo a outra e que em sua elaboração deve-se estar atento aos seguintes aspectos: O título do gráfico deve ser o mais claro e completo possível; Os dados devem estar dispostos de maneira clara e precisa; Deve-se sempre indicar a fonte das informações; As variáveis de cada um dos eixos e a escala de valores devem ser sempre apresentadas; A veracidade das informações não pode ser omitida.</p> <p>No caso dos gráficos de setores, após o aluno já ter percebido como ler e interpretá-lo, o professor pode começar com as construções desse tipo de gráfico, o que pode requer uma retomada de alguns conceitos e procedimentos tais como círculos, ângulos, setor circular, traçado de circunferências, medida de ângulos usando transferidor. No caso de não ser possível o uso de uma planilha eletrônica a construção será manual e o aluno terá que dividir o disco em partes proporcionais aos percentuais indicados. Assim, aproximações deverão ser feitas.</p> <p>Para melhorar o entendimento sobre os gráficos é aconselhável que o professor trabalhe a obtenção da tabela a partir do gráfico de barras e do gráfico de segmentos a partir do gráfico de barras e assim por diante.</p> <p>É importante o professor explicar ao aluno que dependendo dos dados apresentados é mais indicado usar um ou outro tipo de gráfico.</p> <p>Feito isso o professor pode pedir que os alunos façam pesquisas sobre, por exemplo, preferências diversas de um grupo de alunos, da escola ou da comunidade. Seria interessante o professor discutir na sala de aula o que vai ser pesquisado e elaborar juntamente com os alunos um questionário. Esse trabalho deve envolver outras disciplinas. Caso a escola tenha computador disponível o professor pode usar o programa Excel ou um similar para construir tabelas e gráficos.</p> <p>Para ampliar o conteúdo desse tópico sugerimos as seguintes leituras:</p> <p>1) Introdução ilustrada à Estatística. Sérgio Francisco Costa. São Paulo: Harbra, 2005. O livro faz uma reflexão sobre o ensino de estatística no ensino fundamental.</p> <p>2) Estatística para todos. Frances Clegg. Lisboa: Gradiva, 1995. O livro é um estudo sobre a abordagem da estatística vislumbrando uma aprendizagem mais instigante.</p>	A	A	A	A
1.6 Interpretar e utilizar dados apresentados num gráfico de colunas.	Gráficos de colunas		A	A	A	A
1.7 Utilizar um gráfico de setores para representar um conjunto de dados.	Gráficos de setores			I	A	A
1.8 Interpretar e utilizar dados apresentados num gráfico de setores.	Gráficos de setores		I	A	A	A
1.9 Associar informações apresentadas em listas ou tabelas simples aos gráficos que as representam e vice versa.	Gráficos.			I	A	A

Tema – Probabilidade

TÓPICOS	HABILIDADES	CONTEÚDOS	ORIENTAÇÕES PEDAGÓGICAS	CICLOS			
				INTERMEDIÁRIO		DA CONSOLIDAÇÃO	
				6º	7º	8º	9º
2. Média aritmética	2.1 Resolver problemas que envolvam a média aritmética.	Média aritmética	<p>Como quase todos os alunos já sabem que para calcular a sua média num período escolar eles devem somar as notas obtidas naquele período e dividir essa soma pelo número de total dessas notas, definir média aritmética é apenas dar nome a um conceito já conhecido. Definida a média, o professor pode, então, propor que os alunos calculem outras médias tais como a altura e idade média da turma.</p> <p>Assimilado o conceito, o professor deve orientar uma discussão sobre o que significa a média em relação ao conjunto de dados usados para calculá-la.</p> <p>Exemplificando: através de uma tabela previamente preparada o professor pode discutir que o fato do salário médio pago por uma empresa ser de R\$2500,00 não significa que todos os seus empregados recebam esse salário.</p> <p>Ou, ainda, que o fato da média da turma em uma prova de matemática ter sido 5 não significa que todos os alunos da turma tiveram nota 5 nessa prova.</p> <p>Para desenvolver outras habilidades o professor pode trabalhar com atividades práticas. Por exemplo, sugerimos levar os alunos a outro local (farmácia), para pesar os alunos anotando numa tabela. Em sala, com a fita métrica, determinar a medida da altura dos alunos e anotar na mesma tabela do peso. Com a ajuda da professora, montar o gráfico referente ao peso dos alunos ou à altura dos alunos. Aproveitar a oportunidade e informar sobre o Índice de Massa Corporal correto para se ter boa saúde. Com a ajuda da professora, observar e entender a tabela criada para o controle do IMC. Também com a ajuda da professora, calcular o IMC de cada um através do uso da fórmula: $IMC = \frac{PESO (KG)}{ALTURA \times ALTURA (M)}$, essa também seria uma ótima oportunidade para convidar o professor de Educação Física e Ciências a trabalharem juntos com a Matemática. A oralidade e o desenvolvimento da competência comunicativa é uma tarefa que todos na escola devem se sentir responsáveis e o professor de Matemática pode desenvolvê-la logo após a realização da sequência acima citada ,perguntando aos alunos :</p> <ol style="list-style-type: none"> Quais ações devem ser feitas com os alunos que estão abaixo do “peso”? Quais ações devem ser feitas com os alunos que estão acima do “peso”? Quem é o (a) aluno (a) mais alto (a)? E o (a) mais baixo (a)? Qual é o (a) aluno (a) com maior peso? E o(a) com menor peso? Qual a diferença entre o que tem mais “peso” e o que tem menos peso? Qual a diferença entre a altura do menino mais alto e a menina mais alta? Faça a média geral do “peso” de todos os alunos da turma. 	I	A	A	A

3. Conceitos básicos de probabilidade	3.1 Relacionar o conceito de probabilidade com o de razão.		<p>No mundo atual, diariamente, cada indivíduo recebe grande quantidade de informações e, com frequência, utiliza técnicas estatísticas para correlacionar dados e, a partir destes, tirar conclusões. Além disso, outras áreas do conhecimento, como Biologia, Física, Química, Geografia, entre outras, fazem uso, constantemente, da linguagem estatística. Assim, vislumbramos o ensino da estatística assumindo um papel de instrumento de operacionalização, de integração entre diversas disciplinas e mesmo entre diferentes temas dentro da própria Matemática.</p> <p>Para estimular as habilidades referidas o professor deve incentivar seus alunos a investigar o campo das possibilidades de determinados acontecimentos, em situações variadas, como jogos, eventos, sorteios ou até mesmo riscos e previsões de tempo ou outras. O professor pode, por exemplo, propor como atividade que cinco cartões coloridos, um verde, um amarelo, um azul e dois brancos, sejam colocados numa caixa e fazer perguntas tais como: é possível tirar um cartão preto da caixa? Então, qual a chance de sair um cartão preto? É possível tirar um cartão amarelo da caixa? Qual a chance de sair um cartão amarelo? A probabilidade proporciona um modo de medir a incerteza e de mostrar aos alunos como matematizar, como aplicar a matemática para resolver problemas reais. Para isso, recomenda-se um ensino das noções probabilísticas a partir de uma metodologia heurística e ativa, por meio da proposição de problemas concretos e da realização de experimentos reais ou simulados. É importante que ensinemos aos nossos alunos da escola básica o caráter específico da lógica probabilística, a forma de distinguir graus de incerteza e de comparar suas predições e extrapolações particulares como o que realmente sucede; em uma frase, que lhes ensinemos a ser donos de sua própria incerteza. Citamos, como sugestão uma tarefa que pode ser trabalhada em sala de aula :</p> <p>1ª etapa: Divida os alunos em duplas, distribua os dados e proponha que joguem. Explique que, antes de iniciar, cada dupla tem de decidir quem será par e quem será ímpar. Para começar, os dados devem ser lançados juntos. Depois, basta multiplicar os pontos da face superior de cada um. Se o produto for par, ponto para o jogador par. Se for ímpar, ponto para o oponente. O jogo termina após dez lançamentos e vence quem fizer o maior número de pontos. Proponha a realização do jogo por três rodadas e observe atentamente as reações dos alunos conforme as rodadas avanças, pois a turma pode estranhar a repetição de resultados. 2ª etapa: Discuta com os alunos qual dos resultados mais apareceu. Provavelmente os alunos dirão "par". Questione o motivo. É provável que, num primeiro momento, o grupo descreva as possibilidades utilizando os registros da tabela. Incentive todos a generalizar as possibilidades de resultados da multiplicação da face superior dos dois dados. Por exemplo: "A multiplicação de um número par por um número par resulta em um número par". Explique que conhecendo todas as possibilidades de resultados, é possível pensar na chance que o resultado par ou ímpar tem de vencer, comparando o número de possibilidades favoráveis em relação ao número de possibilidades.</p> <p>3ª etapa: Questione sobre a chance do aluno que escolher ímpar, tem de vencer. Observe os registros e verifique se há duplas que fizeram a anotação na forma de</p>	I	A	A	A	
	3.2 Resolver problemas que envolvam o cálculo de probabilidade de eventos simples.	Probabilidade						I
	3.3 Avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos de estatística e probabilidade.	Probabilidade						
	3.4 Utilizar conhecimentos de estatística e probabilidade como recurso para a construção de argumentação.	Estatística e aplicações da teoria de probabilidades						
				I	A	A	A	
				I	A	A	A	

razão ou porcentual. É esperado que os alunos conclua que quem escolheu par tem 3 chances em 4 e quem escolheu ímpar só tem 1 em 4. Caso não apareçam registros de natureza diferentes, promova uma análise de questões. Por exemplo: "Como registrar, utilizando uma razão, a chance de vencer quem escolheu par e de quem escolheu ímpar? Qual a forma percentual desses registros?" Nesse caso, é esperado que os alunos reconheçam que podemos representar esses resultados pela razão (par: $\frac{3}{4}$ e ímpar: $\frac{1}{4}$) e que os registros percentuais que equivalem a essas razões são, respectivamente, 75 e 25%. Ou seja, a chance de o par vencer é maior do que a do ímpar. Explique que, muitas vezes, nos deparamos com situações que possibilitam diferentes resultados e precisamos saber qual é a chance de um desses resultados se realizar ou não e que o campo da Matemática que se dedica a esse estudo é chamado probabilidade.

Ainda nesse estudo é importante que o professor discuta com os alunos alguns pontos tais como:

- Esclarecer que a certeza de ocorrência de certo evento só existe se a probabilidade desse evento for 1;
- Esclarecer que o fato da probabilidade de dar cara num lançamento de uma moeda ser 50% não significa, necessariamente, que em 10 lançamentos, por exemplo, 5 darão cara.
- O conceito de probabilidade deve ser entendido como a razão, nessa ordem, do número de casos favoráveis de ocorrer certo fato e do número de casos possíveis de ocorrência desse fato.
- A definição formal de evento e espaço amostral pode e deve ser dispensada nessa fase inicial, mas a definição de probabilidade pode ser apresentada resumidamente pela fórmula usual.
- Informar aos alunos que frequentemente a probabilidade aparece na forma de porcentagem que é outra representação do número racional correspondente.

Enfatizar ainda os seguintes pontos, sempre através de exemplos e atividades:

- A probabilidade é sempre um número entre zero e um.
- Se a probabilidade de um evento é igual a 1, isto significa certeza desse evento, e que se a probabilidade de um evento é zero então isto significa que esse evento é impossível.
- A proporcionalidade entre a probabilidade e o número de casos possíveis, ou seja, a chance de premiação de uma pessoa que compra 12 números de certa rifa é três vezes a chance de uma pessoa que compra 4 números da mesma rifa.

7- Referências Bibliográficas

REVISTA do Professor de Matemática (RPM) publicada pela Sociedade Brasileira de Matemática(SBM) - RP BIBLIOGRAFIA

PCN+ Ensino Médio. Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias, MEC. (e referências nele contidas).

PCN - Parâmetros Curriculares Nacionais [PCN] para a área de Matemática no ensino fundamental (www.mec.gov.br/sef/estruct2/pcn/pdf/matematica.pdf)

REVISTA do Professor de Matemática (RPM) publicada pela Sociedade Brasileira de Matemática(SBM) - RPM - IME - USP - Caixa postal 66281 - CEP 05 311-970 - , que contém tanto artigos de discussão sobre questões de ensino quanto sugestões e relatos de experiências em salas de aula.

LINDQUIST, Mary Montgomery e Shulte, Albert P., organizadores. Aprendendo e Ensinando Geometria. Atual Editora, 1994.

MACHADO, N.J. et al, Vivendo a Matemática. Editora Scipione.

GIONGO, Affonso Rocha. Construções Geométricas. Editora Nobel.

IFRAH, G.; Os números: A história de uma grande invenção, Ed. Globo,1989.

KRULIK,S.Reys.F.; A resolução de Problemas na matemática escolar, Atual, 1998.

LIMA, E. L et al. A Matemática do Ensino Médio. Sociedade Brasileira de Matemática(SBM) Coleção do Professor de Matemática, Três volumes.

LIMA, Elon Lages. Meu professor de Matemática. Sociedade Brasileira de Matemática(SBM).Col. do Professor de Matemática.

BARBOSA J. L.,. Geometria Euclidiana Plana. Sociedade Brasileira de Matemática(SBM). Col. do Professor de Matemática.

BOYER, Carl B. História da Matemática. Editora Edgard Blücher LTDA, 1974.

Software Cabri-géomètre de geometria dinâmica.

MORGADO, A . C . et al, Análise Combinatória e Probabilidade, SBM, Col. do Professor de Matemática.

Software gratuito de geometria dinâmica de geometria dinâmica Z.n.L. (ou C.a.R.)

SANTOS, J. P. O. , Introdução à Análise Combinatória, Ed. UNICAMP.

HAZAN, S. Fundamentos de Matemática Elementar, ed. Atual.

Coleção O prazer da Matemática, ed. Gradiva, Portugal.

Coleção Ciência Aberta, ed. Gradiva, Portugal.

Polya,G. Mathematical Discovery: on understanding, learning in teaching problem solving, John Wiley, 1981.

SCHOENFELD,A. Mathematical Problem Solving, Ac. Press, N.York.

WAGNER, Eduardo. Construções Geométricas. Sociedade Brasileira de Matemática Col.do Professor de Matemática.

Morgado, Augusto Cesar e outros, Progressões e Matemática Financeira, SBM, Col. do Professor de Matemática.

Resolução da SEE/MG nº 2197 de 26/10/2012.

Resolução CNE/SEB nº 07 de 14/10/2010

Lista de sites interessantes para os professores de Matemática, RPM,41, 1999.

<http://standards.e.ntcm.org>

www.teacherlink.org/content/math

www.enc.org

www.mathforum.org

www.geom.umn.edu

www.sbm.br

www.mathmistakes.com

www.m-a.org.uk/

www.obm.org.br

M - IME - USP - Caixa postal 66281 - CEP 05 311-970 - , que contém tanto artigos de discussão sobre questões de ensino quanto sugestões e relatos de experiências em salas de aula.

www.mat.ufmg.br/apefm

www.obmep.org.br

6.2 Componente Curricular: Matemática

6.2.1 Apresentação do Componente Curricular Matemática

O componente curricular de Matemática fundamenta-se nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e nas Diretrizes Curriculares Nacionais (DCN). Tem como finalidade o desenvolvimento das competências gerais de investigação, compreensão de fenômenos, construção de representações significativas e argumentações consistentes nos mais variados contextos.

O conhecimento matemático é essencial para a formação de cidadãos críticos, capazes de compreender e transformar o mundo à sua volta, fazer observações sistemáticas identificando padrões e regularidades existentes, resolver situações-problema, estabelecer relações entre temas matemáticos de diferentes campos e, entre esses temas e conhecimentos de outros componentes curriculares e desenvolver nos estudantes a capacidade de interagir com seus pares de forma colaborativa.

Os diferentes campos que compõem a Matemática reúnem um conjunto de ideias fundamentais para o desenvolvimento do pensamento matemático dos estudantes, dentre eles: equivalência, ordem, proporcionalidade, interdependência, representação, variação e aproximação. Essas ideias, por serem fundamentais, reitera-se, devem ser convertidas, na escola, em objetos de conhecimento.

6.2.2 Relação do Componente Curricular com as Concepções do Currículo Referência de Minas Gerais

O Currículo Referência de Minas Gerais apresenta os princípios orientadores para uma escola capaz de promover as competências indispensáveis ao enfrentamento dos desafios sociais, culturais e profissionais do mundo contemporâneo. Nessa perspectiva, contempla algumas das principais características da sociedade do conhecimento e propõe princípios orientadores para a prática educativa, a fim de que, as escolas mineiras possam preparar seus estudantes em consonância com esta contemporaneidade.

O currículo precisa ser adaptado aos diferentes contextos para atender a um determinado ambiente geográfico e/ou social. Neste caso, é importante que o Projeto Político Pedagógico (PPP) contemple as especificidades locais, considerando a integralidade do estudante que se pretende formar.

Para atender às novas necessidades do mundo contemporâneo, espera-se que a Matemática esteja relacionada entre si e com outros componentes curriculares atribuindo significado ao conhecimento escolar e incentivando o raciocínio e a capacidade de aprendizagem.

Desta forma, é necessário que o componente curricular no Ensino Fundamental, sempre que possível, relacione os conhecimentos matemáticos, e que esses conhecimentos sejam interligados com o cotidiano do estudante, tornando o aprendizado significativo. Além disso, espera-se que a Matemática forneça aos estudantes o desenvolvimento de algumas habilidades como o letramento matemático, a resolução de problemas, a investigação, a visualização, a percepção e a argumentação. Essas habilidades possibilitarão que os estudantes estabeleçam conexões com várias áreas do saber.

6.2.3 Especificidades do Componente Curricular

No Brasil, aproximadamente 7 em cada 10 pessoas não têm domínio mínimo da matemática e, de acordo com o senso comum, existe a interpretação de que a habilidade com os números não é para todos. Acreditamos, por meio da observação de resultados de pesquisas recentes, que a matemática não deve ser para poucos. Segundo Boaler:

As novas evidências da neurociência revelam que todas as pessoas, com a **mensagem** e o ensino adequados, podem ser bem-sucedidas em matemática e todos podem ter altos níveis de aprendizagem nas escolas. Existem crianças que têm necessidades educacionais muito especiais as quais dificultam sua aprendizagem em matemática, mas para a maioria das crianças – cerca de 95% – qualquer nível de matemática escolar está a seu alcance. (BOALER, 2015).

O Currículo Referência do Componente de Matemática traz a concepção de que a matemática é para todos. Desse modo, as práticas de ensino exercerão papel de extrema relevância no encorajamento de todos os estudantes.

A seleção das práticas de ensino do componente curricular de Matemática, contempla dentre outras, a utilização de atividades investigativas, o trabalho colaborativo e o estudo sistemático a cada etapa de ensino. As atividades investigativas podem ser realizadas tanto individual quanto em pequenos grupos. Essa prática dependerá dos objetivos propostos pelo professor de acordo com as habilidades a serem desenvolvidas pelos

estudantes. Nesse sentido:

Investigar é procurar saber o que não se sabe. [...] Para os matemáticos profissionais, investigar é descobrir relações entre objetos matemáticos conhecidos ou desconhecidos, procurando identificar as respectivas propriedades.[...] Uma investigação matemática desenvolve-se usualmente em torno de um ou mais problemas. Pode mesmo dizer-se que o primeiro grande passo de qualquer investigação é identificar claramente o problema a resolver. Por isso, não é de admirar que, em matemática, exista uma relação estreita entre problemas e investigações. (Ponte, J; Brocardo, J; Oliveira, H., 2016).

Sobre as práticas pedagógicas, que utilizam o trabalho colaborativo, destacamos sua importância na abordagem de uma perspectiva inclusiva, em que todos têm o direito de estarem juntos, aprendendo e participando, desenvolvendo suas múltiplas habilidades, promovendo a equidade entre os estudantes e seus pares. Vale destacar, a necessidade de atividades adequadas para sua realização em grupo, ou seja, atividades abertas, investigativas e que, em algum nível, os estudantes precisam uns dos outros para completar a tarefa. Segundo especialistas:

Alunos trabalhando juntos em grupos pequenos de modo que todos possam participar de uma atividade com tarefas claramente atribuídas. Além disso, é esperado que os alunos desempenhem suas tarefas sem supervisão direta e imediata do professor. (Choen e Lotan, 2017, p.1).

Sobre o estudo sistemático a cada etapa de ensino, merece atenção especial a progressão horizontal existente entre as habilidades de uma mesma Unidade Temática ao longo de todo Ensino Fundamental. Vale ressaltar, que a progressão se apresenta à medida que a habilidade se aprofunda, exigindo do estudante um desenvolvimento cognitivo cada vez mais elevado.

Lembramos que o foco do processo de ensino e de aprendizagem não é o objeto do conhecimento em si. O foco deve ser, para além do objeto, ou seja, de que maneira ele será ensinado e de que maneira será aprofundado. Por isso, o professor deve estar atento aos conhecimentos prévios dos estudantes sobre o que será estudado em relação às Unidades Temáticas: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas e Probabilidade e Estatística para acompanhar a progressão das habilidades a serem desenvolvidas pelos estudantes ao longo de todo Ensino Fundamental.

Vejamos a seguir uma análise de como se dá a progressão de uma habilidade da Unidade Temática Números. Ressaltamos que a habilidade apresentada a seguir se inicia no 1º ano do Ensino Fundamental, sendo assim é apresentado um recorte da progressão:

UNIDADE TEMÁTICA	PROGRESSÃO DE HABILIDADES			
	4º ANO	5º ANO	6º ANO	7º ANO
NÚMEROS	(EF04MA01) Ler, escrever e ordenar números naturais até a ordem de dezenas de milhar.	(EF05MA01) Ler, escrever e ordenar números naturais até a ordem das centenas de milhar com compreensão das principais características do sistema de numeração decimal.	(EF06MA01) Comparar, ordenar, ler e escrever números naturais e números racionais cuja representação decimal é finita, fazendo uso da reta numérica.	(EF07MA01) Resolver e elaborar problemas com números naturais, envolvendo as noções de divisor e de múltiplo, podendo incluir máximo divisor comum ou mínimo múltiplo comum, por meio de estratégias diversas, sem aplicação de algoritmos.

Fonte: Elaboração própria de acordo com MEC, 2017.

Vale ressaltar que, apesar de existir uma ordem de apresentação das Unidades Temáticas no Currículo de Matemática, cabe ao professor, realizar a organização, conforme as habilidades previstas para cada ano de estudo, inclusive, estabelecendo a relação existente entre as habilidades das diferentes Unidades Temáticas do componente curricular.

6.2.4 Diretrizes para o Ensino Do Componente Curricular

Considerando a Matemática como uma ciência humana, viva e fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, precisamos entender que o currículo traz os objetos de conhecimento necessários ao desenvolvimento das habilidades e competências citadas, mas não deve ser visto como algo engessado.

É preciso trabalhar os conceitos, articuladamente, dentro da Matemática e entre outras áreas do conhecimento. O ensino de Matemática deve propiciar o desenvolvimento de habilidades como a percepção, a visualização, o reconhecimento, a argumentação, o espírito investigativo, a identificação, buscando uma conexão com as demais áreas do

conhecimento e com o cotidiano de cada um.

Nesse sentido, a Matemática deve ser vista como uma ferramenta a ser utilizada para compreender a realidade que nos cerca, não apenas atuando nessa realidade, mas transformando-a. O ensino de Matemática deve preparar o estudante para a vida, qualificando-o para o aprendizado permanente e para o exercício da cidadania.

Cabe, ao componente curricular de Matemática, assegurar os direitos de aprendizagens dos estudantes, proporcionando-lhes experiências que contribuam para o desenvolvimento do letramento matemático, definido como competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas.

Vale ressaltar, que para o desenvolvimento de competências fundamentais para o desenvolvimento do letramento matemático e para o desenvolvimento computacional pode-se utilizar os processos matemáticos de Resolução de Problemas, Modelagem, História da Matemática, Etnomatemática, Tecnologias Digitais e Interdisciplinaridade.

Sobre a **Resolução de Problemas** no Ensino Fundamental, reafirmamos aqueles já explicitados no Currículo Básico Comum (CBC), de 2014:

Um dos principais objetivos do ensino de Matemática, em qualquer nível, é o de desenvolver habilidades para a solução de problemas. Esses problemas podem advir de diferentes situações que exijam o domínio da linguagem matemática e da construção de argumentos que permitam ao aluno elaborar propostas concretas a partir dos conhecimentos adquiridos ao longo do ensino fundamental. No primeiro caso, é necessária uma boa competência de uso da linguagem matemática para interpretar questões formuladas verbalmente. No segundo caso, quer dizer que, problemas interessantes que despertam a curiosidade dos alunos, podem surgir dentro do próprio contexto matemático quando novas situações podem ser exploradas e o conhecimento aprofundado, num exercício contínuo de imaginação e de investigação.

Por situação-problema entendemos como aquelas que envolvem o processo de tradução do enunciado, seja contextualizado ou não, em linguagem matemática e a tomada de decisão sobre quais ferramentas matemáticas serão usadas em sua resolução.

Os problemas são aqueles que levam a uma compreensão do que realmente é

Matemática, pois se passam em um ambiente onde coexistem os modos de pensamento formal e intuitivo, bem como as linguagens formal e verbal. Eles estimulam o trabalho em grupo, a crítica aos modelos adotados e estimulam o confronto dos resultados obtidos com o enunciado original do problema. Assim, a solução de uma ampla variedade de problemas desenvolve a competência de abstração do aluno, bem como a habilidade de atribuir significado aos conceitos abstratos estudados.

O constante desenvolvimento das habilidades para a solução de problemas envolve as seguintes estratégias, que devem tornar-se hábito para o aluno:

- Usar figuras, diagramas e gráficos, tanto de forma analítica quanto intuitiva.
- Expressar oralmente ou por escrito, com suas próprias palavras, propriedades matemáticas, atribuindo significado aos conceitos abstratos e formulando por meio do uso da linguagem simbólica questões expressas verbalmente.
- Perceber padrões e regularidades em situações aparentemente diversas.
- Estudar casos especiais mais simples para usá-los na elaboração de estratégias de resolução de casos mais complexos ou gerais.
- Fazer uso do método de tentativa e erro, elaborando novas estratégias de solução a partir da análise crítica dos erros.
- Usar a simbologia matemática (sentenças) com variáveis e equações. Usar a analogia como ferramenta de trabalho, recorrendo a métodos já utilizados, adaptando-os para a resolução de novos problemas.
- Trabalhar de trás para diante, supondo conhecida a solução de um problema e deduzir suas propriedades para obter um caminho para encontrá-la.
- Compartilhar e discutir observações e estratégias de outros alunos, adquirindo, assim, experiência e novas perspectivas ("*insights*") para abordar um problema.

Os objetos de conhecimento, bem como as práticas de ensino, devem ser selecionados em função da aquisição e do desenvolvimento das competências e habilidades específicas do componente curricular de Matemática. Assim, o currículo de Matemática deverá ser composto pelos conteúdos essenciais à vida em sociedade, especialmente aqueles cuja aprendizagem necessita de intervenção e mediação sistemática da escola.

Para isso, a sala de aula e todos os ambientes escolares, além de serem espaços

acolhedores e seguros, que propiciam aos estudantes a sensação de bem-estar, devem ser pensados, também, didaticamente a fim de favorecer as situações de ensino e desenvolvimento através da utilização de práticas mediadoras de vivência e de acompanhamento do processo de ensino e aprendizagem. Essas práticas devem proporcionar a educação integral dos estudantes nas suas dimensões física, intelectual, afetiva, social, ética, moral e simbólica, a fim de que eles possam ver-se estimulados e curiosos para resolver demandas mais complexas do desempenho escolar e da vida de maneira independente. Assim, educação integral torna-se responsável pela construção efetiva de realidades multidisciplinares de educação, mediante a compreensão de que a escola se concretiza na instrumentalização de ferramentas que permitam aos estudantes compreender que a capacidade de obter informação e gerar conhecimento são os alicerces do processo de aprendizagem e de formação do indivíduo.

A proposta é estimular a aprendizagem, a autonomia intelectual dos alunos por meio de atividades planejadas pelo professor para promover o uso de diversas habilidades de pensamento como interpretar, analisar, sintetizar, classificar, relacionar e comparar, trazendo para a aula questões práticas de vivências para serem analisadas à luz da teoria, dando significado ao conhecimento acadêmico. Todo esse processo deve se dar através de uma aprendizagem ativa, onde compreende-se que o aluno não é um mero “recebedor” de informações, por isso deve se engajar, de maneira participativa, na aquisição do conhecimento.

Neste sentido, abordamos, também, a perspectiva inclusiva, onde todos têm o direito de estarem juntos, aprendendo e participando, sem nenhum tipo de discriminação. Todos os alunos devem ser acolhidos independente de suas condições físicas, intelectuais, sociais ou econômicas. Deste modo reiteramos que todos têm direito à aprendizagem. As dificuldades enfrentadas no processo evidenciam a necessidade de se criar alternativas para a superação das mesmas, a fim de favorecer a promoção da aprendizagem e a valorização das diferenças, atendendo às necessidades educacionais de todos os alunos.

Enfim, nessa perspectiva inclusiva, cabe à escola fazer valer uma das competências apresentada pela BNCC e, também apresentada no Currículo Referência de Minas Gerais, em todos os componentes curriculares: 9) Exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, com o acolhimento e a valorização da diversidade de indivíduos e de grupos sociais, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades, sem preconceitos de

qualquer natureza.

6.2.5 O Componente Curricular nos Anos Iniciais e Anos Finais do Ensino Fundamental

No Ensino Fundamental – Anos Iniciais, deve-se retomar as vivências cotidianas das crianças com números, formas e espaço, e também as experiências desenvolvidas na Educação Infantil, para iniciar uma sistematização dessas noções. Nessa fase, as habilidades matemáticas, que os estudantes devem desenvolver, não podem ficar restritas à aprendizagem dos algoritmos das chamadas “quatro operações”, apesar de sua importância. No que diz respeito ao cálculo, é necessário acrescentar, à realização dos algoritmos das operações, a habilidade de efetuar cálculos mentalmente, fazer estimativas, usar calculadora e, ainda, para decidir quando é apropriado usar um ou outro procedimento de cálculo. (BNCC, 2017, p.274).

Portanto, a BNCC orienta-se pelo pressuposto de que a aprendizagem em Matemática está intrinsecamente relacionada à compreensão, ou seja, à apreensão de significados dos objetos matemáticos, sem deixar de lado suas aplicações. Os significados desses objetos resultam das conexões que os estudantes estabelecem entre eles e os demais componentes, entre eles e seu cotidiano e entre os diferentes temas matemáticos. Desse modo, recursos didáticos como malhas quadriculadas, ábacos, jogos, livros, vídeos, calculadoras, planilhas eletrônicas e softwares de geometria dinâmica têm um papel essencial para a compreensão e utilização das noções matemáticas. Entretanto, esses materiais precisam estar integrados a situações que levem à reflexão e à sistematização, para que se inicie um processo de formalização. (BNCC, 2017, p. 274).

Em todas as Unidades Temáticas, em relação à delimitação dos objetos de conhecimento e das habilidades, considera-se que as noções matemáticas são retomadas, ampliadas e aprofundadas ano a ano. De todo modo, é fundamental levar em conta que a leitura dessas habilidades não seja feita de maneira fragmentada, conforme já apresentado na seção Especificidades do Componente Curricular.

A compreensão do papel que determinada habilidade representa no conjunto das aprendizagens demanda a compreensão de como ela se conecta com habilidades dos anos anteriores, o que leva à identificação das aprendizagens já consolidadas, e em que medida o trabalho para o desenvolvimento da habilidade em questão serve de base para as

aprendizagens posteriores. Nesse sentido, é fundamental considerar, por exemplo, que a contagem até 100, proposta no 1º ano, não deve ser interpretada como restrição a ampliações possíveis em cada escola e em cada turma. Afinal, não se pode frear a curiosidade e o entusiasmo pela aprendizagem, tão comum nessa etapa da escolaridade, e muito menos os conhecimentos prévios dos estudantes. (BNCC, 2017, p.274).

Na Matemática escolar, o processo de aprender uma noção em um contexto, abstrair e depois aplicá-la em outro contexto envolve capacidades essenciais, como formular, empregar, interpretar e avaliar – criar, enfim –, e não somente a resolução de enunciados típicos que são, muitas vezes, meros exercícios e apenas simulam alguma aprendizagem. Assim, algumas das habilidades formuladas começam por: “resolver e elaborar problemas envolvendo...”. Nessa enunciação está implícito que se pretende não apenas a resolução do problema, mas também que os estudantes reflitam e questionem o que ocorreria se algum dado do problema fosse alterado ou se alguma condição fosse acrescida ou retirada. Nessa perspectiva, pretende-se que os estudantes também formulem problemas em outros contextos (BNCC, 2017, p.274).

6.2.6 As Unidades Temáticas do Componente Matemática nos Anos Iniciais e Anos Finais do Ensino Fundamental

O Currículo de Matemática foi estruturado tendo em vista a formação plena do estudante, em que se busca, dentre outras características, a sua autonomia e o desenvolvimento do pensamento matemático. Os objetos de conhecimento para o Ensino Fundamental de Matemática, foram selecionados levando em consideração a proposta da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e as particularidades apresentadas no estado de Minas Gerais. Sendo assim, foram organizados em cinco Unidades Temáticas, a saber:

1. Números;
2. Álgebra;
3. Geometria;
4. Grandezas e medidas;
5. Probabilidade e Estatística.

A unidade temática **Números** tem como finalidade desenvolver o pensamento numérico, que implica o conhecimento de maneiras de quantificar atributos de objetos e de julgar e interpretar argumentos baseados em quantidades. No processo da construção da noção

de número, os alunos precisam desenvolver, entre outras, as ideias de aproximação, proporcionalidade, equivalência e ordem.

No Ensino Fundamental – Anos Iniciais, a expectativa em relação a essa temática é que os estudantes resolvam problemas com números naturais e números racionais cuja representação decimal é finita, envolvendo diferentes significados das operações; que argumentem e justifiquem os procedimentos utilizados para a resolução e avaliem a plausibilidade dos resultados encontrados. Além disso, espera-se o desenvolvimento de habilidades referentes à leitura, escrita e ordenação de números naturais e números racionais, por meio de identificação e compreensão de características do sistema de numeração decimal, sobretudo o valor posicional dos números.

Nos Anos Finais, a expectativa é a de que os estudantes resolvam problemas com números naturais, inteiros e racionais, envolvendo as operações fundamentais com seus diferentes significados, utilizando de estratégias diversas e, compreendendo os processos envolvidos nas operações.

Para que aprofundem a noção de números, é importante colocá-los diante de problemas, sobretudo os geométricos, nos quais os números racionais não são suficientes para resolvê-los, de modo que eles reconheçam a necessidade de outros números: os irracionais. Cabe ainda destacar que o desenvolvimento do pensamento numérico não se completa, evidentemente, apenas com objetos de estudos descritos na unidade Números. Esse pensamento é ampliado e aprofundado quando se discutem situações que envolvem conteúdos das demais unidades temáticas: Álgebra, Geometria, Grandezas e medidas e Probabilidade e estatística.

É importante ressaltar que, na unidade temática Números deve ser realizado o estudo de conceitos básicos de economia e finanças, visando à educação financeira dos alunos.

A unidade temática **Álgebra**, tem como finalidade o desenvolvimento do pensamento algébrico, que é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos. Deve-se enfatizar o desenvolvimento de uma linguagem, o estabelecimento de generalizações, a análise da interdependência de grandezas e a resolução de problemas.

No Anos Iniciais é imprescindível que algumas dimensões do trabalho com a álgebra estejam presentes nos processos de ensino e de aprendizagem como as ideias de regularidade, generalização de padrões e propriedades da igualdade.

No Ensino dos Anos Finais, os estudos de Álgebra retomam, aprofundam e ampliam o que foi trabalhado no Ensino Fundamental – Anos Iniciais. Nessa fase, os estudantes devem compreender os diferentes significados das variáveis numéricas em uma expressão, estabelecer uma generalização de uma propriedade, investigar a regularidade de uma sequência numérica, indicar um valor desconhecido em uma sentença algébrica e estabelecer a variação entre duas grandezas. É necessário que os alunos estabeleçam relações entre variável e função e entre incógnita e equação.

A Unidade Temática **Geometria** envolve o estudo de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento, construindo o pensamento geométrico que é necessário para investigar propriedades, fazer conjecturas e produzir argumentos geométricos convincentes.

No Ensino Fundamental – Anos Iniciais, espera-se que os estudantes identifiquem e estabeleçam pontos de referência para a localização e o deslocamento de objetos, construam representações de espaços conhecidos e estimem distâncias, usando, como suporte, mapas (em papel, *tablets* ou *smartphones*), croquis e outras representações.

No Ensino Fundamental – Anos Finais, o ensino de Geometria precisa ser visto como consolidação e ampliação das aprendizagens realizadas. Nessa etapa, devem ser enfatizadas, também, as tarefas que analisam e produzem transformações e ampliações/reduções de figuras geométricas planas, identificando seus elementos variantes e invariantes, de modo a desenvolver os conceitos de congruência e semelhança. Outro ponto a ser destacado é a aproximação da Álgebra com a Geometria, desde o início do estudo do plano cartesiano, por meio da geometria analítica. Assim, a Geometria não pode ficar reduzida a mera aplicação de fórmulas de cálculo de área e de volume nem a aplicações numéricas imediatas de teoremas sobre relações de proporcionalidade em situações relativas a feixes de retas paralelas cortadas por retas secantes ou do teorema de Pitágoras.

A unidade temática **Grandezas e medidas** é fundamental para a compreensão da realidade e das medidas que quantificam grandezas do mundo físico. Desse modo, favorece a integração da Matemática a outras áreas de conhecimento, como Ciências (densidade,

grandezas e escalas do Sistema Solar, energia elétrica etc.) ou Geografia (coordenadas geográficas, densidade demográfica, escalas de mapas e guias etc.).

No Ensino Fundamental – Anos Iniciais, a expectativa é que os estudantes reconheçam que medir é comparar uma grandeza com uma unidade e expressar o resultado da comparação por meio de um número. Além disso, os estudantes devem ser capazes de resolver problemas oriundos de situações cotidianas que envolvem grandezas como comprimento, massa, tempo, temperatura, área e capacidade de volume, sem o uso de fórmulas, recorrendo, quando necessário, a transformações entre unidades de medidas padronizadas mais usuais.

No Ensino Fundamental – Anos Finais, a expectativa é a de que os estudantes reconheçam comprimento, área, volume e abertura de ângulo como grandezas associadas a figuras geométricas e que consigam resolver problemas envolvendo essas grandezas com o uso de unidades de medidas padronizadas mais usuais. Além disso, é necessário introduzir medidas de capacidade de armazenamento de computadores como grandeza associada a demandas da sociedade moderna.

Vale ressaltar que, essa unidade temática, propicia o desenvolvimento de atitudes éticas, responsáveis e sustentáveis em relação ao consumo, através de situações de compra e venda.

A unidade temática **Probabilidade e Estatística** trabalha com a incerteza e o tratamento de dados. Ela propõe a abordagem de conceitos, fatos e procedimentos presentes em muitas situações-problema da vida cotidiana, das ciências e da tecnologia. Assim, todos os cidadãos precisam desenvolver habilidades para coletar, organizar, representar, interpretar e analisar dados em uma variedade de contextos, de maneira a fazer julgamentos bem fundamentados e tomar as decisões adequadas. Isso inclui raciocinar e utilizar conceitos, representações e índices estatísticos para descrever, explicar e prever fenômenos.

No que concerne ao estudo de noções de **Probabilidade**, a finalidade, no Ensino Fundamental – Anos Iniciais, está centrada no desenvolvimento da noção de aleatoriedade, de modo que os estudantes compreendam que há eventos certos, eventos impossíveis e eventos prováveis.

Nos Anos Finais, o estudo deve ser ampliado e aprofundado, por meio de atividades nas quais os estudantes façam experimentos aleatórios e simulações para confrontar os resultados obtidos com a probabilidade teórica – probabilidade frequentista.

Com relação à **Estatística**, os primeiros passos envolvem o trabalho com a coleta e a organização de dados de uma pesquisa de interesse dos estudantes. O planejamento de como fazer a pesquisa ajuda a compreender o papel da estatística no cotidiano dos estudantes. Assim, a leitura, a interpretação e a construção de tabelas e gráficos têm papel fundamental, bem como a forma de produção de texto escrito para a comunicação de dados, pois é preciso compreender que o texto deve sintetizar ou justificar as conclusões.

No Ensino Fundamental – Anos Finais, a expectativa é que os estudantes saibam planejar e construir relatórios de pesquisas - estatísticas descritivas, incluindo medidas de tendência central e construção de tabelas e diversos tipos de gráficos. Esse planejamento abrange a definição de questões relevantes e da população a ser pesquisada, a decisão sobre a necessidade ou não de usar amostra e, quando for o caso, a seleção de seus elementos por meio de uma adequada técnica de amostragem.

Desse modo, merece destaque a importância da progressão existente na aprendizagem de cada Unidade Temática, a qual visa a continuidade e a integração entre as fases do Ensino Fundamental.

6.2.7 Avaliação

Se é função da escola criar condições para que o estudante aprenda determinados conteúdos e, sobretudo, desenvolva determinadas habilidades, ela precisa, o tempo todo e de diversas formas, avaliar se está atingindo seus objetivos. Ao professor, a avaliação fornece elementos para uma reflexão contínua sobre a sua prática, sobre a necessidade da criação de novos instrumentos de trabalho, sobre ajustes a fazer no processo de aprendizagem individual ou de todo grupo. Ao estudante, permite a tomada de consciência de suas conquistas, dificuldades e possibilidades para reorganização de seu investimento na tarefa de aprender. À escola, possibilita definir prioridades e identificar que aspectos das ações educacionais demandam apoio.

A avaliação deve ocorrer antes, durante e após o processo de ensino e de aprendizagem. Avaliando permanentemente, o professor capta o crescimento do aluno no decorrer do tempo e intervém pedagogicamente à medida que a aprendizagem não acontece,

evitando que pré-requisitos essenciais para outras aprendizagens deixem de ser aprendidos, comprometendo o desempenho do aluno.

A fase investigativa ou diagnóstica inicial instrumentaliza o professor para pôr em prática seu planejamento de forma a atender às características de seus alunos. Informando-se sobre o que o aluno já sabe a respeito de determinado conteúdo, o professor estrutura o planejamento, define as habilidades e os conteúdos e o nível de profundidade em que devem ser abordados. Vale frisar que a avaliação investigativa não deve destacar-se do processo de aprendizagem em curso, impedindo o professor de avançar em suas propostas e fazendo-o perder o escasso tempo escolar de que dispõe. Pelo contrário, a intervenção deve realizar-se no interior mesmo do processo de ensino e de aprendizagem, já que os estudantes inevitavelmente põem em jogo seus conhecimentos prévios ao enfrentar qualquer situação didática.

Durante o processo, é conveniente que o professor, junto com os alunos, faça paradas para monitorar os produtos e processos, alterar rotas, tomar consciência do que cada um ainda não sabe e buscar caminhos para avançar. É importante que os alunos participem dessa avaliação formativa e que sejam apoiados pelo professor no processo de formação da capacidade de julgamento autônomo, consciente, a partir de critérios claros e compartilhados, de princípios de honestidade intelectual e espírito crítico.

A fase final inclui a observação dos avanços e da qualidade da aprendizagem alcançada pelos alunos ao final de um período de trabalho, com base na síntese de todas as informações sobre o aluno, obtidas pelo professor, ao acompanhá-lo contínua e sistematicamente.

A avaliação deve ser multimodal, multidimensional. Isso quer dizer que ela deve ser feita por meio de diferentes instrumentos e linguagens – não só por meio de testes escritos; por outros agentes, pelo próprio aluno além do professor, um ou mais colegas, pessoas da comunidade; e avaliar não só conhecimentos, como também competências e habilidades, valores e atitudes aprendidos ao longo do tempo e demonstrados não só dentro da escola, mas também fora dela. A diversidade de instrumentos e situações possibilita avaliar as diferentes competências e conteúdos curriculares em jogo, contrastar os dados obtidos e observar a transferência das aprendizagens para contextos distintos.

Desse modo, a avaliação deve refletir com clareza as habilidades já desenvolvidas pelos estudantes, favorecendo assim, o desenvolvimento de ações de intervenção pedagógica,

para que o estudante seja atendido em suas dificuldades e a aprendizagem efetivamente aconteça.

6.2.8 Referências Bibliográficas

Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC/SEB, 2017. (Versão final).

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. Explorando o ensino da Matemática: artigos. Brasília: MEC/SEB, 2004. v. 1.

BOALER, J. **Mathematical Mindsets**, 2015.

COHEN, E.G.; LOTAN, R. A. **Designing groupwork: Strategies for the heterogeneous classroom**. New York, NY: Teachers College Press, 2014.

Cuban, Larry, 2001. **How Can I Fix It?**. New York: Teachers College Press.

Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais da Educação Básica. Brasília: MEC/SEB, 2013. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da Autonomia**. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

LEE SHULMAN, 1998, Theory, practice and the education of professionals. **The Elementary School Journal**, Vol. 98, No. 5, pp.511-526.

Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática/Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 2001

6.3 Organizador Curricular de Matemática

1º Ano		
Unidades Temáticas	Objetos de Conhecimento	Habilidades
Números	<p>Evolução histórica dos números naturais.</p> <p>Contagem de rotina</p> <p>Contagem ascendente e descendente</p> <p>Reconhecimento de números no contexto diário: indicação de quantidades, indicação de ordem ou indicação de código para a organização de informações</p>	<p>(EF01MA23MG) Relacionar a história da Matemática na construção do número e sua importância no contexto social.</p> <p>(EF01MA01A) Utilizar números naturais como indicador de quantidade ou de ordem em diferentes situações cotidianas.</p> <p>(EF01MA01B) Reconhecer situações em que os números não indicam contagem nem ordem, mas sim código de identificação.</p>
Números	<p>Quantificação de elementos de uma coleção: estimativas, contagem um a um, pareamento ou outros agrupamentos e comparação</p>	<p>(EF01MA02X) Contar de maneira exata ou aproximada, utilizando diferentes estratégias como o pareamento, a linguagem oral, a notação numérica e/ou registros não convencionais e outros agrupamentos.</p>
Números	<p>Quantificação de elementos de uma coleção: estimativas, contagem um a um, pareamento ou outros agrupamentos e comparação</p>	<p>(EF01MA03X) Estimar e comparar quantidades de objetos de dois conjuntos (em torno de 20 elementos), por estimativa e/ou por correspondência (um a um, dois a dois) para indicar “tem mais”, “tem menos” ou “tem a mesma quantidade”, utilizando estratégias próprias, como desenhos e materiais manipuláveis.</p>
Números	<p>Leitura, escrita e comparação de números naturais (até 100)</p> <p>Reta numérica</p>	<p>(EF01MA04) Contar a quantidade de objetos de coleções até 100 unidades e apresentar o resultado por registros verbais e simbólicos, em situações de seu interesse, como jogos, brincadeiras, materiais da sala de aula, entre outros.</p>

1º Ano		
Unidades Temáticas	Objetos de Conhecimento	Habilidades
Números	Leitura, escrita e comparação de números naturais (até 100) Reta numérica	(EF01MA05A) Localizar números naturais de até duas ordens em situações cotidianas, com e sem suporte da reta numérica. (EF01MA05XB) Representar e comparar números naturais de até duas ordens em situações cotidianas, com e sem suporte da reta numérica.
Números	Construção de fatos básicos da adição	(EF01MA06X) Construir fatos básicos da adição e subtração e utilizá-los em procedimentos de cálculo para resolver problemas.
Números	Composição e decomposição de números naturais Estimativas e cálculo mental.	(EF01MA07A) Compor número de até duas ordens, por meio de diferentes adições, com o suporte de material manipulável, contribuindo para a compreensão de características do sistema de numeração decimal e o desenvolvimento de estratégias de cálculo. (EF01MA07B) Decompor número de até duas ordens, por meio de diferentes adições, com o suporte de material manipulável, contribuindo para a compreensão de características do sistema de numeração decimal e o desenvolvimento de estratégias de cálculo. (EF01MA24MG) Realizar estimativas e cálculo mental com números naturais (até ordem de dezenas).

1º Ano		
Unidades Temáticas	Objetos de Conhecimento	Habilidades
Números	Operações com números naturais. Problemas envolvendo diferentes significados da adição e da subtração (juntar, acrescentar, separar, retirar)	(EF01MA25MG) Operar com os números naturais: adição e subtração, sem agrupamento e desagrupamento (até duas ordens). (EF01MA08A) Resolver problemas de adição e de subtração, envolvendo números de até dois algarismos, com os significados de juntar, acrescentar, separar e retirar, com o suporte de imagens e/ou material manipulável, utilizando estratégias e formas de registro pessoais. (EF01MA08B) Elaborar (coletivamente) problemas de adição e de subtração, envolvendo números de até dois algarismos, com os significados de juntar, acrescentar, separar e retirar, com o suporte de imagens e/ou material manipulável, utilizando estratégias e formas de registro pessoais.
Álgebra	Padrões figurais e numéricos: investigação de regularidades ou padrões em sequências	(EF01MA09) Identificar, comparar e organizar objetos familiares ou representações por figuras, por meio de atributos, tais como cor, forma e medida.
Álgebra	Sequências recursivas: observação de regras usadas utilizadas em seriações numéricas (mais 1, mais 2, menos 1, menos 2, por exemplo)	(EF01MA10) Descrever, após o reconhecimento e a explicitação de um padrão (ou regularidade), os elementos ausentes em sequências recursivas de números naturais, objetos ou figuras.
Geometria	Localização de objetos e de pessoas no espaço, utilizando diversos pontos	(EF01MA11) Identificar, interpretar, representar e descrever a localização de pessoas e de objetos no espaço em relação à sua própria posição, utilizando termos como à direita, à esquerda, em frente, atrás.

1º Ano		
Unidades Temáticas	Objetos de Conhecimento	Habilidades
	de referência e vocabulário apropriado	
Geometria	Localização de objetos e de pessoas no espaço, utilizando diversos pontos de referência e vocabulário apropriado	(EF01MA12) Descrever a localização de pessoas e de objetos no espaço segundo um dado ponto de referência, compreendendo que, para a utilização de termos que se referem à posição, como direita, esquerda, em cima, em baixo, é necessário explicitar-se o referencial.
Geometria	Figuras geométricas espaciais: reconhecimento e relações com objetos familiares do mundo físico	(EF01MA13X) Reconhecer e relacionar figuras geométricas espaciais (cones, cilindros, esferas e blocos retangulares) a objetos familiares do mundo físico, sem uso obrigatório de nomenclatura.
Geometria	Figuras geométricas planas: reconhecimento do formato das faces de figuras geométricas espaciais	(EF01MA26MG) Observar formas geométricas presentes em elementos da natureza e nos objetos criados pelo homem e suas características. (EF01MA14) Identificar e nomear figuras planas (círculo, quadrado, retângulo e triângulo) em desenhos apresentados em diferentes disposições ou em contornos de faces de sólidos geométricos.
Grandezas e medidas	Medidas de comprimento, massa e capacidade: comparações e unidades de medida não convencionais	(EF01MA15X) Comparar comprimentos, capacidades ou massas, utilizando termos como mais alto, mais baixo, mais comprido, mais curto, mais grosso, mais fino, mais largo, mais pesado, mais leve, cabe mais, cabe menos, entre outros, para ordenar objetos de uso cotidiano, utilizando material concreto, quando necessário. (EF01MA27MG) Utilizar unidades não padronizadas para medir comprimentos, capacidades ou massas.

1º Ano		
Unidades Temáticas	Objetos de Conhecimento	Habilidades
Grandezas e medidas	Medidas de tempo: unidades de medida de tempo, suas relações e o uso do calendário	(EF01MA16) Relatar em linguagem verbal ou não verbal sequência de acontecimentos relativos a um dia, utilizando, quando possível, os horários dos eventos.
Grandezas e medidas	Medidas de tempo: unidades de medida de tempo, suas relações e o uso do calendário	(EF01MA28MG) Identificar instrumentos apropriados (relógios e calendários) para medir tempo (incluindo dias, semanas e meses). (EF01MA29MG) Estimar e medir o decorrer do tempo usando “antes ou depois”; “ontem, hoje ou amanhã”; “dia ou noite”; “manhã, tarde ou noite”; “hora ou meia hora”. (EF01MA17) Reconhecer e relacionar períodos do dia, dias da semana e meses do ano, utilizando calendário, quando necessário.
Grandezas e medidas	Medidas de tempo: unidades de medida de tempo, suas relações e o uso do calendário	(EF01MA18X) Produzir a escrita de uma data, apresentando o dia, o mês e o ano, e indicar o dia da semana de uma data, consultando calendários, inclusive o calendário linear.
Grandezas e medidas	Sistema monetário brasileiro: reconhecimento de cédulas e moedas	(EF01MA19X) Reconhecer e relacionar cédulas e moedas que circulam no Brasil e possíveis trocas entre cédulas, entre moedas e entre cédulas e moedas, em função de seus valores para resolver situações simples do cotidiano do estudante, explorando o uso de material concreto.
Probabilidade e estatística	Noção de acaso	(EF01MA20X) Identificar e classificar eventos envolvendo o acaso, tais como “acontecerá com certeza”, “talvez aconteça” e “é impossível acontecer”, em situações do cotidiano.

1º Ano		
Unidades Temáticas	Objetos de Conhecimento	Habilidades
Probabilidade e estatística	Leitura de tabelas e de gráficos de colunas simples	<p>(EF01MA21X) Ler e interpretar dados expressos em tabelas e em gráficos de colunas simples.</p> <p>(EF01MA30MG) Coletar e organizar (com auxílio do professor) informações em tabelas, listas e gráficos.</p> <p>(EF01MA31MG) Representar (com auxílio do professor) dados coletados por meio de tabelas e gráficos.</p>
Probabilidade e estatística	Coleta e organização de informações Registros pessoais para comunicação de informações coletadas	(EF01MA22) Realizar pesquisa, envolvendo até duas variáveis categóricas de seu interesse e universo de até 30 elementos, e organizar dados por meio de representações pessoais.

2º Ano		
Unidades Temáticas	Objetos de Conhecimento	Habilidades
Números	Leitura, escrita, comparação e ordenação de números de até três ordens pela compreensão de características do sistema de numeração decimal (valor posicional e papel do zero)	<p>(EF02MA24MG) Identificar números pares e números ímpares.</p> <p>(EF02MA25MG) Localizar e representar os números naturais (até a ordem de centenas) na reta numérica.</p> <p>(EF02MA26MG) Identificar posição de um objeto ou número numa série explicitando a noção de sucessor e antecessor.</p> <p>(EF02MA27MG) Reconhecer termos como dúzia e meia dúzia; dezena e meia dezena; centena e meia centena, associando-os às suas respectivas quantidades.</p> <p>(EF02MA01) Comparar e ordenar números naturais (até a ordem de centenas) pela compreensão de</p>

2º Ano		
Unidades Temáticas	Objetos de Conhecimento	Habilidades
		características do sistema de numeração decimal (valor posicional e função do zero).
Números	Leitura, escrita, comparação e ordenação de números de até três ordens pela compreensão de características do sistema de numeração decimal (valor posicional e papel do zero)	(EF02MA02) Fazer estimativas por meio de estratégias diversas a respeito da quantidade de objetos de coleções e registrar o resultado da contagem desses objetos (até 1000 unidades).
Números	Leitura, escrita, comparação e ordenação de números de até três ordens pela compreensão de características do sistema de numeração decimal (valor posicional e papel do zero)	(EF02MA03) Comparar quantidades de objetos de dois conjuntos, por estimativa e/ou por correspondência (um a um, dois a dois, entre outros), para indicar “tem mais”, “tem menos” ou “tem a mesma quantidade”, indicando, quando for o caso, quantos a mais e quantos a menos.
Números	Composição e decomposição de números naturais (até 1000)	(EF02MA28MG) Compreender e utilizar as regras do Sistema de Numeração Decimal (SND) para leitura, escrita, comparação e ordenação de números naturais. (EF02MA29MG) Determinar o valor posicional e absoluto de um algarismo em um número. (EF02MA04A) Compor números naturais de até três ordens, com suporte de material manipulável, por meio de diferentes adições. (EF02MA04B) Decompor números naturais de até três ordens, com suporte de material manipulável, por meio de diferentes adições.

2º Ano		
Unidades Temáticas	Objetos de Conhecimento	Habilidades
		(EF02MA30MG) Realizar estimativas e cálculo mental com números naturais (até ordem de centenas).
Números	Construção de fatos fundamentais da adição e da subtração	(EF02MA05) Construir fatos básicos da adição e subtração e utilizá-los no cálculo mental ou escrito.
Números	Problemas envolvendo diferentes significados da adição e da subtração (juntar, acrescentar, separar, retirar)	<p>(EF02MA31MG) Operar com os números naturais: adição e subtração com e sem agrupamento e desagrupamento. (até três ordens).</p> <p>(EF02MA06A) Resolver problemas de adição e de subtração, envolvendo números de até três ordens, com os significados de juntar, acrescentar, separar, retirar, utilizando estratégias pessoais ou convencionais.</p> <p>(EF02MA06B) Elaborar (coletivamente) problemas de adição e de subtração, envolvendo números de até três ordens, com os significados de juntar, acrescentar, separar, retirar, utilizando estratégias pessoais ou convencionais.</p>
Números	Problemas envolvendo adição de parcelas iguais (multiplicação)	<p>(EF02MA32MG) Construir fatos básicos da multiplicação (por 2, 3, 4 e 5).</p> <p>(EF02MA33MG) Reconhecer termos como dobro e triplo, associando-os às suas respectivas quantidades.</p> <p>(EF02MA34MG) Operar com os números naturais: multiplicação (por 2, 3, 4 e 5).</p> <p>(EF02MA07A) Resolver problemas de multiplicação (por 2, 3, 4 e 5) com a ideia de adição de parcelas iguais por meio de estratégias e formas de registro pessoais, utilizando ou não suporte de imagens e/ou material manipulável.</p>

2º Ano		
Unidades Temáticas	Objetos de Conhecimento	Habilidades
		(EF02MA07B) Elaborar (coletivamente) problemas de multiplicação (por 2, 3, 4 e 5) com a ideia de adição de parcelas iguais por meio de estratégias e formas de registro pessoais, utilizando ou não suporte de imagens e/ou material manipulável.
Números	Problemas envolvendo significados de dobro, metade, triplo e terça parte	(EF02MA08A) Resolver problemas envolvendo dobro, metade, triplo e terça parte, com o suporte de imagens ou material manipulável, utilizando estratégias pessoais. (EF02MA08B) Elaborar (coletivamente) problemas envolvendo dobro, metade, triplo e terça parte, com o suporte de imagens ou material manipulável, utilizando estratégias pessoais.
Álgebra	Construção de sequências repetitivas e de sequências recursivas	(EF02MA09X) Identificar e construir sequências de números naturais em ordem crescente ou decrescente a partir de um número qualquer, utilizando uma regularidade estabelecida.
Álgebra	Identificação de regularidade de sequências e determinação de elementos ausentes na sequência	(EF02MA10) Descrever um padrão (ou regularidade) de sequências repetitivas e de sequências recursivas, por meio de palavras, símbolos ou desenhos.
Álgebra	Identificação de regularidade de sequências e determinação de elementos ausentes na sequência	(EF02MA11) Descrever os elementos ausentes em sequências repetitivas e em sequências recursivas de números naturais, objetos ou figuras.

2º Ano		
Unidades Temáticas	Objetos de Conhecimento	Habilidades
Geometria	Localização e movimentação de pessoas e objetos no espaço, segundo pontos de referência, e indicação de mudanças de direção e sentido	(EF02MA12) Identificar e registrar, em linguagem verbal ou não verbal, a localização e os deslocamentos de pessoas e de objetos no espaço, considerando mais de um ponto de referência, e indicar as mudanças de direção e de sentido.
Geometria	Esboço de roteiros e de plantas simples	(EF02MA13) Esboçar roteiros a ser seguidos ou plantas de ambientes familiares, assinalando entradas, saídas e alguns pontos de referência.
Geometria	Figuras geométricas espaciais (cubo, bloco retangular, pirâmide, cone, cilindro e esfera): reconhecimento e características	(EF02MA14) Reconhecer, nomear e comparar figuras geométricas espaciais (cubo, bloco retangular, pirâmide, cone, cilindro e esfera), relacionando-as com objetos do mundo físico.
Geometria	Figuras geométricas planas (círculo, quadrado, retângulo e triângulo): reconhecimento e características	(EF02MA15) Reconhecer, comparar e nomear figuras planas (círculo, quadrado, retângulo e triângulo), por meio de características comuns, em desenhos apresentados em diferentes disposições ou em sólidos geométricos.

2º Ano		
Unidades Temáticas	Objetos de Conhecimento	Habilidades
Grandezas e medidas	Medida de comprimento: unidades não padronizadas e padronizadas (metro, centímetro e milímetro)	(EF02MA35MG) Utilizar unidades não padronizadas para medir comprimento: palmo, pé, passo, palito, barbante e etc...
		(EF02MA36MG) Estimar ordens de grandeza de comprimento antes de efetuar medições.
Grandezas e medidas	Medida de comprimento: unidades não padronizadas e padronizadas (metro, centímetro e milímetro)	(EF02MA37MG) Reconhecer e utilizar instrumentos de medidas convencionais de comprimento, como: régua, fita métrica e trena.
		(EF02MA16A) Estimar comprimentos de lados de salas (incluindo contorno) e de polígonos, utilizando unidades de medida não padronizadas e padronizadas (metro, centímetro e milímetro) e instrumentos adequados.
		(EF02MA16B) Medir comprimentos de lados de salas (incluindo contorno) e de polígonos, utilizando unidades de medida não padronizadas e padronizadas (metro, centímetro e milímetro) e instrumentos adequados.
Grandezas e medidas	Medida de capacidade e de massa: unidades de medida não convencionais e convencionais (litro, mililitro, cm ³ , grama e quilograma)	(EF02MA16C) Comparar comprimentos de lados de salas (incluindo contorno) e de polígonos, utilizando unidades de medida não padronizadas e padronizadas (metro, centímetro e milímetro) e instrumentos adequados.
		(EF02MA38MG) Reconhecer e utilizar instrumentos de medidas convencionais e não convencionais de massa, como a balança.
Grandezas e medidas	Medida de capacidade e de massa: unidades de medida não convencionais e convencionais (litro, mililitro, cm ³ , grama e quilograma)	(EF02MA17A) Estimar capacidade e massa, utilizando estratégias pessoais e unidades de medida não padronizadas ou padronizadas (litro, mililitro, grama e quilograma).

2º Ano		
Unidades Temáticas	Objetos de Conhecimento	Habilidades
		<p>(EF02MA17B) Medir capacidade e massa, utilizando estratégias pessoais e unidades de medida não padronizadas ou padronizadas (litro, mililitro, grama e quilograma).</p> <p>(EF02MA17C) Comparar capacidade e massa, utilizando estratégias pessoais e unidades de medida não padronizadas ou padronizadas (litro, mililitro, grama e quilograma).</p>
Grandezas e medidas	Medidas de tempo: intervalo de tempo, uso do calendário, leitura de horas em relógios digitais e ordenação de datas	<p>(EF02MA39MG) Reconhecer unidades de medidas de tempo (ano, mês, quinzena, semana, dia, horas) e conversões entre elas.</p> <p>(EF02MA18) Indicar a duração de intervalos de tempo entre duas datas, como dias da semana e meses do ano, utilizando calendário, para planejamentos e organização de agenda.</p>
Grandezas e medidas	Medidas de tempo: intervalo de tempo, uso do calendário, leitura de horas em relógios digitais e ordenação de datas	<p>(EF02MA40MG) Comparar, através de estratégias pessoais grandezas de tempo, tendo como referência unidades de medidas não convencionais e convencionais.</p> <p>(EF02MA19) Medir a duração de um intervalo de tempo por meio de relógio digital e registrar o horário do início e do fim do intervalo.</p>
Grandezas e medidas	Sistema monetário brasileiro: reconhecimento de cédulas e moedas e equivalência de valores	<p>(EF02MA41MG) Identificar quantidade de dinheiro em cédulas e moedas do sistema Monetário Brasileiro.</p> <p>(EF02MA20) Estabelecer a equivalência de valores entre moedas e cédulas do sistema monetário brasileiro para resolver situações cotidianas.</p>

2º Ano		
Unidades Temáticas	Objetos de Conhecimento	Habilidades
Probabilidade e estatística	Análise da ideia de aleatório em situações do cotidiano	(EF02MA21) Classificar resultados de eventos cotidianos aleatórios como "pouco prováveis", "muito prováveis", "improváveis" e "impossíveis".
Probabilidade e estatística	Coleta, classificação e representação de dados em tabelas simples e de dupla entrada e em gráficos de colunas	(EF02MA22X) Reconhecer e comparar informações de pesquisas apresentadas por meio de tabelas de dupla entrada e em gráficos de colunas simples ou barras, para melhor compreender aspectos da realidade próxima.
Probabilidade e estatística	Coleta, classificação e representação de dados em tabelas simples e de dupla entrada e em gráficos de colunas	(EF02MA23) Realizar pesquisa em universo de até 30 elementos, escolhendo até três variáveis categóricas de seu interesse, organizando os dados coletados em listas, tabelas e gráficos de colunas simples. (EF02MA42MG) Produzir textos (com auxílio do professor) a partir da interpretação de gráficos e tabelas.

3º Ano		
Unidades Temáticas	Objetos de Conhecimento	Habilidades
Números	Leitura, escrita, comparação e ordenação de números naturais de quatro ordens	(EF03MA01) Ler, escrever e comparar números naturais de até a ordem de unidade de milhar, estabelecendo relações entre os registros numéricos e em língua materna. (EF03MA29MG) Reconhecer os números romanos até mil (M).
Números	Composição e decomposição de números naturais .	(EF03MA02) Identificar características do sistema de numeração decimal, utilizando a composição e a

3º Ano		
Unidades Temáticas	Objetos de Conhecimento	Habilidades
	Valor relativo e absoluto de um algarismo em um número.	decomposição de número natural de até quatro ordens.
Números	Construção de fatos fundamentais da adição, subtração e multiplicação Reta numérica	(EF03MA03) Construir e utilizar fatos básicos da adição e da multiplicação para o cálculo mental ou escrito.
Números	Construção de fatos fundamentais da adição, subtração e multiplicação Reta numérica	(EF03MA04) Estabelecer a relação entre números naturais e pontos da reta numérica para utilizá-la na ordenação dos números naturais e também na construção de fatos da adição e da subtração, relacionando-os com deslocamentos para a direita ou para a esquerda.
Números	Procedimentos de cálculo (mental e escrito) com números naturais: adição e subtração	(EF03MA30MG) Operar com os números naturais: adição e subtração com e sem agrupamento e desagrupamento. (até quatro ordens) (EF03MA05) Utilizar diferentes procedimentos de cálculo mental e escrito para resolver problemas significativos envolvendo adição e subtração com números naturais.
Números	Problemas envolvendo significados da adição e da subtração: juntar, acrescentar, separar, retirar, comparar e completar quantidades	(EF03MA06A) Resolver problemas de adição e subtração com os significados de juntar, acrescentar, separar, retirar, comparar e completar quantidades, utilizando diferentes estratégias de cálculo exato ou aproximado, incluindo cálculo mental. (EF03MA06B) Elaborar problemas de adição e subtração com os significados de juntar, acrescentar, separar, retirar, comparar e completar quantidades, utilizando diferentes estratégias de cálculo exato ou aproximado, incluindo cálculo mental.

3º Ano		
Unidades Temáticas	Objetos de Conhecimento	Habilidades
Números	Operações com números naturais. Problemas envolvendo diferentes significados da multiplicação e da divisão: adição de parcelas iguais, configuração retangular, repartição em partes iguais e medida	(EF03MA31MG) Operar com os números naturais até quatro ordens: multiplicação. (por 2, 3, 4, 5 e 10) (EF03MA07A) Resolver problemas de multiplicação (por 2, 3, 4, 5 e 10) com os significados de adição de parcelas iguais e elementos apresentados em disposição retangular, utilizando diferentes estratégias de cálculo e registros. (EF03MA07B) Elaborar problemas de multiplicação (por 2, 3, 4, 5 e 10) com os significados de adição de parcelas iguais e elementos apresentados em disposição retangular, utilizando diferentes estratégias de cálculo e registros.
Números	Fatos básicos da divisão Operações com números naturais Problemas envolvendo diferentes significados da multiplicação e da divisão: adição de parcelas iguais, configuração retangular, repartição em partes iguais e medida	(EF03MA32MG) Construir e utilizar fatos básicos da divisão para o cálculo mental ou escrito. (EF03MA33MG) Operar com os números naturais até quatro ordens: divisão. (até 10) (EF03MA08A) Resolver problemas de divisão de um número natural por outro (até 10), com resto zero e com resto diferente de zero, com os significados de repartição equitativa e de medida, por meio de estratégias e registros pessoais. (EF03MA08B) Elaborar problemas de divisão de um número natural por outro (até 10), com resto zero e com resto diferente de zero, com os significados de repartição equitativa e de medida, por meio de estratégias e registros pessoais.
Números	Significados de metade, terça parte, quarta parte, quinta parte e décima parte	(EF03MA09) Associar o quociente de uma divisão com resto zero de um número natural por 2, 3, 4, 5 e 10 às ideias de metade, terça, quarta, quinta e décima partes.

3º Ano		
Unidades Temáticas	Objetos de Conhecimento	Habilidades
Álgebra	Identificação e descrição de regularidades em sequências numéricas recursivas	(EF03MA10) Identificar regularidades em sequências ordenadas de números naturais, resultantes da realização de adições ou subtrações sucessivas, por um mesmo número, descrever uma regra de formação da sequência e determinar elementos faltantes ou seguintes.
Álgebra	Relação de igualdade	(EF03MA11) Compreender a ideia de igualdade para escrever diferentes sentenças de adições ou de subtrações de dois números naturais que resultem na mesma soma ou diferença.
Geometria	Localização e movimentação: representação de objetos e pontos de referência	(EF03MA12) Descrever e representar, por meio de esboços de trajetos ou utilizando croquis e maquetes, a movimentação de pessoas ou de objetos no espaço, incluindo mudanças de direção e sentido, com base em diferentes pontos de referência.
Geometria	Figuras geométricas espaciais (cubo, bloco retangular, pirâmide, cone, cilindro e esfera): reconhecimento, análise de características e planificações	(EF03MA13) Associar figuras geométricas espaciais (cubo, bloco retangular, pirâmide, cone, cilindro e esfera) a objetos do mundo físico e nomear essas figuras.
Geometria	Figuras geométricas espaciais (cubo, bloco retangular, pirâmide, cone, cilindro e esfera): reconhecimento, análise de características e planificações	(EF03MA14) Descrever características de algumas figuras geométricas espaciais (prismas retos, pirâmides, cilindros, cones), relacionando-as com suas planificações.

3º Ano		
Unidades Temáticas	Objetos de Conhecimento	Habilidades
Geometria	Figuras geométricas planas (triângulo, quadrado, retângulo, trapézio e paralelogramo): reconhecimento e análise de características	(EF03MA15) Classificar e comparar figuras planas (triângulo, quadrado, retângulo, trapézio e paralelogramo) em relação a seus lados (quantidade, posições relativas e comprimento) e vértices.
Geometria	Congruência de figuras geométricas planas	(EF03MA16) Reconhecer figuras congruentes, usando sobreposição e desenhos em malhas quadriculadas ou triangulares, incluindo o uso de tecnologias digitais.
Grandezas e medidas	Significado de medida e de unidade de medida	(EF03MA17) Reconhecer que o resultado de uma medida depende da unidade de medida utilizada.
Grandezas e medidas	Significado de medida e de unidade de medida	(EF03MA18) Escolher a unidade de medida e o instrumento mais apropriado para medições de comprimento, tempo, capacidade e massa.
Grandezas e medidas	Medidas de comprimento (unidades não convencionais e convencionais): registro, instrumentos de medida, estimativas e comparações	(EF03MA19X) Estimar, medir e comparar comprimentos, utilizando unidades de medida não padronizadas e padronizadas mais usuais (metro, centímetro e milímetro) e diversos instrumentos de medida, através de experiências e utilização de materiais manipuláveis.
Grandezas e medidas	Medidas de capacidade e de massa (unidades não convencionais e convencionais): registro, estimativas e comparações	(EF03MA20) Estimar e medir capacidade e massa, utilizando unidades de medida não padronizadas e padronizadas mais usuais (litro, mililitro, quilograma, grama e miligrama), reconhecendo-as em leitura de rótulos e embalagens, entre outros.
Grandezas e medidas	Comparação de áreas por superposição	(EF03MA21) Comparar, visualmente ou por superposição, áreas de faces de objetos, de figuras planas ou de desenhos.

3º Ano		
Unidades Temáticas	Objetos de Conhecimento	Habilidades
Grandezas e medidas	Medidas de tempo: leitura de horas em relógios digitais e analógicos, duração de eventos e reconhecimento de relações entre unidades de medida de tempo	(EF03MA22) Ler e registrar medidas e intervalos de tempo, utilizando relógios (analógico e digital) para informar os horários de início e término de realização de uma atividade e sua duração.
Grandezas e medidas	Medidas de tempo: leitura de horas em relógios digitais e analógicos, duração de eventos e reconhecimento de relações entre unidades de medida de tempo	(EF03MA23) Ler horas em relógios digitais e em relógios analógicos e reconhecer a relação entre hora e minutos e entre minuto e segundos.
Grandezas e medidas	Sistema monetário brasileiro: estabelecimento de equivalências de um mesmo valor na utilização de diferentes cédulas e moedas	(EF03MA24A) Resolver problemas que envolvam a comparação e a equivalência de valores monetários do sistema brasileiro em situações de compra, venda e troca. (EF03MA24B) Elaborar problemas que envolvam a comparação e a equivalência de valores monetários do sistema brasileiro em situações de compra, venda e troca.
Probabilidade e estatística	Análise da ideia de acaso em situações do cotidiano: espaço amostral	(EF03MA25) Identificar, em eventos familiares aleatórios, todos os resultados possíveis, estimando os que têm maiores ou menores chances de ocorrência.
Probabilidade e estatística	Leitura, interpretação e representação de dados em tabelas de dupla entrada e gráficos de barras	(EF03MA26) Resolver problemas cujos dados estão apresentados em tabelas de dupla entrada, gráficos de barras ou de colunas.

3º Ano		
Unidades Temáticas	Objetos de Conhecimento	Habilidades
Probabilidade e estatística	Leitura, interpretação e representação de dados em tabelas de dupla entrada e gráficos de barras	(EF03MA27) Ler, interpretar e comparar dados apresentados em tabelas de dupla entrada, gráficos de barras ou de colunas, envolvendo resultados de pesquisas significativas, utilizando termos como maior e menor frequência, apropriando-se desse tipo de linguagem para compreender aspectos da realidade sociocultural significativos.
Probabilidade e estatística	Coleta, classificação e representação de dados referentes a variáveis categóricas, por meio de tabelas e gráficos	(EF03MA28) Realizar pesquisa envolvendo variáveis categóricas em um universo de até 50 elementos, organizar os dados coletados utilizando listas, tabelas simples ou de dupla entrada e representá-los em gráficos de colunas simples, com e sem uso de tecnologias digitais.

4º Ano		
Unidades Temáticas	Objetos de Conhecimento	Habilidades
Números	Sistema de numeração decimal: leitura, escrita, comparação e ordenação de números naturais de até cinco ordens Sistema de numeração Romano.	(EF04MA01X) Ler, escrever e ordenar números naturais até a ordem de centena de milhar. (EF04MA29MG) Ler e escrever números romanos até mil (M).
Números	Composição e decomposição de um número natural de até cinco ordens, por meio de adições e multiplicações por potências de 10	(EF04MA02) Mostrar, por decomposição e composição, que todo número natural pode ser escrito por meio de adições e multiplicações por potências de dez, para compreender o sistema de numeração decimal e desenvolver estratégias de cálculo.

4º Ano		
Unidades Temáticas	Objetos de Conhecimento	Habilidades
Números	Propriedades das operações para o desenvolvimento de diferentes estratégias de cálculo com números naturais	<p>(EF04MA03A) Analisar, interpretar e resolver situações problemas com números naturais envolvendo adição e subtração, utilizando estratégias diversas, como cálculo, cálculo mental e algoritmos, além de fazer estimativas do resultado.</p> <p>(EF04MA3B) Formular e resolver situações problemas com números naturais envolvendo adição e subtração, utilizando estratégias diversas, como cálculo, cálculo mental e algoritmos, além de fazer estimativas do resultado.</p>
Números	Propriedades das operações para o desenvolvimento de diferentes estratégias de cálculo com números naturais	<p>(EF04MA30MG) Operar com os números naturais: adição, subtração, multiplicação e divisão. (Com e sem agrupamento e desagrupamento)</p> <p>(EF04MA04) Utilizar as relações entre adição e subtração, bem como entre multiplicação e divisão, para ampliar as estratégias de cálculo.</p>
Números	Propriedades das operações para o desenvolvimento de diferentes estratégias de cálculo com números naturais	<p>(EF04MA05) Utilizar as propriedades das operações para desenvolver estratégias de cálculo.</p>
Números	Problemas envolvendo diferentes significados da multiplicação e da divisão: adição de parcelas iguais, configuração retangular, proporcionalidade, repartição equitativa e medida	<p>(EF04MA06X)A Interpretar e resolver problemas envolvendo diferentes significados da multiplicação (adição de parcelas iguais, organização retangular e proporcionalidade), utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.</p> <p>(EF04MA06X)B Elaborar e resolver problemas envolvendo diferentes significados da multiplicação (adição de parcelas iguais, organização retangular e</p>

4º Ano		
Unidades Temáticas	Objetos de Conhecimento	Habilidades
		proporcionalidade), utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.
Números	Problemas envolvendo diferentes significados da multiplicação e da divisão: adição de parcelas iguais, configuração retangular, proporcionalidade, repartição equitativa e medida	(EF04MA07A) Resolver problemas de divisão cujo divisor tenha no máximo dois algarismos, envolvendo os significados de repartição equitativa e de medida, utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos. (EF04MA07B) Elaborar problemas de divisão cujo divisor tenha no máximo dois algarismos, envolvendo os significados de repartição equitativa e de medida, utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.
Números	Problemas de contagem	(EF04MA08) Resolver, com o suporte de imagem e/ou material manipulável, problemas simples de contagem, como a determinação do número de agrupamentos possíveis ao se combinar cada elemento de uma coleção com todos os elementos de outra, utilizando estratégias e formas de registro pessoais.
Números	Números racionais: frações unitárias mais usuais ($1/2$, $1/3$, $1/4$, $1/5$, $1/10$ e $1/100$)	(EF04MA09) Reconhecer as frações unitárias mais usuais ($1/2$, $1/3$, $1/4$, $1/5$, $1/10$ e $1/100$) como unidades de medida menores do que uma unidade, utilizando a reta numérica como recurso.
Números	Números racionais: representação decimal para escrever valores do sistema monetário brasileiro	(EF04MA10A) Reconhecer que as regras do sistema de numeração decimal podem ser estendidas para a representação decimal de um número racional. (EF04MA10B) Relacionar décimos e centésimos com a representação do sistema monetário brasileiro.

4º Ano		
Unidades Temáticas	Objetos de Conhecimento	Habilidades
Álgebra	Sequência numérica recursiva formada por múltiplos de um número natural	(EF04MA11) Identificar e descrever regularidades em sequências numéricas compostas por múltiplos de um número natural.
Álgebra	Sequência numérica recursiva formada por números que deixam o mesmo resto ao ser divididos por um mesmo número natural diferente de zero	(EF04MA12) Reconhecer, por meio de investigações, que há grupos de números naturais para os quais as divisões por um determinado número resultam em restos iguais, identificando regularidades.
Álgebra	Relações entre adição e subtração e entre multiplicação e divisão	(EF04MA13) Reconhecer, por meio de investigações, utilizando a calculadora quando necessário, as relações inversas entre as operações de adição e de subtração e de multiplicação e de divisão, para aplicá-las na resolução de problemas.
Álgebra	Propriedades da igualdade	(EF04MA14) Reconhecer e mostrar, por meio de exemplos, que a relação de igualdade existente entre dois termos permanece quando se adiciona ou se subtrai um mesmo número a cada um desses termos.
Álgebra	Propriedades da igualdade	(EF04MA15) Determinar o número desconhecido que torna verdadeira uma igualdade que envolve as operações fundamentais com números naturais.
Geometria	Localização e movimentação: pontos de referência, direção e sentido Paralelismo e perpendicularismo	(EF04MA31MG) Identificar retas paralelas, retas concorrentes e retas perpendiculares, utilizando construções com palitos, mapas, figuras planas, etc.. (EF04MA16) Descrever deslocamentos e localização de pessoas e de objetos no espaço, por meio de malhas quadriculadas e representações como desenhos, mapas,

4º Ano		
Unidades Temáticas	Objetos de Conhecimento	Habilidades
		planta baixa e croquis, empregando termos como direita e esquerda, mudanças de direção e sentido, intersecção, transversais, paralelas e perpendiculares.
Geometria	Figuras geométricas espaciais (prismas e pirâmides): reconhecimento, representações, planificações e características	(EF04MA17) Associar prismas e pirâmides a suas planificações e analisar, nomear e comparar seus atributos, estabelecendo relações entre as representações planas e espaciais.
Geometria	Ângulos retos e não retos: uso de dobraduras, esquadros e softwares	(EF04MA32MG) Reconhecer ângulos nos objetos e nas figuras geométricas planas. (EF04MA18) Reconhecer ângulos retos e não retos em figuras poligonais com o uso de dobraduras, esquadros ou softwares de geometria.
Geometria	Simetria de reflexão	(EF04MA19) Reconhecer simetria de reflexão em figuras e em pares de figuras geométricas planas e utilizá-la na construção de figuras congruentes, com o uso de malhas quadriculadas e de softwares de geometria.
Grandezas e medidas	Medidas de comprimento, massa e capacidade: estimativas, utilização de instrumentos de medida e de unidades de medida convencionais mais usuais	(EF04MA20) Medir e estimar comprimentos (incluindo perímetros), massas e capacidades, utilizando unidades de medida padronizadas mais usuais, valorizando e respeitando a cultura local.

4º Ano		
Unidades Temáticas	Objetos de Conhecimento	Habilidades
Grandezas e medidas	Perímetros e áreas de figuras construídas em malhas quadriculadas	<p>(EF04MA33MG) Calcular perímetro de figuras desenhadas em malhas quadriculadas e comparar perímetros de duas figuras sem uso de fórmulas.</p> <p>(EF04MA34MG) Construir a ideia de área a partir de recobrimento de superfícies (ladrilhagem) com figuras planas.</p> <p>(EF04MA21) Medir, comparar e estimar área de figuras planas desenhadas em malha quadriculada, pela contagem dos quadradinhos ou de metades de quadradinho, reconhecendo que duas figuras com formatos diferentes podem ter a mesma medida de área.</p>
Grandezas e medidas	Medidas de tempo: leitura de horas em relógios digitais e analógicos, duração de eventos e relações entre unidades de medida de tempo	(EF04MA22) Ler e registrar medidas e intervalos de tempo em horas, minutos e segundos em situações relacionadas ao seu cotidiano, como informar os horários de início e término de realização de uma tarefa e sua duração.
Grandezas e medidas	Medidas de temperatura em grau Celsius: construção de gráficos para indicar a variação da temperatura (mínima e máxima) medida em um dado dia ou em uma semana	(EF04MA23) Reconhecer temperatura como grandeza e o grau Celsius como unidade de medida a ela associada e utilizá-lo em comparações de temperaturas em diferentes regiões do Brasil ou no exterior ou, ainda, em discussões que envolvam problemas relacionados ao aquecimento global.
Grandezas e medidas	Medidas de temperatura em grau Celsius: construção de gráficos para indicar a variação da temperatura (mínima e máxima) medida	(EF04MA24) Registrar as temperaturas máxima e mínima diárias, em locais do seu cotidiano, e elaborar gráficos de colunas com as variações diárias da temperatura, utilizando, inclusive, planilhas eletrônicas.

4º Ano		
Unidades Temáticas	Objetos de Conhecimento	Habilidades
	em um dado dia ou em uma semana	
Grandezas e medidas	Problemas utilizando o sistema monetário brasileiro	(EF04MA25A) Resolver problemas que envolvam situações de compra e venda e formas de pagamento, utilizando termos como troco e desconto, enfatizando o consumo ético, consciente e responsável, utilizando o sistema monetário brasileiro. (EF04MA25B) Elaborar problemas que envolvam situações de compra e venda e formas de pagamento, utilizando termos como troco e desconto, enfatizando o consumo ético, consciente e responsável, utilizando o sistema monetário brasileiro.
Probabilidade e estatística	Análise de chances de eventos aleatórios	(EF04MA26) Identificar, entre eventos aleatórios cotidianos, aqueles que têm maior chance de ocorrência, reconhecendo características de resultados mais prováveis, sem utilizar frações.
Probabilidade e estatística	Leitura, interpretação e representação de dados em tabelas de dupla entrada, gráficos de colunas simples e agrupadas, gráficos de barras e colunas e gráficos pictóricos	(EF04MA27) Ler, interpretar e Analisar dados apresentados em tabelas simples ou de dupla entrada e em gráficos de colunas ou pictóricos, com base em informações das diferentes áreas do conhecimento, e produzir texto com a síntese de sua análise.
Probabilidade e estatística	Diferenciação entre variáveis categóricas e variáveis numéricas Coleta, classificação e representação de dados de pesquisa realizada	(EF04MA28) Realizar pesquisa envolvendo variáveis categóricas e numéricas e organizar dados coletados por meio de tabelas e gráficos de colunas simples ou agrupadas, com e sem uso de tecnologias digitais.

5º Ano		
Unidades Temáticas	Objetos de Conhecimento	Habilidades
Números	Sistema de numeração decimal: leitura, escrita e ordenação de números naturais (de até seis ordens)	(EF05MA01X) Ler, escrever e ordenar números naturais até a ordem das centenas de milhão com compreensão das principais características do sistema de numeração decimal.
Números	Números racionais expressos na forma decimal e sua representação na reta numérica	(EF05MA02X) Ler, escrever, comparar e ordenar números racionais na forma decimal com compreensão das principais características do sistema de numeração decimal, utilizando, como recursos, a composição e decomposição e a reta numérica.
Números	Representação fracionária dos números racionais: reconhecimento, significados, leitura e representação na reta numérica	(EF05MA03) Identificar e representar frações (menores e maiores que a unidade), associando-as ao resultado de uma divisão ou à ideia de parte de um todo, utilizando a reta numérica como recurso.
Números	Comparação e ordenação de números racionais na representação decimal e na fracionária utilizando a noção de equivalência Operações com frações.	(EF05MA04) Identificar frações equivalentes. (EF05MA26MG) Calcular adição e subtração de frações com denominadores iguais e diferentes pela equivalência.
Números	Comparação e ordenação de números racionais na representação decimal e na fracionária utilizando a noção de equivalência	(EF05MA05) Comparar e ordenar números racionais positivos (representações fracionária e decimal), relacionando-os a pontos na reta numérica.

5º Ano		
Unidades Temáticas	Objetos de Conhecimento	Habilidades
Números	Cálculo de porcentagens e representação fracionária	<p>(EF05MA27MG) Reconhecer o uso da porcentagem no contexto diário.</p> <p>(EF05MA28MG) Representar simbolicamente a porcentagem.</p> <p>(EF05MA29MG) Efetuar cálculo simples de porcentagens.</p> <p>(EF05MA30MG) Interpretar representações gráficas simples de porcentagens.</p> <p>(EF05MA06) Associar as representações 10%, 25%, 50%, 75% e 100% respectivamente à décima parte, quarta parte, metade, três quartos e um inteiro, para calcular porcentagens, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, em contextos de educação financeira, entre outros.</p> <p>(EF05MA31MG) Resolver situações-problema que envolvem o uso da porcentagem no contexto diário, como 10%, 25%, 50%, 75%, 100%.</p>
Números	Operações com números racionais Problemas: adição e subtração de números naturais e números racionais cuja representação decimal é finita	<p>(EF05MA32MG) Calcular adição e subtração de números racionais na forma decimal, por meio de estratégias pessoais e algoritmos convencionais.</p> <p>(EF05MA07A) Resolver problemas de adição e subtração com números naturais e com números racionais, cuja representação decimal seja finita, utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.</p> <p>(EF05MA07B) Elaborar problemas de adição e subtração com números naturais e com números racionais, cuja representação decimal seja finita, utilizando estratégias</p>

5º Ano		
Unidades Temáticas	Objetos de Conhecimento	Habilidades
		diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.
Números	Operações com números racionais Problemas: multiplicação e divisão de números racionais cuja representação decimal é finita por números naturais	<p>(EF05MA33MG) Calcular multiplicação e divisão de números racionais na forma decimal por números inteiros, por meio de estratégias pessoais e algoritmos convencionais.</p> <p>(EF05MA08A) Resolver problemas de multiplicação e divisão com números naturais e com números racionais cuja representação decimal é finita (com multiplicador natural e divisor natural e diferente de zero), utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.</p> <p>(EF05MA08B) Elaborar problemas de multiplicação e divisão com números naturais e com números racionais cuja representação decimal é finita (com multiplicador natural e divisor natural e diferente de zero), utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.</p>
Números	Problemas de contagem do tipo: “Se cada objeto de uma coleção A for combinado com todos os elementos de uma coleção B, quantos agrupamentos desse tipo podem ser formados?”	<p>(EF05MA09A) Resolver problemas simples de contagem envolvendo o princípio multiplicativo, como a determinação do número de agrupamentos possíveis ao se combinar cada elemento de uma coleção com todos os elementos de outra coleção, por meio de diagramas de árvore ou por tabelas.</p> <p>(EF05MA09B) Elaborar problemas simples de contagem envolvendo o princípio multiplicativo, como a</p>

5º Ano		
Unidades Temáticas	Objetos de Conhecimento	Habilidades
		determinação do número de agrupamentos possíveis ao se combinar cada elemento de uma coleção com todos os elementos de outra coleção, por meio de diagramas de árvore ou por tabelas.
Álgebra	Propriedades da igualdade e noção de equivalência	(EF05MA10) Concluir, por meio de investigações, que a relação de igualdade existente entre dois membros permanece ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir cada um desses membros por um mesmo número, para construir a noção de equivalência.
Álgebra	Propriedades da igualdade e noção de equivalência	(EF05MA11A) Resolver problemas cuja conversão em sentença matemática seja uma igualdade com uma operação em que um dos termos é desconhecido. (EF05MA11B) Elaborar problemas cuja conversão em sentença matemática seja uma igualdade com uma operação em que um dos termos é desconhecido.
Álgebra	Grandezas diretamente proporcionais Problemas envolvendo a partição de um todo em duas partes proporcionais	(EF05MA12) Resolver problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta entre duas grandezas, para associar a quantidade de um produto ao valor a pagar, alterar as quantidades de ingredientes de receitas, ampliar ou reduzir escala em mapas, entre outros.
Álgebra	Grandezas diretamente proporcionais Problemas envolvendo a partição de um todo em duas partes proporcionais	(EF05MA13) Resolver problemas envolvendo a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais, tais como dividir uma quantidade em duas partes, de modo que uma seja o dobro da outra, com compreensão da ideia de razão entre as partes e delas com o todo.

5º Ano		
Unidades Temáticas	Objetos de Conhecimento	Habilidades
Geometria	Plano cartesiano: coordenadas cartesianas (1º quadrante) e representação de deslocamentos no plano cartesiano	(EF05MA14) Utilizar e compreender diferentes representações para a localização de objetos no plano, como mapas, células em planilhas eletrônicas e coordenadas geográficas, a fim de desenvolver as primeiras noções de coordenadas cartesianas.
Geometria	Plano cartesiano: coordenadas cartesianas (1º quadrante) e representação de deslocamentos no plano cartesiano	(EF05MA15) Interpretar, descrever e representar a localização ou movimentação de objetos no plano cartesiano (1º quadrante), utilizando coordenadas cartesianas, indicando mudanças de direção e de sentido e giros.
Geometria	Figuras geométricas espaciais: reconhecimento, representações, planificações e características	(EF05MA16) Associar figuras espaciais a suas planificações (prismas, pirâmides, cilindros e cones) e analisar, nomear e comparar seus atributos.
Geometria	Figuras geométricas planas: características, representações e ângulos	(EF05MA34MG) Identificar propriedades comuns e diferenças entre figuras planas (triângulo, quadrilátero e pentágono) de acordo com o número de lados, o número de ângulos, diagonais, etc. (EF05MA17) Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e desenhá-los, utilizando material de desenho ou tecnologias digitais.
Geometria	Ampliação e redução de figuras poligonais em malhas quadriculadas: reconhecimento da congruência dos ângulos e da proporcionalidade dos lados correspondentes	(EF05MA35MG) Ampliar e reduzir figuras em malhas quadriculadas. (EF05MA18) Reconhecer a congruência dos ângulos e a proporcionalidade entre os lados correspondentes de figuras poligonais em situações de ampliação e de redução em malhas quadriculadas e usando tecnologias digitais.

5º Ano		
Unidades Temáticas	Objetos de Conhecimento	Habilidades
Grandezas e medidas	Medidas de comprimento, área, massa, tempo, temperatura e capacidade: utilização de unidades convencionais e relações entre as unidades de medida mais usuais	<p>(EF05MA36MG) Calcular perímetros e áreas de figuras desenhadas em malhas quadriculadas com o uso das unidades padronizadas.</p> <p>(EF05MA19A) Resolver problemas envolvendo medidas das grandezas comprimento, área, massa, tempo, temperatura e capacidade, recorrendo a transformações entre as unidades mais usuais em contextos socioculturais.</p> <p>(EF05MA19B) Elaborar problemas envolvendo medidas das grandezas comprimento, área, massa, tempo, temperatura e capacidade, recorrendo a transformações entre as unidades mais usuais em contextos socioculturais.</p>
Grandezas e medidas	Áreas e perímetros de figuras poligonais: algumas relações	(EF05MA20) Concluir, por meio de investigações, que figuras de perímetros iguais podem ter áreas diferentes e que, também, figuras que têm a mesma área podem ter perímetros diferentes.
Grandezas e medidas	Noção de volume	(EF05MA21) Reconhecer volume como grandeza associada a sólidos geométricos e medir volumes por meio de empilhamento de cubos, utilizando, preferencialmente, objetos concretos.
Probabilidade e estatística	Espaço amostral: análise de chances de eventos aleatórios	(EF05MA22) Apresentar todos os possíveis resultados de um experimento aleatório, estimando se esses resultados são igualmente prováveis ou não.
Probabilidade e estatística	Cálculo de probabilidade de eventos equiprováveis	(EF05MA23) Determinar a probabilidade de ocorrência de um resultado em eventos aleatórios, quando todos os resultados possíveis têm a mesma chance de ocorrer (equiprováveis).

5º Ano		
Unidades Temáticas	Objetos de Conhecimento	Habilidades
Probabilidade e estatística	Leitura, coleta, classificação interpretação e representação de dados em tabelas de dupla entrada, gráfico de colunas agrupadas, gráficos pictóricos e gráfico de linhas	(EF05MA24) Ler e Interpretar dados estatísticos apresentados em textos, tabelas e gráficos (colunas ou linhas), referentes a outras áreas do conhecimento ou a outros contextos, como saúde e trânsito, e produzir textos com o objetivo de sintetizar conclusões.
Probabilidade e estatística	Leitura, coleta, classificação interpretação e representação de dados em tabelas de dupla entrada, gráfico de colunas agrupadas, gráficos pictóricos e gráfico de linhas	(EF05MA25) Realizar pesquisa envolvendo variáveis categóricas e numéricas, organizar dados coletados por meio de tabelas, gráficos de colunas, pictóricos e de linhas, com e sem uso de tecnologias digitais, e apresentar texto escrito sobre a finalidade da pesquisa e a síntese dos resultados.

6º Ano		
Unidades Temáticas	Objetos de Conhecimento	Habilidades
Números	História dos números e do Sistema de numeração. Sistema de numeração decimal: características, leitura, escrita e comparação de números naturais e de números racionais representados na forma decimal. Reta numérica.	(EF06MA35MG) Reconhecer, no contexto social, diferentes significados dos números naturais. (EF06MA01A) Comparar, ordenar, ler e escrever números naturais, fazendo uso da reta numérica. (EF06MA01B) Comparar, ordenar, ler e escrever números racionais cuja representação decimal é finita, fazendo uso da reta numérica.

6º Ano		
Unidades Temáticas	Objetos de Conhecimento	Habilidades
Números	Sistema de numeração decimal: características, leitura, escrita e comparação de números naturais e de números racionais representados na forma decimal	(EF06MA02A) Reconhecer o sistema de numeração decimal, como o que prevaleceu no mundo ocidental, e destacar semelhanças e diferenças com outros sistemas, de modo a sistematizar suas principais características (base, valor posicional e função do zero), utilizando, inclusive, a composição e decomposição de números naturais.
		(EF06MA02B) Reconhecer o sistema de numeração decimal, como o que prevaleceu no mundo ocidental, e destacar semelhanças e diferenças com outros sistemas, de modo a sistematizar suas principais características (base, valor posicional e função do zero), utilizando, inclusive, a composição e decomposição números racionais em sua representação decimal.
Números	Operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação) com números naturais Divisão euclidiana	(EF06MA36MG) Operar com os números naturais: adicionar, subtrair, multiplicar, dividir, calcular potências, calcular a raiz quadrada de quadrados perfeitos.
		(EF06MA03A) Resolver problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora. (EF06MA03B) Elaborar problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora.
Números	Fluxograma para determinar a paridade de um número natural Múltiplos e divisores de um	(EF06MA04) Construir algoritmo em linguagem natural e representá-lo por fluxograma que indique a resolução de

6º Ano		
Unidades Temáticas	Objetos de Conhecimento	Habilidades
	número natural Números primos e compostos	um problema simples (por exemplo, se um número natural qualquer é par).
Números	Fluxograma para determinar a paridade de um número natural Múltiplos e divisores de um número natural Números primos e compostos Fatoração de números naturais	(EF06MA05) Classificar números naturais em primos e compostos, estabelecer relações entre números, expressas pelos termos “é múltiplo de”, “é divisor de”, “é fator de”, e estabelecer, por meio de investigações, critérios de divisibilidade por 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 100 e 1000. (EF06MA37MG) Fatorar números naturais em produto de números primos. (EF06MA38MG) Utilizar a fatoração em primos em fatoração e números primos. (EF06MA39MG) Resolver problemas que envolvam o algoritmo de Euclides.
Números	Fluxograma para determinar a paridade de um número natural Múltiplos e divisores de um número natural Números primos e compostos Fatoração de números naturais Mínimo Múltiplo Comum Máximo Divisor Comum	(EF06MA40MG) Determinar o M.D.C. e M.M.C. de números naturais. (EF06MA06A) Resolver problemas que envolvam as ideias de múltiplo e de divisor. (EF06MA06B) Elaborar problemas que envolvam as ideias de múltiplo e de divisor.
Números	Frações: significados (parte/todo, quociente), equivalência, comparação, adição e subtração; cálculo da fração de um número	(EF06MA07) Compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes.

6º Ano		
Unidades Temáticas	Objetos de Conhecimento	Habilidades
	natural; adição e subtração de frações	
Números	Frações: significados (parte/todo, quociente), equivalência, comparação, adição e subtração; cálculo da fração de um número natural; adição e subtração de frações	(EF06MA41MG) Reconhecer, no contexto social, diferentes significados dos números racionais. (EF06MA08) Reconhecer que os números racionais positivos podem ser expressos nas formas fracionária e decimal, estabelecer relações entre essas representações, passando de uma representação para outra, e relacioná-los a pontos na reta numérica.
Números	Frações: significados (parte/todo, quociente), equivalência, comparação, adição e subtração; cálculo da fração de um número natural; adição e subtração de frações	(EF06MA09A) Resolver problemas que envolvam o cálculo da fração de uma quantidade e cujo resultado seja um número natural, com e sem uso de calculadora. (EF06MA09B) Elaborar problemas que envolvam o cálculo da fração de uma quantidade e cujo resultado seja um número natural, com e sem uso de calculadora.
Números	Frações: significados (parte/todo, quociente), equivalência, comparação, adição e subtração; cálculo da fração de um número natural; adição e subtração de frações	(EF06MA42MG) Operar com números racionais em forma fracionária: adicionar e subtrair. (EF06MA10A) Resolver problemas que envolvam adição ou subtração com números racionais positivos na representação fracionária. (EF06MA10B) Elaborar problemas que envolvam adição ou subtração com números racionais positivos na representação fracionária.

6º Ano		
Unidades Temáticas	Objetos de Conhecimento	Habilidades
Números	Operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação) com números racionais	<p>(EF06MA43MG) Operar com números racionais em forma decimal: adicionar, multiplicar, subtrair, dividir e calcular potências.</p> <p>(EF06MA11A) Resolver problemas com números racionais positivos na representação decimal, envolvendo as quatro operações fundamentais e a potenciação, por meio de estratégias diversas, utilizando estimativas e arredondamentos para verificar a razoabilidade de respostas, com e sem uso de calculadora.</p> <p>(EF06MA11B) Elaborar problemas com números racionais positivos na representação decimal, envolvendo as quatro operações fundamentais e a potenciação, por meio de estratégias diversas, utilizando estimativas e arredondamentos para verificar a razoabilidade de respostas, com e sem uso de calculadora.</p>
Números	Aproximação de números para múltiplos de potências de 10	(EF06MA12) Fazer estimativas de quantidades e aproximar números para múltiplos da potência de 10 mais próxima.
Números	Cálculo de porcentagens por meio de estratégias diversas, sem fazer uso da “regra de três”	<p>(EF06MA44MG) Interpretar e utilizar o símbolo %.</p> <p>(EF06MA45MG) Efetuar cálculos de porcentagem.</p> <p>(EF06MA13A) Resolver problemas que envolvam porcentagens, com base na ideia de proporcionalidade, sem fazer uso da “regra de três”, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, em contextos de educação financeira, entre outros.</p> <p>(EF06MA13B) Elaborar problemas que envolvam porcentagens, com base na ideia de proporcionalidade, sem fazer uso da “regra de três”, utilizando estratégias</p>

6º Ano		
Unidades Temáticas	Objetos de Conhecimento	Habilidades
		<p>persoais, cálculo mental e calculadora, em contextos de educação financeira, entre outros.</p>
Álgebra	Propriedades da igualdade	<p>(EF06MA14) Reconhecer que a relação de igualdade matemática não se altera ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir os seus dois membros por um mesmo número e utilizar essa noção para determinar valores desconhecidos na resolução de problemas.</p>
Álgebra	Problemas que tratam da partição de um todo em duas partes desiguais, envolvendo razões entre as partes e entre uma das partes e o todo	<p>(EF06MA15A) Resolver problemas que envolvam a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais, envolvendo relações aditivas e multiplicativas, bem como a razão entre as partes e entre uma das partes e o todo.</p> <p>(EF06MA15B) Elaborar problemas que envolvam a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais, envolvendo relações aditivas e multiplicativas, bem como a razão entre as partes e entre uma das partes e o todo.</p>
Geometria	Plano cartesiano: associação dos vértices de um polígono a pares ordenados	<p>(EF06MA16X) Associar pares ordenados de números a pontos do plano cartesiano do 1º quadrante, em situações como a localização dos vértices de um polígono, com ou sem o uso de tecnologias digitais.</p>
Geometria	Prismas e pirâmides: planificações e relações entre seus elementos (vértices, faces e arestas)	<p>(EF06MA17) Quantificar e estabelecer relações entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e pirâmides, em função do seu polígono da base, para resolver problemas e desenvolver a percepção espacial.</p>
Geometria	Polígonos: classificações quanto ao número de vértices, às medidas de lados e ângulos e ao paralelismo e perpendicularismo dos lados	<p>(EF06MA18) Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e classificá-los em regulares e não regulares, tanto em suas representações no plano como em faces de poliedros.</p>

6º Ano		
Unidades Temáticas	Objetos de Conhecimento	Habilidades
Geometria	Polígonos: classificações quanto ao número de vértices, às medidas de lados e ângulos e ao paralelismo e perpendicularismo dos lados	(EF06MA19) Identificar características dos triângulos e classificá-los em relação às medidas dos lados e dos ângulos.
Geometria	Polígonos: classificações quanto ao número de vértices, às medidas de lados e ângulos e ao paralelismo e perpendicularismo dos lados	(EF06MA20) Identificar características dos quadriláteros, classificá-los em relação a lados e a ângulos e reconhecer a inclusão e a intersecção de classes entre eles.
Geometria	Construção de figuras semelhantes: ampliação e redução de figuras planas em malhas quadriculadas	(EF06MA21) Construir figuras planas semelhantes em situações de ampliação e de redução, com o uso de malhas quadriculadas, plano cartesiano ou tecnologias digitais.
Geometria	Construção de retas paralelas e perpendiculares, fazendo uso de réguas, esquadros e softwares	(EF06MA22) Utilizar instrumentos, como réguas e esquadros, ou softwares para representações de retas paralelas e perpendiculares e construção de quadriláteros, entre outros.
Geometria	Construção de retas paralelas e perpendiculares, fazendo uso de réguas, esquadros e softwares	(EF06MA23) Construir algoritmo para resolver situações passo a passo (como na construção de dobraduras ou na indicação de deslocamento de um objeto no plano segundo pontos de referência e distâncias fornecidas etc.).

6º Ano		
Unidades Temáticas	Objetos de Conhecimento	Habilidades
Grandezas e medidas	Problemas sobre medidas envolvendo grandezas como comprimento, massa, tempo, temperatura, área, capacidade e volume	(EF06MA46MG) Relacionar o metro com seus múltiplos e submúltiplos.
		(EF06MA47MG) Realizar conversões entre unidades de medidas de comprimento.
		(EF06MA48MG) Relacionar o metro quadrado com seus múltiplos e submúltiplos.
		(EF06MA49MG) Realizar conversões entre unidades de medidas de área.
		(EF06MA50MG) Relacionar o grama com seus múltiplos e submúltiplos.
		(EF06MA51MG) Realizar conversões entre unidades de medidas de massa.
		(EF06MA52MG) Relacionar o metro cúbico com seus múltiplos e submúltiplos.
		(EF06MA53MG) Relacionar o decímetro cúbico com o litro e o mililitro.
		(EF06MA54MG) Realizar conversões entre unidades de medidas de volume/capacidade.
		(EF06MA24A) Resolver problemas que envolvam as grandezas comprimento, massa, tempo, temperatura, área (triângulos e retângulos), capacidade e volume (sólidos formados por blocos retangulares), sem uso de fórmulas, inseridos, sempre que possível, em contextos oriundos de situações reais e/ou relacionadas às outras áreas do conhecimento.
(EF06MA24B) Elaborar problemas que envolvam as grandezas comprimento, massa, tempo, temperatura, área (triângulos e retângulos), capacidade e volume (sólidos formados por blocos retangulares), sem uso de fórmulas, inseridos, sempre que possível, em contextos oriundos de		

6º Ano		
Unidades Temáticas	Objetos de Conhecimento	Habilidades
		situações reais e/ou relacionadas às outras áreas do conhecimento.
Grandezas e medidas	Ângulos: noção, usos e medida	(EF06MA55MG) Identificar ângulo como mudança de direção. (EF06MA25) Reconhecer a abertura do ângulo como grandeza associada às figuras geométricas.
Grandezas e medidas	Ângulos: noção, usos e medida	(EF06MA26) Resolver problemas que envolvam a noção de ângulo em diferentes contextos e em situações reais, como ângulo de visão.
Grandezas e medidas	Ângulos: noção, usos e medida	(EF06MA27) Determinar medidas da abertura de ângulos, por meio de transferidor e/ou tecnologias digitais.
Grandezas e medidas	Plantas baixas e vistas aéreas	(EF06MA28) Interpretar, descrever e desenhar plantas baixas simples de residências e vistas aéreas.
Grandezas e medidas	Perímetro de um quadrado como grandeza proporcional à medida do lado	(EF06MA29) Analisar e descrever mudanças que ocorrem no perímetro e na área de um quadrado ao se ampliarem ou reduzirem, igualmente, as medidas de seus lados, para compreender que o perímetro é proporcional à medida do lado, o que não ocorre com a área.
Probabilidade e estatística	Cálculo de probabilidade como a razão entre o número de resultados favoráveis e o total de resultados possíveis em um espaço amostral equiprovável Cálculo de probabilidade por meio de muitas repetições	(EF06MA56MG) Relacionar o conceito de probabilidade com o de razão. (EF06MA30) Calcular a probabilidade de um evento aleatório, expressando-a por número racional (forma fracionária, decimal e percentual) e comparar esse número com a probabilidade obtida por meio de experimentos sucessivos.

6º Ano		
Unidades Temáticas	Objetos de Conhecimento	Habilidades
	de um experimento (frequências de ocorrências e probabilidade frequentista)	
Probabilidade e estatística	Leitura e interpretação de tabelas e gráficos (de colunas ou barras simples ou múltiplas) referentes a variáveis categóricas e variáveis numéricas	(EF06MA31) Identificar as variáveis e suas frequências e os elementos constitutivos (título, eixos, legendas, fontes e datas) em diferentes tipos de gráfico.
Probabilidade e estatística	Leitura e interpretação de tabelas e gráficos (de colunas ou barras simples ou múltiplas) referentes a variáveis categóricas e variáveis numéricas	(EF06MA32) Interpretar e resolver situações que envolvam dados de pesquisas sobre contextos ambientais, sustentabilidade, trânsito, consumo responsável, entre outros, apresentadas pela mídia em tabelas e em diferentes tipos de gráficos e redigir textos escritos com o objetivo de sintetizar conclusões.
Probabilidade e estatística	Coleta de dados, organização e registro Construção de diferentes tipos de gráficos para representá-los e interpretação das informações	(EF06MA33) Planejar e coletar dados de pesquisa referente a práticas sociais escolhidas pelos alunos e fazer uso de planilhas eletrônicas para registro, representação e interpretação das informações, em tabelas, vários tipos de gráficos e texto.
Probabilidade e estatística	Diferentes tipos de representação de informações: gráficos e fluxogramas	(EF06MA34) Interpretar e desenvolver fluxogramas simples, identificando as relações entre os objetos representados (por exemplo, posição de cidades considerando as estradas que as unem, hierarquia dos funcionários de uma empresa etc.).

7º Ano		
Unidades Temáticas	Objetos de Conhecimento	Habilidades
Números	Múltiplos e divisores de um número natural	<p>(EF07MA01A) Resolver problemas com números naturais, envolvendo as noções de divisor e de múltiplo, podendo incluir máximo divisor comum ou mínimo múltiplo comum, por meio de estratégias diversas, sem a aplicação de algoritmos.</p> <p>(EF07MA01B) Elaborar problemas com números naturais, envolvendo as noções de divisor e de múltiplo, podendo incluir máximo divisor comum ou mínimo múltiplo comum, por meio de estratégias diversas, sem a aplicação de algoritmos.</p>
Números	Cálculo de porcentagens e de acréscimos e decréscimos simples	<p>(EF07MA38MG) Resolver problemas que envolvam o cálculo de porcentagem.</p> <p>(EF07MA39MG) Resolver problemas comparando preços à vista e a prazo.</p> <p>(EF07MA02A) Resolver problemas que envolvam porcentagens, como os que lidam com acréscimos e decréscimos simples, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e/ou calculadora, no contexto de educação financeira, entre outros.</p> <p>(EF07MA02B) Elaborar problemas que envolvam porcentagens, como os que lidam com acréscimos e decréscimos simples, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e/ou calculadora, no contexto de educação financeira, entre outros.</p>
Números	Números inteiros: usos, história, ordenação, associação com pontos da reta numérica e operações	<p>(EF07MA40MG) Reconhecer a necessidade da ampliação do conjunto dos números naturais por meio de situações contextualizadas e/ou resolução de problemas.</p> <p>(EF07MA03) Comparar e ordenar números inteiros em diferentes contextos, incluindo o histórico, associá-los a</p>

7º Ano		
Unidades Temáticas	Objetos de Conhecimento	Habilidades
		pontos da reta numérica e utilizá-los em situações que envolvam adição e subtração.
Números	Números inteiros: usos, história, ordenação, associação com pontos da reta numérica e operações	<p>(EF07MA41MG) Operar com números inteiros: adicionar, multiplicar, subtrair, dividir, calcular potências e raiz n-ésima de números inteiros que são potências de n.</p> <p>(EF07MA04A) Resolver problemas que envolvam operações com números inteiros.</p> <p>(EF07MA04B) Elaborar problemas que envolvam operações com números inteiros.</p>
Números	Fração e seus significados: como parte de inteiros, resultado da divisão, razão e operador	<p>(EF07MA42MG) Reconhecer a necessidade da ampliação do conjunto dos números inteiros por meio de situações contextualizadas e/ou resolução de problemas.</p> <p>(EF07MA43MG) Reconhecer, no contexto social, diferentes significados dos números racionais.</p> <p>(EF07MA44MG) Identificar a representação decimal e fracionária de um número racional.</p> <p>(EF07MA45MG) Operar com números racionais em forma decimal e fracionária: adicionar, multiplicar, subtrair, dividir e calcular potências e raiz n-ésima números racionais que são potências de n.</p> <p>(EF07MA05) Resolver um mesmo problema utilizando diferentes algoritmos.</p>
Números	Fração e seus significados: como parte de inteiros, resultado da divisão, razão e operador	(EF07MA06) Reconhecer que as resoluções de um grupo de problemas que têm a mesma estrutura podem ser obtidas utilizando os mesmos procedimentos.

7º Ano		
Unidades Temáticas	Objetos de Conhecimento	Habilidades
Números	Fração e seus significados: como parte de inteiros, resultado da divisão, razão e operador	(EF07MA07) Representar por meio de um fluxograma os passos utilizados para resolver um grupo de problemas.
Números	Fração e seus significados: como parte de inteiros, resultado da divisão, razão e operador	(EF07MA08) Comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros, resultado da divisão, razão e operador.
Números	Fração e seus significados: como parte de inteiros, resultado da divisão, razão e operador	(EF07MA09) Utilizar, na resolução de problemas, a associação entre razão e fração, como a fração $\frac{2}{3}$ para expressar a razão de duas partes de uma grandeza para três partes da mesma ou três partes de outra grandeza.
Números	Números racionais na representação fracionária e na decimal: usos, ordenação e associação com pontos da reta numérica e operações	(EF07MA10) Comparar e ordenar números racionais em diferentes contextos e associá-los a pontos da reta numérica.
Números	Números racionais na representação fracionária e na decimal: usos, ordenação e associação com pontos da reta numérica e operações	(EF07MA11) Compreender e utilizar a multiplicação e a divisão de números racionais, a relação entre elas e suas propriedades operatórias.
Números	Números racionais na representação fracionária e na decimal: usos, ordenação e associação	(EF07MA12A) Resolver problemas que envolvam as operações com números racionais. (EF07MA12B) Elaborar problemas que envolvam as operações com números racionais.

7º Ano		
Unidades Temáticas	Objetos de Conhecimento	Habilidades
	com pontos da reta numérica e operações	
Álgebra	Linguagem algébrica: variável e incógnita	(EF07MA13) Compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita.
Álgebra	Linguagem algébrica: variável e incógnita	(EF07MA14) Classificar sequências em recursivas e não recursivas, reconhecendo que o conceito de recursão está presente não apenas na matemática, mas também nas artes e na literatura.
Álgebra	Linguagem algébrica: variável e incógnita	(EF07MA15) Utilizar a simbologia algébrica para expressar regularidades encontradas em sequências numéricas.
Álgebra	Equivalência de expressões algébricas: identificação da regularidade de uma sequência numérica	(EF07MA16) Reconhecer se duas expressões algébricas obtidas para descrever a regularidade de uma mesma sequência numérica são ou não equivalentes.
Álgebra	Problemas envolvendo grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais	(EF07MA46MG) Reconhecer a variação e dependência de grandezas para compreender a realidade. (EF07MA47MG) Identificar grandezas diretamente proporcionais. (EF07MA48MG) Identificar grandezas inversamente proporcionais. (EF07MA17A) Resolver problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta e de proporcionalidade inversa entre duas grandezas,

7º Ano		
Unidades Temáticas	Objetos de Conhecimento	Habilidades
		<p>utilizando sentença algébrica para expressar a relação entre elas.</p> <p>(EF07MA17B) Elaborar problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta e de proporcionalidade inversa entre duas grandezas, utilizando sentença algébrica para expressar a relação entre elas.</p>
Álgebra	Equações polinomiais do 1º grau	<p>(EF07MA49MG) Reconhecer uma equação de primeiro grau e utilizá-la na modelagem de diferentes situações.</p> <p>(EF07MA50MG) Identificar a raiz de uma equação do primeiro grau.</p> <p>(EF07MA51MG) Resolver uma equação do primeiro grau.</p> <p>(EF07MA18A) Resolver problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma $ax + b = c$, fazendo uso das propriedades da igualdade.</p> <p>(EF07MA18B) Elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma $ax + b = c$, fazendo uso das propriedades da igualdade.</p>
Geometria	Transformações geométricas de polígonos no plano cartesiano: multiplicação das coordenadas por um número inteiro e obtenção de simétricos em relação aos eixos e à origem	<p>(EF07MA52MG) Reconhecer o plano cartesiano.</p> <p>(EF07MA53MG) Localizar pontos no plano cartesiano.</p> <p>(EF07MA54MG) Representar um conjunto de dados graficamente no plano cartesiano.</p> <p>(EF07MA19) Realizar transformações de polígonos representados no plano cartesiano, decorrentes da</p>

7º Ano		
Unidades Temáticas	Objetos de Conhecimento	Habilidades
		multiplicação das coordenadas de seus vértices por um número inteiro.
Geometria	Transformações geométricas de polígonos no plano cartesiano: multiplicação das coordenadas por um número inteiro e obtenção de simétricos em relação aos eixos e à origem	(EF07MA20) Reconhecer e representar, no plano cartesiano, o simétrico de figuras em relação aos eixos e à origem.
Geometria	Simetrias de translação, rotação e reflexão	(EF07MA21) Reconhecer e construir figuras obtidas por simetrias de translação, rotação e reflexão, usando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica e vincular esse estudo a representações planas de obras de arte, elementos arquitetônicos, entre outros.
Geometria	A circunferência como lugar geométrico	(EF07MA22) Construir circunferências, utilizando compasso, reconhecê-las como lugar geométrico e utilizá-las para fazer composições artísticas e resolver problemas que envolvam objetos equidistantes.
Geometria	Relações entre os ângulos formados por retas paralelas intersectadas por uma transversal	(EF07MA55MG) Utilizar termos ângulo, retas paralelas, transversais e perpendiculares para descrever situações do mundo físico ou objetos. (EF07MA23) Verificar relações entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal, com e sem uso de softwares de geometria dinâmica.
Geometria	Triângulos: construção, condição de existência e	(EF07MA24) Construir triângulos, usando régua e compasso, reconhecer a condição de existência do triângulo quanto à medida dos lados e verificar que a

7º Ano		
Unidades Temáticas	Objetos de Conhecimento	Habilidades
	soma das medidas dos ângulos internos	soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180°.
Geometria	Triângulos: construção, condição de existência e soma das medidas dos ângulos internos	(EF07MA25) Reconhecer a rigidez geométrica dos triângulos e suas aplicações, como na construção de estruturas arquitetônicas (telhados, estruturas metálicas e outras) ou nas artes plásticas.
Geometria	Triângulos: construção, condição de existência e soma das medidas dos ângulos internos	(EF07MA26) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um triângulo qualquer, conhecidas as medidas dos três lados.
Geometria	Ângulos internos e externos de um polígono Polígonos regulares: quadrado e triângulo equilátero	(EF07MA56MG) Utilizar as relações entre ângulos formados por retas paralelas com transversais para obter a soma dos ângulos internos e externos de um polígono. (EF07MA27) Calcular medidas de ângulos internos de polígonos regulares, sem o uso de fórmulas, e estabelecer relações entre ângulos internos e externos de polígonos, preferencialmente vinculadas à construção de mosaicos e de ladrilhamentos.
Geometria	Polígonos regulares: quadrado e triângulo equilátero	(EF07MA28) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um polígono regular (como quadrado e triângulo equilátero), conhecida a medida de seu lado.
Grandezas e medidas	Problemas envolvendo medições	(EF07MA29A) Resolver problemas que envolvam medidas de grandezas inseridos em contextos oriundos de situações cotidianas ou de outras áreas do conhecimento, reconhecendo que toda medida empírica é aproximada. (EF07MA29B) Elaborar problemas que envolvam medidas de grandezas inseridos em contextos oriundos

7º Ano		
Unidades Temáticas	Objetos de Conhecimento	Habilidades
		de situações cotidianas ou de outras áreas do conhecimento, reconhecendo que toda medida empírica é aproximada.
Grandezas e medidas	Cálculo de volume de blocos retangulares, utilizando unidades de medida convencionais mais usuais	<p>(EF07MA57MG) Relacionar o metro cúbico com seus múltiplos e submúltiplos.</p> <p>(EF07MA58MG) Relacionar o decímetro cúbico com o litro e o mililitro.</p> <p>(EF07MA59MG) Realizar conversões entre unidades de medidas de volume/capacidade.</p> <p>(EF07MA60MG) Escolher adequadamente múltiplos ou submúltiplos do metro cúbico para efetuar medidas.</p> <p>(EF07MA61MG) Fazer estimativas de volumes e capacidades.</p> <p>(EF07MA30A) Resolver problemas de cálculo de medida do volume de blocos retangulares, envolvendo as unidades usuais (metro cúbico, decímetro cúbico e centímetro cúbico).</p> <p>(EF07MA30B) Elaborar problemas de cálculo de medida do volume de blocos retangulares, envolvendo as unidades usuais (metro cúbico, decímetro cúbico e centímetro cúbico).</p>
Grandezas e medidas	Equivalência de área de figuras planas: cálculo de áreas de figuras que podem ser decompostas por outras, cujas áreas podem ser facilmente determinadas como triângulos e quadriláteros	(EF07MA31) Estabelecer expressões de cálculo de área de triângulos e de quadriláteros.

7º Ano		
Unidades Temáticas	Objetos de Conhecimento	Habilidades
Grandezas e medidas	Equivalência de área de figuras planas: cálculo de áreas de figuras que podem ser decompostas por outras, cujas áreas podem ser facilmente determinadas como triângulos e quadriláteros	(EF07MA32A) Resolver problemas de cálculo de medida de área de figuras planas que podem ser decompostas por quadrados, retângulos e/ou triângulos, utilizando a equivalência entre áreas. (EF07MA32B) Elaborar problemas de cálculo de medida de área de figuras planas que podem ser decompostas por quadrados, retângulos e/ou triângulos, utilizando a equivalência entre áreas.
Grandezas e medidas	Medida do comprimento da circunferência	(EF07MA33) Estabelecer o número π como a razão entre a medida de uma circunferência e seu diâmetro, para compreender e resolver problemas, inclusive os de natureza histórica.
Probabilidade e estatística	Experimentos aleatórios: espaço amostral e estimativa de probabilidade por meio de frequência de ocorrências	(EF07MA34) Planejar e realizar experimentos aleatórios ou simulações que envolvem cálculo de probabilidades ou estimativas por meio de frequência de ocorrências.
Probabilidade e estatística	Estatística: média e amplitude de um conjunto de dados	(EF07MA35) Compreender, em contextos significativos, o significado de média estatística como indicador da tendência de uma pesquisa, calcular seu valor e relacioná-lo, intuitivamente, com a amplitude do conjunto de dados.
Probabilidade e estatística	Pesquisa amostral e pesquisa censitária Planejamento de pesquisa, coleta e organização dos dados, construção de tabelas e gráficos e	(EF07MA36) Planejar e realizar pesquisa envolvendo tema da realidade social, identificando a necessidade de ser censitária ou de usar amostra, e interpretar os dados para comunicá-los por meio de relatório escrito, tabelas e gráficos, com o apoio de planilhas eletrônicas.

7º Ano		
Unidades Temáticas	Objetos de Conhecimento	Habilidades
	interpretação das informações	
Probabilidade e estatística	Gráficos de setores: interpretação, pertinência e construção para representar conjunto de dados	(EF07MA37) Interpretar e analisar dados apresentados em gráfico de setores divulgados pela mídia e compreender quando é possível ou conveniente sua utilização.

8º Ano		
Unidades Temáticas	Objetos de Conhecimento	Habilidades
Números	Notação científica	(EF08MA01X) Efetuar cálculos com potências de expoentes inteiros e aplicar esse conhecimento na representação de números em notação científica, identificando a sua aplicação no mundo físico, bem como em outros componentes curriculares.
Números	Potenciação e radiciação	(EF08MA02A) Resolver problemas usando a relação entre potenciação e radiciação, para representar uma raiz como potência de expoente fracionário. (EF08MA02B) Elaborar problemas usando a relação entre potenciação e radiciação, para representar uma raiz como potência de expoente fracionário.
Números	O princípio multiplicativo da contagem	(EF08MA03A) Resolver problemas de contagem cuja resolução envolva a aplicação do princípio multiplicativo.

8º Ano		
Unidades Temáticas	Objetos de Conhecimento	Habilidades
		(EF08MA03B) Resolver problemas de contagem cuja resolução envolva a aplicação do princípio multiplicativo.
Números	Porcentagens	(EF08MA04A) Resolver problemas, envolvendo cálculo de porcentagens, incluindo o uso de tecnologias digitais. (EF08MA04B) Elaborar problemas, envolvendo cálculo de porcentagens, incluindo o uso de tecnologias digitais.
Números	Dízimas periódicas: fração geratriz	(EF08MA28MG) Identificar números racionais com as dízimas periódicas. (EF08MA05) Reconhecer e utilizar procedimentos para a obtenção de uma fração geratriz para uma dízima periódica.
Álgebra	Valor numérico de expressões algébricas	(EF08MA06A) Resolver problemas que envolvam cálculo do valor numérico de expressões algébricas, utilizando as propriedades das operações. (EF08MA06B) Elaborar problemas que envolvam cálculo do valor numérico de expressões algébricas, utilizando as propriedades das operações.
Álgebra	Associação de uma equação linear de 1º grau a uma reta no plano cartesiano	(EF08MA07) Associar uma equação linear de 1º grau com duas incógnitas a uma reta no plano cartesiano.

8º Ano		
Unidades Temáticas	Objetos de Conhecimento	Habilidades
Álgebra	Sistema de equações polinomiais de 1º grau: resolução algébrica e representação no plano cartesiano	<p>(EF08MA31MG) Reconhecer um sistema de duas equações lineares e utilizá-lo para modelar problemas.</p> <p>(EF08MA32MG) Identificar a(s) solução (ões) de um sistema de duas equações lineares.</p> <p>(EF08MA33MG) Resolver um sistema de equações do primeiro grau.</p> <p>(EF08MA08A) Resolver problemas relacionados ao seu contexto próximo, que possam ser representados por sistemas de equações de 1º grau com duas incógnitas e interpretá-los, utilizando, inclusive, o plano cartesiano como recurso.</p> <p>(EF08MA08B) Elaborar problemas relacionados ao seu contexto próximo, que possam ser representados por sistemas de equações de 1º grau com duas incógnitas e interpretá-los, utilizando, inclusive, o plano cartesiano como recurso.</p>
Álgebra	Equação polinomial de 2º grau do tipo $ax^2 = b$	<p>(EF08MA34MG) Reconhecer uma equação de segundo grau do tipo $ax^2 = b$.</p> <p>(EF08MA35MG) Identificar a(s) raiz(izes) de uma equação do segundo grau.</p> <p>(EF08MA09A) Resolver, com e sem uso de tecnologias, problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 2º grau do tipo $ax^2 = b$.</p> <p>(EF08MA09B) Elaborar, com e sem uso de tecnologias, problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 2º grau do tipo $ax^2 = b$.</p>
Álgebra	Sequências recursivas e não recursivas	(EF08MA10) Identificar a regularidade de uma sequência numérica ou figural não recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma

8º Ano		
Unidades Temáticas	Objetos de Conhecimento	Habilidades
		que permita indicar os números ou as figuras seguintes.
Álgebra	Sequências recursivas e não recursivas	(EF08MA11) Identificar a regularidade de uma sequência numérica recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números seguintes.
Álgebra	Variação de grandezas: diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não proporcionais	(EF08MA12) Identificar a natureza da variação de duas grandezas, diretamente, inversamente proporcionais ou não proporcionais, expressando a relação existente por meio de sentença algébrica e representá-la no plano cartesiano.
Álgebra	Variação de grandezas: diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não proporcionais	(EF08MA13A) Resolver problemas que envolvam grandezas diretamente ou inversamente proporcionais, por meio de estratégias variadas. (EF08MA13B) Elaborar problemas que envolvam grandezas diretamente ou inversamente proporcionais, por meio de estratégias variadas.
Geometria	Congruência de triângulos e demonstrações de propriedades de quadriláteros	(EF08MA14) Demonstrar propriedades de quadriláteros por meio da identificação da congruência de triângulos.
Geometria	Construções geométricas: ângulos de 90°, 60°, 45° e 30° e polígonos regulares	(EF08MA15) Construir, utilizando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica, mediatriz, bissetriz, ângulos de 90°, 60°, 45° e 30° e polígonos regulares.
Geometria	Construções geométricas: ângulos de 90°, 60°, 45° e 30° e polígonos regulares	(EF08MA16) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um hexágono regular de qualquer área, a partir da medida

8º Ano		
Unidades Temáticas	Objetos de Conhecimento	Habilidades
		do ângulo central e da utilização de esquadros e compasso.
Geometria	Mediatriz e bissetriz como lugares geométricos: construção e problemas	<p>(EF08MA36MG) Identificar segmento, ponto médio de um segmento, triângulo e seus elementos, polígonos e seus elementos.</p> <p>(EF08MA37MG) Reconhecer as propriedades do ponto de encontro das medianas (baricentro), alturas (ortocentro) e das bissetrizes (Incentro) de um triângulo.</p> <p>(EF08MA17) Aplicar os conceitos de mediatriz e bissetriz como lugares geométricos na resolução de problemas.</p>
Geometria	Transformações geométricas: simetrias de translação, reflexão e rotação	(EF08MA18) Reconhecer e construir figuras obtidas por composições de transformações geométricas (translação, reflexão e rotação), com o uso de instrumentos de desenho ou de softwares de geometria dinâmica.
Grandezas e medidas	Área de figuras planas Área do círculo e comprimento de sua circunferência	<p>(EF08MA38MG) Calcular área de figuras planas: triângulos, quadriláteros e círculos ou figuras compostas por algumas dessas.</p> <p>(EF08MA19A) Resolver problemas que envolvam medidas de área de figuras geométricas, utilizando expressões de cálculo de área (quadriláteros, triângulos e círculos), em situações como determinar medida de terrenos.</p> <p>(EF08MA19B) Elaborar problemas que envolvam medidas de área de figuras geométricas, utilizando expressões de cálculo de área (quadriláteros,</p>

8º Ano		
Unidades Temáticas	Objetos de Conhecimento	Habilidades
		triângulos e círculos), em situações como determinar medida de terrenos.
Grandezas e medidas	Volume de cilindro reto Medidas de capacidade	(EF08MA20) Reconhecer a relação entre um litro e um decímetro cúbico e a relação entre litro e metro cúbico, para resolver problemas de cálculo de capacidade de recipientes.
Grandezas e medidas	Volume de cilindro reto Medidas de capacidade	(EF08MA21A) Resolver problemas que envolvam o cálculo do volume de recipiente cujo formato é o de um bloco retangular. (EF08MA21B) Elaborar problemas que envolvam o cálculo do volume de recipiente cujo formato é o de um bloco retangular.
Probabilidade e estatística	Princípio multiplicativo da contagem Soma das probabilidades de todos os elementos de um espaço amostral	(EF08MA22) Calcular a probabilidade de eventos, com base na construção do espaço amostral, utilizando o princípio multiplicativo, e reconhecer que a soma das probabilidades de todos os elementos do espaço amostral é igual a 1.
Probabilidade e estatística	Gráficos de barras, colunas, linhas ou setores e seus elementos constitutivos e adequação para determinado conjunto de dados	(EF08MA23) Avaliar a adequação de diferentes tipos de gráficos para representar um conjunto de dados de uma pesquisa.
Probabilidade e estatística	Organização dos dados de uma variável contínua em classes	(EF08MA24) Classificar as frequências de uma variável contínua de uma pesquisa em classes, de modo que resumam os dados de maneira adequada para a tomada de decisões.

8º Ano		
Unidades Temáticas	Objetos de Conhecimento	Habilidades
Probabilidade e estatística	Medidas de tendência central e de dispersão	(EF08MA25) Obter os valores de medidas de tendência central de uma pesquisa estatística (média, moda e mediana) com a compreensão de seus significados e relacioná-los com a dispersão de dados, indicada pela amplitude.
Probabilidade e estatística	Pesquisas censitária ou amostral Planejamento e execução de pesquisa amostral	(EF08MA26) Selecionar razões, de diferentes naturezas (física, ética ou econômica), que justificam a realização de pesquisas amostrais e não censitárias, e reconhecer que a seleção da amostra pode ser feita de diferentes maneiras (amostra casual simples, sistemática e estratificada).
Probabilidade e estatística	Pesquisas censitária ou amostral Planejamento e execução de pesquisa amostral	(EF08MA27) Planejar e executar pesquisa amostral, selecionando uma técnica de amostragem adequada, e escrever relatório que contenha os gráficos apropriados para representar os conjuntos de dados, destacando aspectos como as medidas de tendência central, a amplitude e as conclusões.

9º Ano		
Unidades Temáticas	Objetos de Conhecimento	Habilidades
Números	Necessidade dos números reais para medir qualquer segmento de reta Números irracionais: reconhecimento e localização de alguns na reta numérica	(EF09MA24MG) Reconhecer a necessidade da ampliação do conjunto dos números racionais por meio de situações contextualizadas e/ou resolução de problemas. (EF09MA25MG) Reconhecer, no contexto social, diferentes significados dos números reais. (EF09MA01) Reconhecer que, uma vez fixada uma unidade de comprimento, existem segmentos de reta

9º Ano		
Unidades Temáticas	Objetos de Conhecimento	Habilidades
		cujo comprimento não é expresso por número racional (como as medidas de diagonais de um polígono e alturas de um triângulo, quando se toma a medida de cada lado como unidade).
Números	Necessidade dos números reais para medir qualquer segmento de reta Números irracionais: reconhecimento e localização de alguns na reta numérica	(EF09MA02) Reconhecer um número irracional como um número real cuja representação decimal é infinita e não periódica, e estimar a localização de alguns deles na reta numérica. (EF09MA26MG) Identificar as dízimas não periódicas com os números irracionais apresentando o número π e outros.
Números	Potências com expoentes negativos e fracionários	(EF09MA03) Efetuar cálculos com números reais, inclusive potências com expoentes fracionários.
Números	Números reais: notação científica e problemas	(EF09MA04A) Resolver problemas com números reais, inclusive em notação científica, envolvendo diferentes operações. (EF09MA04B) Elaborar problemas com números reais, inclusive em notação científica, envolvendo diferentes operações.
Números	Porcentagens: problemas que envolvem cálculo de percentuais sucessivos	(EF09MA05A) Resolver problemas que envolvam porcentagens, com a ideia de aplicação de percentuais sucessivos e a determinação das taxas percentuais, preferencialmente com o uso de tecnologias digitais, no contexto da educação financeira. (EF09MA05B) Elaborar problemas que envolvam porcentagens, com a ideia de aplicação de percentuais sucessivos e a determinação das taxas percentuais, preferencialmente com o uso de

9º Ano		
Unidades Temáticas	Objetos de Conhecimento	Habilidades
		tecnologias digitais, no contexto da educação financeira.
Álgebra	Funções: representações numérica, algébrica e gráfica	(EF09MA06A) Compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica. (EF09MA06B) Utilizar o conceito de função para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis.
Álgebra	Razão entre grandezas de espécies diferentes	(EF09MA07) Resolver problemas que envolvam a razão entre duas grandezas de espécies diferentes, como velocidade e densidade demográfica.
Álgebra	Grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais	(EF09MA08A) Resolver problemas que envolvam relações de proporcionalidade direta e inversa entre duas ou mais grandezas, inclusive escalas, divisão em partes proporcionais e taxa de variação, em contextos socioculturais, ambientais e de outras áreas. (EF09MA08B) Elaborar problemas que envolvam relações de proporcionalidade direta e inversa entre duas ou mais grandezas, inclusive escalas, divisão em partes proporcionais e taxa de variação, em contextos socioculturais, ambientais e de outras áreas.
Álgebra	Expressões algébricas: fatoração e produtos notáveis Resolução de equações polinomiais do 2º grau por meio de fatorações	(EF09MA09) Compreender os processos de fatoração de expressões algébricas, com base em suas relações com os produtos notáveis, para resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais do 2º grau.

9º Ano		
Unidades Temáticas	Objetos de Conhecimento	Habilidades
Geometria	Demonstrações de relações entre os ângulos formados por retas paralelas intersectadas por uma transversal	(EF09MA10) Demonstrar relações simples entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal.
Geometria	Relações entre arcos e ângulos na circunferência de um círculo	(EF09MA27MG) Identificar ângulos centrais e inscritos em uma circunferência. (EF09MA28MG) Relacionar medidas de ângulos centrais, inscritos e arcos em uma circunferência. (EF09MA11) Resolver problemas por meio do estabelecimento de relações entre arcos, ângulos centrais e ângulos inscritos na circunferência, fazendo uso, inclusive, de softwares de geometria dinâmica.
Geometria	Semelhança de triângulos e Teorema de Tales.	(EF09MA29MG) Reconhecer triângulos congruentes a partir dos critérios de congruência. (EF09MA30MG) Resolver problemas que envolvam o teorema de Tales. (EF09MA12) Reconhecer as condições necessárias e suficientes para que dois triângulos sejam semelhantes.
Geometria	Relações métricas no triângulo retângulo Teorema de Pitágoras: verificações experimentais e demonstração Retas paralelas cortadas por transversais: teoremas de proporcionalidade e verificações experimentais	(EF09MA31MG) Utilizar semelhança de triângulos para descrever as relações métricas no triângulo retângulo. (EF09MA32MG) Utilizar semelhança de triângulos para obter o teorema de Pitágoras. (EF09MA33MG) Resolver problemas que envolvam as relações métricas no triângulo retângulo.

9º Ano		
Unidades Temáticas	Objetos de Conhecimento	Habilidades
		(EF09MA13) Demonstrar relações métricas do triângulo retângulo, entre elas o teorema de Pitágoras, utilizando, inclusive, a semelhança de triângulos.
Geometria	Relações métricas no triângulo retângulo Teorema de Pitágoras: verificações experimentais e demonstração Retas paralelas cortadas por transversais: teoremas de proporcionalidade e verificações experimentais	(EF09MA14A) Resolver problemas de aplicação do teorema de Pitágoras ou das relações de proporcionalidade envolvendo retas paralelas cortadas por secantes. (EF09MA14B) Elaborar problemas de aplicação do teorema de Pitágoras ou das relações de proporcionalidade envolvendo retas paralelas cortadas por secantes.
Geometria	Polígonos regulares	(EF09MA15) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um polígono regular cuja medida do lado é conhecida, utilizando régua e compasso, como também softwares.
Geometria	Distância entre pontos no plano cartesiano	(EF09MA16) Determinar o ponto médio de um segmento de reta e a distância entre dois pontos quaisquer, dadas as coordenadas desses pontos no plano cartesiano, sem o uso de fórmulas, e utilizar esse conhecimento para calcular, por exemplo, medidas de perímetros e áreas de figuras planas construídas no plano.
Geometria	Vistas ortogonais de figuras espaciais	(EF09MA17) Reconhecer vistas ortogonais de figuras espaciais e aplicar esse conhecimento para desenhar objetos em perspectiva.

9º Ano		
Unidades Temáticas	Objetos de Conhecimento	Habilidades
Grandezas e medidas	Unidades de medida para medir distâncias muito grandes e muito pequenas Unidades de medida utilizadas na informática	(EF09MA18) Reconhecer e empregar unidades usadas para expressar medidas muito grandes ou muito pequenas, tais como distância entre planetas e sistemas solares, tamanho de vírus ou de células, capacidade de armazenamento de computadores, entre outros.
Grandezas e medidas	Volume de prismas e cilindros	(EF09MA19A) Resolver problemas que envolvam medidas de volumes de prismas e de cilindros retos, inclusive com uso de expressões de cálculo, em situações cotidianas. (EF09MA19A) Elaborar problemas que envolvam medidas de volumes de prismas e de cilindros retos, inclusive com uso de expressões de cálculo, em situações cotidianas.
Probabilidade e estatística	Análise de probabilidade de eventos aleatórios: eventos dependentes e independentes	(EF09MA20) Reconhecer, em experimentos aleatórios, eventos independentes e dependentes e calcular a probabilidade de sua ocorrência, nos dois casos.
Probabilidade e estatística	Análise de gráficos divulgados pela mídia: elementos que podem induzir a erros de leitura ou de interpretação	(EF09MA21) Analisar e identificar, em gráficos divulgados pela mídia, os elementos que podem induzir, às vezes propositadamente, erros de leitura, como escalas inapropriadas, legendas não explicitadas corretamente, omissão de informações importantes (fontes e datas), entre outros.
Probabilidade e estatística	Leitura, interpretação e representação de dados de pesquisa expressos em tabelas de dupla entrada, gráficos de colunas simples e agrupadas, gráficos de barras	(EF09MA22) Escolher e construir o gráfico mais adequado (colunas, setores, linhas), com ou sem uso de planilhas eletrônicas, para apresentar um determinado conjunto de dados, destacando aspectos como as medidas de tendência central.

9º Ano		
Unidades Temáticas	Objetos de Conhecimento	Habilidades
	e de setores e gráficos pictóricos	
Probabilidade e estatística	Planejamento e execução de pesquisa amostral e apresentação de relatório	(EF09MA23) Planejar e executar pesquisa amostral envolvendo tema da realidade social e comunicar os resultados por meio de relatório contendo avaliação de medidas de tendência central e da amplitude, tabelas e gráficos adequados, construídos com o apoio de planilhas eletrônicas.